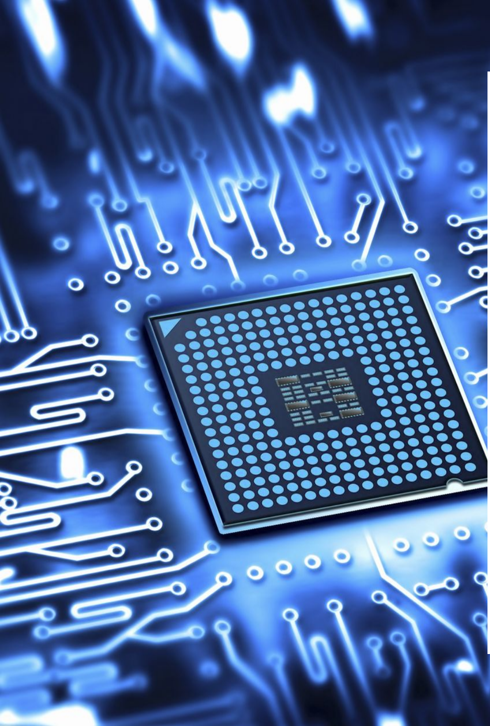


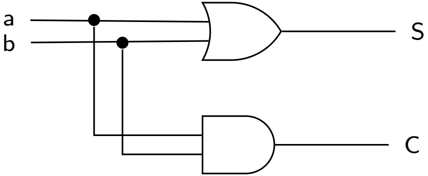
Arquitectura de computadoras

Aritmética entera y flotante

Universidad Nacional de la Patagonia

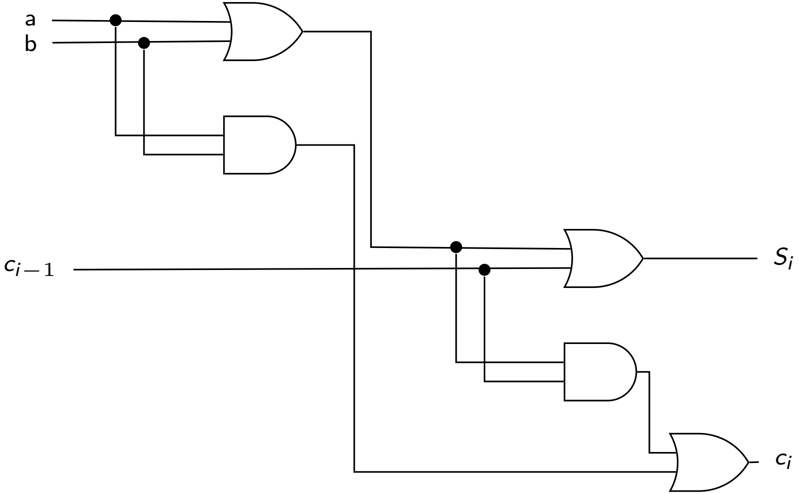
Sumador de un bit

Sea $S = a + b$ donde a, b, S son de un bit.

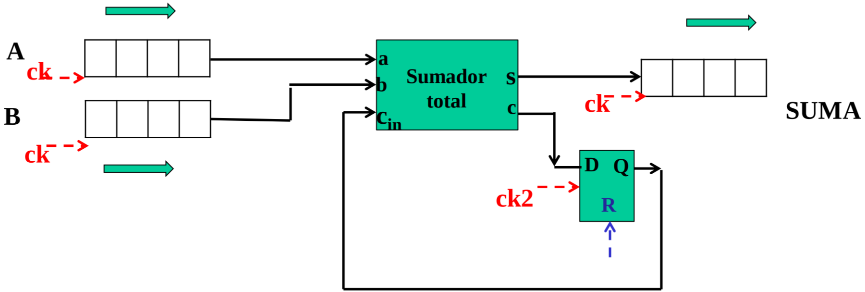


a	b	S	C
0	0	0	0
0	1	1	0
1	0	1	0
1	1	1	1

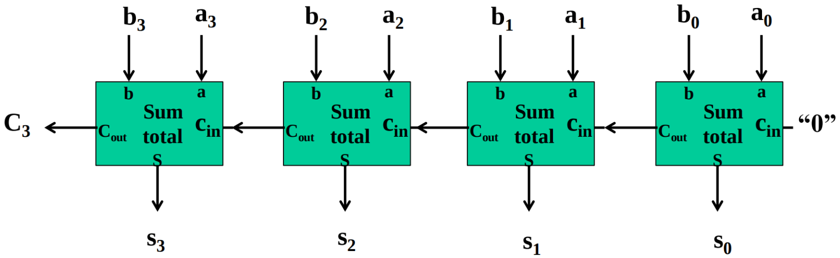
Sumador total



Sumador secuencial



Sumador paralelo con propagación de acarreo en serie



Hacia un mejor sumador...

- El sumador con propagación de acarreo en serie es muy lento.
- Si no conocemos el acarreo, ¿que podemos hacer?
- ¿Siempre se genera acarreo? $g_i = a_i.b_i$
- ¿cuándo propagamos? $p_i = a_i + b_i$
- $c_{i+1} = g_i + p_i.c_i$

$$c_1 = g_0 + p_0.c_0$$
$$c_2 = g_1 + p_1.c_1$$
$$c_3 = g_2 + p_2.c_2$$
$$c_4 = g_3 + p_3.c_3$$

Sumador de acarreo adelantado

$$c_2 = g_1 + p_1.c_1 = g_1 + p_1.(g_0 + p_0.c_0) = g_1 + p_1.g_0 + p_1.p_0.c_0$$

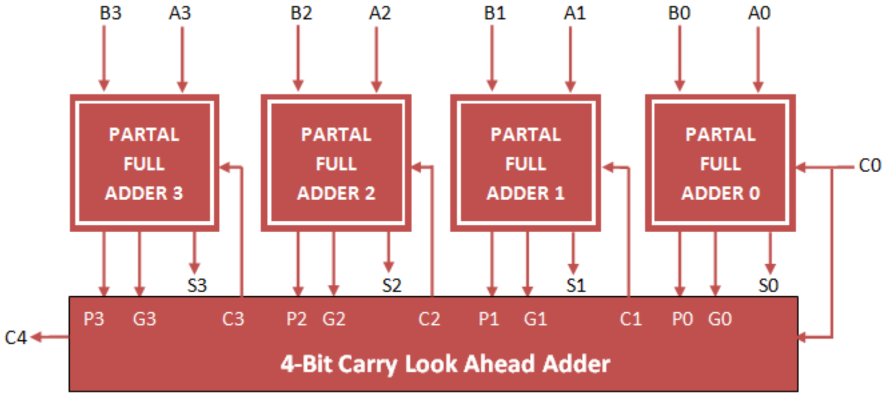
$$c_3 = g_2 + p_2.c_2 = g_2 + p_2.g_1 + p_2.p_1.g_0 + p_2.p_1.p_0.c_0$$

$$c_4 = g_3 + p_3.c_3 = g_3 + p_3.g_2 + p_3.p_2.g_1 + p_3.p_2.p_1.g_0 + p_3.p_2.p_1.p_0.c_0$$

Pasos:

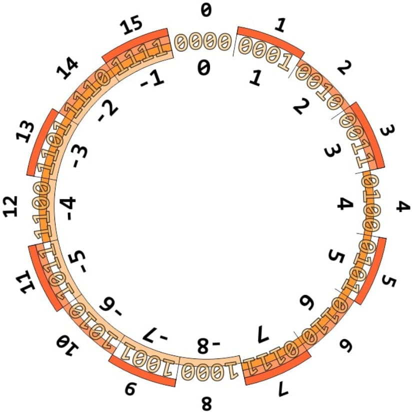
1. Generar g_i y p_i.
2. Generar c_i (usando g_i y p_i).
3. Generar la suma s_i bit.

Sumador de acarreo adelantado



Operaciones en Complemento a 2

- Negar: Complemento A1 $+ 1$
- Extensión de signo.



Suma y resta

- Acarreo/préstamo

$$\begin{array}{r} 0111 \\ + \\ 0110 \\ \hline 1101 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 0111 \\ - \\ 0110 \\ \hline 0001 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 0110 \\ - \\ 0101 \\ \hline 0001 \end{array}$$

- Es fácil operar en complemento A2.
  Resta usando suma de números

$$\begin{array}{r} 0111 \\ + \\ 1010 \\ \hline 0001 \end{array}$$

- Overflow (resultado que supera el valor máximo representable)

$$\begin{array}{r} 0111 \\ + \\ 0001 \\ \hline 1000 \end{array}$$

Detección de overflow

- Overflow: El resultado es demasiado grande (o chico) para representarlo correctamente.
    - No ocurre cuando se suman operandos de distinto signo
- Overflow ocurre cuando se suman:
    - 2 números positivos y la suma da negativa
    - 2 números negativos y la suma da positiva
- Se puede detectar observando el acarreo de salida y el de mayor peso. Si son distintos hay overflow. Se utiliza una compuerta XOR para detectarlo.

