



硕士学位论文

MASTER'S DISSERTATION

论文题目 迭代学习控制的初态和收敛性研究

作者姓名 薛晓君

学位类别 工程硕士

指导教师 王洪斌 教授

2019 年 5 月

中图分类号：TP241
UDC：621.3

学校代码：10216
密级：公开

工程硕士学位论文 (应用研究型)

迭代学习控制的初态和收敛性研究

硕 士 研 究 生：薛晓君
导 师：王洪斌 教授
副 导 师：孙景宽 高工
申 请 学 位：工程硕士
工 程 领 域：控制工程
所 属 学 院：电气工程学院
答 辩 日 期：2019 年 5 月
授 予 学 位 单 位：燕山大学

A Dissertation in Control Engineering

RESEARCH ON INITIAL STATE AND CONVERGENCE OF ITERATIVE LEARNING CONTROL

by Xue Xiaojun

Supervisor: Professor Wang Hongbin

Yanshan University

May, 2019

燕山大学硕士学位论文原创性声明

本人郑重声明：此处所提交的硕士学位论文《迭代学习控制的初态和收敛性研究》，是本人在导师指导下，在燕山大学攻读硕士学位期间独立进行研究工作所取得的成果。论文中除已注明部分外不包含他人已发表或撰写过的研究成果。对本文的研究工作做出重要贡献的个人和集体，均已在文中以明确方式注明。本声明的法律结果将完全由本人承担。

作者签字：

日期： 年 月 日

燕山大学硕士学位论文使用授权书

《迭代学习控制的初态和收敛性研究》系本人在燕山大学攻读硕士学位期间在导师指导下完成的硕士学位论文。本论文的研究成果归燕山大学所有，本论文的研究内容不得以其它单位的名义发表。本人完全了解燕山大学关于保存、使用学位论文的规定，同意学校保留并向有关部门送交论文的复印件和电子版本，允许论文被查阅和借阅。本人授权燕山大学，可以采用影印、缩印或其它复制手段保存论文，可以公布论文的全部或部分内容。

保密☐，在 年解密后适用本授权书。

本学位论文属于

不保密☒。

作者签名：

日期： 年 月 日

导师签名：

日期： 年 月 日

摘 要

迭代学习控制是在有限时间内经过不断反复的重复操作，实现对期望轨迹的快速跟踪，尤其适用于具有可重复运动特性的被控对象。相比于其它学习算法，迭代学习算法具有不需要系统提供精确数学模型、所需先验知识少和理论分析简单的优点。因此它对高度非线性、难建模、时变的系统，如多关节机械臂等机器人系统的跟踪控制研究具有重要的实用价值。本文针对迭代学习算法的初态问题及其三种不同收敛性分析方法、收敛速度问题进行研究。具体内容如下：

首先，基于常规带初始误差修正的开环 **D** 型跟踪控制策略，针对带外界干扰量的时变非线性系统，提出了一种带初始误差修正的闭环 **D** 型快速迭代学习控制律。为加快收敛速度，缩短初始误差修正的时间，将迭代学习误差引入到控制律的时间分段函数设计中，用闭环学习方式代替传统带初始误差修正策略中的开环学习方式，提高系统实时控制性能。同时，算法中引入变形的初态学习律，使得系统初始状态能够满足半径域内的任意性，采用 λ 范数理论和压缩映射法进行算法收敛性分析，仿真实现了加速轨迹跟踪控制。

其次，针对带外界干扰量的时变非线性系统，设计了一种带初态学习和遗忘因子的指数变增益快速迭代学习控制律。基于迭代输出误差的初态学习律，不仅可以减少系统对初态的约束，而且能够有效扩展算法的实用范围，算法中增加指数变增益项，提高系统收敛速度和跟踪精度。使用算子理论及谱半径法分析开环 **PD** 型迭代学习算法的收敛性，仿真表现了算法的快速跟踪控制性能。

最后，针对实际应用中可重复运行的多关节机械臂，为避免严格重复的初始状态和全局 **Lipschitz** 条件的影响，设计了一种带初态学习的神经网络自适应迭代学习控制律。基于初态偏差的初态学习律的加入，可有效避免系统初态严格相同的情况，同时，利用 **RBF** 神经网络优化控制器参数，提高系统控制精度。设计 **Lyapunov** 函数分析算法的收敛性，仿真实现了二关节机械臂的高精度跟踪控制。

关键词：非线性系统；迭代学习控制；初态；遗忘因子；自适应迭代；收敛性分析；收敛速度

Abstract

Iterative learning control is a repeated operation repeated in a limited time to achieve fast tracking of the desired trajectory, especially for controlled objects with reproducible motion characteristics. Compared with other learning algorithms, the iterative learning algorithm has the advantage of not requiring the system to provide an accurate mathematical model, requiring less prior knowledge and simple theoretical analysis. Therefore, it has important practical value for tracking control of highly non-linear, difficult to model and time-varying systems, such as multi-joint manipulators. In this paper, the initial state of iterative learning algorithm and its three different convergence analysis methods and convergence speed are studied. The details are as follows:

Firstly, based on the traditional open-loop D-type tracking control strategy with initial error correction, for time-varying nonlinear systems with external disturbances, a closed-loop D-type fast iterative learning control law with initial error correction is proposed. To speed up the convergence, shorten the time for initial error correction, the iterative learning error is introduced into the design of time-segment function of control law, at the same time, the initial state learning law of the deformation is added to the algorithm, so that the initial state of the system can satisfy the arbitrariness in the radius domain, the closed-loop learning method is used instead of the open-loop learning method in the traditional strategy with initial error correction to improve the control performance of the system. The convergence of the algorithm is analyzed by λ norm theory and compressed mapping method, and the accelerated trajectory tracking control is realized by simulation.

Secondly, an exponential variable gain fast iterative learning control law with initial learning and forgetting factors is designed for time-varying nonlinear systems with disturbances. The initial state learning law based on the iteration output error can not only reduce the constraints of the system on the initial state, but also effectively expand the practical range of the algorithm, the exponential variable gain term is added to the algorithm to improve the convergence speed and tracking accuracy of the system.

Operator theory and spectral radius method are used to analyze the convergence of open-loop PD iterative learning algorithm, the simulation shows the fast tracking control performance of the algorithm.

Finally, a neural network adaptive iterative learning control law with initial state learning is designed for the multi-joint manipulator which can be repeatedly operated in practical applications, in order to avoid the influence of strict repetitive initial state and global Lipschitz condition. The addition of the initial state learning law based on the initial state deviation can effectively avoid the situation that the initial state of the system is strictly the same, at the same time, RBF neural network is used to optimize the parameters of the controller and improve the control accuracy of the system. The convergence of Lyapunov function analysis algorithm is designed, and the high precision tracking control of two-joint manipulator is realized by simulation.

Keywords: Nonlinear system; Iterative learning control; Initial state; Forgetting factor; Adaptive iteration; Convergence analysis; Convergence rate

目 录

摘 要	I
Abstract	II
第 1 章 绪 论	1
1.1 课题研究背景意义	1
1.2 迭代学习控制的发展及应用	2
1.3 迭代学习控制应用研究内容及现状	4
1.3.1 算法的稳定性和收敛性	4
1.3.2 初态问题	5
1.3.3 收敛速度问题	6
1.3.4 鲁棒性	6
1.3.5 迭代学习控制与其它智能控制的结合	7
1.4 本文研究内容及章节安排	7
第 2 章 迭代学习控制基础知识	9
2.1 引言	9
2.2 迭代学习算法基本原理	9
2.3 迭代学习控制算法流程	11
2.4 基础迭代学习控制算法	12
2.5 数学预备知识	14
2.5.1 向量范数	14
2.5.2 矩阵范数	15
2.5.3 λ 范数	16
2.5.4 Lipschitz 条件	16
2.5.5 Bellman-Gronwall 引理	16
2.6 本章小结	17
第 3 章 基于初始误差修正的闭环 D 型快速迭代学习控制研究	18
3.1 引言	18
3.2 系统问题描述	18
3.3 带加速项的迭代学习控制器设计	20
3.4 λ 范数意义下系统收敛性分析	21
3.5 仿真验证	25
3.6 本章小结	28
第 4 章 基于初态学习和遗忘因子的指数变增益快速迭代学习控制研究	29

4.1 引言	29
4.2 系统问题描述	29
4.3 带初态学习律的快速迭代学习控制器设计	30
4.4 Q 算子理论下系统收敛性分析	31
4.5 系统模型转换	36
4.6 仿真验证	38
4.7 本章小结	40
第 5 章 基于初态学习的神经网络自适应迭代学习控制研究	42
5.1 引言	42
5.2 系统问题描述	42
5.3 带初态学习的神经网络自适应迭代学习控制器设计	43
5.4 Lyapunov 函数意义下系统收敛性分析	45
5.5 仿真验证	49
5.6 本章小结	52
结 论	53
参考文献	55
攻读硕士学位期间承担的科研任务与主要成果	61
致 谢	62

第1章 绪论

1.1 课题研究背景意义

自上世纪 50 年代起,学术界便出现了对控制理论研究的热潮,并取得了前所未有的成绩,形成了众多的分支和研究领域。其中,如今大热的人工智能就是控制理论的一个重要分支,人工智能(Artificial Intelligence, AI)诞生于 1956 年,是由 John McCarthy 和许多 AI 领域的领军人物在达特茅斯会议上共同提出的。人工智能自 1956 年学科创立之初经历了跌宕起伏的发展历程,20 世纪 50 年代中期至 70 年代初,是 AI 发展的第一个高潮时期,甚至 Minsky 曾提出“三到八年的时间里,人类将拥有一台具有人类智能的机器”。伴随着人们对 AI 领域的狂热追求,20 世纪 60 年代期间,智能控制的思想首次被提出,此后便以迅猛的势头广泛发展起来。我们可以说,AI 的关键技术就是智能控制,也可以说,基于 AI 和数学描述将智能控制分成了两大类。前者是一种具有专家控制系统的人类智能,后者主要是指学习控制、自动控制及神经网络等,即学习控制属于控制理论的一个分支。学习控制的特点就是其自身学习的能力,通过不断地学习,更好地认识被控对象,以达到改善自身控制性能的目的。而学习控制的一个研究热点便是迭代学习控制(Iterative Learning Control, ILC)。

控制理论在早期的发展中,受到被控对象的严格限制,并且这种限制持续了很长一段时间。它的控制思想为:首先确定被控对象,并且建立系统模型;其次根据所建模型进行控制器的设计;最后在此模型的基础上进行实例仿真。若达不到期望的控制效果,需不断对控制器进行训练修正,直至得到理想的效果,再将其应用于实际系统。但经过近几十年的发展,严格依赖于系统模型的分析方法已不能满足实际应用,ILC 算法应运而生。

追溯其根源,早在 1974 年,Edwards 的一篇多通道控制论文中就曾出现过 ILC 的控制思想,但被广泛认可的是,ILC 是由日本学者 Uchiyama^[1]于 1978 正式提出的,并将其应用到了快速运行的机械手的控制研究中。受到语言的限制,ILC 的概念当时并未得到广泛的传播,直到 1984 年,Arimoto^[2]将其思想用英文论文表述出来,才引起了众多学者的关注。ILC 最初是建立在工业机器人的背景下,使用数据驱动控制的

一种智能控制方法。如图 1-1 和图 1-2 所示，分别为新松和 ABB 的典型工业机器人。



图 1-1 新松工业机器人



图 1-2 ABB 工业机器人

ILC 是一个重复运行的过程，它不依赖系统的精确模型，利用系统的历史控制输入和输出误差来调节当前的控制输入，以达到理想的跟踪效果。与此同时，ILC 算法学习律简单，在线计算速度快，适合被应用于高速运行的控制系统；具有存储记忆功能，根据存储信息快速调节控制参数。这些特点使得 ILC 在具有重复运行性质的控制系统中占据了不可取代的位置。

具有重复运行性质的机器人系统，在进行重复性操作时难免会出现初始位置偏差和作业速度的快慢问题。考虑实际应用过程中，多关节机械臂等重复运行系统不能总是满足初态固定的情况，结合 ILC 算法本身的优点，使系统利用较少的时间实现理想的跟踪效果具有很重要的实用价值。因此，对其初态和收敛性的研究具有重要意义。

1.2 迭代学习控制的发展及应用

上世纪 80 年代，Arimoto 等人开启了 ILC 的蓬勃发展之路，尤其是在机器人控制方面。随后，关于 ILC 的大量刊物、书籍等相继出版，众多学者纷纷展现了对 ILC 的研究热情。至今，每年仍有许多关于 ILC 的期刊论文的发表，对其进行发展和完善。ILC 的研究对象是具有可重复运行操作的控制系统，具体可分为线性和非线性系统、连续和离散系统，控制思路是利用系统先前或当次的控制信息，实现系统当次或下一次控制输入的调节。1989 年，利用 ILC 计算量小、速度快以及所需先验知识少的优点，Bien 和 Huh^[3]将 ILC 总结为一种简单的在线循环控制，只要经过简单的迭代运行，就可以达到完全跟踪的效果。1990 年，Ahn H S 和 Choi C H^[4]发表了一篇

带有周期性扰动的 ILC 的论文，并且证明了该控制器在周期性扰动的情况下也具有较好的性能。同年，中国学者曹南与应行仁^[5]针对非线性系统，在开环 ILC 的基础上完成了闭环 ILC 收敛性的证明，并验证了其抗干扰性和收敛速度都优于开环的特点。经过改进与完善，N.Amann 于 1996 年再次强调了 ILC 具有较高精确性的特点。早期的 ILC 中，P 型和 PD 型为常用的线性学习律，但从收敛速度上分析，非线性学习律的收敛速度优于线性，许建新于 1998 年先后提出了牛顿^[6]和正割^[7]两种非线性的学习律，进一步完善了 ILC 的控制律。1999 年，国内出现了第一部用中文撰写的 ILC 的专著^[8]，它是由孙明轩等人完成的，这意味着我国的 ILC 水平已位居世界前列。2004 年，M. Verwoerd 在其论文中指出，随着科技的不断进步，我们需要研究的系统也越来越繁杂，对 ILC 算法的理解远不够透彻，广大学者们应该对 ILC 算法进行更加深入的分析与构建。2005 年，学术界^[9-10]发表了一系列关于 ILC 的综述性文章，剖析和总结了 ILC 在这 20 年间的发展及应用。2007 年和 2010 年，孙明轩分别提出了带有初态学习的 ILC 算法^[11]和具有任意初态的闭环 ILC 算法，经分析，可实现系统的零误差跟踪。2009 年，Zhang J 等针对非线性系统^[12]，提出了一种新的带有初始校正的 ILC 算法。2014 年，Dai X 等提出了一种带遗忘因子的 ILC 算法^[13]，并利用分布参数的相关理论及矩阵理论对其收敛性进行了严格证明。同年，Uemura M 与 Kawamura S 等针对多关节机器人提出一种自适应 ILC 的方法^[14]，以达到节能的效果。2018 年，Bu X 与 Hou Z^[15]针对二值观测线性系统进行了自适应 ILC 控制器的设计。因此，在时代不断进步和发展的同时，广大学者也从未停止对 ILC 的研究，无论是从理论分析层面还是实际应用方面，都使 ILC 取得了更全面的发展和完善。

