

软件分析

程序合成: 枚举

熊英飞 北京大学

外祖母可以编程吗?



•程序设计语言的发展历史就是提高抽象级别



外祖母编程语言?

Haskell (1990), Prolog (1972)

Java

 \mathbf{C}

Assembly

抽象级别

为什么外祖母还不能编程?



- •程序设计语言默认保证很多属性
 - 类型正确的程序一定能通过编译
 - 通过编译的程序有清晰定义的语义
- 很难再进一步提升抽象级别



程序合成一一外祖母的希望



- 从规约中自动生成程序
 - 规约可能是模糊的
 - 生成是不保证成功的



"One of the most central problems in the theory of programming."

----Amir Pneuli 图灵奖获得者 "(软件自动化)提升软件生产率的根本途径"

----徐家福先生 中国软件先驱

程序合成的历史



1957

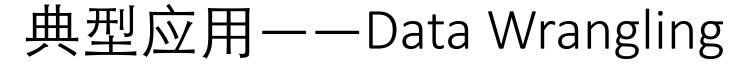
- •程序合成的开端
- Alonzo Church: 电路合成问题

2000前

• 演绎合成

2000后

• 归纳合成

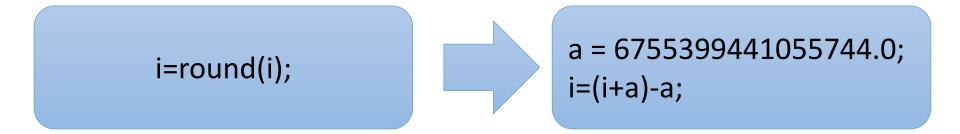




	A	В
1	Email	Column 2
2	Nancy.FreeHafer@fourthcoffee.com	nancy freehafer
3	Andrew.Cencici@northwindtraders.com	andrew cencici
4	Jan.Kotas@litwareinc.com	jan kotas
5	Mariya.Sergienko@gradicdesigninstitute.com	mariya sergienko
6	Steven.Thorpe@northwindtraders.com	steven thorpe
7	Michael.Neipper@northwindtraders.com	michael neipper
8	Robert.Zare@northwindtraders.com	robert zare
9	Laura.Giussani@adventure-works.com	laura giussani
10	Anne.HL@northwindtraders.com	anne hi
11	Alexander.David@contoso.com	alexander david
12	Kim.Shane@northwindtraders.com	kim shane
13	Manish.Chopra@northwindtraders.com	manish chopra
14	Gerwald.Oberleitner@northwindtraders.com	gerwald oberleitner
15	Amr.Zaki@northwindtraders.com	amr zaki
16	Yvonne.McKay@northwindtraders.com	yvonne mckay
17	Amanda.Pinto@northwindtraders.com	amanda pinto

典型应用-Superoptimization





典型应用-自动编写重复程





典型应用一缺陷修复



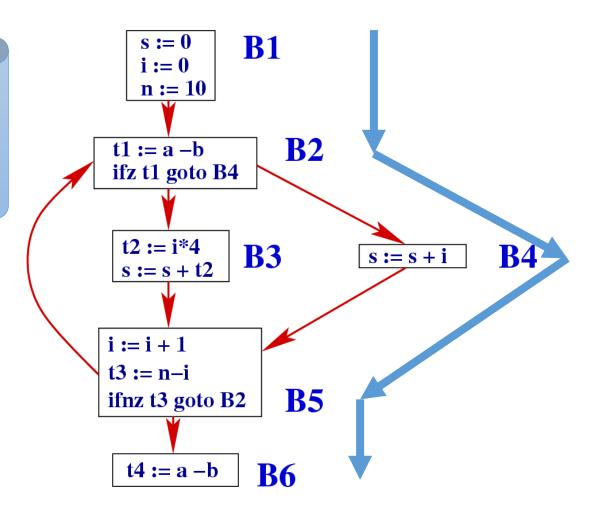
```
/** Compute the maximum of two values
* @param a first value
* @param b second value
* @return b if a is lesser or equal to b, a otherwise
*/
public static int max(final int a, final int b) {
    return (a < b) ? a : b;
}</pre>
```

