

耦合矩阵/张量分解及其应用

汇报人：王秀林，xiulin.wang@foxmail.com

■ 教育经历

- 本科：2008.09-2012.06，通信工程，山东大学（威海）
- 硕士：2012.09-2015.06，信号与信息处理，大连理工大学
- 博士：2017.08-2020.12，软件与通信工程，芬兰于韦斯屈莱大学

Thesis title: Coupled nonnegative matrix/tensor factorization in brain imaging data

■ 研究兴趣

- 矩阵/张量分解、耦合矩阵/张量分解
- 数值优化、信号处理、机器学习
- 盲源分离、联合盲源分离等

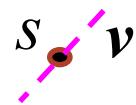
■ 研究背景

- 基本数学概念
- 标量, scalar

s 

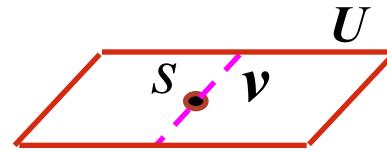
■ 研究背景

- 基本数学概念
- 标量, scalar
- 向量, vector



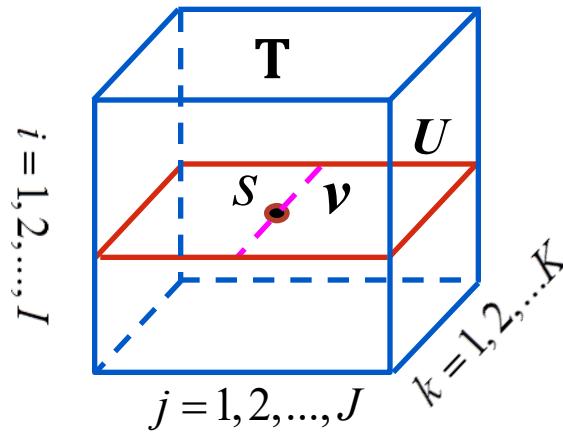
■ 研究背景

- 基本数学概念
- 标量, scalar
- 向量, vector
- 矩阵, matrix



■ 研究背景

- 基本数学概念
- 标量, scalar
- 向量, vector
- 矩阵, matrix
- 张量, tensor
 - 多维/多线性数组
 - 是数据在高维度的一种表示方法
 - 阶数: 维数或者模的数量



■ 研究背景

■ 矩阵分解方法

- 独立成分分析 (independent component analysis, ICA)
- 主成分分析 (principal component analysis, PCA)
- 稀疏成分分析 (sparse component analysis, SCA)
- 非负矩阵分解 (nonnegative matrix factorization, NMF)

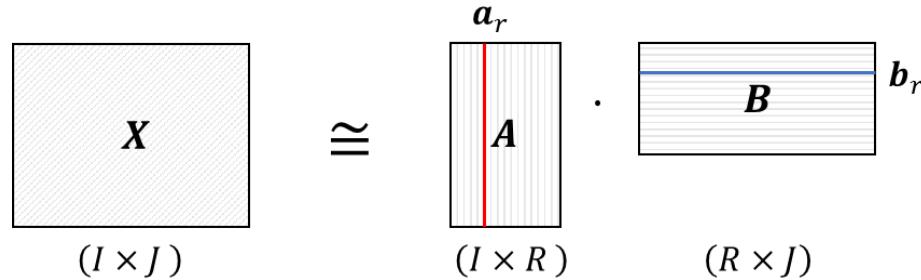


图 1 矩阵分解示意图

■ 研究背景

■ 张量分解方法

- CP 模型
- Tucker 模型
- LL1模型
- 张量环模型

■ 研究背景

■ 张量分解

- CP 模型
- Tucker 模型
- LL1模型
- 张量环模型

$$\begin{aligned} \mathcal{X} &\cong \sum_{r=1}^R d_r \mathbf{a}_r \circ \mathbf{b}_r \circ \mathbf{c}_r \\ &= [\![\mathbf{D}; \mathbf{A}, \mathbf{B}, \mathbf{C}]\!] \end{aligned}$$

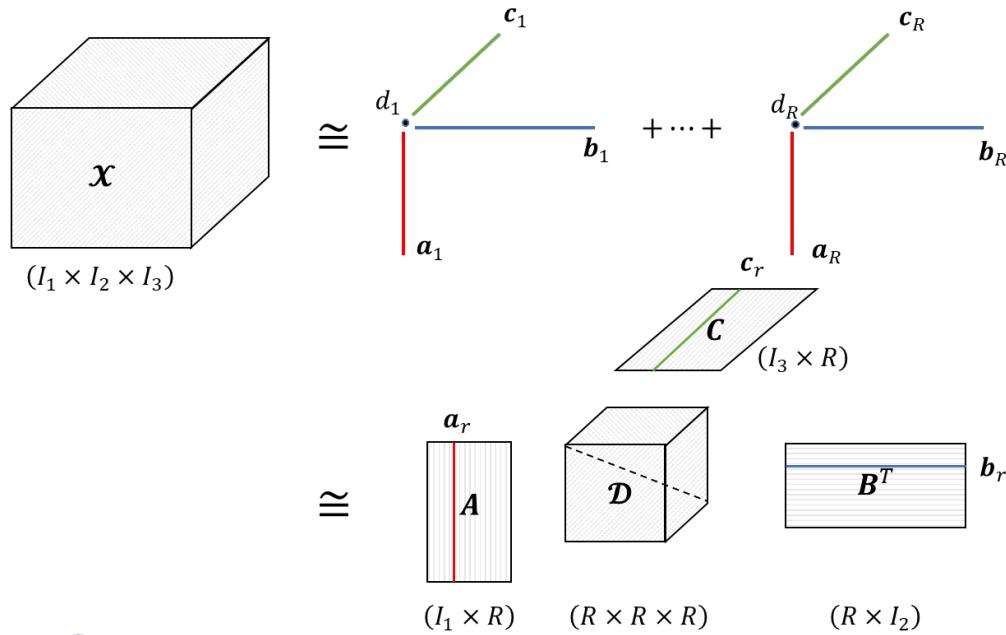


图 2 基于 CP 模型的张量分解示意图

■ 研究背景

■ 张量分解

- CP 模型
- Tucker 模型
- LL1模型
- 张量环模型

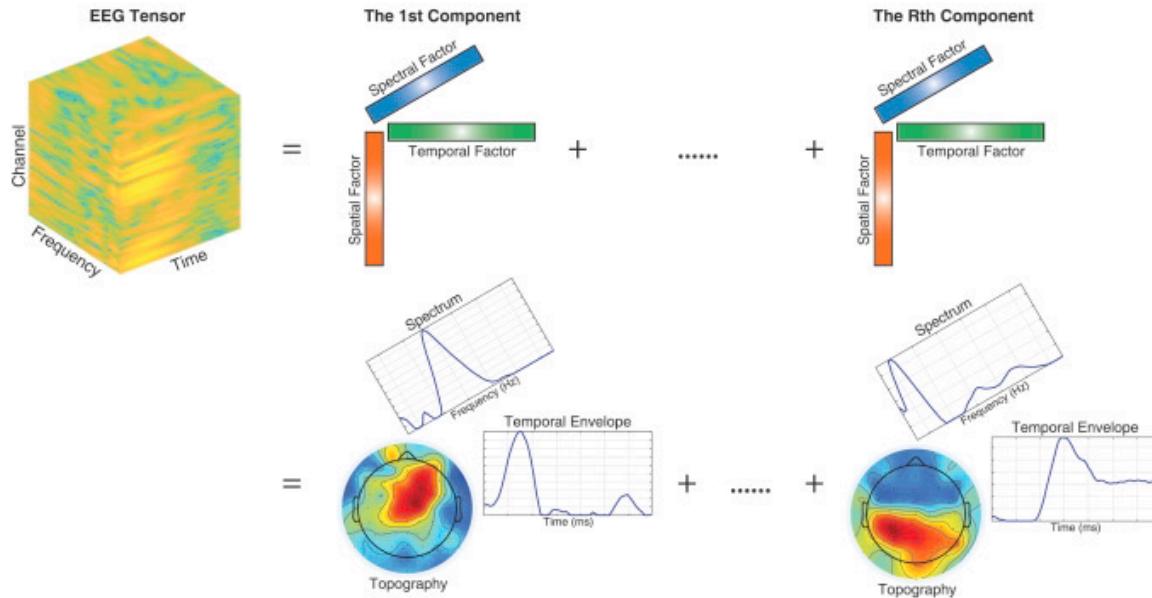


图 3 三阶EEG数据的CP分解结果示意图 (Wang et al., 2008)

