

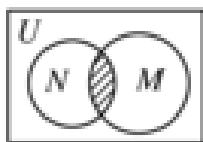
# 1.1 集合

## 一、选择题

1. 下列四个集合中，是空集的是\_\_\_\_\_

- A.  $\{x \mid x+3=3\}$                       B.  $\{(x,y) \mid y^2=-x^2, x,y \in \mathbf{R}\}$   
C.  $\{x \mid x^2 < x\}$                       D.  $\{x \mid x^2 - x + 1 = 0\}$

2. 已知全集  $U = \mathbf{R}$ ，集合  $M = \{x \mid -2 \leq x-1 \leq 2\}$  和  $N = \{x \mid x = 2k-1, k = 1, 2, \dots\}$  的关系的韦恩(Venn)图如右图所示，则阴影部分所示的集合的元素共有\_\_\_\_\_.



- A. 3 个                      B. 2 个                      C. 1 个                      D. 无穷多个

3. 集合  $A = \{1, 0, 3\}$  的真子集个数是\_\_\_\_\_

- A. 6                      B. 7                      C. 8                      D. 9

4. 已知集合  $P = \{x \mid x^2 = 1\}$ ,  $Q = \{x \mid mx = 1\}$ ，若  $Q \subseteq P$ ，则实数  $m$  为\_\_\_\_\_

- A. 1                      B. -1                      C. 1 或 -1                      D. 0, 1 或 -1

5. 设集合  $A = \{x \mid x^2 - x = 0\}$ ,  $B = \{x \mid x^2 + x = 0\}$ ，则集合  $A \cap B =$  \_\_\_\_\_

- A. 0                      B.  $\{0\}$                       C.  $\emptyset$                       D.  $\{-1, 0, 1\}$

6. 设集合  $A = \{k^2 - k, 2k\}$ ，则实数  $k$  的取值范围是\_\_\_\_\_

- A.  $\{k \mid k \neq 0\}$                       B.  $\{k \mid k \neq 3\}$   
C.  $\{k \mid k \neq 0 \text{ 且 } k \neq 3\}$                       D.  $\{k \mid k \neq 0 \text{ 或 } k \neq 3\}$

7. 集合  $P = \{1, 4, 9, 16, \dots\}$ ，若  $a \in P$ ,  $b \in P$ ，有  $a \odot b \in P$ ，则运算  $\odot$  可能是\_\_\_\_\_

- A. 加法                      B. 减法                      C. 除法                      D. 乘法

8. 下列命题正确的有\_\_\_\_\_

- ①很小的实数可以构成集合；  
②集合  $\{y \mid y = x^2 - 1\}$  与集合  $\{(x,y) \mid y = x^2 - 1\}$  是同一个集合；  
③由  $1, \frac{3}{2}, \frac{6}{4}, |-\frac{1}{2}|, 0.5$  这些数组成的集合有 5 个元素；  
④集合  $\{(x,y) \mid xy \leq 0, x,y \in \mathbf{R}\}$  是指第二和第四象限内的点集.

- A. 0 个                      B. 1 个                      C. 2 个                      D. 3 个

9. 含有三个实数的集合可表示为  $\{a, \frac{b}{a}, 1\}$ , 也可表示为  $\{a^2, a+b, 0\}$ , 则  $a^{2006} + b^{2006}$  的值为\_\_\_\_\_

- A. 0                      B. 1                      C. -1                      D.  $\pm 1$

10. 若集合  $M = \{(x, y) | x + y = 0\}$ ,  $N = \{(x, y) | x^2 + y^2 = 0\}$ ,  $x \in \mathbf{R}$ ,  $y \in \mathbf{R}$ , 则有\_\_\_\_\_

- A.  $M \cup N = M$       B.  $M \cup N = N$       C.  $M \cap N = M$       D.  $M \cap N = \emptyset$

11. 下面有四个命题:

- ①集合  $\mathbf{N}$  中最小的数是 0;  
②若  $-a$  不属于  $\mathbf{N}$ , 则  $a$  属于  $\mathbf{N}$ ;  
③若  $a \in \mathbf{N}$ ,  $b \in \mathbf{N}$ , 则  $a+b$  的最小值为 2;  
④  $x^2 + 1 - 2x = 0$  的解可表示为  $\{1, 1\}$ .

