CodeForces 516E

假设 $n > m$ 且 $\gcd(n, m) = 1$ 。如果它们的 $\gcd$ 不是 1 ，那么首先可以按照模 $\gcd(n, m)$ 将所有人分组，每一组内的 $\gcd$ 就都变成 1 了。

我们发现，如果 n 个男生都变得快乐了，那么除非当前天数小于 m ，否则所有的女生一定也是快乐的。也就是说我们只需要求出最后一个快乐的男生的编号就可以了。为了方便，如果女生 a 初始快乐，那么将男生 a 也标记为初始快乐。

对于一个男生 x ，假设他在 t_x 这一天变得快乐，那么他就会在 $(t_x + m)\%n$ 天让第 $(t_x + m)\%n$ 个男生变得快乐。

所以我们就可以将男生 i 向男生 $(i + m)\%n$ 连一条长度为 m 的边，然后将虚拟原点 s 向所有初始快乐的男生 i 连一条长度为 i 的边，最后跑一边最短路，最短路径长度的最大值就是答案。

但是这样点数边数都会到达 10^9 级别。为了解决这个问题，我们可以只考虑一些关键点。

如果 i 和 $(i + m)\%n$ 都是不快乐的，那么 i 一定会在 $(i + m)\%n$ 之前变得快乐，也就是说 i 就没用了。

所以我们只需要考虑满足 i 初始快乐或者 $(i + m)\%n$ 初始快乐的节点，这样总的点数就可以降到 10^5 级别。

最后还要特判天数小于 m 的情况。

时间复杂度 $O(n \log n)$ 。

agc 030E

题目大意

给定两个 01 串，其中连续段长度不超过 2 ，每次可以把一个位置翻转，要求翻转后的字符串连续段长度还是不能超过 2 ，求使得两个串相等的最少操作次数。

数据范围

$1 \le |S|, |T| \le 5000$

解题过程

首先我们注意到，一段连续的 0 或者一段连续的 1 只会移动，不会消失。否则一定会出现一个长度至少为 3 的连续段。

所以所有的 01 分界线和所有的 10 分界线都是不会消失的。一次合法的操作就等价于将一个分界线向某个位置移动一个字符。当然相邻两个分界线的距离一定要么是 1 要么是 2 。

接下来我们考虑如何将 s 通过上述变换变成 t 。

首先对于两个字符串，如果所有的 01 分界线和所有的 10 分界线都一模一样，那么这两个字符串一定是一样的。

所以可以先在字符串的左右两端都加上足够多的分界线，然后枚举分界线的对应情况。当对应情况确定之后，移动的步数就是所有分界线的距离之和。

时间复杂度 $O(n^2)$ 。

agc 027d

题目大意

构造一个 $N \times N$ 的所有元素互不相同的矩阵，满足 $a_{i,j} \le 10^{15}$ ，且对于任意两个相邻的数字 x, y ，$\max(x, y) \bmod \min(x, y)$ 都相等。

数据范围

$N \le 500$

解题过程

考虑构造 $m = 1$ 的矩阵。

对整个矩阵黑白染色，并且令所有黑色的格子中的数都要大于相邻的白色格子中的数。

首先假设我们已经确定了所有白色格子中的数，那么对于一个黑格子 (x, y) ，
$a_{x,y} = [a_{x-1,y}, a_{x+1,y}, a_{x,y-1}, a_{x,y+1}] + 1$ 。

现在唯一的问题就是如何使得四个数的最小公倍数小于 10^{15} 。

可以这样构造：首先筛出前 $2N$ 个质数，然后将每一个主对角线都分配一个质数 p ，每一个副对角线都分配一个质数 q ，一个白色格子上的数 $a_{x,y}$ 就等于所在的主对角线和副对角线的质数的乘积。

这样对于一个黑色格子，

$$\begin{aligned} a_{x,y} &= [a_{x-1,y}, a_{x+1,y}, a_{x,y-1}, a_{x,y+1}] + 1 \\ &= [p_1 q_1, p_2 q_2, p_1 q_2, p_2 q_1] + 1 \\ &= p_1 p_2 q_1 q_2 + 1 \end{aligned}$$

这样整个矩阵的最大值只有 4×10^{14} 左右，可以通过本题。

时间复杂度 $O(n^2)$ 。