```
常见算法
查看提示信息
易错点及提示
位运算
    与运算的用途:
       清零
       取一个数的指定位
       判断奇偶
小技巧
树状数组
排队
排列
欧拉筛
背包问题 (DP)
定容背包问题 (DP)
分组背包问题 (DP)
背包问题最优解方案数
二进制分组
充实的寒假生活——区间背包问题 (DP)
最短时间BFS
最长非增子序列 (DP)
集合覆盖问题 (贪心)
    世界杯只因
    Radar Installation
田忌赛马(贪心)
Jumping Cows (贪心)
最大连续子序列和 (DP)
最大上升子序列和 (DP)
最长公共子序列
KMP算法
河中跳房子 (二分查找)
动态规划难题
    核电站
    复杂的整数划分问题
    宠物小精灵之收服
Sticks (DFS)
正则表达式
    限定符:
     匹配多个字符:
    或运算:
    字符类:
    元字符:
    贪婪匹配/懒惰匹配:
    模块引入:
取整函数
enumerate快速获取索引和值
补齐位数
堆
队列
栈
优先队列
默认值字典
装饰器
二分查找
```

C++常用函数 C++哈希表 C++列表 C++栈 C++队列

常见算法

贪心、动态规划、二分查找、KMP、广度优先搜索、宽度优先搜索、狄克斯特拉算法

查看提示信息

>>help(func)

易错点及提示

- 1. split()使用时注意可能存在连续多个空格的情况
- 2. RuntimeError 考虑使用 sys. setrecrusionlimit(layor) 避免爆栈
- 3.<mark>不要默认最大值初始是0,有可能所有数据都小于零,最后输出0导致WA</mark>
- 4.常见的两种动态规划:线性动态规划和矩阵动态规划
- 5.线性动态规划:每点存两个值,每次调用上一个点;每次调用上两个点
- 6.注意浮点数精度问题
- 7.候选人追踪k = 314159等特殊情况 (边界情况)
- 8.矩阵行数列数区分好
- 9.可以考虑打表
- 10.<mark>多组数据不能使用exit()</mark>
- 11.<mark>不能对空列表进行某些操作,如 min , max 等</mark>
- 12.考虑统一输出节省时间

位运算

符号	描述	运算规则
&	与	两个位都为1时,结果才为1
I	或	两个位都为0时,结果才为0
٨	异 或	两个位相同为0,相异为1
~	取反	0变1, 1变0

符号	描述	运算规则
<<	左移	各二进位全部左移若干位,高位丢弃,低位补0
>>	右移	各二进位全部右移若干位,对无符号数,高位补0,有符号数,各编译器处理方法不一样,有的补符号位(算术右移),有的补0(逻辑右移)

与运算的用途:

清零

如果想将一个单元清零,即使其全部二进制位为0,只要与一个各位都为零的数值相与,结果为零。

取一个数的指定位

比如取数 X=1010 1110 的低4位,只需要另找一个数Y,令Y的低4位为1,其余位为0,即 Y=0000 1111,然后将X与Y进行按位与运算 X&Y=0000 1110 即可得到X的指定位。

判断奇偶

只要根据最未位是0还是1来决定,为0就是偶数,为1就是奇数。因此可以用 if ((a & 1) == 0) 来判断a是不是偶数。

小技巧

1.进制转换: 2进制 bin() 输出0b..., 八进制 oct() 输出0o..., 十六进制 hex() 输出0x..., int(str,base) 可以把字符串按照指定进制转为十进制默认base=10

2.format:

```
print('{:.2f}'.format(num))
```

3.字符串匹配等

```
iterable.count(value)
str.find(sub) #未找到抛出-1
list.index(x) #未找到抛出ValueError
```

4.使用 try + except 判断错误类型,辅助处理RE问题

5.math库

```
math.pow(x, y) == x**y
math.factorial(n) == n!
```

6. ord() 把字符变为ASCII, chr() 把ASCII变为字符

7.年份

```
import calendar
calendar.isleap(year) #返回T/F判断闰年
```

```
for a1, a2, ..., am in zip(b1, b2, ..., bn)
```