合成出新的表达式来替换掉旧的

典型应用-生成测试



合成单元测试来覆盖某路径



典型应用-加速程序分析



SMT Solver

Apply Tactic 1
If formula is long
Apply Tactic 2
Else
Apply Tactic 3

策略

针对一组问题合成最佳策略

经典程序合成定义



- 输入:
 - •一个程序空间Prog,通常用文法表示
 - 一条规约Spec, 通常为逻辑表达式
- 输出:
 - 一个程序prog,满足
 - prog ∈Prog ∧prog →Spec

例子: max问题



• 规约: $\forall x,y:\mathbb{Z},\quad \max_{2}\left(x,y\right)\geq x\wedge\max_{2}\left(x,y\right)\geq y\\ \wedge\left(\max_{2}\left(x,y\right)=x\vee\max_{2}\left(x,y\right)=y\right)$

 $\neg \texttt{BoolExpr}$

 $Expr \le Expr$

• 期望答案: ite (x <= y) y x

程序合成是软件分析问题





程序是否满足性质: $\exists x. prog = x \rightarrow Spec$

```
int x, y;
int Main(Tree[int] prog, int x, int y) {
 x = x; y = y;
 return Expr(prog);
int Expr(Tree[int] prog) {
 switch(prog.value) {
 case 0: return 0; break;
 case 1: return 1; break;
 case 2: return x; break; ...
 case 4:
  return Expr(prog.child[0])+Expr(prog.child[1]);
  break;
 case 6:
  return BoolExpr(prog.child[0])?
    Expr(prog.child[1]) : Expr(prog.child[2]);
  break;
```

SyGuS:

程序合成问题的标准化



• 输入: 语法G, 约束C

• 输出:程序P,P符合语法G并且满足C

• 输入输出格式: Synth-Lib

• http://sygus.seas.upenn.edu/files/SyGuS-IF.pdf

Sync-Lib: 定义逻辑



- •和SMT-Lib完全一致
- (set-logic LIA)
- 该逻辑定义了我们后续可以用的符号以及这些符号的语法/语义,程序的语法应该是该逻辑语法的子集。

Sync-Lib: 语法



```
(synth-fun max2 ((x Int) (y Int)) Int
    ((Start Int (x
                 (+ Start Start)
                 (- Start Start)
                 (ite StartBool Start Start)))
     (StartBool Bool ((and StartBool StartBool)
                      (or StartBool StartBool)
                      (not StartBool)
                      (<= Start Start)</pre>
                      (= Start Start)
                      (>= Start Start)))))
```

约束



```
(declare-var x Int)
(declare-var y Int)
约束表示方式和SMTLib一致
```

(check-synth)

期望输出



输出:

(define-fun max2 ((x Int) (y Int)) Int (ite (\leq x y) y x))

输出必须:

- •满足语法要求
 - 即,语法和SMTLib/Logic不一致就合成不出正确的程序
- •满足约束要求
 - 一般要求可以通过SMT验证



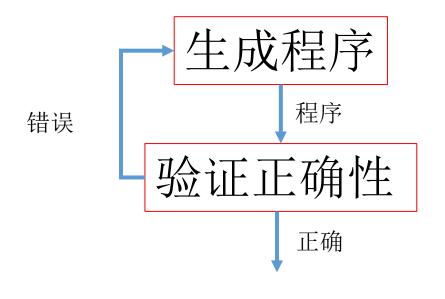
课程项目2

- 编写程序求解SyGuS问题
- 每小组提交:
 - 一个SyGuS求解器
 - 一个测试样例,至少用自己的求解器2分钟可以解出
- 组队要求: 2-3名同学一队, 队友须和上一项目不同
- 测试限制: 只允许采用样例中出现过的操作符
- 截止日期: 11月29日组队, 12月10日提交, 12月13日报告
- 程序包包括:
 - 完整的测试环境,其中题目分为CLIA和BV两部分
 - CLIA的规约为逻辑约束,测试包包含全部题目
 - BV的规约为输入输出样例,其中部分仅在测试时使用,考察程序的泛化能力。测试包包含60%的题目。
 - 最基本的自顶向下枚举solver(只能解1道题)
 - · 最基本的solver修改两行就至少能解出3道题
 - 不过并不是高质量实现,鼓励大家重新实现自己的算法
- 评分: 根据解出来的样例个数评分(每个时限5分钟)
 - 能解出3道题获得60分

感谢曾沐焓、刘鑫远、 吉如一同学准备课程 项目!感谢历年助教 的改进!

归纳程序合成 一一程序空间上搜索





Q1:如何产生下一个被搜索的程序?

