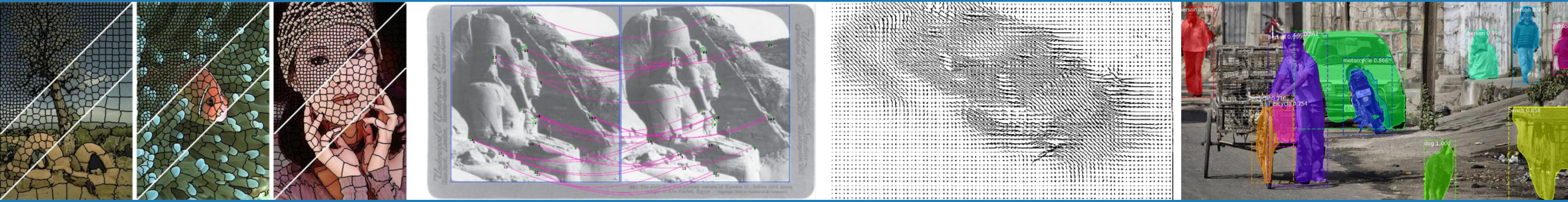
INSTITUTE FOR MACHINE LEARNING AND ANALYTICS



Computer Vision

Vorlesung 5: Morphologische Operation

Dr. Xiao Zhao

Elektrotechnik, Medizintechnik und Informatik

24. April 2025

Morphologische Bildbearbeitung

Morphologische Filter: Motivation

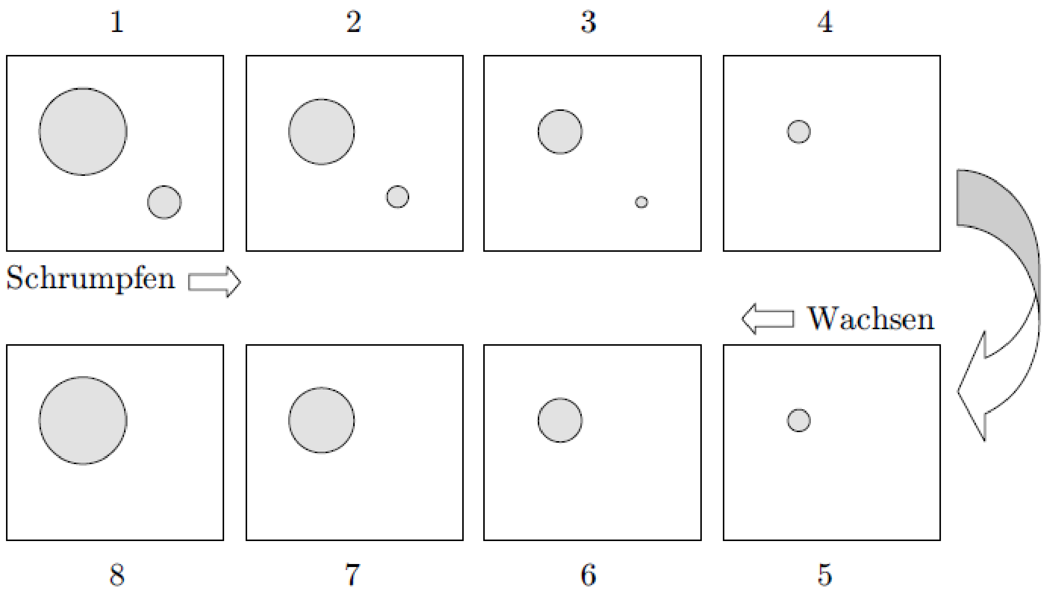
- Betrachten zuerst den **Medianfilter** (keine morphologische Filter):
  - Kleinere Strukturen (Punkte, dünne Linien) vollständig verschwinden
  - Größere Strukturen abrunden, z.b. Ecken
  - Das könnte nützlich sein, um Strukturen unterhalb einer bestimmten Größe aus dem Bild zu eliminieren

Medianfilter

(a) (b)

Morphologische Filter: Motivation

- **Ziel**: kleine Strukturen in einem Binärbild entfernen, ohne die größeren Strukturen dabei wesentlich zu verändern
- Median Filter ist anwendbar.
- **Andere Idee?** -> Schrumpfen und dann wachsen



Schrumpfen und dann wachsen

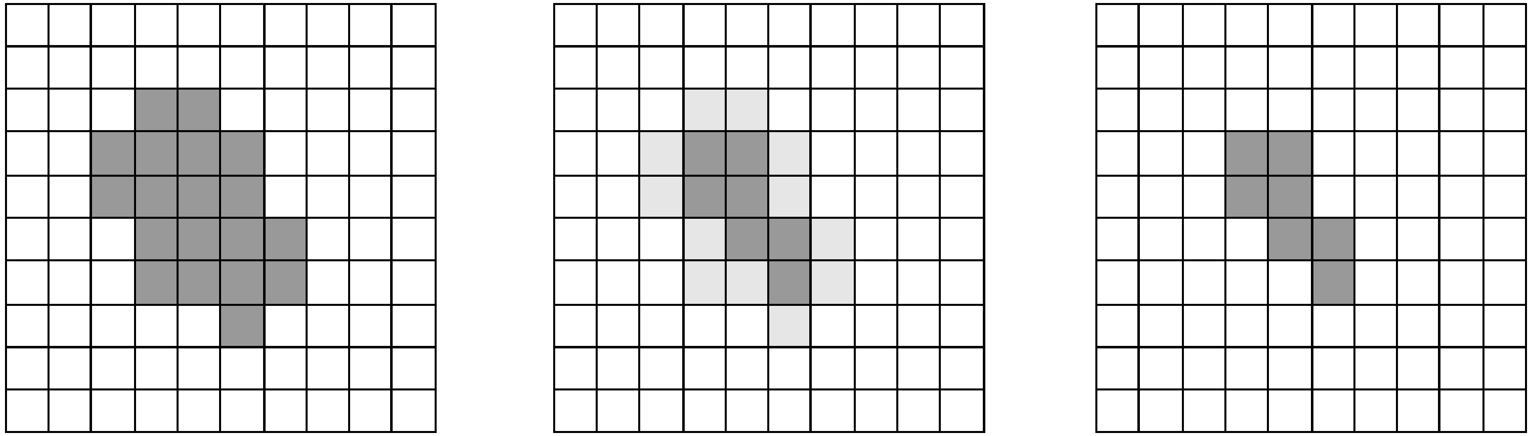
1. Zunächst werden alle Strukturen im Bild schrittweise ”geschrumpft“.
2. Durch das Schrumpfen verschwinden kleinere Strukturen nach und nach, und nur die größeren Strukturen bleiben übrig.
3. Schließlich lassen wir die verbliebenen Strukturen wieder im selben Umfang wachsen.
4. Am Ende haben die größeren Regionen wieder annähernd ihre ursprüngliche Form, während die kleineren Regionen des Ausgangsbilds verschwunden sind.

Wir brauchen zwei neue Operationen: Schrumpfen und Wachsen!

Schrumpfen Operation

- **Schrumpfen**: lässt sich eine Vordergrundstruktur, indem eine Schicht außen liegender Pixel, die direkt an den Hintergrund angrenzen, entfernt wird.
- Schrumpfen wird als "**Erosion**" bezeichnet.

Orignalbild Markierte Randpixel Geschrumpftes Bild

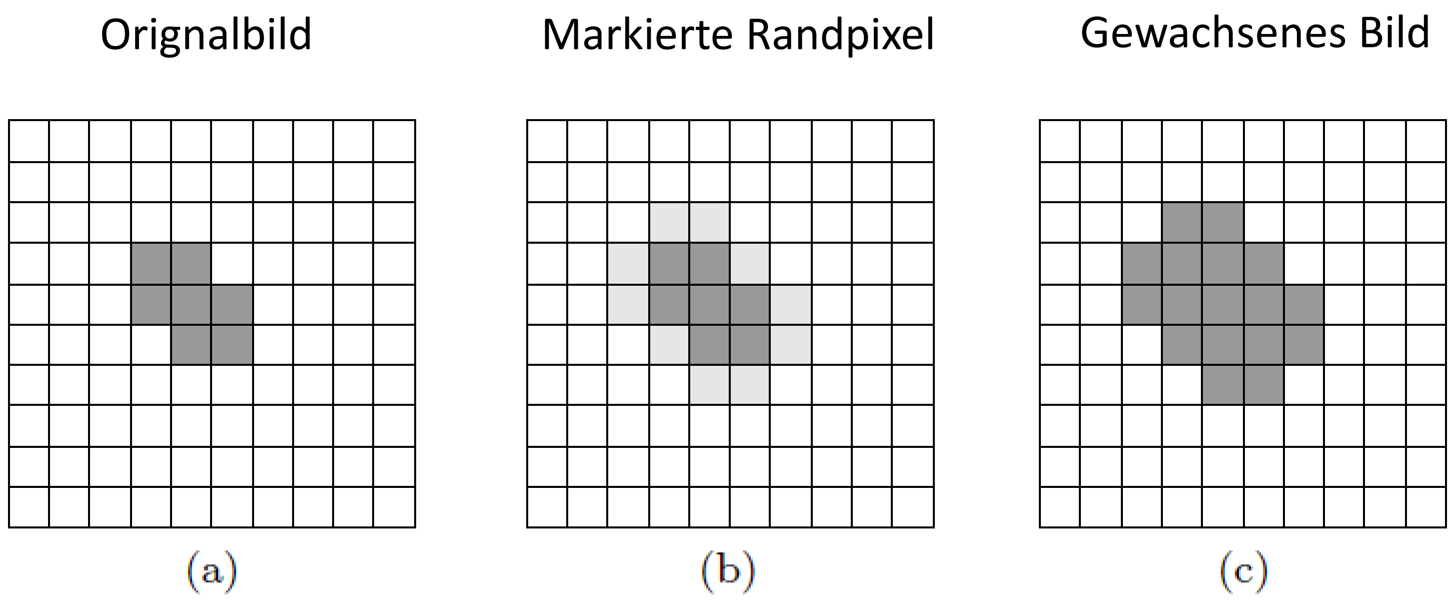


(a) (b) (c)

Wachsen Operation

- **Wachsen** einer Region bedeutet, dass eine Schicht über die direkt angrenzenden Hintergrundpixel angefügt wird.

- Wachsen wird als “**Dilatation**” bezeichnet.



Morphologische Filter

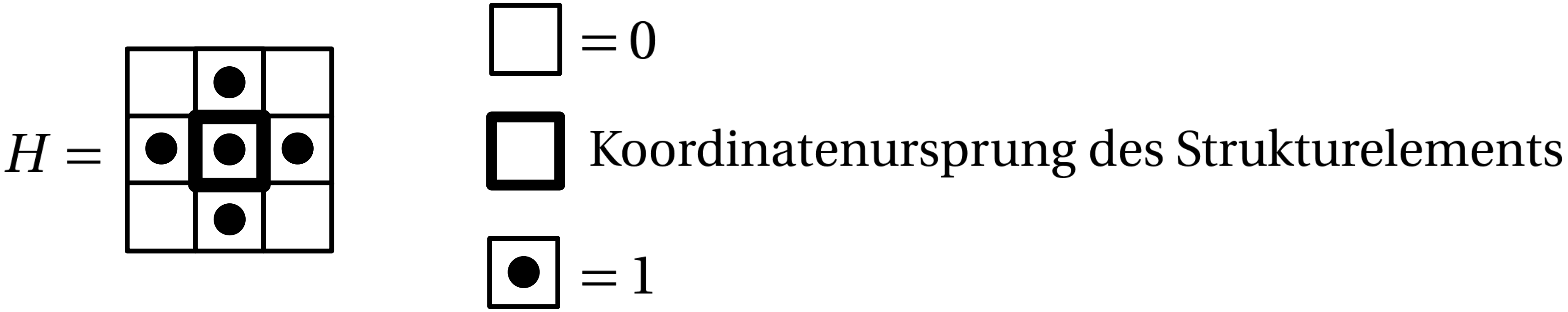
- **Schrumpfen** und **Wachsen** sind die beiden grundlegenden Operationen morphologischer Filter
- Morphologische Filter sind allerdings allgemeiner als **Schrumpfen** und **Wachsen**

- **Morphologische Filter**:
  - die **Struktur** von Bildern gezielt zu beeinflussen
  - Sie wurden zunächst für **Binärbilder** (0-1 Bilder) entwickelt. Später auf Grau- und Farbbilder erweitert.
  - Nicht-lineare Filter

