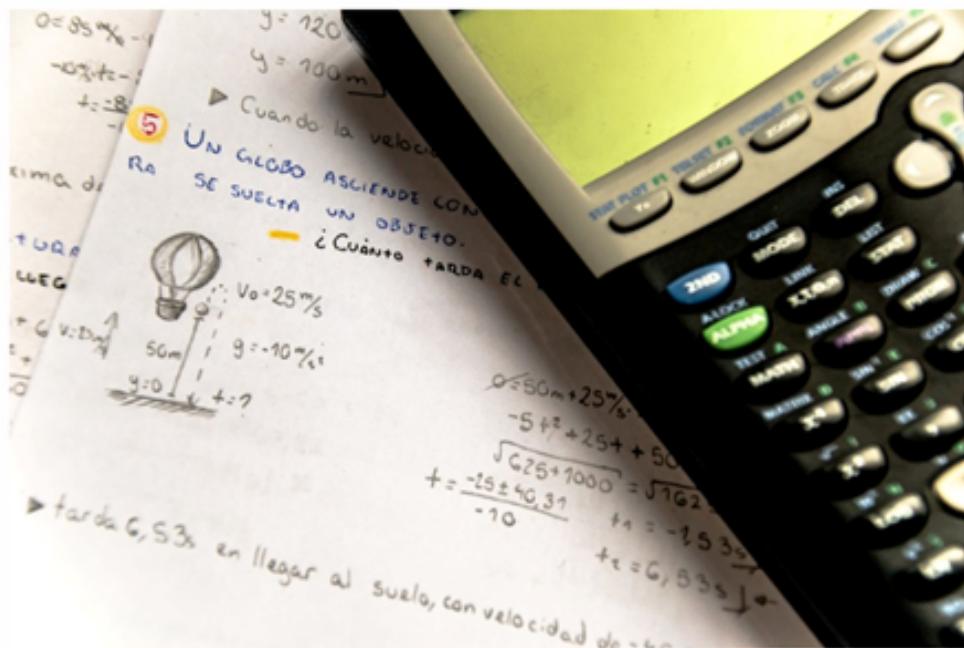


SEMINARIO UNIVERSITARIO MATEMÁTICA

CUADERNILLO DE PRÁCTICAS



EJE 1: CONJUNTOS NUMÉRICOS

Conjuntos numéricos

Ejercicio N° 1. Escribir por extensión los siguientes conjuntos.

- a. $A:\{x / x \text{ es un mes}\}$
- b. $B:\{x / x \text{ es un día de la semana}\}$
- c. $C:\{x / x \in \mathbb{N} \wedge -3 \leq x < 5\}$
- d. $D:\{x / x \in \mathbb{Z} \wedge -5/2 \leq x < 5/2\}$
- e. $E:\{x / x \in \mathbb{R} \wedge x^2 = 1\}$
- f. $f:\{x: x \text{ son los días hábiles de la semana}\}$
- g. $g:\{x: x \in \mathbb{Z} \wedge -6 \leq x < 10\}$
- h. $H:\{x: x \in \mathbb{N} \wedge -2 \leq x < 7\}$
- i. $I:\{x / x \in \mathbb{N} \wedge -3 \leq x < 11\}$
- j. $J:\{x / x \in \mathbb{Z} \wedge -6 \leq x < 5\}$
- k. $K:\{x / x \in \mathbb{Z} \wedge -7 \leq x < 6\}$

Ejercicio N° 2. Escribir por compresión los siguientes conjuntos.

- a. $F:\{\text{lunes, martes, miércoles, jueves, viernes}\}$
- b. $G:\{\text{azul, rojo, amarillo}\}$
- c. $H:\{\dots -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, \dots\}$
- d. $I:\{-2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5\}$
- e. $F:\{\text{viernes, sábado, domingo}\}$
- f. $G:\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$
- g. $H:\{-1, 0, 1, 2, 3, 4, 5\}$
- h. $I:\{-3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5\}$

Ejercicio N° 3. Dados los conjuntos $A:\{1, 2, 3, 4\}$, $B:\{2, 3, 5\}$, $C:\{2, 5, 7\}$ y el conjunto de referencia (o universal) $R:\{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$. Indicar el resultado de las siguientes operaciones entre conjuntos.

- | | |
|--------------------------|------------------------|
| a. $A \cap B$ | f. $R - B$ |
| b. $(A \cap B) - C$ | g. $A - B$ |
| c. $(A \cap B) \cup C^c$ | h. $(A \cup B)^c$ |
| d. $A \cup B$ | i. $A \cup (C \cap B)$ |
| e. $A \cup (C - B)$ | |

Ejercicio N° 4. Dados los conjuntos
 $D:\{x \in \mathbb{Z} / x - 2 = 0\}$, $E:\{x \in \mathbb{Z} / 2x - 6 = 0\}$, $F:\{x \in \mathbb{Z} / 2 < x < 3\}$
indique si las siguientes afirmaciones son verdaderas:

- a. La cardinalidad de D y E es la misma
- b. $D \cup E = F$
- c. $D \cap E = F$

Ejercicio N° 5. Ordenar de menor a mayor y representar los siguientes números en la recta numérica

$$2; 0; 4; \frac{2}{5}; -\frac{1}{3}; 2\pi; -3; \frac{4}{5}; \frac{7}{7}; -2$$

Ejercicio N° 6. Indicar a qué conjunto pertenece cada uno de los siguientes números.

- | | |
|--------------------|-------------------------------------|
| a. $\frac{n}{2}$ | e. 2,25111 |
| b. 0 | f. $\sqrt{7}$ |
| c. $-\frac{9}{81}$ | g. $-2,0\hat{1}$ |
| d. $\sqrt{36}$ | h. $\sqrt[3]{-8}$ |
| | i. $\left(-\frac{2}{6}\right)^{-1}$ |

Ejercicio N° 7. Para cada afirmación, indicar verdadero o falso y justificar.