Ejemplos de overflow

$$
\begin{array}{cccccc|c}
 & 0 & 1 & 1 & 1 & & \\
 & & 0 & 1 & 1 & 1 & 7 \\
+ & & & & & & \\
 & & 0 & 0 & 1 & 1 & 3 \\
\hline
 & & 1 & 0 & 1 & 0 & -6
\end{array}
\qquad
\begin{array}{cccccc|c}
 & 1 & 0 & 0 & 0 & & \\
 & & 1 & 1 & 0 & 0 & -4 \\
+ & & & & & & \\
 & & 1 & 0 & 1 & 1 & -5 \\
\hline
 & & 0 & 1 & 1 & 1 & 7
\end{array}
$$

Multiplicación

a	b	R
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

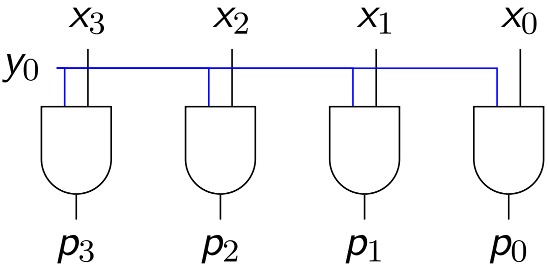
S_a	S_b	S_R
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	0

$$R = a \times b$$
$$S_R = S_a \oplus S_b$$

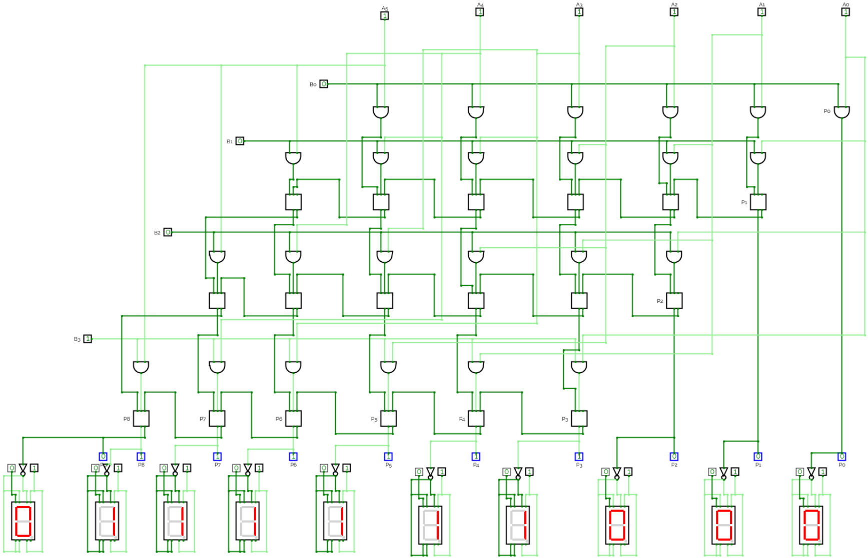
Para cualquier base el producto de 2 números de n cifras da por resultado un número que tendrá el doble de cifras.

El multiplicador paralelo

- Multiplicar n bits del multiplicando por 1 bit del multiplicador es cuestión de poner n compuertas AND



Multiplicador paralelo



Multiplicador secuencial

- Multiplicar por 1 es sumar el multiplicando
- Multiplicar por 0 no suma.
- Después de cada paso hay que desplazar (En decimal desplazamos un lugar para multiplicar por 10; lo mismo en binario para multiplicar por 2)
- Tema: Como hacer para hacer la multiplicación de n bits con una ALU de 2n bits. Solución: Sumador y registro de desplazamiento.

Multiplicación magnitud y signo

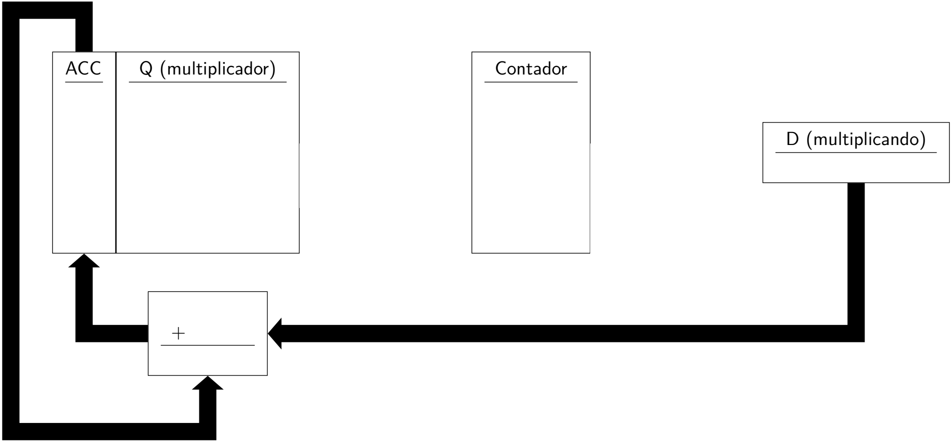
El dispositivo utilizado tiene los siguientes registros:

- **Contador:** se carga con el número de bits de multiplicador.
- **Acumulador:** Se pone a cero inicialmente. Queda al final la parte más significativa del producto.
- **Q:** Se carga con el multiplicador. Queda la parte menos significativa del producto.
- **D:** Se carga con el multiplicando.

Multiplicación magnitud y signo. Ejemplo

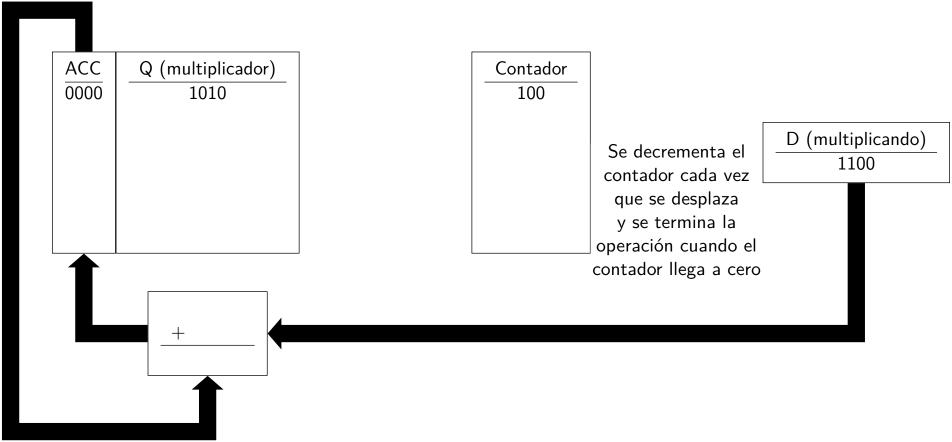
$12_{10} = 1100_2$ $\qquad 01111000_2 = 120_{10}$

$10_{10} = 1010_2$ $\qquad 1 \oplus 0 = 1(\mathit{negativo})$



Multiplicación magnitud y signo. Ejemplo

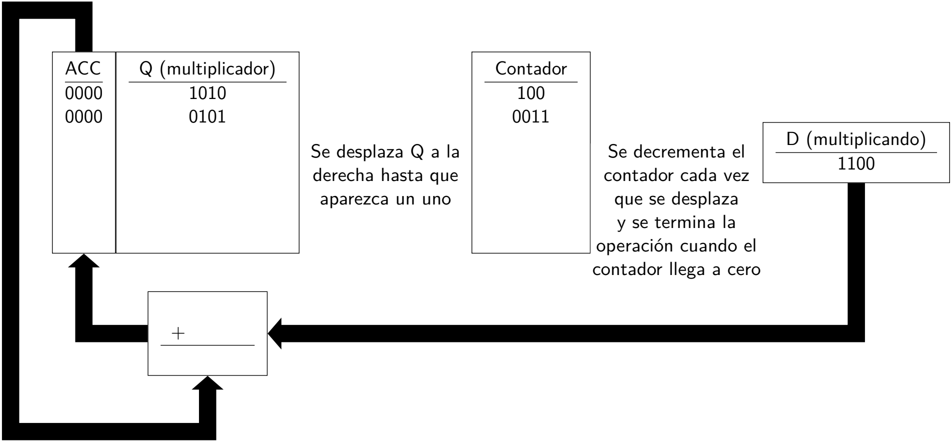
$$12_{10} = 1100_2 \qquad 01111000_2 = 120_{10}$$
$$10_{10} = 1010_2 \qquad 1 \oplus 0 = 1(\textit{negativo})$$



Multiplicación magnitud y signo. Ejemplo

$12_{10} = 1100_2 \qquad 01111000_2 = 120_{10}$

$10_{10} = 1010_2 \qquad 1 \oplus 0 = 1(\textit{negativo})$



Multiplicación magnitud y signo. Ejemplo

$$12_{10} = 1100_2 \qquad 01111000_2 = 120_{10}$$
$$10_{10} = 1010_2 \qquad 1 \oplus 0 = 1(\textit{negativo})$$

ACC	Q (multiplicador)
0000	1010
0000	0101
1100	0101

Se desplaza Q a la derecha hasta que aparezca un uno

Contador
100
0011

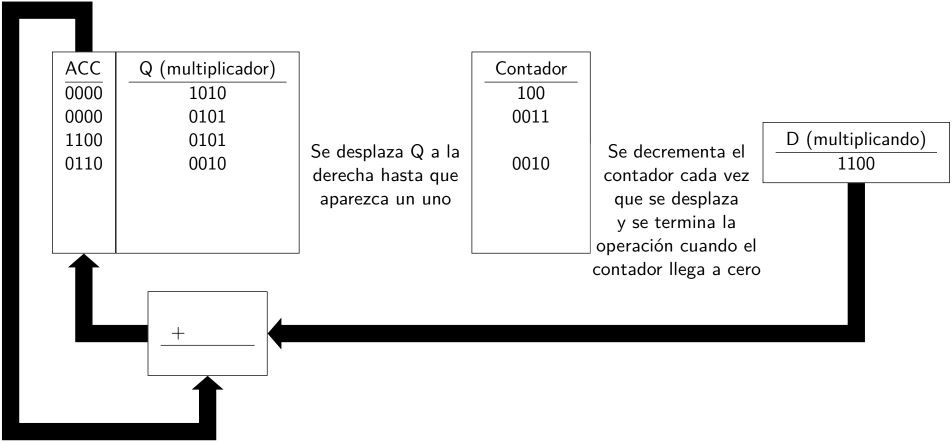
Se decrementa el contador cada vez que se desplaza y se termina la operación cuando el contador llega a cero

