



Input-Output Analysis (To be updated)

ILM

Zhenyu Zhao
(2024.09)

Statement

This is a note from the course Input-Output Analysis taught by Professor Qiuyang Hu at the School of Economics, Nankai University. Input-output analysis is widely used in Mathematical Political Economy and Industrial Economics, expressed using matrices and implemented using Excel. This note is divided into two parts: theoretical knowledge and computer operation. Textbook and related books are listed in the References section.

Contact

Errors in this note are my own. If you find any mistakes in the note or would like to discuss with me, please feel free to contact me via 2113133@mail.nankai.edu.cn.

PLEASE DO NOT DUPLICATE OR DISTRIBUTE WITHOUT ZHENYU ZHAO'S PERMISSION.

This note is written in Overleaf, an open-source online real-time collaborative \LaTeX editor.

Last updated, September 28, 2024



Contents

1	理论部分	5
1.1	投入产出表的结构	5
2	Excel 操作	7
2.1	部门合并矩阵	7
3	References	11



1. 理论部分

1.1 投入产出表的结构

我们对经济生活的研究总是从生产活动开始的：无论是新古典微观经济学中对厂商生产技术的考察，例如 Cobb-Douglas 生产函数：

$$y = f(\mathbf{x}) = A \prod_{i=1}^n x_i^{\beta_i}$$

还是数理政经里的线性生产理论：

$$(pa + pbl)(1 + r) = p$$

$$(ax + blx)(1 + g) = x$$

有了生产才有交换、流通、分配和消费等等话题。

而要从事生产，首先就要有一定的投入。在 Cobb-Douglas 生产函数中：

$$Y = f(K, L)$$

等式右边的资本和劳动是存量，而左边的产出是一个流量（如 GDP）；不考虑公司内部组织架构、公司治理等问题，整个企业的生产就像是一个黑匣子，有一定量的投入就有相应的产出。劳动或资本的幂刻画的是两种生产要素取得的报酬比例，由 Euler 定理：

$$Y = MPK \times K + MPL \times L$$

Leontief 在考虑投入-产出问题时，则将其分为了中间投入与初始投入、中间需求与最终需求。

我们首先来看投入端，尝试考察投入要素的差异并对其进行分类。新古典中生产过程的投入涵盖了劳动、资本、土地、企业家才能、数据等等要素，没有生产的具体过程，这里的资本主要是指机器、厂房、设备，类似固定资本，即在一次生产过程中不会被全部耗尽，机器设备的使用以折旧来处理。马克思则将生产划分成了对生产力与生产关系的考察，生产力分为了劳动者与生产资料，即劳动者使用劳动资料对劳动对象进行改造的过程；资本是流动的，不断循环周转，在时间上继起、空间上并存。

先不考虑斯拉法提出的用商品生产商品，单看一个农业生产过程：“春种一粒粟，秋收万颗子”，这就是一个简单的投入-产出，但仅仅有种子就够了吗？诗里还有一个重要的动词“种”，需要农民伯伯来完成这个动作，当然还需要锄头、镰刀这样的农具、包括现代化的农业机器设备等，而如何选种、机器如何使用需要专家或有经验的人指导；生长过程除了适宜的温度与土壤环境外，可能还需要适时的浇水、施肥、驱避虫害等等。

首先对上面提到的要素做一个分类，在西经和马经的对比中我们隐约感觉到，有的要素一次性被消耗而有的没有，例如劳动力、农具就是在生产过程中可重复使用的，而种子、化肥、技术服务在一次生产活动中完成了价值形式的转换，实体消失，进入到最终产品中。

再来对一次性的要素进行划分，根据《国民经济行业分类》：

第一产业是指农、林、牧、渔业。

第二产业是指采矿业，制造业，供应业，建筑业。

第三产业包括服务业，金融业等。

种子、化肥、技术服务刚好对应三大产业的产品。把这些完整消耗掉的产品称为中间品（或中间投入、中间消耗），把劳动力、资本品称为初始要素（或初始投入、初始消耗、增加值）。值得强调的是：初始投入（即劳动投入和资本投入）（产出）的价值不等于劳动力和资本品自身的价值——工人生产出的产品被资本家无偿占有，工人的剩余价值进入到产品当中，资本家出售商品完成价值增值的实现，即惊险的一跃，商品本身可能创造出更多的价值；劳动投入即劳动，李嘉图在内的古典经济学家没有对劳动和劳动力进行区分，直至马克思才将其作了阐释分别。所以第一产业（以种植业为例）的投入结构如图1.1