- a. Todo número real es racional
- b. Todo número natural es entero
- c. Todo entero es racional
- d. Todo número real es irracional

Ejercicio N° 8. Escribir, en cada caso, todos los números enteros que

- a. Son mayores a -101 y menores a -97
- b. Son mayores o iguales a -17 y menores a -12
- c. Son menores o iguales a 2 y mayores o iguales a $-\sqrt{4}$

Ejercicio N° 9. Resolver

- a. $\frac{3}{4} - \left(\frac{1}{2} + \frac{2}{3}\right) =$
- b. $\left\{ -1 + \left[\left(-\frac{1}{2} + \frac{3}{4} \right) - \left(\frac{2}{3} - \frac{1}{4} \right) \right] \right\} - \left(\frac{4}{3} + \frac{1}{2} \right) =$
- c. $\left[\left(\frac{3}{5} - \frac{1}{2} \right) + \left(\frac{1}{4} + \frac{1}{5} \right) \right] \cdot \frac{2}{55} : \left(\frac{3}{5} + \frac{1}{10} \right) =$
- d. $\frac{\left(\frac{3}{2} - \frac{1}{5} \right) - 2 : \frac{1}{3}}{\left(\frac{3}{4} + \frac{1}{5} \right) : \frac{1}{10} : \left(-\frac{2}{9} \right)} =$
- e. $\frac{\frac{1}{4} - \left(\frac{1}{3} - \frac{2}{5} \right) : \frac{2}{5}}{\frac{1}{6} \left[\frac{3}{2} - \frac{5}{4} \cdot 2 : \left(1 - \frac{1}{2} \right) \right] \cdot \frac{5}{7}} =$
- f. $\frac{1}{4} - \left(\frac{5}{2} + \frac{5}{3} \right) +=$

g. $\left\{ -1 + \left[\left(\frac{1}{2} + \frac{1}{4} \right) - \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{6} \right) \right] \right\} - \left(\frac{9}{3} + \frac{1}{4} \right) =$

h. $\left[\left(\frac{1}{5} - \frac{1}{2} \right) + \left(\frac{5}{4} + \frac{1}{5} \right) \right] \cdot \frac{5}{4} : \left(\frac{1}{5} + \frac{1}{10} \right) =$

i. $\frac{\left(\frac{3}{2} - \frac{1}{5} \right) - \frac{1}{3}}{\left(\frac{3}{4} + \frac{1}{6} \right) : \frac{1}{11} : \left(\frac{7}{9} \right)} =$

j. $\frac{\frac{1}{4} - \left(\frac{6}{3} - \frac{2}{5} \right) : \frac{4}{5}}{4 \cdot \left[\frac{3}{2} - \frac{5}{4} : \left(1 - \frac{1}{2} \right) \right] \cdot \frac{6}{7}} =$

Ejercicio N° 11. Los resultados indicados a continuación no son verdaderos. Marcar los errores de procedimiento cometidos y hallar el resultado correcto.

a. $2 - 3 \cdot (4.2 + 8) = -1.16 = -16$

b. $\frac{-2^2 + 4^{-1}}{-2^3 - 2^{-1}} = \frac{4 + \frac{1}{4}}{-8 - \frac{1}{2}} = \frac{\frac{17}{4}}{-\frac{17}{2}} = -\frac{1}{2}$

Ejercicio N° 12. Verificar la siguiente igualdad (sin hacer uso de la calculadora).

$$\left(\sqrt[4]{\sqrt[3]{2}} \right)^{96} + \left\{ \left[\left(\sqrt[6]{\sqrt[3]{2}} \right)^2 \right]^3 \right\}^9 =$$

Ejercicio N° 13. Verificar la validez de las siguientes igualdades. En algunos casos deberá racionalizar numerador y/o denominador.

a. $\frac{2\sqrt{3} - \sqrt{2}}{\sqrt{18}} = \frac{\sqrt{6} - 1}{3}$

d. $\frac{3}{\sqrt{5} - 2} = 3\sqrt{5} + 6$

b. $\frac{2\sqrt{3} + \sqrt{2}}{\sqrt{12}} = 1 + \frac{\sqrt{6}}{6}$

e. $\frac{3\sqrt{6} + 2\sqrt{2}}{3\sqrt{3} + 2} = \sqrt{2}$

c. $\frac{1}{2(\sqrt{3} - \sqrt{5})} = \frac{\sqrt{3} + \sqrt{5}}{4}$

f. $\frac{\sqrt{7} - \sqrt{5}}{\sqrt{7} + \sqrt{5}} - \frac{\sqrt{7} + \sqrt{5}}{\sqrt{7} - \sqrt{5}} = -2\sqrt{35}$

Ejercicio N° 14. Efectuar las siguientes operaciones e indicar a qué conjuntos numéricos pertenece el resultado.

a. $\frac{3 + \sqrt{2}}{4} - \frac{3 + 3\sqrt{2}}{4}$

b. $-\sqrt{3} - 5 - 2 \cdot \left(3 - \frac{\sqrt{3}}{2} \right)$

c. $(-\sqrt{3} - \sqrt{2})^2$

- d. $(\sqrt{5} - \sqrt{6})(\sqrt{5} + \sqrt{6}) \cdot \frac{1}{2}$
e. $(\sqrt{3} + \sqrt{2})^2 + (\sqrt{3} - \sqrt{2})^2$
f. $\frac{3 + \sqrt{2}}{2} - \frac{3 + 3\sqrt{2}}{2}$
g. $-\sqrt{3} - 5 - 5 \left(3 - \frac{\sqrt{3}}{2} \right)$
h. $(-\sqrt{7} - \sqrt{2})^2$
i. $(\sqrt{2} - \sqrt{8})(\sqrt{2} + \sqrt{8}) \cdot \frac{1}{2}$
j. $(\sqrt{3} + \sqrt{7})^2 + (\sqrt{3} - \sqrt{7})^2$

Ejercicio N° 15. Resolver empleando propiedades de potencia y radicación.

- a. 2^4
b. -3^2
c. $(-3)^2$
d. $\sqrt[3]{\frac{64}{1000}}$
e. $-\sqrt{0,64}$
f. $(\frac{1000}{27})^{\frac{1}{3}}$

Ejercicio N° 16. Calcular las siguientes potencias

- a. $\left(-\frac{2}{5}\right)^3$
b. $\left(\frac{3}{2}\right)^{-3}$
c. $\left(\frac{1}{10}\right)^{-1}$
d. $(-1)^{25}$
e. -1^{2365}
f. $(0,1)^{-2}$
g. $(-1)^{30}$
h. -1^{236}
i. $(0,1)^{-4}$
j. $(-1)^2$
k. -1^{2365}
l. $(0,5)^2$

Ejercicio N° 17. Escribir como radicales los siguientes números.