■ 研究背景

■ 多集合数据特点

- * 高阶/高维度
- * 多被试/多模态
- * 多重耦合

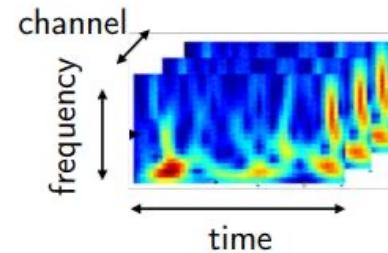


图 4 EEG 张量数据

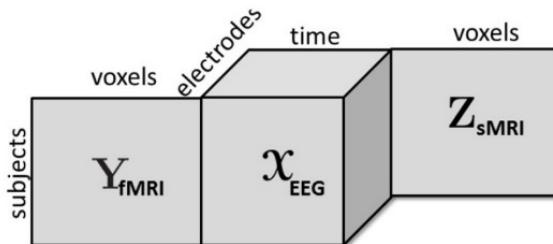


图 5 基于被试维度耦合的多频道 EEG 张量数据与 fMRI 和 sMRI 矩阵数据 (Acar et al., 2019)

■ 传统方法

- 矩阵分解方法：group ICA、IVA、MCCA 及其变形

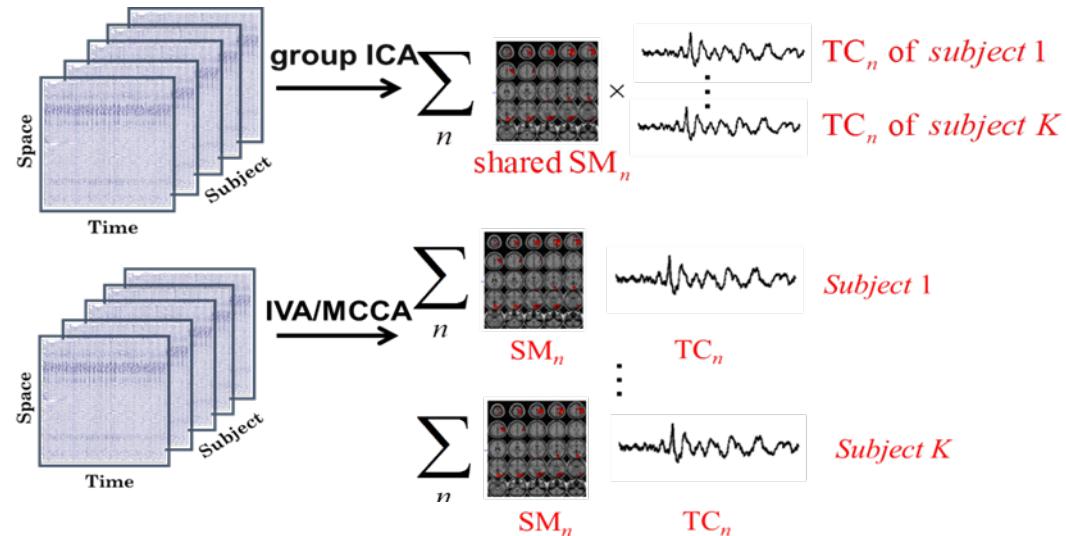


图 6-1 多被试fMRI数据的联合分析

SM: 空间序列

TC: 时间序列

矩阵分解：
独立性假设
丢失高阶结构信息
无法有效保证惟一性

- 传统方法
- 张量分解方法：基于CP和Tucker模型

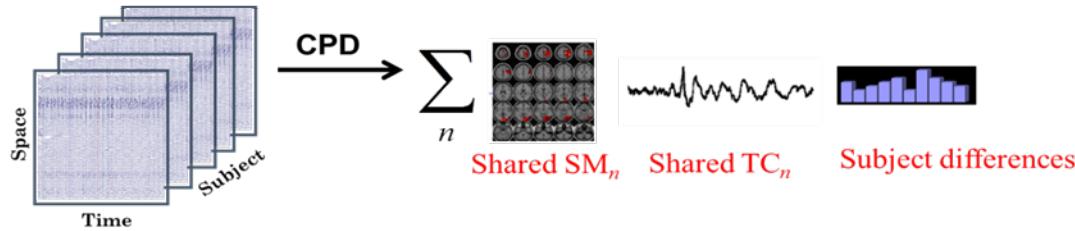


图 6-2 多被试fMRI数据的联合分析

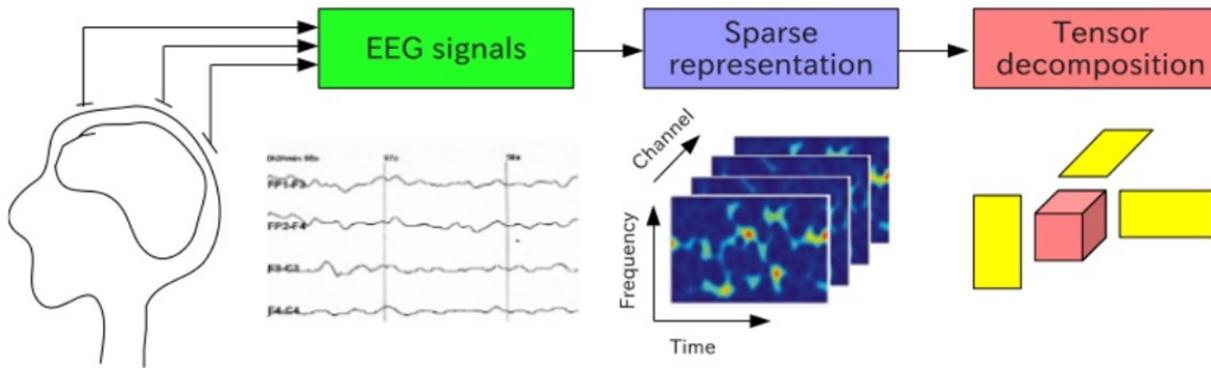


图 7 单被试EEG数据的张量分析

张量分解：
信息一致、约束太强
无法同时考虑被试之间的
的共同特征以及被试
内部的个体特征

- 传统方法
- 张量分解方法：基于CP和Tucker模型

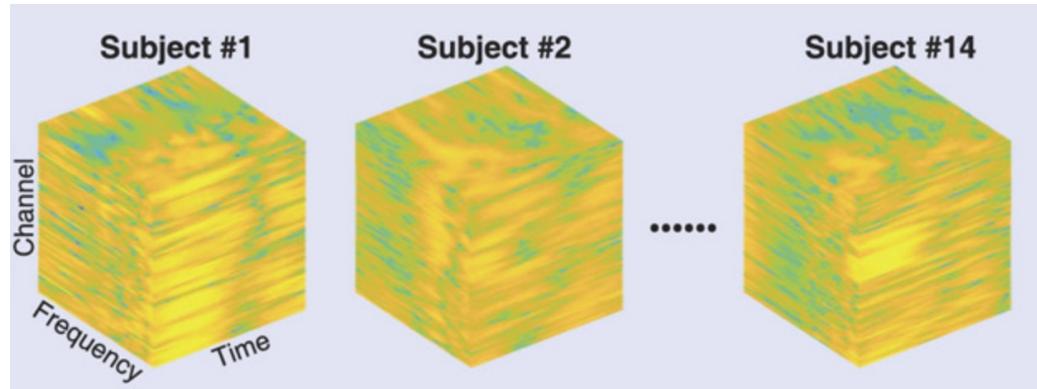
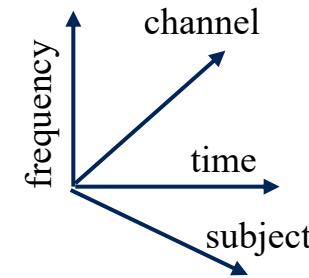


图8 四阶 ongoingEEG 数据 (Wang et al., 2018)



