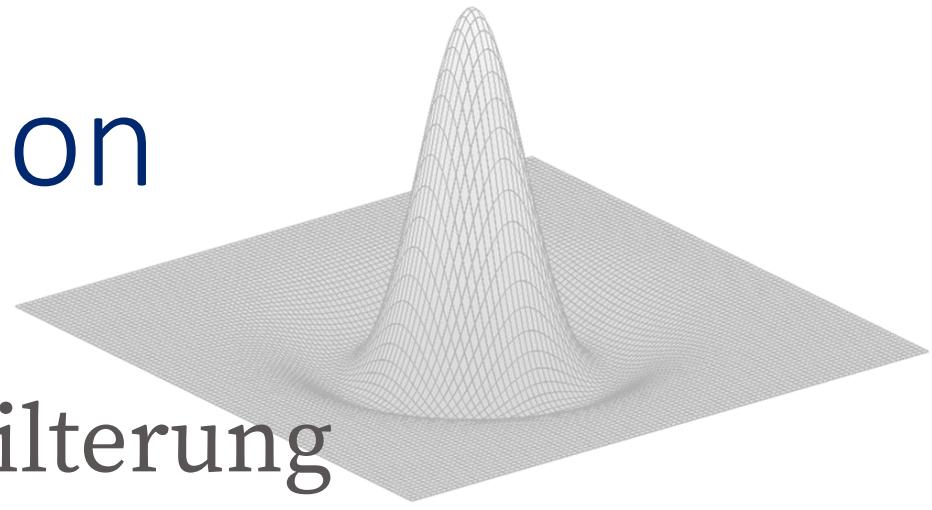


Computer Vision



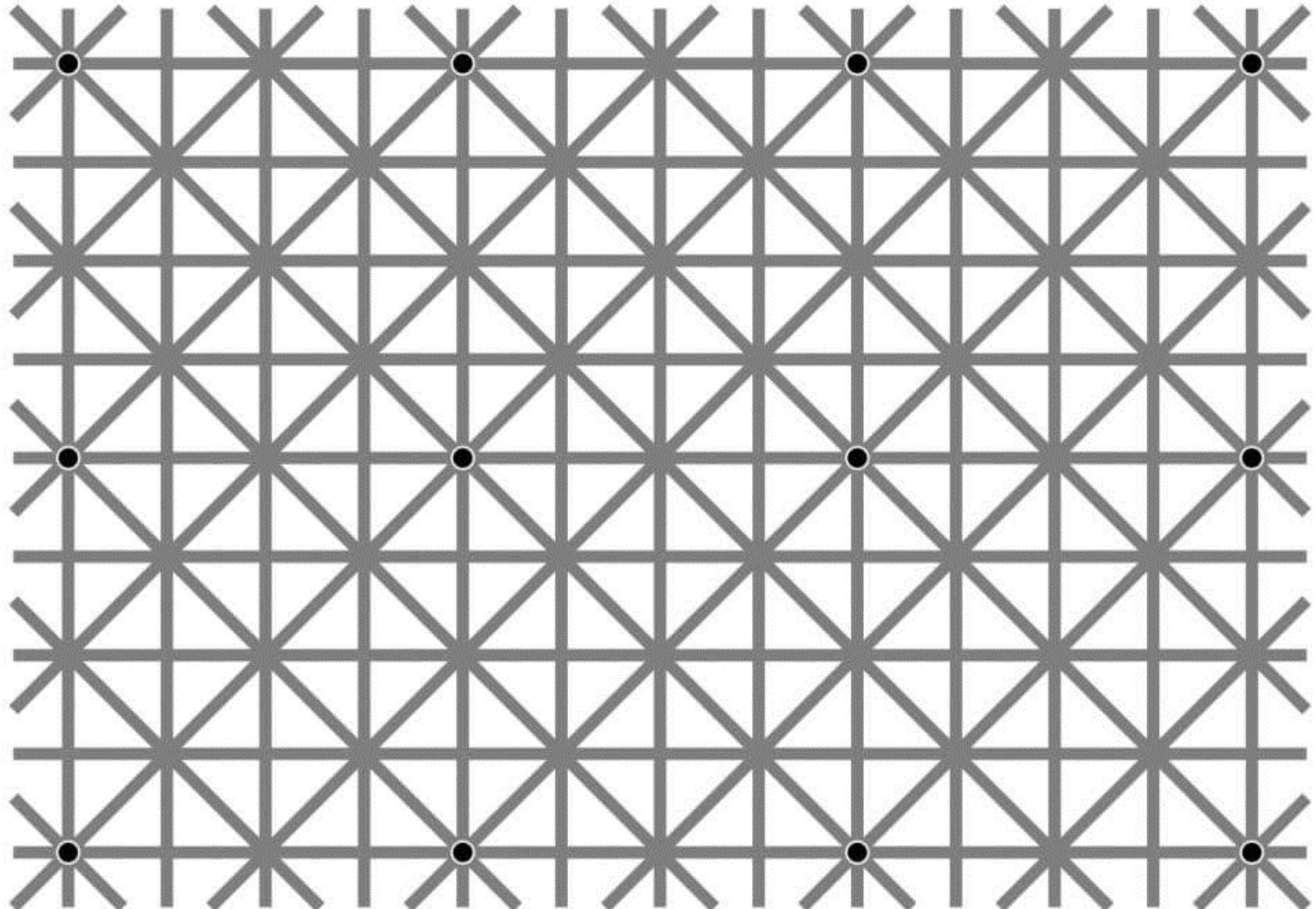
Vorlesung 2: Lineare Filterung

Ortsbereich & Faltung

Dr. Xiao Zhao



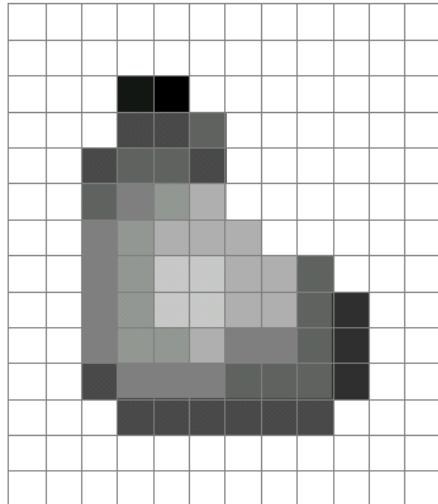
Elektrotechnik, Medizintechnik
und Informatik



Ninio, J. and Stevens, K. A. (2000)
*Variations on the Hermann grid:
an extinction illusion.* Perception,
29, 1209-1217.

Was ist ein Bild?

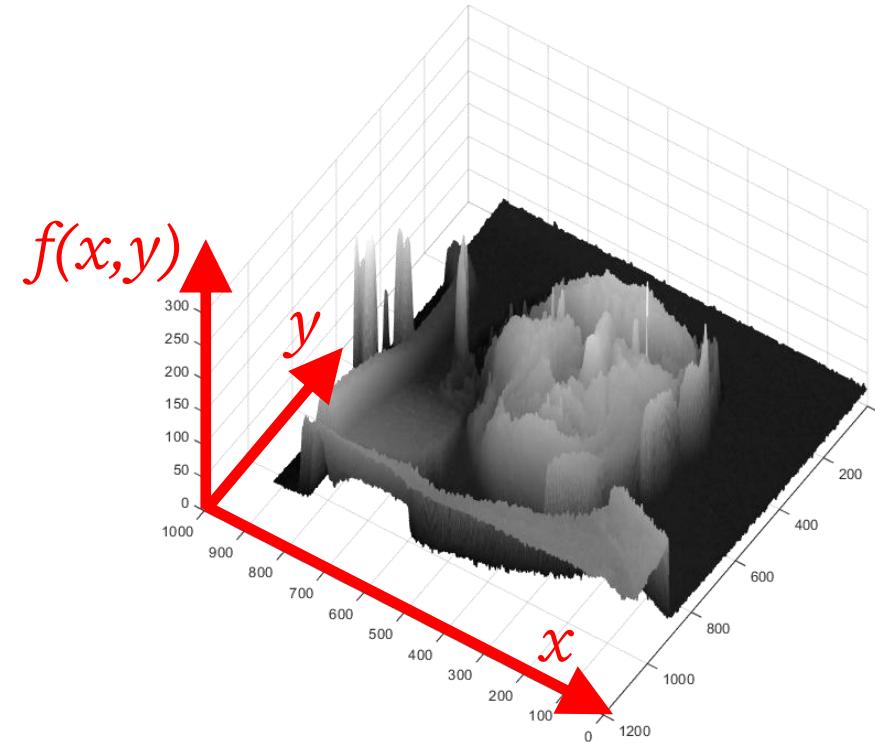
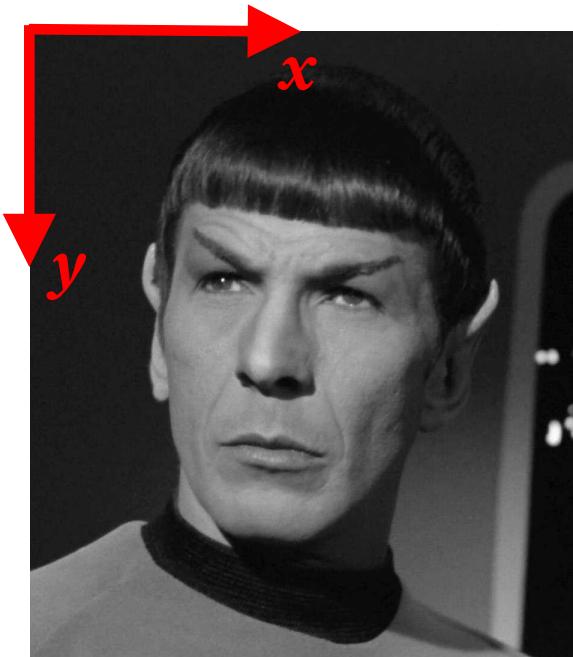
- Eine Matrix mit Grauwerten



255	255	255	255	255	255	255	255	255	255	255	255	255	255	255	255
255	255	255	255	255	255	255	255	255	255	255	255	255	255	255	255
255	255	255	20	0	255	255	255	255	255	255	255	255	255	255	255
255	255	255	75	75	75	255	255	255	255	255	255	255	255	255	255
255	255	75	95	95	75	255	255	255	255	255	255	255	255	255	255
255	255	96	127	145	175	255	255	255	255	255	255	255	255	255	255
255	255	127	145	175	175	175	255	255	255	255	255	255	255	255	255
255	255	127	145	200	200	175	175	95	255	255	255	255	255	255	255
255	255	127	145	200	200	175	175	95	47	255	255	255	255	255	255
255	255	127	145	145	175	127	127	95	47	255	255	255	255	255	255
255	255	74	127	127	127	95	95	95	47	255	255	255	255	255	255
255	255	255	74	74	74	74	74	74	74	255	255	255	255	255	255
255	255	255	255	255	255	255	255	255	255	255	255	255	255	255	255
255	255	255	255	255	255	255	255	255	255	255	255	255	255	255	255

Was ist ein Bild?

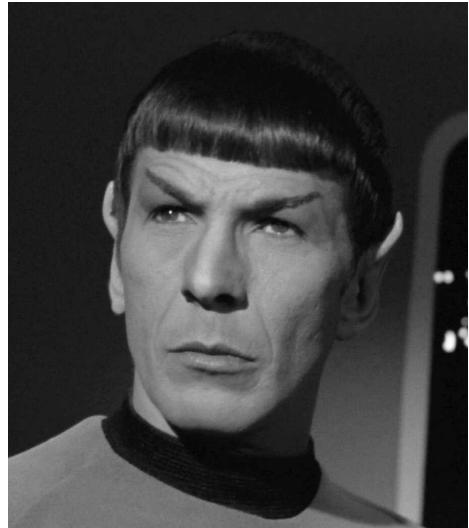
- Ein Bild ist eine zweidimensionale Funktion $f(x,y)$, welche die Intensität an einer eindeutigen Koordinate x, y ausgibt.



- Ein **digitales** Bild ist die **diskretisierte** (ortsdiskret, quantisiert) Version $g(u,v)$
- Der Ursprung eines Bildes ist unbedeutend und kann eine Kamera, eine Datei, das Internet ... sein

Bildoperationen – Punktweise

- Digitale Bilder sind diskrete Funktionen und können entsprechend mathematisch geändert werden



$$g(u, v) = f(u, v) + 50$$

$$g(u, v) = f(-u, v)$$

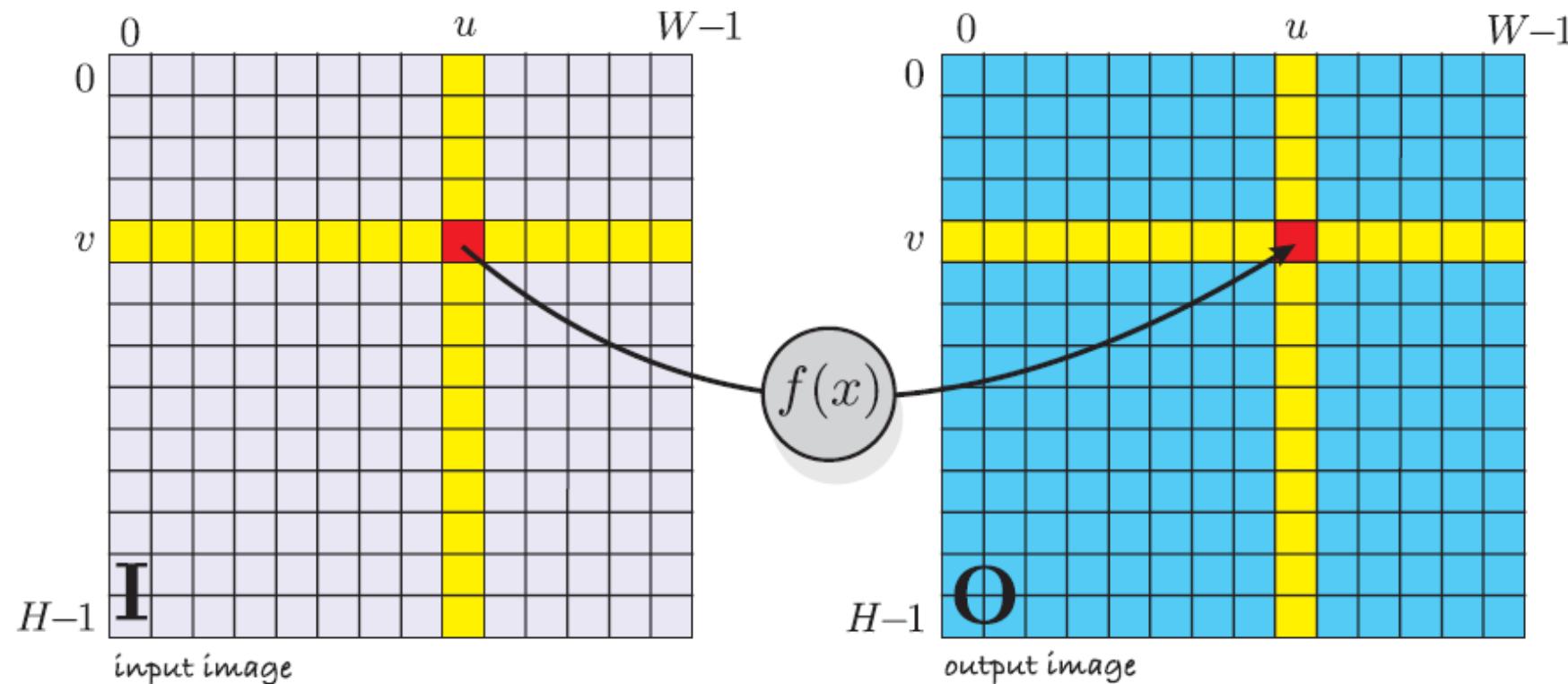
Bildoperatoren – Typen

- Punktoperationen
 - Addition, Subtraktion, ...
- Lokale Operatoren
 - Lineare Filter, Faltung, ...
- Globale Operatoren
 - Fouriertransformation, ...