- a. $2^{\frac{1}{2}}$
b. $5^{0,5}$
c. $9^{\frac{1}{3}}$
d. $7^{\frac{2}{3}}$
e. $12^{0,2}$
f. $8^{-\frac{2}{3}}$
g. $2^{\frac{3}{2}}$
h. $8^{0,1}$
i. $7^{\frac{1}{3}}$
j. $7^{\frac{2}{5}}$
k. $7^{0,5}$
l. $11^{-\frac{2}{3}}$
m. $6^{\frac{1}{2}}$

Ejercicio N° 18. Escribir como potencia fraccionaria.

- a. $\frac{1}{\sqrt{x}}$
- b. $\sqrt{x} \cdot \sqrt[3]{x}$
- c. $\sqrt{x} \cdot \sqrt[3]{x} \cdot \sqrt[5]{x}$
- d. $\frac{1}{\sqrt[5]{x}}$
- e. $\frac{5}{\sqrt{x}}$
- f. $\sqrt{x} \cdot \sqrt[7]{x}$
- g. $\sqrt{x} \cdot \sqrt[8]{x} \cdot \sqrt[4]{x}$
- h. $\frac{1}{\sqrt[6]{x}}$

Ejercicio N° 19. Extraer factores del radicando

- a. $\sqrt{8}$
- b. $\sqrt{18}$
- c. $\sqrt{32}$
- d. $\sqrt{64}$
- e. $\sqrt{27}$
- f. $\sqrt{81}$
- g. $\sqrt{49}$
- h. $\sqrt{144}$
- i. $\sqrt{625}$
- j. $\sqrt{16}$

Ejercicio N° 20. Simplificar si es posible.

- a. $\sqrt[4]{3^2}$
- b. $\sqrt[9]{27}$
- c. $\sqrt[5]{1024}$
- d. $\sqrt[8]{5^4}$

Ejercicio N° 21. Calcular usando propiedades

- a. $\sqrt{2} \cdot \sqrt{32}$
- b. $\sqrt{15} \cdot \sqrt{3}$
- c. $\sqrt[3]{3} \cdot \sqrt[3]{9}$
- d. $\sqrt[3]{8} \cdot \sqrt[3]{2}$
- e. $\sqrt{2} \cdot \sqrt[3]{32}$
- f. $\sqrt{3} \cdot \sqrt{4}$

Ejercicio N° 22. Resolver aplicando propiedades y reduciendo las expresiones.

- a. $\sqrt{2} + \sqrt{8} + \sqrt{18} - \sqrt{32}$
- b. $\sqrt{5} + \sqrt{45} + \sqrt{180} - \sqrt{80}$
- c. $\sqrt{24} - 5\sqrt{6} + 48\sqrt{\frac{1}{2}}$

d. $54^{\frac{1}{3}} - 16^{\frac{1}{3}}$

e. $3 \cdot \left(\frac{2}{9}\right)^{\frac{1}{2}} - 5 \cdot \left(\frac{2}{9}\right)^{\frac{1}{2}} - 5 \cdot (50)^{\frac{1}{2}} + \frac{2}{3} \cdot \left(\frac{2}{25}\right)^{\frac{1}{2}}$

Ejercicio N° 23. Simplificar las siguientes expresiones.

a. $(2 \cdot \sqrt{2} \cdot \sqrt[4]{2})^{\frac{1}{2}}$

b. $5 \cdot \sqrt[3]{5} : \sqrt{\left(\frac{1}{5} \cdot \sqrt[5]{25}\right)^{\frac{1}{3}}}$

c. $(\sqrt{6} \cdot \sqrt[4]{12})^3 : 18^{\frac{1}{2}}$

d. $\frac{-100^{\frac{1}{2}}}{\sqrt[3]{10 : \sqrt{0,001}}}$

e. $\frac{(2^3)^{-2} \cdot \left(3^{\frac{3}{2}}\right)^{\frac{2}{3}}}{(2^{10})^{\frac{1}{2}} \cdot 3^{\frac{1}{3}}}$

Ejercicio N° 24. Aplicar propiedades de potencia para expresar en forma simplificada.

a. $(-4 - 2^0)^2 =$

b. $(-4)^{-2} =$

c. $\left(\frac{2}{7}\right)^0 =$

d. $\left(-\frac{2}{3}\right)^2 =$

e. $\sqrt{\left(1 + \frac{1}{2}\right)^{-2} \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^{-2}} =$

f. $\sqrt{a \sqrt{a \sqrt{a}}} =$

g. $3^x \cdot 3^x \cdot 3^x \cdot 3^x =$

h. $\left[(a^5 \cdot a^{-2})^{-1} \cdot (a^5 : a^2)^{-1}\right]^3 =$

i. $\frac{a^2 \cdot (b \cdot c)^2}{(a \cdot b)^3} =$

j. $(\sqrt{3})^{\frac{21}{3}} \cdot (\sqrt[3]{27})^{\frac{1}{2}} =$

k. $\left(a^{-6} b^{-3} a^{\frac{4}{2}} c\right)^2 \cdot (3a^2 b^{-1} c^{-2})^3 \cdot \left(c^{\frac{1}{2}} a^{-\frac{3}{2}} b^{-1}\right)^2 =$

l. $\left[(2m - x)^{-\frac{3}{2}}\right]^2 \cdot (-x + 2m)^3 \cdot (2m - x)^{-2} =$

Ejercicio N° 25. Extraer todos los factores posibles de los radicales.

a. $\sqrt[3]{x^7 y^{-6} z}$

b. $\sqrt[5]{m^{28} n^5 p^{35} v^{-10}}$

c. $\sqrt{\frac{64a^{\frac{3}{2}}}{9xb^5z^{-2}}}$

Ejercicio N° 26. Racionalizar las siguientes expresiones

a. $\frac{3}{\sqrt{3}}$

b. $\frac{2\sqrt{5}}{1 - \sqrt{5}}$

c. $\frac{\sqrt{5} - \sqrt{2}}{\sqrt{5} + \sqrt{2}}$

Ejercicio N° 27. Resolver las siguientes operaciones

a. $\sqrt{2} + \sqrt{2} - 5\sqrt{2} =$
 b. $\sqrt{a} - 2\sqrt{b} + \sqrt{a} - \sqrt{b} =$
 c. $33\sqrt{18} - 11\sqrt{2} + 2\sqrt{50} =$
 d. $\sqrt{9x} - \sqrt{25x} + \sqrt{49x} =$
 e. $\frac{3}{2}\sqrt[3]{\frac{16}{27}} - \frac{5}{3}\sqrt[3]{54} + 5\sqrt[3]{\frac{2}{125}} =$

f. $\sqrt[4]{2a^2} \cdot \sqrt[4]{a.b} \cdot \sqrt[4]{2a.b} =$
 g. $\sqrt{3}(\sqrt{6} - \sqrt{24}) + \sqrt{98} =$
 h. $\sqrt{m} \cdot \sqrt[3]{m^2} \cdot \sqrt[4]{m^3} =$
 i. $\sqrt[3]{a.b^2} \cdot \sqrt[5]{a^2} \cdot b^3 =$
 j. $\frac{\sqrt{2}}{\sqrt[3]{4}} =$