张量分解：
信息一致、约束太强
无法同时考虑被试之间的
的共同特征以及被试
内部的个体特征

- 传统方法
- 张量分解方法：基于CP和Tucker模型

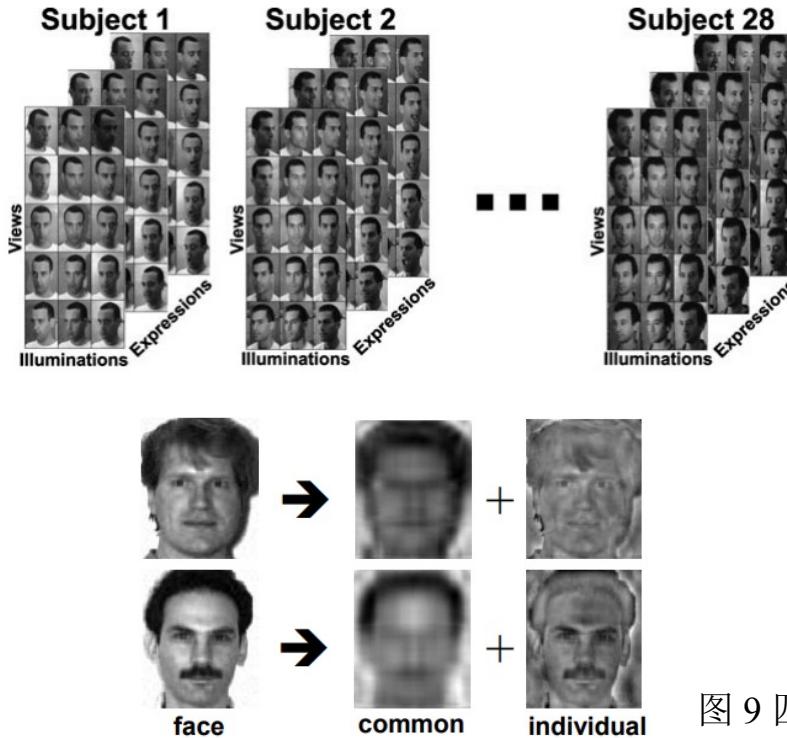


图 9 四阶人脸图像张量数据（Mørup et al., 2011）

张量分解：
信息一致、约束太强
无法同时考虑被试之间的
共同特征以及被试
内部的个体特征

■ 新方法：耦合矩阵/张量分解

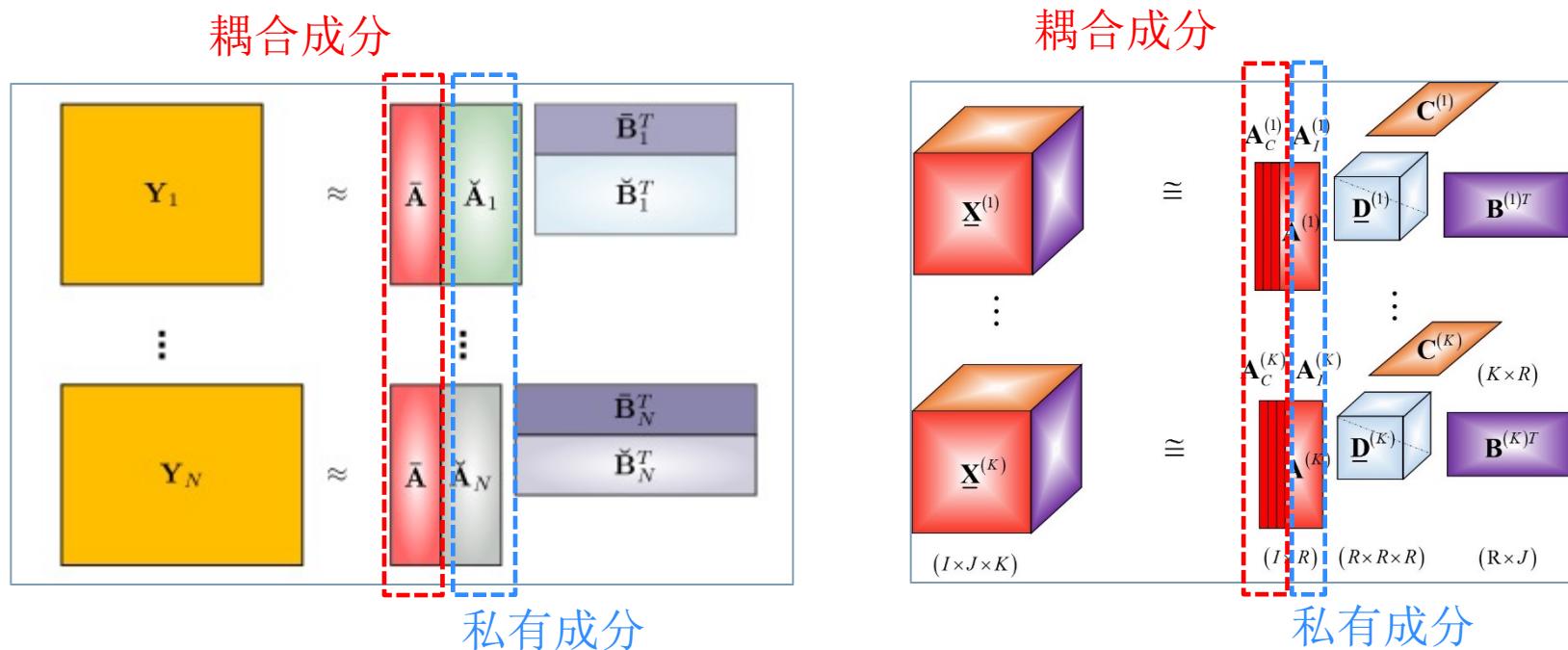


图 10 耦合矩阵/张量分解示意图

- **耦合成分**: 对应数据之间共享或者高度相关的成分信息
- **私有成分**: 对应数据内部的私有成分信息

■ 耦合矩阵/张量分解优势

- 可以看作是矩阵/张量分解在处理多集合数据上的拓展工作，为数据的联合分析提供了很自然的框架。
- 能够同时考虑数据之间的的差异性与相似性
- 在保持原有数据结构的基础上能够挖掘数据内部的潜在结构以及数据之间的相互信息。
- 能够充分利用数据之间的耦合先验信息，进而能够为数据分解提供更加准确稳定的解决方案。
- 张量分解能够提高运算准确性和结果惟一性，同时能够规避ICA等方法中的独立约束

■ 研究成果

- 耦合张量分解的模型泛化
- 耦合张量分解的快速算法实现
- 基于耦合张量分解算法驱动的脑电数据的组分析
- 基于耦合张量分解的脑连接分析
- 组非负矩阵分解的稀疏正则化算法

1. 基于耦合张量分解算法的 ongoing EEG 数据的组分析

- 连续脑电/ongoing EEG：比如视频、听音乐、运动和游戏等。
- 存在问题（数据上）：
 1. 高维度/高阶数据形式 (时间/空间/频率/被试)
 2. 非负性 (时频表示)
 3. 耗时巨大(因 1 和 2)
 4. 不完全耦合 (时间空间部分耦合)
- 存在问题（方法上）：现有方法在提取由刺激引发的大脑活动时，
 1. 无法有效利用数据的高阶结构 (ICA等矩阵分解方法)
 2. 无法同时考虑被试之间的共同特征以及被试内部的个体特征 (传统张量分解)



1. 基于耦合张量分解算法的 ongoing EEG 数据的组分析

- **解决方案：**为了挖掘刺激与脑部活动之间的稳定可靠连接，提出了一种基于快速双耦合非负张量分解算法（fast double-coupled nonnegative tensor decomposition, FDC-NTD）的综合框架。
- 该框架主要分为 7 个步骤：数据获取与预处理；数据张量表示；音乐特征提取；FDC-NTD 算法执行；相关分析；层次聚类；感兴趣簇选择。

Xiulin Wang, Wenya Liu, Petri Toiviainen, Tapani Ristaniemi, and Fengyu Cong. "Group analysis of ongoing EEG data based on fast double-coupled nonnegative tensor decomposition." Journal of neuroscience methods, 2020

