

2025 春 计算机科学与人工智能的数学基础 (I) 期末回忆版试题

总体上不是很难, 大部分题目在 PPT/作业中都有类似的题目, 这门课难度较大的内容考试没有涉及。群/刚体运动考的很少。

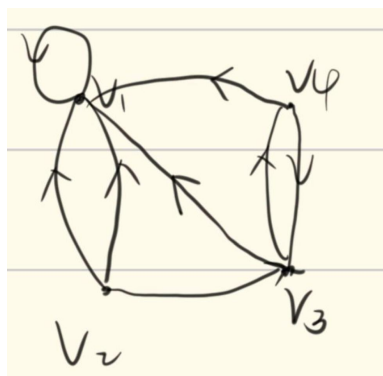
一、填空。每题 3 分。第六题 5 分。

1. 可满足式的否定不可能是 () 式

2. 真值为 000, 110, 111 的主析取范式

3. $P(\{0, \Phi\}) \oplus P(\Phi)$

4. v_2 到 v_1 长度为 3 的路径数



5. 极小非平面图删去一边后 () (是/不一定是) 一定为极大平面图

6. 下列命题的真值是:

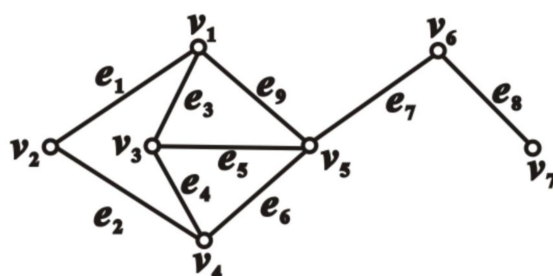
(1) 无向图均可四着色

(2) 乘法群的单位元为 e , 则其子群的单位元一定为 e

(3) 帽子矩阵是反对称矩阵

二、举例。每题 3 分。

1. 图 2 中基数为 4 的边割集



2. 举出是欧拉图但不是哈密顿图

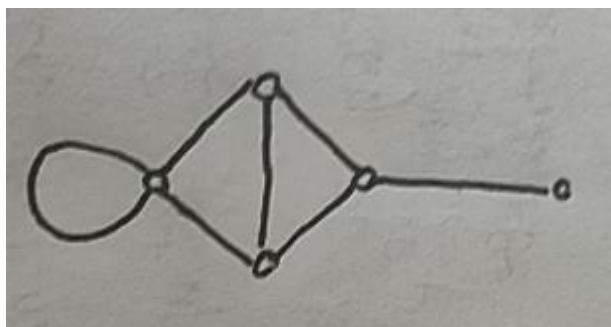
- 3.举出是弱连通图但不是单向连通图
- 4.举出一个匹配，它是完备匹配但不是完美匹配

三、计算与证明。前 4 个 4 分，中间的 5 分，最后一个 6 分。

- 1.用等值演算判断 $((p \rightarrow q) \wedge p) \rightarrow q$ 的类型
- 2.将“相等的两个角不都是对顶角”用谓词逻辑符号化
- 3.求前束范式 $\exists x F(x, y) \rightarrow (H(x) \rightarrow \neg \forall y G(y))$
- 4.24 个人，13 个人会英语，10 个人会德语，9 个人会法语，5 个人会日语，4 个人又会英语又会法语，4 个人又会英语又会德语，4 个人又会德语又会法语，3 个人又会日语又会英语，没会日语的人会法语和德语，求会三门语言的人数
5. n 个人，每个人有 3 个朋友，分析 n 的奇偶性
- 6.建立 $[0,1]$ 和 $(-2,3)$ 的一一对应关系
- 7.给出解释 I ，使下面两个公式为假，从而证明不是逻辑有效式

$$\begin{aligned} (1) & \quad \forall x (F(x) \vee G(x)) \rightarrow (\forall x F(x) \vee \forall x G(x)) \\ (2) & \quad \exists x (F(x) \wedge G(x)) \rightarrow (\exists x F(x) \wedge \exists x G(x)) \end{aligned}$$

- 8.四元数 $q_1 = (1, 2, 0, 3)$ ， $q_2 = (0, -1, 0, 2)$ ，求 $q_1 * q_2$
- 9.一棵树有五个叶子节点，2 度节点与三度节点各一个，剩余的节点都是四度节点，求树的阶数 n ，并画出所有非同构的树
- 10.画出该图的对偶图



- 11.写出实值函数 $f(x) = x^T A x$ 的梯度矩阵
- 12.求矩阵 $A \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ (三行二列的矩阵) 的 SVD 分解和 MP 逆矩阵

四、应用题。

这个条件回忆的不一定完全准确，这道题和命题逻辑的一道例题很像，可以直接参考 PPT 的例题。

甲乙丙丁象棋比赛，只能两人参加，满足：

1)甲和乙有且仅有一人参加比赛

2)若乙参加，则丙参加

3)丙和丁至多一人参加

4)若丁不参加，则甲不参加(可能第二条记得不是特别清，第二条可能不太对)，

问：请用真值表法，决定派谁参加比赛？

五、分析题

1.主成分分析。协方差计算式把 $1/n$ 改成 $1/(n-1)$ 对贡献率计算和主成分的表达式是否有影响？

2.求 5 等分 contour 集的势。