Ecuaciones e inecuaciones

Ejercicio N° 1. Resolver las siguientes ecuaciones y verificarlas

a. $2x - 3 = \frac{1}{2}$
 b. $2 - 2(x + 3) = -\frac{1}{2}(4x + 2)$
 c. $\sqrt{x - 2} = 4$
 d. $\frac{4x - 6}{12} - \frac{3x - 8}{4} = \frac{2x - 9}{6} - \frac{x - 4}{8}$
 e. $\frac{2 - (1 - x)}{3} - x = 1 - \frac{2}{3}x$
 f. $2\left(\sqrt{2} - \sqrt{\frac{5}{2}x}\right) = \frac{\sqrt{2}}{2} + \sqrt{\frac{5}{2}x}$

g. $3x + 2 - 2(2x - 3) = x - 2$
 h. $\frac{2x + 9}{5} = x + 3$
 i. $\frac{x}{3} = 2(x - 5)$
 j. $\frac{x + 38}{5} = \frac{6 + 9x}{3}$
 k. $\frac{2x + 4 - 5x + 3}{4} - \frac{7x - 9 + 3x - 8}{7} + 2 = 4x$
 l. $\frac{7}{9}(x - 2) + \frac{5}{6}(x - 4) = 20 - \frac{7}{3}(x - 7)$
 m. $21x + \frac{9}{4}\left(\frac{1}{2}x + 9\right) - \frac{9}{4} = 24x + 3$

Ejercicio N° 2. Resolver las siguientes ecuaciones

a. $\frac{x}{x-3} + \frac{2}{x+3} = \frac{x^2}{x^2-9}$
 b. $\frac{5x-3}{4-x^2} = \frac{5+x}{2+x} + \frac{x-3}{2-x}$
 c. $\frac{x^2-4x+1}{x-1} = \frac{x^2-3x}{x-1} - 1$

d. $x + \frac{2}{x+5} = \frac{12+2x}{x+5}$
 e. $\frac{x^2-4x+4}{x^2-4} = -1$
 f. $\frac{(x+1)(x+3)}{x+1} = \frac{x^2-1}{x-1}$

Ejercicio N° 3. Resolver las siguientes inecuaciones y representar el conjunto solución en la recta real.

a. $2x - 3 < 4 - 2x$
 b. $5 + 3x \leq 4 - x$
 c. $4 - 2t > t - 5$
 d. $x + 8 \leq 3x + 1$
 e. $3(4 - x) > 18x + 5$
 f. $x + 4 \leq 5x + 1$

g. $5.(4 - x) > 18x + 5$
 h. $x + 9 \leq 3x + 17$
 i. $3(8 - x) > 18x + 5$
 j. $6x + 8 \leq 3x + 1$
 k. $5.(3 - x) > 8x + 5$

Ejercicio N° 4. Resolver las siguientes inecuaciones expresando la solución en forma de intervalos

- a. $(2x - 1)(x - 3) \geq 0$
- b. $(x - 2x^2) \left(x + \frac{1}{2} \right) \leq 0$
- c. $\frac{-1 - 3x}{1 - 4x} < 2$
- d. $\frac{x+2}{2-x} \geq 1$
- e. $x^2 \leq x$
- f. $x^4 - (3x)^2 > 0$
- g. $\frac{1}{x+2} \leq \frac{x^2}{x+2}$
- h. $-\frac{2}{x} > -\frac{5x}{x^2 + 6}$
- i. $(x - 2)x > 0$
- j. $x(1 - 2x) \left(x + \frac{1}{2} \right) \leq 0$
- k. $2x^3 - x^2 > 0$
- l. $(2x - 1)(x - 3) > 0$
- m. $x^2 < x$
- n. $\frac{x^2 - x}{(x + 1)(2 - x)} \geq 0$
- o. $\begin{cases} x + 3 < 0 \\ 5 - 2x > 1 \end{cases}$
- p. $\begin{cases} 2x + 1 > 0 \\ 5 - x \geq 0 \end{cases}$
- q. $\begin{cases} 3 - 6x > 0 \\ x + 1 < 0 \end{cases}$

Ejercicio N° 5. Resolver los siguientes problemas:

- a. Si 2 litros de gasolina cuestan \$1820, ¿Cuántos litros se pueden comprar con \$27300?
- b. Un automóvil recorre 30 km en un cuarto de hora, ¿Cuántos kilómetros recorrerá en una hora y media?
- c. Una taza de agua eleva su temperatura en 5°C al estar 45 minutos al sol, ¿Cuántos grados se elevará después de 2 horas?
- d. Si el 25% de una cantidad es 68, ¿Cuánto es el 43% de esa misma cantidad? ¿Cuál es esa cantidad?
- e. Si un hombre camina 3 km en una hora y cuarto, ¿Cuántos kilómetros recorrerá en 3 horas?

Polinomios

CONCEPTOS

1. Consideré el polinomio $2x^5 + 6x^4 + 4x^3$.

¿Cuántos términos tiene este polinomio? _____

Enliste los términos: _____

¿Cuál factor es común a cada término? _____

Factorice el polinomio: $2x^5 + 6x^4 + 4x^3 =$ _____.

2. Para factorizar el trinomio $x^2 + 7x + 10$, buscamos dos enteros cuyo producto sea _____ y cuya suma sea _____.

Estos enteros son _____ y _____, de modo que el trinomio se factoriza como _____.

3. La fórmula de productos notables para la “suma de un cuadrado” es $(A + B)^2 =$ _____.

Por tanto, $(2x + 3)^2 =$ _____.

4. La fórmula de productos notables para la “suma y diferencia de los mismos términos” es $(A + B)(A - B) =$ _____.

Entonces $(5 + x)(5 - x) =$ _____.