Strukturelement

- Zur morphologischen Bearbeitung kommen Masken sog. ***Strukturelemente*** zum Einsatz
- Diese werden mit ***H*** oder ***S*** bezeichnet und sind ebenfalls binär

$$H(u,v) \in \{0,1\}$$



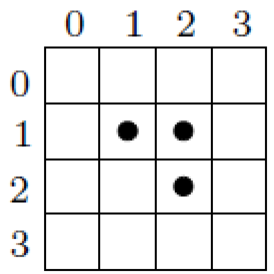
Binärbilder und Strukturelemente als Punktmengen

- Binärbilder und Strukturelemente können auch als Menge von Elementen mit den Werten 1 oder 0 interpretiert werden

$$Q_I = \{(u,v) \mid I(u,v) = 1\}$$

$$Q_H = \{(u,v) | H(u,v) = 1\}$$

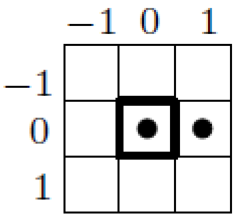
Binärbild $I(u,v)$



I

$$Q_I = \{(1,1),(2,1),(2,2)\}$$

Strukturelement $H(u,v)$



H

$$Q_H = \{(0,0),(1,0)\}$$

Punktmengen

- Das ***Komplement*** I^c einer Menge I bezeichnet die Menge der Elemente, die nicht in I liegen

$$\mathcal{Q}_{I^c} = \bar{\mathcal{Q}}_I = \left\{(u,v) \in \mathbb{Z}^2 \mid (u,v) \notin \mathcal{Q}_I\right\}$$

  – Dies entspricht der Invertierung des Binärbildes $I(u,v) \rightarrow \neg I(u,v)$

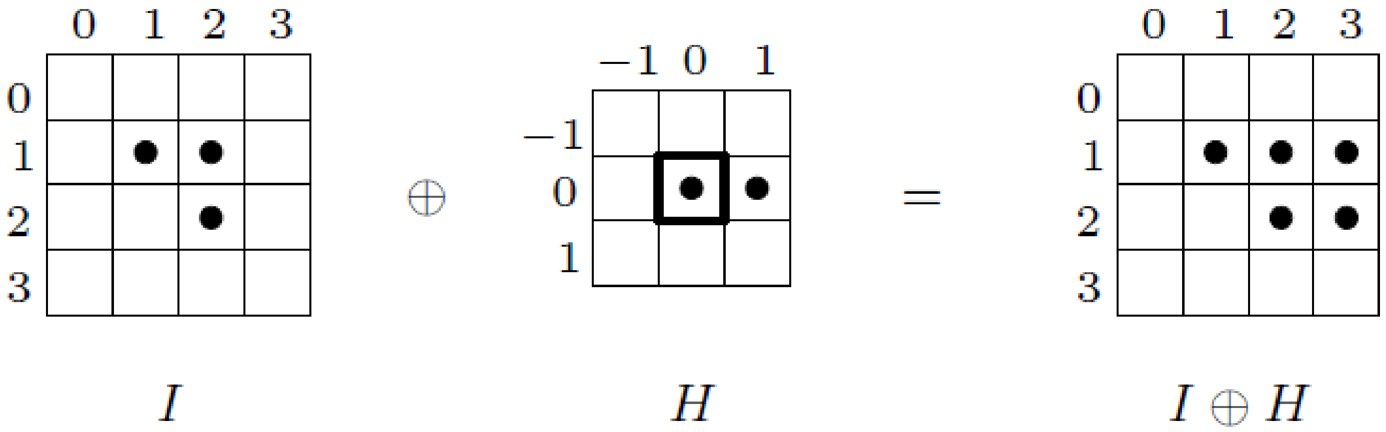
- Die ***Reflexion*** der Menge I bewirkt eine Spiegelung am Ursprung von I

$$I^* = \{(-u,-v) \mid (u,v) \in I\}$$

Dilatation – Morpholgisches Wachsen

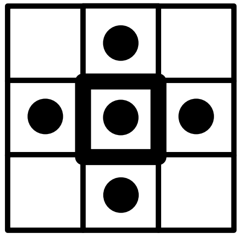
- Dilatation entspricht dem „Wachsen“ von Bildregionen

$$I \oplus H = \{(u+i, v+j) \mid (u,v) \epsilon Q_I, (i,j) \epsilon Q_H\}$$



$$\boxed{\begin{aligned} I \oplus H = \{\ & (1,1)+(\mathbf{0},\mathbf{0})\ ,\ (1,1)+(\mathbf{1},\mathbf{0})\ ,\\ & (2,1)+(\mathbf{0},\mathbf{0})\ ,\ (2,1)+(\mathbf{1},\mathbf{0})\ ,\\ & (2,2)+(\mathbf{0},\mathbf{0})\ ,\ (2,2)+(\mathbf{1},\mathbf{0})\ \} \end{aligned}}$$

Dilatation – Beispiel

$H =$ 

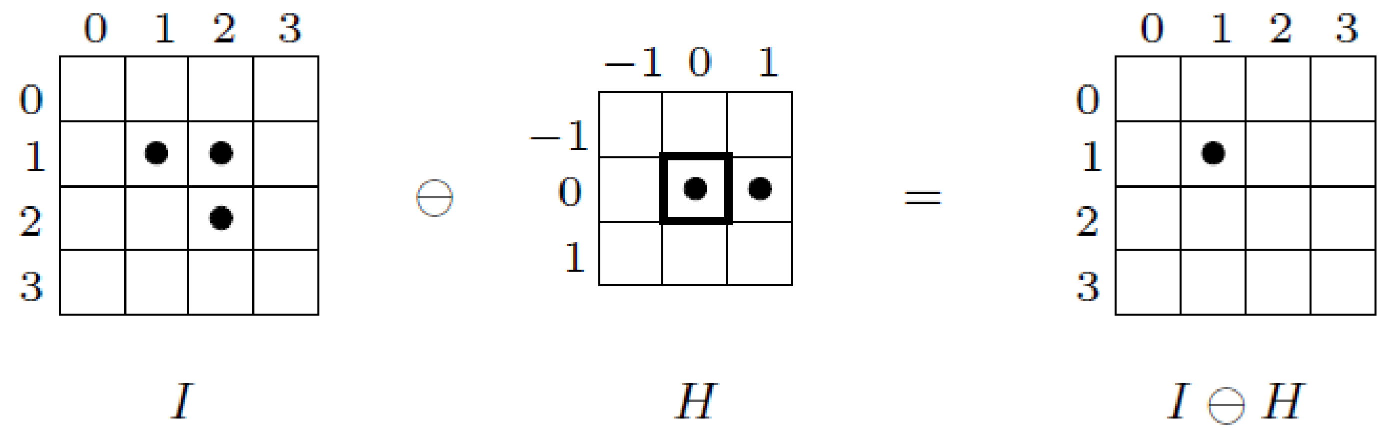
Originalbild mit unterbrochenen Buchstaben

Dilatation mit 3x3 „Kreuz“

Erosion – Morphologisches Schrumpfen

- Erosion entspricht dem „Schrumpfen“ von Bildregionen

$$I \ominus H = \{(u', v') \mid (u' + i, v' + j) \in Q_I, \forall (i, j) \in Q_H\}$$

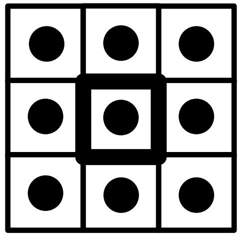


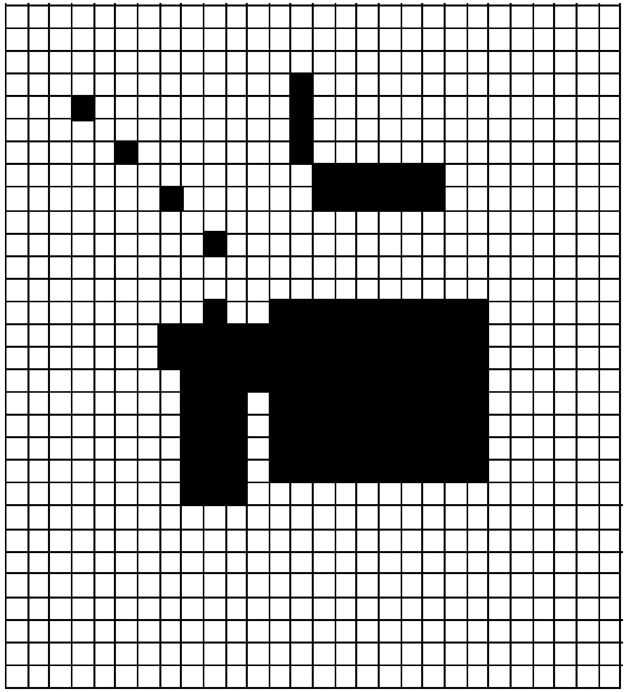
$$I \ominus H \equiv \{\, (1,1) \,\} \text{ weil}$$

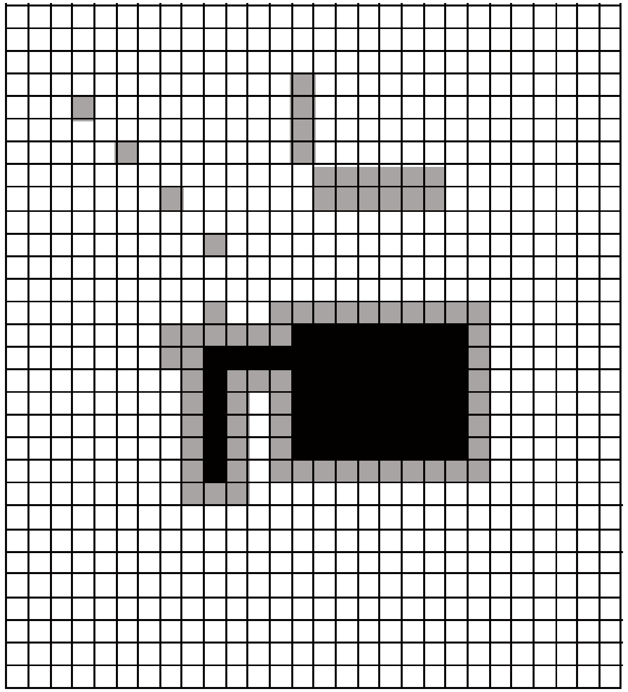
$$(1,1) + (\mathbf{0},\mathbf{0}) = (1,1) \in I \quad \textbf{und} \quad (1,1) + (\mathbf{1},\mathbf{0}) = (2,1) \in I$$

Erosion – Morphologisches Schrumpfen

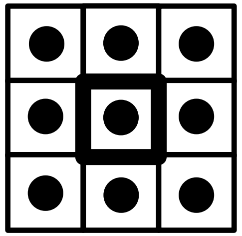
- Der Bildpunkt wird nur behalten, wenn das Strukturelement vollständig in den Vordergrund eingebettet werden kann
- Wird eingesetzt, um z.B. isolierte Pixel (Flecken) zu entfernen