Bildoperatoren – Monadische Punktoperationen

- **Jedes Pixel** des Ausgangsbildes, ist eine Funktion von **einem Pixel** des Eingangsbildes

$$\mathbf{O}[u, v] = f(\mathbf{I}[u, v])$$



Bildoperatoren – Monadische Punktoperationen

- Histogrammoperationen sind Punktoperatoren!
- Ein anderes Beispiel ist die *Bildinversion* $g_{\text{out}} = 255 - g_{\text{in}}$ ($g_{\text{out}} = 1 - g_{\text{in}}$)

Definiert für Grauwerte (ein Kanal)



... und Farbbilder!

Bildoperatoren – Monadische Punktoperationen

- **Binarisierung** mit Schwellwert g_s
- Einteilung des Bildes in zwei Klassen, eine abgebildet auf 0, eine auf 255

Eingangsbild Grauwerte



Binarisiertes Bild

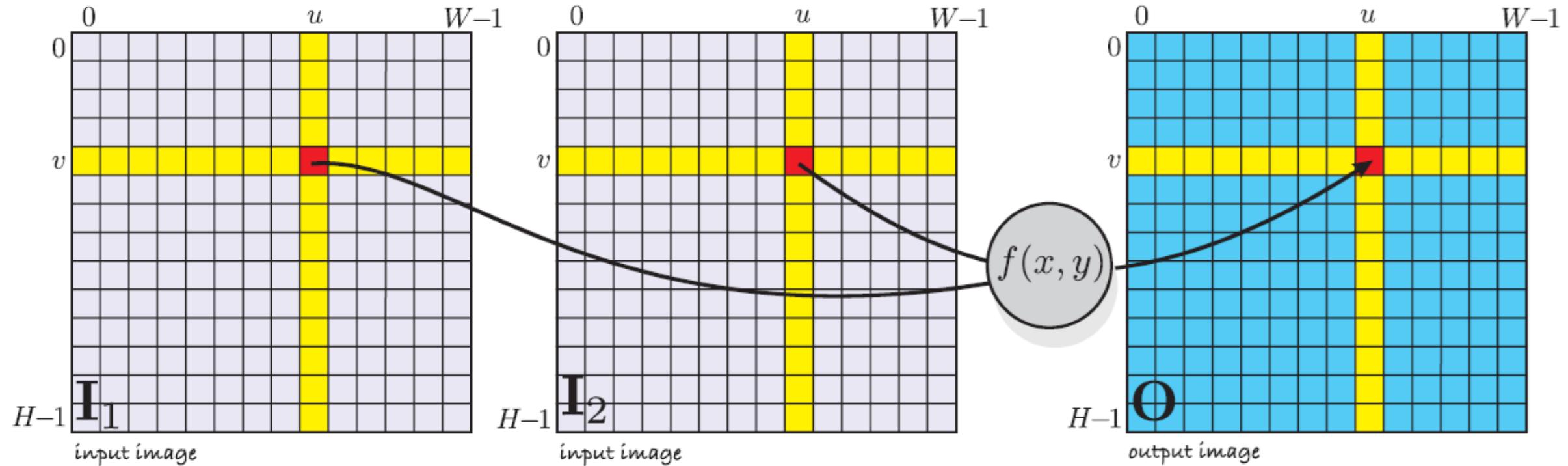


$$g_{\text{out}} = \begin{cases} 0 & \text{für } g_{\text{in}} < g_s \\ 255 & \text{für } g_{\text{in}} \geq g_s \end{cases}$$

Bildoperatoren – Dyadische Punktoperationen

- **Jedes Pixel** des Ausgangsbildes, ist eine Funktion von **einem Pixel zweier Eingangsbilder**

$$\mathbf{O}[u, v] = f(\mathbf{I}_1[u, v], \mathbf{I}_2[u, v]) \quad \forall u, v \in \mathbf{I}_1$$



Dyadische Punktoperationen – Beispiele



Image 1



Image 2

Image 1 + Image 2



Diadische Punktoperationen – Beispiele



Image 1



Image 2

Image 1 + Image 2



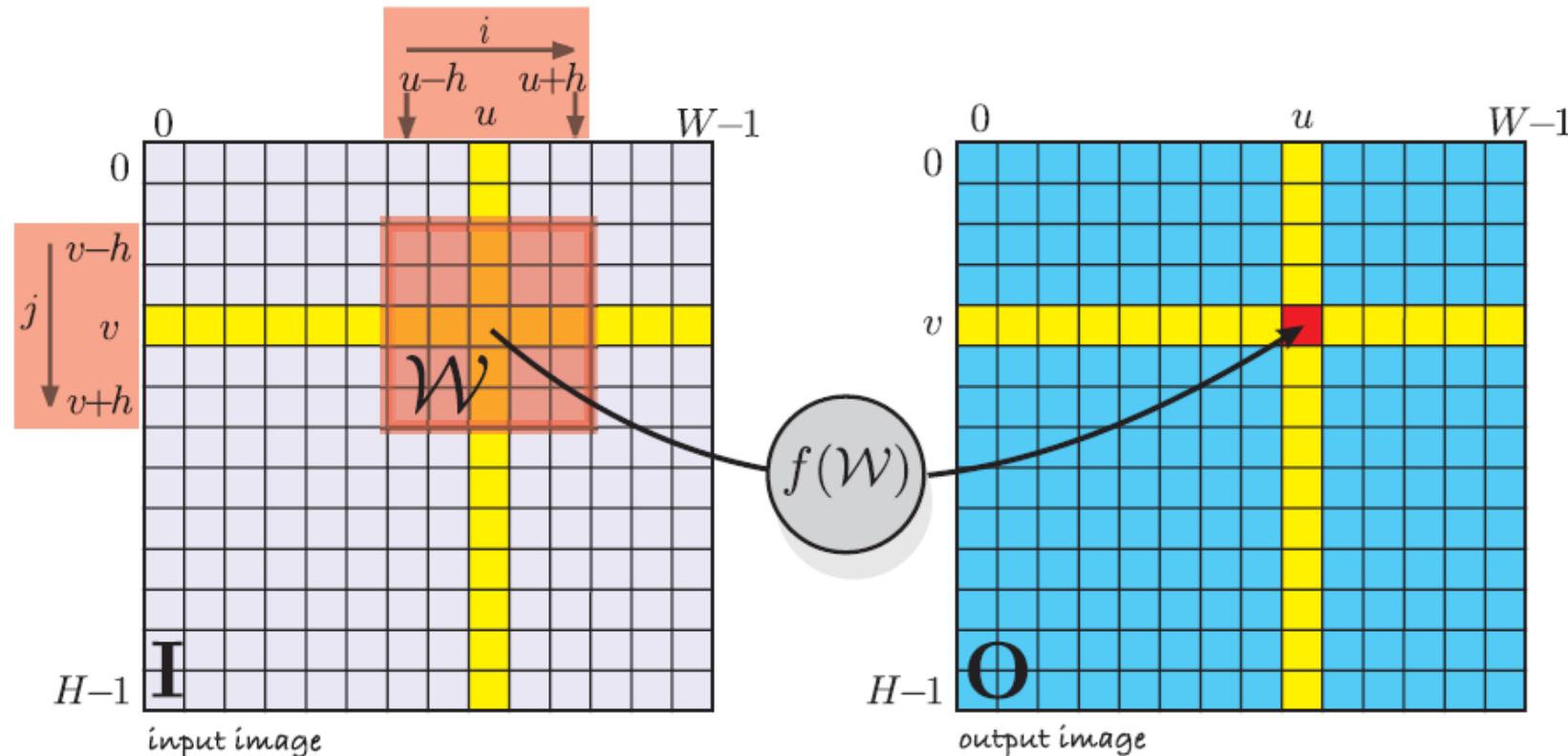
Filter

Bildoperatoren – Lokale Operationen

- Filterung bezeichnet eine **lokale** Bildoperation, d.h. **jedes Pixel** des Ausgangsbildes ist eine Funktion einer **Menge von Pixeln** des Eingangsbildes, welche in der Umgebung der Position des Pixels liegen

$$\mathbf{O}[u, v] = f(\mathbf{I}[u+i, v+j]), \quad \forall(i, j) \in \mathcal{W}, \quad \forall(u, v) \in \mathbf{I}$$

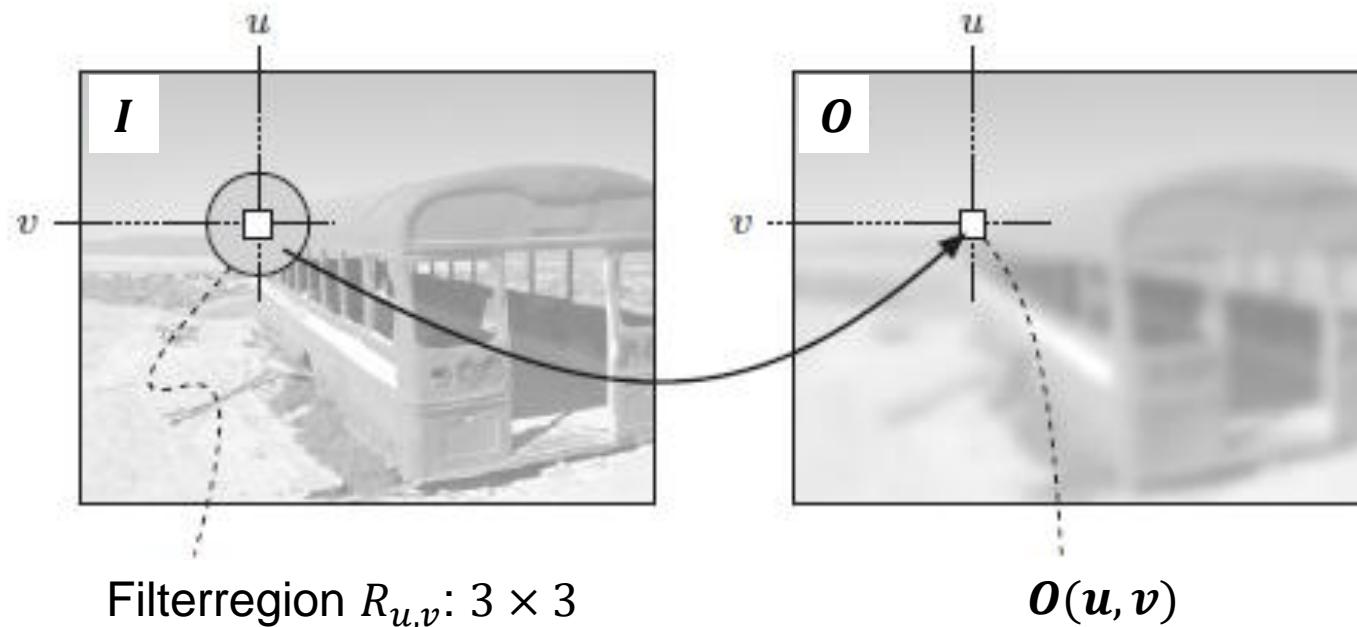
$$\mathcal{W}$$
 mit \mathcal{W} als Fenster der Größe $w \times w$. Die Seitenlänge ist i.d.R. ungerade mit $w = 2h + 1$



Lokale Operationen: Beispiel

- Jeder neue Pixelwert wird durch den Durchschnitt seiner benachbarten Pixelwerte berechnet.

$$\mathbf{O}(u, v) = \frac{1}{9} \sum_{j=-1}^1 \sum_{i=-1}^1 \mathbf{I}(u + i, v + j)$$



Lineare Filter

- **Lineare Filter** verknüpfen die Pixelwerte innerhalb der Filterregion in linearer Form, d. h. durch eine gewichtete Summation

$$\mathbf{O}(u, v) = \sum_{j=-h}^h \sum_{i=-h}^h \mathbf{I}(u + i, v + j) K(i, j)$$

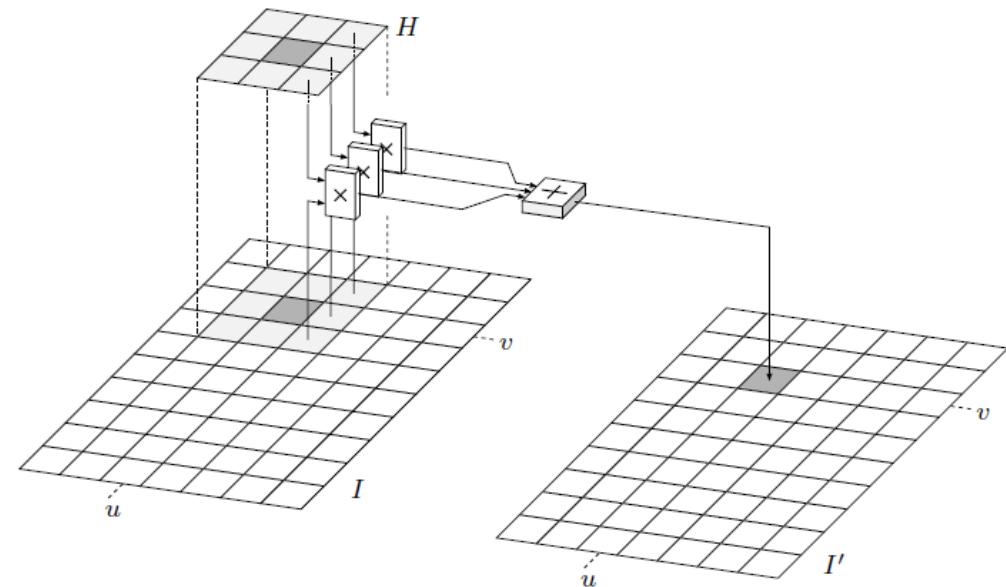
- **Filermatrix** („Filtermaske“, „Filterkern“) $K(i, j) \in \mathbb{R}^{(2h+1) \times (2h+1)}$, mit $i, j \in [-h, h]$
- Jeder linearer Filter kann durch eine Matrix von Filterkoeffizienten spezifiziert
- Beispiel: Der 3×3-Glättungsfilter:

$$\mathbf{O}(u, v) = \frac{1}{9} \sum_{j=-1}^1 \sum_{i=-1}^1 \mathbf{I}(u + i, v + j) \quad \Rightarrow \quad K(i, j) = \begin{bmatrix} \frac{1}{9} & \frac{1}{9} & \frac{1}{9} \\ \frac{1}{9} & \frac{1}{9} & \frac{1}{9} \\ \frac{1}{9} & \frac{1}{9} & \frac{1}{9} \end{bmatrix} = \frac{1}{9} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