Q2:如何验证程序的正确性?

如何验证程序的正确性?

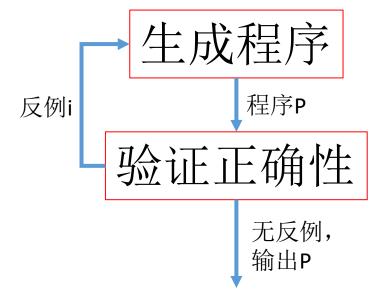


- 采用本课程学习的技术
 - 抽象解释
 - 符号执行

- 目前大多数程序合成技术都只处理表达式
 - 可直接转成约束让SMT求解
 - Synth-lib直接提供支持

CEGIS——基于反例的优化







Armando Solar-Lezama 麻省理工大学教授

- 采用约束求解验证程序的 正确性较慢
- 执行测试较快
 - 大多数错误被一两个测试过滤掉
- 将约束求解器返回的反例 作为测试输入保存
- 验证的时候首先采用测试验证

如何产生下一个被搜索的程序?



- 多种不同方法
 - 枚举法 -- 按照固定格式搜索
 - 约束求解法——转成约束求解问题
 - 空间表示法——一次考虑一组程序而非单个程序
 - 基于概率的方法—— 基于概率模型查找最有可能的程序



枚举法

自顶向下遍历



- 按语法依次展开
 - Expr
 - x, y, Expr+Expr, Expr-Expr, (ite BoolExpr, Expr, Expr)
 - y, Expr+Expr, Expr-Expr, (ite BoolExpr, Expr, Expr)
 - Expr+Expr, Expr-Expr, (ite BoolExpr, Expr, Expr)
 - x+Expr, y+Expr, Expr+Expr+Expr, Expr-Expr+Expr, (ite BoolExpr, Expr, Expr)+Expr, Expr-Expr, (ite BoolExpr, Expr, Expr)

• ...

自顶向下遍历



为什么 ϕ 也是参数?

```
function EnumTopDownSearch(grammar G, spec \phi)
    P \leftarrow [S] // An ordered list of partial derivations in G
    \widetilde{P_v} \leftarrow \{S\} // \text{ A set of programs}
    while P \neq \emptyset do
         p \leftarrow \text{REMOVEFIRST}(\widetilde{P})
          if \phi(p) then // Specification \phi is satisfied
               return p
          \widetilde{\alpha} \leftarrow \text{NonTerminals}(p)
                                                                                              对产生式
          foreach \alpha \in \text{RankNonTerminals}(\widetilde{\alpha}, \phi) do
                                                                                                  排序
               \beta \leftarrow \{\beta | (\alpha, \beta) \in R\}
               foreach \beta \in \text{RANKPRODUCTIONRULE}(\widetilde{\beta}, \phi) do
                    p' \leftarrow p[\alpha \rightarrow \beta]
                    if \neg \overline{\text{SUBSUMED}}(p', \widetilde{P_v}, \phi) then
                         P.Insert(p')
                                                                        检查程序是否和之前的
                         \widetilde{P_v} \leftarrow \widetilde{P_v} \cup p'
                                                                          等价,比如x+S和S+x
```

自底向上遍历



- 从小到大组合表达式
 - size=1
 - x, y
 - size=2
 - size=3
 - x+y, x-y
 - size=4
 - size=5
 - x+(x+y), x-(x+y), ...
 - size=6
 - (ite x<=y, x, y), ...

自底向上遍历



```
function EnumBottomUpSearch(grammar G, spec \phi)
    E \leftarrow \{\Phi\} // Set of expressions in G
                                                       根据语法G,用\tilde{E}组合出
                                                       大小等于progSize的所有
    progSize \leftarrow 1
                                                               表达式
    while True do
        \widetilde{C} \leftarrow \overline{\text{ENUMERATEEXPRS}}(G, \widetilde{E}, \text{progSize})
        foreach c \in C do
            if \phi(c) then // Specification \phi is satisfied
                 return c
            if \neg \exists \ e \in E : \text{EQUIV}(e, c, \phi) then
                 E.Insert(c)
        progSize \leftarrow progSize + 1
                                                   判断e和c是否等价。
```

优化



- 等价性削减
 - 如果等价于一个之前的程序,则删掉
 - Expr+x, x+Expr
- 剪枝
 - 如果所有对应完整程序都不能满足约束,则删掉
 - Ite BoolExpr x x