虽然 ILC 起源于机器人的重复运动，但现在的它已不仅仅局限于此。时代在发展，智能控制的研究也是硕果累累。如今，ILC 已被广泛应用到航空航天^[16]、城市交通^[17-18]、水下机器人、工业制造^[19-21]、医疗器械^[22]、应用化学^[23-24]、物理学科^[25-26]等多种领域。例如，航空航天零件加工往往要求很高的精度，丛靖梅^[27]等人将迭代的控制思想应用到航空航天复杂薄壁件的加工过程中，利用 ILC 算法计算补偿模型，在有限程度上减少计算次数，大大提高了加工效率。如图 1-3 和图 1-4 所示，分别将具有重复性操作的多关节机械臂应用到了汽车零部件的加工过程和汽车自动装配生产线中，结合 ILC 计算量小、所需先验知识少和尤其适用于可重复运行系统的优势，使中国工业机器人在智能制造行业得到了迅速的发展。

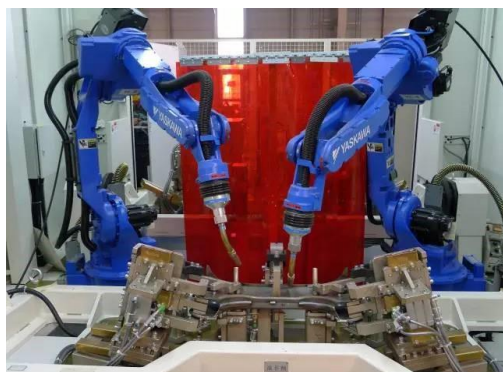


图 1-3 安川首钢多关节机械臂



图 1-4 发那科多关节机械臂

迭代学习控制利用其自身特有的优点，得到了学术界的广泛关注与应用，如何设计一个最好的 ILC 控制器，实现对多关节机械臂等机器人系统的高精度快速跟踪控制研究仍然是未来控制理论领域的极大挑战。

1.3 迭代学习控制应用研究内容及现状

随着智能控制的不断发展，ILC 研究的不断深入，其应用过程中的主要研究内容可归纳总结为：算法的稳定性和收敛性^[28]、初态问题^[29-30]、收敛速度问题^[31]、鲁棒性^[32-33]、与其它智能控制的结合^[34]等。

1.3.1 算法的稳定性和收敛性

所谓算法的稳定性和收敛性，稳定性是指受控系统的输出随迭代次数的增加，最终趋于一个固定的真值或一个范围内，它可以确保受控系统在该算法的作用下不发散；收敛性是指是受控系统的输出最终收敛到一个固定的真值，这样才能实现受控系统在某种条件下的最优控制。即稳定性是受控系统能够正常工作的必要条件，收敛性是对受控系统最基本的要求。因此，一般学者在设计出新的 ILC 算法的同时，都伴随着其收敛性的分析过程。Arimoto^[2]在最早提出 D 型迭代学习律时，就针对线性系统对其收敛性进行了证明。D 型迭代学习律是 PID 型的特例，是利用系统跟踪误差的微分值来控制系统输入，微分项代表一种预测。在对 ILC 的最新研究成果中，马乐乐与刘向杰^[35]在变参考轨迹的前提下，结合 H_∞ 法和传统闭环 D 型 ILC 的模型预测控制法深入分析了系统的稳定性和收敛性。冯莉等^[36]针对具有重复运行性质和不确定项的线性系统，利用 Lyapunov 函数和最优化法对系统的稳定性和收敛性进行

了严格的证明。

进行系统收敛性分析^[37]时，关键要考虑两方面的问题：第一、采用何种理论和何种分析方法来证明迭代学习律的收敛性；第二、收敛性证明的最终结果最好不涉及系统模型参数。如今，ILC 系统收敛性分析常用到的理论方法有：范数理论(λ 范数和 p 范数)、算子理论和 Lyapunov 函数等。常用的分析方法有：时域或频域分析法、 H_∞ 法、最优化分析法、2-D 理论分析法、压缩映射法和谱半径法等。目前，多数的 ILC 算法都是通过范数理论和压缩映射法完成收敛性分析的。压缩映射分析法主要利用跟踪误差的范数随迭代时间的增加逐渐衰减，从而完成收敛性的证明。通常，使用压缩映射法进行收敛性的证明必须满足两个假设条件：一是系统历次迭代的初始条件相同；二是系统需满足全局 Lipschitz 条件^[38]。若使用算子理论完成系统收敛性的证明，则需结合谱半径的分析方法。一般任何范数都大于或等于向量或矩阵的谱半径，因此可以说算子理论和谱半径法的结合使用在某种意义上放宽了收敛条件。在处理非线性不确定系统，或者说不确定系统精确数学模型时，Lyapunov 函数直接法具有其明显的优势，所以，将其应用于 ILC 算法的收敛性证明中是非常实用的。

1.3.2 初态问题

利用迭代技术设计的控制器，在系统每次重复运行时，总要从某个初态开始，因而，初始状态的选择问题始终是 ILC 研究的重点。通过大量阅读现有的初值问题研究成果，其限定方式可分为三种：

(1) 固定初态，即系统历次迭代的初态 $\mathbf{x}_k(0)$ 为固定值，现有文献里固定值的表达方式可分为两种，一种是期望初态 $\mathbf{x}_d(0)$ ，即 $\mathbf{x}_k(0) = \mathbf{x}_d(0)$ ；另一种是固定常数 $\mathbf{x}(0)$ ，即 $\mathbf{x}_k(0) = \mathbf{x}(0)$ ，其中 $k = 1, 2, 3, \dots$ 。冯太合等^[39]以线性广义系统为被控对象，对具有固定初态的 ILC 进行了研究，并且验证了算法有效性。

(2) 有界初态，即初态偏差有界，系统历次迭代的初态 $\mathbf{x}_k(0)$ 与 $\mathbf{x}_d(0)$ 限定在一个界内。Wang H B 和 Dong J 等^[40]针对含有不确定性的非线性系统，在初始状态有界的条件下对高阶 ILC 算法进行了深入研究，并且结合反馈和前馈控制方法，实现了算法的快速轨迹跟踪控制。

(3) 任意初态，概括为系统第一次运行的初态任意或每一次运行的初态均任意。Wang H B 和 Wang Y 等^[41]针对一类含有外界干扰的非线性系统，在状态时滞不确定

且初态任意情况下研究了一种新的 ILC 算法，提高了算法的实际应用价值。

此外，还可通过初态学习律来修正系统初态，只需提前设定系统初态的“初始值”，则系统每次迭代的初态将由初态学习律自行更新。

最初研究的 ILC 算法都是严格建立在固定初态条件下，但随着迭代技术不断被应用于实际控制中，严格的固定初态已不能满足实际应用的需求，众多学者开始投身于如何放宽系统初始限定条件的问题中。经深入研究，已出现了大量关于初态问题的研究成果。有关研究表明，如何限定系统的初始状态，在很大程度上会对系统的性能产生影响。

1.3.3 收敛速度问题

在 ILC 的研究过程中，若要满足算法的收敛性，必须同时满足时域和迭代域上的共同收敛，两者缺一不可。迭代域上的收敛一般是指在迭代次数 $k \rightarrow \infty$ 时，系统实际轨迹准确跟踪期望轨迹。然而，考虑实际应用场合，当 $k \rightarrow \infty$ 时才能实现完全跟踪是没有任何意义的。

尽管大部分学者都可以证明学习算法的收敛性，但在某种意义上，其收敛速度并不是很理想。Wang^[42]在其论文中设计了加速学习算法，并阐述了一些影响收敛速度的因素。目前，我们已知的闭环学习律相对于开环学习律，可大大加快收敛速度，带遗忘因子的 ILC 算法和高阶 ILC 算法也可以明显加快收敛速度。2011 年，Bouakrif F^[43]在其论文中使用高阶 ILC 算法，利用多次迭代的误差调节系统控制输入，从而提高算法收敛速度。因此，如何设计一种优秀的 ILC 算法，以达到明显提高算法收敛速度的效果，仍值得学者们的深入研究。

1.3.4 鲁棒性

系统的鲁棒性往往与实际工程紧密相联，而迭代技术恰是在浓厚的工程背景下提出的。因此，仅研究无干扰情况下的收敛性问题无法满足实际需求，考虑实际工程应用，系统或多或少会存在一些外界干扰因素和自身参数的变化问题。例如，当系统具有任意初态时，会出现初态偏移，这种现象就可归结为系统的鲁棒性问题。此外，有界的状态扰动和输出扰动、系统参数变化、测量噪声等都属于鲁棒性的研究范围。一个 ILC 系统的鲁棒性，是研究当存在各种干扰因素时该系统的跟踪性能。

可以概括为,若系统具有较强鲁棒性,则在各种干扰因素存在的情况下,系统的输出误差仍会收敛且收敛于一个系统允许的邻域内。若消除这些干扰因素,系统实现完全跟踪,输出误差收敛于0。Wang D W^[42]、Wang R^[44]、Geng Y^[45]、Tong Duy S^[46]、Meng D^[47]、Cao Z^[48]等人分别从理论和应用层面分析了 ILC 系统的鲁棒性。

1.3.5 迭代学习控制与其它智能控制的结合

ILC 拥有广泛的应用领域,不仅是由其算法本身特有的优点决定的。自从上世纪 60 年代智能控制的思想诞生以来,智能控制算法得到了迅速的发展和完善。例如,神经网络、鲁棒、自适应、最优控制等。每种控制方法都有其固有的优势,将其优点与 ILC 充分结合并使用,是解决实际应用系统中存在高复杂性、多干扰性和不确定性问题的关键。

神经网络控制^[49]同 ILC 一样,他们都属于智能控制的分支。目前的研究表明,它们的结合使用具有广泛的应用前景,Cao F^[50]等人把具有随机权的前馈神经网络当做函数逼近器,结合迭代技术设计出了可以处理大规模数据集的算法控制器,并通过一些大规模数据集的处理实验,验证了算法的有效实用性。Czajkowski A^[51]等人利用迭代技术得到的历史数据训练非线性状态空间模型,结合神经网络技术实现了模型的线性化处理。

鲁棒控制与 ILC 的结合,可以使系统表现出更强的鲁棒性,同时也可以加快系统收敛,表现出更好的鲁棒收敛性。这种方式的应用已成为专家们广泛关注的重点。

自适应控制^[52]的特点是面对不同的干扰因素,控制系统本身可以进行参数的调节和控制,最终达到系统要求的控制目标。不同的干扰因素主要包括外界扰动和系统本身的不确定性。ILC 就是重点针对含有不精确数学模型的系统展开研究,因此将其与自适应结合使用,在保证系统稳定运行的情况下还可以大大提高系统控制性能。

作为控制理论研究的一个重要分支,最优控制可简单描述为:在选择系统控制方式时,从众多可行的方法中选择性能最好的,使系统轨迹跟踪效果达到最佳。目前,已有很多学者将 ILC 与其结合使用,来提高系统收敛速度。

1.4 本文研究内容及章节安排

本文围绕迭代学习算法的关键研究内容展开,关键内容主要针对算法的初始状

态、收敛性分析和收敛速度问题。在现有研究成果的基础上进行算法的创新和完善，设计了具有任意初态的三种不同的控制算法，并且利用三种收敛性分析方法完成了算法收敛性的证明，进行了详细的分析与说明。最后，仿真结果证明了系统在三种控制算法的作用下均可实现高精度和快速轨迹跟踪的效果。

本文各章节安排如下：

第 1 章 本文绪论，主要阐述了本课题研究背景意义，结合大量国内外参考文献和资料，归纳整理了迭代学习控制的发展历程及应用领域，详细介绍了迭代学习控制在应用中研究的五个关键内容及现状，特别是有关收敛性及初态问题的研究，最后对各章节内容安排进行了简述。

第 2 章 基础知识，对基本的迭代学习算法进行了概述，同时讲述了算法的基本原理及算法流程，其中详细介绍了算法正常工作时的一般假设条件和执行步骤。最后，对本文接下来要用到的部分数学知识及引理进行了整理，以便后续章节进行算法收敛性的证明。

第 3 章 针对一类具有外界干扰的时变非线性系统，提出一种带初始误差修正的闭环 D 型快速 ILC 算法，同时使用范数理论及压缩映射法进行了严格的收敛性分析，闭环学习方式相较于开环学习方式提高了系统整体控制性能，对初态的学习和基于跟踪误差的加速项的设计，可以使系统满足界内任意，增强实用性，又可以明显加快收敛速度，通过仿真验证该算法跟踪控制的性能，相比于传统算法具有更快的收敛速度。

第 4 章 针对一类具有外界干扰的时变非线性系统，提出一种带遗忘因子的快速 ILC 策略，基于算子理论及谱半径法证明了系统收敛性，同时算法中初态学习部分及由相邻控制量代替初始控制量的方法，兼具提高收敛速度和放宽收敛条件的优势，在选择增益方面，使用指数变增益的形式，结合 P 型、D 型算法优势，通过仿真实验，表明该算法具有更小的跟踪误差和更快的收敛速度。

第 5 章 针对可重复运行的多关节机械臂工作时存在的初始定位偏差问题，提出一种自适应 ILC 策略，主要由两部分组成，其一是考虑初始状态偏差的初态学习律，放宽系统初始条件；其二是神经网络自适应 ILC 部分，通过神经网络控制进行参数优化，提高算法控制精度和鲁棒性。通过 Lyapunov 函数法分析系统收敛性，与前两章分析方法形成对比，并通过仿真表明算法有效性。

第2章 迭代学习控制基础知识

2.1 引言

在对一类智能控制算法研究之前，首先需明确其基本原理。迭代学习控制是在可重复受控系统^[53-54]的背景下提出的，与其他控制算法^[55]类似，迭代学习算法也有其固定的工作流程。应用迭代学习算法进行控制器的设计时，需给予受控系统一定的条件限制。收敛性及收敛速度是迭代学习算法研究的重要内容，在其收敛性证明的过程中需要应用大量的数学基础知识。因此，本章首先对所用迭代学习算法的基本原理进行了描述，然后详细介绍了本文迭代学习算法研究过程中涉及的数学基础知识，为本文后续章节收敛性和稳定性的分析做准备工作。

2.2 迭代学习算法基本原理

通过阅读大量文献，第1.3节中已经对ILC研究过程中存在的关键研究内容进行了总结，如算法的收敛性、初态问题和收敛速度问题等。在此基础上，若想对ILC的初态问题以及收敛性分析方法、收敛速度问题展开深入研究，则首先需要理解ILC算法的基本原理。