D (multiplicando)
1100

$$\begin{array}{r} 0000 \\ +\quad 1100 \\ \hline 1100 \end{array}$$

Multiplicación magnitud y signo. Ejemplo

$$12_{10} = 1100_2 \qquad 01111000_2 = 120_{10}$$
$$10_{10} = 1010_2 \qquad 1 \oplus 0 = 1(\textit{negativo})$$



Multiplicación magnitud y signo. Ejemplo

$12_{10} = 1100_2 \qquad 01111000_2 = 120_{10}$

$10_{10} = 1010_2 \qquad 1 \oplus 0 = 1(\textit{negativo})$

ACC	Q (multiplicador)
0000	1010
0000	0101
1100	0101
0110	0010
0011	0001

Se desplaza Q a la derecha hasta que aparezca un uno

Contador
100
0011
0010
0001

Se decrementa el contador cada vez que se desplaza y se termina la operación cuando el contador llega a cero

D (multiplicando)
1100

$+$

Multiplicación magnitud y signo. Ejemplo

$12_{10} = 1100_2 \qquad 01111000_2 = 120_{10}$

$10_{10} = 1010_2 \qquad 1 \oplus 0 = 1(\textit{negativo})$

ACC	Q (multiplicador)
0000	1010
0000	0101
1100	0101
0110	0010
0011	0001
1111	0001

Se desplaza Q a la derecha hasta que aparezca un uno

Contador
100
0011
0010
0001

Se decrementa el contador cada vez que se desplaza y se termina la operación cuando el contador llega a cero

D (multiplicando)
1100

$$\begin{array}{rr} & 0011 \\ + & 1100 \\ \hline & 1111 \end{array}$$

Multiplicación magnitud y signo. Ejemplo

$$12_{10} = 1100_2 \qquad 01111000_2 = 120_{10}$$
$$10_{10} = 1010_2 \qquad 1 \oplus 0 = 1(\textit{negativo})$$

ACC	Q (multiplicador)
0000	1010
0000	0101
1100	0101
0110	0010
0011	0001
1111	0001
0111	1000

Se desplaza Q a la derecha hasta que aparezca un uno

Contador
100
0011
0010
0001
0000

Se decrementa el contador cada vez que se desplaza y se termina la operación cuando el contador llega a cero

D (multiplicando)
1100

+

Algoritmo de Booth

$$\underbrace{\begin{matrix}0000\ 0110\\0000\ 0010\end{matrix}}_{8\text{ bits}}\quad\begin{matrix}(6)\\(2)\end{matrix}$$

$$A=\overbrace{0000\ 0110}^{\text{multiplicando}}\ 0000\ 0000\ \overbrace{0}^{\text{bit extra}}$$

$$S=\overbrace{1111\ 1010}^{\text{multiplicando en ca2}}\ 0000\ 0000\ 0$$

$$P=0000\ 0000\ \overbrace{0000\ 0010}^{\text{multiplicador}}\ 0$$

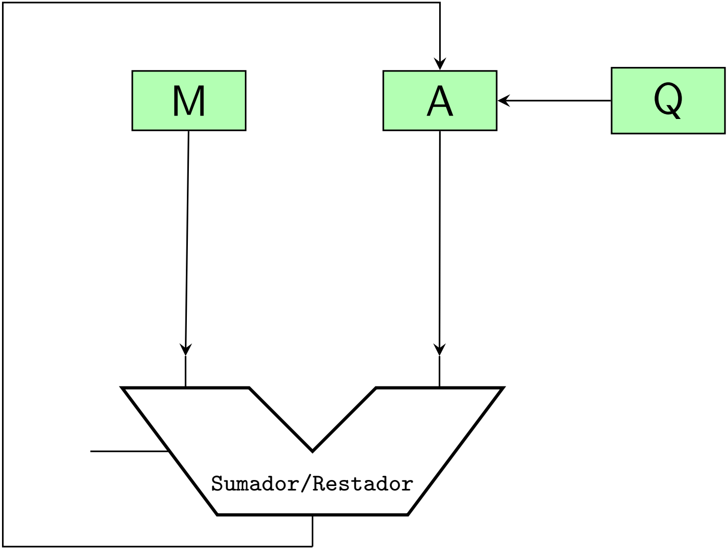
CASOS BASE

```
0 0 -> No se realiza
       ninguna acción
0 1 -> P = P + A
1 0 -> P = P + S
1 1 -> No se realiza
       ninguna acción
```

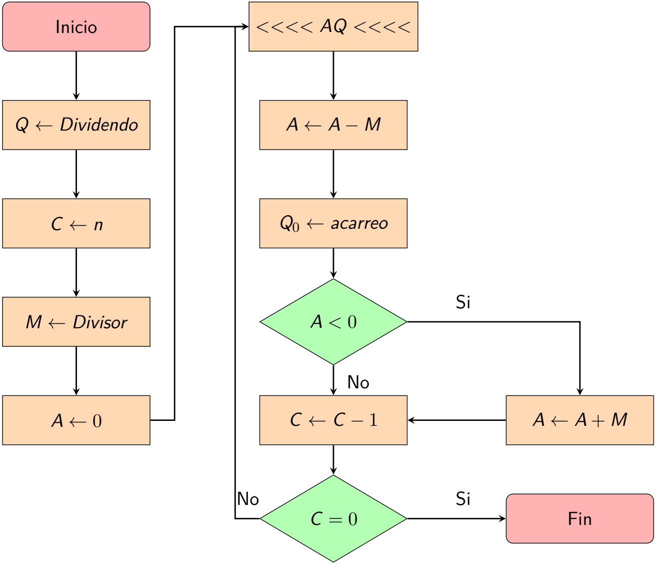
Algoritmo de Booth

0000	0000	0000	001[0	0]	$\rightarrow$
0000	0000	0000	000[1	0]	$P = P + S$
1111	1010	0000	000[1	0]	$\rightarrow$
1111	1101	0000	000[0	1]	$P = P + A$
0000	0011	0000	000[0	1]	$\rightarrow$
0000	0001	1000	000[0	0]	$\rightarrow$
0000	0000	1100	000[0	0]	$\rightarrow$
0000	0000	0110	000[0	0]	$\rightarrow$
0000	0000	0011	000[0	0]	$\rightarrow$
0000	0000	0001	100[0	0]	$\rightarrow$
0000	0000	0000	1100	0	(12)