5. La fórmula de factorización especial para “la diferencia de cuadrados” es $A^2 - B^2 =$ _____. Entonces, $4x^2 - 25$ se factoriza como _____.

6. La fórmula de factorización especial para un “cuadrado perfecto” es $A^2 + 2AB + B^2 =$ _____. Entonces $x^2 + 10x + 25$ se factoriza como _____.

Polinomio	Tipo	Términos	Grado
9. -8			
10. $\frac{1}{2}x^7$			
11. $x - x^2 + x^3 - x^4$			
12. $\sqrt{2}x - \sqrt{3}$			
13-22 ■ Encuentre la suma, diferencia o producto.			
13. $(12x - 7) - (5x - 12)$			14. $(5 - 3x) + (2x - 8)$
15. $(3x^2 + x + 1) + (2x^2 - 3x - 5)$			
16. $(3x^2 + x + 1) - (2x^2 - 3x - 5)$			
17. $(x^3 + 6x^2 - 4x + 7) - (3x^2 + 2x - 4)$			
18. $3(x - 1) + 4(x + 2)$			
19. $8(2x + 5) - 7(x - 9)$			
20. $4(x^2 - 3x + 5) - 3(x^2 - 2x + 1)$			
21. $2(2 - 5t) + t^2(t - 1) - (t^4 - 1)$			
22. $5(3t - 4) - (t^2 + 2) - 2t(t - 3)$			
23-28 ■ Multiplique las expresiones algebraicas usando el método FOIL y simplifique.			
23. $(3t - 2)(7t - 4)$			24. $(4s - 1)(2s + 5)$
25. $(3x + 5)(2x - 1)$			26. $(7y - 3)(2y - 1)$
27. $(x + 3y)(2x - y)$			28. $(4x - 5y)(3x - y)$

HABILIDADES

7-12 ■ Complete la tabla siguiente diciendo si el polinomio es un monomio, binomio o trinomio; a continuación, haga una lista de sus términos y exprese su grado.

Polinomio	Tipo	Términos	Grado
7. $x^2 - 3x + 7$			
8. $2x^5 + 4x^2$			

29-44 ■ Multiplique las expresiones algebraicas usando una fórmula de producto notable y simplifique.

- | | |
|------------------------------------|--|
| 29. $(3x + 4)^2$ | 30. $(1 - 2y)^2$ |
| 31. $(2u + v)^2$ | 32. $(x - 3y)^2$ |
| 33. $(2x + 3y)^2$ | 34. $(r - 2s)^2$ |
| 35. $(x + 5)(x - 5)$ | 36. $(y - 3)(y + 3)$ |
| 37. $(3x - 4)(3x + 4)$ | 38. $(2y + 5)(2y - 5)$ |
| 39. $(\sqrt{x} + 2)(\sqrt{x} - 2)$ | 40. $(\sqrt{y} + \sqrt{2})(\sqrt{y} - \sqrt{2})$ |

EJE 2: GEOMETRÍA EN EL PLANO

Trigonometría

Ejercicio N° 1. Transformar el ángulo de grados a radianes.

- a. 15°
 b. 35°
 c. 80°

- d. 150°
 e. 90°
 f. 60°

Ejercicio N° 2. Transformar el ángulo de radianes a grados.

- a. $\frac{\pi}{5} \text{ rad}$
 b. $\frac{\pi}{10} \text{ rad}$

- c. $3\pi \text{ rad}$
 d. $\frac{17\pi}{4} \text{ rad}$

Ejercicio N° 3. Hallar las siguientes razones trigonométricas.

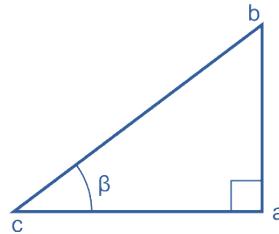
- a. $\sin 34^\circ 35' 57''$
 b. $\cos 85^\circ 7' 23''$
 c. $\tan 87^\circ 33''$
 d. $\sin 43^\circ 35'$

Ejercicio N° 4. Hallar los ángulos (en grados y en radianes) de las siguientes razones trigonométricas.

- a. $\sin \alpha = 0,3456$
 b. $\cos \varepsilon = 0,5555$
 c. $\tan \beta = 1,4572$
 d. $\cos \mu = 0,25$
 e. $\sin \gamma = 0,0525$

Ejercicio N° 5. Resolver los triángulos rectángulos para los datos dados.

- a. $\beta = 24^\circ$ y $ac = 16$
 b. $ab = 32,46$ y $bc = 25,78$
 c. $\beta = 24^\circ$ y $ab = 16$
 d. $\beta = 71^\circ$ y $bc = 44$
 e. $ab = 312,7$ y $ca = 809$
 f. $bc = 4,218$ y $ca = 6,759$
 g. $\beta = 81^\circ 12'$ y $ab = 43,6$



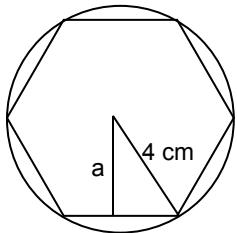
Ejercicio N° 6. Resolver los siguientes problemas.

- a. Calcular la altura de una torre si su sombra mide 13 cm cuando los rayos del sol forman un ángulo de 50° con la horizontal.
- b. Un avión vuela a 350 m de altura, observando el piloto que el ángulo de depresión del aeropuerto próximo es de 15° . ¿Qué distancia respecto a la vertical le separa del mismo en ese instante?
- c. Desde un barco se ve el punto más alto de un acantilado con un ángulo de 74° . Sabiendo que la altura del acantilado es de 200 m, ¿a qué distancia se halla el barco del pie del acantilado?