判断程序是否等价



- 通过SMT求解器可以判断
 - 判断 $f(x,y) \neq f'(x,y)$ 是否可以满足
 - 开销较大,不一定划算

- 通过预定义规则判断(常用于自顶向下)
 - 如S+x和x+S的等价性

判断程序是否等价



- 通过测试判断(又叫observational equivalence)
 - 运行所有测试检测 f = f'
 - 认为等价的程序有可能不等价
 - 但在CEGIS框架中没有问题,因为我们目标是找到一个满足所有样例的程序而非满足完整规约的程序
 - 用于自底向上,是目前效果最好的等价性削减策略之一
 - 对于不完整程序不能运行测试,所以不能用于自顶向下

剪枝



• 通常用于自顶向下

• 搜索过程中剪枝

• 语义: ite BoolExpr x x

• 类型: Expr + substring(Expr, 2)

• 大小:假设AST树的大小(节点数)限定为4,那么 ite BoolExpr x x肯定无法满足

• 剪枝的条件

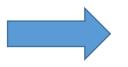
• 所有可展开的程序都无法满足约束

剪枝基本方法: 约束求解



- 从部分程序中生成约束
 - 针对每个组件预定义约束
 - 该约束可以不充分但必须必要
 - 根据语法树将约束连接在一起

Ite BoolExpr x x



(declare-fun boolExpr () Int) (declare-fun max2 ((x Int) (y Int)) Int (ite boolExpr x x))

• 从测试中生成约束

$$max2(1,2)=2$$



(assert (= (max2 1 2) 2)) (check-sat)

剪枝的优化



- 剪枝起作用的条件
 - 剪枝的分析时间 < 被去掉程序的分析时间
 - 约束求解的开销通常较大
- 如何快速分析出程序不满足约束?
- 方法1: 预分析
 - 在语法上离线做静态分析
 - 根据静态分析的结果快速在线剪枝
- 方法2: 在线学习
 - 根据冲突学习约束
 - 根据约束快速排除

语法上的静态预分析



- 假设所有约束都是Pred(Prop(N))的形式
 - N: 非终结符
 - Prop: 以N为根节点的子树所具有的属性值
 - Pred: 该属性值所应该满足的谓词
- 如:
 - 语义约束: Prop为表达式取值
 - 类型约束: Prop为表达式的可能类型
 - 大小约束: Prop为表达式的大小
- 通过静态分析获得Prop的所有可能取值
 - 要求上近似
- 如果所有可能取值都不能满足Pred,则该部分程序可以减掉

语法上静态分析示例: 语义



- 抽象域: 由0, 1, 2, 3, >3, <0, true, false构成的集合
- 容易定义出抽象域上的计算
- 给定输入输出样例x=1, y=2, max2(x,y)=2
- 从语法规则产生方程
- E->E+E | 0 | 1 | x |...
 - V[E]=(V[E]+V[E]) ∪ {0} ∪ {1} ∪ {1} ...
- 求解方程得到每一个非终结符可能的取值(在开始时做一次)
- 根据当前的部分程序产生计算式

ite BoolExpr x x



 $V[E] = V[x] \cup V[x]$

语法上静态分析示例: 类型



•抽象域:由Int, String, Boolean构成的集合

- 从语法规则产生方程
- E->E+E | 0 | 1 | x |...
 - T[E]=(T[E]+T[E]) U {Int} U {Int} U {Int} ...
- 其中

•
$$t_1 + t_2 = \begin{cases} \{Int\}, & Int \in t_1 \land Int \in t_2 \\ \emptyset,$$
否则

语法上静态分析示例: 大小



• 抽象域: 整数

- 从语法规则产生方程
- E->E+E | 0 | 1 | x |...
 - S[E]=min(2S[E], 1, 1, 1, ...)

冲突制导的在线学习



- 之前的剪枝方法主要依赖离线分析
- 在线搜索的过程中如果遇到不满足规约的程序,能否从中学习到更好的剪枝方法?
- 复习: SAT
 - 什么是DPLL?
 - 什么是CDCL?



