

A 题 光线汇聚

600 段长度为 1 的直线段的端点都顺次分布在一个半径为 300 的圆周上 (图-1), 照射到每个长度为 1 的直线段中点的平行光线经过这些直线段反射后都可以与 y 坐标轴相交。我们希望反射后这些交点能够汇聚到 y 轴的一个区间内, 或者一个点的附近。

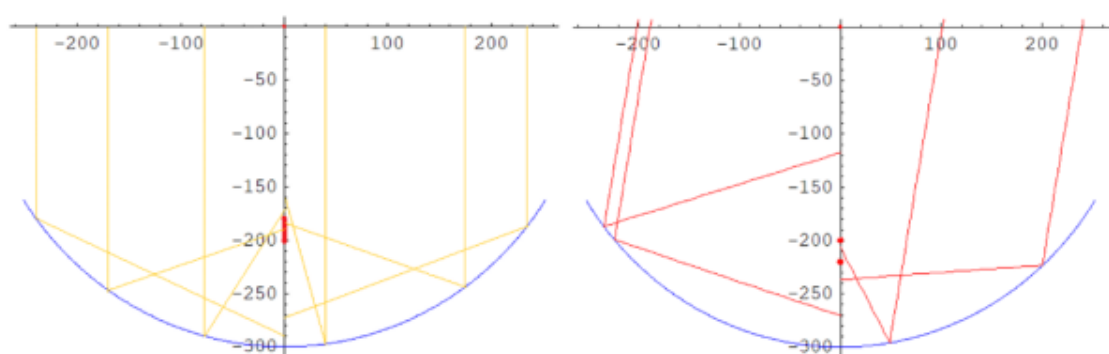


图-1 平行直射和斜射光线经过直线段中点反射示意图

(1) 当入射光线与 y 坐标轴平行时, 计算照射到每个线段中点的光线能反射到 y 轴上长度为 20 的区间 $[-200, -180]$ 内的数量。试上下移动这个长度为 20 的区间, 使得落在这个区间内的反射线数量最多。有无可能将半径为 300 的圆周调整为适当的曲线, 使得端点位于调整后曲线上的这 600 个直线段的中点反射的光线均落在 y 轴上某一点附近? 如果我们要求调整后这个曲线最高的两个端点的位置固定不变, 这些直线段端点所在的曲线应该怎么调整?

(2) 当入射光线与 y 轴夹角为 10 度时, 重新讨论问题(1)。

(3) 当入射光线与 y 坐标轴平行时, 计算照射到每条直线段各点的光线能反射到 y 轴上长度为 20 的区间 $[-170, -150]$ 内

的比例。有无可能将半径为 300 的圆周调整为适当的曲线，使得端点位于调整后曲线上的这 600 个直线段反射的光线均落在 y 轴上长度为 20 的区间 $[-170, -150]$ ？如果我们要求调整后曲线最高的两个端点的位置不变时，这些直线段端点所在的曲线应该怎么调整？

(4) 当入射光线与 y 轴夹角为 10 度时，重新讨论问题(3)。

(5) 将长度为 1 的直线段改为长度为 1 的某些曲线段、将半径为 300 的圆周改为适当的曲线，当长度为 1 的这些曲线段的端点顺次落在这条修改后的曲线上时能否提高光线汇聚的比例？对入射光线的不同角度，请给出半径为 300 的圆周的调整方案。

说明 1: “入射光线与 y 轴夹角为 10 度时”，可以改为“入射光线与 y 轴夹角在一个范围内变化时（如 0 到 30 度）”。

说明 2: 对半径为 300 的圆周曲线进行调整时，可以考虑 600 个曲线段每个端点调整前后的距离尽可能的小；也可以将开始的基准圆周改为某一条曲线，考虑当入射光线在某一个范围内变化时调整这一条曲线，而且使得每一个长度为 1 的曲线段的汇聚效果最好，且这 600 个曲线段端点调整前后的距离差尽可能小。