

西安交通大学考试题

成绩

课程 离散数学 A 卷

学 院 _____

考试日期 2023 年 11 月 11 日

专业班号 _____

姓 名 _____

学 号 _____

期中

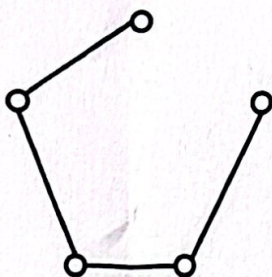
期末

(请将所有答案写在答题纸上, 写上试卷上无效!!)

一、填空题 (每小题 3 分, 共计 30 分)

- 1、若 A 为非空集合且 $|2^A| = 32$, 则 $|A| = \underline{\quad\quad}$ 。
- 2、全集 $X = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ 且 A 与 B 为 X 的两个子集, 已知 $A \otimes B = \{1, 3, 5\}$, 则 $A \oplus B = \underline{\quad\quad}$ 。
- 3、设 A 与 B 为集合 X 的两个子集, $\varphi_A(x)$ 及 $\varphi_B(x)$ 分别为 A 与 B 的特征函数, 则集合 $A \cap B$ 的特征函数为 $\underline{\quad\quad}$ 。
- 4、设有穷集 A 的基数为 m , 则从 A 上共有 $\underline{\quad\quad}$ 个二元关系。
- 5、若 R 为非空集合上的关系, 则 R 满足二元关系五个基本性质 (自反性、反自反性、对称性、反对称性、传递性) 中的 $\underline{\quad\quad}$ 性质。
- 6、 Z 为整数集, R 为 Z 上的小于等于关系, 则 (Z, R) 为全序集。设 m 为任意整数, 则全序集 (Z, R) 中 m 的直接后继为 $\underline{\quad\quad}$ 。
- 7、若 A 、 B 和 C 均为可数集, 则 $|A \cup B \cup C| = \underline{\quad\quad}$ 。
- 8、设 $\langle X, * \rangle$ 与 $\langle Y, \circ \rangle$ 为两个代数系统, $*$ 与 \circ 分别为 X 和 Y 上的二元运算。
 h 为从 $\langle X, * \rangle$ 到 $\langle Y, \circ \rangle$ 的满同态函数。若 $x (x \in X)$ 关于 $*$ 有逆元 x^{-1} , 则 $h(x)$ 关于 \circ 的逆元为 $\underline{\quad\quad}$ 。
- 9、设 G 为包含有 m 条有向边的有向图, 则 G 中所有结点的入度之和为 $\underline{\quad\quad}$ 。

10、下图 G 为简单无向图，画出 G 的补图。



二、简答题（每小题 6 分，共计 36 分）

1、利用成员表法证明： $(A \oplus B) \oplus C = (C \oplus B) \oplus A$;

2、设 A 与 B 为两个非空集合， R_1 及 R_2 为从 A 到 B 的两个二元关系 ($R_1 \subseteq A \times B$, $R_2 \subseteq A \times B$)，若用 $\mathfrak{R}(R)$ 表示 R 的后域，请判断 $\mathfrak{R}(R_1 \cap R_2) = \mathfrak{R}(R_1) \cap \mathfrak{R}(R_2)$ 是否一定成立？若是请证明，若不是请给出反例。

3、设 $A = \{a, b, c, d\}$ ， $\Pi = \{\{a, b\}, \{c\}, \{d\}\}$ 为 A 的一个划分，问：

(1) 请写出由 Π 所产生 A 上等价关系 R_Π 的具体形式（列为二元组集合）；

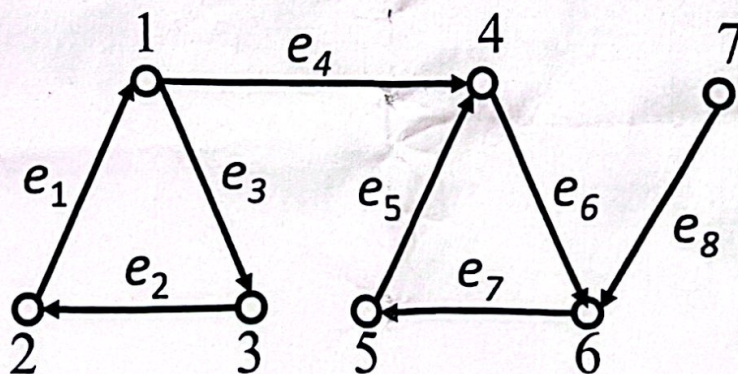
(2) 请列出 A 上等价关系 R_Π 的关系矩阵；

(3) 请画出二元关系 R_Π 的图形表示。

4、证明正实数集 R^+ 与实数开区间 $(0, 1)$ 等势。

5、设 $\langle X, * \rangle$ 为代数系统，其中 $*$ 是 X 上的二元运算，证明：若关于 $*$ 有么元则么元唯一。

6、列出如下简单有向图中所有的强连通支、单向连通支及弱连通支。



三、(本题 8 分) 设 $A = \{1, 2, 4, 6, 8, 12\}$, \leq 为 A 上的倍数关系 (若 a 为 b 的倍数, 则 a 与 b 有倍数关系), 则 (A, \leq) 为半序集。(1) 画出半序集 (A, \leq) 的 Hasse 图; (2) 在半序集 (A, \leq) 中, 找出 $B = \{2, 6\}$ 的极大元素、极小元素、最大元素、最小元素、上界、下界、上确界及下确界; (3) 半序集 (A, \leq) 是否为全序集? 请给出原因。

四、(本题 7 分) 若 $X = \{1, i, -1, -i\}$, 其中 i 为虚数单位。× 为复数乘法, 问:

- (1) $\langle X, \times \rangle$ 是否为代数系统? 若是请说明原因。
- (2) 已知 $\langle X, \times \rangle$ 为群, $\langle X, \times \rangle$ 是否为循环群? 若是请证明并找出所有生成元。
- (4) 找出 $\langle X, \times \rangle$ 所有子群, 并求取出每个子群所产生的 X 的左陪集划分及右陪集划分。

五、(本题 10 分) Q 表示有理数集, + 为加法, × 为乘法。请证明 $\langle Q, +, \times \rangle$ 为域。

六、(本题 9 分) 带权图如下图(a)所示。问:

- (1) 请寻找图(a)中从 a 到 g 的最短路长及所有最短路径。
- (2) 图(a)忽略权重后变为下图(b), 图(b)是否为 Euler 图? 若是请找出一个 Euler 圈, 若不是请说明原因。
- (3) 图(b)中是否有 Euler 路? 若是请找出一条 Euler 路, 若不是请说明原因。
- (4) 图(b)是否为 Hamilton 图? 若是请找出一个 Hamilton 圈, 若不是请说明原因。
- (5) 已知图(b)中有 Hamilton 路, 请找出一条 Hamilton 路。