迭代学习控制目标可描述为：在有限时间 $t \in [0, T]$ 内，给定被控对象期望输出 $y_d(t)$ 和每次运行相应的初始状态 $x_k(0)$ ，要求在 $t \in [0, T]$ 内，按照给定的控制算法 $u_k(t)$ ，得到响应 $y_k(t)$ ，其中 $k=1, 2, 3, \dots$ ，为迭代次数，经过多次的重复运行，当 $k \rightarrow \infty$ 时，使系统控制输入 $u_k(t) \rightarrow u_d(t)$ ，而系统输出 $y_k(t) \rightarrow y_d(t)$ ，则称系统收敛。

设在有限时间 $t \in [0, T]$ 上，被控对象的动力学系统为

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = f(x(t), u(t), t) \\ y(t) = g(x(t), u(t), t) \end{cases} \quad (2-1)$$

式中， $x(t) \in R^{n \times 1}$ ， $y(t) \in R^{m \times 1}$ ， $u(t) \in R^{r \times 1}$ 分别为系统相应的状态向量，输出向量和输入向量， $f(\cdot)$ ， $g(\cdot)$ 为系统具有对应维数的向量函数，且其参数与结构都未知。若系统在 $t \in [0, T]$ 内重复运行，假设系统每次运行的过程中，向量函数 $f(\cdot)$ ， $g(\cdot)$ 代

表的函数关系均不变,则称动力学系统(2-1)具有可重复性;以 $k=1, 2, 3, \dots$ 表示迭代次数,则系统第 k 次控制时的状态向量,输出向量和输入向量分别用 $\mathbf{x}_k(t)$, $\mathbf{y}_k(t)$, $\mathbf{u}_k(t)$ 表示,则可重复控制系统(2-1)可表示为

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{x}}_k(t) = f(\mathbf{x}_k(t), \mathbf{u}_k(t), t) \\ \mathbf{y}_k(t) = g(\mathbf{x}_k(t), \mathbf{u}_k(t), t) \end{cases} \quad (2-2)$$

输出误差为

$$\mathbf{e}_k(t) = \mathbf{y}_d(t) - \mathbf{y}_k(t) \quad (2-3)$$

对于系统(2-2),迭代学习算法的控制目标为:在有限时间 $t \in [0, T]$,给定系统每次运行的初始状态 $\mathbf{x}_k(0)$ 及可达的期望轨迹 $\mathbf{y}_d(t)$,寻找合适的控制输入 $\mathbf{u}_k(t)$,使系统在此控制律的作用下得到的输出轨迹 $\mathbf{y}_k(t)$ 无限趋近期望输出轨迹 $\mathbf{y}_d(t)$,即满足迭代次数 $k \rightarrow \infty$ 时,输出误差 $\mathbf{e}_k(t)$ 在有限时间 $t \in [0, T]$ 上收敛于0。

为实现以上控制任务,使系统获得满意的控制目标。一般常见的迭代学习算法采用开环学习控制和闭环学习控制两大类。开环学习算法是一种离线计算形式,即系统第 $k+1$ 次的输入信号是由系统第 k 次的输入量与第 k 次的输出误差信号控制的,开环学习律可表示为

$$\mathbf{u}_{k+1}(t) = L(\mathbf{u}_k(t), \mathbf{e}_k(t)) \quad (2-4)$$

式中, L 代表非线性或线性算子。

在有限时间 $t \in [0, T]$ 上,当 $k \rightarrow \infty$ 时,学习算法的收敛性可分别用控制输入和系统输出表示为

$$\lim_{k \rightarrow \infty} \mathbf{u}_k(t) \rightarrow \mathbf{u}_d(t) \quad (2-5)$$

$$\lim_{k \rightarrow \infty} \mathbf{y}_k(t) \rightarrow \mathbf{y}_d(t) \quad (2-6)$$

开环迭代学习算法结构框图如下

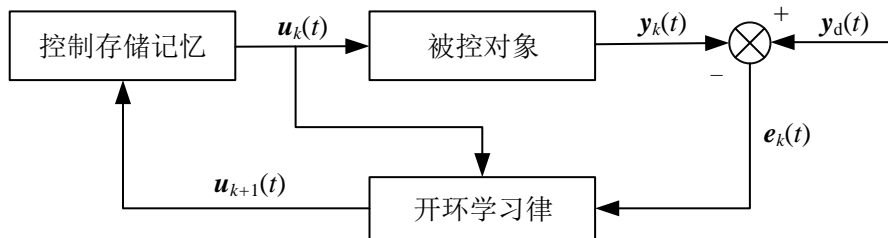


图 2-1 开环迭代学习算法结构框图

闭环迭代学习算法是一种在线计算方式,即系统第 $k+1$ 的输入量由第 k 次的输

入信号和第 $k+1$ 次的输出误差计算得到，闭环学习律可表示为

$$\mathbf{u}_{k+1}(t) = L(\mathbf{u}_k(t), \mathbf{e}_{k+1}(t)) \quad (2-7)$$

闭环迭代学习算法结构框图如下

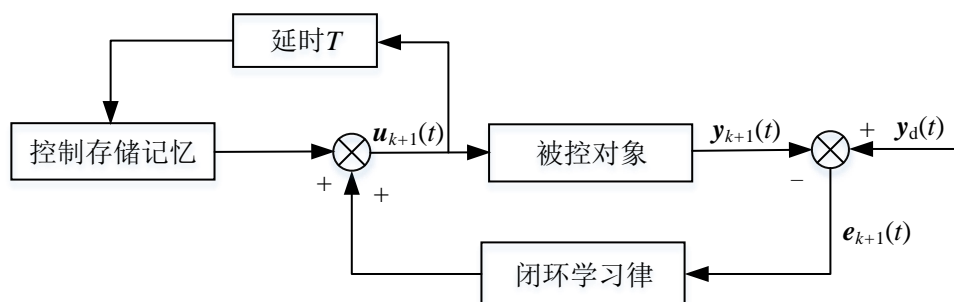


图 2-2 闭环迭代学习算法结构框图

综上所述，由式(2-4)和式(2-7)可得，开环迭代学习算法中，使用的是系统上次的输出误差与控制输入，来调整当前的输入信号；闭环迭代学习算法则使用当前的输出误差与上次的控制输入，对当前的输入信号进行调整。所以，闭环学习相对于开环学习具有更好的控制性能。

2.3 迭代学习控制算法流程

ILC 是一种智能控制算法，每一种智能算法都有其基本的工作流程，针对各种控制算法不同程度的创新与改进，都不会偏离该算法基本的工作流程，本文对 ILC 的初态和收敛性问题进行研究时，也同样遵循了该算法的基本工作流程。

迭代学习算法就是利用系统第 $k-1$ 次运行的输入向量 $\mathbf{u}_{k-1}(t)$ 及输出误差 $\mathbf{e}_{k-1}(t)$ ，对系统下一次的输入向量 $\mathbf{u}_k(t)$ 进行逐渐修正，经多次迭代，使系统的实际输出向量 $\mathbf{y}_k(t)$ 逐渐趋近于期望输出向量 $\mathbf{y}_d(t)$ ，实现准确跟踪的效果。

在一般的迭代学习算法研究中，需满足以下假设条件：

- (1) 系统需在有限时间 $t \in [0, T]$ 上运行；
- (2) 给定期望轨迹 $\mathbf{y}_d(t)$ ，且保持不变；
- (3) 系统具有固定初始状态 $\mathbf{x}_k(0)$ ；
- (4) 系统第 k 次迭代的输出信号 $\mathbf{y}_k(t)$ 可测；
- (5) 在历次迭代中，系统的动力学系统保持一致。

考虑以上假设条件，如图 2-3 所示，一般的迭代学习算法工作流程可总结为：

Step1 首先令 $k=0$ ，给定初始控制向量 $u_0(t)$ 、系统初态 $x_k(0)$ 及期望轨迹 $y_d(t)$ ，并将期望轨迹 $y_d(t)$ 存储在控制记忆单元中；

Step2 系统第一次运行，得到系统初始输出向量 $y_k(0)$ ；

Step3 开始系统迭代过程，由迭代学习律获得 $u_k(t)$ ，同时得到并存储系统第 k 次运行的输出信号 $y_k(t)$ 及输出误差 $e_k(t)$ ；

Step4 校验系统输出误差 $e_k(t)$ 是否满足系统允许的最小误差精度，若满足，则停止运行，此时， $u_k(t)$ 即为系统理想的控制输入，否则执行下一步；

Step5 由迭代学习律得到 $u_{k+1}(t)$ ，跳转至 step3 继续运行。

ILC 算法流程图如图 2-3 所示。

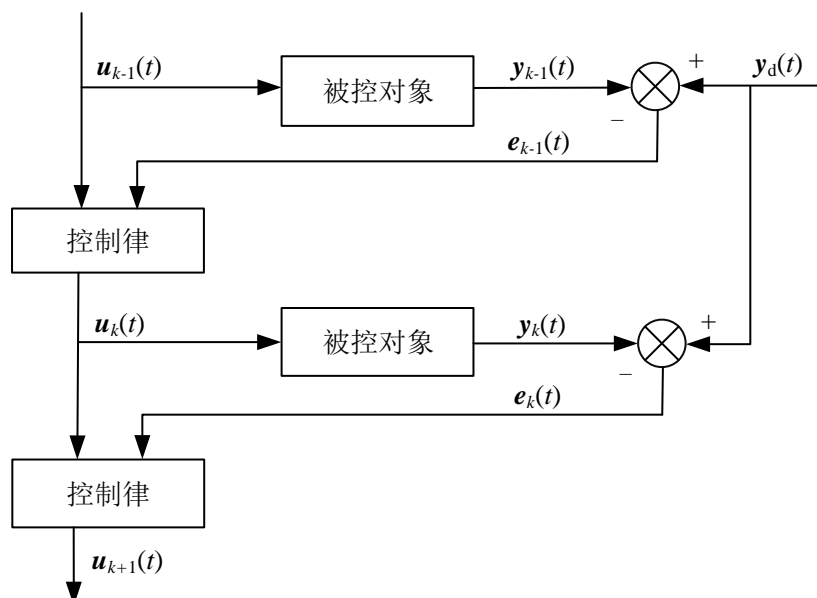


图 2-3 迭代学习算法流程图

综上所述，迭代学习算法研究过程中，存在很多的约束条件，这些约束条件应用到现实操作系统而言往往过于苛刻，考虑到算法的研究目标就是将其应用到实际生活中，因此，众多科研工作者投身于如何减弱算法的约束问题研究中，以达到迭代学习算法可以满足实际生活需要的目的。例如，放宽前提约束条件，实现 ILC 算法的快速收敛和高精度跟踪效果等。

2.4 基础迭代学习控制算法

迭代学习算法是由 Arimoto 于 1984 年首次提出的，他当时是以一类线性时变的连续系统作为被控对象，提出 D 型迭代学习算法。随着智能控制的不断发展，众多

学者相继提出 P、PI、PD 和 PID 型 ILC 算法^[56]，随后又产生了高阶 ILC 算法^[57]等。这些算法都属于基本的 ILC 算法，随着研究的深入，对迭代学习算法的研究越来越成熟，许多专家学者在这些基本的 ILC 算法基础上不断进行改进与创新，来达到放宽算法约束条件，加快算法收敛速度，从而增加算法实用性的目标。考虑到算法改进的基础，下面对一些基本及常见的 ILC 算法进行简单描述。

(1) P 型 ILC 算法

P 代表比例项，Arimoto 等人发现可直接利用 P 型学习算法得到跟踪误差信号，并且得出结论：对于一般连续的非线性动态系统，P 型学习算法满足收敛性。基本的开环 P 型控制律为

$$\mathbf{u}_{k+1}(t) = \mathbf{u}_k(t) + \Gamma_p \mathbf{e}_k(t) \quad (2-8)$$

(2) D 型 ILC 算法

D 代表微分项，即跟踪误差的导数，最早提出的 D 型 ILC 算法是以 γ 做为学习增益。在有限时间 $t \in [0, T]$ 上，系统的跟踪误差以范数形式沿迭代轴逐渐收敛于 0。基本的开环 D 型控制律为

$$\mathbf{u}_{k+1}(t) = \mathbf{u}_k(t) + \Gamma_d \dot{\mathbf{e}}_k(t) \quad (2-9)$$

(3) PD 型 ILC 算法

在 P 型和 D 型学习律的基础上，一些学者将它们结合使用，得到了 PD 型 ILC 算法。这种算法兼具 P 型与 D 型的优点，并且可以保证系统跟踪误差逐渐收敛于 0。基本的 PD 型控制律为

$$\mathbf{u}_{k+1}(t) = \mathbf{u}_k(t) + \Gamma_p \mathbf{e}_k(t) + \Gamma_d \dot{\mathbf{e}}_k(t) \quad (2-10)$$

(4) PID 型 ILC 算法

从一般意义上来讲，以上三种 ILC 算法都是 PID 型 ILC 算法的特殊形式，兼具比例、积分和微分项，并且能保证系统的收敛性。基本的 PID 型控制律为

$$\mathbf{u}_{k+1}(t) = \mathbf{u}_k(t) + \Gamma_d \dot{\mathbf{e}}_k(t) + \Gamma_p \mathbf{e}_k(t) + \Gamma_I \int_0^t \mathbf{e}_k(\tau) d\tau \quad (2-11)$$

式中， Γ_p 、 Γ_d 、 Γ_I 分别代表比例、微分、积分增益矩阵。

(5) A 型和高阶 ILC 算法

A 型 ILC 算法是由 Wang^[58]于 2000 年的一篇科技文献中提出的，它是一种线性的，带有相位补偿作用的新型 ILC 学习律。它的特点是将一个因果的输入与对应的输出加入控制律的设计中，增强系统的稳定性，使系统的实际输出更加容易的跟踪

期望输出。

以上所述的 ILC 算法均是建立在一阶的基础上实现的，即使用上一次的输出误差信号来调节控制输入。Bien 等^[59]提出高阶 ILC 算法，即使用多次迭代的误差信号来调节系统控制输入，使系统跟踪效果更准确。

2.5 数学预备知识

迭代学习的学习过程是：经过多次迭代的不断修正，达到改善系统控制目标的效果。该算法的显著优点是不要求精确的系统模型，且算法结构较为简单，因而被广泛应用。然而在进行控制器设计的同时，都伴随着该控制器稳定性和收敛性分析的过程，在本文第 1.3.1 节中已总结出证明 ILC 收敛性常用的 3 种理论知识和 6 种分析方法。结合本文接下来三种控制器的不同收敛性分析方法，本节将给出论文中用到的 ILC 算法收敛性分析的基本数学知识。

