

国家集训队第一阶段作业解题报告

广州市第二中学 郑钧天

CF590E Birthday

首先，我们需要确定所有问候语的包含关系。安排个AC自动机就完事了。

然后问题就变成求偏序集的最长反链了，可以用Dilworth定理转成最小链划分解决。方案的构造可以参考二分图的最小点覆盖。

AGC031D A Sequence of Permutations

注意到 $f(p, q) = qp^{-1}$ ，我们列出 a_n 的前几项：

$$\begin{aligned}a_1 &= p \\a_2 &= q \\a_3 &= qp^{-1} \\a_4 &= qp^{-1}q^{-1} \\a_5 &= qp^{-1}q^{-1}pq^{-1} \\a_6 &= qp^{-1}q^{-1}p^2q^{-1} \\a_7 &= qp^{-1}q^{-1}pqpq^{-1} \\a_8 &= qp^{-1}q^{-1}pqp^{-1}qpq^{-1} \\&\dots\end{aligned}$$

记 $t = qp^{-1}q^{-1}p$ ，则 $a_7 = tpt^{-1}$ ， $a_8 = tqt^{-1}$ 。根据 $f(tpt^{-1}, tqt^{-1}) = tqp^{-1}t^{-1}$ ，我们可以得到 $a_{6k+1} = t^kpt^{-k}$ ， $a_{6k+2} = t^kqt^{-k}$ ，因此搞个快速幂之后暴力算几项就完事了！ !1

AGC026E Synchronized Subsequence

在钦定选择第 i 个'a'与第 i 个'b'的情况下：

- 若'a'在'b'之前，则在最优方案下第*i*个'a'与第'*i*'个'b'之间的其他'a'不会被选择。
- 若'b'在'a'之前，则在最优方案下第*i*个'a'与第'*i*'个'b'之间的其他'b'必定会被选择。

我们记 f_i 表示钦定选择第*i*对'a','b'时最优的答案（不含前*i* - 1对）。我们可以根据上面的规则确定下一个决策点的位置，用后缀max进行转移即可。时空复杂度为 $O(N^2)$ ，可以通过本题，当然你也可以用神必技巧做到 $O(N)$ 甚至 $O(N \log N)$ 。