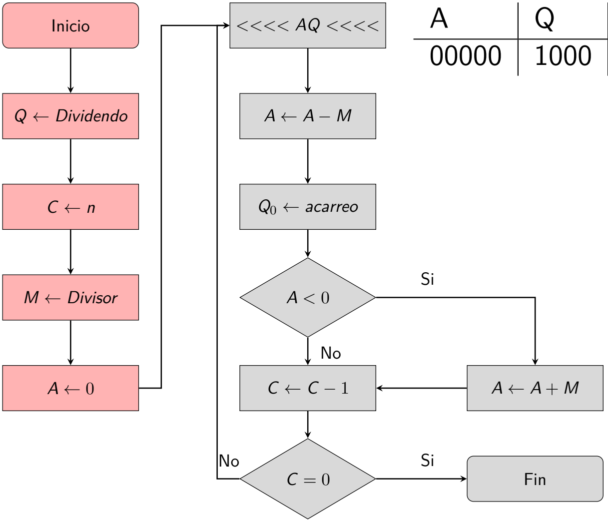
División con restauración



División con restauración

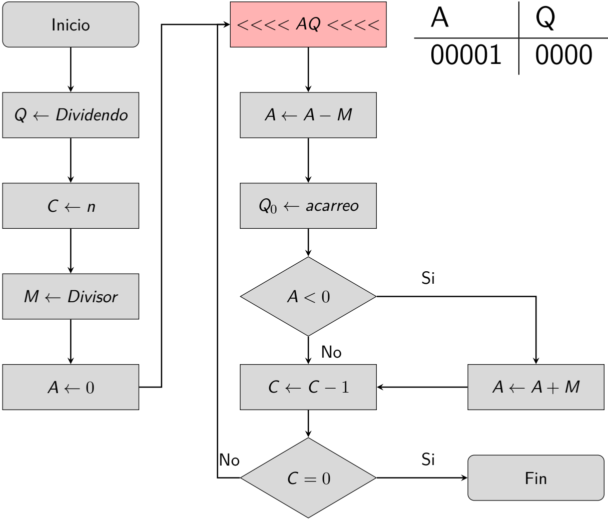


División con restauración. Ejemplo 8/3



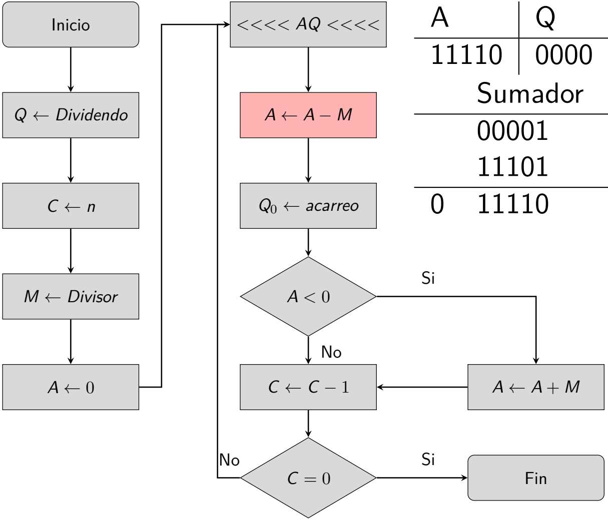
A	Q	C	M
00000	1000	100	00011

División con restauración. Ejemplo 8/3



A	Q	C	M
00001	0000	100	00011

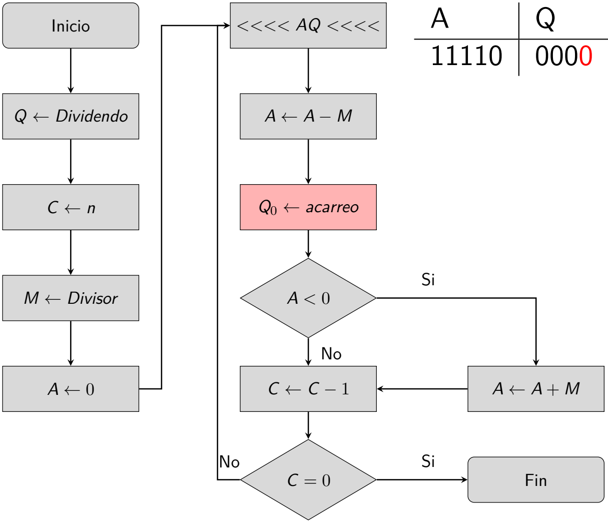
División con restauración. Ejemplo 8/3



A	Q	C	M
11110	0000	100	00011

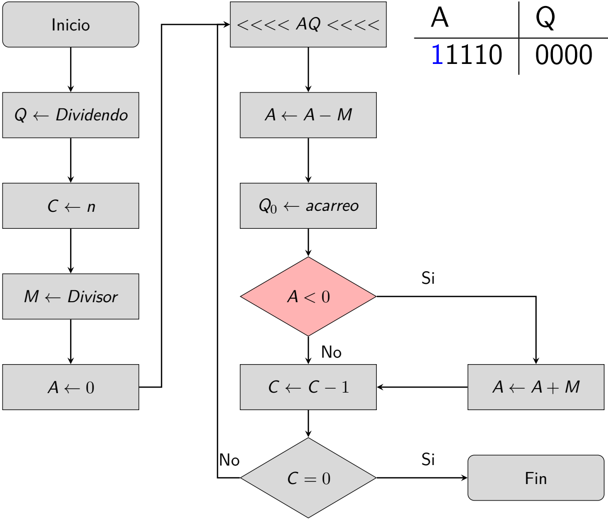
	Sumador	
	00001	1
	11101	-3
0	11110	-2

División con restauración. Ejemplo 8/3



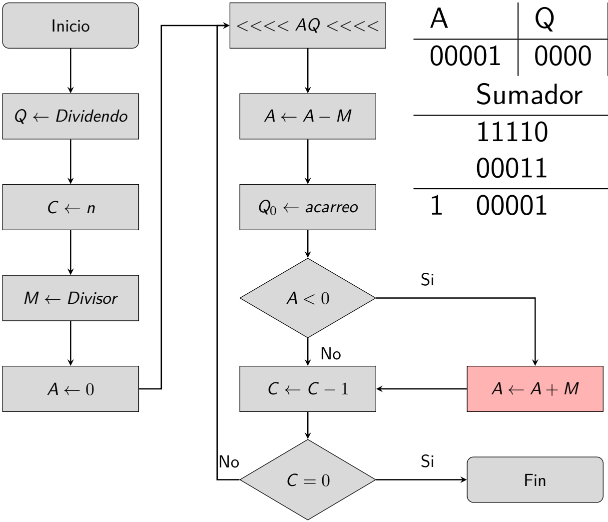
A	Q	C	M
11110	0000	100	00011

División con restauración. Ejemplo 8/3



A	Q	C	M
11110	0000	100	00011

División con restauración. Ejemplo 8/3

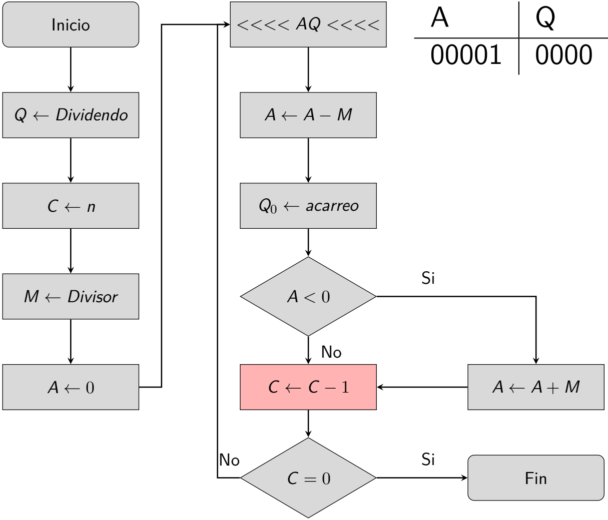


A	Q	C	M
00001	0000	100	00011

Sumador

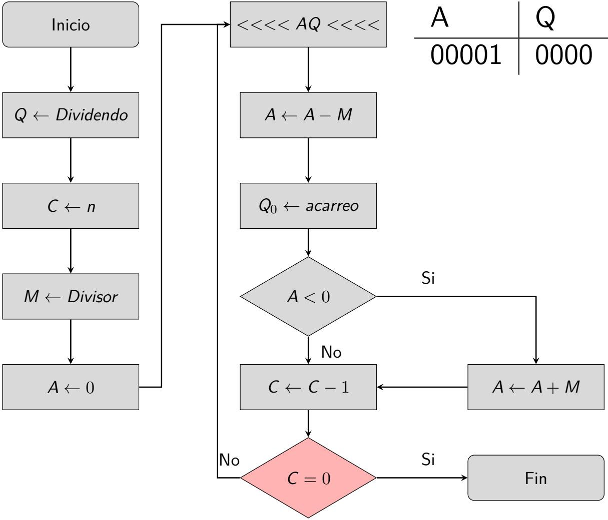
	11110	-2
	00011	3
1	00001	1

División con restauración. Ejemplo 8/3



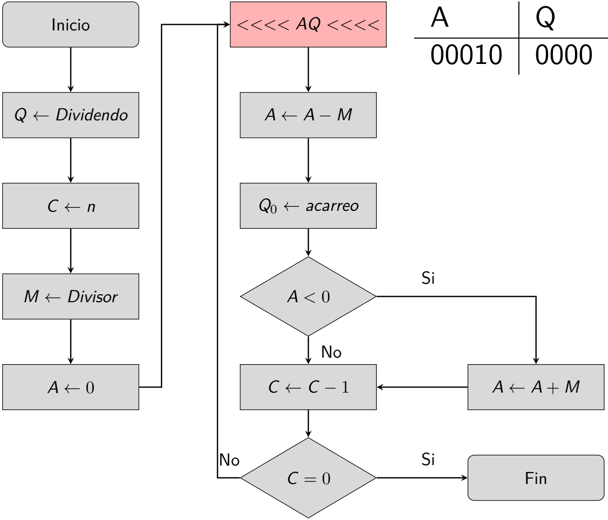
A	Q	C	M
00001	0000	011	00011

División con restauración. Ejemplo 8/3



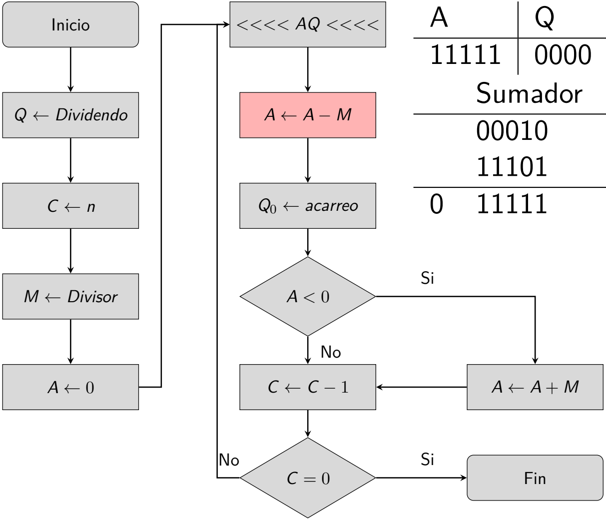
A	Q	C	M
00001	0000	011	00011

División con restauración. Ejemplo 8/3



A	Q	C	M
00010	0000	011	00011

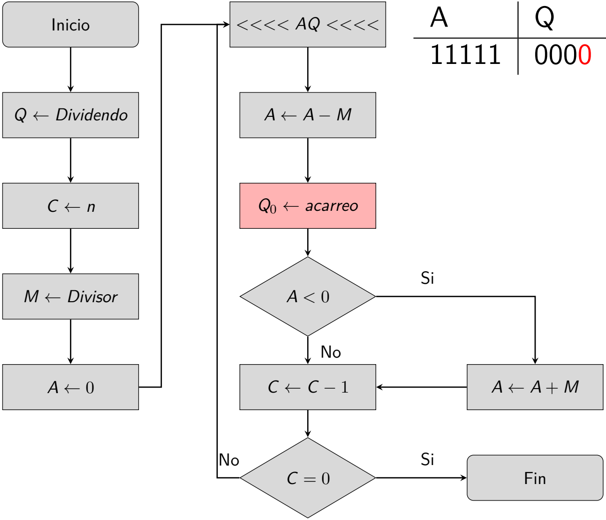
División con restauración. Ejemplo 8/3



A	Q	C	M
11111	0000	011	00011

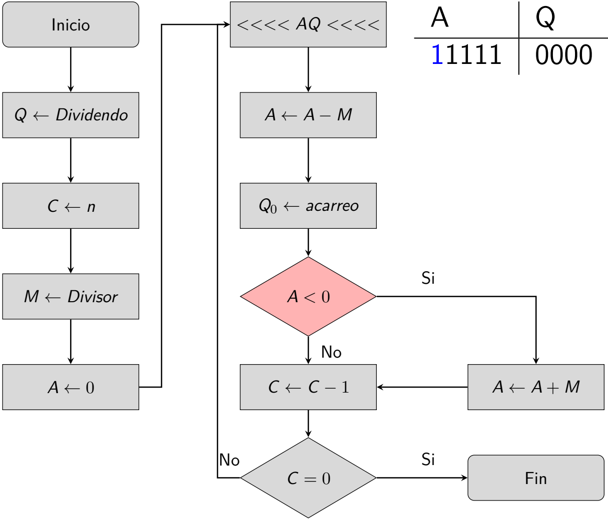