9.排列组合

```
from itertools import permutations,combinations
permutations(list) #生成list的全排列(每个以元组形式存在)
combinations(list,k) #生成list的k元组合(无序)(每个以元组形式存在)
```

树状数组

```
def lowbit(x):
   return x & -x
def query(x, y): #查询[x, y],索引从1开始
   x -= 1
   ans = 0
   while y > x:
       ans += tr[y]
       y -= lowbit(y)
   while x > y:
       ans -= tr[x]
       x \rightarrow lowbit(x)
   return ans
def add(i, k):
              #原数组第i个数加上k,更新树状数组
   while i <= n:
       tr[i] += k
       x += lowbit(i)
tr = [0] * (n + 1)
for i in range(1, n+1): #0(nlogn)建树
   add(i, ls[i - 1])
```

排队

```
n, d = map(int, input().split())
h = [int(input()) for _ in range(n)]
out = {i: False for i in range(n)}
ans = []
while len(ans) < n:
    i = 0
    new_out = []
    minh = 0
    maxh = float('inf')
    while i < n:
        if out[i]:
        i += 1
        continue</pre>
```

```
if len(new_out) == 0:
    new_out.append(h[i])
    minh = maxh = h[i]
    out[i] = True
    i += 1
        continue

maxh = max(h[i], maxh)
    minh = min(h[i], minh)
    if maxh-h[i] <= d and h[i]-minh <= d:
        new_out.append(h[i])
        out[i] = True
    i += 1

ans += sorted(new_out)
print('\n'.join([str(i) for i in ans]))</pre>
```

排列

```
from heapq import heapify, heappop, heappush
n, k = int(input()), int(input())
ls = list(map(int, input().split()))
for i in range(k):
    found = False
    j = n - 2
    heap = [ls[-1]]
    heapify(heap)
    for j in range(n - 2, -1, -1):
        heappush(heap, ls[j])
        if ls[j] < ls[j + 1]:
            found = True
            p = ls[j]
            break
    if found:
        ocp = False
        idx = j
        j += 1
        while j < n:
            t = heappop(heap)
            if not ocp and t > p:
                ls[idx] = t
                ocp = True
                continue
            ls[j] = t
            j += 1
        if not ocp:
            ls[idx] = heappop(heap)
    else:
        ls = [i \text{ for } i \text{ in } range(1, n + 1)]
print(' '.join([str(i) for i in ls]))
```

欧拉筛

背包问题 (DP)

定容背包问题 (DP)

```
for i in range(1, n):
    for j in range(t + 1):
        dp[i][j] = dp[i - 1][j]
        if j < v[i]:
            continue
        if dp[i - 1][j - w[i]] != -1:  #若容量j-w[i]存在定容分配,才可以更新
dp[i][j]
        dp[i][j] = max(dp[i][j], v[i] + dp[i - 1][j - v[i]])
```

分组背包问题 (DP)

背包问题最优解方案数

 $f_{i,j}$ 为在只能放前i个物品的情况下,刚好装满容量为j的背包所能达到的最大总价值, $g_{i,j}$ 表示对应的方案数。

转移方程:

如果 $f_{i,j}=f_{i-1,j}$ 且 $f_{i,j}\neq f_{i-1,j-w}+v$ 说明我们此时不选择把物品放入背包更优,方案数由 $g_{i-1,j}$ 转移过来;如果 $f_{i,j}\neq f_{i-1,j}$ 且 $f_{i,j}=f_{i-1,j-w}+v$ 说明我们此时选择把物品放入背包更优,方案数由 $g_{i-1,j-w}$ 转移过来;如果 $f_{i,j}=f_{i-1,j}$ 且 $f_{i,j}=f_{i-1,j-w}+v$ 说明放入或不放入都能取得最优解,方案数由 $g_{i-1,j}$ 和 $g_{i-1,j-w}$ 转移过来。

二进制分组

```
count = 0
n, p = [], []
t = list(map(int, input().split()))
for i in range(7):
    c = 1
    while t[i] >= c:
        t[i] -= c
        n.append(c)
        p.append(c*ls[i])
        count += 1
        c *= 2
    if t[i]:
        n.append(t[i])
        p.append(t[i] * ls[i])
        count += 1
```