- d. Si el ángulo de elevación del sol es de 42° . ¿Cuál es la longitud de la sombra proyectada sobre el suelo de una persona que mide 1,60 m de altura?
- e. Para medir la altura de un edificio se miden los ángulos de elevación desde dos puntos distantes 100 m. ¿Cuál es la altura si los ángulos son 33° y 46° ?
- f. Calcular la altura de un árbol, sabiendo que desde un punto del terreno se observa su copa bajo un ángulo de 30° y si nos acercamos 10 m, bajo un ángulo de 60° .
- g. Para medir la altura de una montaña se miden los ángulos de elevación desde do puntos distantes 480 m y situados a 1200 m sobre el nivel del mar. ¿Cuál es la altura si los ángulos son 45° y 76° ?
- h. Tres pueblos A, B y C están unidos por rutas. La distancia de A a C es de 6 km y la de B a C 9 km. El ángulo que forman las rutas es 120° . ¿Cuánto distan A y B?
- i. Desde un punto A en la orilla de un río, cuya anchura es de 50 m, se ve un árbol justo enfrente. ¿Cuánto tendremos que caminar río abajo, por la orilla recta del río, hasta llegar a un punto B desde el que se vea el pino formando un ángulo de 60° con nuestra orilla?
- j. Una persona se encuentra en la ventana de su apartamento que está situada a 8m del suelo y observa el edificio de enfrente. La parte superior con un ángulo de 30° y la parte inferior con un ángulo de depresión de 45° . Determine la altura del edificio señalado.
- k. Halla la medida, en centímetros, del cateto desconocido de un triángulo rectángulo, cuya hipotenusa mide 10 cm y el cateto conocido mide 8 cm.
- l. Halla la medida, en metros, del cateto desconocido de un triángulo rectángulo, cuya hipotenusa mide 17 metros y el cateto conocido mide 15 metros.
- m. Una escalera de 65 decímetros se apoya en una pared vertical de modo que el pie de la escalera está a 25 decímetros de la pared. ¿Qué altura, en decímetros alcanza la escalera?
- n. Una escalera de 15 metros se apoya en una pared vertical, de modo que el pie de la escalera se encuentra a 9 metros de esa pared. Calcula la altura metros, que alcanza la escalera sobre la pared.
- o. Una rampa de una carretera avanza 60 metros en horizontal para subir 11 metros en vertical. Calcula cuál es la longitud de la carretera.
- p. El dormitorio de Pablo es rectangular, y sus lados miden 3 y 4 metros. Ha decidido dividirlo en dos partes triangulares con una cortina que une dos vértices opuestos. ¿Cuántos metros deberá medir la cortina?

Ejercicio N° 7.

- a. Calcular el perímetro y el área de un hexágono inscrito en una circunferencia de 4 cm de radio.



- b. Calcular el lado, el perímetro y el área de un cuadrado inscrito en una circunferencia de 5 cm de radio.



Ejercicio N° 1. En cada caso, calcular si es posible $f(0)$, $f(-1)$, $f(1)$, $f(0,5)$, $f(3)$. Definir el dominio de cada función.

a. $f(x) = -3x + 5$

b. $f(x) = \sqrt{2x - 1}$

c. $f(x) = 3$

d. $f(x) = \frac{1}{x}$

e. $f(x) = x^2 + 5x - 3$

f. $f(x) = \frac{3}{x - 3}$

Ejercicio N° 2. Hallar el dominio de las siguientes funciones.

a. $f(x) = 3x - 1$

b. $f(x) = \sqrt{2 - x}$

c. $f(x) = x^2 + 5x - 3$

d. $f(x) = \sqrt{x^2 + 1}$

e. $f(x) = \frac{x + 3}{x - 3}$

f. $f(x) = \frac{1}{\sqrt{x}}$

g. $f(x) = 2 + 2^x$

h. $f(x) = \frac{1}{\sqrt{x + 3}}$

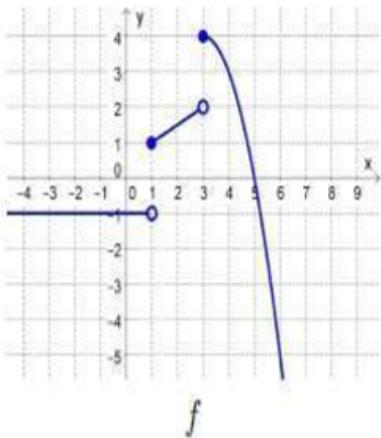
Ejercicio N° 3. A partir de las siguientes funciones determinar.

- a. El dominio e imagen de cada una

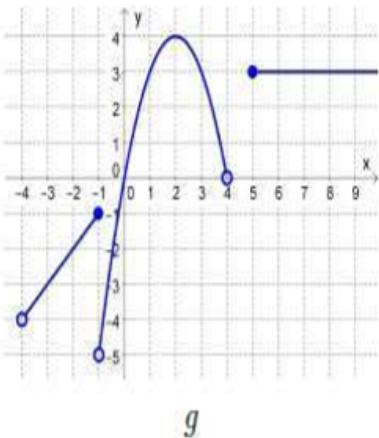
- b. Si es posible, $f(3)$, $f(-2)$, $g\left(\frac{9}{2}\right)$, $g(5)$, $h(3)$, $h(-2)$

- c. Si existen, los puntos de intersección con los ejes de coordenadas

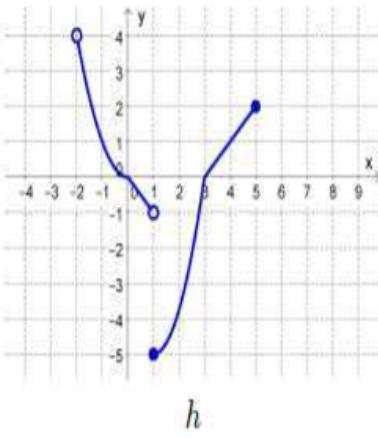
- d. Los intervalos de positividad y negatividad.



f



g



h

Ejercicio N° 4. Representar gráficamente las siguientes funciones lineales.

- $y = 3$
- $y = 2x - 3$
- $5x + 2y - 1 = 0$
- $y = -3x + 1$
- $y = 3x + 7$

- $y = \frac{1}{2}x + 2$
- $y + x = 0$
- $y - 2x = \frac{1}{2}$

Ejercicio N° 5. ¿Cuánto debe valer un número real k para que el punto $(-1; 2)$ se encuentra en la recta $kx + 7y - 7 = 0$?

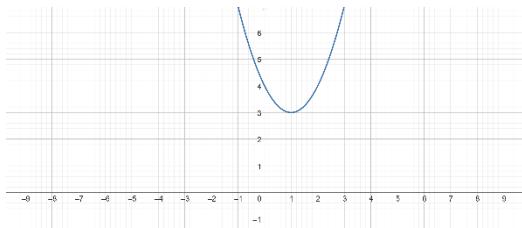
Ejercicio N° 6. Hallar la ecuación general de la recta que en el plano $x - y$ satisface las siguientes condiciones. Graficar.