Lineare Filter

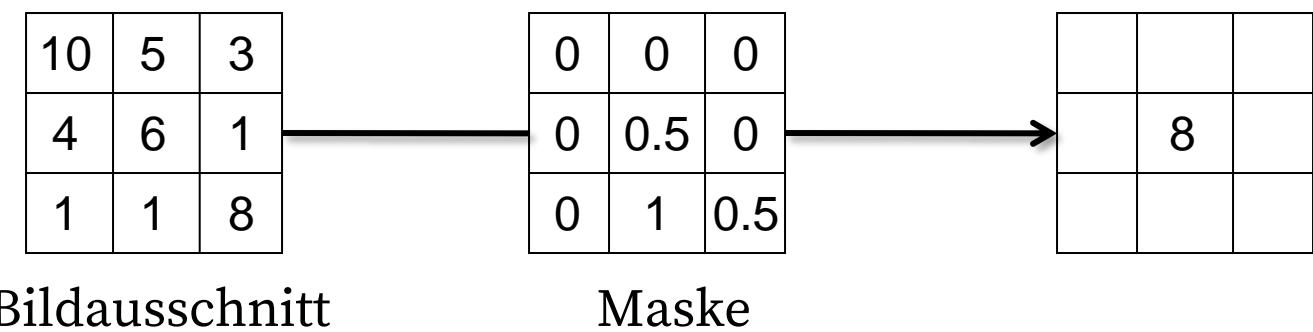
- Die Pixelwerte des neuen Bilds $I'(u, v)$ werden in folgender Form berechnet:

$$O(u, v) = \sum_{j=-h}^h \sum_{i=-h}^h I(u + i, v + j)K(i, j)$$

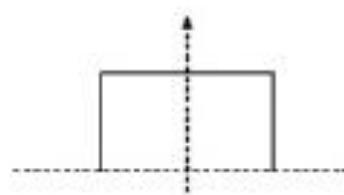
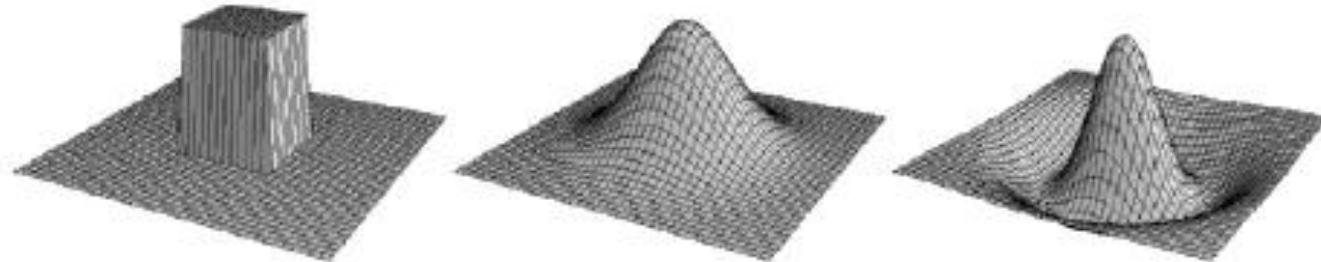


- Ein typisches Filter mit einer 3×3 Filtermatrix ($h=1$):

$$O(u, v) = \sum_{i=-1}^1 \sum_{j=-1}^1 I(u + i, v + j)K(i, j)$$



Typische Beispiele für lineare Filter



0	0	0	0	0
0	1	1	1	0
0	1	1	1	0
0	1	1	1	0
0	0	0	0	0

(a)

0	1	2	1	0
1	3	5	3	1
2	5	9	5	2
1	3	5	3	1
0	1	2	1	0

(b)

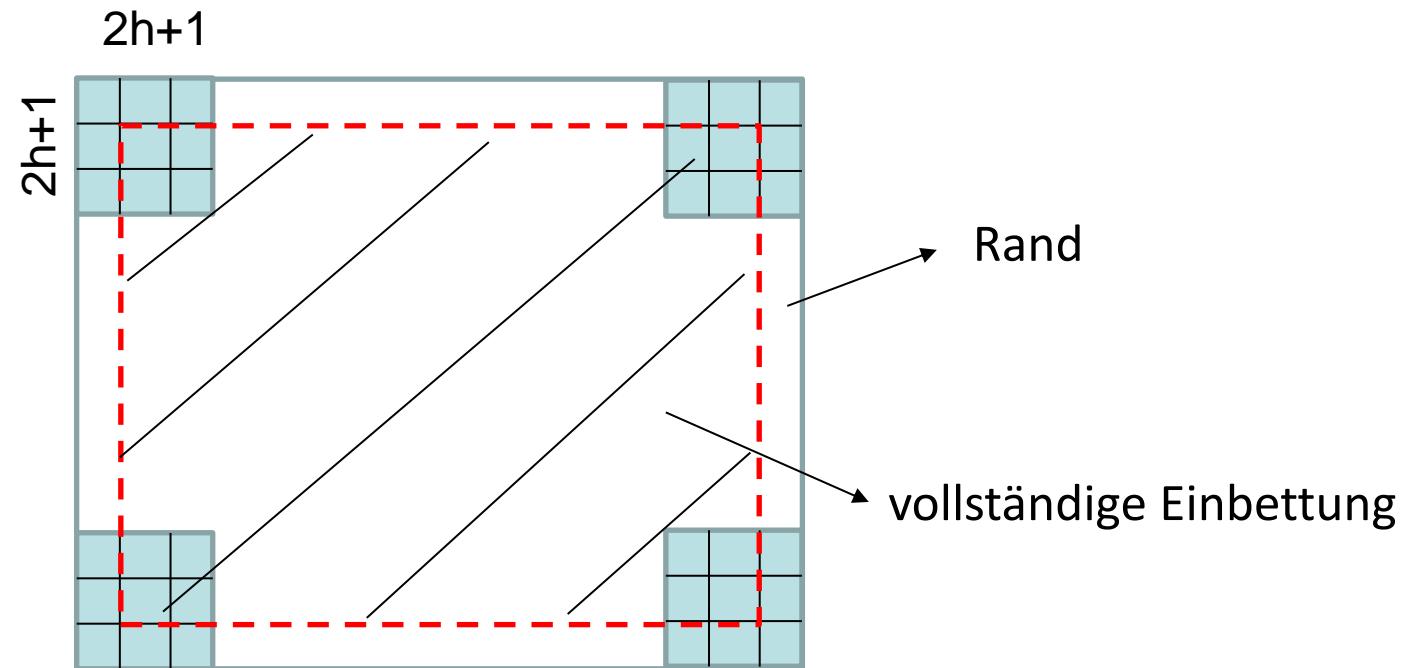
0	0	-1	0	0
0	-1	-2	-1	0
-1	-2	16	-2	-1
0	-1	-2	-1	0
0	0	-1	0	0

(c)

- (a) Box Filter: für Glättung
- (b) Gauß Filter: für Glättung
- (c) Laplace Filter: für Differenz

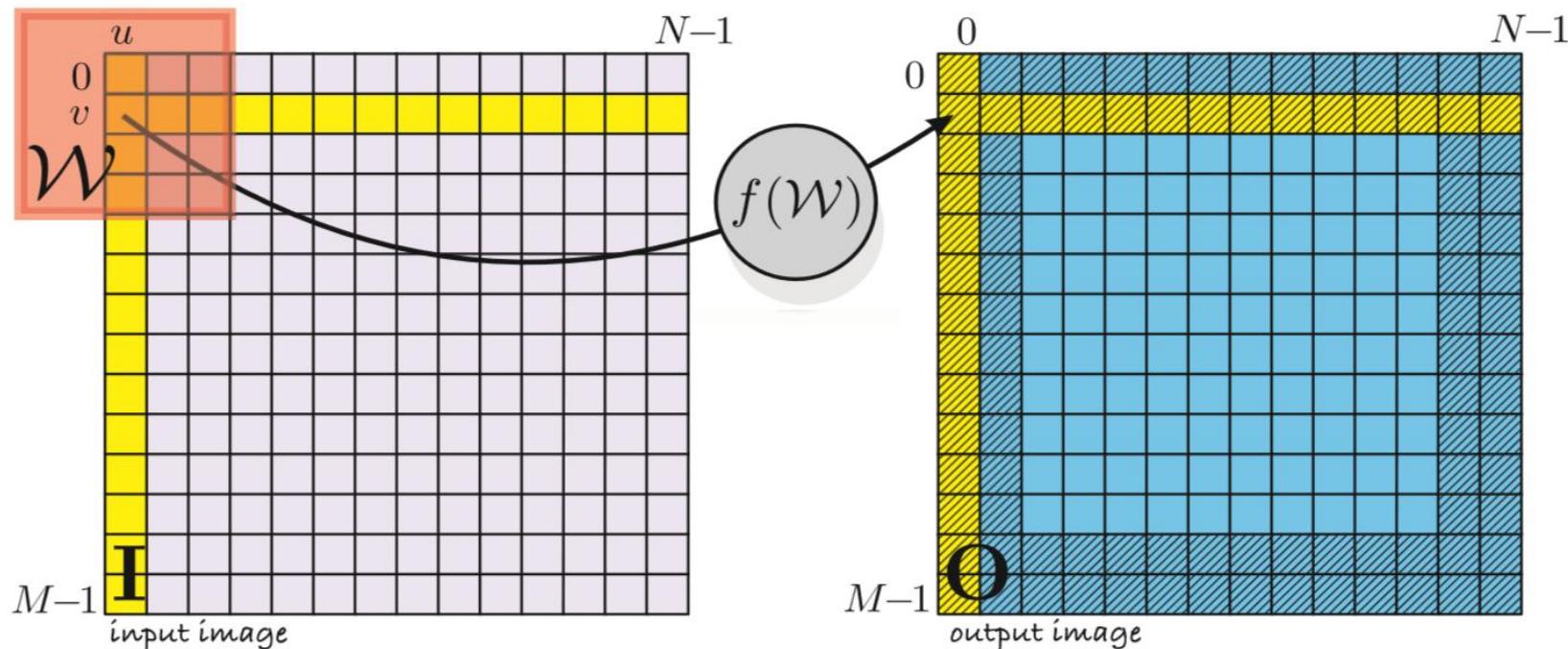
Randproblem bei Filter

- Die Filteroperation kann problemlos nur angewandt werden, wo die Filtermatrix K der Größe $(2h+1) \times (2h+1)$ vollständig in das Bild I eingebettet ist.



Filter – Bildränder

- Faltung hat einen Nebeneffekt:
 - Die Bildränder, die Größe als Funktion der Maske, werden fehlerhaft berechnet



Lösungsvorschläge?

Filter – Bildränder

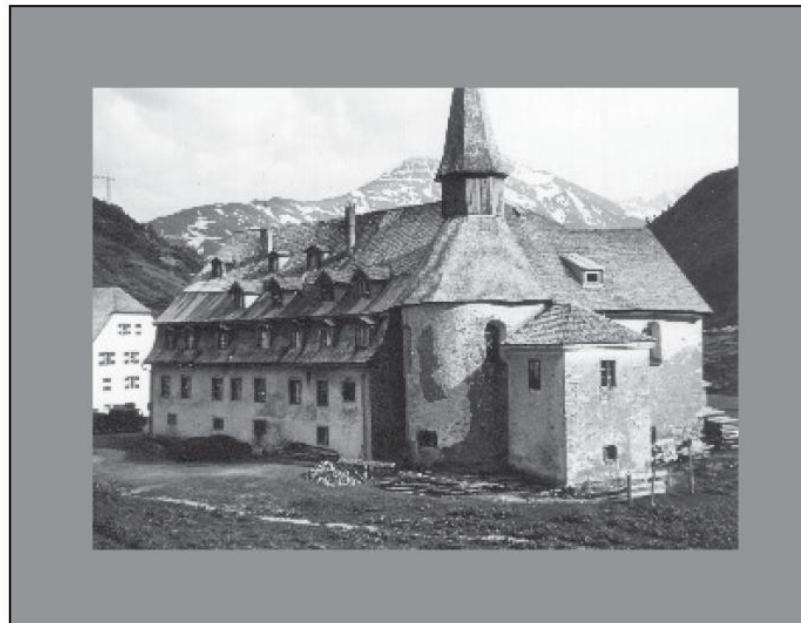
- Drei grundlegende Möglichkeiten:
 1. Die falsch berechneten Pixel werden schwarz gesetzt – schlecht, da Bild kleiner
 2. Ursprungswert der Randpixel beibehalten – schlecht, da visuell nicht ansprechend
 3. Zusätzliche Pixel werden dem Bild *vor* der Filterung hinzugefügt (***padding***)
- In der Praxis wird meistens die dritte Möglichkeit gewählt – wieder mit Wahlmöglichkeiten der neuen Pixelwerte:
 - a) Schwarz oder grau (0 oder 127)
 - b) Gleich dem nächsten Randpixel
 - c) Spiegelung der Pixelwerte an der Berandung
 - d) Das Bild periodisch anfügen (analog diskreter Fouriertransformation)