其中正确命题的个数为\_\_\_\_\_

- A. 0 个                      B. 1 个                      C. 2 个                      D. 3 个

12. 方程组  $\begin{cases} x+y=1, \\ x^2-y^2=9 \end{cases}$  的解集是\_\_\_\_\_

- A. (5, 4)                      B. (5, -4)                      C.  $\{(-5, 4)\}$                       D.  $\{(5, 4)\}$

## 二、填空题

13. 已知全集  $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$ ,  $A \cap B = \{2\}$ ,  $(C_U A) \cap (C_U B) = \{1, 9\}$ ,  $(C_U A) \cap B = \{4, 6, 8\}$ , 则集合  $A =$ \_\_\_\_\_,  $B =$ \_\_\_\_\_.

14. 方程组  $\begin{cases} x+y=3, \\ 2x-3y=1 \end{cases}$  的解集为\_\_\_\_\_.

15. 若  $\{1, a, \frac{b}{a}\} = \{0, a^2, a+b\}$ , 则  $a^{2008} + b^{2008}$  的值为\_\_\_\_\_.

16. 某班有 36 名同学参加数学、物理、化学课外探究小组, 每名同学至多参加两个小组. 已知参加数学、物理、化学小组的人数分别为 26, 16, 13, 同时参加数学和物理小组的有 6 人, 同时参加物理和化学小组的有 4 人, 则同时参加数学和化学小组的有\_\_\_\_\_人.

17. 集合  $M = \{m | m = 2n - 1, n \in \mathbf{N}^*, m < 60\}$  的元素个数是\_\_\_\_\_, 这些元素的和为\_\_\_\_\_.

18. 已知集合  $A = \{x | ax^2 + 2x + 1 = 0, a \in \mathbf{R}\}$  只有一个元素, 则  $a$  的值为\_\_\_\_\_.

19. 已知集合  $A = \{x | |x| \leq 2, x \in \mathbf{R}\}$ ,  $B = \{x | x \geq a\}$ , 且  $A \subsetneq B$ , 则实数  $a$  的取值范围是\_\_\_\_\_.

20. 设集合  $A \subseteq \{2,3,5\}$ , 则集合  $A$  的个数为\_\_\_\_\_；如果集合  $A$  中至多有一个奇数, 则这样的集合  $A$  共有\_\_\_\_\_个.

21. 集合  $A = \{x \in \mathbf{R} \mid |x - 2| \leq 5\}$  中的最小整数为\_\_\_\_\_.

22. 设集合  $\{x \mid |x - 3| + |x - 4| < m\} \neq \emptyset$ , 则  $m$  的取值范围是\_\_\_\_\_.

### 三、解答题

23. 关于  $x$  的不等式  $kx^2 - 6kx + k + 8 < 0$  的解集为空集, 求实数  $k$  的取值范围.

24. 若集合  $M = \{x \mid x^2 - x - 2 > 0\}$ ,  $T = \{x \mid mx + 1 < 0\}$ , 且  $M \supseteq T$ . 求实数  $m$  的取值范围.

25. 已知集合  $A = \{2, 4, a^3 - 2a^2 - a + 7\}$ ,  $B = \{-4, a + 3, a^2 - 2a + 2, a^3 + a^2 + 3a + 7\}$ , 若  $A \cap B = \{2, 5\}$ , 求实数  $a$  的值, 并求  $A \cup B$ .

26. 已知集合  $A = \{x \mid ax^2 + 2x + 1 = 0, a \in \mathbf{R}\}$ .

(1) 若  $A$  中只有一个元素, 试求  $a$  的值, 并写出这个元素;

(2) 若  $A$  中至少有一个元素, 试求  $a$  的取值范围.

27. 求满足条件  $\{1, 2\} \subseteq A \subsetneq \{1, 2, 3, 4, 5\}$  的集合  $A$  的个数.

28. 已知集合  $A = \{a^2, a + 1, -3\}$ ,  $B = \{a - 3, 2a - 1, a^2 + 1\}$ , 若  $A \cap B = \{-3\}$ , 求实数  $a$  的值.