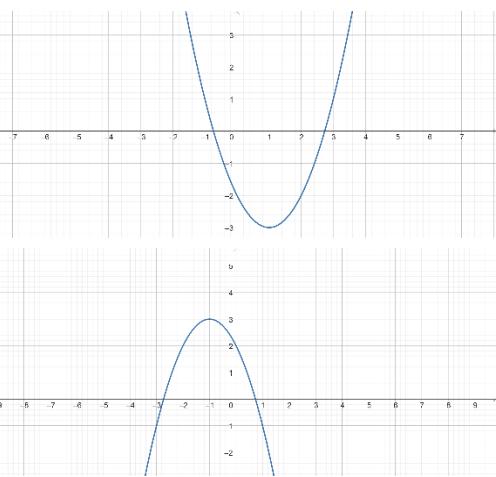
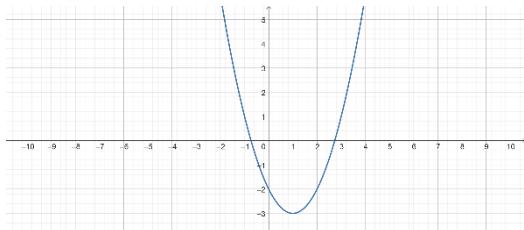
- Pasa por el punto $P(1; 2)$ y tiene pendiente $m = 2$
- Pasa por los puntos $P(3; -2)$ y $Q(-1; 4)$
- Pasa por el punto $P(-1; -2)$ y tiene pendiente $m = -\frac{3}{5}$

Ejercicio N° 7. Hallar la ecuación general de las rectas y graficar.

- Pasa por el punto $P(2; 2)$ y es paralela a la recta de ecuación $3x - 2y + 1 = 0$
- Pasa por el punto $P(-1; 3)$ y es perpendicular a la recta de ecuación $-\frac{3}{2}x + \frac{5}{6}y - 8 = 0$
- r pasa por el punto $Q(2; 3)$ y r' pasa por el punto $Q'(-2; -3)$, sabiendo que son perpendiculares.

Ejercicio N° 8. Relacionar cada una de las siguientes parábolas con la ecuación correspondiente.





a. $y = (x - 1)^2 - 3$
b. $y = \frac{1}{4}(x - 1)^2 + 3$

c. $y = -(x + 1)^2 + 3$
d. $y = (x - 1)^2 + 3$

e. $y = 4(x - 1)^2 + 3$
f. $y = (x - 1)^2 - 3$

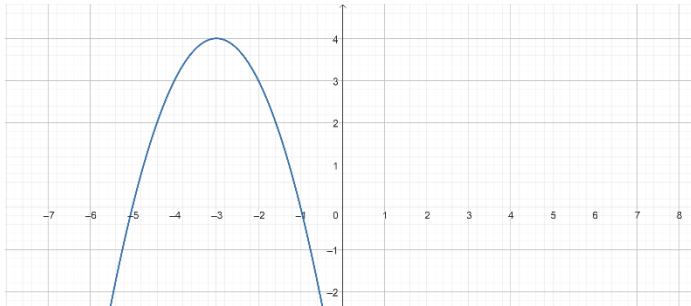
Ejercicio N° 9. Hallar las raíces, intersección con los ejes, vértice, dominio e imagen, intervalo de positividad y negatividad e intervalos de crecimiento y decrecimiento de las siguientes funciones cuadráticas. Graficar.

a. $y = x^2 - 16$
b. $y = 2x^2 + 3x$
c. $y = x^2 - 7x - 18$

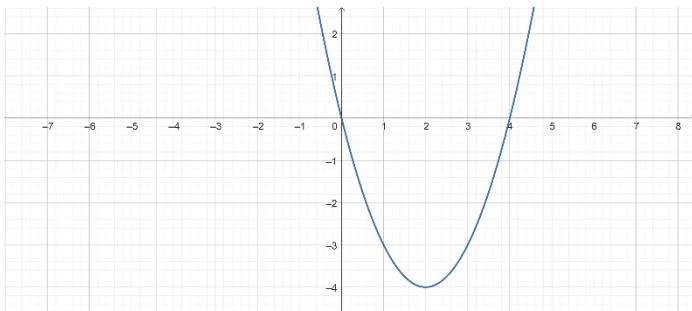
d. $y = (x - 1)^2$
e. $y = -(x + 1)^2 + 3$
f. $y = x(x + 3)$

Ejercicio N° 10. Encontrar las fórmulas de las siguientes paráboles. En cada caso, determinar vértice, eje de simetría, intersecciones con los ejes de coordenadas y representar gráficamente.

a.



b.



del

- a. $y = (x - 1)^2 - 4$
- b. $y = (x - 2)^2 - 1$
- c. $y = (x - 1)^2 + 1$

- d. $y = 3(x - 1)^2 + 1$
- e. $y = 2(x + 1)^2 - 3$
- f. $y = -3(x - 2)^2 - 5$
- g. $y = 3x^2 + 12x - 5$

Ejercicio N° 11.

Determinar la ubicación vértice, las raíces y la ordenada al origen de las siguientes funciones.
Graficar.

Ejercicio N° 12. Hallar, en cada caso, la ecuación de la parábola que verifica las condiciones dadas.

- a. Pasa por el punto $P(1; -1)$ y su vértice es el punto $v(-2,3)$
- b. Interseca al eje y en el punto $P(0;3)$ y su vértice es el punto $v(1,2)$
- c. Pasa por los puntos $P(0;2)$, $Q(-1;5)$ y $R\left(\frac{1}{2};1\right)$
- d. Tiene a $x_1 = 2$ y $x_2 = 3$ como ceros y cuyo gráfico pasa por el punto $(0;8)$

Ejercicio N° 13. Dadas las siguientes funciones cuadráticas

- a. $y = x^2 - x - 20$
- b. $y = 3x^2 - 42x + 147$
- c. $y = x^2 - 2x + 4$
- d. $y = \frac{1}{3}x^2 - \frac{2}{3}$

Indicar el número de intersecciones con el eje de las abscisas. En cada caso y de ser posible, expresar la función cuadrática en forma factorizada.

Problemas

Ejercicio N° 1. Un auto viaja a velocidad constante de 90 km/h a lo largo de un camino recto

- a. ¿Cuánto tiempo tardará en recorrer 630 km?
- b. ¿Qué distancia recorrerá el auto en 150 minutos?

Ejercicio N° 2. Un móvil recorre con velocidad constante 90 Km en 3h. Calcular:

- a. Metros recorridos en 120 seg.
- b. Los segundos que tarda en recorrer 4000 m.