$H =$




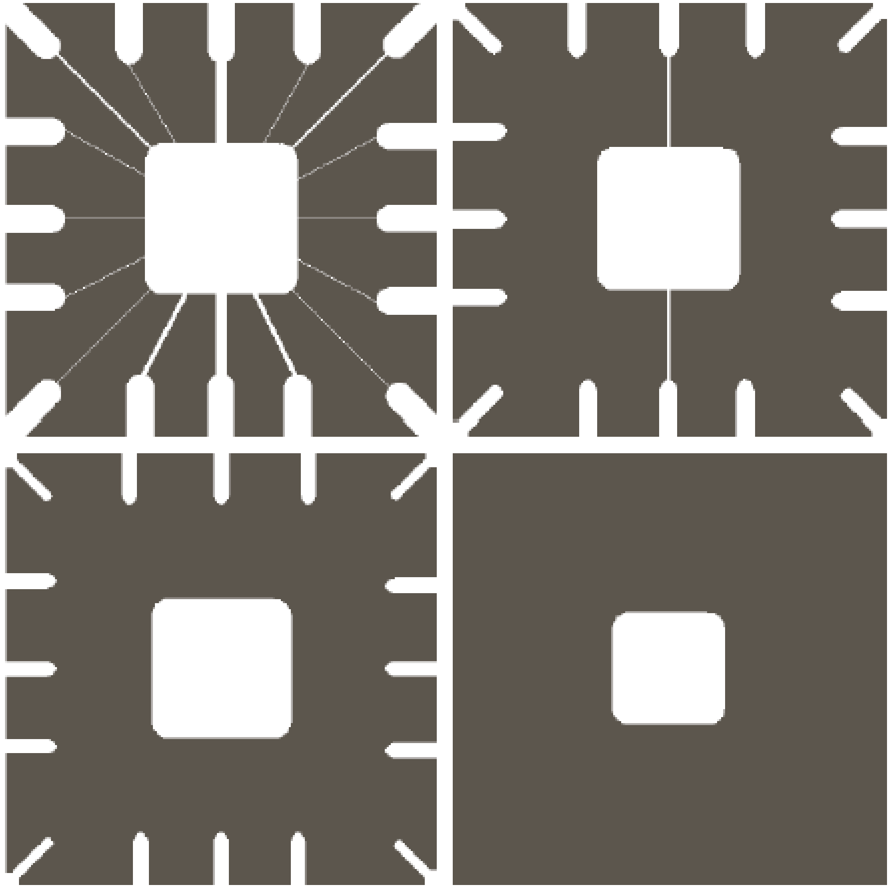


Erosion - Beispiel

$H =$ 

Originalbild

Erosion mit Kleiner „Box“



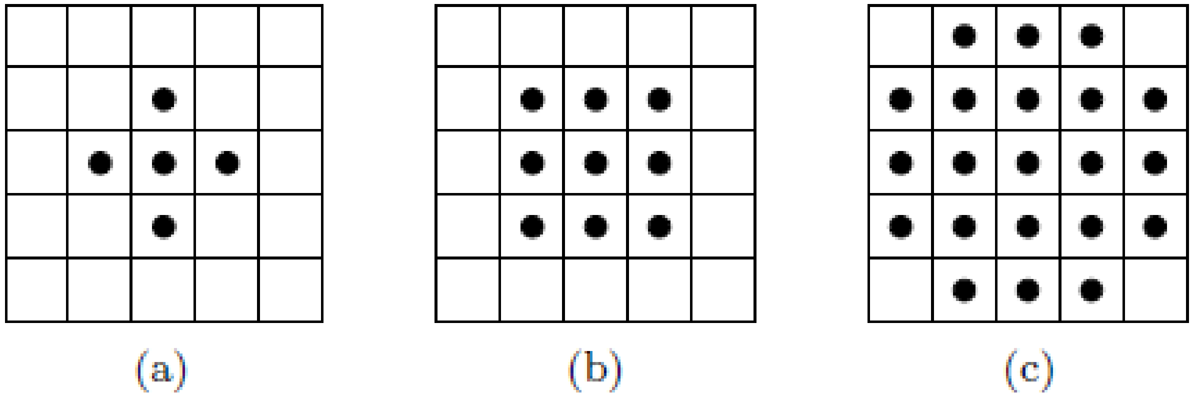
Erosion mit mittel-großer „Box“

Erosion mit großer „Box“

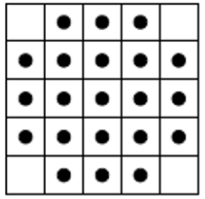
Typische binäre Strukturelemente

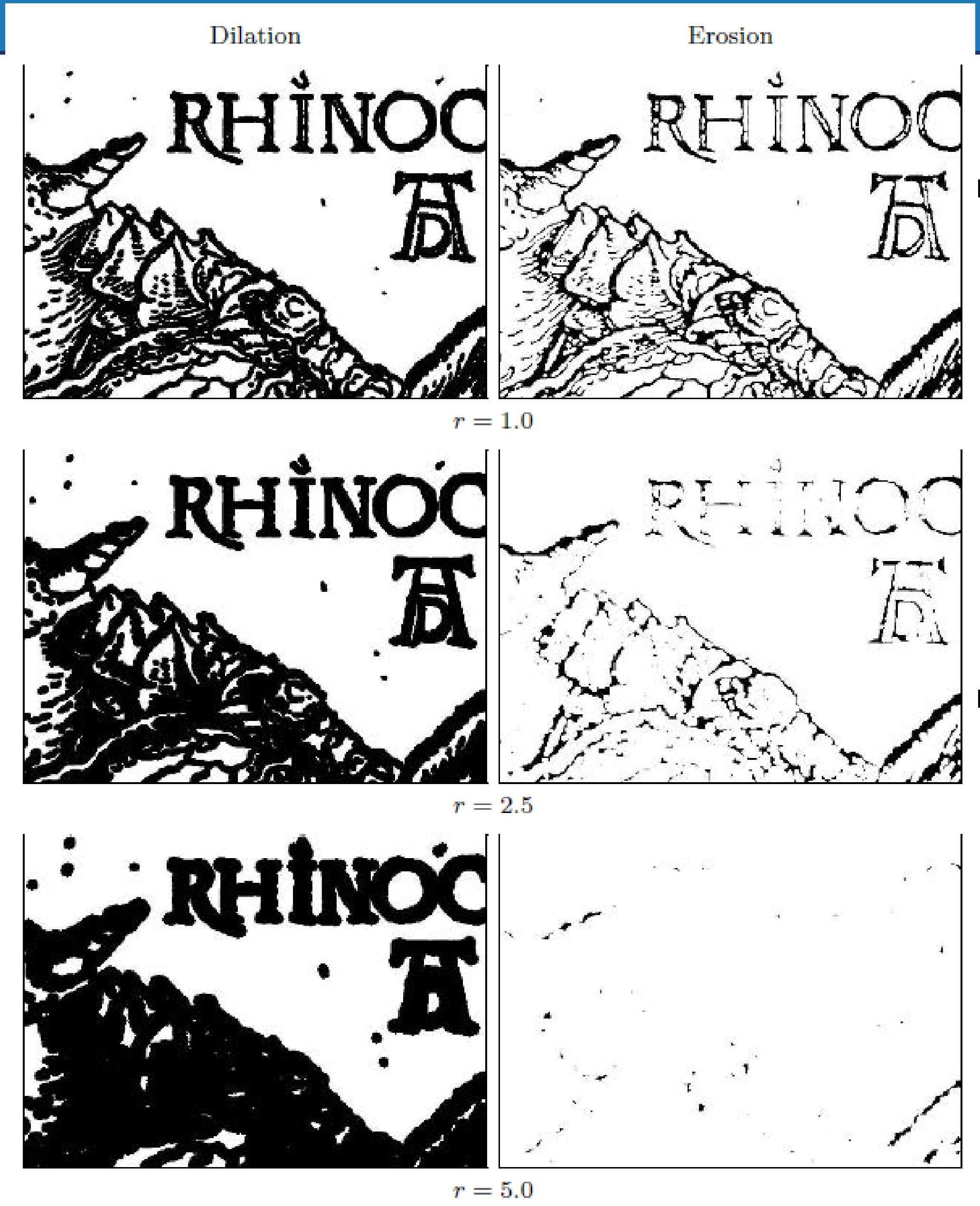
- Morphologische Filter werden spezifiziert durch
  - den Typ der Filteroperation, z.B. Erosion, Dilatation
  - das entsprechende Strukturelement.

Typische Strukturelemente



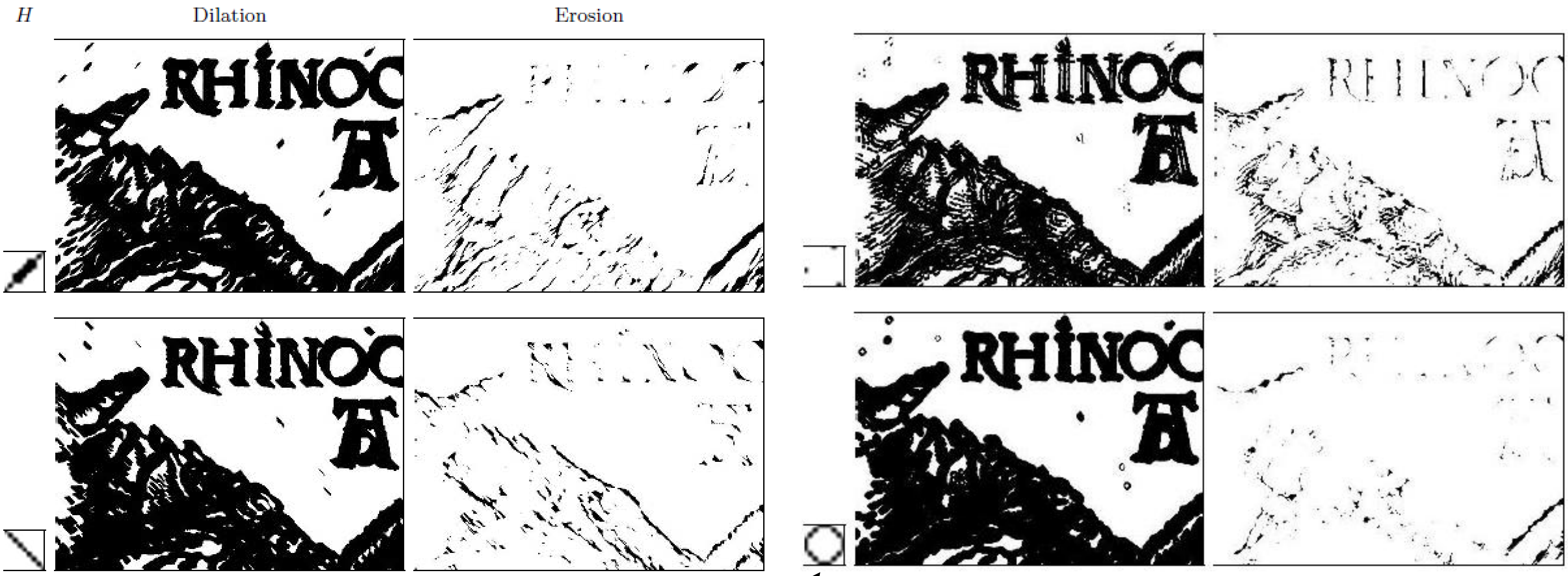
Originalbild





- Ergebnisse der binären Dilation und Erosion mit scheibenförmigen Strukturelementen
- r: Der Radius des Strukturelements

Dilation und Erosion mit frei gestalteten Strukturelementen



Strukturelemente

Morphologische Operatoren – Eigenschaften

- Dilatation ist *kommutativ* $I \oplus H = H \oplus I$
- Dilatation ist *assoziativ* $(I_1 \oplus I_2) \oplus I_3 = I_1 \oplus (I_2 \oplus I_3)$

- Erosion ist *nicht kommutativ* $I \ominus H \neq H \ominus I$
- Erosion ist *nicht assoziativ*

- Erosion und Dilatation sind *nicht invers*
- Dilatation und Erosion sind *dual*
  - Eine Dilatation des Vordergrunds (I^c) kann durch Erosion des Hintergrunds (I) und eine nachfolgende Inversion durchgeführt werden

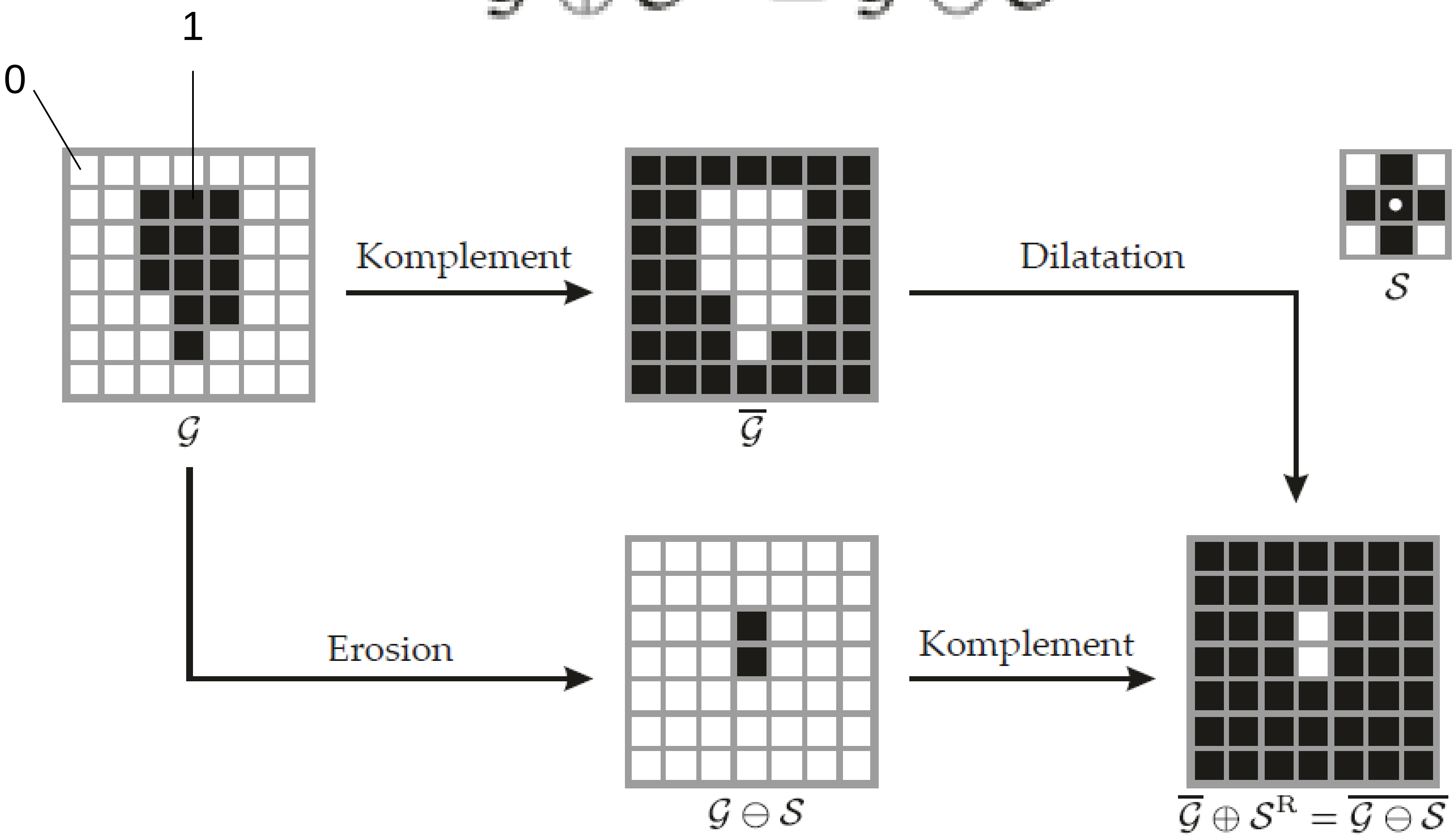
$$I \oplus H = \overline{(I^c \ominus H^*)}$$