	Sumador	
	00010	2
	11101	-3
0	11111	-1

División con restauración. Ejemplo 8/3



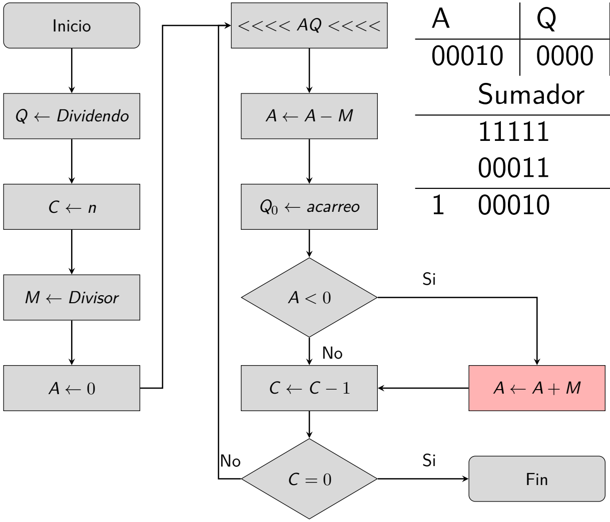
A	Q	C	M
11111	0000	100	00011

División con restauración. Ejemplo 8/3



A	Q	C	M
11111	0000	011	00011

División con restauración. Ejemplo 8/3

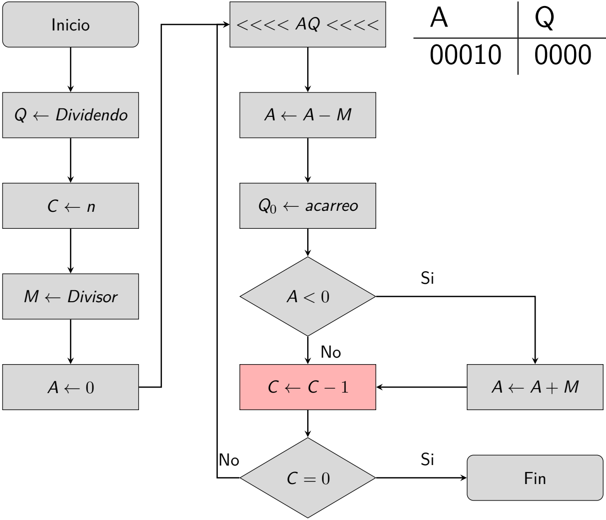


A	Q	C	M
00010	0000	011	00011

Sumador

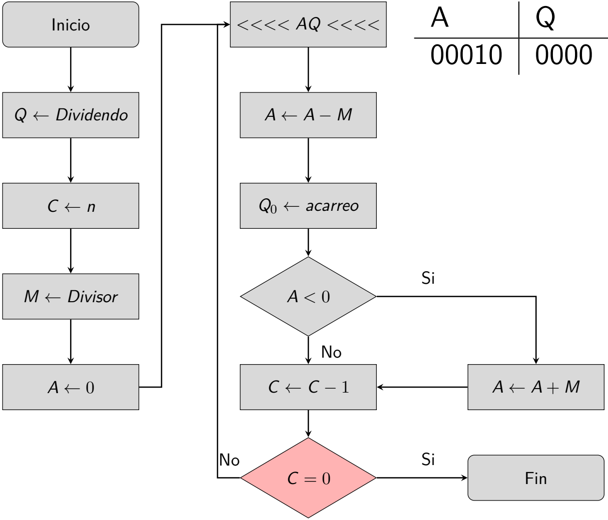
	11111	-1
	00011	3
1	00010	2

División con restauración. Ejemplo 8/3



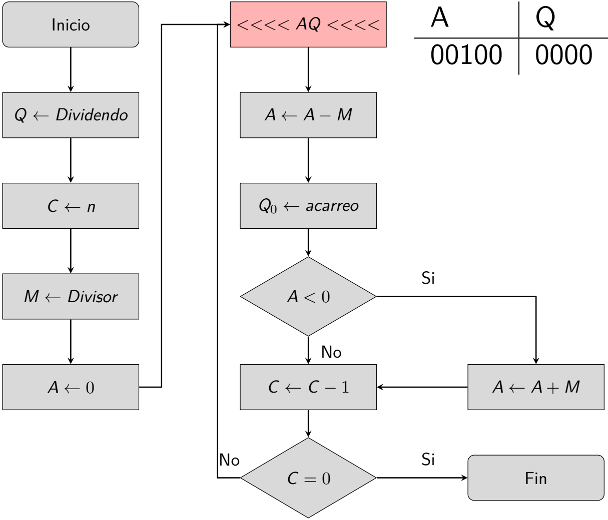
A	Q	C	M
00010	0000	010	00011

División con restauración. Ejemplo 8/3



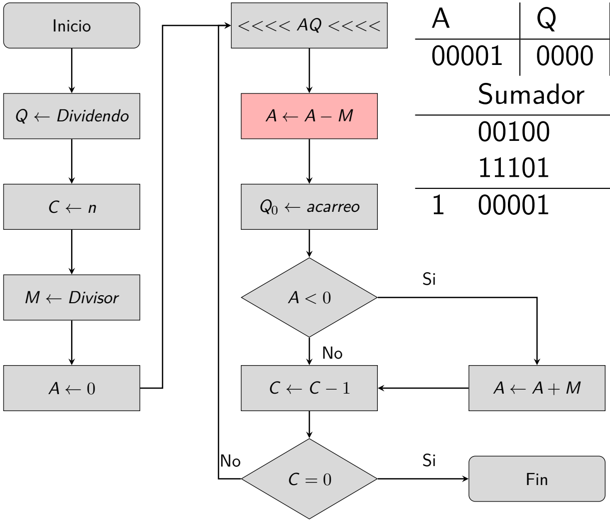
A	Q	C	M
00010	0000	010	00011

División con restauración. Ejemplo 8/3



A	Q	C	M
00100	0000	010	00011

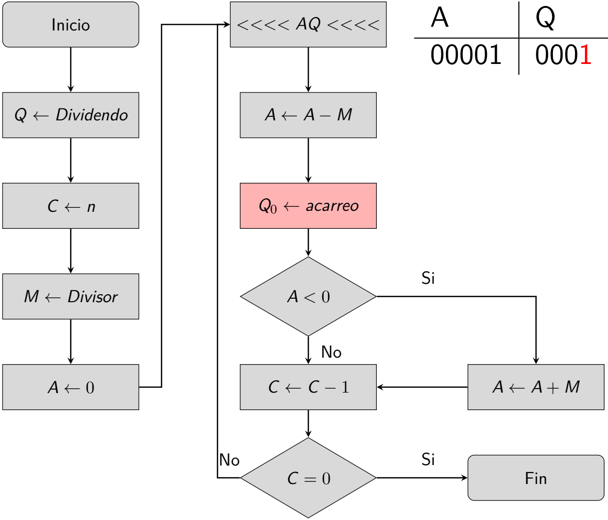
División con restauración. Ejemplo 8/3



A	Q	C	M
00001	0000	010	00011

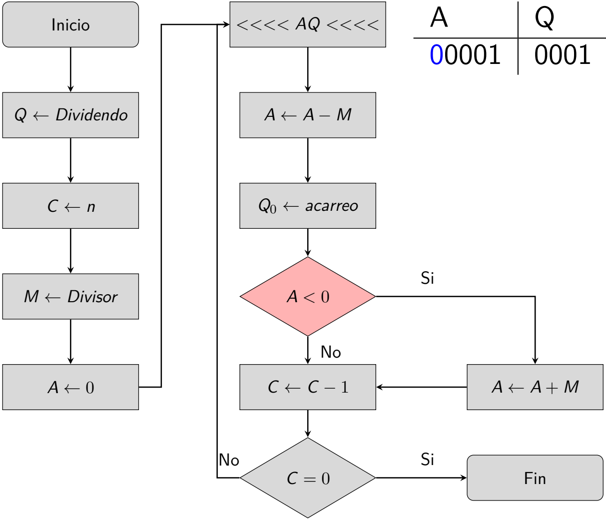
	Sumador	
	00100	4
	11101	-3
1	00001	1

División con restauración. Ejemplo 8/3



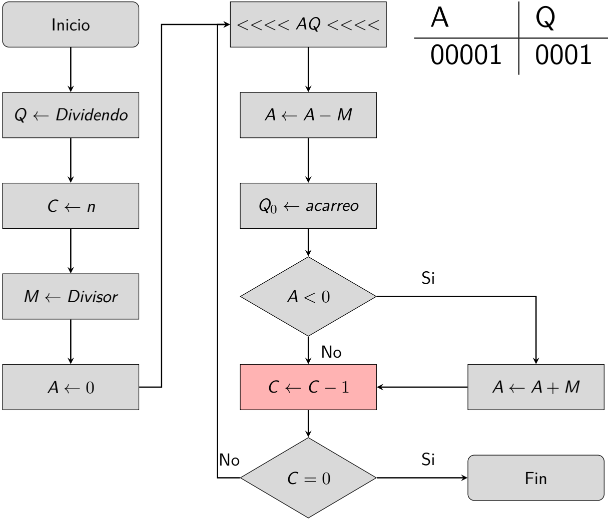
A	Q	C	M
00001	0001	010	00011

División con restauración. Ejemplo 8/3



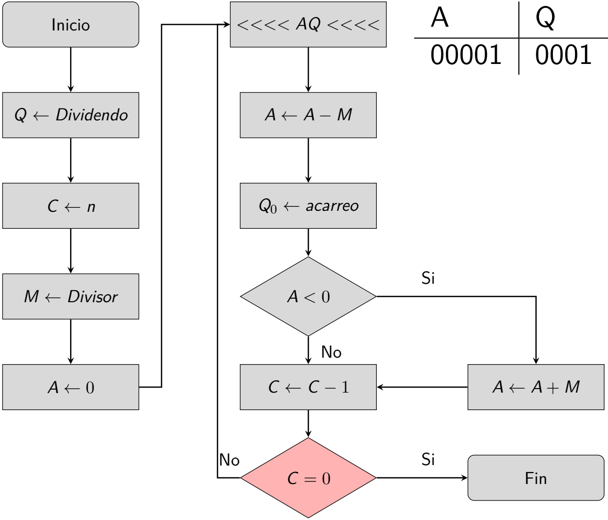
A	Q	C	M
00001	0001	010	00011

División con restauración. Ejemplo 8/3



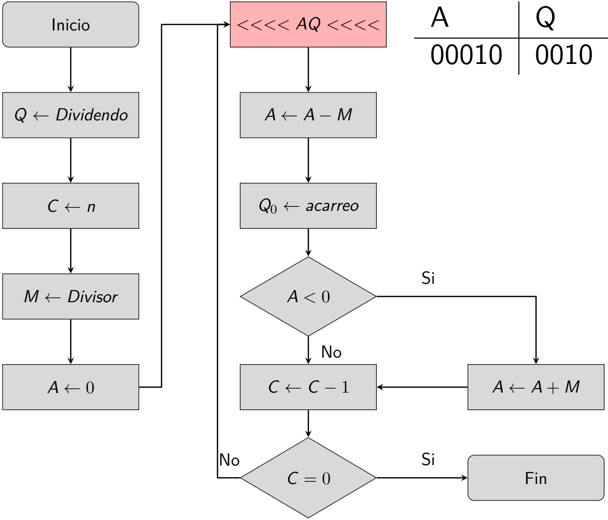
A	Q	C	M
00001	0001	001	00011

División con restauración. Ejemplo 8/3



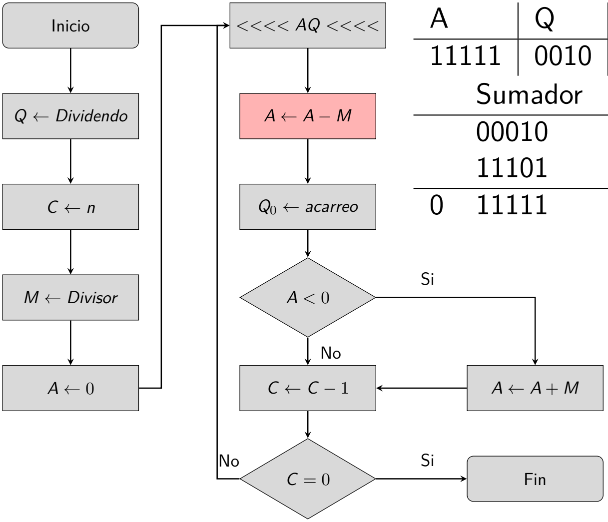
A	Q	C	M
00001	0001	001	00011

