地面上有两个天线，座标分别是$\vec{x}_1$和$\vec{x}_2$，天空中有若干射电源，它们的方向的方向余弦分别是$\vec{n}_i$， 频谱分别是 $I_i(\nu)$, 问在两个天线上感应出的以频率f为中心，某个极小的带宽内的复数电压信号$V_1(f)$、 $V_2(f)$之间的相关运算的结果的$< V_1(f)conj(V_2(f)) >$的具体表达式

解答：

由 $E(V^2) \propto I(\vec{n},\nu)d\Omega$,$V \propto E(\vec{x},t) \propto I(\vec{n},\nu)^{1/2}d\Omega$ 得：

天线感应电压表达式：

$$V(\mathbf{n},t,\nu) = K \int I^{1/2}(\mathbf{n},f) e^{i2\pi\nu\left(t-\frac{\mathbf{n}\cdot\mathbf{x}}{c}\right)}\, d\nu\, d\Omega$$

其中：

- K 为比例系数
- $I(\mathbf{n},f)$ 是方向 $\mathbf{n}$ 的强度
- $\mathbf{x}$ 为天线位置

当$\Delta\nu \to 0$即以f为频率中心的感应电压可以简化为：

$$V(\mathbf{n},f) = K\sqrt{\Delta\nu} \int I^{1/2}(\mathbf{n},f) e^{i2\pi f\left(t-\frac{\mathbf{n}\cdot\mathbf{x}}{c}\right)}\, d\Omega$$

其中$\sqrt{\Delta\nu}$ 源于频带积分

假定信号同时到达$\delta t \to 0$,V_1, V_2的互相关为：

$$\langle V_1 V_2{}^* \rangle = K^2 \Delta\nu \iint \langle I^{1/2}(\mathbf{n},f) I^{1/2}(\mathbf{n}',f) \rangle e^{i2\pi\frac{(\mathbf{n}\cdot\mathbf{x}_1 - \mathbf{n}'\cdot\mathbf{x}_2)}{\lambda}} d\Omega d\Omega'$$

其中 $\lambda = c/f$

由于不同方向源不相关则有：

$$\langle I^{1/2}(\mathbf{n}) I^{1/2}(\mathbf{n}') \rangle = I(\mathbf{n})\delta(\mathbf{n}-\mathbf{n}')$$

积分简化为：

$$\langle V_1 V_2{}^* \rangle = K^2 \Delta\nu \int I(\mathbf{n}) e^{-i2\pi\frac{\mathbf{n}\cdot(\mathbf{x}_2-\mathbf{x}_1)}{\lambda}} d\Omega$$

定义基线矢量 $\mathbf{b} = \mathbf{x}_2 - \mathbf{x}_1$，最终结果为：

$$\langle V_1 V_2{}^* \rangle = K^2 \Delta\nu \int I(\mathbf{n}) e^{-i2\pi\frac{\mathbf{n}\cdot\mathbf{b}}{\lambda}} d\Omega$$

```
In [ ]:
```