1. 基于耦合张量分解算法的 ongoing EEG 数据的组分析

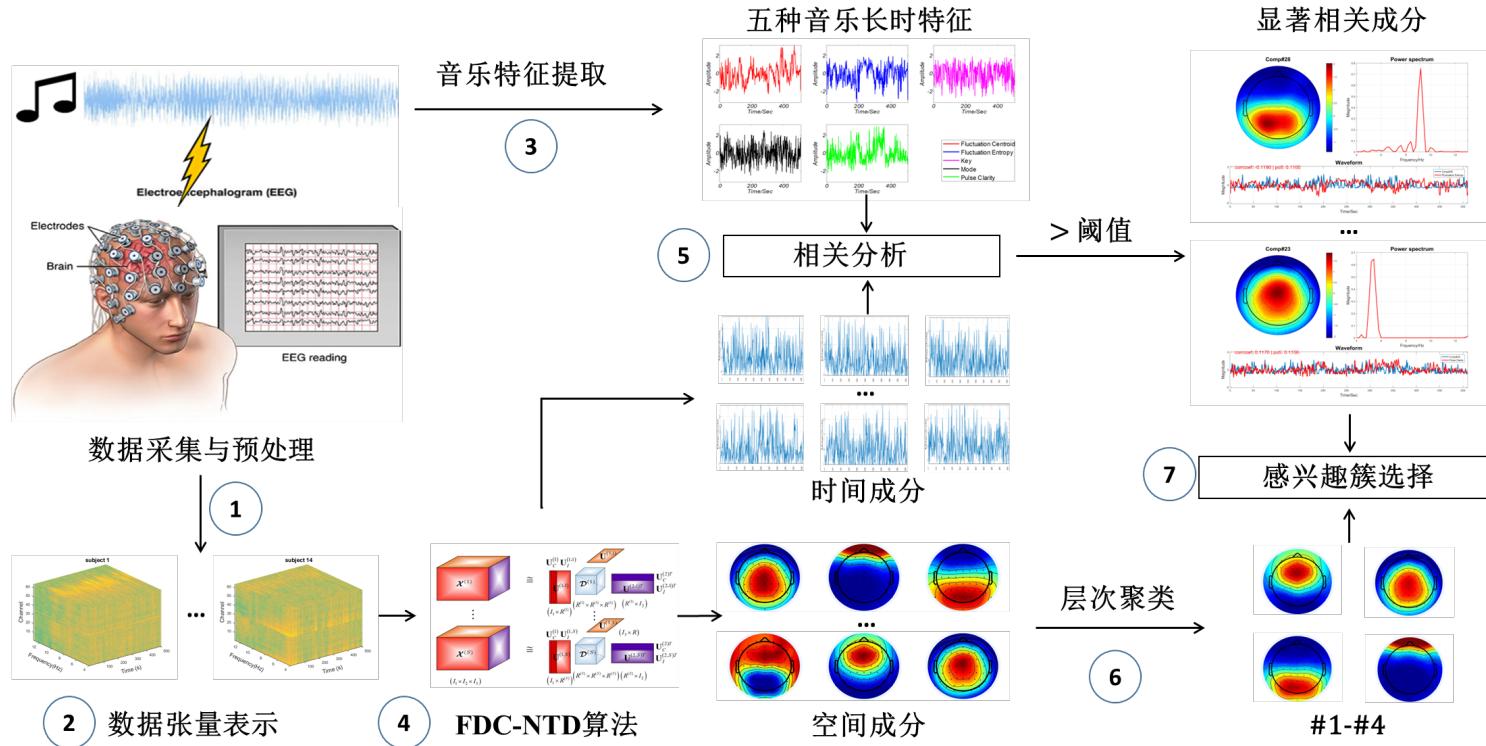


图 11 基于 FDC-NTD 算法的ongoing EEG 数据分析综合框架

■ 为什么双耦合？

在ongoing EEG数据的预处理中，发现被试之间部分空间以及频率成分相关性非常高，而被试之间时间成分相关性几乎不存在。（ps. 频率成分的稀疏性导致其相关性图示不明显）

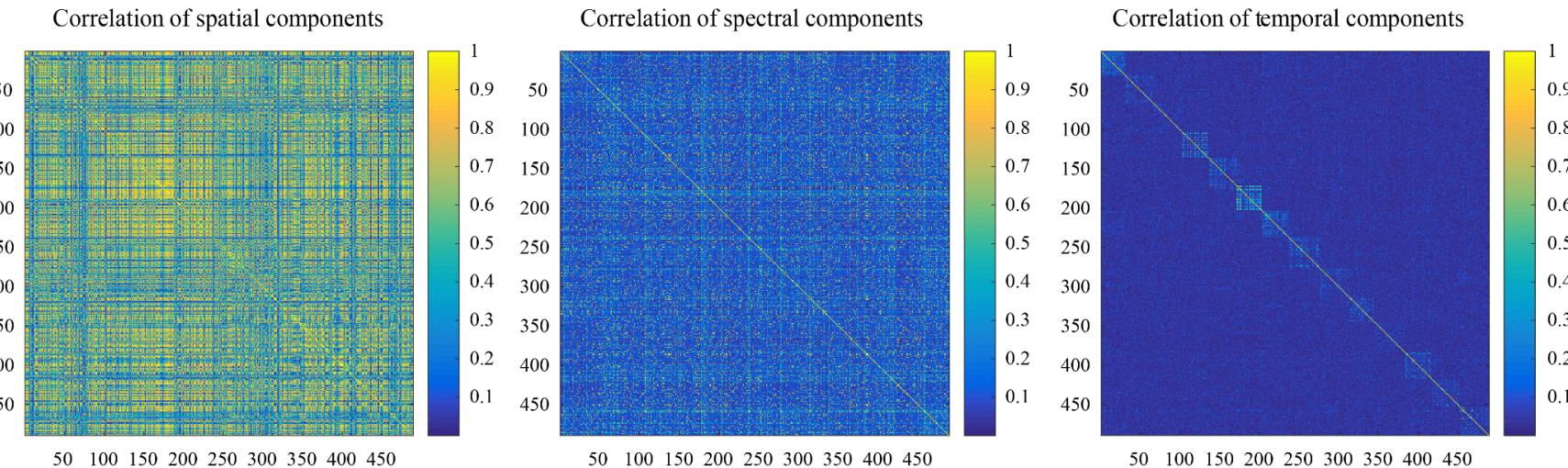


图 12 关于空间，频率和时间分量在受试者之间以及内部的相关性图示。通过传统张量分解对14个被试的ongoing EEG张量数据依次进行分解，将得到的空间（频谱或时间）分量拼接在一起计算相关系数

■ 数据描述[6]

- 被试：年龄在 20 到 46 岁的 14 名被试，均为右利手，健康且没有专业音乐背景
- 音乐刺激：8.5分钟的现代探戈（Piazzolla）
- 64个通道，BioSemi 生物活性电极帽
- 采样率为2048 Hz，降采样至256Hz。
- 截止频率为1 Hz 和 30 Hz 的高通和低通滤波器
- 时频表示：短时傅里叶变换
- 工具：EEGLAB 和 MATLAB
- 14个张量/被试数据，尺寸为 $64 \times 46 \times 510$ ，其中 64 个通道，46 个频点-4~13Hz 以及 510 个时间采样点

[6] F. Cong et al., “Linking brain responses to naturalistic music through analysis of ongoing EEG and stimulus features,” IEEE Trans. Multimed., vol. 15, no. 5, pp. 1060–1069, 2013.

■ 主要结果分析

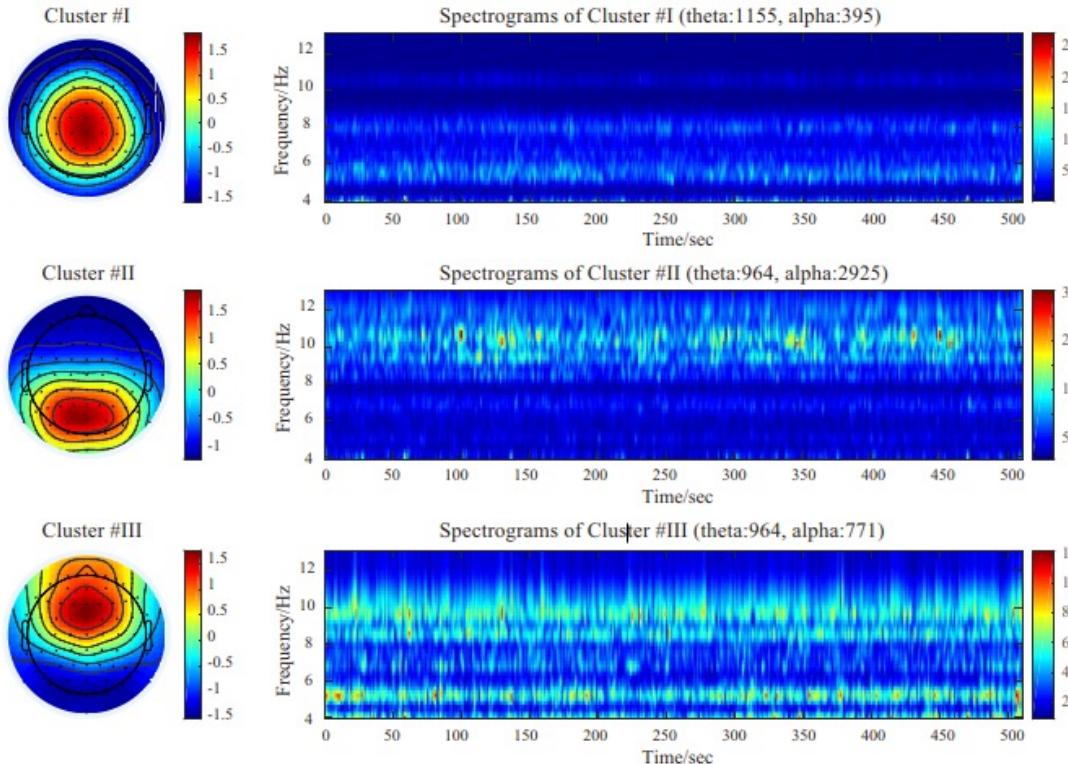


图 13 基于FDC-NTD算法的ongoing EEG数据分析结果

对于音乐激发的脑部活动，除了位于**中心区域**明显的**theta波振荡**以及**枕叶区域**显著的**alpha波振荡**外，还发现了位于**额叶区域****4-11Hz**的频率振荡