2.5.1 向量范数

向量 $\mathbf{x} = (\varepsilon_1, \varepsilon_2, \dots, \varepsilon_n)^T$ 构成 n 维实向量空间 \mathbf{R}^n ，其中 $\varepsilon_i (i=1, 2, \dots, n)$ 为实数，向量 \mathbf{x} 的范数 $\|\mathbf{x}\|: \mathbf{R}^n \rightarrow \mathbf{R}$ 满足下列条件：

- (1) 正定性： $\|\mathbf{x}\| > 0, \forall \mathbf{x} \in \mathbf{R}^n (\mathbf{x} \neq 0), \|0\| = 0$ ；
- (2) 齐次性： $\|\lambda \mathbf{x}\| = |\lambda| \|\mathbf{x}\|, \forall \lambda \in \mathbf{R}$ ；
- (3) 不等式： $\|\mathbf{x} + \mathbf{y}\| \leq \|\mathbf{x}\| + \|\mathbf{y}\|, \forall \mathbf{x}, \mathbf{y} \in \mathbf{R}^n$ 。

l_1 范数

$$\|\mathbf{x}\|_1 = \sum_{i=1}^n |\varepsilon_i| \quad (2-12)$$

l_2 范数

$$\|\mathbf{x}\|_2 = \left(\sum_{i=1}^n |\varepsilon_i|^2 \right)^{1/2} \quad (2-13)$$

l_∞ 范数

$$\|\mathbf{x}\|_\infty = \max_{1 \leq i \leq n} |\varepsilon_i| \quad (2-14)$$

上述的三个范数 l_1 、 l_2 、 l_∞ 均属于 \mathbf{R}^n 中的向量范数。都是 l_p 范数的特殊情况。

p 范数定义如下

$$\|\mathbf{x}\|_p = \left(\sum_{i=1}^n |\varepsilon_i|^p \right)^{1/p}, 1 \leq p < +\infty \quad (2-15)$$

2.5.2 矩阵范数

对任意矩阵 $\mathbf{A} \in \mathbf{R}^{m \times n}$ ，都有对应的实数 $\|\mathbf{A}\|$ ，并且满足以下条件：

- (1) 正定性： $\|\mathbf{A}\| > 0$ ，当且仅当 $\mathbf{A} = \mathbf{0}$ 时， $\|\mathbf{A}\| = 0$ ；
- (2) 齐次性： $\|\lambda \mathbf{A}\| = |\lambda| \|\mathbf{A}\|, \forall \lambda \in \mathbf{R}$ ；
- (3) 不等式： $\|\mathbf{A} + \mathbf{B}\| \leq \|\mathbf{A}\| + \|\mathbf{B}\|, \forall \mathbf{A}, \mathbf{B} \in \mathbf{R}^{m \times n}$ 。

称实数 $\|\mathbf{A}\|$ 为矩阵 \mathbf{A} 的范数。

$$\|\mathbf{A}\|_{v_1} = \sum_{j=1}^m \sum_{i=1}^n |a_{ij}| \quad (2-16)$$

$$\|\mathbf{A}\|_{v_\infty} = \max_{i,j} |a_{ij}| \quad (2-17)$$

$$\|\mathbf{A}\|_{v_p} = \left(\sum_{j=1}^m \sum_{i=1}^n |a_{ij}|^p \right)^{1/2}, (1 \leq p \leq +\infty) \quad (2-18)$$

当 $p = 2$ 时，有

$$\|\mathbf{A}\|_{v_2} = \|\mathbf{A}\|_F = \left(\sum_{j=1}^m \sum_{i=1}^n |a_{ij}|^2 \right)^{1/2} \quad (2-19)$$

为 \mathbf{A} 的 F 范数(Frobenius 范数)，它就是酉空间 $\mathbf{R}^{m \times n}$ 中的内积 $\mathbf{A} | \mathbf{B} = \text{tr}(\mathbf{B}^H \mathbf{A})$ 诱导的范数：

$$\|\mathbf{A}\|_F^2 = (\mathbf{A} | \mathbf{A}) = \text{tr}(\mathbf{A}^H \mathbf{A}) = \sum_{j=1}^m \sum_{i=1}^n |a_{ij}|^2 \quad (2-20)$$

F 范数具有以下较好的性质：

定理 2-1： 设 $\mathbf{A} \in \mathbf{R}^{m \times n}$ ，对酉矩阵 $\mathbf{U} \in \mathbf{R}^{m \times m}$ ， $\mathbf{V} \in \mathbf{R}^{n \times n}$ ，恒有

$$\|\mathbf{A}\|_F = \|\mathbf{U}\mathbf{A}\|_F = \|\mathbf{V}\mathbf{A}\|_F = \|\mathbf{U}\mathbf{A}\mathbf{V}\|_F \quad (2-21)$$

定理 2-2： 设 $\mathbf{A} \in \mathbf{R}^{m \times n}$ ， $\mathbf{B} \in \mathbf{R}^{n \times l}$ ，则有

$$\|\mathbf{AB}\|_F = \|\mathbf{A}\|_F \|\mathbf{B}\|_F \quad (2-22)$$

定理 2-3： 在 $\mathbf{R}^{n \times n}$ 上的任意实函数，用 $\|\cdot\|$ 来表示，若对所有的 $\mathbf{A}, \mathbf{B} \in \mathbf{R}^{n \times n}$ ，
 $\lambda \in \mathbf{R}$ ，都有：

- (1) $\|\mathbf{A}\| > 0$ ，当且仅当 $\mathbf{A} = \mathbf{0}$ 时， $\|\mathbf{A}\| = 0$ ；
- (2) $\|\mathbf{AB}\| \leq \|\mathbf{A}\| \|\mathbf{B}\|$ ；

$$(3) \quad \|A+B\| \leq \|A\| + \|B\|;$$

$$(4) \quad \|\lambda A\| = |\lambda| \|A\|。$$

则将用 $\|\cdot\|$ 表示的任意实函数称为矩阵范数，即矩阵 F 范数具有相容性。

2.5.3 λ 范数

λ 范数定义：向量函数 $h:[0,T] \rightarrow R^n$ 的 λ 范数为：

$$\|h\|_\lambda = \sup_{t \in [0,T]} \{e^{-\lambda t} \|h(t)\|\} \quad (\lambda > 0) \quad (2-23)$$

式中， $\|\cdot\|$ 称为 R^n 上的向量范数，且具有如下性质：

(1) 恒值向量 $c \in R^n$ ，有 $\|c\|_\lambda = \|c\|$ ；

(2) 向量函数 $h:[0,T] \rightarrow R^n$ ，则有 $\|h\|_\lambda \leq \sup_{t \in [0,T]} \|h\| \leq e^{\lambda T} \|h\|_\lambda$ ；

(3) 向量函数 $f, h:[0,T] \rightarrow R^n$ ，若 $h(t) = \int_0^t e^{a(t-\tau)} f(\tau) d\tau$ ，那么当 $\lambda > a$ 时，
 $\|h\|_\lambda \leq \frac{1-e^{(a-\lambda)T}}{\lambda} \|f\|_\lambda$ 特别地，当 $a=0$ 时， $\|h\|_\lambda \leq \frac{1-e^{-\lambda T}}{\lambda} \|f\|_\lambda$ ；

(4) 向量函数 $f, h:[0,T] \rightarrow R^n$ ，若 $h(t) = \int_0^t \int_0^\tau e^{a(t-\sigma)} f(\sigma) d\sigma d\tau$ ，则当 $\lambda > a$ 时，
 $\|h\|_\lambda \leq \frac{1-e^{(a-\lambda)T}}{\lambda} \frac{1-e^{-\lambda T}}{\lambda} \|f\|_\lambda。$

2.5.4 Lipschitz 条件

假设 S 属于 R^n 上的开子集，有向量函数 $f(t, x(t)): S \rightarrow R^n$ ，对于 $\forall t, x_1, x_2$ ，存在常数 L 满足

$$\|f(t, x_1(t)) - f(t, x_2(t))\| \leq L \|x_1(t) - x_2(t)\| \quad (2-24)$$

成立，则称 $f(t, x(t))$ 关于 $x(t)$ 满足 Lipschitz 条件，其中 L 为 Lipschitz 常数。

若存在任意一点 X_0 ，有 $\forall X_0 \in S$ ，都存在 X_0 的一个 ε 邻域， $N_\varepsilon(x) \subset E$ 和常数 L_0 ，使所有的 $x_1, x_2 \in N_\varepsilon(X_0)$ 满足

$$\|f(t, x_1(t)) - f(t, x_2(t))\| \leq L_0 \|x_1(t) - x_2(t)\| \quad (2-25)$$

则称 f 在 S 上局部 Lipschitz。

2.5.5 Bellman-Gronwall 引理

引理 2-1：设 $x(t)$ ， $u(t)$ 是 $[0,T]$ 上非负连续函数，且 $a \geq 0$ ，若有

$$x(t) \leq \int_0^t (ax(\tau) + bu(\tau)) d\tau \quad (2-26)$$

则

$$x(t) \leq ce^{at} + \int_0^t e^{a(t-\tau)} bu(\tau) d\tau \quad (2-27)$$

引理 2-2: 设 $x(t)$, $a(t)$ 和 $c(t)$ 是 $[0, T]$ 上的非负连续函数, 若有

$$x(t) \leq c(t) + \int_0^t a(\tau) x(\tau) d\tau \quad (2-28)$$

则

$$x(t) \leq c(t) + \int_0^t a(\tau) c(\tau) e^{\int_\tau^t a(\sigma) d\sigma} d\tau \quad (2-29)$$

2.6 本章小结

本章主要对 ILC 算法关键技术的相关基础理论进行了介绍。首先, 详细介绍了 ILC 算法的基本原理, 包括控制系统的描述和开、闭环 ILC 算法的原理。其次, 对 ILC 的算法流程进行了详细介绍, 包括算法运行需满足的前提条件和具体运行步骤。最后, 对常见的 ILC 算法及算法收敛性证明过程中用到的数学知识进行了归纳总结。综上所述, 这些基本理论为本文接下来控制器的设计及收敛性的证明奠定了基础。

第3章 基于初始误差修正的闭环 D 型快速迭代学习控制研究

3.1 引言

ILC 是一种经过反复修正而达到控制目标的方式,这使得系统在反复运行过程中的初态^[60]和收敛速度问题^[61]成为了该算法的研究热点。结合绪论中对初态问题的描述,大多对 ILC 的研究都是将初态限定为一个固定值,即系统初态严格等于期望初态或不等于期望初态但被设定为一个常数。为了有效改善 ILC 的初始状态问题,有学者提出了带初始误差修正的 ILC 策略^[62-63],它的主要特点是以开环 D 型 ILC 算法^[64]为基础,在控制律中设计一项关于时间的分段函数,使得系统每次迭代时,可以在前一段时间内完成对初始误差的调整,后一段时间内实现对期望轨迹的精确跟踪。但考虑到实际应用时的生产效率和速度问题,系统调整初始误差的时间越短越好,因此研究如何缩短该控制策略中初始误差修正的时间,进而加快收敛速度,具有重要的研究意义。

本章针对带外界干扰量的时变非线性系统,在常规带初始误差修正的开环控制方法基础上进行改进,设计了一种带初始误差修正的闭环 D 型快速 ILC 律,在缩短初态修正时间的同时达到加快收敛速度的效果,将经过变形的初态学习律引入到控制策略中,放宽初始状态的限制条件,针对闭环 D 型学习律,通过 λ 范数理论及压缩映射分析法得到了系统严谨的收敛性证明过程,并且将系统的输出误差设计到本章控制律的加速项中,成为控制算法里缩短初态修正时间的关键,增强了系统实时调整性能,同时对理论证明的结果进行分析,说明了如何缩短初态修正的时间,通过仿真进行算法验证。

3.2 系统问题描述

考虑如下一类带外界干扰量的时变非线性系统

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{x}}_k(t) = \mathbf{f}(t, \mathbf{x}_k(t)) + \mathbf{u}_k(t) + \boldsymbol{\varphi}_k(t) \\ \mathbf{y}_k(t) = \mathbf{C}(t)\mathbf{x}_k(t) + \mathbf{V}_k(t) \end{cases} \quad (3-1)$$

式中, 连续时间 $t \in [0, T]$, k 为迭代的次数, $\mathbf{x}_k(t) \in \mathbf{R}^n$, $\mathbf{u}_k(t) \in \mathbf{R}^p (p \geq n)$, $\mathbf{y}_k(t) \in \mathbf{R}^m$, $\boldsymbol{\varphi}_k(t) \in \mathbf{R}^n$, $\mathbf{V}_k(t) \in \mathbf{R}^m$ 分别代表系统第 k 次迭代时的状态向量、输入向量、控制输出向量、状态干扰量和输出干扰量; $\mathbf{C}(t) \in \mathbf{R}^{m \times n}$ 代表已知的输出矩阵; $\mathbf{f}(t, \mathbf{x}_k(t))$ 是 \mathbf{R}^n 上关于 $\mathbf{x}_k(t)$ 的光滑非线性函数。

为方便系统(3-1)收敛性的分析, 给出如下合理性假设

假设 3-1^[65]: 未知非线性函数 $\mathbf{f}(t, \mathbf{x}_k(t))$ 在 $t \in [0, T]$ 上满足全局 Lipschitz 条件

$$\|\mathbf{f}(t, \mathbf{x}_{k+1}(t)) - \mathbf{f}(t, \mathbf{x}_k(t))\| \leq C_f \|\mathbf{x}_{k+1}(t) - \mathbf{x}_k(t)\| \quad (3-2)$$

其中, C_f 是 Lipschitz 正常数。

假设 3-2^[66]: 系统第 k 次的初态满足“半径域内的任意性”, 可通过如下公式表示半径域的含义

$$\|\mathbf{x}_d(0) - \mathbf{x}_k(0)\| \leq b_0, \forall b_0, k > 0 \quad (3-3)$$

假设 3-3: 为简化分析过程, 给出本文用到的相关范数定义

$$\begin{cases} \sup_{0 \leq t \leq T} \|\boldsymbol{\varphi}_k(t)\| \leq b_\varphi \\ \sup_{0 \leq t \leq T} \|\mathbf{V}_k(t)\| \leq b_{v_1} \\ \sup_{0 \leq t \leq T} \|\dot{\mathbf{V}}_k(t)\| \leq b_{v_2} \end{cases} \quad (3-4)$$

其中, b_φ , b_{v_1} , b_{v_2} 是正常数。

假设 3-4: 在 $t \in [0, T]$ 上, 对于系统可实现的任意有界期望输出 $\mathbf{y}_d(t)$, 存在唯一与之对应的期望输入 $\mathbf{u}_d(t)$, 当系统满足期望输入 $\mathbf{u}_d(t)$ 时, 对应的状态向量 $\mathbf{x}_d(t)$ 满足

