高等代数学习笔记

author: 谢钧铭（James Xie time: Jan 25^{th},2019

第一章

1.1集合

基本概念

- 如果a不是集合A的元素，就说a不属于A，记作a $\notin$ A，或者说A不包含a.
- 设A，B是两个集合. 如果A的每一个元素都是B 的元素，那么就说A是B的子集，记作A$\subseteq$B(读作A属于B)，或记作B$\supseteq$A(读作B包含A). 根据这一定义，**A是B的子集但且仅当对于每一元素，如果x $\in$ A，就有x $\in$ B**.

集合的运算

- 交换律：$S \cup T = T \cup S, S \cap T = T \cap S$;
- 结合率：$A \cup (B \cup C) = (A \cup B) \cup C, A \cap (B \cap C) = (A \cap B) \cap C$;
- 分配律：$A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C), A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$;
- 对偶率[1]：$C - (A \cap B) = (C - A) \cup (C - B), C - (A \cup B) = (C - A) \cap (C - B)$.

笛卡尔积

设A, B是两个集合. 令

$$A \times B = \{(a, b) | a \in A, b \in B\}. \tag{1}$$

称为A与B的笛卡尔积.

课后习题(P7)

7. 证明下列等式 (iii) $A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$. 证明： 设$x \in A \cup (B \cap C)$, 则有$x \in A$ 或（$x \in B$且 $x \in C$），($x \in A$或 $x \in B$)且 ($x \in A$或 $x \in C$)， 即$x \in (A \cup B) \cap (A \cup C)$， 根据定义，有$A \cup (B \cap C) \subseteq (A \cup B) \cap (A \cup C)$.

   反之同理，设$x \in (A \cup B) \cap (A \cup C)$， 则有 $x \in (A \cup B)$且 $x \in (A \cup C)$， 若 $x \in A$, 则 $x \in B$且 $x \in C$， 意味着 $x \in A \cup (B \cap C)$，根据定义，有$(A \cup B) \cap (A \cup C) \subseteq A \cup (B \cap C)$.

综上所述， $A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$等式成立.

总结

若要证明集合A=集合B，则只需证明$A \subseteq B$, 同时$B \subseteq A$.

1.2映射

1.3数学归纳法

第二章

2.1多项式

---

1. 也叫德.摩根(De Morgan)律.↩