Ejercicio N° 3. La velocidad de la luz en el vacío es $c = 300\,000$ km/s. La luz del Sol tarda en llegar a la Tierra 8 minutos y 19 segundos. Calcular la distancia entre el Sol y la Tierra.

Ejercicio N° 4. José se durmió y debe ir a su clase corriendo. Por suerte la casa se encuentra en la misma calle que la escuela, exactamente a 1800 metros. ¿A qué velocidad debería correr si son las 7:55h y la clase empieza a las 8h? (Expresar el resultado en m/s).

Ejercicio N° 5. El movimiento uniforme de un auto responde a la ecuación $x = 30m + 50\frac{m}{s}t$

- Indicar la posición inicial
- Indicar la velocidad
- Determinar el espacio recorrido a los 6 s

Ejercicio N° 6. Un automóvil circula a 75km/h en forma constante. ¿Cuánto tardará en recorrer 100 metros desde su partida? Presente la ecuación de movimiento.

Ejercicio N° 7. Horacio viaja por una ruta a 120 km/h (máxima permitida), cuando al pasar por el km85 oye por radio que un piquete cortará la ruta dentro de 15 minutos, en el km 110 ¿Podrá pasar antes de que le cierren el paso?

Ejercicio N° 8. A partir de la siguiente tabla:

Tiempo (min)	0	30	90
Posición (km)	50	110	230

- Confeccionar el gráfico de posición vs tiempo
- Calcular la velocidad del recorrido
- Representar la ecuación de movimiento.
- Graficar velocidad en función del tiempo. ¿Qué tipo de movimiento es?

Ejercicio N° 9. Analiza la tabla de datos del movimiento de un corredor en un tramo recto de una competencia.

Posición (km)	0	10	20	30	40	50
Tiempo (s)	0	2	4	6	8	10

- Determinar la velocidad del movimiento

- b. Graficar posición vs tiempo
- c. Representar la ecuación de movimiento
- d. Si la carrera es de 100 m y el atleta corre con MRU, calcular cuánto tiempo tardará en llegar.

Ejercicio N° 10. Un atleta recorre una recta con velocidad constante. A 60m de la salida pasa a un competidor y 2min después de pasarlo alcanza la meta que se encuentra a 300 m de la partida. Determinar:

- a. Las ecuaciones de movimiento.
- b. Velocidad del atleta en m/s.
- c. Representar gráficamente el espacio en función del tiempo.

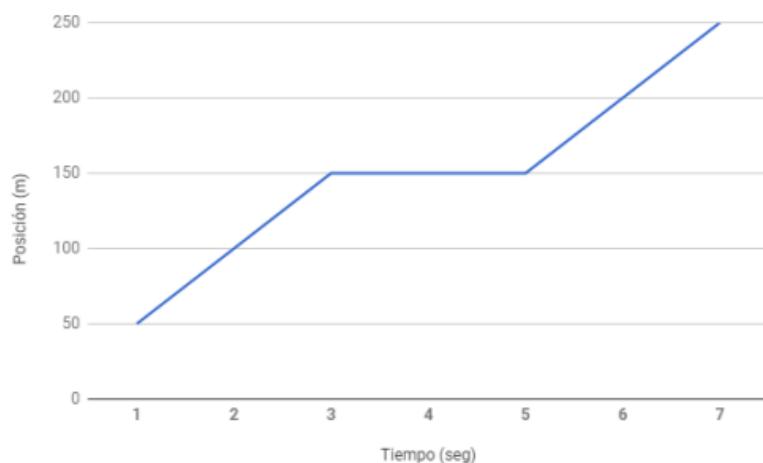
Ejercicio N° 11. El movimiento uniforme de un auto responde a la ecuación $x = 10km + 50$

$$\frac{km}{h}t$$

- a. Graficar la ecuación del movimiento
- b. Graficar la velocidad vs tiempo
- c. Determinar gráficamente el espacio recorrido en las 2 primeras horas

Ejercicio N° 12. Analiza el siguiente gráfico del desplazamiento de un móvil.

- a. ¿Cuánto tiempo estuvo detenido?
- b. ¿Cuál es la velocidad durante los 2 primeros segundos en movimiento?



Ejercicio N° 13. Un móvil viaja en línea recta con una velocidad media de 1.200 cm/s durante 9 s, y luego con velocidad media de 480 cm/s durante 7 s, siendo ambas velocidades del mismo sentido:

- ¿Cuál es el desplazamiento total en el viaje de 16 s?
- ¿Cuál es la velocidad media del viaje completo?
- Representa gráficamente

Ejercicio N° 14. El siguiente gráfico representa el recorrido de Juan desde su casa al supermercado. Sabiendo que las distancias de la casa de Juan: al mercado, a los videojuegos y a la plaza son 300m, 200m y 100m respectivamente, responde:



- ¿Cuánto tiempo tardó en llegar al mercado?
- ¿Dónde estaba a los 20min de haber salido de su casa?
- ¿Se detuvo en algún momento de su recorrido? Si la respuesta es afirmativa indica el/los lugares.
- Calcular la velocidad promedio del movimiento

Ejercicio N° 15. Las siguientes tablas recogen los tiempos y las distancias recorridas por ciclistas que parten en el mismo instante desde el mismo origen y en el mismo sentido en línea recta:

Ciclista 1				
Tiempo (min)	10	30	60	120
Distancia (km)	3	9	18	36
Ciclista 2				
Tiempo (min)	10	30	60	120
Distancia (km)	4	12	24	48

Representar las gráficas que corresponden a los datos para responder a las siguientes preguntas:

- ¿Las velocidades son constantes o los movimientos son acelerados?

b. ¿Qué ciclista habrá recorrido una distancia mayor transcurridas 3 horas desde el instante de la salida?

Ejercicio N° 16. En el mismo instante, una motocicleta sale de la ciudad A y otra de la ciudad B, con la intención de encontrarse en el camino recto de 60 kilómetros que une ambas ciudades. Sabiendo que las velocidades de las motocicletas son 70km/h y 55km/h, determinar analíticamente y gráficamente cuánto tardarán en encontrarse.

Ejercicio N° 17. Una lancha pasa frente a un muelle A a 108 km/h, en el mismo instante en que otra pasa en la misma dirección y sentido por otro muelle B, que está 400 m más adelante, a 90 km/h. ¿Se logran encontrar? Represente gráficamente.