该研究通过提供一种如何使用耦合张量分解来分离由刺激引发的大脑共同活动的解决方案，为多被试水平上 ongoing EEG数据的处理和分析提供了新的思路。

2. 基于耦合张量分解的脑连接分析

- 数据描述
- 采集自20名重度抑郁症患者（major depression disorder, MDD）和19名健康被试（health control, HC）的 ongoing EEG 数据

HC 组:

被试数: 19
通道数: 64
采样点: 128540

MDD 组:

被试数: 20
通道数: 64
采样点: 128540

刺激:

现代探戈 (Astor Piazzolla)
时长: 8.5分钟
时间窗: 3*256

预处理:

- 降采样 2048Hz -> 256Hz
- 去除 50Hz 工频干扰
- ICA去眼动伪迹等
- 滤波: 1-30Hz

音乐特征提取:

- 工具箱: MIRtoolbox
- 五个音乐特征: Mode, Key Clarity, Fluctuation Centroid, Fluctuation Entropy and Pulse Clarity

2. 基于耦合张量分解的脑连接分析

- 张量构建 对于每个被试: 时间 * 频率 * 脑连接: 500*59*2278

时间 :

$F_s = 256;$

$WinLength_x = 3*F_s;$

$Overlap = 2*F_s;$

$NumWin = 500;$

频率:

$fL=1;$

$fH=30;$

$fb=0.5;$

$NumFre = 59;$

脑连接:

Method: PLI;

Matrix: 68*68;

Vector: 68*67/2;

$NumConn = 2278;$

- 方法: 基于耦合张量分解的框架 (低秩逼近+fHALS)
- 约束: 非负、频率和脑连接维度上施加部分耦合约束

Wenya Liu and Xiulin Wang et al., 2021. Identifying Oscillatory Hyperconnectivity and Hypoconnectivity networks in Major Depression Disorder during Music Perception Using Coupled Tensor Decomposition, submitted.

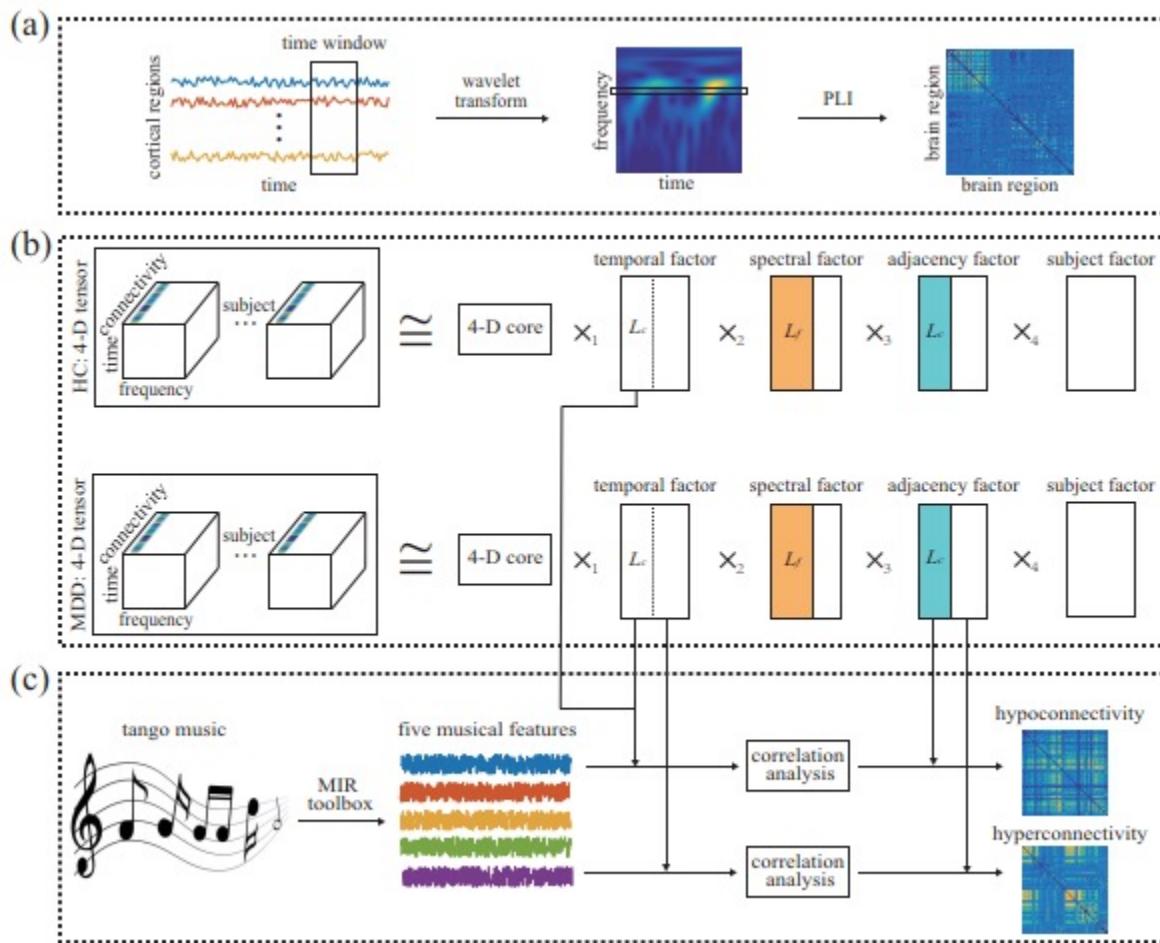


图 14 基于耦合张量分解的脑连接网络分析图解

- (a) 利用源定位、小波变换以及相位滞后指数构造邻接矩阵（时间窗、频率点）
- (b) 邻接张量（时间*频率*连接*被试）构造与分解，频率和脑连接维度上施加耦合约束
- (c) 超连通性和低连通性脑网络的识别提取：音乐调制-音乐特征提取和相关分析