Bildränder – Beispiele

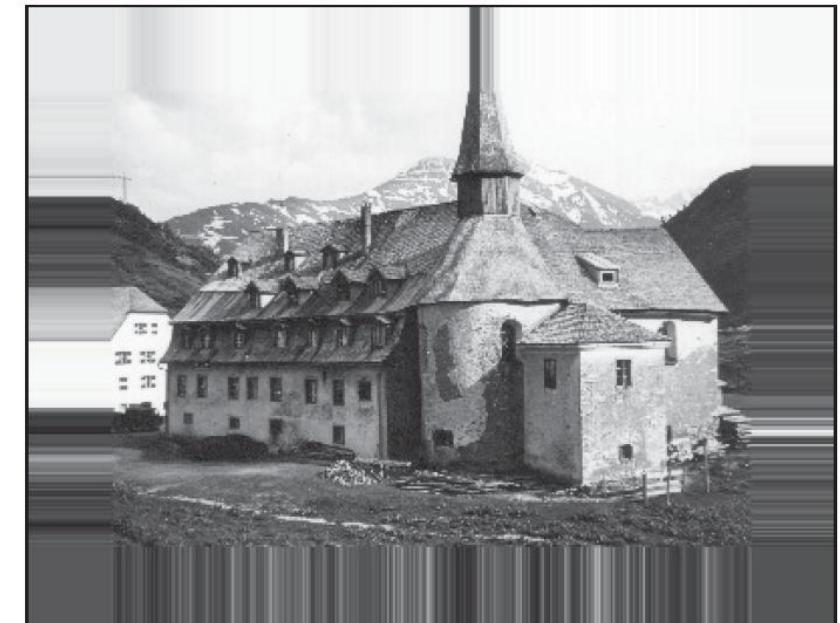


Originalbild

a) Graues padding



b) Gleich nächstem Randpixel



Bildränder – Beispiele

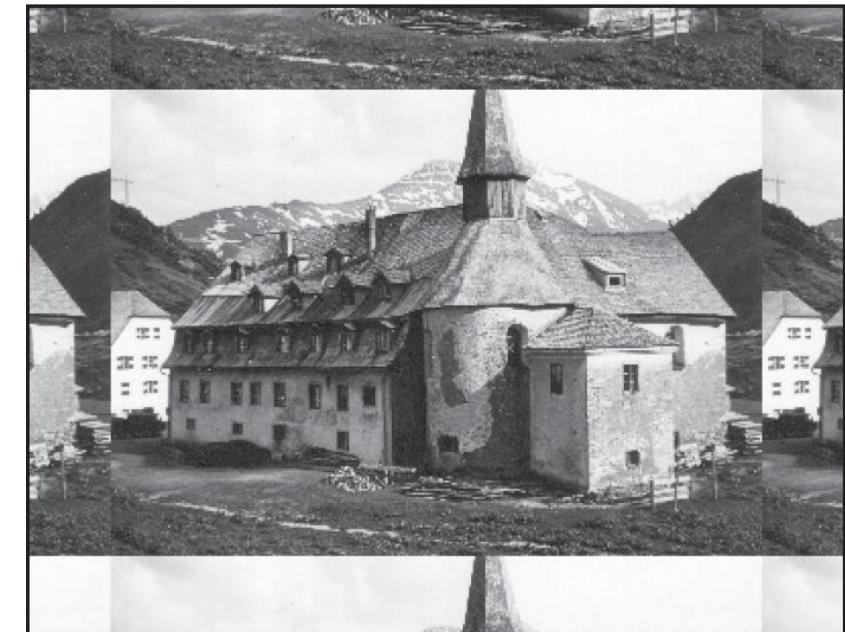


Originalbild

c) Spiegelung der Pixel



d) Zyklische Wiederholung



Korrelation und Faltung (convolution): Vergleich

- Korrelation in 1D

$$\text{Korr}(I, K)(u) = \sum_{i=-h}^h I(u + i)K(i)$$

- Faltung (Convolution) in 1D

$$(I * K)(u) := \sum_{i=-h}^h I(u - i)K(i)$$

- Wenn $K(-i) = K(i)$, $\text{Korr}(I, K) = I * K$

- Beispiel:

$u=0 \quad u=2 \quad u=6$

- $I = (0, 1, 2, 3, 4, 5)$

- $K = (1, 2, 3)$

- $u=2$

- $\text{Korr}(u) = 1*1+2*2+3*3$

- $(I * K)(u) = 1*3 + 2*2 + 3*1$

Korrelation und Faltung (convolution): Vergleich

- Lineare Filter werden mit Hilfe der **Korrelation** definiert:

$$\mathbf{O}(u, v) = \sum_{j=-h}^h \sum_{i=-h}^h \mathbf{I}(u + i, v + j)K(i, j)$$

- Lineare Filter können mit Hilfe der **Faltung** dargestellt werden:

$$\begin{aligned}\mathbf{O}(u, v) &= \sum_{j=-h}^h \sum_{i=-h}^h \mathbf{I}(u + i, v + j)K(i, j) \\ &= \sum_{j=-h}^h \sum_{i=-h}^h \mathbf{I}(u - i, v - j)K(-i, -j) \\ &= [\mathbf{I}(i, j) * K^*(i, j)](u, v), \text{ wo } K^*(i, j) := K(-i, -j)\end{aligned}$$

- Wenn $K(-i, -j) = K(i, j)$, sogenannte „reflektierbare Filter“, lineare Filter/Korrelation sind äquivalent zu Faltungsoperation

Korrelation und Faltung (convolution): Verlgeich

- $K(-i, -j) = K(i, j)$ bedeutet, dass $K(i, j)$ gleich dem Ergebnis ist, wenn man $K(i, j)$ um 180 Grad dreht.

$K(i, j)$		
$w_{-1,-1}$	$w_{0,-1}$	$w_{1,-1}$
$w_{-1,0}$	$w_{0,0}$	$w_{1,0}$
$w_{-1,1}$	$w_{0,1}$	$w_{1,1}$



$K^*(i, j) = K(-i, -j)$		
$w_{1,1}$	$w_{0,1}$	$w_{-1,1}$
$w_{1,0}$	$w_{0,0}$	$w_{-1,0}$
$w_{1,-1}$	$w_{0,-1}$	$w_{-1,-1}$

- Beispiel:

10	5	3
4	6	1
1	1	8

$$K(-i, -j) \neq K(i, j)$$

0	5	1
4	6	4
1	5	0

$$K(-i, -j) = K(i, j)$$

Korrelation und Faltung: Vergleich

- Das Randproblem wird durch Auffüllen („padding“) von Nullen gelöst
 - Faltung = Korrelation mit gedrehter Filtermaske

Faltung und Korrelation: Fazit

- Faltung

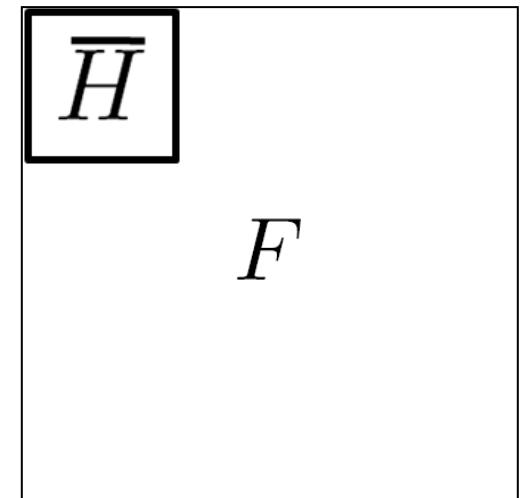
$$\mathbf{O}[u, v] = \sum_{(i, j) \in \mathcal{W}} \mathbf{I}[u - i, v - j] \mathbf{K}[i, j], \quad \forall (u, v) \in \mathbf{I}$$

- Korrelation

$$\mathbf{O}[u, v] = \sum_{(i, j) \in \mathcal{W}} \mathbf{I}[u + i, v + j] \mathbf{K}[i, j], \quad \forall (u, v) \in \mathbf{I}$$

- Faltung ist äquivalent zur Korrelation, wenn der Filterkern zweimal gespiegelt (flipping) wird (horizontal und vertikal).
- Für gewöhnlich wird folgende Formel genutzt und eine gedrehte Maske vorausgesetzt:

$$\mathbf{O}[u, v] = \sum_{(i, j) \in \mathcal{W}} \mathbf{I}[u + i, v + j] \mathbf{K}[i, j], \quad \forall (u, v) \in \mathbf{I}$$



Filterung ist eine Faltung mit gespiegelter Filtermaske!
 (Was ist die Konsequenz für symmetrische Masken?)

Faltung: Eigenschaften

- Faltung ist

- Kommutativ

$$f * g = g * f$$

- Assoziativ

$$(f * g) * h = f * (g * h)$$

- Linear

$$f * (\alpha g + \beta h) = \alpha(f * g) + \beta(f * h)$$

- Eine Faltung im Ortsbereich entspricht eine Multiplikation im Ortsfrequenzbereich

$$\mathcal{F}[g(x, y) * h(x, y)] = G(\omega_x, \omega_y) \cdot H(\omega_x, \omega_y)$$

- 02_CV_Filterung: Test01

Nicht-Lineare Filter

Nichtlineare Filter

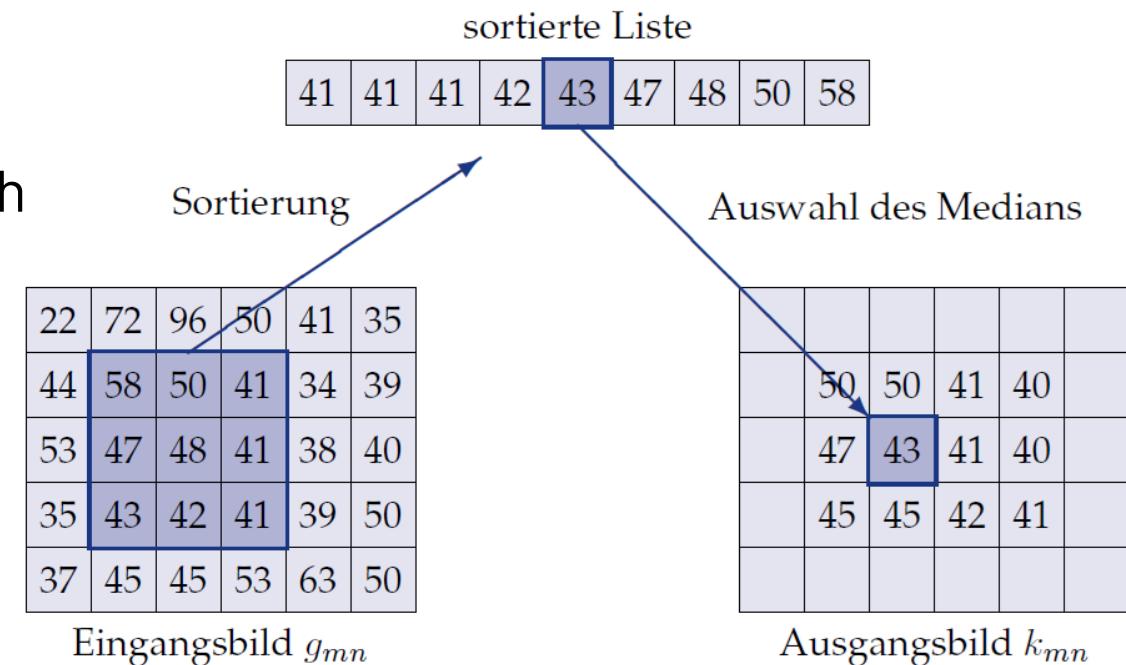
- **Nichtlineare Filter** verknüpfen die Pixelwerte innerhalb der Filterregion in nichtlinearer Form:

$$\mathbf{O}(u, v) = \mathbf{f}(\dots, \mathbf{I}(u + i, v + j), \dots), \quad \forall i, j = -h, \dots, h$$

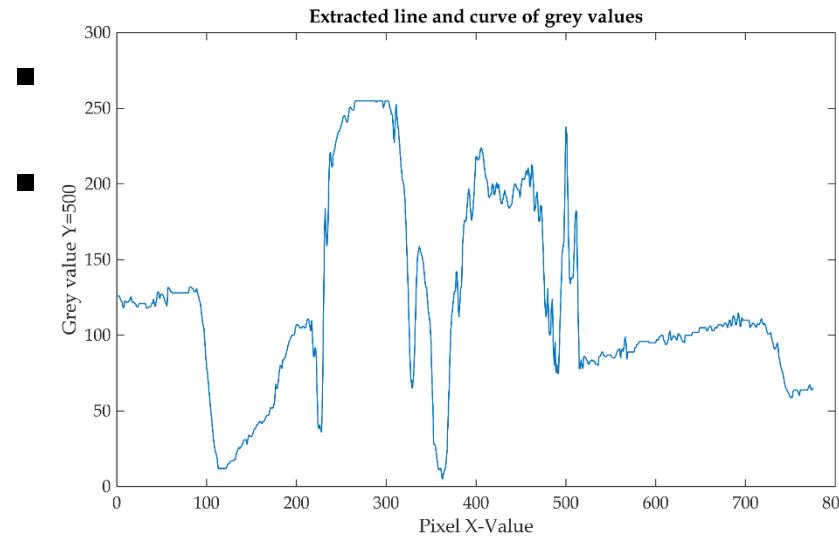
- Beispiele:
 - Max-Filter: $\mathbf{O}(u, v) = \max\{\dots, \mathbf{I}(u + i, v + j), \dots\}, \forall i, j = -h, \dots, h$
 - Min-Filter: $\mathbf{O}(u, v) = \min\{\dots, \mathbf{I}(u + i, v + j), \dots\}, \forall i, j = -h, \dots, h$
 - Median-filter: $\mathbf{O}(u, v) = \text{median}\{\dots, \mathbf{I}(u + i, v + j), \dots\}, \forall i, j = -h, \dots, h$
 - Faltungsschicht von CNN

Nichtlineare Filter: Rangordnungsfilter

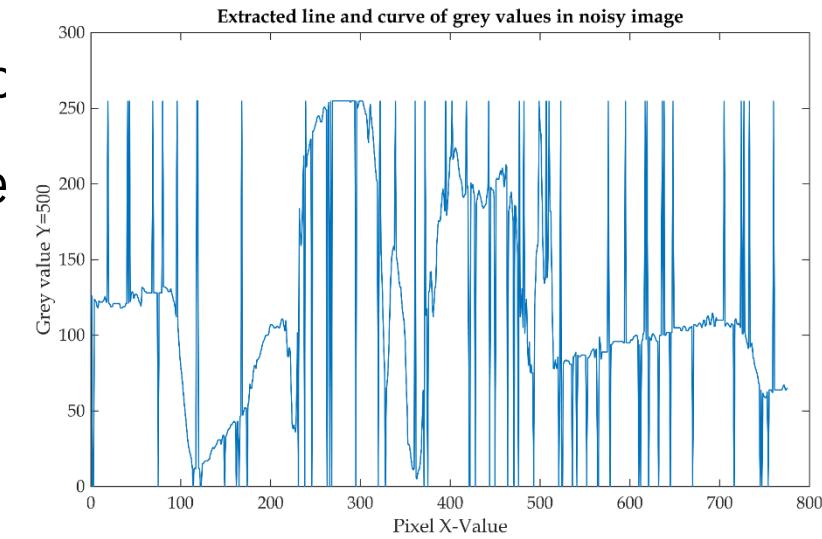
- Eine Glättung hat immer ein „verschmieren“ von Kanten zur Folge
 - Dies hat Nachteile bei möglichen Folgeschritten
- Ein alternativer Ansatz stellt die Filterung durch Sortierung dar
 - Diese ist *nichtlinear*
 - Übergänge, wie bei Kanten oder Texturen, bleiben i.d.R. erhalten
- Am gebräuchlichsten sind die **Rangordnungsfilter**, in diesen wiederum der **Medianfilter**



Impulsrauschen (Salz & Pfeffer)

