**2008年版博士资格考试大纲**

**考试时间：150分钟**

**四. 微分方程 （100分，常微偏微各50分）**

**常微分方程定性理论：**

线性方程（组）的解法，首次积分， 幂级数解法，解的存在和唯一性定理， 解的延拓

和对参数及初值的依赖性，奇解与包络， 边值问题， 平面奇点分类与极限环，李雅普诺夫第二方法， Hopf 分支， 二维周期系统的调和解，拟线性系统， 耗散系统， Duffing方程， 环面上的常微系统， 旋转数， 极限点集， 各态历经

**偏微分方程：**

1. 数学物理方程

位势方程： 基本解和Green函数， 极值原理和最大模估计。

热方程： Fourier变换方法，分离变量法，极值原理和最大模估计。

波动方程：特征线法，分离变量法，能量不等式。

1. 二阶椭圆型方程

广义函数理论和Fourier 变换基本理论

Sobolev嵌入定理，理论（解的存在唯一性）。

Schauder 估计的结论及应用。

估计的结论及应用。

**参考书目:**

【1】丁同仁，李承治：《常微分方程》;

【2】张芷芬等，《微分方程定性理论》 第6、7章;

【3】姜礼尚等，《数学物理方程讲义》;

【4】陈亚浙，吴兰成，《二阶椭圆型方程与椭圆型方程组》

【5】D.Gilbarg, N.S. Trudinger: Elliptic Partial Differential Equations of Second Order (Part 1 Linear equations), Springer 世界图书出版公司。

【6】Hormander: The analysis of linear partial differential operators （第一卷）， Springer-Verlag, 1983.

**六 计算方法 （100分）**

（三门中选二）

**数值代数 （50分）**

1. 基础知识

向量范数和矩阵范数，Schur分解定理，奇异值分解定理，非负矩阵的Perron-Frobenius定理，Hermite矩阵的极小、极大定理。

1. 线性方程组的直接解法

Gauss消去法，Cholesky分解法，对称不定线性方程组的直接解法，线性方程组的条件数，条件数的估计和迭代改进。

1. 线性方程组的古典迭代法

Jacobi迭代法，Gauss-Seidel迭代法，SOR迭代法，SSOR迭代法，收敛性分析（H矩阵和正定矩阵），多项式加速（Chebyshev加速）。

1. 求解线性方程组的Krylov子空间法

共轭梯度法的基本性质，共轭梯度法的收敛性分析，预优共轭梯度法，Lanczos方法，广义极小剩余法。

**参考书目:**

【1】．“数值线性代数”，徐树方，高立，张平文编；

【2】．“矩阵计算的理论与方法”，徐树方编著。

**差分方法 （50分）**

一．一般理论

1．差分格式的构造方法；

2．差分格式的局部截断误差及其相容性；

3．差分格式的收敛性；

4．差分格式的稳定性及von Neumann条件；

5．Lax等价定理；

二．一阶双曲型方程的差分方法

1. CFL条件；
2. 单个方程的迎风格式、Lax-Friedrichs格式、Lax-Wendroff格式；
3. 双曲型方程组的特征分解及其CIR迎风格式；
4. 间断解的计算；

三．非线性双曲型守恒律初值问题的差分方法

1. 守恒形格式及Lax-Wendroff定理；
2. 离散熵条件；
3. Godunov格式;
4. 单个方程差分格式的非线性稳定性;
5. 单调格式与TVD、TVB格式;
6. 半离散有限差分与有限体积格式；

**参考书目**

1. “Numerical Methods for Conservation Laws”, R. LeVeque;
2. “偏微分方程初值问题差分方法”，胡祖炽，雷功炎著

**有限元方法 （50分）**

1．椭圆边值问题的弱解；Lax-Milgram 引理；

2．Ritz 方法和 Galerkin 方法；有限元解的提法；

3．有限元方法的要素；

4．有限元和有限元空间的基本定义与基本例子；有限元仿射族；

5．有限元解的抽象误差估计；Céa 引理； Strang 引理（1，2）；

Bramble-Hilbert 引理；

6．插值函数的误差估计、Sobolev 空间的插值理论；

7．椭圆边值问题有限元解的收敛性与误差估计；

8．Aubin-Nitsche 引理，L2-模误差估计；

9．反估计不等式。

**参考书目:**

【1】．《有限元方法讲义》， 应隆安，北京大学出版社, 1988；

【2】．《The Finite Element Method for Elliptic Problems》, P. G. Ciarlet