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{x}}_d(t) = \mathbf{f}(t, \mathbf{x}_d(t)) + \mathbf{u}_d(t) \\ \mathbf{y}_d(t) = \mathbf{C}(t) \mathbf{x}_d(t) \end{cases} \quad (3-5)$$

针对系统(3-1), 为便于说明本文所提控制算法的有效性, 并且可达到加速修正初态误差的效果, 这里给出以下相关引理。

引理 3-1: 在 $t \in [0, T]$ 上, 假设存在非负连续函数 $\mathbf{x}(t)$ 和 $\mathbf{u}(t)$, 且有 $a \geq 0$, 若满足

$$\mathbf{u}(t) \leq c + \int_0^t (a\mathbf{u}(\tau) + b\mathbf{x}(\tau)) d\tau \quad (3-6)$$

则由 Bellman-Gronwall 定理知

$$\mathbf{u}(t) \leq ce^{at} + \int_0^t e^{a(t-\tau)} b\mathbf{x}(\tau) d\tau \quad (3-7)$$

引理 3-2: 在 $t \in [0, T]$ 上, 若有向量函数 $f(t)$ 和 $h(t)$, 满足

$$h(t) = \int_0^t e^{a(t-\tau)} f(\tau) d\tau \quad (3-8)$$

则当 $\lambda > a$ 时, 有

$$\|h\|_\lambda \leq \frac{1 - e^{(a-\lambda)T}}{\lambda - a} \|f\|_\lambda \quad (3-9)$$

引理 3-3: 若存在实数序列 $\{a_k\}$ 使得 $pa_k + qa_{k+1} \leq d_k$, $k \in (1, 2, 3, \dots)$, 其中 $\{d_k\}$ 是已知实数扰动序列, 假设 $p > -q \geq 0$, 则 $d_k \leq \bar{d}$ 代表

$$\begin{cases} a_k \leq a_0 + \frac{\bar{d}}{p+q} \\ \limsup_{k \rightarrow \infty} a_k \leq \frac{\bar{d}}{p+q} \end{cases} \quad (3-10)$$

3.3 带加速项的迭代学习控制器设计

针对在有限时间 $t \in [0, T]$ 内重复运行的时变非线性系统(3-1), 设计带初始误差修正的闭环 D 型快速迭代学习控制器, 以实现系统快速轨迹跟踪的效果。定义系统第 k 次的跟踪误差为

$$e_k(t) = y_d(t) - y_k(t) \quad (3-11)$$

式中, $y_d(t)$ 和 $y_k(t)$ 分别表示系统第 k 次迭代的期望轨迹和系统输出。

本节所设计的带初始误差修正的闭环 D 型快速 ILC 律为

$$u_{k+1}(t) = u_k(t) + k(t)\dot{e}_{k+1}(t) + \delta_k(t)X_k(0) \quad (3-12)$$

其中, $k(t)$ 代表微分增益矩阵。

另外, 加速项 $\delta_k(t)$ 的设计如下

$$\delta_k(t) = \begin{cases} \frac{2}{h \cdot b^{2k} e^{-\sup|e_k(t)|}} \left(1 - \frac{1}{h \cdot b^{2k} e^{-\sup|e_k(t)|}} t \right), & t \in [0, h \cdot b^{2k} e^{-\sup|e_k(t)|}] \\ 0, & t \in [h \cdot b^{2k} e^{-\sup|e_k(t)|}, T] \end{cases} \quad (3-13)$$

式中, $0 < b < 1$, $0 < h < T$ 为给定的控制器参数。

对于任意有界的初态引入变形的初态学习律

$$X_k(0) = k(0)e_k(0) + x_k(0) - x_{k+1}(0) \quad (3-14)$$

在本设计中, 将传统的带有初始误差修正的开环 D 型迭代学习控制器进行了改进, 并且利用 λ 范数理论及压缩映射分析法完成了系统收敛性的分析, 充分证明了

本节带误差修正的闭环D型快速迭代学习算法的正确有效性。为了更有效地调节系统第 $k+1$ 次的控制输入,引入变形的初态学习部分 $\mathbf{X}_k(0)$ 和加速项 $\delta_k(t)$ 。将 $\delta_k(t)$ 设计为与系统第 k 次的跟踪误差 $\mathbf{e}_k(t)$ 有关的时间分段函数,不仅可以使加速项 $\delta_k(t)$ 更直接地响应系统变化,还能够间接地调节系统第 $k+1$ 次的控制输入。当系统不稳定时,系统误差 $\mathbf{e}_k(t)$ 较大, $e^{-\sup|e_k(t)|}$ 减小,从而对系统初始状态的修正时间起到一定限制作用,提高系统的控制性能。

3.4 λ 范数意义下系统收敛性分析

定理 3-1: 对于满足假设 3-1~假设 3-4 的系统(3-1),给定期望轨迹 $\mathbf{y}_d(t)$,那么在迭代学习控制律(3-12)的作用下,当迭代次数 k 趋于无穷大时,在 λ 范数意义下有:

1) 当 $t \in [0, h \cdot b^{2k} e^{-\sup|e_k(t)|}]$ 时,受状态初值偏差的影响,导致系统实际输出不能实现跟踪期望轨迹的目标;

2) 在时间段 $t \in [h \cdot b^{2k} e^{-\sup|e_k(t)|}, T]$ 内,当 $t = h \cdot b^{2k} e^{-\sup|e_k(t)|}$ 时,状态初值偏差不再对系统实现轨迹跟踪产生影响,且系统跟踪误差逐渐收敛到一个很小的界内,系统输出实现跟踪期望轨迹的目标。

证明 由系统式(3-1)及假设 3-4 得

$$\begin{aligned} \Delta \dot{\mathbf{x}}_{k+1}(t) &= \dot{\mathbf{x}}_d(t) - \dot{\mathbf{x}}_{k+1}(t) \\ &= (\mathbf{f}(\mathbf{x}_d(t), t) - \mathbf{f}(\mathbf{x}_{k+1}(t), t)) + (\mathbf{u}_d(t) - \mathbf{u}_{k+1}(t)) - \boldsymbol{\varphi}_{k+1}(t) \end{aligned} \quad (3-15)$$

将式(3-15)两侧均取积分

$$\begin{aligned} \int_0^t \Delta \dot{\mathbf{x}}_{k+1}(\tau) d\tau &= \int_0^t ((\mathbf{f}(\mathbf{x}_d(\tau), \tau) - \mathbf{f}(\mathbf{x}_{k+1}(\tau), \tau)) + (\mathbf{u}_d(\tau) - \mathbf{u}_{k+1}(\tau)) \\ &\quad - \boldsymbol{\varphi}_{k+1}(\tau)) d\tau \end{aligned} \quad (3-16)$$

化简得

$$\begin{aligned} \Delta \mathbf{x}_{k+1}(t) &= \Delta \mathbf{x}_{k+1}(0) + \int_0^t ((\mathbf{f}(\mathbf{x}_d(\tau), \tau) - \mathbf{f}(\mathbf{x}_{k+1}(\tau), \tau)) \\ &\quad + (\mathbf{u}_d(\tau) - \mathbf{u}_{k+1}(\tau)) - \boldsymbol{\varphi}_{k+1}(\tau)) d\tau \end{aligned} \quad (3-17)$$

将式(3-17)两边均取范数

$$\begin{aligned} \|\Delta \mathbf{x}_{k+1}(t)\| &= \|\Delta \mathbf{x}_{k+1}(0)\| + \int_0^t (\|\mathbf{f}(\mathbf{x}_d(\tau), \tau) - \mathbf{f}(\mathbf{x}_{k+1}(\tau), \tau)\| \\ &\quad + \|\mathbf{u}_d(\tau) - \mathbf{u}_{k+1}(\tau)\| + \|\boldsymbol{\varphi}_{k+1}(\tau)\|) d\tau \end{aligned} \quad (3-18)$$

式(3-18)化简整理得

$$\begin{aligned}\|\Delta \mathbf{x}_{k+1}(t)\| &= \|\Delta \mathbf{x}_{k+1}(0)\| + \int_0^t \left(\|f(\mathbf{x}_d(\tau), \tau) - f(\mathbf{x}_{k+1}(\tau), \tau)\| \right. \\ &\quad \left. + \|\mathbf{u}_d(\tau) - \mathbf{u}_{k+1}(\tau)\| \right) d\tau + \int_0^t \|\boldsymbol{\phi}_{k+1}(\tau)\| d\tau\end{aligned}\quad (3-19)$$

由假设 3-1、假设 3-2 和假设 3-3，可将式(3-19)简化为

$$\begin{aligned}\|\Delta \mathbf{x}_{k+1}(t)\| &\leq b_0 + b_\varphi T + \int_0^t \left(C_f \|\mathbf{x}_d(\tau) - \mathbf{x}_{k+1}(\tau)\| \right. \\ &\quad \left. + \|\Delta \mathbf{u}_{k+1}(\tau)\| \right) d\tau \\ &\leq b_0 + b_\varphi T + \int_0^t \left(C_f \|\Delta \mathbf{x}_{k+1}(\tau)\| + \|\Delta \mathbf{u}_{k+1}(\tau)\| \right) d\tau\end{aligned}\quad (3-20)$$

结合引理 3-1，式(3-20)可进一步写作

$$\begin{aligned}\|\Delta \mathbf{x}_{k+1}(t)\| &\leq (b_0 + b_\varphi T) e^{C_f t} + \int_0^t e^{C_f(t-\tau)} \|\Delta \mathbf{u}_{k+1}(\tau)\| d\tau \\ &\leq b_1 e^{C_f t} + \int_0^t e^{C_f(t-\tau)} \|\Delta \mathbf{u}_{k+1}(\tau)\| d\tau\end{aligned}\quad (3-21)$$

式中， $b_1 = b_0 + b_\varphi T$ ， $b_1 \geq 0$ 。

已知 λ 范数的定义为 $\|\Delta \mathbf{u}_{k+1}(t)\| e^{-\lambda t} = \|\Delta \mathbf{u}_{k+1}(t)\|_\lambda$ ，则将式(3-21)两边同乘 $e^{-\lambda t}$ 可得

$$\begin{aligned}\|\Delta \mathbf{x}_{k+1}(t)\|_\lambda &\leq b_1 e^{(C_f - \lambda)t} + \int_0^t e^{(C_f - \lambda)(t-\tau)} \|\Delta \mathbf{u}_{k+1}(\tau)\|_\lambda e^{-\lambda \tau} d\tau \\ &\leq b_1 e^{(C_f - \lambda)t} + \int_0^t e^{(C_f - \lambda)(t-\tau)} \|\Delta \mathbf{u}_{k+1}(\tau)\|_\lambda d\tau\end{aligned}\quad (3-22)$$

由引理 3-2 得

$$\begin{aligned}\|\Delta \mathbf{x}_{k+1}(t)\|_\lambda &\leq b_1 e^{(C_f - \lambda)t} + \frac{1 - e^{(C_f - 2\lambda)T}}{2\lambda - C_f} \|\Delta \mathbf{u}_{k+1}(\tau)\|_\lambda \\ &\leq \xi + \sigma \|\Delta \mathbf{u}_{k+1}(\tau)\|_\lambda\end{aligned}\quad (3-23)$$

式中， $\xi = b_1 e^{(C_f - \lambda)t}$ ， $\sigma = \left(1 - e^{(C_f - 2\lambda)T}\right) / (2\lambda - C_f)$ 。

又由 $\Delta \mathbf{u}_{k+1}(t) = \mathbf{u}_d(t) - \mathbf{u}_{k+1}(t)$ ， $\mathbf{u}_d(t) = \Delta \mathbf{u}_k(t) + \mathbf{u}_k(t)$ ，可知

$$\Delta \mathbf{u}_{k+1}(t) = \Delta \mathbf{u}_k(t) + \mathbf{u}_k(t) - \mathbf{u}_{k+1}(t)\quad (3-24)$$

将控制律式(3-12)代入式(3-24)可得

$$\begin{aligned}\Delta \mathbf{u}_{k+1}(t) &= \Delta \mathbf{u}_k(t) - (\mathbf{u}_{k+1}(t) - \mathbf{u}_k(t)) \\ &= \Delta \mathbf{u}_k(t) - k(t) \dot{\mathbf{e}}_{k+1}(t) - \delta_k(t) \mathbf{X}_k(0)\end{aligned}\quad (3-25)$$

当 $t \in [h \cdot b^{2k} e^{-\sup |e_k(t)|}, T]$ 时，由式(3-13)可知

$$\delta_k(t) = 0\quad (3-26)$$

此时，式(3-25)可简化为

$$\Delta \mathbf{u}_{k+1}(t) = \Delta \mathbf{u}_k(t) - k(t) \dot{\mathbf{e}}_{k+1}(t)\quad (3-27)$$

由系统(3-1)及式(3-5)得

$$\begin{aligned} \mathbf{e}_{k+1}(t) &= \mathbf{y}_d(t) - \mathbf{y}_{k+1}(t) \\ &= C(t)\mathbf{x}_d(t) - C(t)\mathbf{x}_{k+1}(t) - \mathbf{V}_{k+1}(t) \\ &= C(t)\Delta\mathbf{x}_{k+1}(t) - \mathbf{V}_{k+1}(t) \end{aligned} \quad (3-28)$$

式(3-28)两边同时取导数得

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{e}}_{k+1}(t) &= \dot{\mathbf{y}}_d(t) - \dot{\mathbf{y}}_{k+1}(t) \\ &= \dot{C}(t)\Delta\mathbf{x}_{k+1}(t) + C(t)\Delta\dot{\mathbf{x}}_{k+1}(t) - \dot{\mathbf{V}}_{k+1}(t) \end{aligned} \quad (3-29)$$

将式(3-15)代入式(3-29)得

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{e}}_{k+1}(t) &= \dot{C}(t)\Delta\mathbf{x}_{k+1}(t) + C(t)\left[\mathbf{f}(\mathbf{x}_d(t), t) - \mathbf{f}(\mathbf{x}_{k+1}(t), t)\right] \\ &\quad + (\mathbf{u}_d(t) - \mathbf{u}_{k+1}(t)) - \boldsymbol{\varphi}_{k+1}(t) - \dot{\mathbf{V}}_{k+1}(t) \end{aligned} \quad (3-30)$$

将式(3-30)代入式(3-27)，且两边同时取范数，可得

$$\begin{aligned} \|\Delta\mathbf{u}_{k+1}(t)\| &= \|\Delta\mathbf{u}_k(t)\| - \|k(t)\dot{C}(t)\Delta\mathbf{x}_{k+1}(t)\| \\ &\quad - \|k(t)C(t)\|\|\mathbf{f}(\mathbf{x}_d(t), t) - \mathbf{f}(\mathbf{x}_{k+1}(t), t)\| \\ &\quad + \|\mathbf{u}_d(t) - \mathbf{u}_{k+1}(t)\| - \|\boldsymbol{\varphi}_{k+1}(t)\| - \|k(t)\dot{\mathbf{V}}_{k+1}(t)\| \end{aligned} \quad (3-31)$$