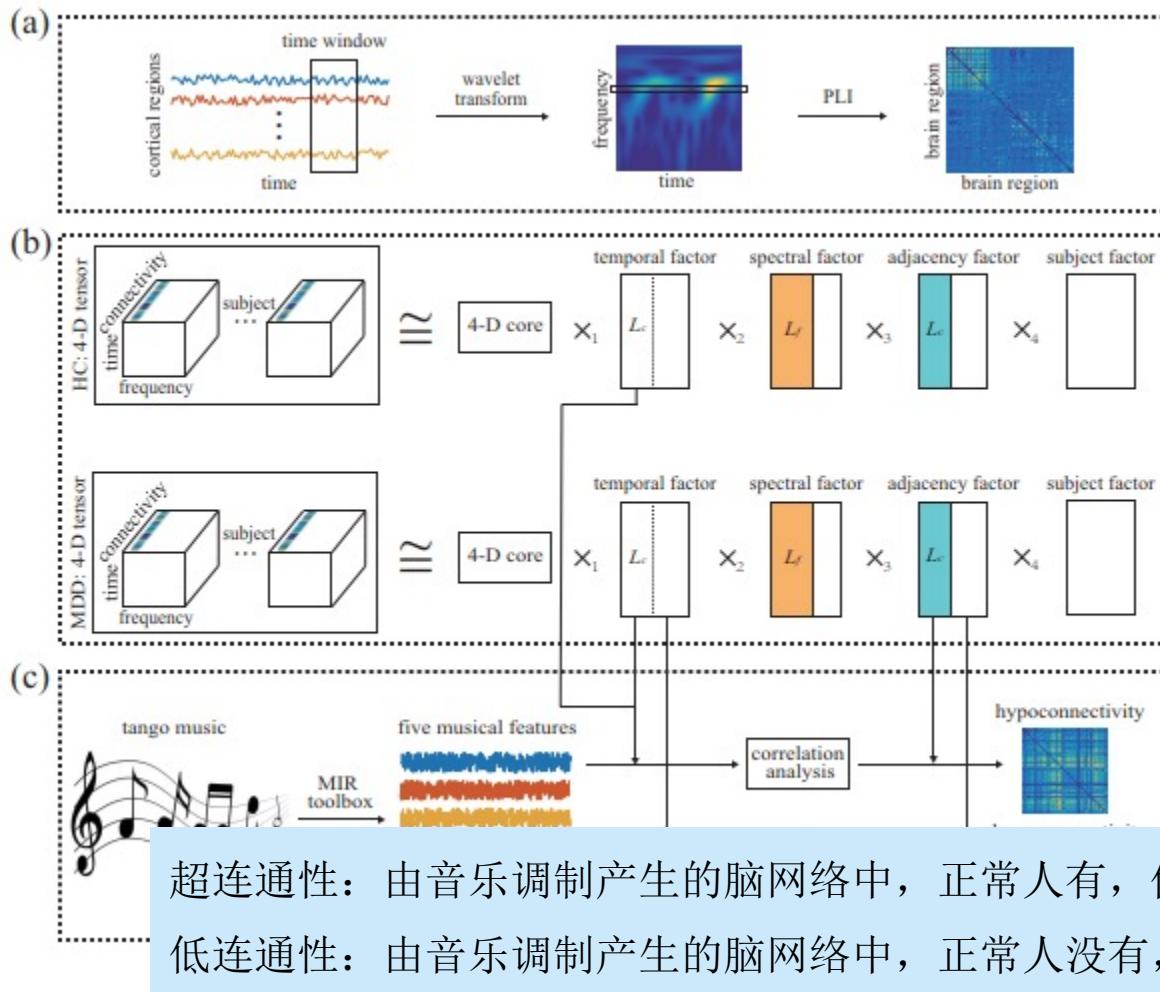


图 14 基于耦合张量分解的脑连接网络分析图解

- (a) 利用源定位、小波变换以及相位滞后指数构造邻接矩阵（时间窗、频率点）
- (b) 邻接张量（时间*频率*连接*被试）构造与分解，频率和脑连接维度上施加耦合约束
- (c) 超连通性和低连通性脑网络的识别提取：音乐调制-音乐特征提取和相关分析

2. 基于耦合张量分解的脑连接分析

- 结果：基于耦合张量分解的脑连接分析框架可以成功地识别3组振荡超连通性和3组低连通性网络，这可能为MDD患者的临床诊断和治疗提供新的生物标记。

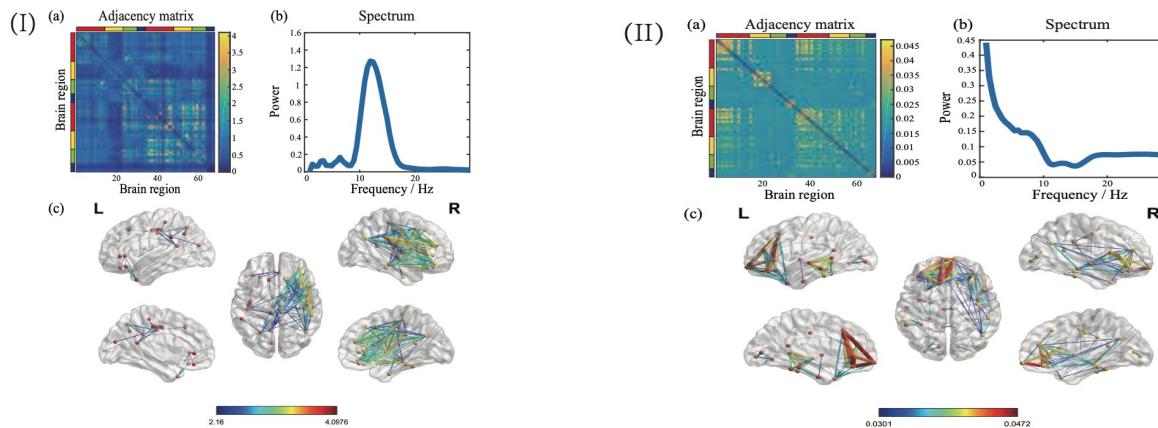


图 15 (I) 超连通性网络和 (II) 超连通性网络示例

3. 基于组非负矩阵分解的稀疏正则化算法

- 约束联合分析能够探索数据之间潜在联系以及提取有特定意义的隐藏成分
- 提出了一种约束联合盲源分离模型：GNMF-SR模型
- GNMF-SR模型结合组非负矩阵分解（group nonnegative matrix factorization, GNMF）和稀疏正则化（sparse regularization）
- GNMF-SR模型在同时提取相同以及个体模式的基础上，能够在特定潜在因子上施加非负约束以及稀疏惩罚项。
- 优化方法：采用交替方向乘子法（alternating direction method of multipliers, ADMM, S.Boyd et al., 2011）

[7] S. Boyd et al., “Distributed optimization and statistical learning via the alternating direction method of multipliers,” Foundations and Trends® in Machine learning, vol. 3, no. 1, pp. 1–122, 2011

■ 模拟合成fMRI数据

url: http://mlsp.umbc.edu/simulated_complex_fmri_data.html

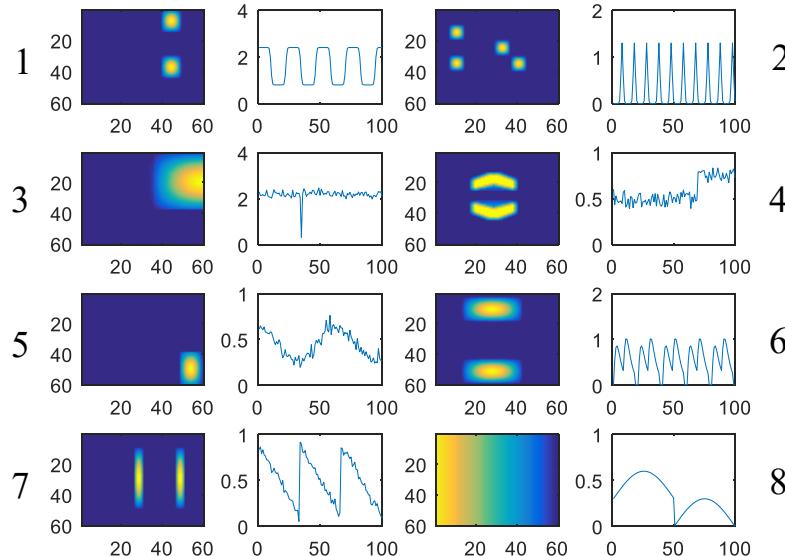


图 16 模拟fMRI数据的空间图 (SM: $60 \times 60 \times 8$) 及其相应的时程 (TC: 100×8) 的幅度; 第一三列为空间图, 第二四列为时程

■ 数据重组

重组规则: [1 2 5 6 7], [1 2 4], [1 2 4 5], [1 2 8], [1 2 3 5], [1 2 3 4]

6 组数据: $\mathbf{X}\{k\} = \mathbf{SM}\{k\} \times \mathbf{TC}\{k\}$, $k = 1, 2, \dots, 6$