**: Reflexion*

Dualität von Erosion und Dilatation

$$\overline{\mathcal{G}} \oplus \mathcal{S}^{\mathrm{R}} = \overline{\mathcal{G} \ominus \mathcal{S}}$$

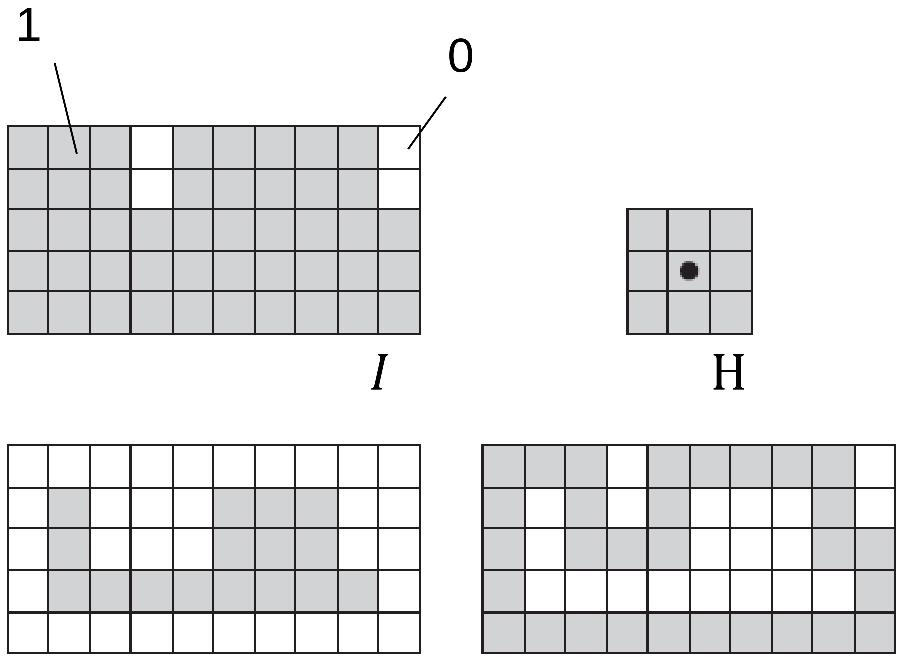
R: Reflexion



Anwendungsbeispiel: Randextraktion

- Randextraktion kann man erhalten, wenn man zuerst die Erosion und dann die Differenzmenge zwischen und seiner Erosion durchführt.

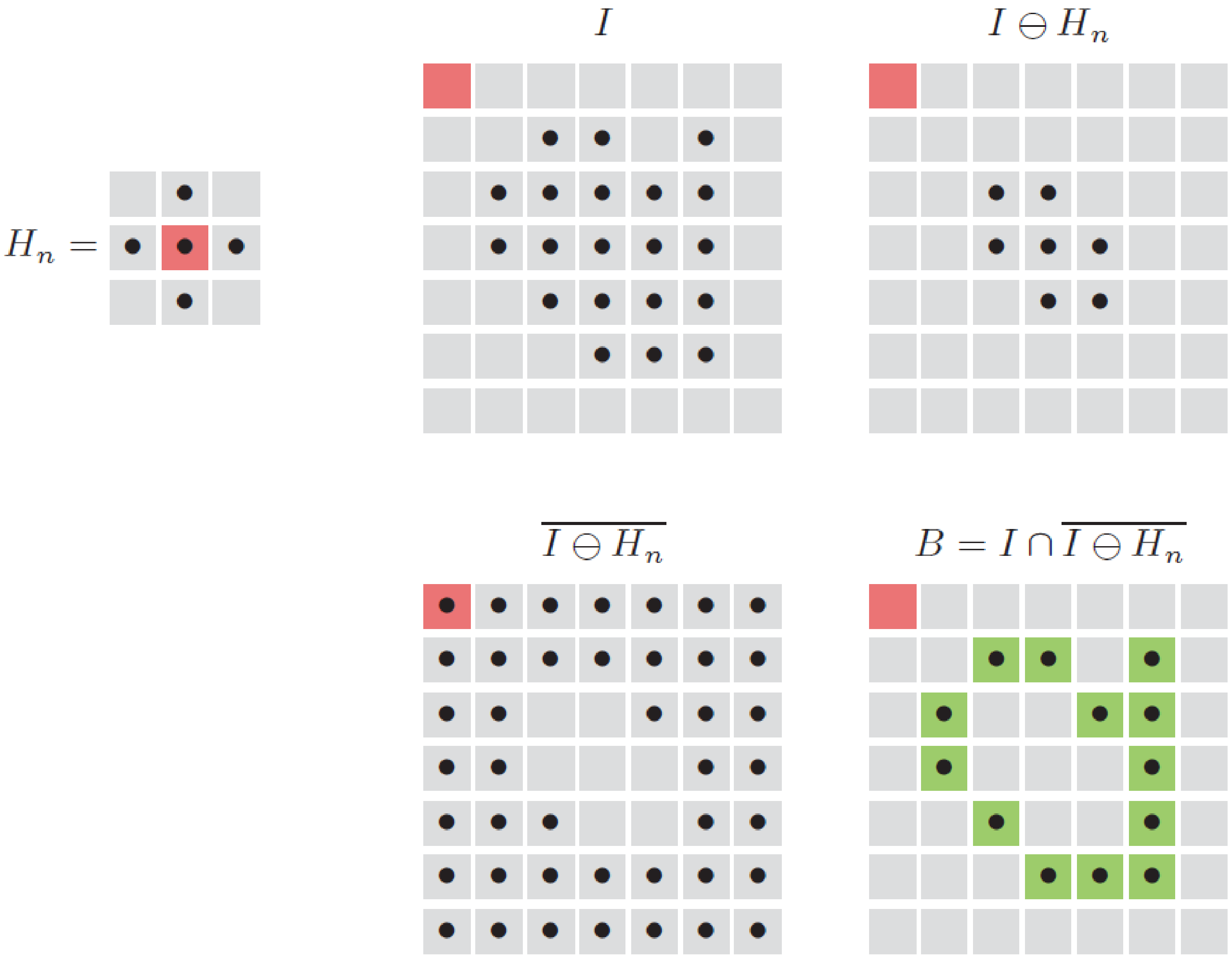
$$I - (I \ominus \mathrm{H})$$



I $\quad$ H

$I \ominus \mathrm{H}$ $\quad$ $I - (I \ominus \mathrm{H})$

Anwendungsbeispiel: Randextraktion

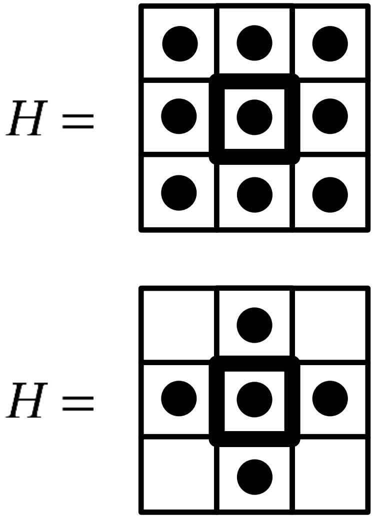


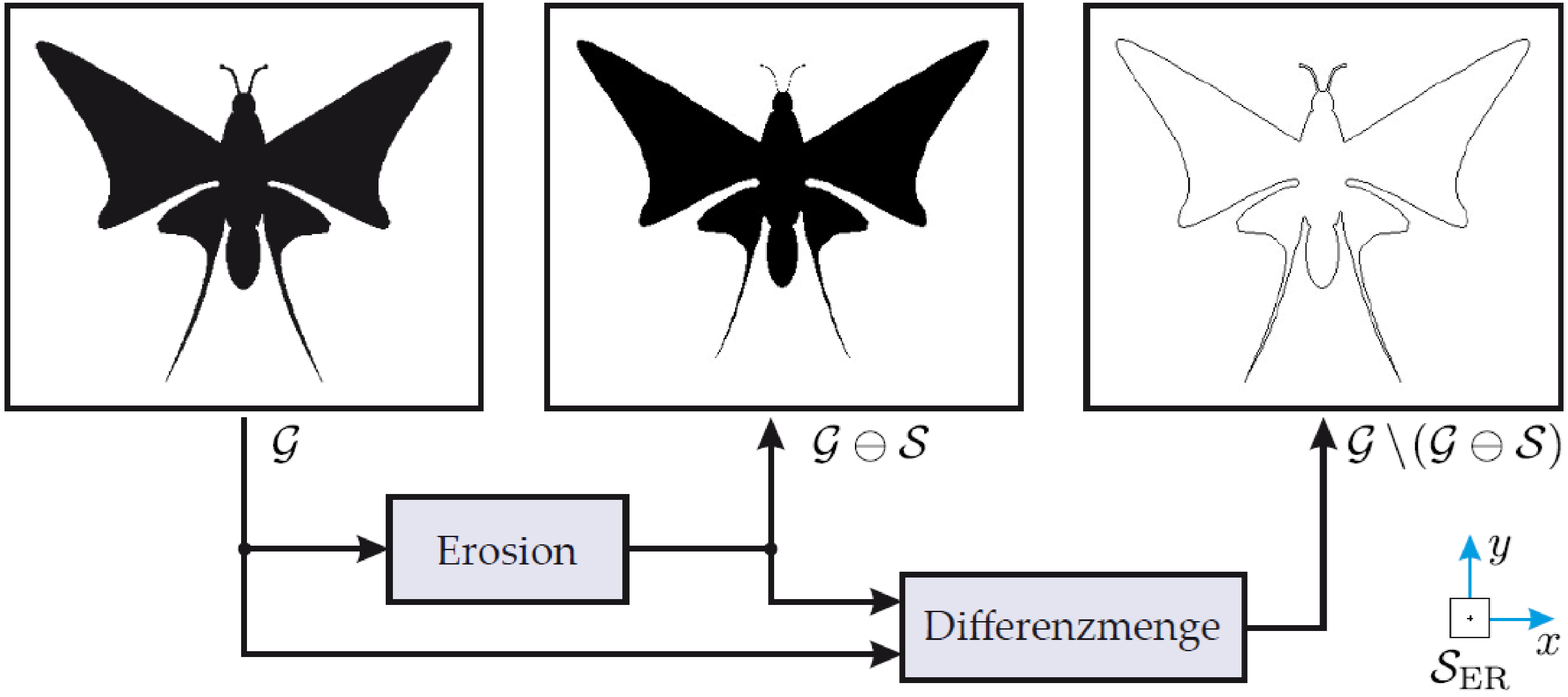
$$= I - (I \ominus H_n)$$

Quelle: Burger & Burge, *Digital Image Processing*

Anwendungsbeispiel: Randextraktion

- Entfernung der äußeren Pixel mit H als 4er oder 8er Nachbarschaft (Erosion)
- Bilden der Differenzmenge von Originalbild und erodiertem Bild





Öffnen und Schließen

Öffnung (Opening)