利用假设 3-1 和假设 3-3，可将式(3-31)简化为

$$\begin{aligned} \|\Delta\mathbf{u}_{k+1}(t)\| &\leq \|\Delta\mathbf{u}_k(t)\| + C_k C_{C_2} \|\Delta\mathbf{x}_{k+1}(t)\| + C_k C_{C_1} (C_f \|\Delta\mathbf{x}_{k+1}(t)\| \\ &\quad + \|\Delta\mathbf{u}_{k+1}(t)\| + b_\varphi) \\ &= \|\Delta\mathbf{u}_k(t)\| + (C_k C_{C_2} + C_k C_{C_1} C_f) \|\Delta\mathbf{x}_{k+1}(t)\| \\ &\quad + C_k C_{C_1} \|\Delta\mathbf{u}_{k+1}(t)\| + C_k C_{C_1} b_\varphi + C_k b_{V_2} \end{aligned} \quad (3-32)$$

这里 $C_k = \sup_{0 \leq t \leq T} \|k(t)\|$ ， $C_{C_1} = \sup_{0 \leq t \leq T} \|C(t)\|$ ， $C_{C_2} = \sup_{0 \leq t \leq T} \|\dot{C}(t)\|$ 。

将式(3-32)两边同时乘 $e^{-\lambda t}$ ， $\lambda > 0$ ，并且取 $t \in [0, T]$ 上的最大值得

$$\begin{aligned} \|\Delta\mathbf{u}_{k+1}(t)\|_\lambda &\leq \|\Delta\mathbf{u}_k(t)\|_\lambda + (C_k C_{C_2} + C_k C_{C_1} C_f) \|\Delta\mathbf{x}_{k+1}(t)\|_\lambda \\ &\quad + C_k C_{C_1} \|\Delta\mathbf{u}_{k+1}(t)\|_\lambda + C_k C_{C_1} b_\varphi + C_k b_{V_2} \end{aligned} \quad (3-33)$$

将式(3-23)代入式(3-33)得

$$\begin{aligned} \|\Delta\mathbf{u}_{k+1}(t)\|_\lambda &\leq \|\Delta\mathbf{u}_k(t)\|_\lambda + (C_k C_{C_2} + C_k C_{C_1} C_f) (\xi + \|\Delta\mathbf{u}_{k+1}(t)\|_\lambda) \\ &\quad + C_k C_{C_1} \|\Delta\mathbf{u}_{k+1}(t)\|_\lambda + \varepsilon \end{aligned} \quad (3-34)$$

式中， $\varepsilon = C_k C_{C_1} b_\varphi + C_k b_{V_2}$ 。

式(3-34)可进一步化简为

$$\|\Delta\mathbf{u}_{k+1}(t)\|_\lambda \leq \omega \|\Delta\mathbf{u}_k(t)\|_\lambda + \beta \quad (3-35)$$

这里, $\omega = 1 / (1 - \sigma(C_k C_{C_2} + C_k C_{C_1} C_f) - C_k C_{C_1})$,

$$\beta = (\varepsilon + \xi(C_k C_{C_2} + C_k C_{C_1} C_f)) / (1 - \sigma(C_k C_{C_2} + C_k C_{C_1} C_f) - C_k C_{C_1}).$$

选择合适的参数 λ 和 C_k , 满足 $\omega < 1$, 由引理 3-3 可将式(3-35)简化为

$$\limsup_{k \rightarrow \infty} \|\Delta \mathbf{u}_{k+1}(t)\|_{\lambda} \leq \frac{\beta}{1 - \omega} \quad (3-36)$$

再将式(3-36)代入式(3-23)得

$$\limsup_{k \rightarrow \infty} \|\Delta \mathbf{x}_{k+1}(t)\|_{\lambda} \leq \xi + \sigma \frac{\beta}{1 - \omega} \quad (3-37)$$

将式(3-28)两边取范数且同时乘以 $e^{-\lambda t}$, $\lambda > 0$, 取 $t \in [0, T]$ 上的最大值, 结合假设 3-3 可得

$$\|\mathbf{e}_{k+1}(t)\|_{\lambda} \leq C_{C_1} \|\Delta \mathbf{x}_{k+1}(t)\|_{\lambda} + b_{V_1} \quad (3-38)$$

将式(3-37)代入式(3-38), 得到

$$\lim_{k \rightarrow \infty} \|\mathbf{e}_{k+1}(t)\|_{\lambda} \leq C_{C_1} \left(\xi + \sigma \frac{\beta}{1 - \omega} \right) + b_{V_1} \quad (3-39)$$

即

$$\limsup_{k \rightarrow \infty} \|\mathbf{e}_{k+1}(t)\|_{\lambda} \leq C_{C_1} \left(\xi + \sigma \frac{\beta}{1 - \omega} \right) + b_{V_1} \quad (3-40)$$

以上证明充分说明, 当迭代次数 $k \rightarrow \infty$ 时, 选取合适参数 λ 及任意有界 b_0 , 系统的输出跟踪误差总能收敛于一个球域内, 其收敛界限是由 C_{C_1} 的取值、不确定的外界干扰(b_{φ} 、 b_{V_1} 和 b_{V_2})及系统自身不确定性决定的。假设忽略系统不确定性外界干扰, 即 $b_{\varphi} = 0$ 、 $b_{V_1} = b_{V_2} = 0$ 且 $b_0 = 0$, 则 $\xi = 0$ 、 $\beta = 0$, 进而当 $k \rightarrow \infty$ 时, 系统的跟踪误差收敛于 0。

接下来分析在时间段 $t \in [0, T]$ 内, 随着迭代次数 k 的增加, 该算法如何缩短因初态误差导致的系统输出 $\mathbf{y}_k(t)$ 不能跟踪期望轨迹 $\mathbf{y}_d(t)$ 的时间, 即该算法如何加快收敛速度。

当 $t \in [0, h \cdot b^{2k} e^{-\sup|e_k(t)|})$ 时, 有

$$\begin{aligned} \int_0^t \delta_k(\tau) d\tau - 1 &= -\left(\frac{1}{b^{2k} e^{-\sup|e_k(t)|}} \right)^2 t^2 + 2 \left(\frac{1}{b^{2k} e^{-\sup|e_k(t)|}} \right) t - 1 \\ &= -\left(\frac{1}{b^{2k} e^{-\sup|e_k(t)|}} t - 1 \right)^2 \end{aligned} \quad (3-41)$$

当 $t \notin [0, h \cdot b^{2k} e^{-\sup|e_k(t)|})$, 但 t 在时间段 $[0, T]$ 内时, $\delta_k(t) = 0$, 且满足

$$\int_0^{b^{2k}e^{-\sup|e_k(t)|}} \delta_k(\tau) d\tau = 1 \quad (3-42)$$

同时 $h \cdot b^{2k}e^{-\sup|e_k(t)|}$ 作为迭代周期内的时间分界点, 且常数 b 和指数函数项 $e^{-\sup|e_k(t)|}$ 均满足大于 0 且小于 1, 可以使 $h \cdot b^{2k}e^{-\sup|e_k(t)|}$ 随迭代次数的增加而不断减小, 因此, 当 $k \rightarrow \infty$ 时, 有 $\lim_{k \rightarrow \infty} b^{2k}e^{-\sup|e_k(t)|} = 0$, 即 $t \in [h \cdot b^{2k}e^{-\sup|e_k(t)|}, T] \rightarrow [0, T]$, 从而缩短了初始误差修正的时间, 使系统输出跟踪期望输出的时间提前, 起到加快系统收敛速度的作用。

3.5 仿真验证

为验证带初始误差修正的闭环 D 型快速 ILC 策略有效性, 将其应用于式(3-1)所示的非线性系统^[12,67]并进行仿真验证。

式(3-1)中各参数设定情况如下:

首先取 $\mathbf{x}_k(t) = [x_1(t) \ x_2(t)]^T$, 则有

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{x}}_k(t) = \begin{bmatrix} -0.5 \sin(x_1) + 0.8 \cos(x_2) \\ \sin(x_1 x_2) \end{bmatrix} + \mathbf{u}_k(t) + \boldsymbol{\varphi}_k(t) \\ \mathbf{y}_k(t) = \mathbf{C}(t) \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + \mathbf{V}_k(t) \end{cases}$$

其中,

$$\boldsymbol{\varphi}_k(t) = \begin{bmatrix} \varphi_1(t) \\ \varphi_2(t) \end{bmatrix} = [0.3 \sin(t) + 0.1 \text{rand}(0,1) \cos(t) \quad 0.3 \sin(5t) + 0.2 \text{rand}(0,1) \cos(t)]^T,$$

且 $\mathbf{V}_k(t) = 0.1 \text{rand}(0,1) \sin(t)$, $\mathbf{C}(t) = [0.5t + 0.1 \quad 1.2]$ 。

每次迭代时间为 1s, 即 $t \in [0, 1]$, 且将期望轨迹设定为 $\mathbf{y}_d(t) = 10.6(t - t^2) - 0.35$, 系统的初始状态 $\mathbf{x}_k(0)$ 在 $[0, 0.5]$ 之间生成, 初始控制输入 $\mathbf{u}_0(t)$ 由 rand 函数随机产生, 取 $\mathbf{k}(t) = (\mathbf{C}(t))^T [\mathbf{C}(t)(\mathbf{C}(t))^T]^{-1}$ 且控制器参数取 $h = 0.07$, $b = 0.998$ 。仿真结果如图 3-1~3-4 所示。

图 3-1 和图 3-2 均为系统输出跟踪曲线, 其中期望轨迹与实际输出分别用红色实线和蓝色点划线、蓝色虚线、蓝色点线、蓝色实线表示, 图中分别给出了迭代次数 k 为 5、10、20、30 时的实际输出曲线。同时, 由于系统在 $t \in [0, h \cdot b^{2k}e^{-\sup|e_k(t)|}]$ 时间段内正处于初始误差修正的过程, 系统输出无法跟踪上期望输出, 因此给出系统在 $t \in [h \cdot b^{2k}e^{-\sup|e_k(t)|}, T]$ 阶段内的最大跟踪误差曲线如图 3-3 和图 3-4 所示。

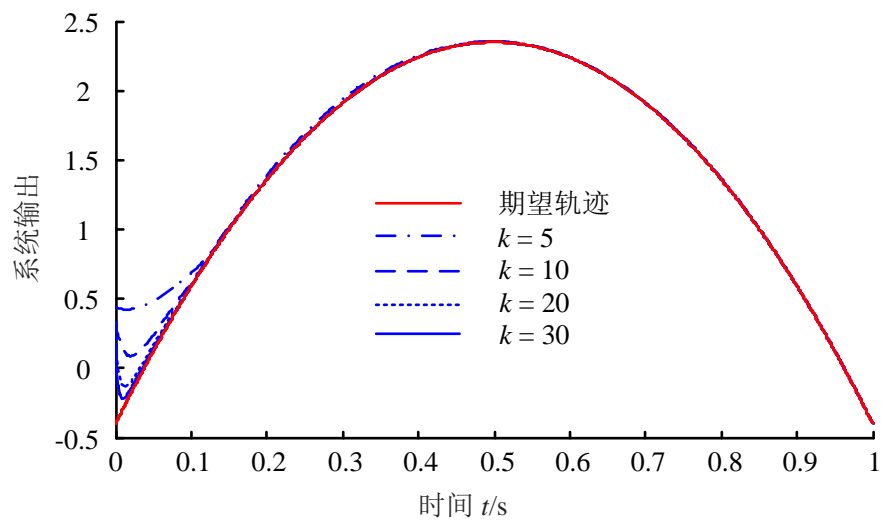


图 3-1 带加速项的系统输出跟踪曲线

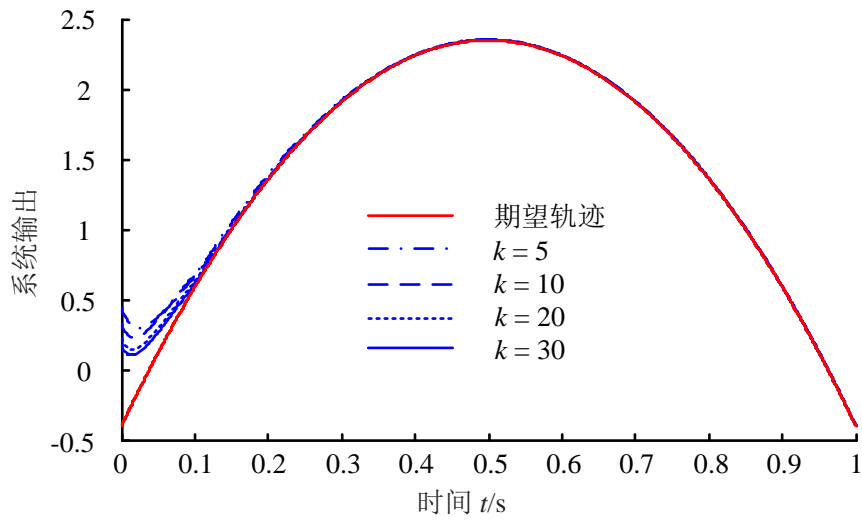


图 3-2 不带加速项的系统输出跟踪曲线

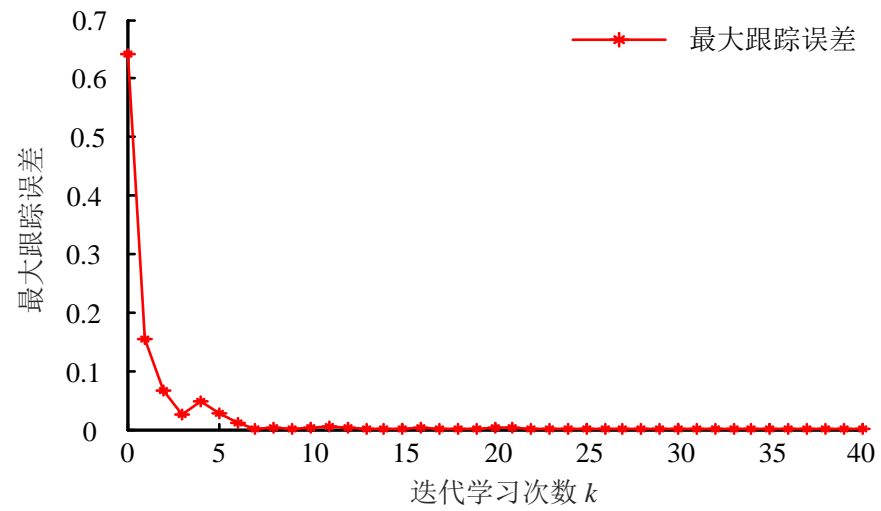


图 3-3 40 次迭代的最大跟踪误差曲线(闭环 D 型)

