第一题 Mike and Fish

题目大意

一个平面上有 N 点，要把 N 个点染成红色或蓝色，使得每一行每一列上的红色点数和蓝色点数的差值不大于 1

数据范围

$1 <= N <= 2 * 10^5$

$1 <= x_i,y_i <= 2 * 10^5$

(x_i, y_i)为第 i 个点的坐标

解法

考虑欧拉回路中的每一个点的出度和入度都相等。而每一行和每一列的红色蓝色的点数量差不超过一。可以将平面上的 2e5 个横坐标值以及纵坐标值看为点，那么红色的点就是欧拉回路中的出度，蓝色的点就是入度。

所以就相当于对于每个点(x, y)，需要从 x 到 y 连一条边。

但是注意到原图可能不是合法的欧拉回路。需要将度数为奇数的点两两匹配连边。

这样就可以在图上跑一个欧拉回路，求得答案了。

第二题 Complexity

题目大意

有一个 n* m 的 0,1 矩阵,若矩阵中的所有元素都相同,则这个矩阵的代价为 0。

如果不是则选择一种将它分成两个子矩阵的方案,代价为所有方案中（两个子矩阵的代价的较大值+1）的最小值。

数据范围

$1 \le n,m \le 185$

解法

有一个很暴力的方法是枚举左上角和右下角转移的 DP，复杂度是 N^5。显然空间时间都不够。

有一个必然的情况是整个矩阵的代价不超过 log(N)+log(M)。所以代价最大不超过 14。

将代价放入 DP 的状态中，DP[i][l][r][k]表示左上角为 $a_{i,l}$ 右上角为 $a_{i,r}$，用 k 的代价，往下最多能延长到哪行。

有两种转移方式：

第一种是横着切，贪心的想只要上面的子矩阵到最大，肯定能延伸地最长，所以转移是

DP[DP[i][l][r][k - 1] + 1][l][r][k - 1]

第二种是竖着切，需要枚举切割的线，将两边的延伸最大值取 min，由于左边矩阵的 DP 值单调递减，而右边的递增，所以可以采用二分。

第三题 Walk on Graph

题目大意

一个联通的无向图，N 个点，M 条边，一个数 MOD

有 Q 组询问，每组询问给出 si,ti,ri，问是否存在一条从 si 到 ti 的在模 MOD 意义下长度为 ri 的路径

这里路径的长度是$\sum c_i*2^i$(c_i 为经过的边的长度)

数据范围

$1 \le N, M, Q \le 50000$

$3 \le MOD \le 1e6$

MOD 为奇数

$1 \le a_i, b_i \le N$

$0 \le c_i \le MOD - 1$

$1 \le s_i, t_i \le N$

$0 \le r_i \le MOD - 1$

连通图存在自环和重边

解法

设一个二元组(u,x)，表示在 u 点，走的权值是 x。

那么朴素的连边可以得到一个 N*MOD 的做法。

性质 1

在 MOD 意义下，从一个点(u,x)出发肯定能回到自己。

考虑 x=f(x)，一定可以不断往回走到 x。

性质 2

(u,x)沿着它连出的一条边走两次回到自己可以得到(u,4x+3c)，如果存在另一条连出的边(可以得到 4x+3c′)，则存在$(u,x)\to(u,x+3k(c-c'))$,$k\in Z$

性质 3

在模 G 意义下，所有边权一样，把状态的第二位都增加 z，边权都减去 z，运算不变。

所以可以得到一个有 6N 个点的无向图，并查集做即可。