División con restauración. Ejemplo 8/3



A	Q	C	M
00010	0010	001	00011

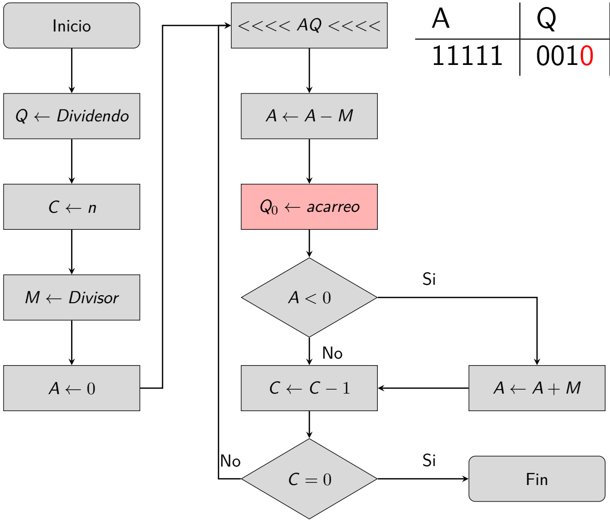
División con restauración. Ejemplo 8/3



A	Q	C	M
11111	0010	001	00011

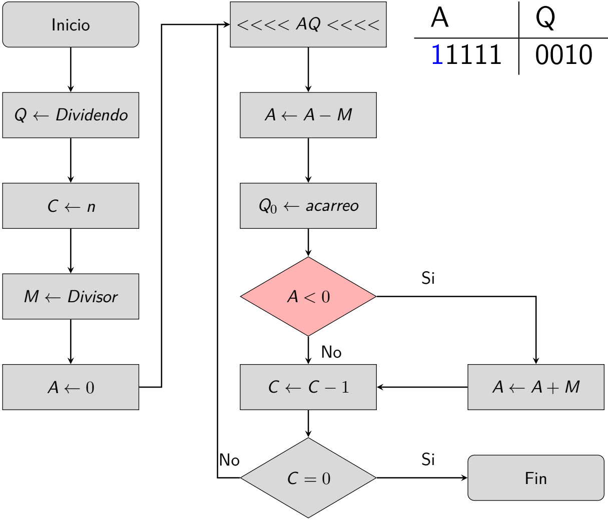
	Sumador	
	00010	2
	11101	-3
0	11111	-1

División con restauración. Ejemplo 8/3



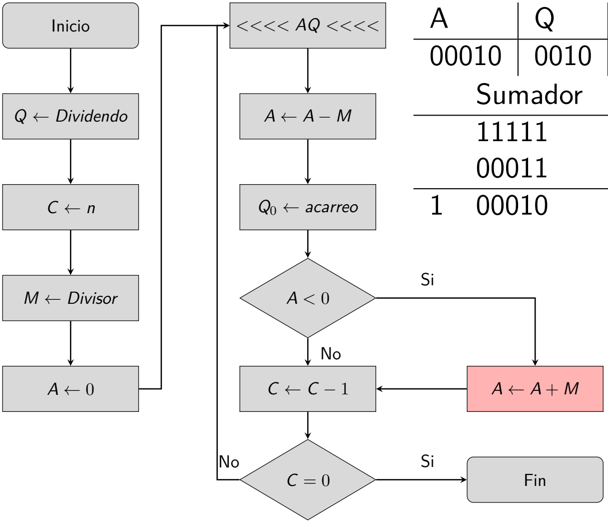
A	Q	C	M
11111	0010	001	00011

División con restauración. Ejemplo 8/3



A	Q	C	M
11111	0010	001	00011

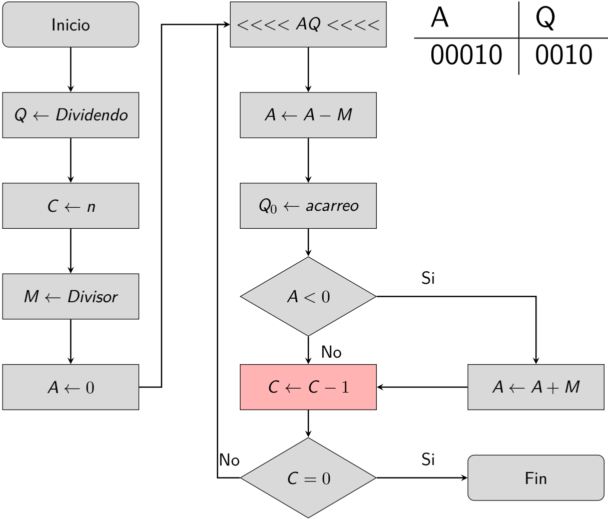
División con restauración. Ejemplo 8/3



A	Q	C	M
00010	0010	001	00011

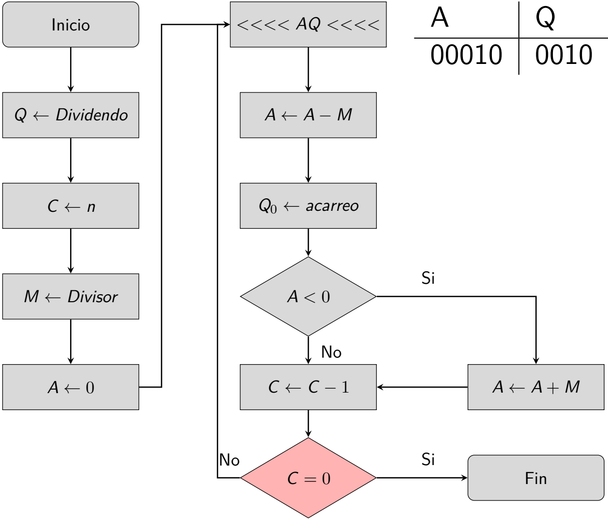
	Sumador	
	11111	-1
	00011	3
1	00010	2

División con restauración. Ejemplo 8/3



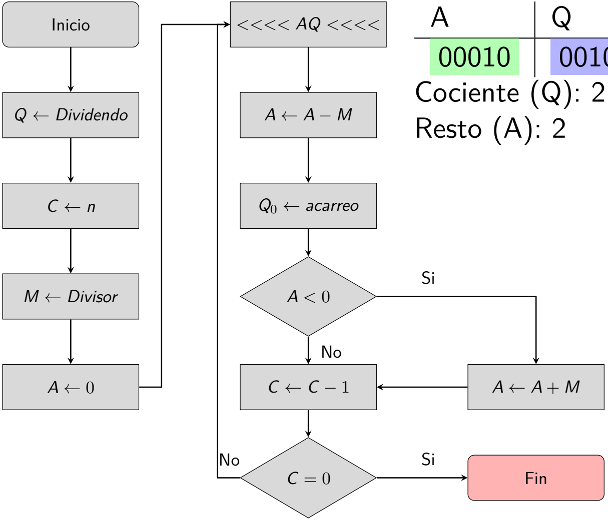
A	Q	C	M
00010	0010	000	00011

División con restauración. Ejemplo 8/3



A	Q	C	M
00010	0010	000	00011

División con restauración. Ejemplo 8/3

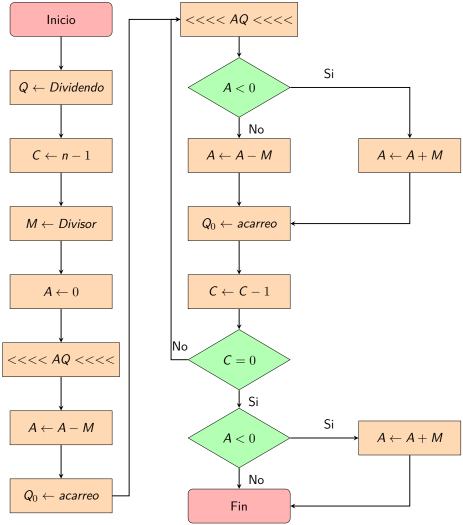


A	Q	C	M
00010	0010	000	00011

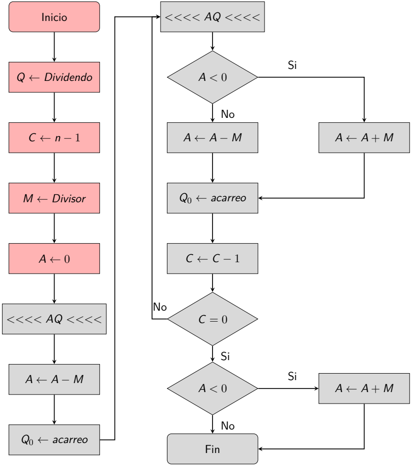
Cociente (Q): 2

Resto (A): 2

División sin restauración

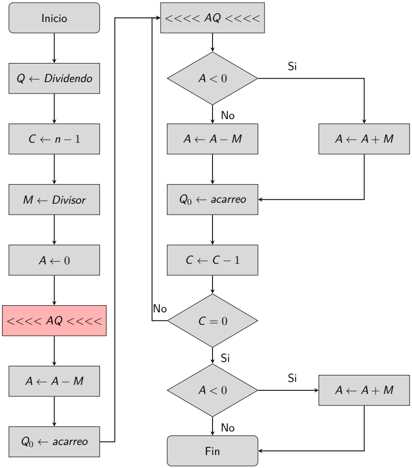


División sin restauración. Ejemplo 8/3



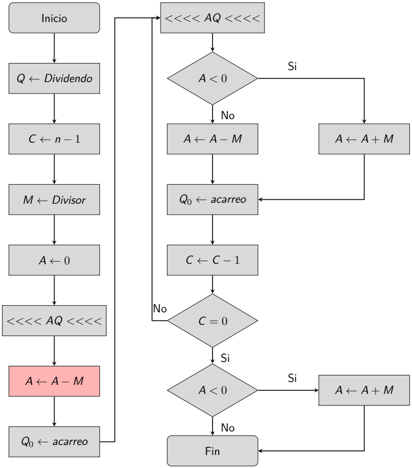
A	Q	C	M
00000	1000	011	00011

División sin restauración. Ejemplo 8/3



A	Q	C	M
00001	0000	011	00011

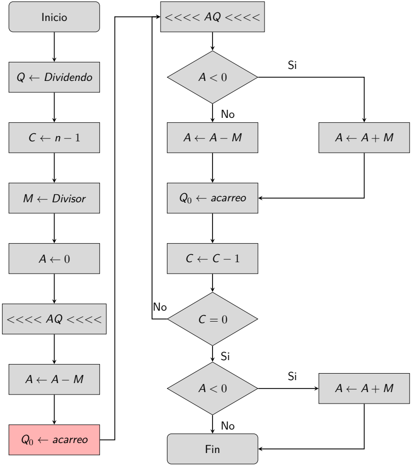
División sin restauración. Ejemplo 8/3