冯煜 UCSB助理教授

例子: 序列操作合成



```
N \to \emptyset \mid \dots \mid 10 \mid x_i \mid last(L) \mid head(L) \mid sum(L) \mid maximum(L) \mid minimum(L)  L \to take(L, N) \mid filter(L, T) \mid sort(L) \mid reverse(L) \mid x_i \mid T \to geqz \mid leqz \mid eqz
```

输入: x=[49,62,82,54,76]

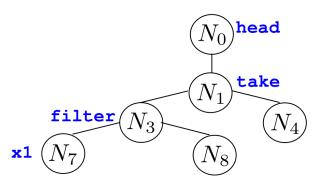
输出: y=158

用基本方法剪枝部分程序



Component	Specification
head	$x_1.size > 1 \land y.size = 1 \land y.max \le x_1.max$
take	$x_1.size > 1 \land y.size = 1 \land y.max \le x_1.max$ $y.size < x_1.size \land y.max \le x_1.max \land$
	$x_2 > 0 \land x_1.size > x_2$
filter	$y.size < x_1.size \land y.max \le x_1.max$

head(take(filter(x1, T), N)



$$x_{1} = [49, 62, 82, 54, 76] \land y = 158$$

$$\phi_{N_{0}} = \underline{y \leq v_{1}.max} \land v_{1}.size > 1 \land y.size = 1$$

$$\phi_{N_{1}} = \underline{v_{1}.max \leq v_{3}.max} \land v_{1}.size < v_{3}.size \land v_{4} > 0 \land v_{3}.size > v_{4}$$

$$\phi_{N_{3}} = v_{3}.size < v_{7}.size \land \underline{v_{3}.max} \leq v_{7}.max$$

$$\phi_{N_{7}} = \underline{x_{1}} = v_{7}$$

加下划线的为极小矛盾集**ψ**

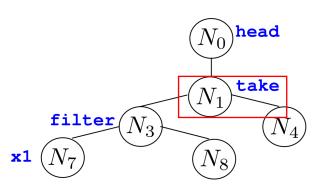
从冲突中学习



- 如果
 - 从新程序P导出的规约 \Rightarrow 该矛盾集 ψ
- 则
 - P也是无效程序
- 用约束求解器判断上述条件不一定比直接判断新程序是否满足规约快
 - 如何快速排除部分程序?

对当前冲突等价





$$\phi_{N_0} = \underline{y \leq v_1.max} \land v_1.size > 1 \land y.size = 1$$

$$\phi_{N_1} = \underbrace{v_1.max \leq v_3.max}_{v_4 > 0 \land v_3.size > v_4} \land v_1.size < v_3.size \land v_4 > 0 \land v_3.size > v_4$$

$$\phi_{N_3} = v_3.size < v_7.size \land \underbrace{v_3.max \leq v_7.max}_{v_3.max \leq v_7.max}$$

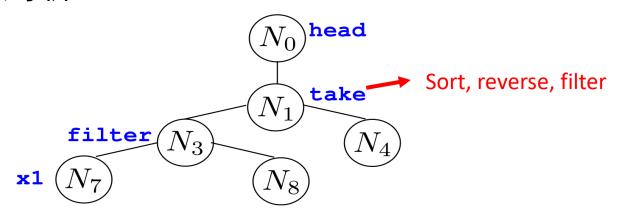
$$\phi_{N_7} = x_1 = v_7$$

- N_1 位置的take因为 $y.max \leq x_1.max$ 而冲突
- 任意组件f, 如果
 - f的规约 $\Rightarrow y.max \leq x_1.max$
- 则
 - $f \in N_1$ 位置和当前冲突等价
- 因为只涉及到组件的固定规约,可以用SMT solver离 线验证

排除程序



• 遍历组件可以发现,sort, reverse, filter都在 N_1 位置和当前冲突等价



- 所有将 N_1 替换这些组件的程序都无效
- 考虑其他位置的等价以及这些等价关系的组合,能排除较多等价程序。

合一化程序合成STUN Synthesis through Unification



- 针对If表达式的特殊合成方法
 - STUN系列求解器Eusolver, Euphony, PolyGen在SyGuS比赛的CLIA Track中表现最优



if boolExpr₁ then expr₁
 else if boolExpr₂ then expr₂

•••

else expr_n

• Expr_i是符合上面形式的表达式或不带if的 原子表达式



Rajeev Alur Upenn教授 STUN发明人,领导 Eusolver和Euphony开发

基本流程(1/3)