- Dilatation und Erosion werden oftmals **kombiniert und in zusammengesetzten Operationen** verwendet, um einzelne Flecken zu entfernen (Öffnung) oder Lücken zu füllen (Schliesen)
- Die Verkettung von Erosion mit anschließender Dilatation heißt ***Öffnung*** (***Opening***):

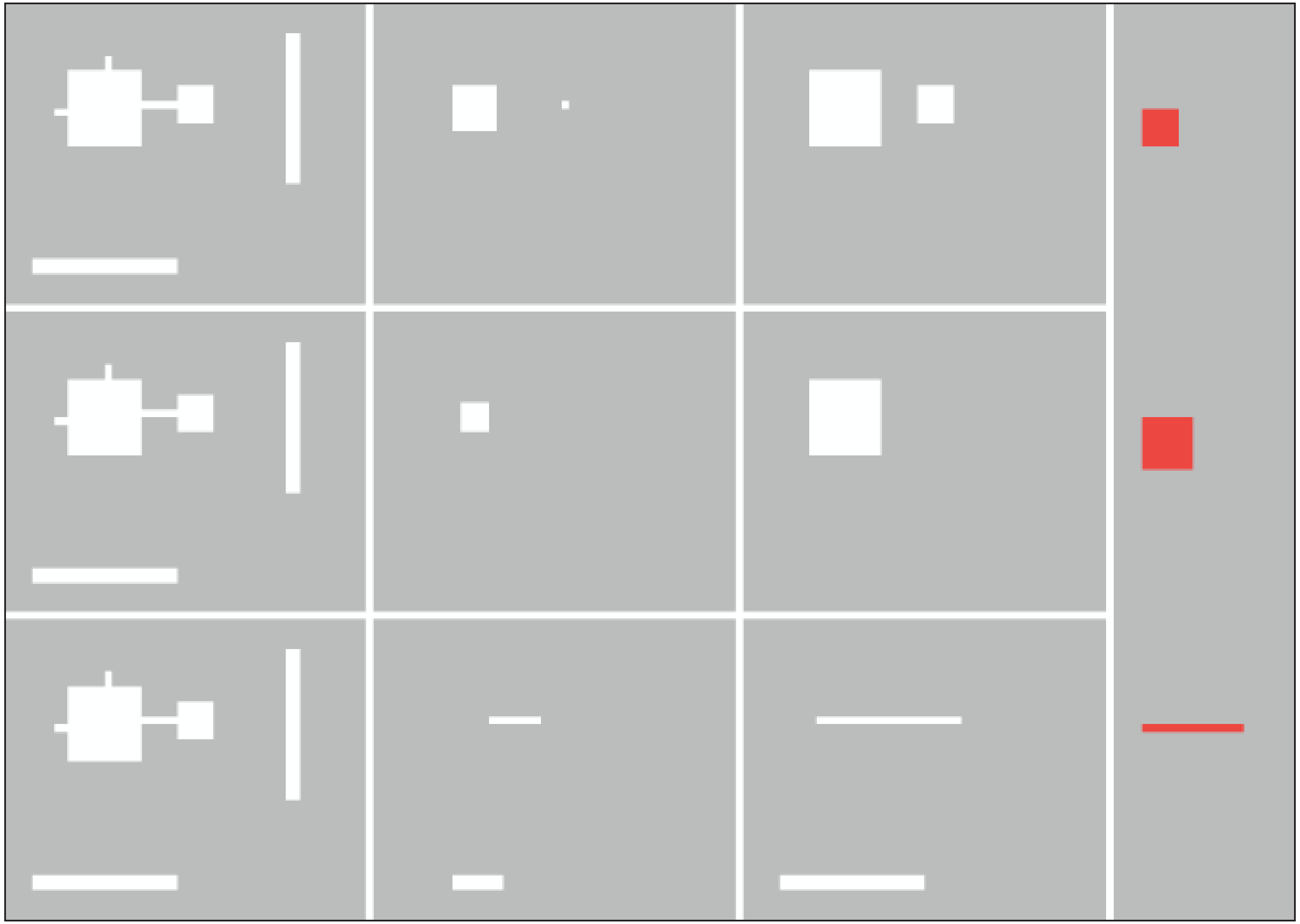
$$I \circ H = (I \ominus H) \oplus H$$

Öffnung (Opening)

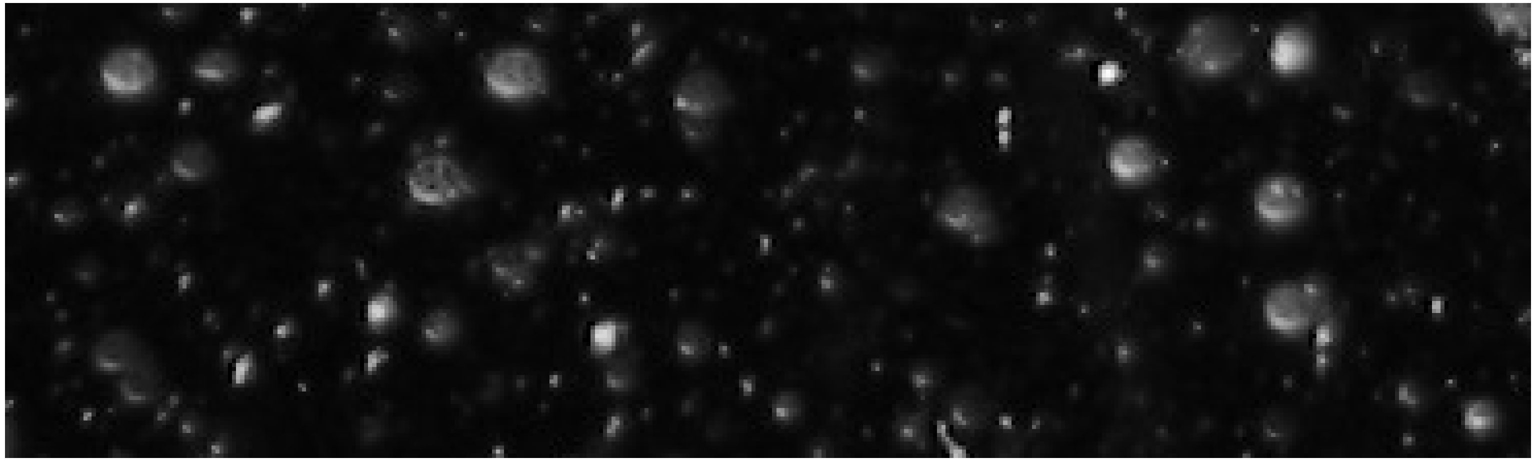
- Beim Öffnen werden **kleine Objekte** aus dem Vordergrund (normalerweise als helle Pixel betrachtet) eines Bildes entfernt
  - Durch die Erosion werden alle Strukturen gelöscht, die **kleiner** sind als das strukturierende Element.
  - Die anschließende Dilatation macht die Erosion für den verbleibenden Rest wieder **rückgängig**.

Öffnung – Beispiel

Eingangsbild | Erosion | Dilatation | H



Öffnung – Beispiel



https://de.mathworks.com/help/images/ref/imopen.html

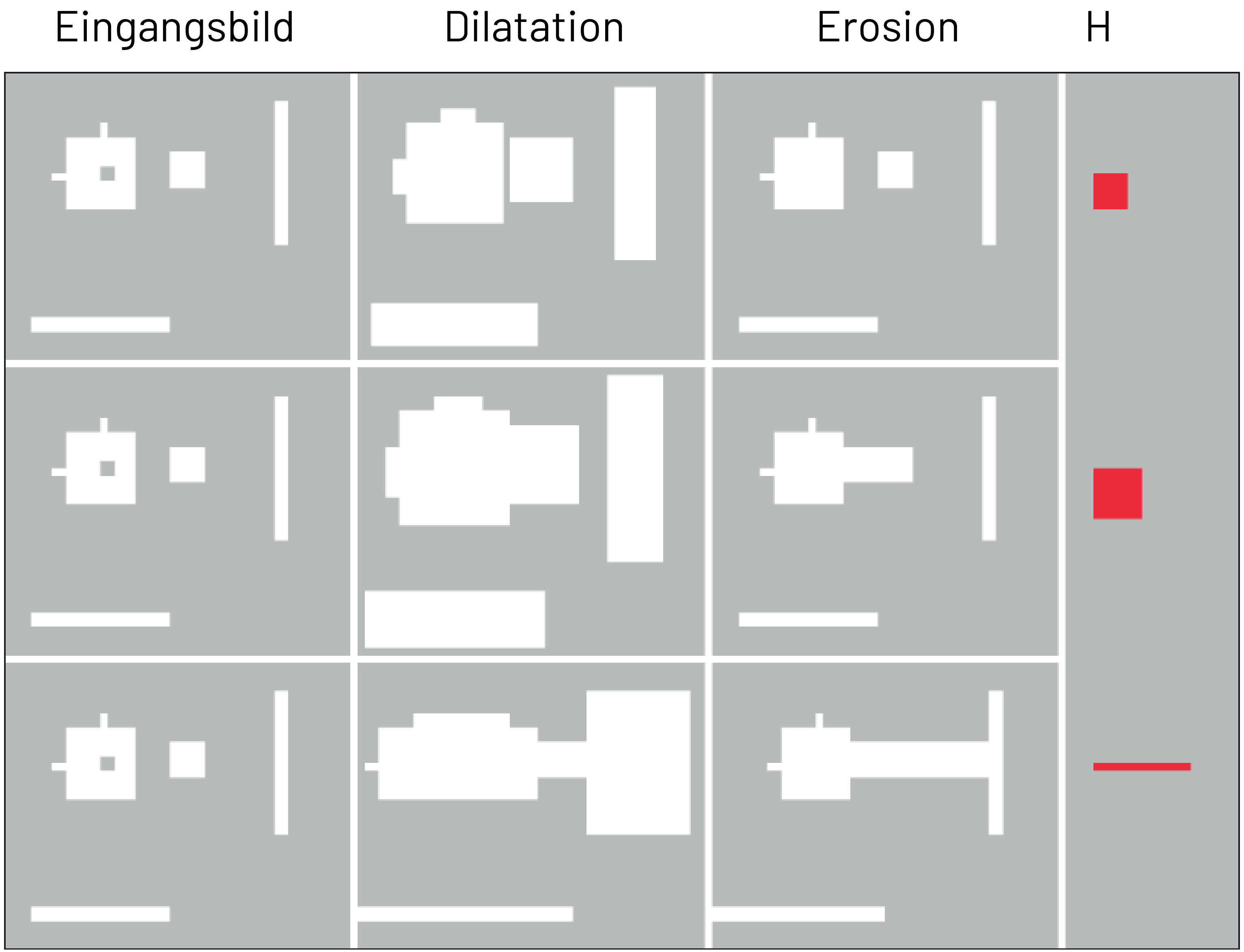
Schließung

- Die Verkettung von Dilatation mit anschließender Erosion heißt ***Schließung*** (***closing***)