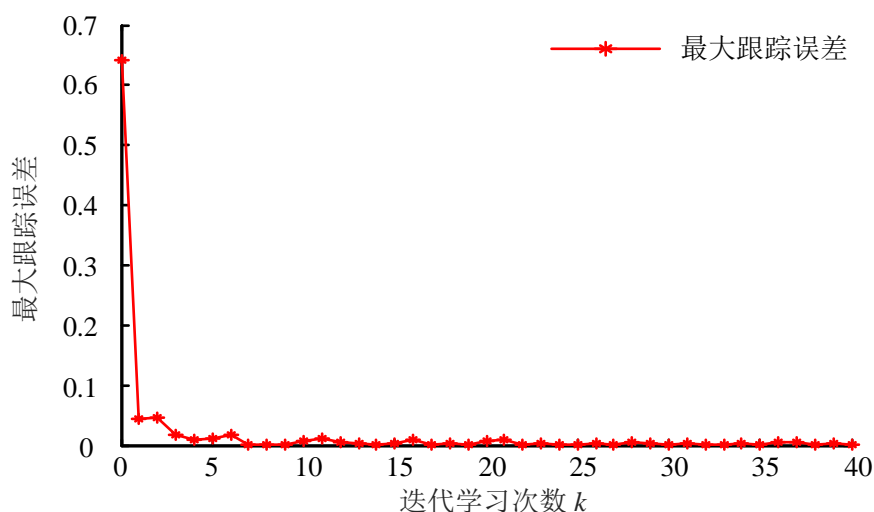


图 3-4 40 次迭代的最大跟踪误差曲线(开环 D 型)

图 3-1 为控制器中带有 $b^{2k} e^{-\sup|e_k(t)|}$ 项的输出跟踪曲线, 作为对比, 在系统具有相同参数和外界干扰的前提下, 图 3-2 为在本章控制策略基础上去掉 $b^{2k} e^{-\sup|e_k(t)|}$ 项的输出跟踪曲线, 即常规不带加速项的带初始误差修正的 ILC 策略。现分别在两个时间段内对仿真结果进行分析:

首先, 当 $t \in [0, h \cdot b^{2k} e^{-\sup|e_k(t)|}]$ 时, 通过对比图 3-1 和图 3-2 可知, 系统在第 5、10、20、30 次迭代时, 系统输出经过一段时间的调节最终都可以收敛到期望轨迹, 但图 3-2 中的输出随迭代次数的增加, 实际输出跟踪期望输出所用的时间会越来越短。有效表明本章将带有输出误差的时间分段函数设计到控制律中, 起到了加快系统收敛速度的作用。即随迭代次数的增加, 初始误差修正的时间在缩短, 进而加快收敛速度。

其次, 当 $t \in [h \cdot b^{2k} e^{-\sup|e_k(t)|}, T]$ 时, 通过观察控制律式(3-13)可知: $\delta_k(t)=0$, 此时本章所提控制策略可看作经典的闭环 D 型 ILC 控制, 而传统带初始误差修正的 ILC 则转化为经典开环 D 型 ILC 控制。因此, 在 $t \in [h \cdot b^{2k} e^{-\sup|e_k(t)|}, T]$ 时间段内, 本文的控制律相比于常规带初始误差修正的 ILC 策略, 已变换为经典的闭环和开环 ILC 策略。为提高本文所提算法的严谨性, 图 3-3 和图 3-4 均给出了 40 次迭代过程的最大跟踪误差。通过观察图 3-3 可知, 系统在完成第 6 次迭代后, 考虑状态和输出干扰量, 最大跟踪误差基本收敛于一个接近零的极小范围内, 并持续表现出良好的跟踪性能。同时观察图 3-4 可知, 系统在第 6 次迭代完成后, 最大跟踪误差也已基本满足收敛性能, 但在第 6 到 40 次迭代过程中表现出了一定的不稳定性和不精确性。

3.6 本章小结

本章针对一类带外界干扰量的时变非线性系统在含有外界扰动情况下的轨迹跟踪控制问题，提出了一种带初始误差修正的闭环 D 型快速 ILC 策略，算法的主要创新点是将闭环 D 型算法引入到传统的带初始误差修正的迭代学习算法中，并且给出了严格的收敛性分析过程，提高了算法控制性能。另外，将关于 $e_k(t)$ 的指数函数加入到控制器的时间分段函数设计中，即将系统动态变化的输出误差加入到初始误差的修正过程，进而通过设计加速项 $\delta_k(t)$ ，使系统在相应时间内收敛速度更快，跟踪效果更好。通过 λ 范数理论及压缩映射的分析方法对其收敛性进行了分析，仿真实验表明该算法可以实现轨迹跟踪控制的目标。

第4章 基于初态学习和遗忘因子的指数变增益快速迭代学习控制研究

4.1 引言

从本质上讲, ILC 属于前馈控制技术, 具有重复运行的特点。大多数的控制律一般都可以证得其收敛性, 但并不能保证较快的收敛速度, 而 ILC 却可以利用多次迭代过程得到的先验知识储备来调节后续迭代过程的速度。针对可重复运行且带外界干扰量的复杂时变非线性系统, 常规的 ILC 算法^[68-70]并不能满足工业生产过程中的收敛速度要求。因此, 对于如何解决系统收敛速较慢、跟踪精度不高以及如何达到工业生产需求问题的研究具有重要意义。

本章针对带外界干扰量的时变非线性系统设计了一种改进的带遗忘因子的 PD 型 ILC 策略, 通过算子理论和谱半径法分析了算法收敛性, 并且理论分析结果表明系统最终跟踪误差不受初始控制量的影响。将学习增益设计为指数增益形式, 可以减小系统跟踪误差, 提高控制精度, 采用初态学习律来放宽收敛条件, 以增强算法实用性, 同时结合 P 型和 D 型两种算法的优势, 提高系统的控制性能。将控制器应用于二关节机械臂的跟踪控制研究中, 通过仿真实验进行算法验证。

4.2 系统问题描述

考虑如下带外界干扰量的时变非线性系统^[71]

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{f}(t, \mathbf{x}(t)) + \mathbf{B}(t)\mathbf{u}(t) + \boldsymbol{\varphi}(t) \\ \mathbf{y}(t) = \mathbf{C}(t)\mathbf{x}(t) + \mathbf{V}(t) \end{cases} \quad (4-1)$$

式中, $t \in [0, T]$ 连续有界, $\mathbf{x}(t) \in \mathbf{R}^n$, $\mathbf{u}(t) \in \mathbf{R}^m$, $\mathbf{y}(t) \in \mathbf{R}^r$ 分别代表系统状态、输入及输出向量, $\boldsymbol{\varphi}(t) \in \mathbf{R}^n$, $\mathbf{V}(t) \in \mathbf{R}^r$ 为状态和输出干扰量, $\mathbf{f}(t, \mathbf{x}(t))$ 为非线性函数, $\mathbf{B}(t)$, $\mathbf{C}(t)$ 为适当维数的常数矩阵。

考虑系统式(4-1)在 $t \in [0, T]$ 内具有重复运行性质, 引入角标 k , 且 $k = 1, 2, 3, \dots$ 作为迭代次数, 则具有重复运行性质的系统式(4-1)可写为

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{x}}_k(t) = \mathbf{f}(t, \mathbf{x}_k(t)) + \mathbf{B}(t)\mathbf{u}_k(t) + \boldsymbol{\varphi}_k(t) \\ \mathbf{y}_k(t) = \mathbf{C}(t)\mathbf{x}_k(t) + \mathbf{V}_k(t) \end{cases} \quad (4-2)$$

在控制器设计之前, 假设系统式(4-1)在连续时间 $t \in [0, T]$ 上均满足以下假设条件

假设 4-1: 在 $t \in [0, T]$ 上, 对于 $\mathbf{x}_1(t), \mathbf{x}_2(t) \in \mathbf{R}^n$, 存在正常数 k_f 使得

$$\|\mathbf{f}(t, \mathbf{x}_1(t)) - \mathbf{f}(t, \mathbf{x}_2(t))\| \leq k_f \|\mathbf{x}_1(t) - \mathbf{x}_2(t)\| \quad (4-3)$$

即光滑函数 $\mathbf{f}(t, \mathbf{x}(t))$ 满足 Lipschitz 条件。

假设 4-2: 相邻状态干扰量限制在一个界内, b_φ 代表其界, 可表示为

$$\|\boldsymbol{\varphi}_{k+1}(t) - \boldsymbol{\varphi}_k(t)\| \leq b_\varphi \quad (4-4)$$

假设 4-3: 相邻输出干扰量限制在一个界内, b_v 代表其界, 可表示为

$$\|\mathbf{V}_{k+1}(t) - \mathbf{V}_k(t)\| \leq b_v \quad (4-5)$$

假设 4-4: 期望轨迹 $\mathbf{y}_d(t)$ 连续。

假设 4-5: $\mathbf{B}(t)$ 和 $\mathbf{C}(t)$ 均有界, $t \in [0, T]$ 。

假设 4-6: 系统第 k 次的初态满足 $\|\mathbf{x}_d(0) - \mathbf{x}_k(0)\| \leq b_0$ 。

假设 4-7: $\mathbf{u}_1(t) = \lambda \mathbf{u}_0(t) + \mathbf{H}(t)(\mathbf{e}_0(t) + \dot{\mathbf{e}}_0(t))$ 。

4.3 带初态学习律的快速迭代学习控制器设计

首先, 定义系统输出误差 $\mathbf{e}_k(t)$ 为

$$\mathbf{e}_k(t) = \mathbf{y}_d(t) - \mathbf{y}_k(t) \quad (4-6)$$

针对系统式(4-2), 设计一种基于初态学习和遗忘因子的指数变增益开环 PD 型迭代学习控制器

$$\mathbf{u}_{k+1}(t) = \alpha \mathbf{u}_k(t) + (1 - \alpha) \mathbf{u}_{k-1}(t) + \mathbf{H}(t)(\mathbf{e}_k(t) + \dot{\mathbf{e}}_k(t)) \quad (4-7)$$

其中, 遗忘因子 $0 \leq \alpha < 1$, 增益 $\mathbf{H}(t) = e^{\lambda t} \boldsymbol{\Gamma} (\lambda > 0)$, $\boldsymbol{\Gamma}$ 是适当维数的定常增益矩阵。

初态学习律

$$\mathbf{x}_{k+1}(0) = \mathbf{B}(0)\mathbf{H}(0)\mathbf{e}_k(0) + \mathbf{x}_k(0) \quad (4-8)$$

由于指数变增益的加入, 使得 $\mathbf{x}_{k+1}(0) = \mathbf{B}(0)\boldsymbol{\Gamma}\mathbf{e}_k(0) + \mathbf{x}_k(0)$ 。

本节设计的带遗忘因子的控制律中, 把 $\mathbf{u}_{k-1}(t)$ 作为控制变量, 改变了传统带遗忘因子的 ILC 算法中将 $\mathbf{u}_0(t)$ 作为控制变量的情况, 并且将学习增益设计为指数函数的形式, 不仅可提高算法的实时调整性能, 还可以大大加快系统收敛速度。另外, 初态学习律的加入也可以在一定程度上增强控制系统的鲁棒性, 并且该控制律可充

分发挥 P 型学习律快速调整及有效抑制噪声和 D 型学习律超前调节及预测的优势，避免了单纯 D 型控制算法分析过程中出现高阶导数的情况。综合上述特点，以达到高精度跟踪控制的效果。

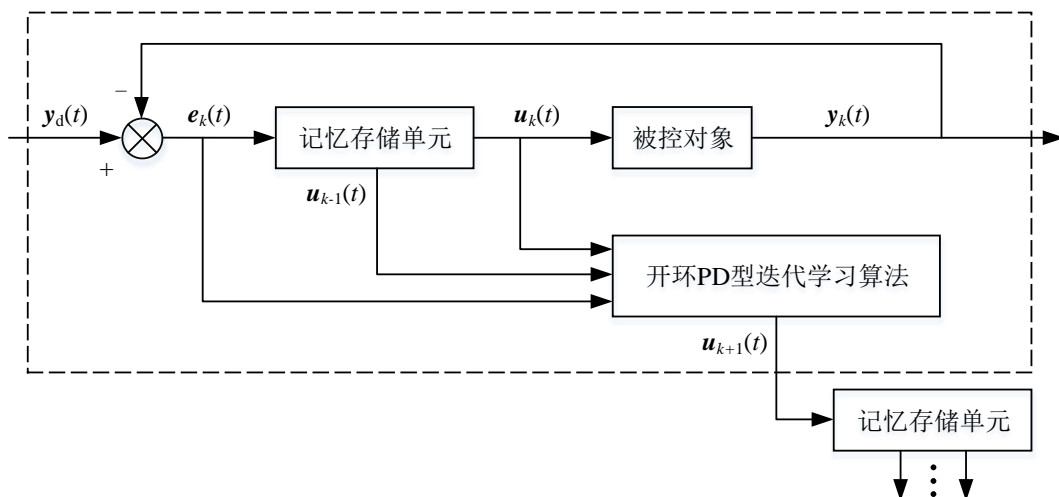


图 4-1 带遗忘因子的开环 PD 型迭代学习算法结构图

4.4 Q 算子理论下系统收敛性分析

首先，给出本节收敛性分析所用的一些引理。

引理 4-1^[72]：假设序列 $\{\mathbf{Z}_k(t)\} \subset C[0, T]$ ， $k \geq 0$ ，当 $k \rightarrow \infty$ 时，常数序列 $\{b_k\}$ 逐渐收敛于 0，则有

$$\mathbf{Z}_{k+1}(t) = \beta \mathbf{Z}_k(t) + M \left(b_{k+1} \int_0^t \mathbf{Z}_k(s) ds + L \right) \quad (4-9)$$

式中， $0 < \beta < 1$ ， M 和 L 均为任意正常数。此时，当 $k \rightarrow \infty$ 时， $\{\mathbf{Z}_k(t)\}$ 收敛于一个有限的界内，且此界与 L 有关。

引理 4-2：设在 $t \in [0, T]$ 上，有实值连续函数 $x(t)$ ， $c(t)$ 及 $a(t)$ ，且 $a(t)$ 非负，若有

$$x(t) \leq c(t) + \int_0^t a(\tau) x(\tau) d\tau, \quad t \in [0, T] \quad (4-10)$$

则

$$x(t) \leq c(t) + \int_0^t a(\tau) c(\tau) e^{\int_\tau^t a(\sigma) d\sigma} d\tau, \quad t \in [0, T] \quad (4-11)$$

引理 4-3：设常数序列 $\{b_k\}_{k \geq 0}$ ($b_k \geq 0$) 收敛于零，算子 $\mathbf{Q}: C_r[0, T] \rightarrow C_r[0, T]$ ，且满足

$$\|Q_k(u)(t)\| \leq M \left(b_k + \int_0^t \|u(s)\| ds + L \right) \quad (4-12)$$