A	Q	C	M
11110	0000	011	00011

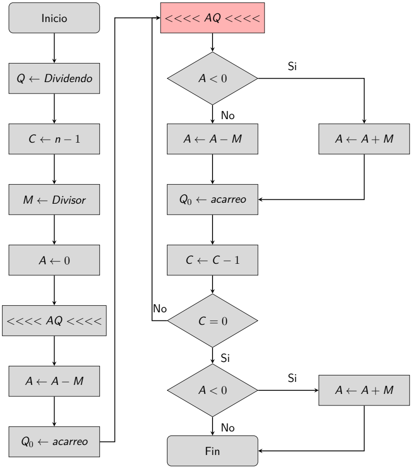
	Sumador	
	00001	1
	11101	-3
0	11110	-2

División sin restauración. Ejemplo 8/3



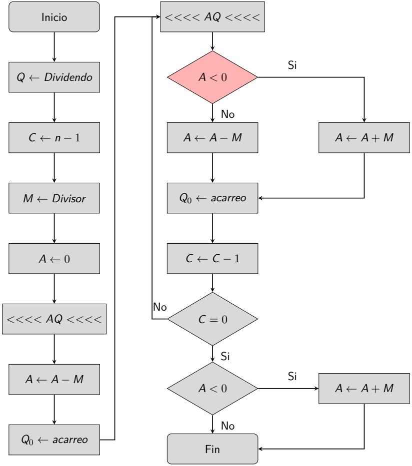
A	Q	C	M
11110	0000	011	00011

División sin restauración. Ejemplo 8/3



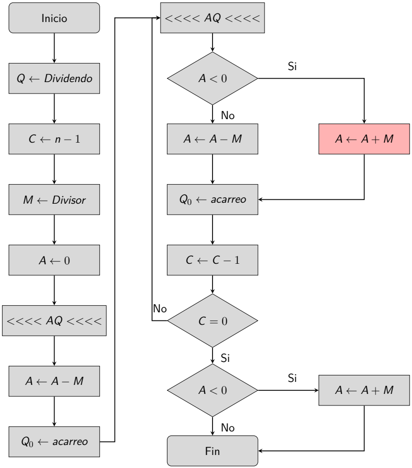
A	Q	C	M
11100	0000	011	00011

División sin restauración. Ejemplo 8/3



A	Q	C	M
11100	0000	011	00011

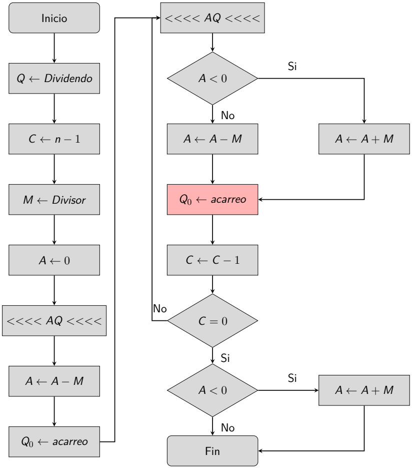
División sin restauración. Ejemplo 8/3



A	Q	C	M
11111	0000	011	00011

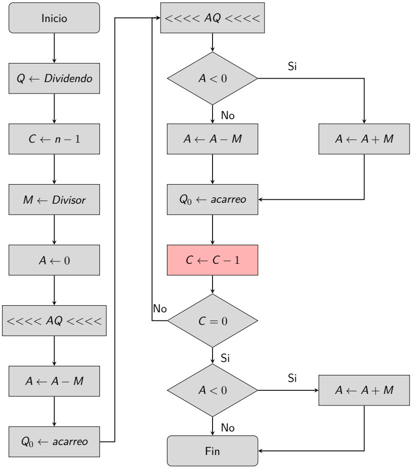
	Sumador	
	11100	-4
	00011	3
0	11111	-1

División sin restauración. Ejemplo 8/3



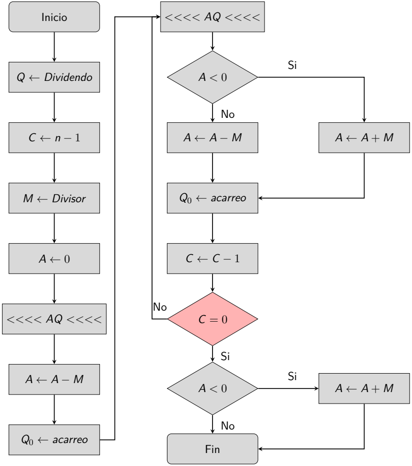
A	Q	C	M
11111	0000	011	00011

División sin restauración. Ejemplo 8/3



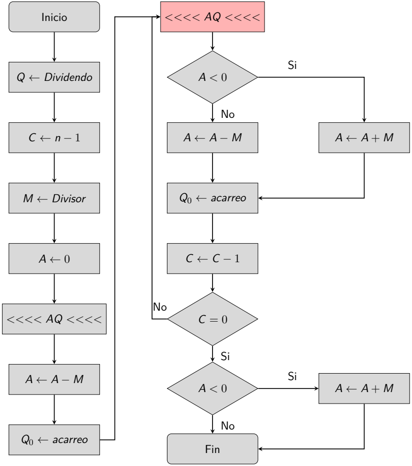
A	Q	C	M
11111	0000	010	00011

División sin restauración. Ejemplo 8/3



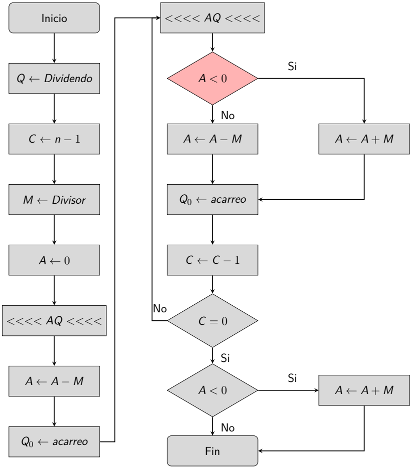
A	Q	C	M
11111	0000	010	00011

División sin restauración. Ejemplo 8/3



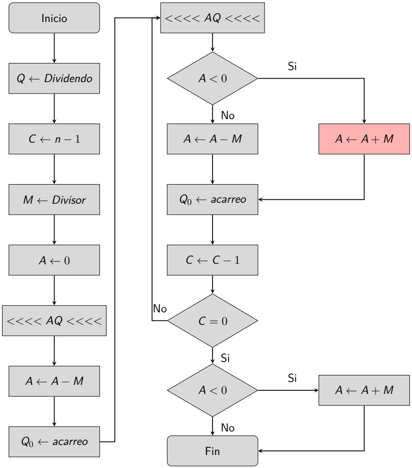
A	Q	C	M
11110	0000	010	00011

División sin restauración. Ejemplo 8/3



A	Q	C	M
11110	0000	010	00011

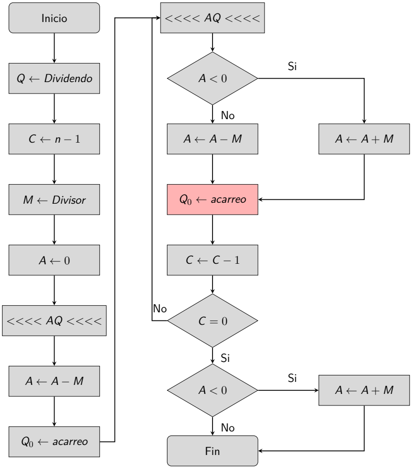
División sin restauración. Ejemplo 8/3



A	Q	C	M
00001	0000	010	00011

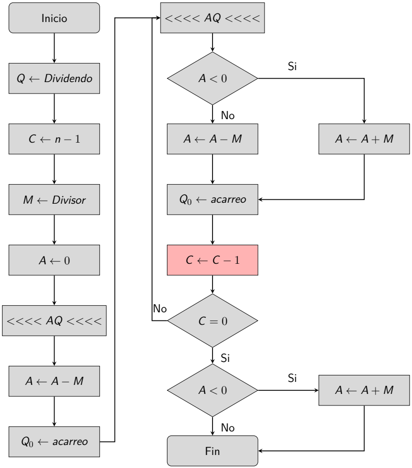
	Sumador	
	11110	-2
	00011	3
1	00001	1

División sin restauración. Ejemplo 8/3