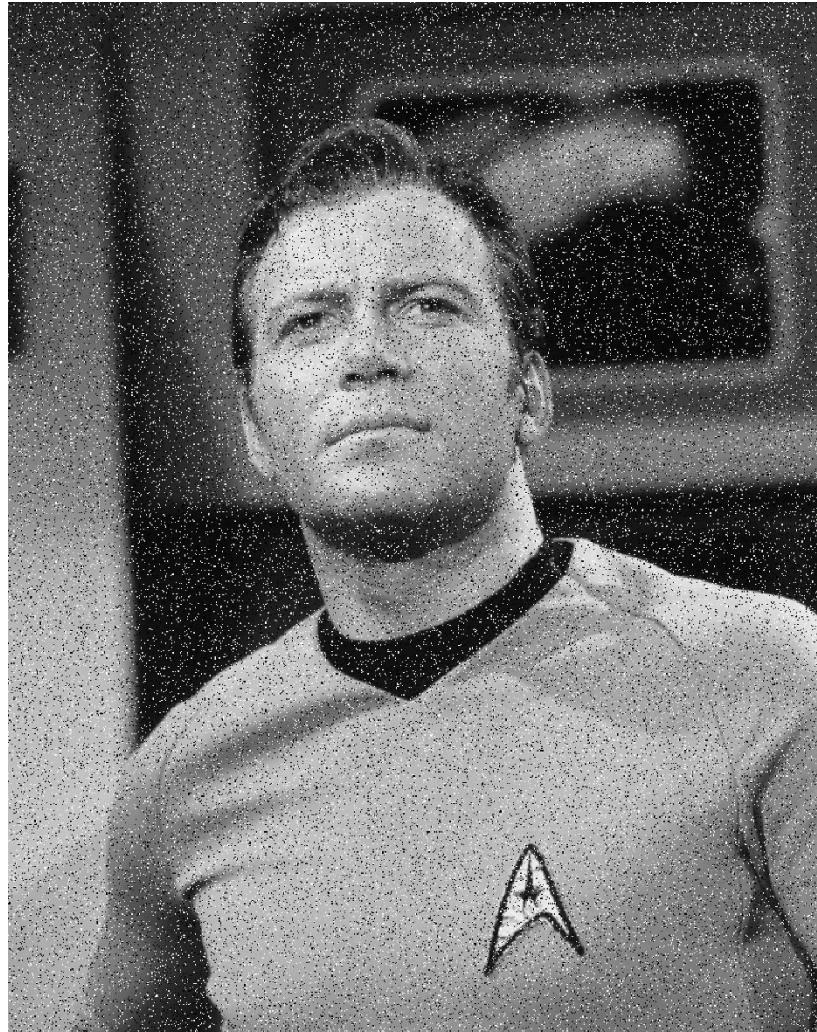


gen tritt auch Impulsrauschen ein
n ersetzt Grauwe



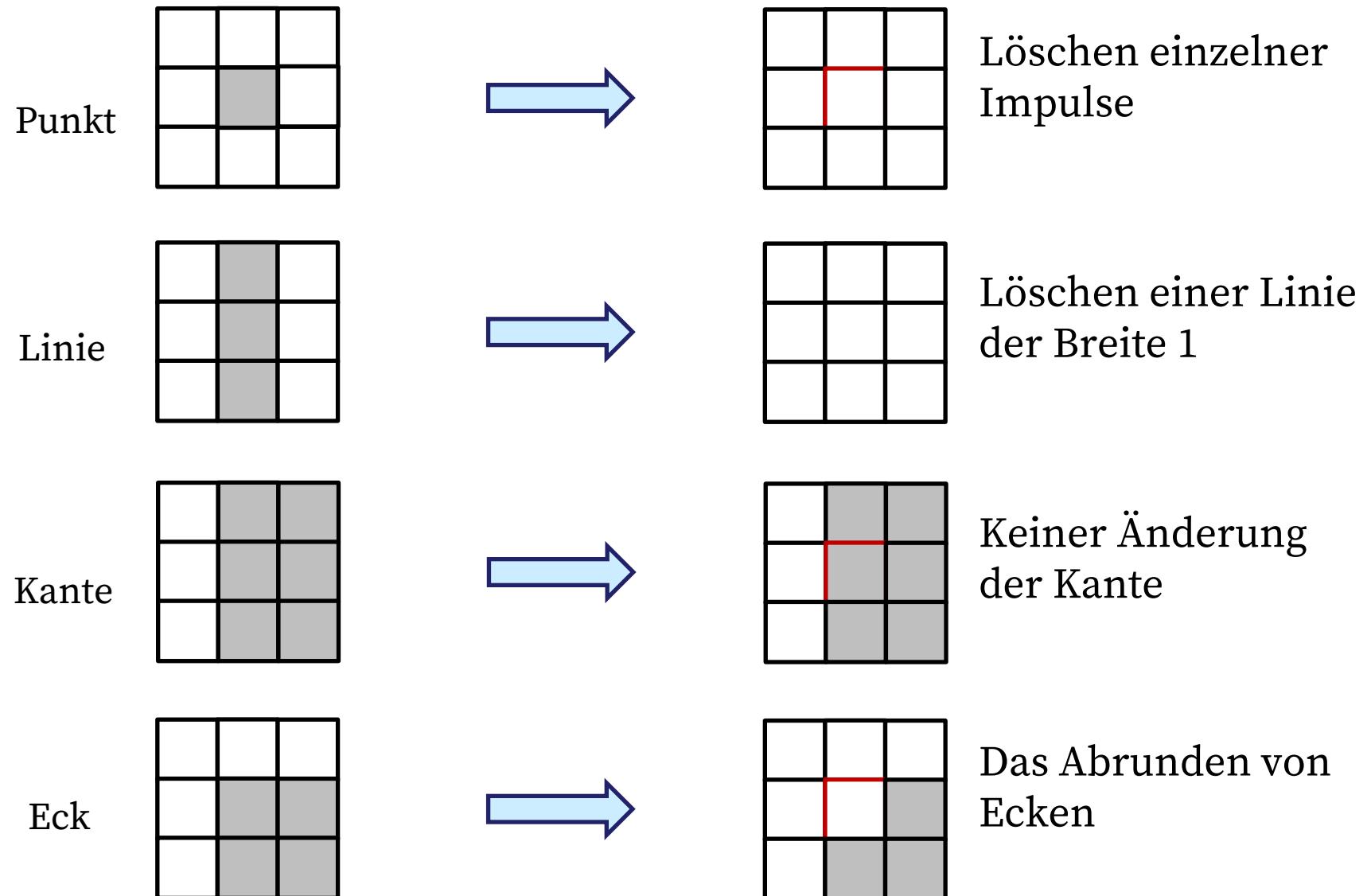
Nichtlineare Filter – Medianfilter

- Rangordnungsfilter sind besonders gut für diese Art Störung geeignet



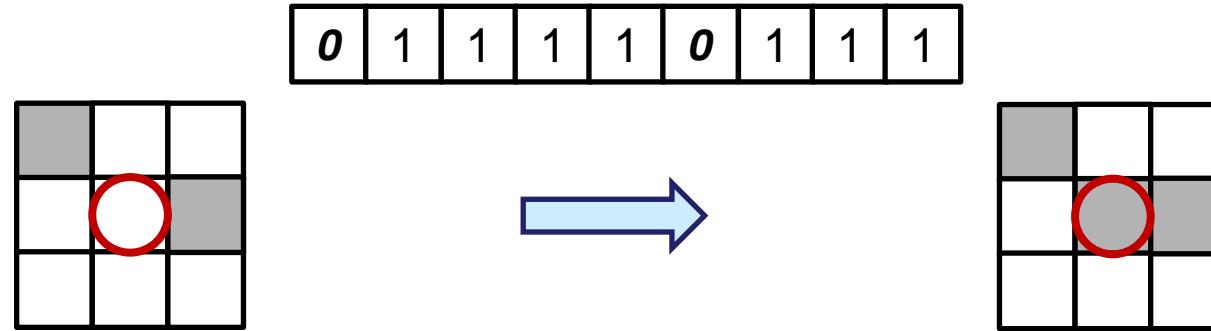
Medianfilter – Effekte

- Die Filterung mit einem 3x3 Medianfilter in einem Binärbild resultiert in ...

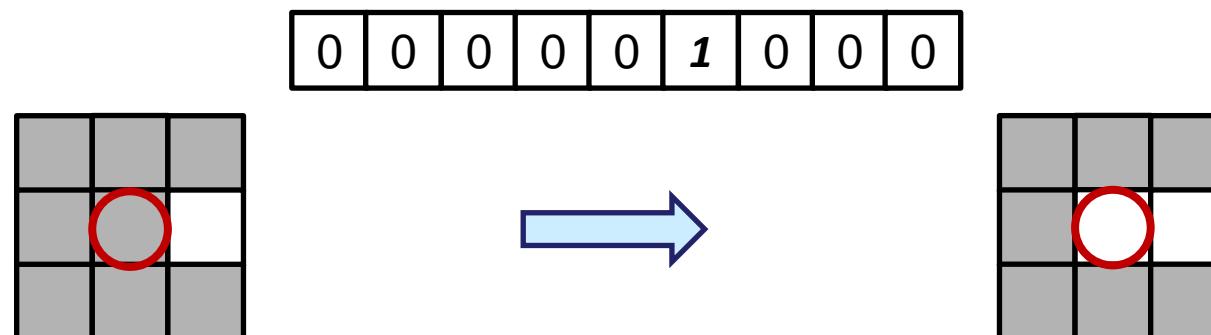


Nichtlineare Filter - Rangordnungsfilter

- Zwei weitere naheliegende Varianten der Rangordnungsfilter sind
- Das **Minimumfilter** -> Helle Flecken werden entfernt, dunkle Gebiete werden größer



- Das **Maximumfilter** -> Dunkle Flecken werden entfernt, helle Gebiete werden größer





(a)

(a) Das Originalbild (durch
“Salt-and-Pepper”-
Rauschen gestört)



(b)

(b) Nach **Min-Filter**



(c)

(c) Nach **Max-Filter**

Bildfilterung

Filterung im Ortsbereich

Tiefpassfilter

- **Definition:**

„Ein Filter, der tiefe Frequenzen durchlässt, wird als Tiefpassfilter bezeichnet.“

- **Effekt:**

- Glättung (blurring & smoothing)
- Entfernen feiner Strukturen und abrupter Übergänge

- **Beispiele:**

- Glättung durch Gleitender Mittelwert
- Median Filter
- Gaußfilter
- ...

Tiefpassfilter

- Bilder werden verbessert, wenn diese Übergänge erzeugt werden durch
 - Sensorrauschen
 - Artefakte, welche durch Diskretisierung entstehen
 - Kleine und irrelevante Details
- Allerdings können (und sind es oft) abrupte Übergänge wichtige Information im Bild darstellen, z.B. in Form von Kanten, welche durch Glättungsfilter entfernt werden und das Bild verschwommen (unfokussiert) wirken lassen

Tiefpassfilter: Gleitender Mittelwert

- Der erste Tiefpassfiltertyp: *Gleitender Mittelwert (Moving Average)*

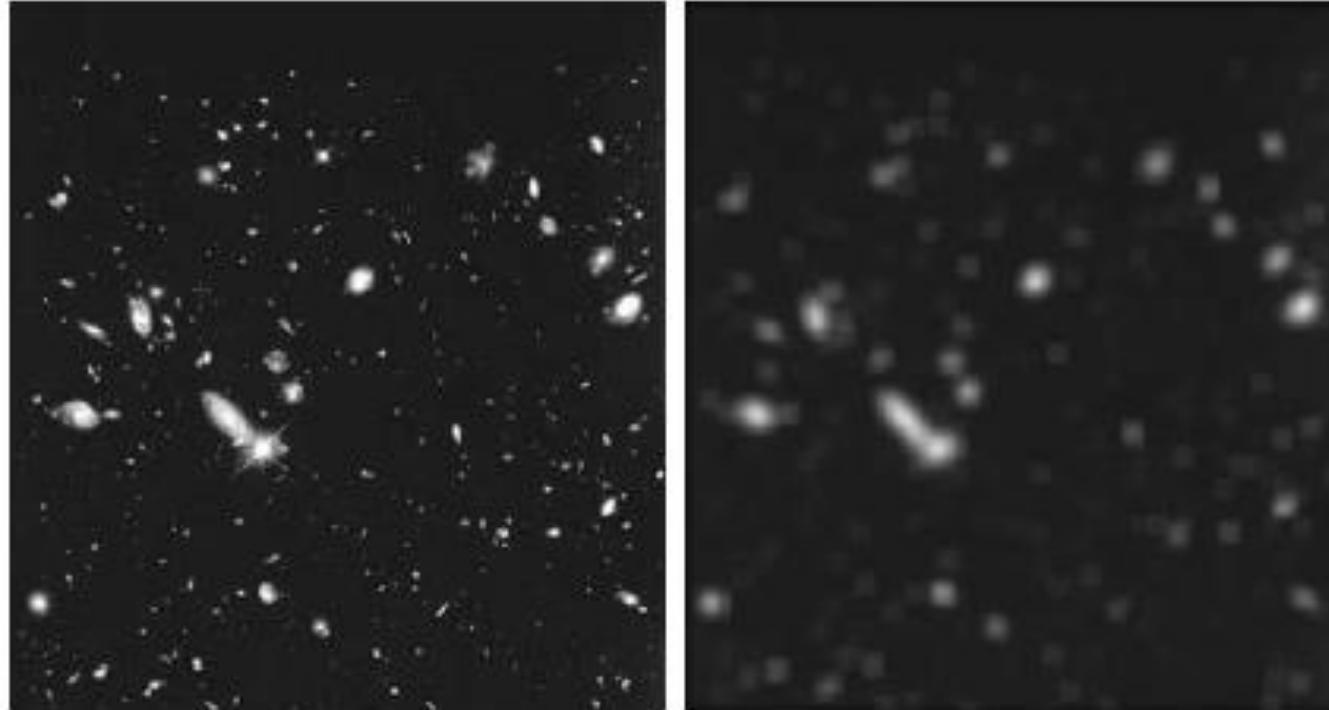
The diagram illustrates the convolution of a 3x3 filter mask h with a 3x3 input image g to produce a 3x3 output image I . The input g has a central value of 90 highlighted with a red box. The filter h is a uniform 3x3 matrix of 1/9. The output I shows the result of the convolution, with the central value also highlighted in red.

$$I[u,v] = \sum_{k,l} h[k,l] \cdot g[u+k, v+l]$$

- Mit der Filtermaske:
- $$h_{\text{ma},3} = \frac{1}{9} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

$$h_{\text{ma},n} = \frac{1}{n^2} \begin{bmatrix} 1 & \cdots & 1 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 1 & \cdots & 1 \end{bmatrix}$$