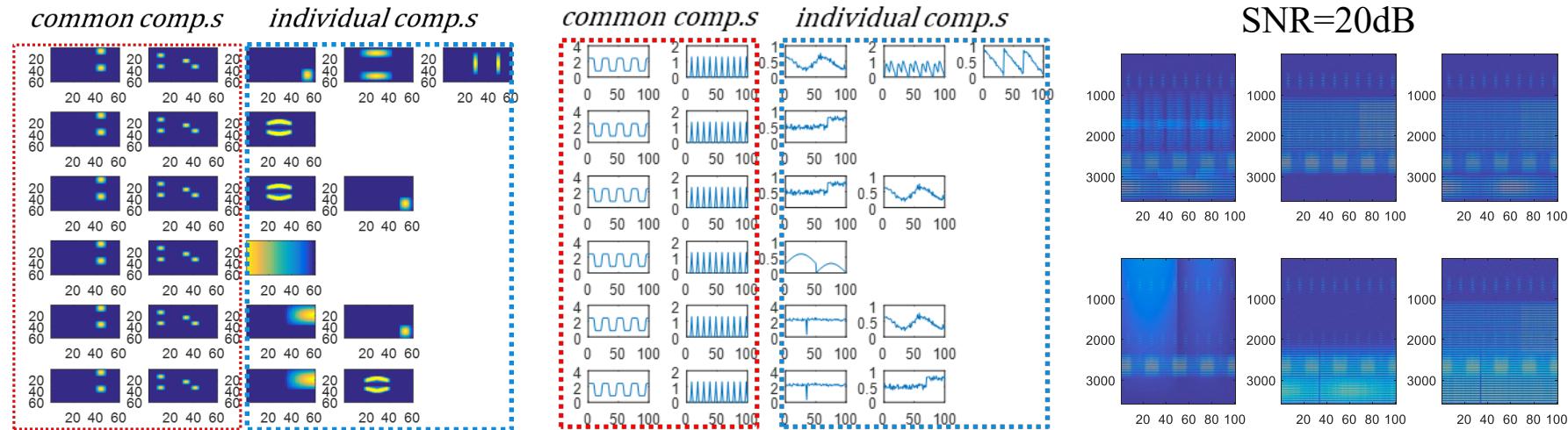


图 17 重组数据 (6 组) 的空间图, 时程图, 混合信号图

■ 参数设置

- 非负实数域（空间图以及时程的幅度）
- 成分数: $R = \{5, 3, 4, 2, 4, 4\}$, 耦合成份数: $L = 2$ or 0
- 信噪比: 20dB, 30 次独立运行
- 稀疏系数 β : 25 个值- [0 5]
- 优化方法: ADMM vs MU、APG、ALS 和 fHALS
- 评价指标: PSNR

$$PSNR = 10 \log_{10} \frac{T}{\|\hat{\mathbf{x}} - \mathbf{x}\|_2^2}.$$

Refs: MU-Lee et al.,1999; APG-Xu et al.,2013; ALS-Cichocki et al.,2009; fHALS-Cichocki et al.,2009; ADMM-Boyd et al.,2011;ISI-Gong et al.,2018; PSNR-Cichocki et al.,2009

■ 结果分析 1

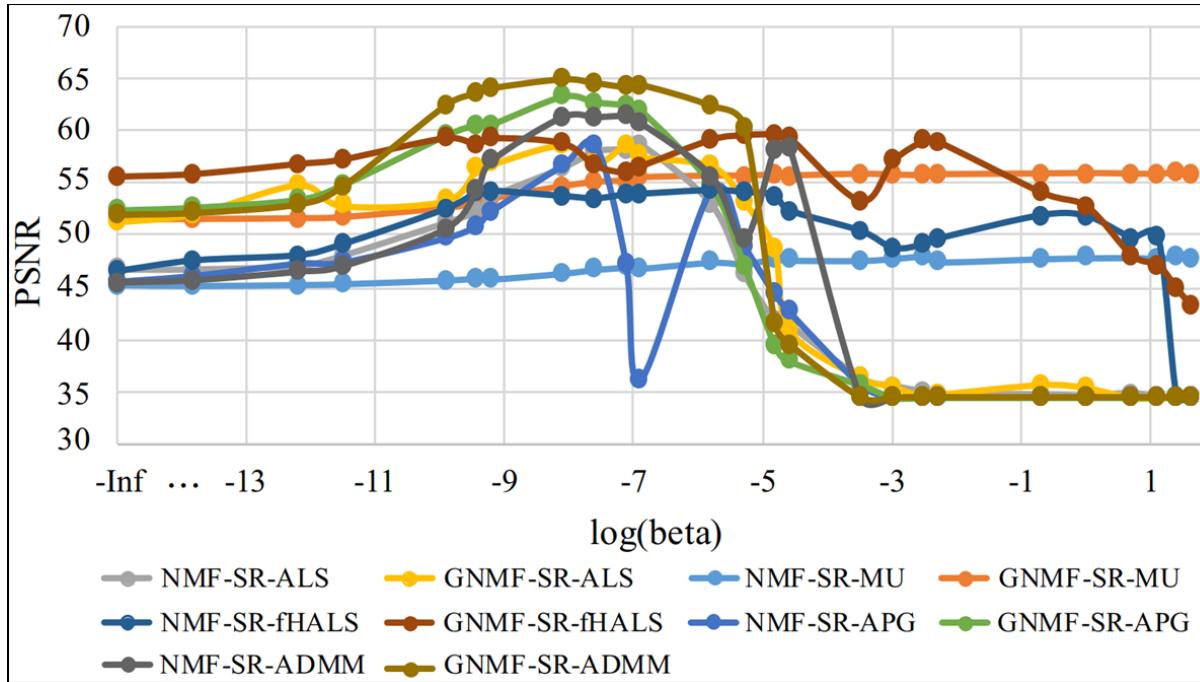


图 18 NMF-SR and GNMF-SR 模型下六组数据SM估计值的平均PSNR值

- 适当的稀疏惩罚/组约束都能够显著提高算法性能
- ADMM 算法性能最佳，APG算法次之，MU算法对选取的稀疏范围不太敏感

■ 结果分析 2

1. 稀疏约束可以有效去除异常值/阴影部分
2. GNMF类算法能够同时分离潜在的相同项以及私有项，并且相同项已调序。

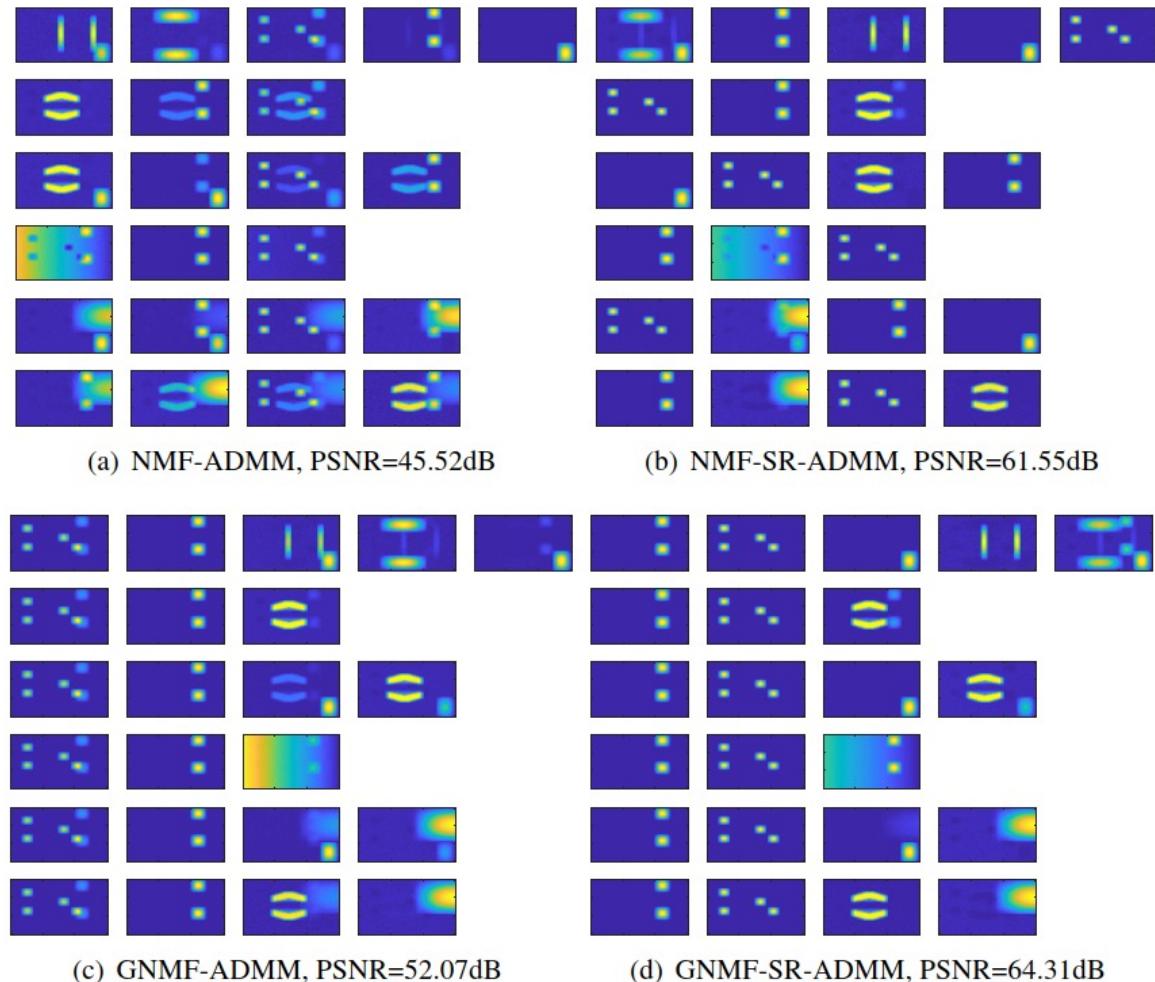
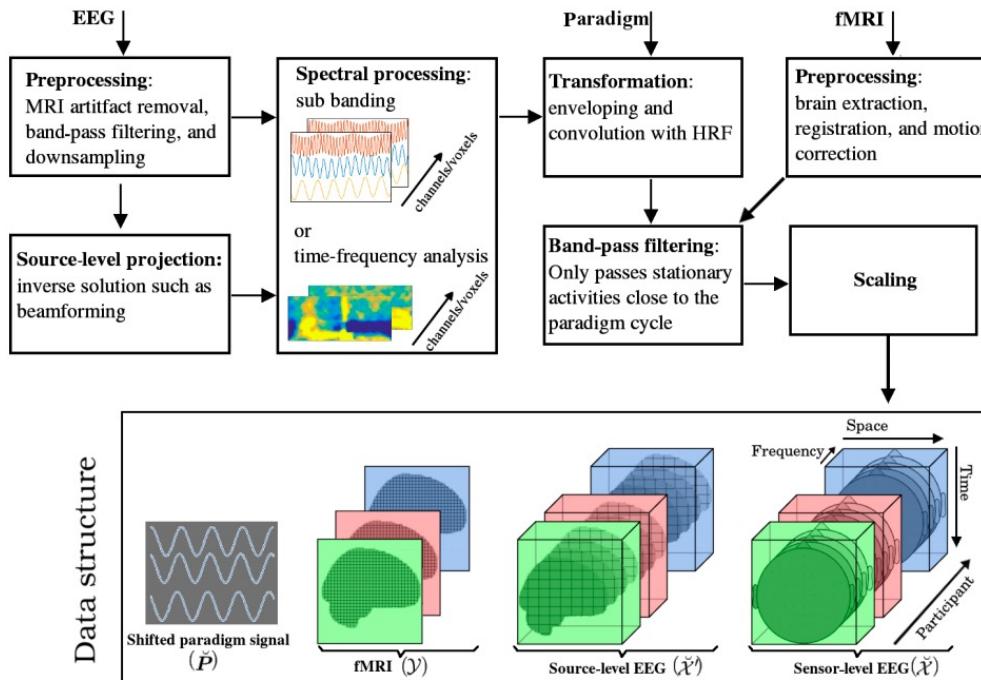