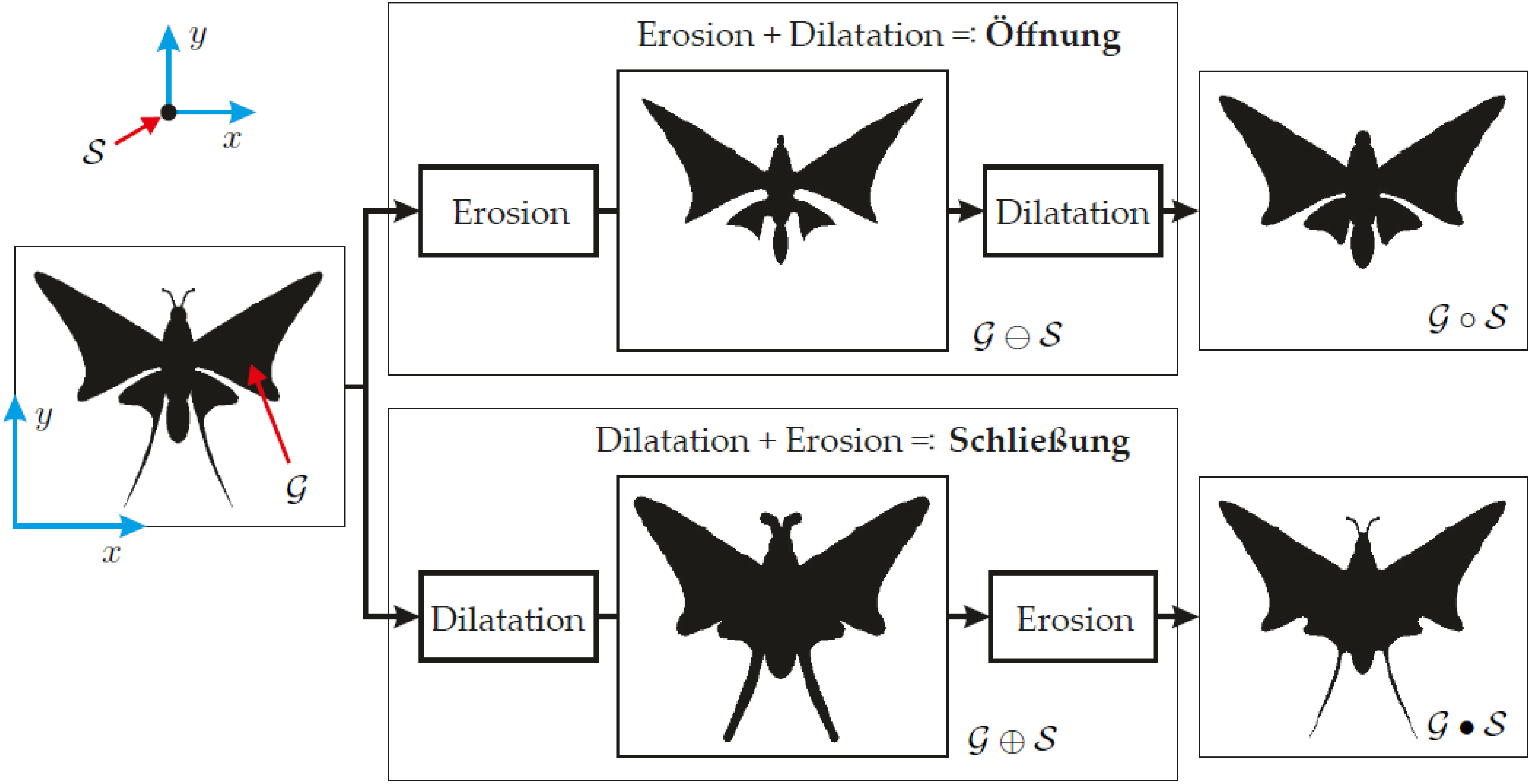
$$I \bullet H = (I \oplus H) \ominus H$$

- Durch eine Schließung werden **Löcher** in Vordergrundstrukturen und **Zwischenräume**, die **kleiner** als das Strukturelement *H* sind, gefüllt

Schließung – Beispiel



Öffnung und Schließung – Vergleich



Quelle: Beyerer, *Automatische Sichtprüfung*

Öffnung und Schließung – Eigenschaften

- Öffnung und Schließung sind ***idempotent***, d.h. jede weitere Anwendung ändert das Bild nicht mehr

$$I \circ H = (I \circ H) \circ H = ((I \circ H) \circ H) \circ H = \ldots,$$
$$I \bullet H = (I \bullet H) \bullet H = ((I \bullet H) \bullet H) \bullet H = \ldots$$

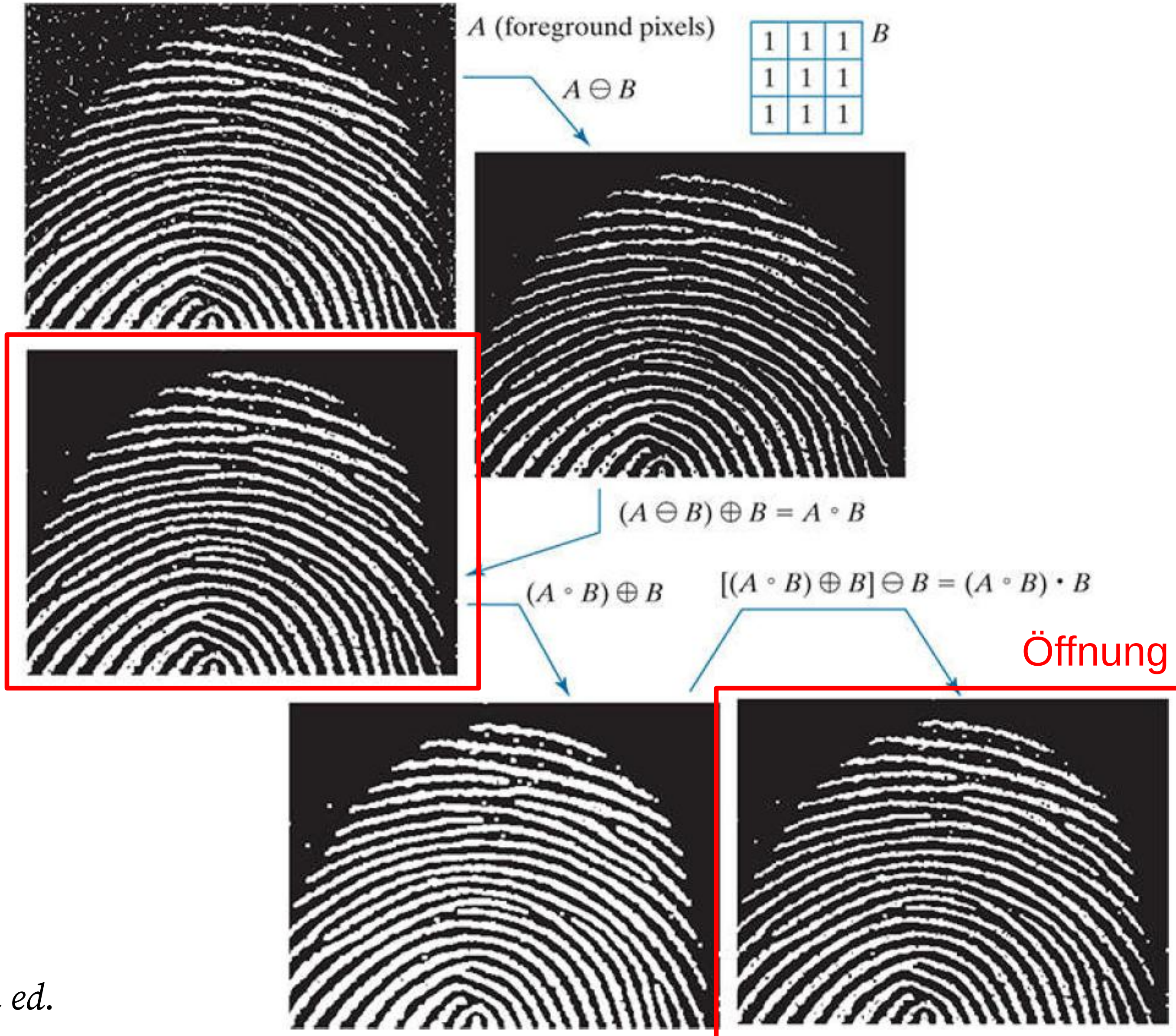
- Die beiden Operationen sind zueinander „**dual**“ in dem Sinn, dass ein Opening auf den Vordergrund äquivalent ist zu einem Closing des Hintergrunds und umgekehrt

$$I \circ H = \overline{(\overline{I} \bullet H)}$$
$$I \bullet H = \overline{(\overline{I} \circ H)}$$

Anwendungsbeispiel

Öffnung

Öffnung & Schliesung



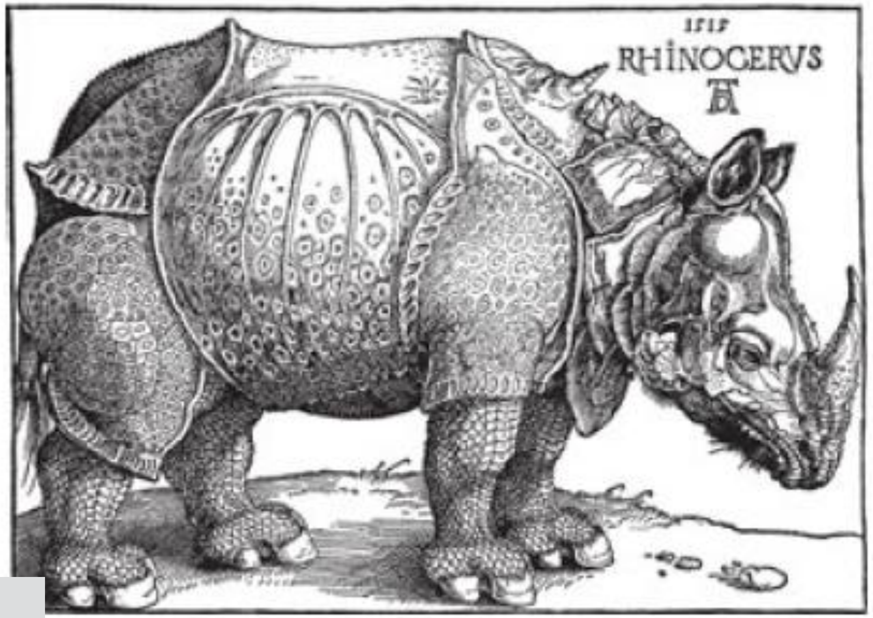
Quelle: Gonzalez, *Digital Image Processing 4th ed.*

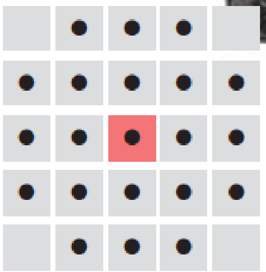
Originalbild

Öffnung & Schliesung

Öffnung und Schließung – Beispiel

Originalbild



$H =$ 

Quelle: Burger & Burge, *Digitale Bildverarbeitung*

Opening & Closing mit unterschiedlichen Strukturelementen

(a) $r = 1.0$

Quelle: Burger & Burge, *Digitale Bildverarbeitung*

Opening & Closing mit unterschiedlichen Strukturelementen

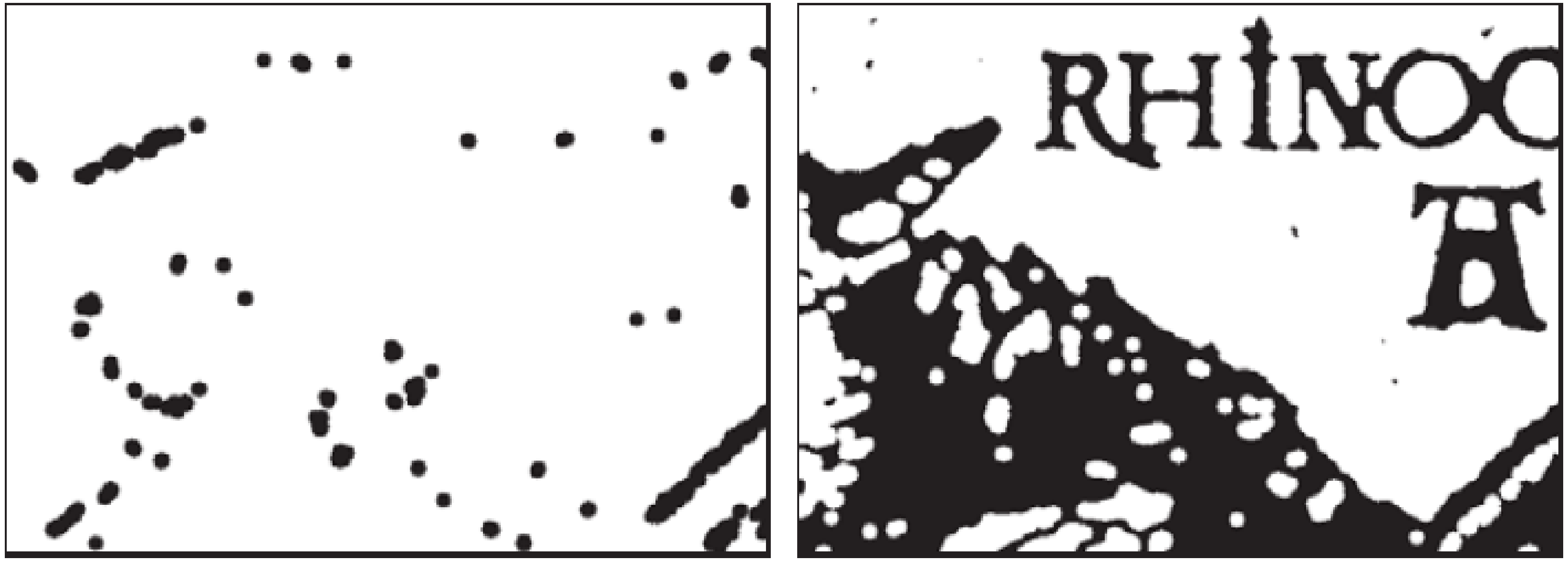
Opening Closing

(b) $r = 2.5$

Quelle: Burger & Burge, *Digitale Bildverarbeitung*

Opening & Closing mit unterschiedlichen Strukturelementen

Opening Closing



(c) $r = 5.0$

Quelle: Burger & Burge, *Digitale Bildverarbeitung*

Hit-Or-Miss Operatoren

Hit-Or-Miss Operatoren

- Eine häufig verwendete morphologische Operation ist dis sog. ***Hit-Or-Miss-Operatoren***
- Seien H_1 und H_2 zwei befriedigende Strukturelemente mit

$$H_1 \cap H_2 = \emptyset$$

- Hit-Or-Miss-Operatoren:

$$I \star (H_1, H_2) = (I \ominus H_1) \cap (I^C \ominus H_2)$$

  - H_1 muss mit dem Vordergrund I übereinstimmen
  - H_2 muss mit dem Bildhintergrund I^C übereinstimmen
  - Das Ergebnis ist die Menge der Positionen, an denen das erste Strukturelement in den Vordergrund des Eingabebildes passt („**hit**") und das zweite Strukturelement diesen komplett verfehlt („**miss**").