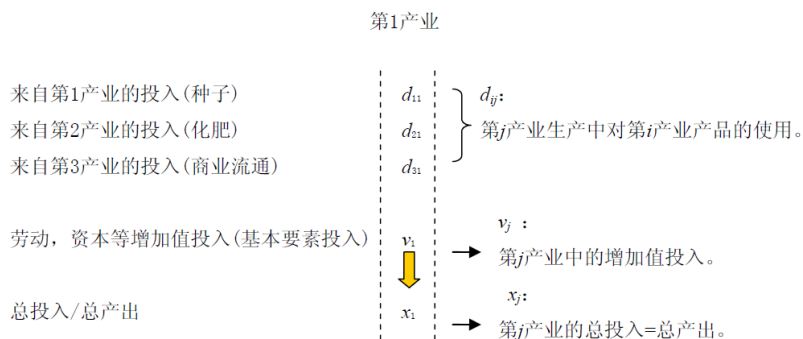


Figure 1.1: 第一产业的投入结构

2. Excel 操作

2.1 部门合并矩阵

在下表2.1中显示的年度投入产出基本流量表中有 17 个细分行业，在分析时通常需要将一些行业合并。

		3-20 2002年投入产出基本流量表(中间使用部分)																				
		按当年生产价格计算*																				
		单位: 万元																				
投入	产出	农 业	采掘业	食品制造业	纺织、缝纫及皮革产品制造业	其他制造业	电力、热力及燃气生产和供应业	化学工业	非金属材料及非金属矿物制品业	金属冶炼及加工业	机械制造业	建筑业	交通运输业	信息传输、计算机服务和软件业	批发和零售业	住宿和餐饮业	金融业	房地产业	其他服务业	中间使用合计	最终使用合计	
10	农 业	4658196	40042	4868193	1402918	7931416	19983	46879	6632670	44797	34820	111059	22862990	1316764	12693380	0	113678	1215546	163387352	89328		
11	采掘业	980425	3522633	578158	509729	893993	13643672	37394821	9642000	5614025	19883597	2442911	7023824	777986	497701	26722	432647	2049520	105956124	771		
12	食品制造业	1571740	24150	3951792	249942	116667	0	0	1661266	1202	0	345	246556	561187	33194503	9953	207554	2892178	61220905	2489		
13	纺织、缝纫及皮革产品制造业	213490	518175	288554	58077334	4460309	221071	89675	1466688	460004	561993	1894548	105879	619770	2028539	272666	578748	8853238	81509752	6498		
14	其他制造业	1614621	981172	3445872	2184545	31022391	331806	196809	3977155	2555284	8221507	7265983	10758040	1442646	7801290	1607616	6109044	17394380	107808842	2461		
15	电力、热力及燃气生产和供应业	3410329	6875985	1282378	2918722	4052305	1804967	10315588	3772869	10665427	6778944	4187503	2184595	4859462	7981055	2561837	3908991	7438015	2296			
16	化学工业	2814602	2673174	351415	465540	895110	3392373	3154049	721507	1757973	4066174	2221759	715492	18079791	2911058	262217	58000	3865678	42947136	412		
17	非金属材料及非金属矿物制品业	19248702	3577633	4769907	13670509	12591762	760084	1113519	8097215	3879191	4284500	30438266	10542468	1372514	3987849	333341	654988	18124775	20543221	4862		
18	金属冶炼及加工业	900994	717725	829573	327418	22486	180593	131072	1217592	4693308	3355112	3821777	3057793	258984	398625	85177	91321	1318824	52471743	995		
19	机械制造业	1162784	4127389	1287966	667973	5347287	752453	611561	3407253	3026136	7597577	62980221	4691547	832840	776468	146754	1850258	2057449	21877326	757		
20	建筑业	3944841	7306034	1268582	3296827	3875575	7732293	1769848	5381156	2940913	8342401	161357082	25951714	14442299	14273143	2651481	26818956	14587378	30559213	6166		
21	交通运输业	971113	140575	19528	66420	101527	77805	22243	119142	48880	118440	217570	338610	1961900	2304848	1115037	3697728	7555931	18414894	4481		
22	信息传输、计算机服务和软件业	6173180	1817728	3889687	3335444	4865707	3241727	2965138	7146430	3386468	8733136	11148933	1275813	1635613	6678045	2066993	244390	10999726	109254780	14151		
23	批发和零售业	7875970	3175937	7751173	8252567	8187931	3418921	2215739	9208771	3277284	9619176	20080503	14037234	4253101	12949236	2836347	6479816	17946337	141317694	6885		
24	住宿和餐饮业	1149441	2002090	3359790	4018055	2640751	709478	679107	4358877	1205262	3305064	11947121	14944249	3046130	14608221	7985246	8025661	1750394	91889828	2236		
25	金融业	4513873	1617782	1146339	1560369	1265900	274867	578037	2447272	1787178	1882277	5142121	2359743	7234546	11228554	4982466	7599118	5165942	65077284	5371		
26	房地产业	2870359	2232664	1026734	1414760	1071940	1508736	714243	2159017	713352	2250749	3713337	3694276	1404093	5008127	1212033	2504684	11825462	45525797	16667		
27	中间投入合计	111948276	43606928	99835951	117744730	90229653	42321867	83278848	187643500	38988086	161963370	333721140	215384929	75808409	121152599	26375747	71168199	147153749	1918718976	162717		
28	中间使用合计	133159666	25695941	12061768	17797707	9022096	3622128	20460171	9800149	22819739	42861651	3995990	30961105	49227189	11759179	23742412	113467466	59950499	114622113			
29	生产中间投入	5446504	6513463	16584323	8095462	8443995	8324572	3712362	1351240	4153542	10005060	2003279	2848851	6110560	40432480	1143905	11241913	7759542	174622113			
30	固定资本折旧	7649122	7116917	6419373	5010472	6067509	12057082	2295399	10376832	3699998	8632348	15039512	7021102	18405682	10030801	5736725	40344121	21524857	187405672			
31	营业盈余	20689338	3014142	9926401	9045278	16584488	12257855	1776516	13958406	18025262	10187700	27644510	17088026	14787536	22077709	26124360	28899654	17601702	267062693			
32	最终使用合计	166954661	59669663	44971367	386090238	48686700	42459404	11295104	58902648	19087251	51699048	110641762	65941888	70258883	121797419	46764149	102118121	16653318	1218589441	1218589441		
33	总收入合计	288787423	103187189	144807828	156854588	138916383	84781871	64483982	21572638	88045337	213685418	444322891	281326817	146064292	242918018	73139316	173306319	307907664	3316308917	3316308917		