### 答案

#### 第一部分

1. D   2. B   3. B   4. D   5. B  
6. C   7. D   8. A   9. B   10. A  
11. B   12. D

#### 第二部分

13.  $\{2, 3, 5, 7\}; \{2, 4, 6, 8\}$ .  
14.  $\{(2, 1)\}$   
15. 1  
16. 8  
17. 30; 900  
18. 0 或 1  
19.  $a \leq -2$   
20. 8; 6  
21. -3  
22.  $m > 1$

#### 第三部分

23. (1) (1) 当  $k = 0$  时, 原不等式化为  $8 < 0$ , 显然符合题意.  
(2) 当  $k \neq 0$  时, 要使二次不等式的解集为空集, 则必须满足:

$\begin{cases} k > 0 \\ \Delta = (6k)^2 - 4 \times k(8+k) \leq 0 \end{cases}$ , 解得  $0 < k \leq 1$ , 综合 (1) (2) 得  $k$  的取值范围为  $\{k \mid 0 \leq k \leq 1\}$ .

24. (1)

$$M = \{x \mid x^2 - x - 2 > 0\} = (-\infty, -1) \cup (2, +\infty)$$

对  $mx + 1 < 0$  有  $mx < -1$

① 当  $m > 0$  时,  $x < -\frac{1}{m}$ , 此时

$$T = \left\{x \mid x < -\frac{1}{m}\right\} = \left(-\infty, -\frac{1}{m}\right).$$

由  $T \subseteq M$  知  $-\frac{1}{m} \leq -1 \Leftrightarrow \frac{1}{m} \geq 1$ , 所以  $0 < m \leq 1$ .

② 当  $m < 0$  时,  $x > -\frac{1}{m}$ , 此时

$$T = \left(-\frac{1}{m}, +\infty\right),$$

由  $T \subseteq M$  知  $-\frac{1}{m} \geq 2 \Leftrightarrow \frac{1}{m} \leq -2$ , 所以  $-\frac{1}{2} \leq m < 0$

③ 当  $m = 0$  时,

$$T = \emptyset,$$

显然  $\emptyset \subseteq M$ .

由①②③可得:  $-\frac{1}{2} \leq m \leq 1$ .

25. (1) 因为  $A \cap B = \{2, 5\}$ , 所以  $5 \in A$ .

所以  $a^3 - 2a^2 - a + 7 = 5$ . 所以  $a = 2$  或  $a = \pm 1$ .

当  $a = 2$  时,  $B = \{-4, 5, 2, 25\}$ ,  $A \cap B = \{2, 5\}$ , 与题设相符;

当  $a = 1$  时,  $B = \{-4, 4, 1, 12\}$ ,  $A \cap B = \{4\}$ , 与题设不符;

当  $a = -1$  时,  $B = \{-4, 2, 5, 4\}$ ,  $A \cap B = \{2, 4, 5\}$ , 与题设不符.

综上所述,  $a = 2$ , 且  $A \cup B = \{2, 4, 5\} \cup \{-4, 5, 2, 25\} = \{-4, 2, 4, 5, 25\}$ .

26. (1) 当  $a = 0$  时,  $x = -\frac{1}{2}$ , 适合, 所以  $A = \left\{-\frac{1}{2}\right\}$ ;

当  $a \neq 0$  时, 则  $\Delta = 0$ , 解得  $a = 1$ , 所以  $A = \{-1\}$ .

26. (2) 当  $A$  中有一个元素时, 由 (1), 得  $a = 0$  或  $a = 1$ ;

当  $A$  中有两个元素时,  $\Delta > 0$ , 得  $a < 1$ .

综上, 得  $a$  的取值范围为  $(-\infty, 1]$ .

27. (1)  $\{1, 2\}; \{1, 2, 3\}; \{1, 2, 4\}; \{1, 2, 5\}; \{1, 2, 3, 4\}; \{1, 2, 3, 5\}; \{1, 2, 4, 5\};$

28. (1)  $\because A \cap B = \{-3\}$ ,

$\therefore -3 \in B$ , 而  $a^2 + 1 \neq -3$ ,

1、当  $a - 3 = -3$  即  $a = 0$  时,  $A = \{0, 1, -3\}$ ,  $B = \{-3, -1, 1\}$ ,

这样  $A \cap B = \{-3, 1\}$  与  $A \cap B = \{-3\}$  矛盾;

2、当  $2a - 1 = -3$ ,  $a = -1$ , 符合  $A \cap B = \{-3\}$

综上可知:  $a = 2$ .