Hit-Or-Miss Operatoren

- **Anwendung**: zur Erkennung einer bestimmten Form (oder eines Musters) in einem Binärbild

I

0	0	0	0	0	0
0	1	1	1	1	0
0	1	1	1	1	0
0	0	1	1	0	0
0	0	1	1	0	0
0	0	0	0	0	0

H_1

0	0	0
0	1	0
0	0	0

H_2

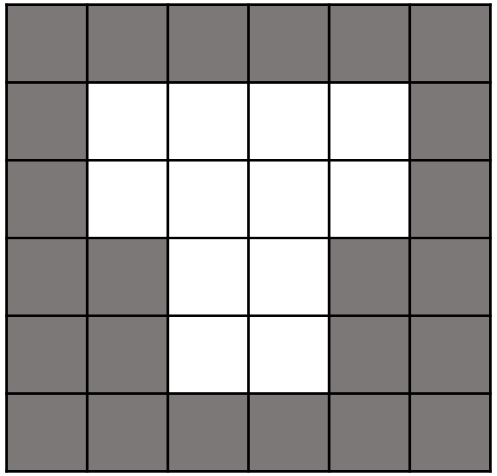
0	1	0
0	0	0
0	0	0

Hit-Or-Miss Operatoren

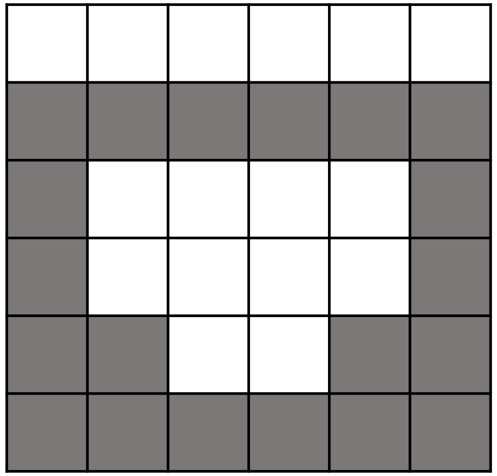
$I \ominus H_1$

0	0	0	0	0	0
0	1	1	1	1	0
0	1	1	1	1	0
0	0	1	1	0	0
0	0	1	1	0	0
0	0	0	0	0	0

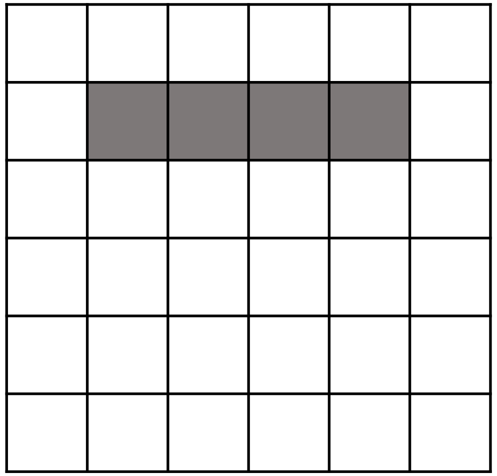
I^C



$I^C \ominus H_2$



$I \star (H_1, H_2)$

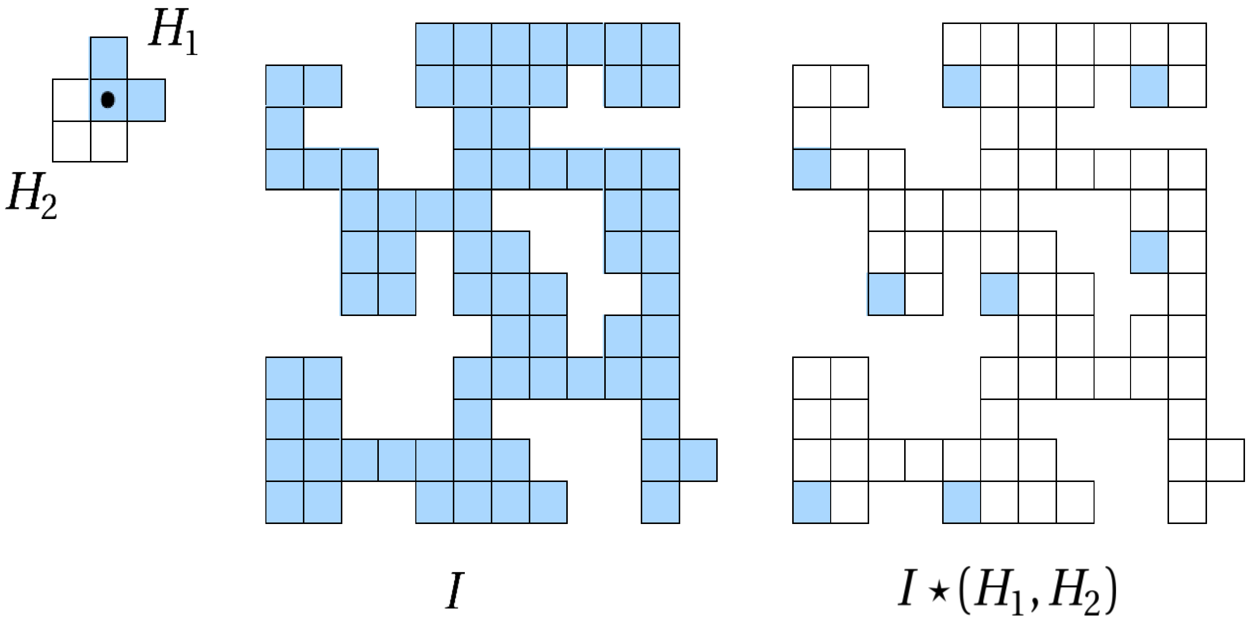


- Aus H_1, H_2, eigentlich suchen wir nach diesem Muster:

?	0	?
?	1	?
?	?	?

0: Hintergrund
1: Vordergrund
?: egal (do not care)

Hit-Or-Miss Operatoren – Beispiel



- Eigentlich suchen wir nach diesem Muster in I:

?	1	?
0	1	1
0	0	?

0: Hintergrund
1: Vordergrund
?: egal (don‘t care)

Quelle: H, Heijmans, *"Morphological Image Operators," Academic Press, 1994*

Hit-Or-Miss Operatoren:

- Erkennung von 4 Ecken: $(I \star B_1) \cup \cdots \cup (I \star B_4)$

$B_1 = (H_1, H_2)$

	1	
0	1	1
0	0	

B_2

	1	
1	1	0
	0	0

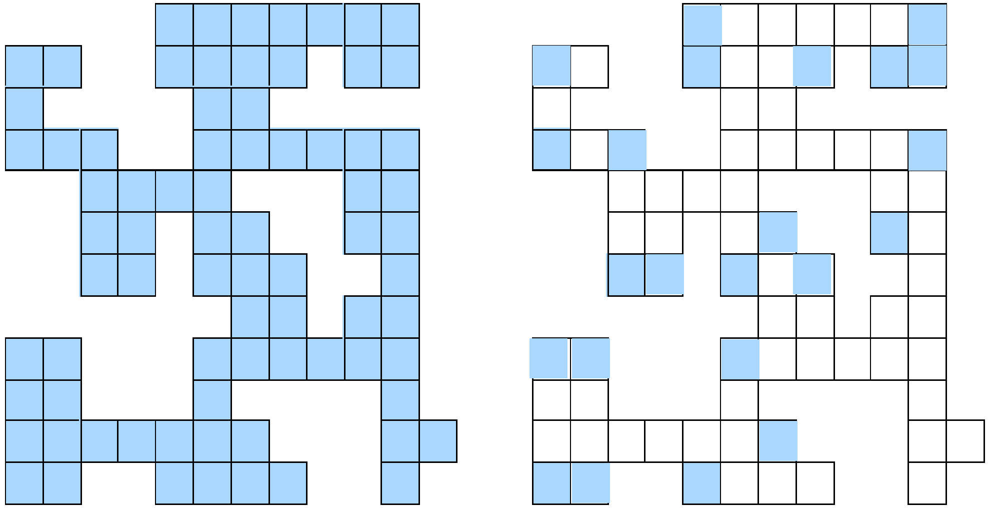
B_3

	0	0
1	1	0
	1	

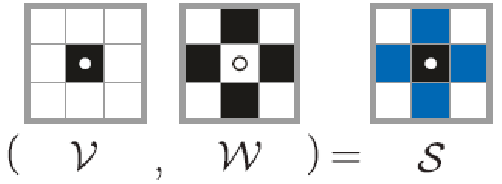
B_4

0	0	
0	1	1
	1	

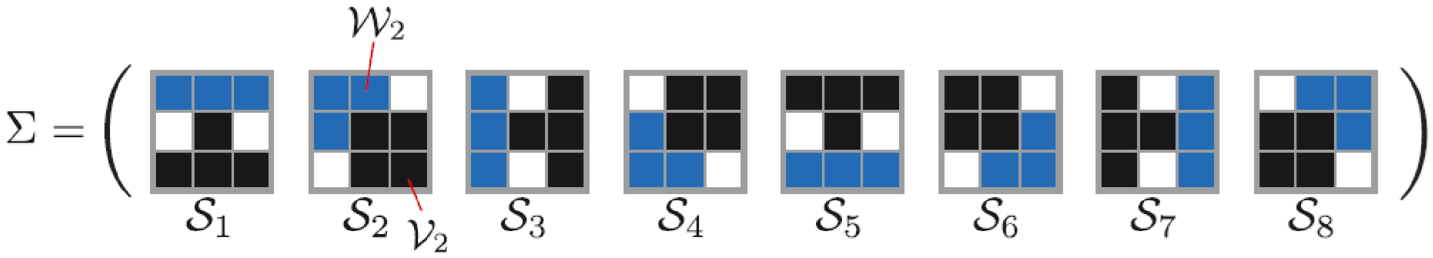
0: Hintergrund
1: Vordergrund
leer: egal (don‘t care)