Figure 2.1: 2002 年投入产出基本流量表(中间使用部分)

我们化繁为简，以三个部门/行业/产业为例，想要实现表2.2中三个部门合并成两个，可以直接使用 Excel 的加法功能实现，但问题是现实问题中部门较多，能否有一种一劳永逸的方法让我们在处理不同年份的数据时不用一行一列相加重复操作？

结合矩阵乘法和 Excel 的内置函数恰好能很好的解决这个问题（需要注意 Excel 的版本，早期版本可能无法实现矩阵乘法）。

如果直接选择两片区域用 * 号直接相乘是不能实现矩阵乘法的！需要用到 MMULT 函

数：在函数里选择数学和三角函数 (Maths & Trig)，找到 MMULT，其中参数 array1 选择一个矩阵，array2 选定右乘的矩阵，就可以得到相乘之后的矩阵。

如表2.3所示，记从左到右的矩阵依次为 P, A, B, Q, C ，则 $PA = B, BQ = C, PAQ = C$ ， C 即为合并后的目标矩阵，我们称 P, Q 为部门合并矩阵。

	1	2	3			1	2	3			1'(1+2)	2'(3)
1	1	1	1	1'(1+2)		2	2	2	1'(1+2)		4	2
2	1	1	1	2'(3)		1	1	1	2'(3)		2	1
3	1	1	1									

Figure 2.2: 三个部门合并为两个

1	1	0	1	1	1	2	2	2	1	0	4	2
0	0	1	1	1	1	1	1	1	1	0	2	1
	P			A		B			Q		C	

Figure 2.3: 矩阵乘法分步实现部门合并

原理其实很简单，我们知道：

- 非零矩阵乘单位阵都等于自身；
- 矩阵 A 左乘一个矩阵相当于对 A 做行变换；
- 矩阵 B 右乘一个矩阵相当于对 B 做列变换。

在单位阵的基础上考虑三种初等变换：

- 对换 $\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$ 相当于一二行互换 ($r_1 \mapsto r_1 \times 0 + r_2 \times 1, r_2 \mapsto r_2 \times 0 + r_1 \times 1$) / 一二列互换 ($c_1 \mapsto c_1 \times 0 + c_2 \times 1, c_2 \mapsto c_2 \times 0 + c_1 \times 1$)
- 倍乘 $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & k \end{pmatrix}$ 相当于第二行/列乘了 k 倍 ($r_2 \mapsto r_2 \times k / c_2 \mapsto c_2 \times k$)
- 倍加 $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ k & 1 \end{pmatrix}$ 相当于第一行乘了 k 倍加到第二行上 ($r_2 \mapsto r_2 + r_1 \times k$) / 第二列乘了 k 倍加到第一列上 ($c_1 \mapsto c_1 + c_2 \times k$)