Glättung durch gleitenden Mittelwert

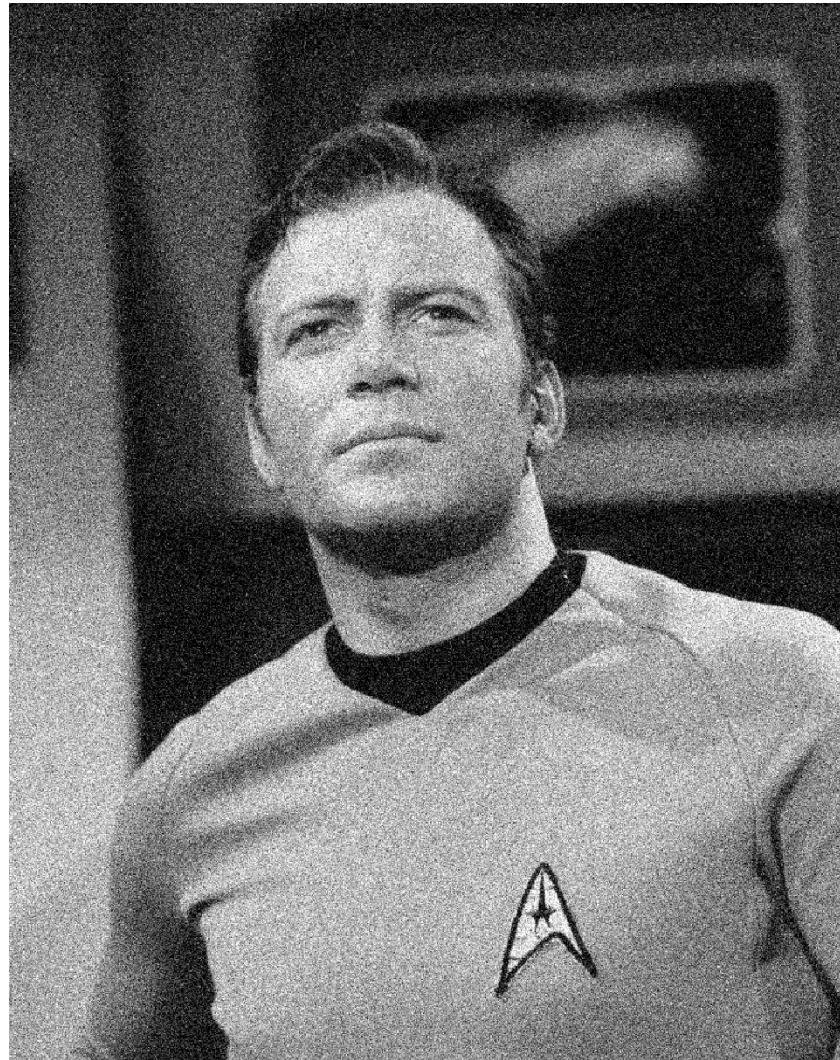


- (a) Das Originalbild von Hubble Space Telescope
- (b) Bild gefiltert mit einer 15*15 Glättungsmaske.

$$O(u, v) = \frac{1}{225} \sum_{j=-1}^1 \sum_{i=-1}^1 I(u + i, v + j)$$

$$\mathbf{K}(i, j) = \frac{1}{225} \begin{bmatrix} 1 & \cdots & 1 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 1 & \cdots & 1 \end{bmatrix}$$

Rauschreduktion durch gleitenden Mittelwert



Das Originalbild mit Rauschen



Größe 21x21

Filtermasken in verschiedenen Größen

- Bilder wirken verschwommen



$$* \frac{1}{9} \begin{array}{|c|c|c|} \hline 1 & 1 & 1 \\ \hline 1 & 1 & 1 \\ \hline 1 & 1 & 1 \\ \hline \end{array} = f$$



g

h

Filtermasken in verschiedenen Größen

- Größe der Filtermasken von hoher Relevanz



g

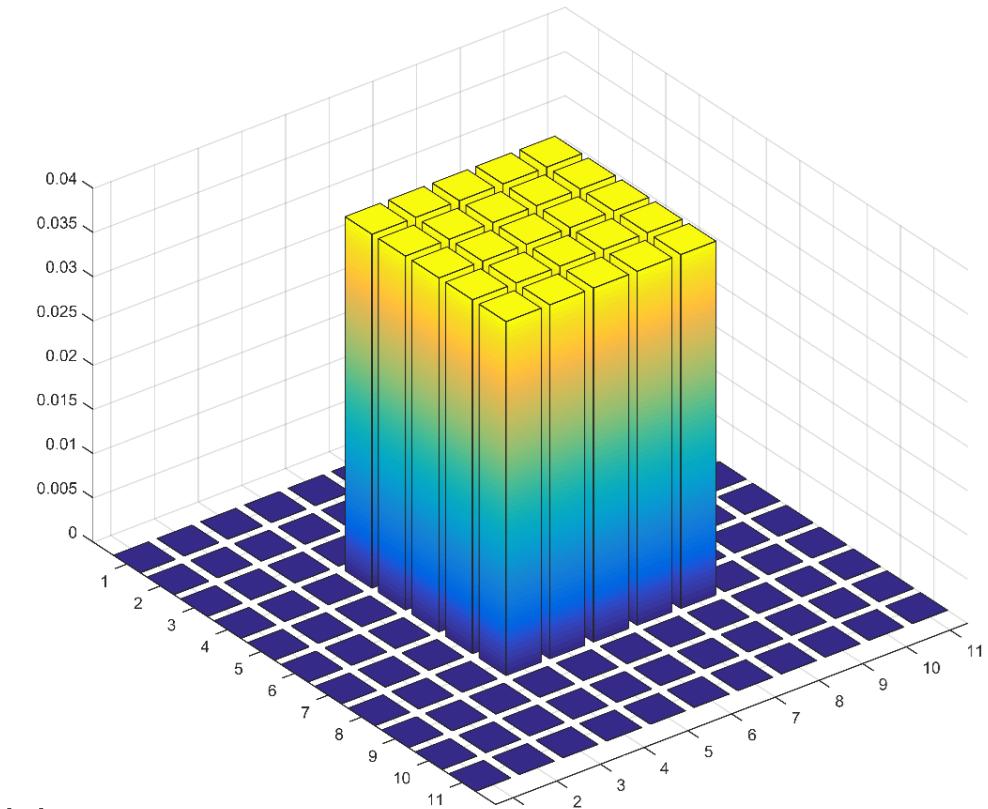
$$\ast \frac{1}{625} \begin{array}{|c|c|c|} \hline 1 & 1 & \dots \\ \hline 1 & 1 & \dots \\ \hline \dots & \dots & \dots \\ \hline \end{array} = f$$



h

Tiefpassfilterung: Rechteckfilter

- Rechteckfilter haben
 - Quadratische Filterkerne, Größe $n \times n$
 - Ungerade Größe $n = 2m + 1$
 - Jedes Element der Maske als $1/k$ mit $k = n^2$
- Werden auch Box-Filter genannt
- Einsatz zur Reduktion von (weißem) Rauschen in Bildern



Tiefpassfilterung: Glättung durch Median Filter

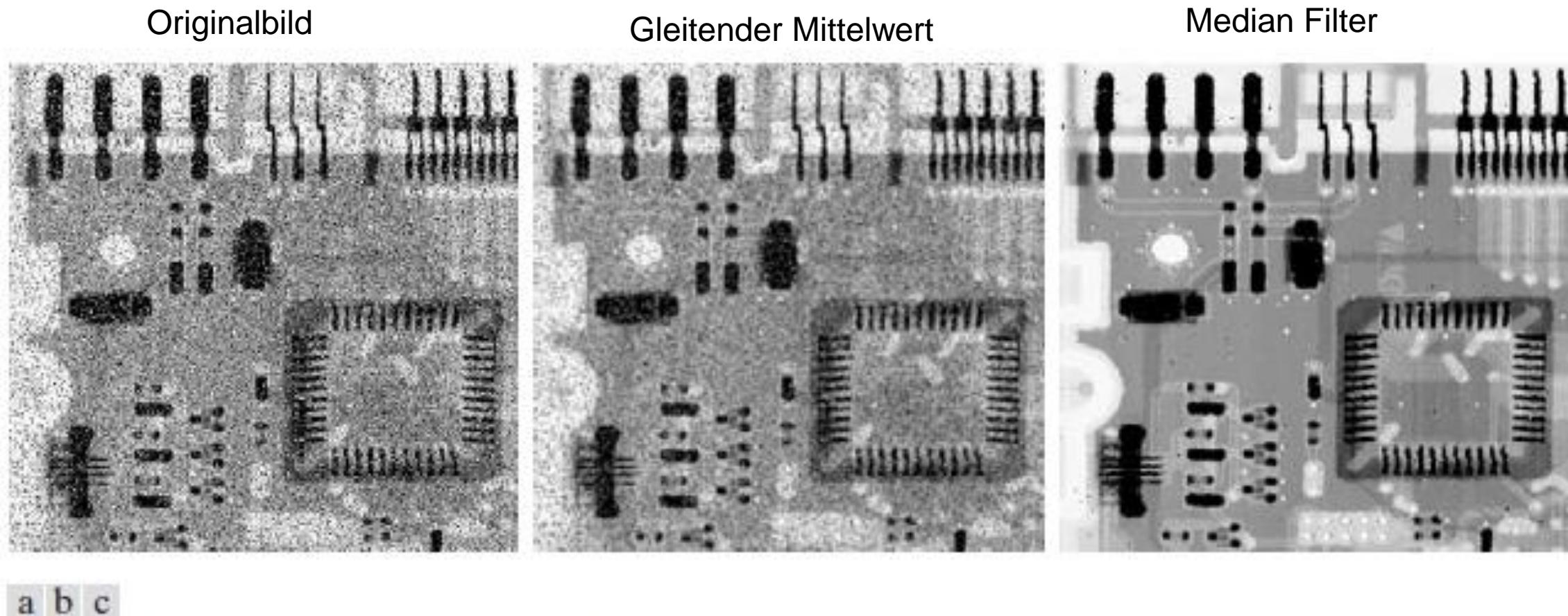
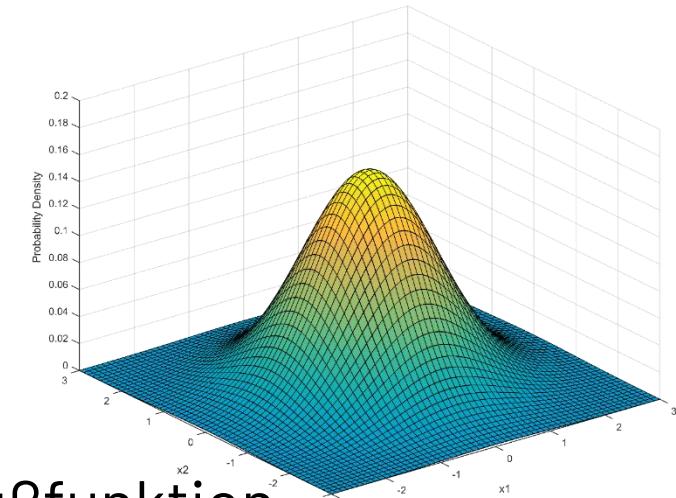


FIGURE 3.35 (a) X-ray image of circuit board corrupted by salt-and-pepper noise. (b) Noise reduction with a 3×3 averaging mask. (c) Noise reduction with a 3×3 median filter. (Original image courtesy of Mr. Joseph E. Pascente, Lixi, Inc.)

Tiefpassfilterung – Gaußfilter

- Gaußfunktion in 2D:

$$G(x, y) = \frac{1}{2\pi\sigma^2} e^{-\frac{x^2+y^2}{2\sigma^2}}$$



- Gaußfilter im **kontinuierlichen** Raum = Filter mit Gaußfunktion

$I(x, y)$, $x \in \mathbb{R}$, $y \in \mathbb{R}$

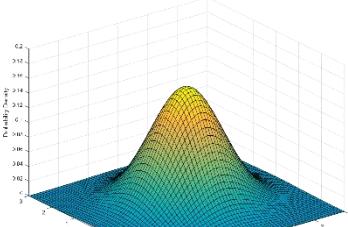
$G(x, y)$

$$\begin{aligned} O(x, y) &= I * G(x, y) \\ &= \int I(x - \mu, y - \nu) G(\mu, \nu) d\mu d\nu \end{aligned}$$



Faltung
an jeder Position

*



- Gaußfilter im **diskontinuierlichen** Raum = Filter mit Annäherung der Gaußfunktion

$$I(x, y), x \in \mathbb{N}, y \in \mathbb{N}$$

$$G(x, y), x \in \mathbb{N}, y \in \mathbb{N}$$

$$\begin{aligned} O(x, y) &= I * G(x, y) \\ &= \sum_{i,j} I(x - i, y - j)G(i, j) \end{aligned}$$



Faltung
an jeder Position
*

$$\frac{1}{16} \times \begin{array}{|c|c|c|} \hline 1 & 2 & 1 \\ \hline 2 & 4 & 2 \\ \hline 1 & 2 & 1 \\ \hline \end{array}$$

3x3 Gauß-Kernel mit $\sigma = 1$



Annäherung der Gaußfunktion mit unterschiedlichen Kerngrößen

- Alle: $\sigma=1$

1/16

1	2	1
2	4	2
1	2	1

3×3

1/273

1	4	7	4	1
4	16	26	16	4
7	26	41	26	7
4	16	26	16	4
1	4	7	4	1

5×5

1/1003

0	0	1	2	1	0	0
0	3	13	22	13	3	0
1	13	59	97	59	13	1
2	22	97	159	97	22	2
1	13	59	97	59	13	1
0	3	13	22	13	3	0
0	0	1	2	1	0	0

7×7

Gaußfilter: Effekte von σ

- Beispiel für Glättung mit Gaußmasken

$$G(x, y) = \frac{1}{2\pi\sigma^2} e^{-\frac{x^2+y^2}{2\sigma^2}}$$

 $\sigma = 1$  $\sigma = 3$  $\sigma = 5$  $\sigma = 7$

Gaußfilter vs. Mittelwert Filter

- Vergleich von Glättung mit Mittelwert Filter und Gaußfilter



$\sigma = 7$, $h = 20$ Pixel



$h = 20$ Pixel

Hochpassfilter

- **Definition:**

„Ein Filter, der hohe Frequenzen durchlässt, wird als Hochpassfilter bezeichnet.“