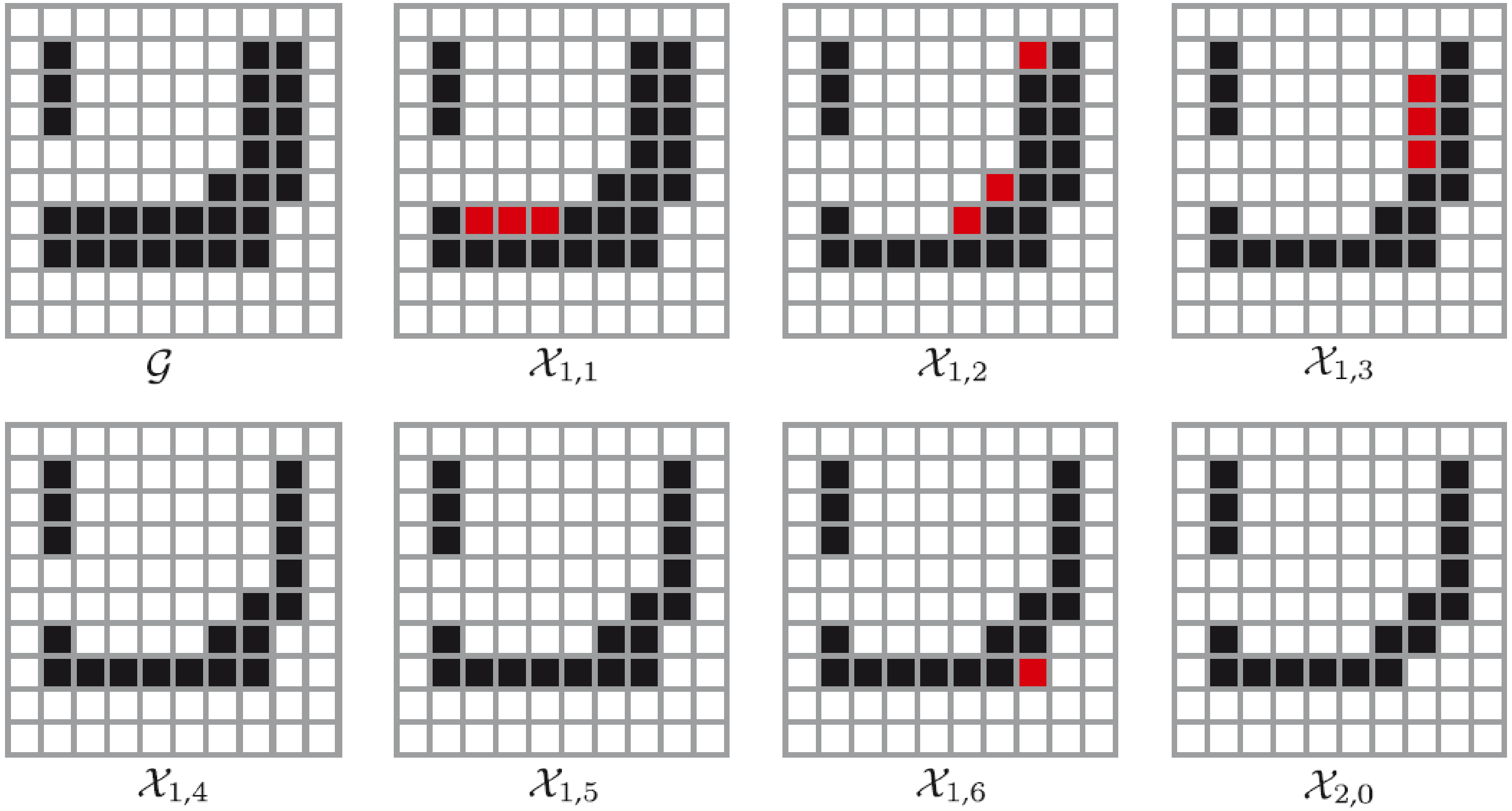


Beispiel: Hit-or-Miss Kantenverdünnung



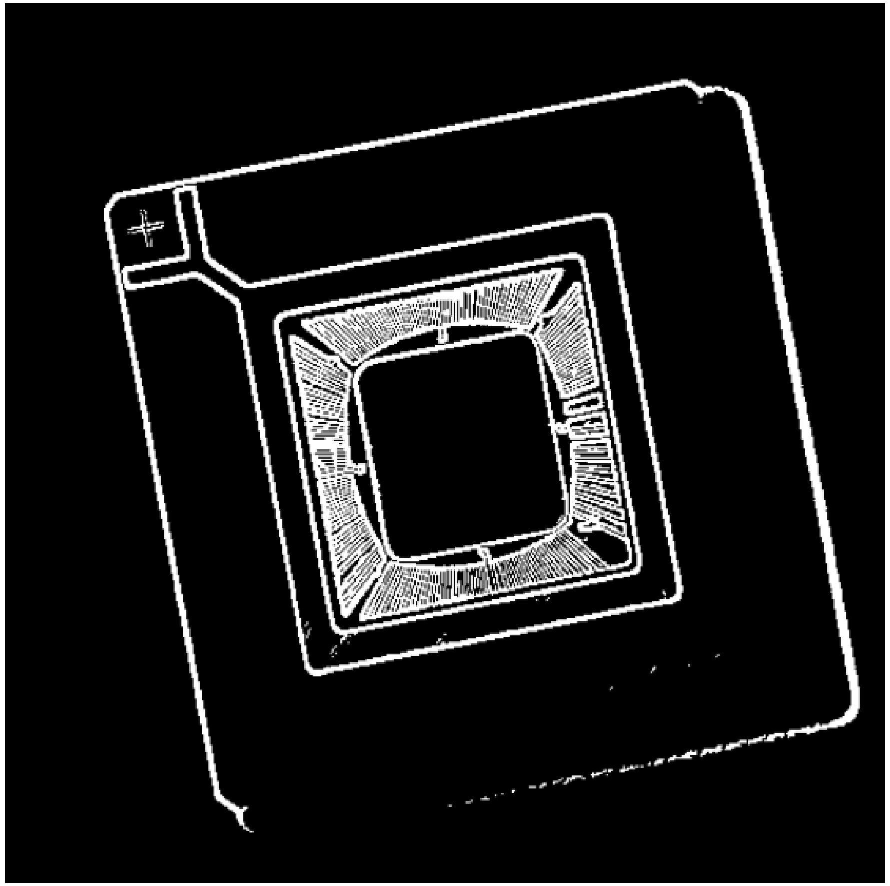
hit miss

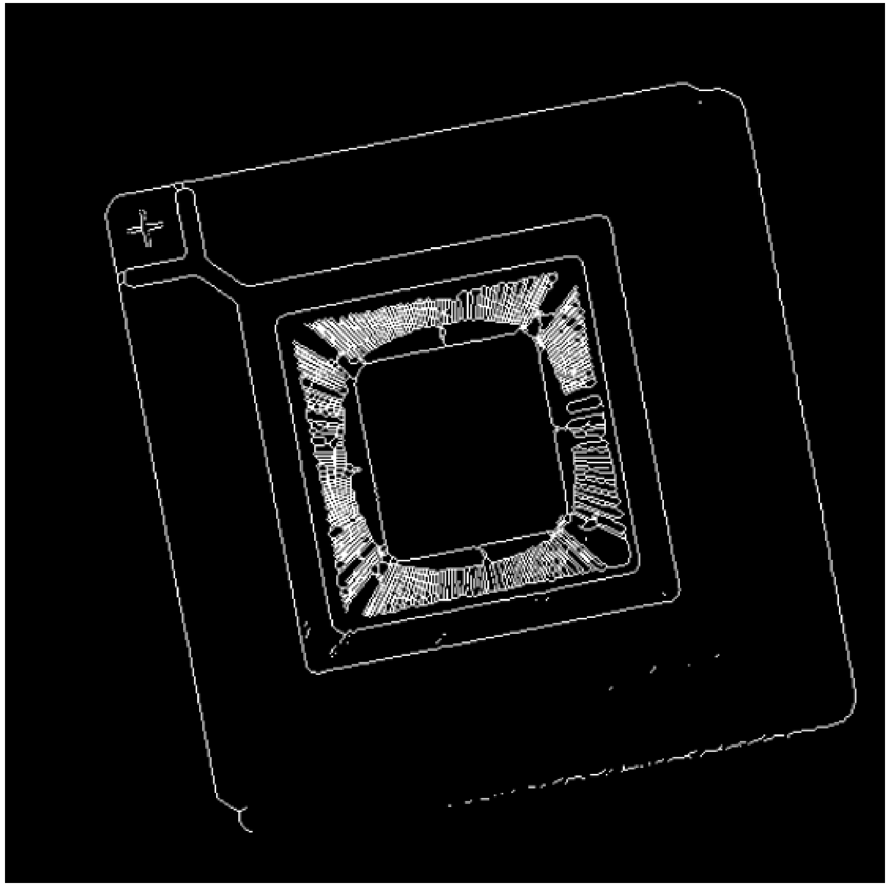


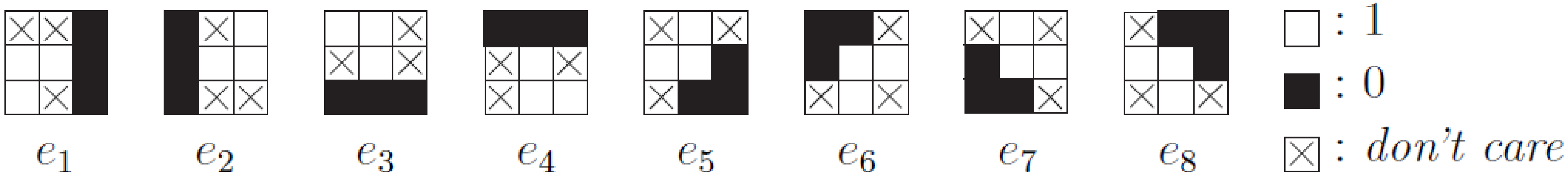


Quelle: Beyerer, *Automatische Sichtprüfung*

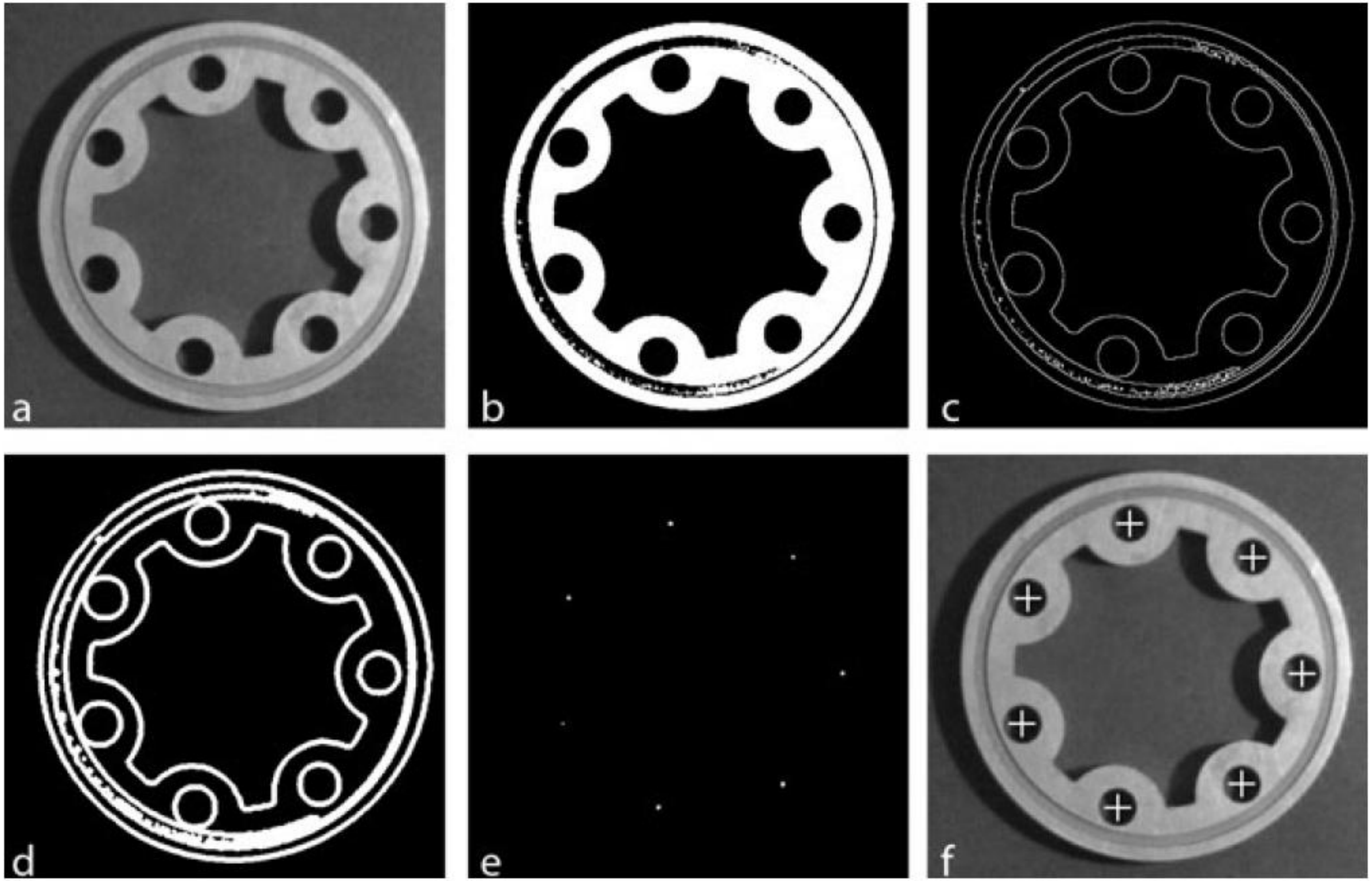
Beispiel: Hit-or-Miss Kantenverdünnung







Anwendungsbeispiel: Kombinieren verschiedener Operatoren



Zusammenfassung

- Morphologische Operatoren
    - Erosion, Dilatation
    - Öffnen und Schließen
    - Hit-or-Miss Transformation

Zusammenfassung

- Wo kann man mehr erfahren?
  - Burger, Kapitel 10
  - Gonzalez, Kapitel 9

Referenz

[1] Burger, Burge, Digitale Bildverarbeitung: Eine algorithmische Einführung, 3rd ed., 2015

[2] Gonzalez, Woods, Digital Image Processing, 4th ed., 2017

[3] Szeliski, Computer Vision: Algorithms and Applications, 2011