

2025 春 概率统计与随机过程期末回忆版试题

总体上挺难的，几乎所有同学表示破防了。整张卷子似乎没有什么简单题，堆了许多中等难度的题，且都有点复杂，运算量较大，考试压力不小。此老师经常称考试很简单，一定不要信他，作业题要熟练掌握。

一、选择题。

1. 条件概率公式的推导。

1. 假命题

$$A. P(A|B) = P(A) \rightarrow P(A|\bar{B}) = P(A)$$

$$B. P(A|B) > P(A) \rightarrow P(\bar{A}|\bar{B}) > P(\bar{A})$$

$$C. P(A|B) > P(A|\bar{B}) \rightarrow P(A|B) > P(A)$$

$$D. P(A|A \cup B) > P(\bar{A}|A \cup B) \rightarrow P(A) > P(\bar{A})$$

2. 中心极限定理。

X_i ($i=1,2,\dots,n$) 符合 $\lambda=1/2$ 的泊松分布，则

$$17. P\left\{ \frac{2 \sum_{i=1}^n X_i - n}{2\sqrt{n}} \leq 1 \right\} = \underline{\hspace{2cm}}$$

A. $\Phi(0.5)$ B. $\Phi(\sqrt{2})$ C. $\Phi(\sqrt{3})$ D. $\Phi(0)$

3. 假设检验。下面哪个对？

A 若以 $\alpha = 0.05$ 水平拒绝原假设，则以 $\alpha = 0.01$ 水平必拒绝原假设

B 若以 $\alpha = 0.05$ 水平拒绝原假设，则以 $\alpha = 0.01$ 水平必接受原假设

C 若以 $\alpha = 0.05$ 水平接受原假设，则以 $\alpha = 0.01$ 水平必拒绝原假设

D 若以 $\alpha = 0.05$ 水平接受原假设，则以 $\alpha = 0.01$ 水平必接受原假设

4. 好像不难，没回忆这个题。

5. 判断某个函数是不是谱密度函数。【非负、实、偶】

二、填空题

1. $E(X)=1, E(Y)=0$

$$E(X^2)=E(Y^2)=4$$

$Cov(X, Y)=2$. 问 $Cov(X+Y, X-Y)$?

2. $X_1, X_2 \sim N(0, \sigma^2)$ 且独立. $(\frac{X_1+X_2}{X_1-X_2})^2$ 服从 _____.

3. 甲乙两箱装 2 红球, 2 白球.

现从甲中拿出一球, 放入乙中. 再从乙中拿出一球.

设 X, Y 分别为从甲、乙中拿出红球个数.

求 $P(X, Y)$.

4. $X_1, X_2, \dots, X_n, \dots, X_{n+m} \sim N(0, \sigma^2)$. 问 $a = \underline{\quad}$ 时

$$\frac{a \sum_{i=1}^n X_i}{\sqrt{\sum_{i=n+1}^{n+m} X_i^2}} \text{ 服从 } t \text{ 分布}$$

5. $S_w = \frac{w^2}{w^4 + w^2 + 2}$. 求平均功率.

三、解答题。

1. x_1, x_2, x_3 独立, $\sim U(0, \theta)$

验证 $\frac{4}{3}x_{(3)}$ 与 $4x_{(1)}$ 均为 θ 的无偏估计.

并比较有效性

$$2. f(x; \theta) = \begin{cases} \frac{x}{\theta^2} e^{-\frac{x^2}{2\theta^2}} & x \geq 0 \\ 0 & x < 0 \end{cases}$$

θ 的

(1) 矩估计

(2) 极大似然估计

3. 假设检验。给了总体均值和具体数据，要求检验方差。

4. 参数估计。估计方差比，只知道两组数据的样本方差，要求给出置信区间、置信上限、置信下限。

5. $f(x)$ 柯西分布 $\hat{=} \frac{1}{\pi(1+x^2)}$ $\phi \sim U(0, 2\pi)$ A 为常数(或易算)

$x = A \cos(\xi t + \phi)$, 求 $m_x(t)$, $C_x(s, t)$.

6. 在一条马路上红车，黄车，绿车分别通过某一路口服从强度为 3, 4, 5 泊松过程。

(1) 求第一辆车到达路口平均时间，求第一辆红车通过路口平均时间

(2) 求红车第一个通过路口的概率，求相继两辆红车之间有 k 辆车通过的概率为？

7. $x(t) = A \cos[\omega t + \phi]$. $E(A) = 2$, $D(A) = 4$ $\omega \sim U(-5, 5)$
 $\phi \sim U(-\pi, \pi)$
 验证 $x(t)$ 为平稳过程.