

1 Pratická časť práce

1.1 Použitie Eulerovho vzorca

V teoretickej časti práce som uviedol tvar Eulerovho vzorca (rovnica 1), ktorý by mal platiť pre všetky uvedené pravidelné mnohosteny. Tento vzorec predstavuje vzťah medzi počtom vrcholov, počtom hrán a počtom plôch daného pravidelného mnohostena. Taktiež som poukázal na to, že existuje práve päť pravidelných mnohostenov (štvorsten, šesťsten, osemsten, dvanásťsten a dvadsaťsten). Aby som mohol použiť Eulerov vzorec (tu možno čiarka?) potrebujem poznať všetky parametre, ktoré vystupujú v danom vzorci (tu možno čiarka?) pre všetky pravidelné mnohosteny (Tabuľka ? - číslo tabuľky, kde sú uvedené parametre pre jednotlivé mnohosteny).

Použitie Eulerovho vzorca poukážem na kocke (pravidelný šesťsten), nakoľko tento objekt je pomerne jednoduchým a zrozumiteľným príkladom pravidelných mnohostenov. Takže z Tabuľky ? vyplýva, že kocka má osem vrcholov ($V = 8$), dvanásť strán ($E = 12$) a šesť rovných plôch ($F = 6$). Keď dosadím dané parametre do Eulerovho vzorca dostanem:

$$V - E + F = 2 \rightarrow 8 - 12 + 6 = 2 \rightarrow 2 = 2 \quad (1)$$

Z riešenia rovnice (1) vyplýva, že Eulerov vzorec je platný pre pravidelný šesťsten, nakoľko ľavá strana rovnice sa rovná pravej strane rovnice.

Následne môžem aplikovať Eulerov vzorec aj pre ostatné pravidelné mnohosteny. Výsledky z použitia Eulerovho vzorca pre všetky pravidelné mnohosteny sú uvedené v Tabuľke 1 (pokračuj v číslovaní tabuľky tam, kde si skončil). Z

Tabuľka 1: Použitie Eulerovho vzorca pre všetky pravidelné mnohosteny.

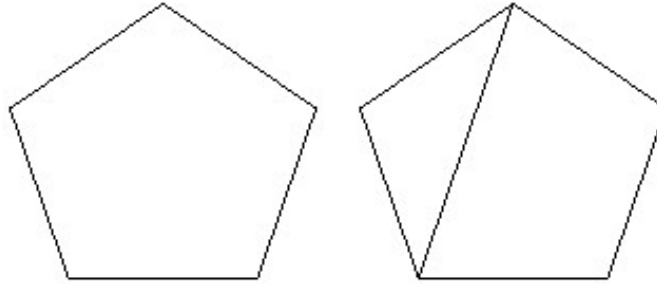
Pravidelný mnohosten	$V - E + F = 2$	Vysledok	Platnosť vzorca
Štvorsten	$4 - 6 + 4 = 2$	$2 = 2$	plati
Šesťsten	$8 - 12 + 6 = 2$	$2 = 2$	plati
Osemsten	$6 - 12 + 8 = 2$	$2 = 2$	plati
Dvanásťsten	$20 - 30 + 12 = 2$	$2 = 2$	plati
Dvanásťsten	$12 - 30 + 20 = 2$	$2 = 2$	plati

uvedených výsledkov v tabuľke 1 vyplýva, že Eulerov vzorec platí pre všetky uvedené pravidelné mnohosteny. V nasledujúcich analýzach pravidelných mnohostenov môžeme teda vychádzať z toho, že jedna z podmienok, ktoré musí pravidelný mnohosten spĺňať je práve platnosť Eulerovho vzorca.

1.2 Transforming the Network

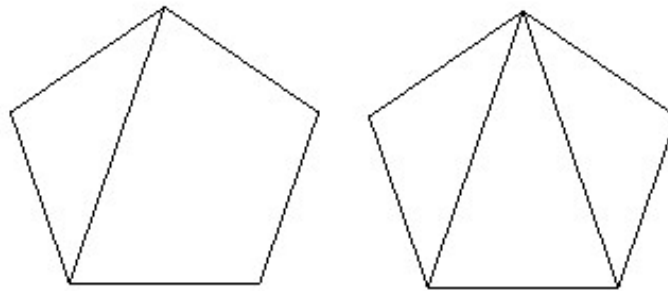
There are three types of operation which we can perform upon our network. We'll introduce three steps involving these.

Step 1 We start by looking at the polygonal faces of the network and ask: is there a face with more than three sides? If there is, we draw a diagonal as shown in the diagram below, splitting the face into two smaller faces.



Obr. 1: Dividing faces

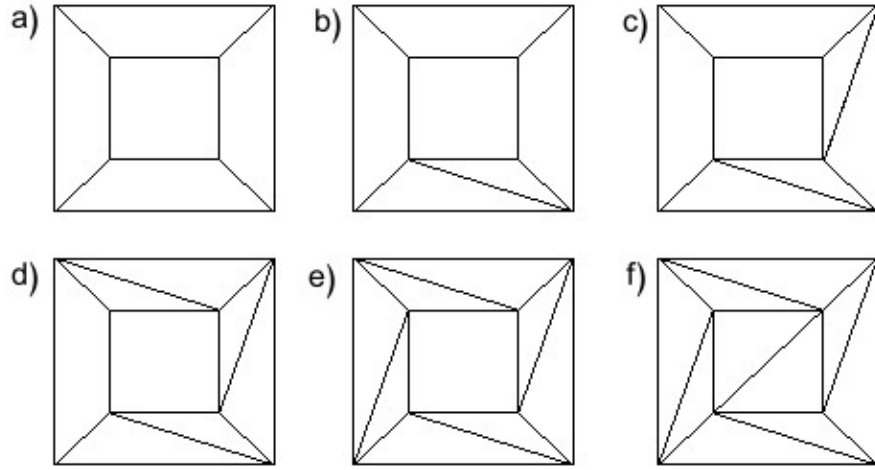
We repeat this with our chosen face until the face has been broken up into triangles.



Obr. 2: In the end we are left with triangular faces.

If there is a further face with more than three sides, we use Step 1 on that face until it too has been broken up into triangular faces. In this way, we can break every face up into triangular faces, and we get a new network, all of whose faces are triangular. We illustrate this process by showing how we would transform the network we made from a cube.

We go back to **Step 1**, and look at the network we get after performing **Step 1** just once. Now, by drawing a diagonal we added one edge. Our original face has become two faces, so we have added one to the number of faces. We haven't changed the number of vertices. The network now has V vertices, $E + 1$ edges and $F + 1$ faces. So how has $V - E + F$ changed after we performed **Step 1** once? Using what we know about the changes in V , E and F we can see that $V - E + F$ has become $V - (E + 1) + (F + 1)$. Now we have:



Obr. 3: This is what happens to the cube's network as we repeatedly perform **Step 1**.

$$V - (E + 1) + (F + 1) = V - E - 1 + F + 1 = V - E + F \quad (2)$$

So $V - E + F$ has not changed after **Step 1**! Because each use of **Step 1** leaves $V - E + F$ unchanged, it is still unchanged when we reach our new network made up entirely of triangles! The effect on $V - E + F$ as we transform the network made from the cube is shown in the Table 2.

Tabuľka 2: Steps of the Euler law derivation.

Round	V	E	F	$V - E + F$
(a)	8	12	6	2
(b)	8	13	7	2
(c)	8	14	8	2
(d)	8	15	9	2
(e)	8	16	10	2
(f)	8	17	11	2