- **Effekt:**

- genau das Gegenteil des Tiefpassfilters
- Schärfung
- verstärkt das Rauschen

- **Beispiele:**

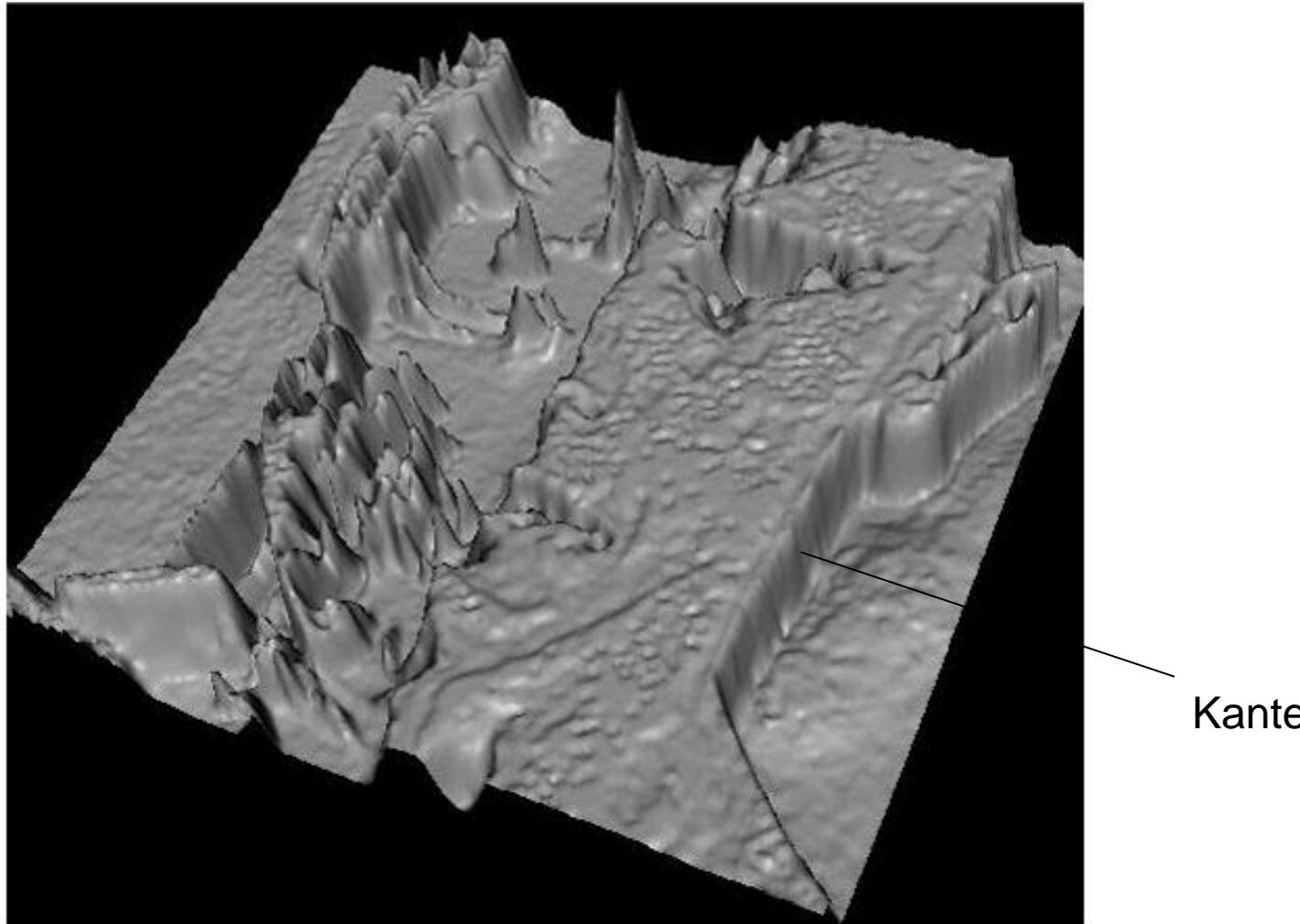
- Schärfung durch Differenzierung
- Laplacian Filter
- ...

Hochpassfilter

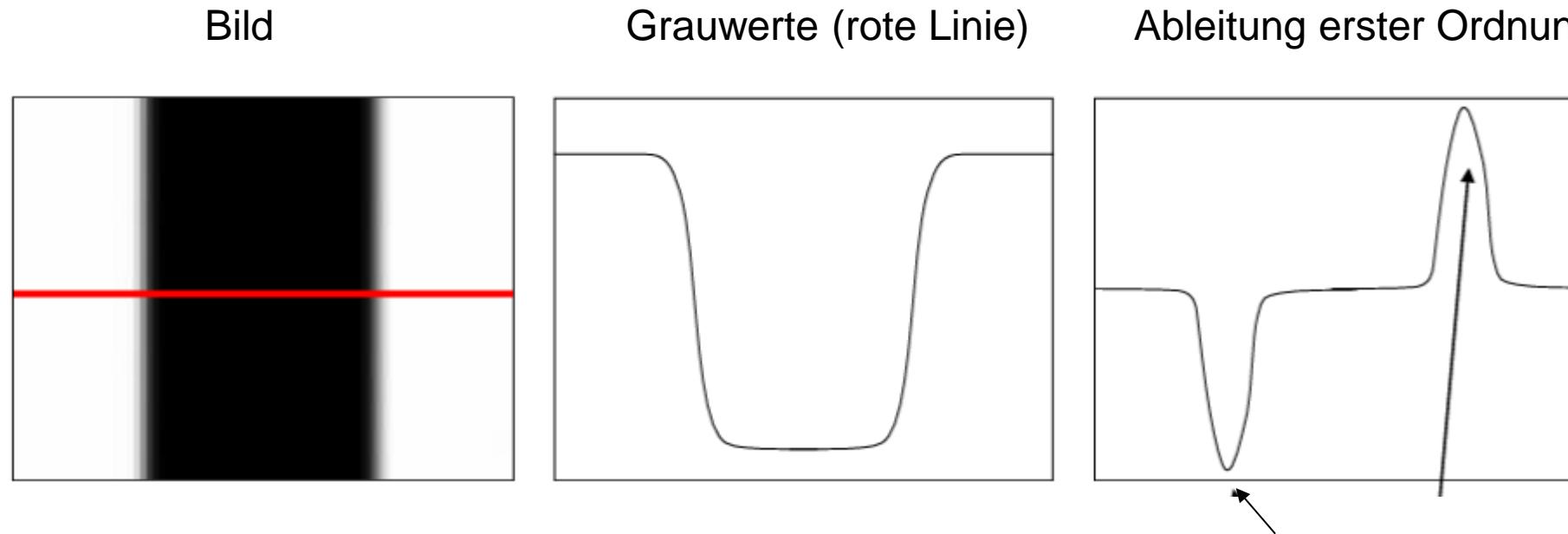
- Hochpassfilter behalten die Kanten (Hochfrequenz) eines Bildes.



Grundlagen: Bild als Funktion $f(x, y)$



Grundlagen: Ableitungen und Kanten



Position der Kanten, wo die Grauwertänderungen hoch sind (**Frequenz** ist hoch)

Grundlagen: Approximation von Ableitungen

- Ableitung erster Ordnung:

$$\frac{\partial f(x, y)}{\partial x} = \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \frac{f(x + \varepsilon, y) - f(x, y)}{\varepsilon}$$

- Für digitale Bilder:

$$\frac{\partial f(x, y)}{\partial x} \approx \frac{f(x + 1, y) - f(x, y)}{1}$$

$$\frac{\partial f(x, y)}{\partial x} \approx \frac{f(x + 2, y) - f(x, y)}{2}$$

...

- Wir brauchen einen Filterkernel, um dies zu tun ...

Hochpassfilter: Prewitt Filter

□ Prewitt Filter

3x3 Region

z_1	z_2	z_3
z_4	z_5	z_6
z_7	z_8	z_9

$$\frac{\partial f}{\partial y} = (z_7 + z_8 + z_9) - (z_1 + z_2 + z_3)$$

$$\frac{\partial f}{\partial x} = (z_3 + z_6 + z_9) - (z_1 + z_4 + z_7)$$

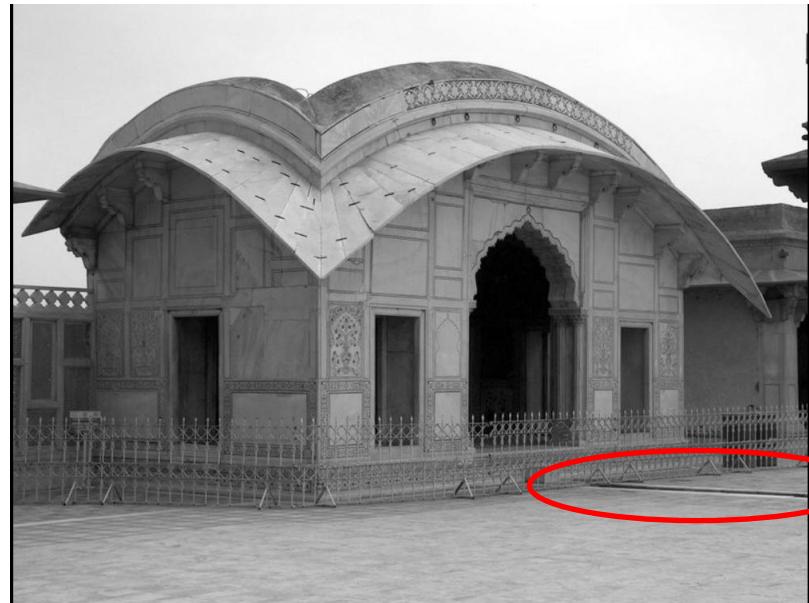
-1	-1	-1
0	0	0
1	1	1

-1	0	1
-1	0	1
-1	0	1

Prewitt Kernel g_y

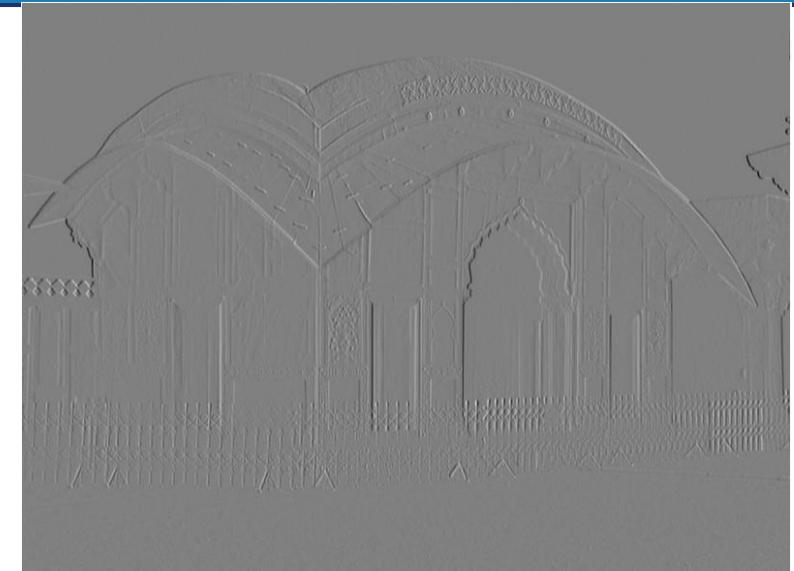
Prewitt Kernel g_x

Prewitt Filter



Prewitt Kernel
für f_x

Prewitt Kernel für
 f_y



Hochpassfilter: Laplacian Filter

- Laplacian Operator:

$$\nabla^2 = \partial^2 / \partial x^2 + \partial^2 / \partial y^2$$

- $\nabla^2 f = \partial^2 f / \partial x^2 + \partial^2 f / \partial y^2$

- Weil:

- $\frac{\partial^2 f}{\partial x^2} \approx f(x+1, y) + f(x-1, y) - 2f(x, y)$

Warum?

- $\frac{\partial^2 f}{\partial y^2} \approx f(x, y+1) + f(x, y-1) - 2f(x, y)$

$$\Rightarrow \nabla^2 f = f(x+1, y) + f(x-1, y) + f(x, y+1) + f(x, y-1) - 4f(x, y)$$

- Kernel für Laplacian Filter

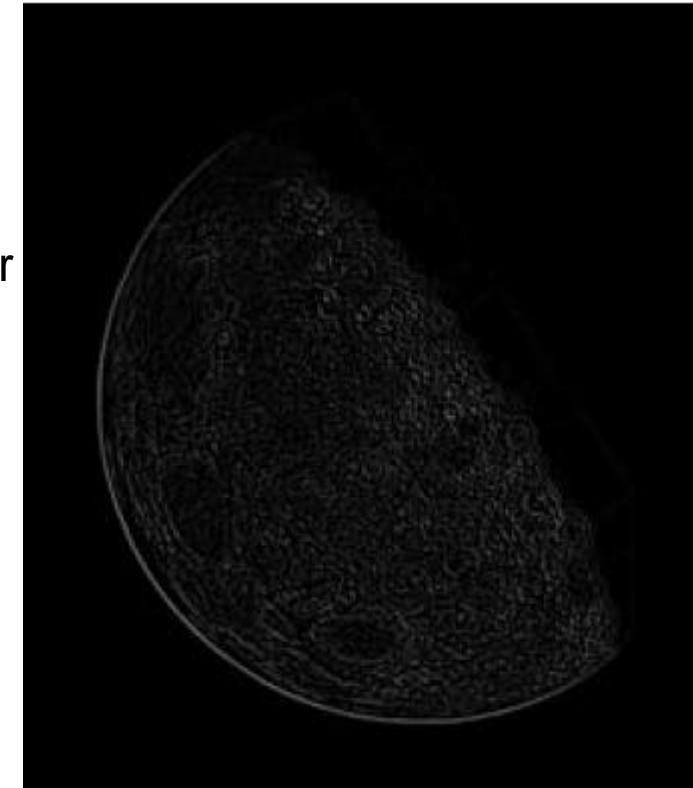
0	1	0
1	-4	1
0	1	0

Hochpassfilter: Laplacian Filter

- Laplace Filter ist ein Ableitungsoperator
- Er hebt Intensitätsdiskontinuitäten in einem Bild hervor
- Er hebt Regionen mit langsam variierenden Intensitätsniveaus weniger stark hervor