- 首先枚举一组boolExpr和expr
 - 对于expr,记录所覆盖的example
 - 基于boolExpr,记录将example分成的两个组
 - 从小到大枚举,按概率枚举或者用专门的算法产生
- 假设枚举到x, y, 1三个表达式和x=3, x<y两个条件

x	У	ret	covering	boolExpr	
			expr	x=3	x <y< th=""></y<>
1	2	2	у	false	true
3	3	3	х,у	true	false
5	2	5	X	false	false

基本流程(2/3)



- 选择覆盖所有例子的expr集合
 - 选择标准: 限制expr大小的最大值、控制总大小等
- 在这里选择x和y

X	У	ret	covering	boolExpr	
			expr	x=3	x <y< th=""></y<>
1	2	2	у	false	true
3	3	3	х,у	true	false
5	2	5	X	false	false

基本流程(3/3)



- 用决策树算法选择boolExpr构造最终程序
 - 选择boolExpr对example分类,让每个分类都能被一个所选expr 覆盖
 - 选择标准: 减少信息熵,或者控制总大小
- 选择x<y可以把原来的example分成两类,第一类包含第一个example, 被x覆盖,第二类包含后两个example,被y覆盖
- 得到if(x<y) then x else y

X	У	ret	covering	boolExpr	
			expr	x=3	x <y< th=""></y<>
1	2	2	у	false	true
3	3	3	х,у	true	false
5	2	5	X	false	false

奥卡姆程序合成

- 如何使用较少样例就得到正确程序?
 - 奥卡姆剃刀原则: 如非必要, 勿增实体
 - 映射到程序合成: 合成尽量小的程序



- 奥卡姆程序合成: 高概率合成大小不超过最小程序多项式倍的程序
- 奥卡姆程序合成的用处
 - 提升CEGIS框架下的合成速度
 - 对于难以验证的规约,提供较高的概率错误保障





吉如一 北京大学博士生 奥卡姆程序合成 和PolyGen提出人

Eusolver/Euphony 不是奥卡姆程序合成



- Eusolver/Euphony控制了expr和boolExpr的大小,但 没有控制他们的数量
- Eusolver/Euphony从小到大枚举expr
 - 可能导致用大量的小expr来覆盖一组样例
- 传统决策树算法是为模糊分类设计,用在程序合成上可能生成大量无用boolExpr
 - 假设三个表达式a, b, c可以覆盖所有样例且没有重叠
 - 某个boolExpr可以把样例分成如下两类
 - 类1: 98个样例可以被a覆盖,1个样例被b覆盖,1个样例被c覆
 - 类2: 98个样例被b覆盖,1个样例被a覆盖,1个样例被c覆盖
 - 该条件有很好的信息熵增益
 - 但对生成程序几乎没有帮助,因为每类还需要继续区分三个表达式

PolyGen



- 通过迭代加深算法控制expr的个数
 - 从一个较小的expr个数上限开始,如果合成失败,则给上限增加一个常量
- 通过生成决策列表而不是决策树来控制boolExpr的个数
 - if boolExpr₁ then expr₁
 else if boolExpr₂ then expr₂
 else expr_n
- 在SyGuS的CLIA Track上, PolyGen的速度达到Eusolver和Euphony的6-15倍
- 详见PolyGen论文:
 - Ruyi Ji, Jingtao Xia, Yingfei Xiong, Zhenjiang Hu. Generalizable Synthesis Through Unification. OOPSLA'21: Object Oriented Programming Languages, Systems and Applications, October 2021.

参考资料



- Armando Solar-Lezama. Lecture Notes on Program Synthesis. https://people.csail.mit.edu/asolar/SynthesisCourse/TOC.htm
- Syntax-Guided Synthesis. R. Alur, R. Bodik, G. Juniwal, P. Madusudan, M. Martin, M. Raghothman, S. Seshia, R. Singh, A. Solar-Lezama, E. Torlak and A. Udupa. In 13th International Conference on Formal Methods in Computer-Aided Design, 2013.
- Sumit Gulwani, Oleksandr Polozov, Rishabh Singh: Program Synthesis. Foundations and Trends in Programming Languages 4(1-2): 1-119 (2017)
- Feng Y, Martins R, Bastani O, et al. Program Synthesis using Conflict-Driven Learning[J]. PLDI 2018.
- Ruyi Ji, Jingtao Xia, Yingfei Xiong, Zhenjiang Hu. Generalizable Synthesis Through Unification. OOPSLA'21: Object Oriented Programming Languages, Systems and Applications, October 2021.