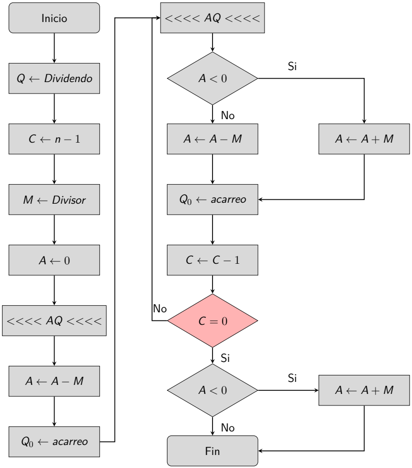
A	Q	C	M
00001	0001	010	00011

División sin restauración. Ejemplo 8/3



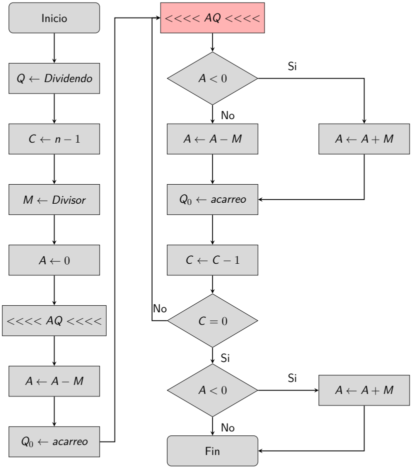
A	Q	C	M
00001	0001	001	00011

División sin restauración. Ejemplo 8/3



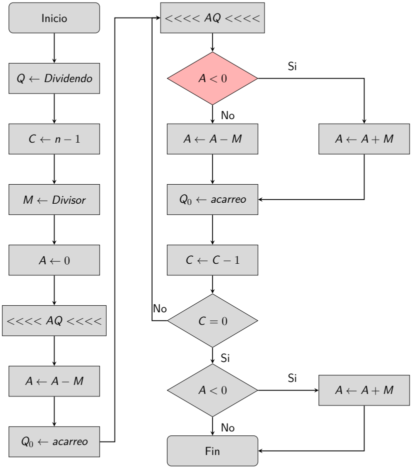
A	Q	C	M
00001	0001	001	00011

División sin restauración. Ejemplo 8/3



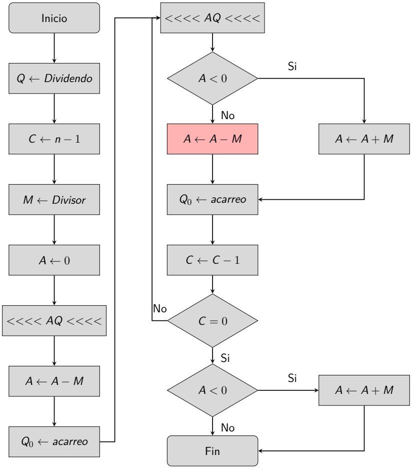
A	Q	C	M
00010	0010	001	00011

División sin restauración. Ejemplo 8/3



A	Q	C	M
00010	0010	001	00011

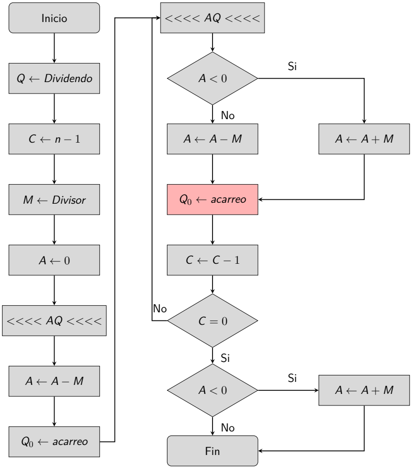
División sin restauración. Ejemplo 8/3



A	Q	C	M
11111	0010	001	00011

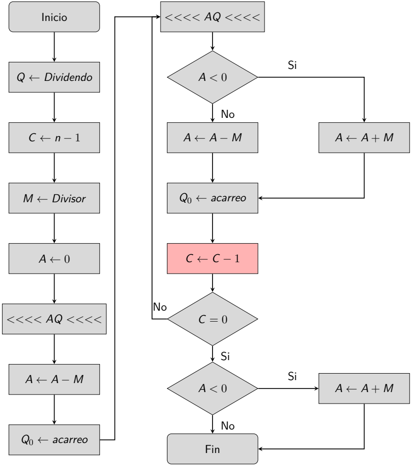
	Sumador	
	00010	2
	11101	-3
0	11111	-1

División sin restauración. Ejemplo 8/3



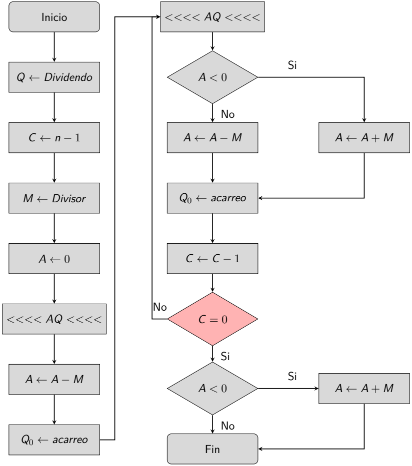
A	Q	C	M
11111	0010	001	00011

División sin restauración. Ejemplo 8/3



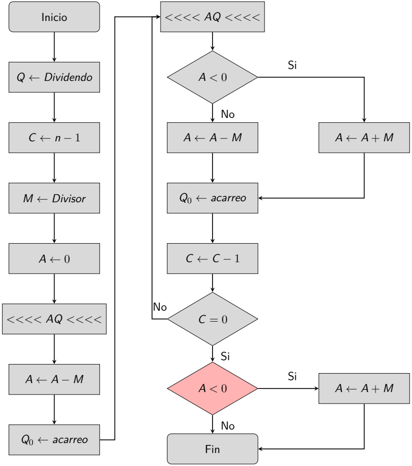
A	Q	C	M
11111	0010	000	00011

División sin restauración. Ejemplo 8/3



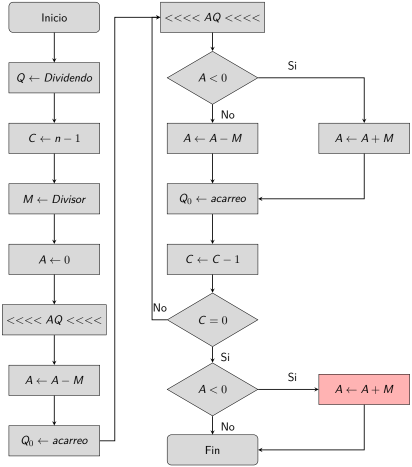
A	Q	C	M
11111	0010	000	00011

División sin restauración. Ejemplo 8/3



A	Q	C	M
11111	0010	000	00011

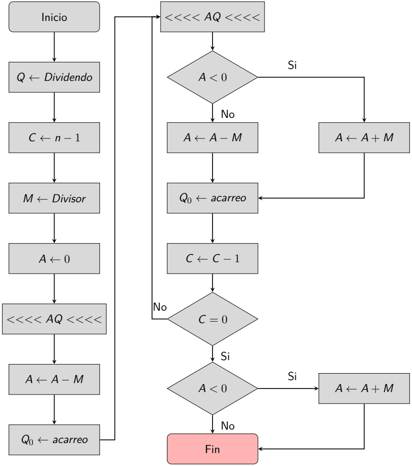
División sin restauración. Ejemplo 8/3



A	Q	C	M
00010	0010	000	00011

	Sumador	
	11111	-1
	00011	3
1	00010	2

División sin restauración. Ejemplo 8/3



A	Q	C	M
00010	0010	000	00011

Cociente (Q): 2
Resto (A): 2