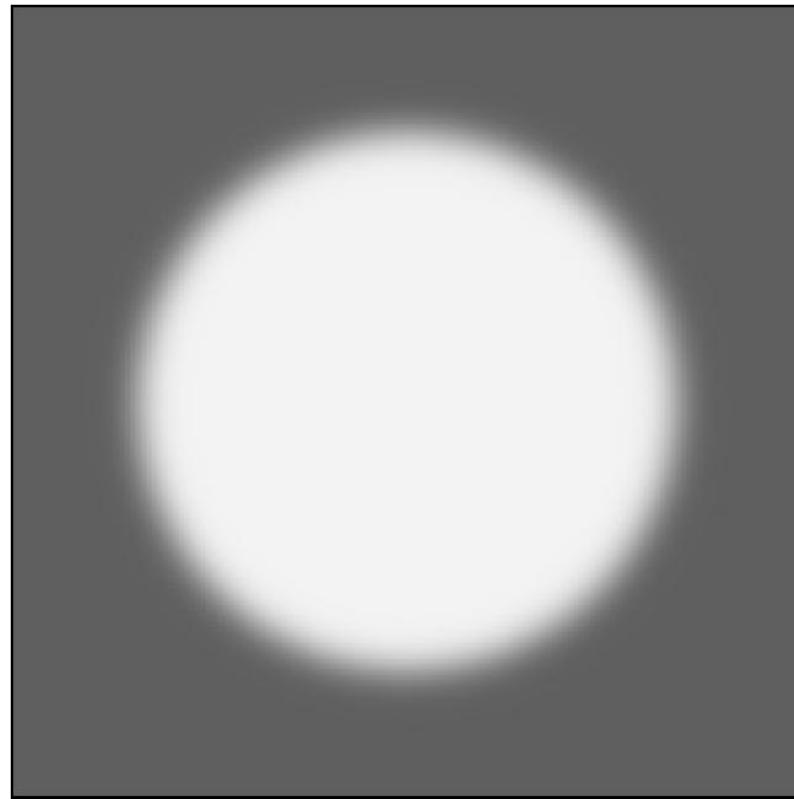


Laplacian Filter

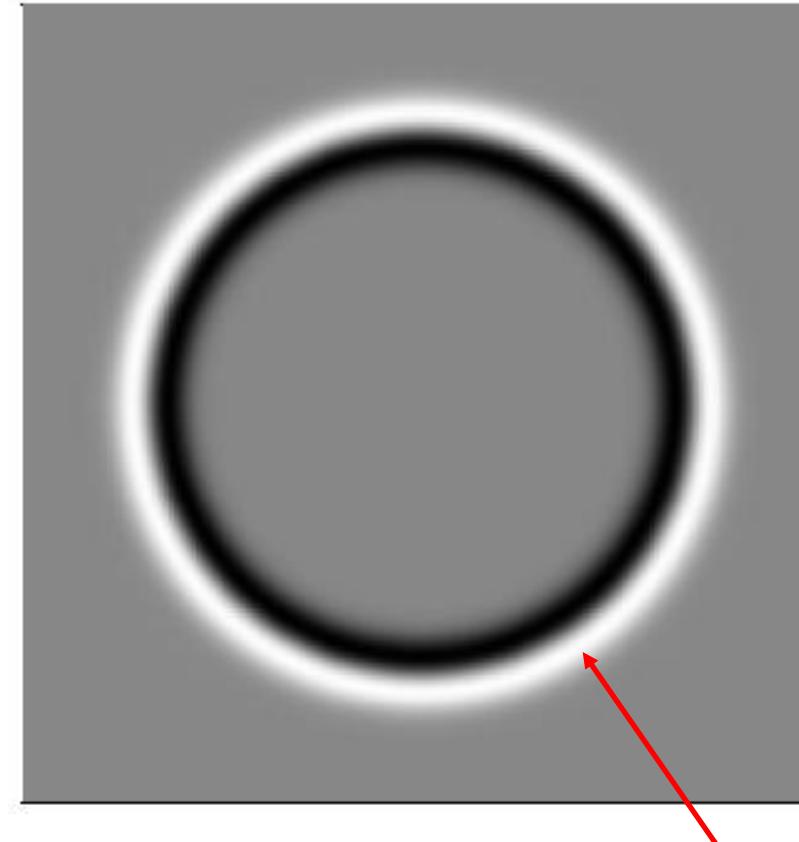


Hochpassfilter: Laplacian Filter

Originalbild



Nach Laplacian Fitlerung

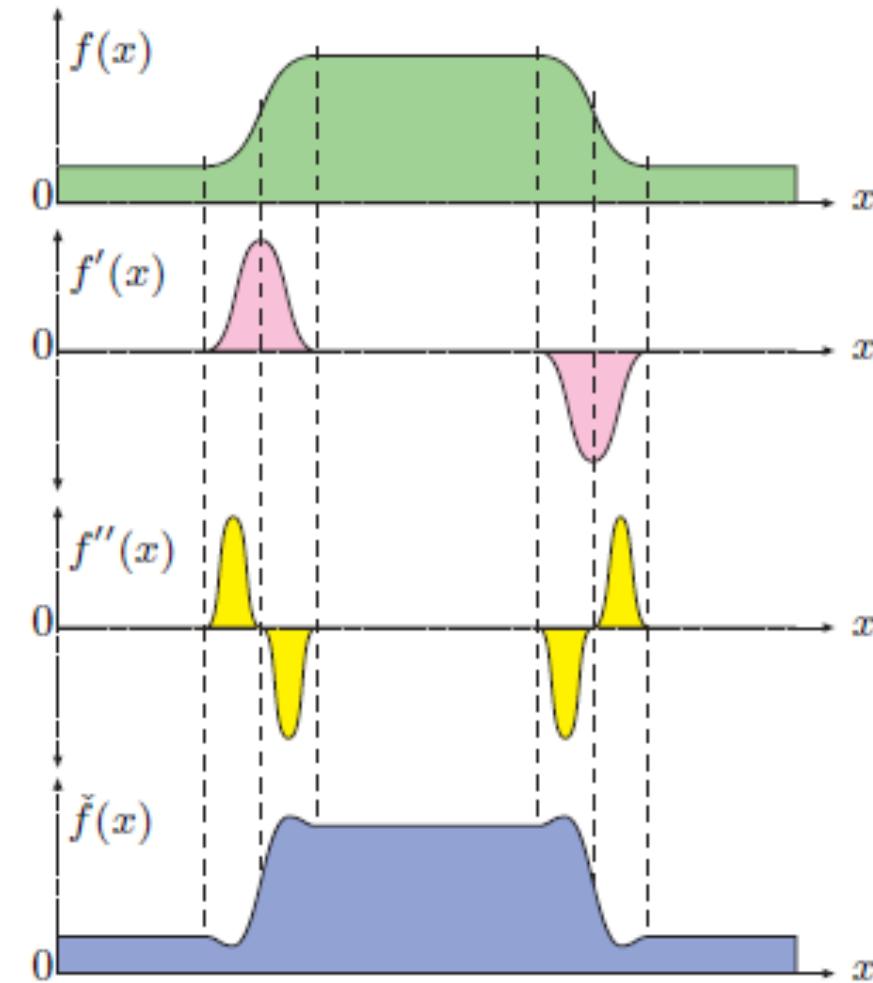


F: Warum ist hier schwarz/weiß/grau?

Hochpassfilter: Schärfung mit Laplacian Filter

- In 1D:

$$\check{f}(x) = f(x) - w \cdot f''(x)$$



Hochpassfilter: Schärfung mit Laplacian Filter

$$g(x, y) = f(x, y) + c[\nabla^2 f(x, y)]$$

c<0: Konstante

Geschärftes Bild



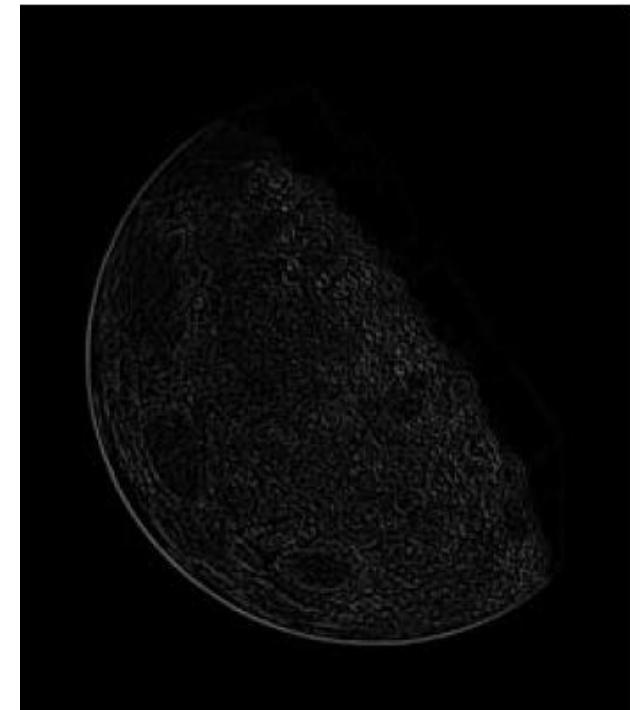
=

Originalbild

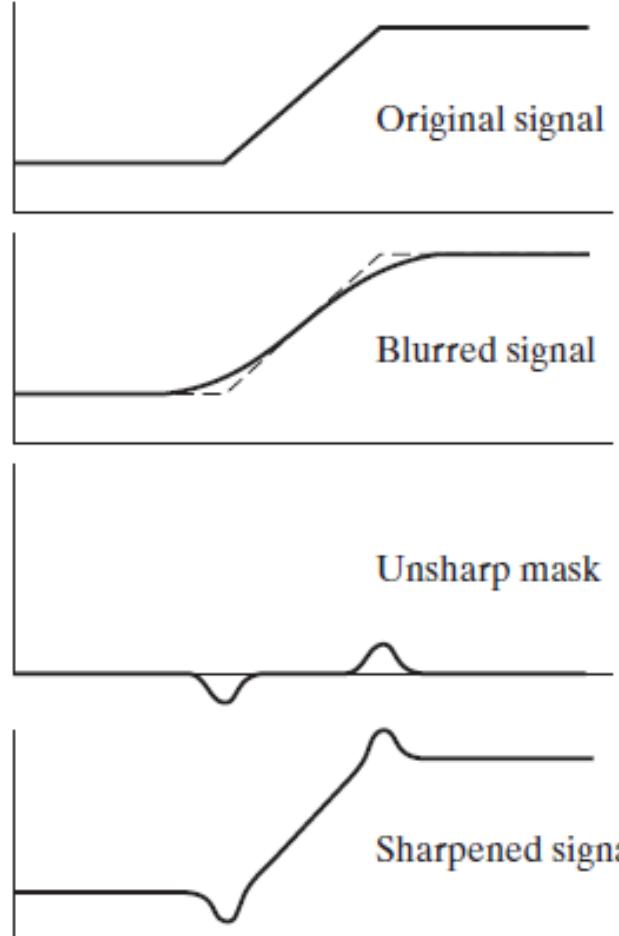


Laplacian Operation

+C



Hochpassfilter: Unscharfe Maskierung



(a) Das Originalsignal $f(x)$

(b) Das Signal ist verschwommen $\bar{f}(x)$

(c) Unscharfe Maske $g_{mask}(x) = f(x) - \bar{f}(x)$

Frage: Ist $g_{mask} > 0$?

(d) Geschärftes Signal $g(x) = f(x) + k g_{mask}(x)$, mit $k > 0$

- $k=1$: Unscharfe Maskierung
- $k>1$: highboot filtering
- $k<1$: schwächt den Beitrag der Maske ab

Keine Ableitungen werden verwendet!

Hochpassfilter: Unscharfe Maskierung in 2D



- (a) Das Originalbild
- (b) Das Originalbild ist verschwommen
- (c) Unscharfe Maske
- (d) Geschärftes Bild mit $k= 1$
- (e) Geschärftes Bild mit $k=4.5$ (highboost filtering)

Unscharfe Maskierung

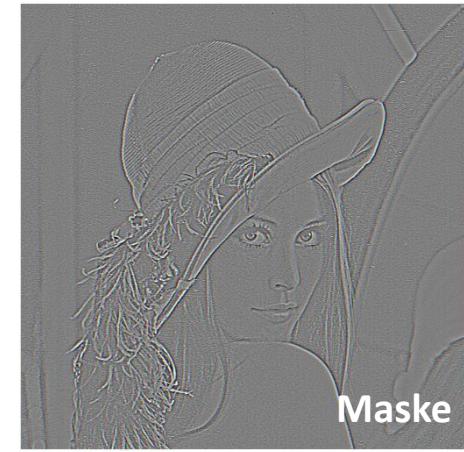
- Das vorherige Prinzip kann ebenfalls mit einer Gaußmaske angewandt werden



-



=



Die gewonnene Detailmaske wird mit dem Original kombiniert:

 $+ k$ 

=



Unscharfe Maskierung

ungefiltert



Lineare Filterung: erweiterte Anwendung

Lineare Filterung für Bewegungsunschärfe

- Bewegungsunschärfe mit Rechteckmaske



Faltung und „Ent“-Faltung (Deconvolution)

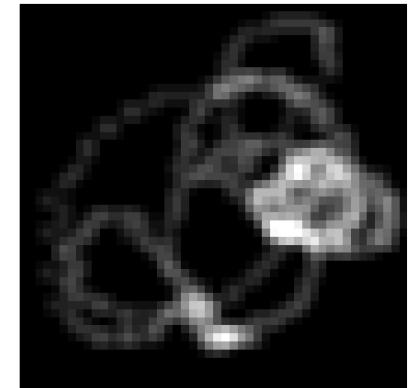
- Bestimmung der Kamera während Bildaufnahme



=

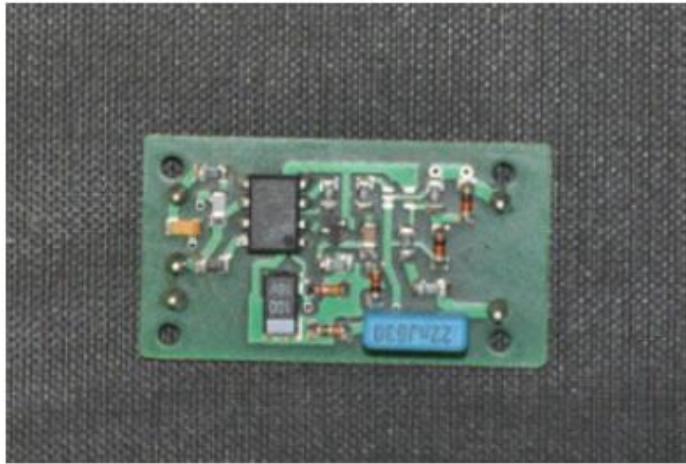


*

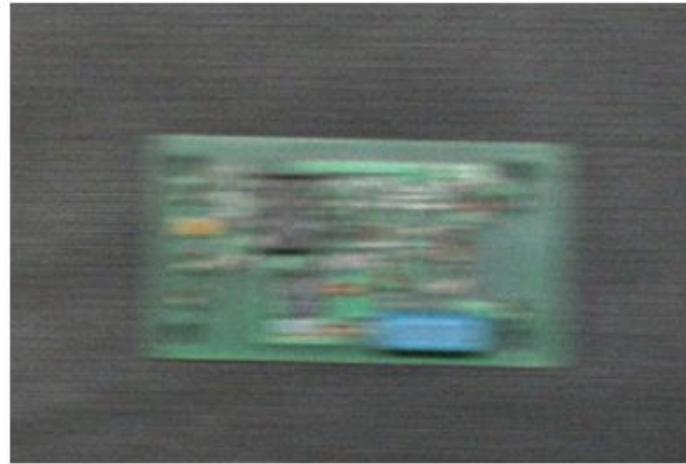


Source: Fergus, et al. "Removing Camera Shake from a Single Photograph", SIGGRAPH 2006

Faltung und „Ent“-Faltung (Deconvolution)



(a) Unbewegte Aufnahme



(b) Bewegungsunscharfes Bild $g(x)$



(c) Geschätzte Impulsantwort $\hat{h}(x)$



(d) Restaurierungsergebnis $\hat{s}(x)$

Zusammenfassung

- Punktoperation
- lineare Filter
- Korrelation & Faltung
- nichtlineare Filter
- Tiefpassfilter
- Hochpassfilter

Zusammenfassung

- Wo kann man mehr erfahren?
 - Burger, Kapitel 6
 - Gonzalez, Kapitel 3



Referenz

- [1] Burger, Burge, Digitale Bildverarbeitung – Eine algorithmische Einführung, 3rd ed., 2015
- [2] Gonzalez, Woods, Digital Image Processing, 4th ed., 2017