充实的寒假生活——区间背包问题 (DP)

```
#注:区间不可重合,若可重合应使用递推DP(记忆化DFS)
s, e, v = [], [], []
1s = []
for _ in range(int(input())):
   si, ei, vi = map(str, input().split())
   ls.append((si, ei, vi))
ls.sort(key=lambda t: t[1])
                            #关键步骤:对区间右端点排序
for si, ei, vi in 1s:
   s.append(si)
   e.append(ei)
   v.append(vi)
dp = [[0]*46 for _ in range(count)]
for i in range(46):
   if i >= e[0]:
       dp[0][i] = v[0]
for i in range(1, count):
   for j in range(1, 46):
       dp[i][j] = max(dp[i][j - 1], dp[i - 1][j])
       if j >= e[i]:
           dp[i][j] = max(dp[i][j], dp[i - 1][s[i] - 1] + v[i])
print(dp[-1][-1])
```

最短时间BFS

```
from heapq import heappush, heappop, heapify
n, m, start, matrix = 0, 0, 0
def bfs():
    visited = [[0 for _ in range(m)] for _ in range(n)]
    q = []
    heapify(q)
    heappush(q, (0, start[0], start[1]))
    visited[start[0]][start[1]] = 1
    while len(q):
        time, x, y = heappop(q)
        time += 1
        for dx, dy in [(0, 1), (0, -1), (1, 0), (-1, 0)]:
            nx, ny = x + dx, y + dy
            if not (0 \le nx < n \text{ and } 0 \le ny < m) or visited[nx][ny] or matrix[nx]
[ny] == '#':
                continue
            if matrix[nx][ny] == 'a':
                return time
            else:
                heappush(q, (time + (matrix[nx][ny] == 'x'), nx, ny))
                visited[nx][ny] = True
    return 'Impossible'
for _ in range(int(input())):
    n, m = map(int, input().split())
    matrix = [input() for _ in range(n)]
    for i in range(n):
        for j in range(m):
            if matrix[i][j] == 'r':
                start = (i, j)
                break
    print(bfs())
```

最长非增子序列 (DP)

```
k = int(input()) #序列长度
h = list(map(int, input().split())) #正向序列
h.reverse()
dp = [[0]*k for _ in range(k)]
for i in range(k):
    for j in range(i):
        if not i:
            dp[0][0] = 1
        else:
            dp[i][j] = [0, dp[j][j]][h[j] <= h[i]] + 1

dp[i][i] = max(dp[i])
    dp[i][i] = max(1, dp[i][i])
print(max([dp[i][i] for i in range(k)]))</pre>
```

集合覆盖问题 (贪心)

世界杯只因

```
n = int(input())
ls = list(map(int, input().split()))
ends = [0]*n
                  #通过区间左端点获取右端点
for i in range(n):
   if i - ls[i] > 0:
       ends[i - 1s[i]] = i + 1s[i]
       ends[0] = \max(\text{ends}[0], i + 1s[i]) #0处需要特殊判断
count = 1
1 = r = ends[0]
for i in range(1, n):
   r = max(r, ends[i])
   if i >= 1 + 1:
       1 = r
       count += 1
print(count)
```

Radar Installation

```
from math import sqrt
num = 1
while True:
    n, d = map(int, input().split())
   if n + d == 0:
        break
    x_y = \{\}
    for _ in range(n):
        x, y = map(int, input().split())
        if x in x_y:
            x_y[x] = \max(x_y[x], y)
        else:
            x_y[x] = y
    n = len(x_y)
    count = 1
    x = list(sorted(x_y.keys()))
    try:
        ls = [x[i] + sqrt(d**2 - x_y[x[i]]**2) for i in range(n)]
        for i in range(2, n + 1):
            ls[-i] = min(ls[-i], ls[-i + 1])
        1 = 1s[0]
        for i in range(1, n):
            if (x[i] - 1)**2 + x_y[x[i]]**2 - d**2 > 0.001:
                l = ls[i]
                count += 1
    except ValueError:
        count = -1
    if d < 0:
        count = -1
    print(f'Case {num}: {count}')
```

```
num += 1
input()
```