图19 四种模型下ADMM算法得到的SM估计图像及其PSNR值

■ 耦合矩阵/张量分解应用

- 数据融合
EEG&fMRI (Jonmohamadi et al., 2020), EEG&fMRI&sMRI (Acar et al., 2019), 代谢学 (Acar et al., 2015)
- 联合盲源分离 (Gong et al., 2018)
- 阵列信号处理 (Sørensen et al., 2015)
- 推荐系统 (Ioannidis et al., 2019)、分类 (Zhou et al., 2015)
- 深度学习 (Sun et al., 2020, Kaliyar et al., 2021)
- 图像 (Yokota et al., 2012)、视频处理 (Zdunek et al., 2019)

■ 其他应用 1 --- EEG&fMRI数据融合



(Jonmohamadi et al., 2020)

Jonmohamadi, Yaqub, et al. "Extraction of common task features in EEG-fMRI data using coupled tensor-tensor decomposition." Brain Topography 33.5 (2020): 636-650.

■ 其他应用 2 --- 视频序列建模 (video sequence modeling)

- 目标：在彩色视频序列中将移动的前景（旋转的雷达天线）与几乎静止的背景（雷达塔）分开。



(Zdunek et al., 2019)

■ 其他应用 2--- 视频序列建模 (video sequence modeling)

方法：耦合张量分解（无约束的），Fast HALS 优化

预处理：

1. 转化为 RGB 格式（分辨率：163*290）。
2. 选取 30 帧 代表一个完整的旋转（No. 1, 18 and 24 见下方）。
3. 生成耦合张量（30个）：尺寸为 163*290*3
4. 成分数目：50
5. 耦合成分数目：45



■ 其他应用 2--- 视频序列建模 (video sequence modeling)

结果：能够同时提取共有成分和私有成分，即静止的塔台和旋转的天线



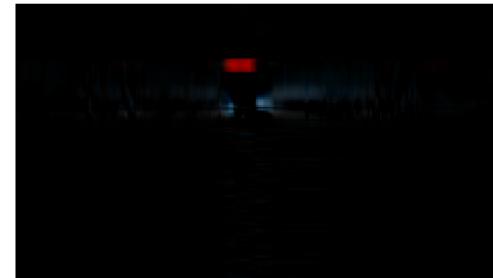
Common part



Individual part: frame-1



Individual part: frame-18



Individual part: frame-24

■ 后续工作设想

- 带有稀疏正则化的组矩阵分解算法在实际数据上的应用
- 带有稀疏正则化的组矩阵分解算法在张量领域的拓展工作。
- 耦合矩阵/张量分解算法在复数域的拓展工作
- 基于耦合张量分解的双模态乃至多模态数据的联合分析

■ 参考文献

- Acar, Evrim, et al. "Tensor-based fusion of EEG and fMRI to understand neurological changes in schizophrenia." 2017 IEEE International Symposium on Circuits and Systems (ISCAS)., 2017.
- Acar, Evrim, et al. "Data fusion in metabolomics using coupled matrix and tensor factorizations." Proceedings of the IEEE 103.9 (2015): 1602-1620.
- Acar, Evrim, et al. "Unraveling diagnostic biomarkers of schizophrenia through structure-revealing fusion of multi-modal neuroimaging data." Frontiers in neuroscience 13 (2019): 416.
- Chen, Xun, et al. "Joint blind source separation for neurophysiological data analysis: Multiset and multimodal methods." IEEE Signal Processing Magazine 33.3 (2016): 86-107.
- Gong, Xiao-Feng, et al. "Double coupled canonical polyadic decomposition for joint blind source separation." IEEE Transactions on Signal Processing 66.13 (2018): 3475-3490.
- Gong, Xiao-Feng, et al. "A jacobi generalized orthogonal joint diagonalization algorithm for joint blind source separation." IEEE Access 6 (2018): 38464-38474.
- Ioannidis, Vassilis N., et al. "Coupled graph and tensor factorization for recommender systems and community detection." IEEE Transactions on Knowledge and Data Engineering (2019).
- Jonmohamadi, Yaqub, et al. "Extraction of common task features in EEG-fMRI data using coupled tensor-tensor decomposition." Brain Topography 33.5 (2020): 636-650.
- Kaliyar, Rohit Kumar, et al. "DeepFakE: improving fake news detection using tensor decomposition-based deep neural network." The Journal of Supercomputing (2021): 1015-1037.

■ 参考文献

- Mørup, Morten. "Applications of tensor (multiway array) factorizations and decompositions in data mining." Wiley Interdisciplinary Reviews: Data Mining and Knowledge Discovery (2011): 24-40.
- Sun, Weize, et al. "Deep Convolutional Neural Network Compression via Coupled Tensor Decomposition." IEEE Journal of Selected Topics in Signal Processing (2020).
- Sørensen, Mikael, and Lieven De Lathauwer. "Coupled tensor decompositions for applications in array signal processing." 2013 5th IEEE International Workshop on Computational Advances in Multi-Sensor Adaptive Processing (CAMSAP). IEEE, 2013.
- Yokota, Tatsuya, Andrzej Cichocki, and Yukihiko Yamashita. "Linked PARAFAC/CP tensor decomposition and its fast implementation for multi-block tensor analysis." International Conference on Neural Information Processing. Springer, Berlin, Heidelberg, 2012.
- Zhou, Guoxu, et al. "Group component analysis for multiblock data: Common and individual feature extraction." IEEE transactions on neural networks and learning systems (2015): 2426-2439.
- Zdunek, Rafał et al. "Linked CP tensor decomposition algorithms for shared and individual feature extraction." Signal Processing: Image Communication 73 (2019): 37-52.

谢谢！ Q&A
请各位批评指正！