表2.2从第一步到第二步，可以看作先左乘了方阵 $P' = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ ，得到 $\begin{pmatrix} 2 & 2 & 2 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$ ，

不需要第二行，去掉矩阵 P' 的第二行，实际左乘的矩阵 $P = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ ，得到 $\begin{pmatrix} 2 & 2 & 2 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$ 。

同理从第二步到第三步，可以看作先右乘了方阵 $Q' = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ ，得到 $\begin{pmatrix} 4 & 0 & 2 \\ 2 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ ，

不需要第二列，去掉矩阵 Q' 的第二列，实际右乘的矩阵 $Q = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ ，得到 $\begin{pmatrix} 4 & 2 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$ 。

容易观察到矩阵 $P(P')$ 和矩阵 $Q(Q')$ 互为转置。

回到表2.1处的问题，部门合并矩阵就是下表2.4所示的矩阵（记为 P ）及其转置矩阵（记为 Q ）（Excel 粘贴时能实现行/列向量、矩阵的转置，或者使用 TRANSPOSE 函数），当我们拿到不同年份的表时就可以用矩阵乘法很快地解决这类问题。

	农业	矿业	轻工业	重工业	基础设施	其他第三产业
农 业	1	0	0	0	0	0
采掘业	0	1	0	0	0	0
食品制造业	0	0	1	0	0	0
纺织、缝纫及皮革产品制造业	0	0	1	0	0	0
其他制造业	0	0	1	0	0	0
电力、热力及水的生产和供应业	0	0	0	0	1	0
炼焦、煤气及石油加工业	0	0	0	0	1	0
化学工业	0	0	0	1	0	0
建筑材料及其他非金属矿物制品业	0	0	0	1	0	0
金属产品制造业	0	0	0	1	0	0
机械设备制造业	0	0	0	1	0	0
建筑业	0	0	0	0	1	0
运输邮电业	0	0	0	0	1	0
批发零售贸易、住宿和餐饮业	0	0	0	0	0	1
房地产业、租赁和商务服务业	0	0	0	0	0	1
金融保险业	0	0	0	0	0	1
其他服务业	0	0	0	0	0	1

Figure 2.4: 部门合并矩阵 P

	农业	采掘业	食品制造业	纺织、缝纫及皮革产品制造业	其他制造业	电力、热力及水的生产和供应业	炼焦、煤气及石油加工业	化学工业	建筑材料及其他非金属矿物制品业	金属产品制造业	机械设备制造业	建筑业	运输邮电业	批发零售贸易、住宿和餐饮业	房地产业、租赁和商务服务业	金融保险业	其他服务业
农业	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
矿业	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
轻工业	0	0	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
重工业	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0
基础设施相关产业	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0
其他第三产业	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1

Figure 2.5: 部门合并矩阵 Q

接下来我们应用部门合并矩阵 P 和 Q 对表2.1进行处理。运用分块矩阵的思维，表2.6中黄色部分需要将列合并（即右乘 P ），绿色部分需要将行合并（即左乘 Q ），而橙色部分既需要将行合并、又需要将列合并，可以使用函数的嵌套来完成（即在 array 处再使用一次矩阵相乘）：

$\text{MMULT}(\text{MMULT}(Q, \text{橙色部分}), P)$

等价于 $\text{MMULT}(Q, \text{MMULT}(\text{橙色部分}, P))$

Figure 2.6: 分块的投入产出基本流量表Figure 2.7: 合并的投入产出基本流量表

部门合并后的投入产出基本流量表如表2.7所示，剩余白色部分通过求和完成，标红的总投入合计与总产出合计应该相等。



3. References

- [1] 胡秋阳编著. 投入产出分析: 理论、应用和操作. 清华大学出版社.2019
- [2] 沃西里·里昂惕夫著. 投入产出经济学. 商务印书馆.2009