田忌赛马 (贪心)

```
while True:
   n = int(input())
    if not n:
       break
    t = list(map(int, input().split()))
    k = list(map(int, input().split()))
    t.sort()
    k.sort()
    k_{j} = t_{j} = n - 1
    ans = k_k = t_k = 0
    for i in range(n):
        if k[k_j] < t[t_j]:
            k_j -= 1
            t_j -= 1
            ans += 1
        elif k[k_j] > t[t_j]:
            ans -= 1
            t_k += 1
            k_j -= 1
        else:
            if k[k_k] < t[t_k]:
               k_k += 1
                t_k += 1
                ans += 1
            else:
                ans -= (k[k_j] > t[t_k])
                k_j -= 1
                t_k += 1
    print(ans*200)
```

Jumping Cows (贪心)

```
n = int(input())
a = [int(input()) for _ in range(n)]
ans = 0
b = True
for i in range(n - 1):
   if b:
       if a[i] > a[i + 1]:
            ans += a[i]
            b = False
    else:
        if a[i] < a[i + 1]:
            ans -= a[i]
            b = True
if b:
   ans += a[-1]
print(ans)
```

最大连续子序列和 (DP)

```
dp = [0]*n
dp[0] = a[0]
for i in range(1, n):
    dp[i] = max(dp[i-1]+ls[i], ls[i])
print(max(dp))
```

最大上升子序列和 (DP)

```
n = int(input())
ls = [-1] + list(map(int, input().split())) #已知输入数据非负,因此ls[0]可设为-1
dp = [0, ls[1]] + [0]*(n - 1)
for i in range(2, n + 1):
    for j in range(i):
        if ls[i] > ls[j]:
            dp[i] = max(dp[i], dp[j] + ls[i])
print(max(dp))
```

最长公共子序列

最长回文子序列问题: A的最长回文子序列长度等于A与reversed(A)的最长公共子序列长度

KMP算法

```
for _ in range(int(input())):
    txt, pat = map(str, input().split())
    n = len(txt)
    m = len(pat)
    ne = [0]*m
    for i in range(1, m):
        if pat[ne[i - 1] + 1] == pat[i] and ne[i - 1] + 1 < i:
            ne[i] = ne[i - 1] + 1
    ne = [0] + ne
    i = j = 0
    ans = []
    while i < n:
        if txt[i] == pat[j]:</pre>
```

```
i += 1
    j += 1
    if j == m:
        ans.append(str(i - j))
        j = min(m - 1, ne[j] + 1)
    else:
        i += (not j)
        j = ne[j]

if ans:
    print(' '.join(ans)) #输出结果为子串首部在txt中的索引
else:
    print('no')
```

河中跳房子 (二分查找)

```
L,n,m = map(int,input().split())
rock = [0]
for i in range(n):
    rock.append(int(input()))
rock.append(L)
def check(x):
    num = 0
    now = 0
    for i in range(1, n+2):
       if rock[i] - now < x:</pre>
            num += 1
        else:
            now = rock[i]
    if num > m:
        return True
    else:
        return False
lo, hi = 0, L
while lo < hi:
   mid = (1o + hi) // 2
   if check(mid):
       hi = mid
    else:
        lo = mid + 1
print(lo-1)
```

动态规划难题

核电站

```
n, m = map(int, input().split())
a = [0] * (n + 1)
a[0] = 1
for i in range(1, n + 1):
    if i < m:</pre>
```

```
a[i] = 2 * a[i - 1]
elif i == m:
    a[i] = 2 * a[i - 1] - 1
else:
    a[i] = 2 * a[i - 1] - a[i - 1 - m]
print(a[n])
```

复杂的整数划分问题

```
def divide_k(n, k):
   # dp[i][j]为将i划分为j个正整数的划分方法数5
   dp = [[0]*(k+1) for _ in range(n+1)]
   for i in range(n+1):
       dp[i][1] = 1
   for i in range(1, n+1):
       for j in range(1, k+1):
           if i >= j:
               # dp[i-1][j-1]为包含1的划分的数5
               # 若不包含1,我们对每个数-1仍为正整数,划分数5为dp[i-j][j]
               dp[i][j] = dp[i-j][j]+dp[i-1][j-1]
   return dp[n][k]
def divide_dif(n):
   # dp[i][j]表示将数字 i 划分,其中最大的数字不大于 j 的方法数5
   dp = [[0] * (n + 1) for _ in range(n + 1)]
   for i in range(1, n + 1):
       for j in range(1, n + 1):
           # 比i大的数没用
           if i < j:
               dp[i][j] = dp[i][i]
           # 多了一种: 不划分
           elif i == j:
               dp[i][j] = dp[i][j - 1] + 1
           # 用/不用j
               dp[i][j] = dp[i][j - 1] + dp[i - j][j - 1]
   return dp[n][n]
def divide_odd(n):
   # dp[i][j]整数i的划分里最大的数是j
   dp = [[0] * (n + 1) for _ in range(n + 1)]
   dp[0][0] = 1
   for i in range(1, n + 1):
       for j in range(1, n + 1):
           if j % 2 == 0:
               dp[i][j] = dp[i][j-1]
           else:
               if i < j:
                   dp[i][j] = dp[i][i]
               elif i == j:
                  dp[i][j] = dp[i][j - 1] + 1
               # 用/不用j
               else:
```

```
dp[i][j] = dp[i][j - 1] + dp[i - j][j]
return dp[n][n]

while True:
    try:
        n, k = map(int, input().split())
        print(divide_k(n, k))
        print(divide_dif(n))
        print(divide_odd(n))
except EOFError:
        break
```

宠物小精灵之收服

Sticks (DFS)

```
return True
          else:
              used[i] = False
              # 不能仅仅通过替换最后一根木棒来达到目的,剪枝3
              # 替换第一个根棍子是没有用的,因为就算现在不用,也总会用到这根木棍,剪枝2
              if length[i] == M or M == L:
                  return False
   return False
while True:
   N = int(input())
   if N==0:
   break
   length = [int(x) for x in input().split()]
   length.sort(reverse = True) # 排序是为了从长到短拿木棒进行尝试
   totalLen = sum(length)
   for L in range(length[0], totalLen//2 + 1):
       if totalLen % L:
          continue # 不是木棒长度和的因子的长度,直接否定
       used = [False]*65
       if Dfs(N, L):
          print(L)
          break
   else:
       print(totalLen)
```

注: 还有一种没有使用的剪枝是单调拼接剪枝

正则表达式

限定符:

a? a出现0/1次

a* a可以出现0/多次

a+ a出现一次以上

a{6} a出现6次

a{2,} a出现2次以上

a{2, 6} a出现2-6次

匹配多个字符:

(ab)+ ab出现一次以上

或运算:

a (cat|dog) 匹配 a cat or a dog

a cat|dog 匹配 a cat or dog

字符类:

```
[abc]+ a/b/c出现一次以上 abc aabbcc
```

[a-za-z0-9] ABCabc123

\[^0-9] 匹配0-9之外的数据(包括换行符)

元字符:

- \d 数字字符 \d+ 匹配一个以上的数字
- \D 非数字字符
- w 单词字符 (单词,数字,下划线,即英文字符)
- \w 非单词字符
- \s 空白符(包含空格和换行符)
- \s 非空白字符
- \b 单词的边界
- \B 非单词的边界
- . 任意字符 (不包含换行符)
- 、表示. 通过\进行了转义
- ^ 匹配行首
- \$ 匹配行尾

贪婪匹配/懒惰匹配:

<.+> 贪婪匹配

<.+?>?设置为懒惰匹配

模块引入:

```
from re import match
print('YES' if match(pattern, string) else 'NO')
```

取整函数

```
from math import ceil #向上取整 from math import floor #向下取整 round(num, n) #四舍五入,小数点后最终有n位
```

enumerate快速获取索引和值

```
for index, value in enumerate(list, start)
```

补齐位数

```
str.ljust(width, string)#右侧补充string至str长度为widthstr.rjust(width, string)#左侧补充string至str长度为width
```

堆

import heapq

队列

```
from queue import Queue

queue_obj = Queue() #创建Queue对象
queue_obj.put(obj) #从队尾加入元素
item = queue_obj.get() #取出第一个元素
queue_size = queue_obj.qsize() #元素个数
queue_empty = queue_obj.empty() #若队列为空,返回True
queue_full = queue_obj.full() #若队列已满,返回True
max_size = queue_obj.maxsize #队列最大长度
```

栈

```
from queue import LifoQueue

stack_obj = LifoQueue() #创建LifoQueue对象
stack_obj.put(obj) #压入元素
item = stack_obj.get() #弹出元素
stack_size = stack_obj.qsize() #元素个数
stack_empty = stack_obj.empty() #若枝为空,返回True
stack_full = stack_obj.full() #若枝已满,返回True
```

优先队列

```
from queue import PriorityQueue

q = PriorityQueue() #创建PriorityQueue对象
q.put((priority number, data)) #存入数据,其中priority number越小代表优先级越大
q.empty() #判断优先队列是否为空
q.get() #弹出优先级最高的优先级和元素(以元组的形式)
q.qsize() #返回优先队列的大小
```

默认值字典

```
from collections import defaultdict
dic = defaultdict(key_type) #初始化时须指定键的类型,其余操作基本与字典相同
```

```
from functools import lru_cache
```

二分查找

```
import bisect

index_left = bisect.bisect_left(list, vary)

#在list中查找vary的插入位置,使得插入后序列仍然保持有序,返回插入位置的索引;如果元素已存在,则返回最左边的位置

index3_right = bisect.bisect_right(list, num)

#在list中查找vary的插入位置,使得插入后序列仍然保持有序,返回插入位置的索引;如果元素已存在,则返回最右的位置

bisect.insort_left(list, vary)

#将vary的插入list,使得插入后序列仍然保持有序;如果元素已存在,则插入到最左边的位置

bisect.insort_right(list, num)

#将vary的插入list,使得插入后序列仍然保持有序;如果元素已存在,则插入到最右边的位置
```

C++常用函数

```
#include<iostream>
using namespace std;

#include<algorithm>
int max_value = max(a, b); //求两个数的最大值
int min_value = min(a, b); //求两个数的最小值

#include<numeric>
int sum = accumulate(begin(array), end(array), 0); //求数组中元素的和
```

C++哈希表

```
#include<map>
map<key_type, value_type> map_object; //定义map对象
map_object[key] = value;
                                       //插入键值对
value = map_object[key];
                                       //通过键访问值
size_t size = map_object.size();
                                       //获取map大小
for(auto it = map_object.begin(); it != map_object.end(); it++) //遍历map中的键
值对
{
   cout << "Key:" << it->first << endl << "Value:" << it->second << endl;</pre>
   //通过it->first访问键, it->second访问值
}
auto it = map_object.find(key);
                              //查找键,若不存在返回map_object.end()
if (it != map_object.end())
{
   // 元素找到
}
```

```
else
{
    // 元素未找到
}

map_object.erase(key);
map_object.clear();

//如果对不存在的键进行操作,那么这个键的值会首先被赋值为默认值0
```

C++列表

```
#include<vector>
#include<iostream>
using namespace std;
vector<value_type> vector_objcet;
                                           //定义vector对象,不初始化
vector<value_type> vector_objcet = {1, 2}; //定义vector对象,初始化
vector_objcet.push_back(value);
                                       //末尾插入数据
value = vector_objcet[index];
                                       //通过索引获取数据
size_type size = vector_objcet.size(); //获取vector大小
#include<numeric>
value_type sum = accumulate(vector_objcet.begin(), vector_objcet.end(), 0);
//使用accumulate(begin, end, initial_value)对vector进行求和,结果不包括end
                                        //将value插入到vector中索引为index的位置
it = vector_objcet.begin() + index;
vector_objcet.insert(it, value);
```

C++栈

```
#include<iostream>
#include<stack>

stack<value_type> stack_object; //定义stack对象
stack_object.push(value); //压入元素
value = stack_object.pop(); //弹出元素
bool is_empty = stack_object.empty(); //若stack为空,返回true
size_t size = stack_object.size(); //获取stack大小
```

C++队列

```
#include<iostream>
#include<stack>

queue<value_type> queue_object; //定义queue对象
queue_object.push(value); //压入元素
value = queue_object.pop(); //弹出元素
bool is_empty = queue_object.empty(); //若queue为空,返回true
size_t size = queue_object.size(); //获取queue大小
```