其中： $M \geq 1$ 是常数， L 是任意正常数， $C_r[0, T]$ 的 r 维向量取最大值的范数，且 $P(t)$ 是 $r \times r$ 维连续函数矩阵，令 $P: C_r[0, T] \rightarrow C_r[0, T]$ 为 $P(u)(t) = P(t)u(t)$ ，此时，若 P 的谱半径小于1，则 $\lim_{n \rightarrow \infty} (P + Q_n)(P + Q_{n-1}) \cdots (P + Q_0)(u)(t) = ML$ 对 t 一致成立。

定理 4-1：若系统式(4-2)满足假设 4-1~假设 4-7，在学习律式(4-7)和式(4-8)作用下，若满足

$$\rho(I - C(t)B(t)H(t)) < 1, t \in [0, T] \quad (4-13)$$

则系统式(4-2)在任意有界初态下，当 $k \rightarrow \infty$ 时，输出误差 $e_k(t)$ 将收敛于一个特定的界内。

证明 由式(4-2)、式(4-7)和式(4-8)得

$$\begin{aligned} x_{k+1}(t) &= \int_0^t (\dot{x}_{k+1}(\tau) - \dot{x}_k(\tau)) d\tau + x_k(t) + x_{k+1}(0) - x_k(0) \\ &= x_k(t) + x_{k+1}(0) - x_k(0) + \int_0^t (f(s, x_{k+1}(s)) \\ &\quad - f(s, x_k(s))) ds + \int_0^t (B(s)u_{k+1}(s) - B(s)u_k(s)) ds \\ &\quad + \int_0^t (\phi_{k+1}(s) - \phi_k(s)) ds \end{aligned} \quad (4-14)$$

将式(4-14)整理得

$$\begin{aligned} x_{k+1}(t) - x_k(t) &= \int_0^t (f(\tau, x_{k+1}(\tau)) - f(\tau, x_k(\tau))) d\tau \\ &\quad - \int_0^t \frac{d[B(\tau)H(\tau)]}{d\tau} e_k(\tau) d\tau + \int_0^t B(\tau)H(\tau)e_k(\tau) d\tau \\ &\quad + B(t)H(t)e_k(t) + (1-\alpha) \int_0^t B(\tau)(u_{k-1}(\tau) - u_k(\tau)) d\tau \\ &\quad + \int_0^t (\phi_{k+1}(\tau) - \phi_k(\tau)) d\tau \end{aligned} \quad (4-15)$$

将式(4-15)两边取范数并结合假设 4-1 得

$$\begin{aligned} \|x_{k+1}(t) - x_k(t)\| &= \int_0^t \left\| \frac{d[B(\tau)H(\tau)]}{d\tau} \right\| \|e_k(\tau)\| d\tau + k_f \int_0^t \|x_{k+1}(\tau) - x_k(\tau)\| d\tau \\ &\quad + \int_0^t \|B(\tau)H(\tau)\| \|e_k(\tau)\| d\tau + \|B(t)H(t)\| \|e_k(t)\| \\ &\quad + (1-\alpha) \int_0^t \|B(\tau)\| \|u_{k-1}(\tau) - u_k(\tau)\| d\tau \\ &\quad + \int_0^t (\phi_{k+1}(\tau) - \phi_k(\tau)) d\tau \end{aligned} \quad (4-16)$$

将式(4-16)取 $t \in [0, T]$ 上的最大值，并结合引理 4-2 可得

$$\begin{aligned}
 \|\mathbf{x}_{k+1}(t) - \mathbf{x}_k(t)\| &\leq a\|\mathbf{e}_k(t)\| + (a+b_1)\int_0^t \|\mathbf{e}_k(\tau)\| d\tau \\
 &\quad + k_f \int_0^t \|\mathbf{x}_{k+1}(\tau) - \mathbf{x}_k(\tau)\| d\tau + b_\varphi T \\
 &\quad + (1-\alpha)b \int_0^t \|\mathbf{u}_{k-1}(\tau) - \mathbf{u}_k(\tau)\| d\tau \\
 &\leq a\|\mathbf{e}_k(t)\| + (a+b_1)\int_0^t \|\mathbf{e}_k(\tau)\| d\tau \\
 &\quad + \int_0^t k_f \left[a\|\mathbf{e}_k(\tau)\| + (a+b_1)\int_0^\tau \|\mathbf{e}_k(s)\| ds \right] e^{k_f(t-\tau)} d\tau \\
 &\quad + b_\varphi T + (1-\alpha)b \int_0^t \|\mathbf{u}_{k-1}(\tau) - \mathbf{u}_k(\tau)\| d\tau
 \end{aligned} \tag{4-17}$$

将式(4-17)进一步化简得

$$\begin{aligned}
 \|\mathbf{x}_{k+1}(t) - \mathbf{x}_k(t)\| &\leq a\|\mathbf{e}_k(t)\| + (a+b_1)\int_0^t \|\mathbf{e}_k(\tau)\| d\tau \\
 &\quad + ak_f e^{k_f T} \int_0^t \|\mathbf{e}_k(\tau)\| d\tau + (a+b_1)k_f T e^{k_f T} \int_0^t \|\mathbf{e}_k(\tau)\| d\tau \\
 &\quad + b_\varphi T + (1-\alpha)b \int_0^t \|\mathbf{u}_{k-1}(\tau) - \mathbf{u}_k(\tau)\| d\tau \\
 &\leq a\|\mathbf{e}_k(t)\| + M \int_0^t \|\mathbf{e}_k(\tau)\| d\tau + b_\varphi T \\
 &\quad + (1-\alpha)b \int_0^t \|\mathbf{u}_{k-1}(\tau) - \mathbf{u}_k(\tau)\| d\tau
 \end{aligned} \tag{4-18}$$

式中,

$$\begin{aligned}
 M &= a + b_1 + ak_f e^{k_f T} + (a+b_1)k_f T e^{k_f T} \\
 a &= \sup_{t \in [0, T]} \|\mathbf{B}(t)\mathbf{H}(t)\| \\
 b &= \sup_{t \in [0, T]} \|\mathbf{B}(t)\| \\
 b_1 &= \sup_{t \in [0, T]} \left\| \frac{d[\mathbf{B}(t)\mathbf{H}(t)]}{d\tau} \right\|
 \end{aligned}$$

由式(4-7)和假设 4-7 可得

$$\begin{aligned}
 \mathbf{u}_{k-1}(t) - \mathbf{u}_k(t) &= (-1)^{k-1} (1-\alpha)^k \mathbf{u}_0(t) \\
 &\quad - \sum_{n=0}^{k-1} (-1)^{k-n-1} (1-\alpha)^{k-n-1} \mathbf{H}(t)(\mathbf{e}_n(t) + \dot{\mathbf{e}}_n(t))
 \end{aligned} \tag{4-19}$$

又有

$$\begin{aligned}
 &\left\| \sum_{n=0}^{k-1} (-1)^{k-n-1} (1-\alpha)^{k-n-1} \mathbf{H}(t)(\mathbf{e}_n(t) + \dot{\mathbf{e}}_n(t)) \right\| \\
 &\leq \sum_{n=0}^{k-1} (1-\alpha)^{k-n} \left\| \int_0^t \mathbf{H}(\tau)(\mathbf{e}_n(\tau) + \dot{\mathbf{e}}_n(\tau)) d\tau \right\|
 \end{aligned} \tag{4-20}$$

由式(4-2)和式(4-6)可得

$$\mathbf{e}_{k+1}(t) - \mathbf{e}_k(t) = \mathbf{C}(t)(\mathbf{x}_k(t) - \mathbf{x}_{k+1}(t)) - (\mathbf{V}_{k+1}(t) - \mathbf{V}_k(t)) \quad (4-21)$$

将式(4-15)代入式(4-21)可得

$$\begin{aligned} \mathbf{e}_{k+1}(t) = & [\mathbf{I} - \mathbf{C}(t)\mathbf{B}(t)\mathbf{H}(t)]\mathbf{e}_k(t) + \mathbf{C}(t) \left[\int_0^t \frac{d[\mathbf{B}(\tau)\mathbf{H}(\tau)]}{d\tau} \mathbf{e}_k(\tau) d\tau \right. \\ & - \int_0^t (\mathbf{f}(\tau, \mathbf{x}_{k+1}(\tau)) - \mathbf{f}(\tau, \mathbf{x}_k(\tau))) d\tau - \int_0^t \mathbf{B}(\tau)\mathbf{H}(\tau)\mathbf{e}_k(\tau) d\tau \\ & - (1-\alpha) \int_0^t \mathbf{B}(\tau)(\mathbf{u}_{k-1}(\tau) - \mathbf{u}_k(\tau)) d\tau \\ & \left. - \int_0^t (\boldsymbol{\varphi}_{k+1}(\tau) - \boldsymbol{\varphi}_k(\tau)) d\tau \right] - (\mathbf{V}_{k+1}(t) - \mathbf{V}_k(t)) \end{aligned} \quad (4-22)$$

定义算子 $\mathbf{P}: \mathbf{C}_r[0, T] \rightarrow \mathbf{C}_r[0, T]$ 为

$$\mathbf{P}\mathbf{e}_k(t) = [\mathbf{I} - \mathbf{C}(t)\mathbf{B}(t)\mathbf{H}(t)]\mathbf{e}_k(t) \quad (4-23)$$

定义算子 $\mathbf{Q}_k: \mathbf{C}_r[0, T] \rightarrow \mathbf{C}_r[0, T]$ 为

$$\begin{aligned} \mathbf{Q}_k(\mathbf{e}_k)(t) = & \mathbf{C}(t) \left[\int_0^t \frac{d[\mathbf{B}(\tau)\mathbf{H}(\tau)]}{d\tau} \mathbf{e}_k(\tau) d\tau - \int_0^t \mathbf{B}(\tau)\mathbf{H}(\tau)\mathbf{e}_k(\tau) d\tau \right. \\ & - \int_0^t (\mathbf{f}(\tau, \mathbf{x}_{k+1}(\tau)) - \mathbf{f}(\tau, \mathbf{x}_k(\tau))) d\tau \\ & - (1-\alpha) \int_0^t \mathbf{B}(\tau)(\mathbf{u}_{k-1}(\tau) - \mathbf{u}_k(\tau)) d\tau \\ & \left. - \int_0^t (\boldsymbol{\varphi}_{k+1}(\tau) - \boldsymbol{\varphi}_k(\tau)) d\tau \right] \end{aligned} \quad (4-24)$$

则式(4-22)可简化为

$$\mathbf{e}_{k+1}(t) = \mathbf{P}\mathbf{e}_k(t) + \mathbf{Q}_k(\mathbf{e}_k)(t) - (\mathbf{V}_{k+1}(t) - \mathbf{V}_k(t)) \quad (4-25)$$

根基引理 4-3 可得

$$\begin{aligned} \mathbf{e}_{k+1}(t) = & (\mathbf{P} + \mathbf{Q}_k)(\mathbf{P} + \mathbf{Q}_{k-1}) \cdots (\mathbf{P} + \mathbf{Q}_0)(\mathbf{e}_0)(t) \\ & - (\mathbf{V}_{k+1}(t) - \mathbf{V}_k(t)) \end{aligned} \quad (4-26)$$

下面对 \mathbf{Q}_k 进行估计, 式(4-24)两端取范数得

$$\begin{aligned} \|\mathbf{Q}_k(\mathbf{e}_k)(t)\| \leq & cb_1 \int_0^t \|\mathbf{e}_k(\tau)\| d\tau + \|\mathbf{C}(t)\| \left\| \left\{ k_f \int_0^t \|\mathbf{x}_{k+1}(\tau) - \mathbf{x}_k(\tau)\| d\tau \right. \right. \\ & + (1-\alpha) \int_0^t \|\mathbf{B}(\tau)(\mathbf{u}_{k-1}(\tau) - \mathbf{u}_k(\tau))\| d\tau + \int_0^t \|\mathbf{B}(\tau)\mathbf{H}(\tau)\mathbf{e}_k(\tau)\| d\tau \\ & \left. \left. + \int_0^t \|\boldsymbol{\varphi}_{k+1}(\tau) - \boldsymbol{\varphi}_k(\tau)\| d\tau \right\} \right\| \end{aligned} \quad (4-27)$$

进一步化简式(4-27)得

$$\begin{aligned}
 \|\mathbf{Q}_k(\mathbf{e}_k)(t)\| &\leq cb_1 \int_0^t \mathbf{e}_k(\tau) d\tau + c \left\{ k_f \int_0^t \|\mathbf{x}_{k+1}(\tau) - \mathbf{x}_k(\tau)\| d\tau \right. \\
 &\quad + (1-\alpha)b \int_0^t \|\mathbf{u}_{k-1}(\tau) - \mathbf{u}_k(\tau)\| d\tau + a \int_0^t \|\mathbf{e}_k(\tau)\| d\tau \\
 &\quad \left. + \int_0^t \|\boldsymbol{\varphi}_{k+1}(\tau) - \boldsymbol{\varphi}_k(\tau)\| d\tau \right\} \\
 &\leq cb_1 \int_0^t \mathbf{e}_k(\tau) d\tau + ck_f \int_0^t \|\mathbf{x}_{k+1}(\tau) - \mathbf{x}_k(\tau)\| d\tau \\
 &\quad + (1-\alpha)bc \int_0^t \|\mathbf{u}_{k-1}(\tau) - \mathbf{u}_k(\tau)\| d\tau + ac \int_0^t \mathbf{e}_k(\tau) d\tau \\
 &\quad + cb_\varphi T
 \end{aligned} \tag{4-28}$$

将式(4-17)代入式(4-28)得

$$\begin{aligned}
 \|\mathbf{Q}_k(\mathbf{e}_k)(t)\| &\leq cb_1 \int_0^t \|\mathbf{e}_k(\tau)\| d\tau + ck_f \left[\int_0^t a \|\mathbf{e}_k(\tau)\| d\tau + b_\varphi T \int_0^t d\tau \right. \\
 &\quad \left. + M \int_0^t \int_0^\tau \|\mathbf{e}_k(s)\| ds d\tau + (1-\alpha)b \int_0^t \int_0^\tau \|\mathbf{u}_{k-1}(s) - \mathbf{u}_k(s)\| d\tau ds \right] \\
 &\quad + (1-\alpha)bc \int_0^t \|\mathbf{u}_{k-1}(\tau) - \mathbf{u}_k(\tau)\| d\tau + ac \int_0^t \mathbf{e}_k(\tau) d\tau + cb_\varphi T
 \end{aligned} \tag{4-29}$$

可将式(4-29)简化为

$$\begin{aligned}
 \|\mathbf{Q}_k(\mathbf{e}_k)(t)\| &\leq cb_1 \int_0^t \|\mathbf{e}_k(\tau)\| d\tau + ack_f \int_0^t \|\mathbf{e}_k(\tau)\| d\tau + ck_f MT \int_0^t \|\mathbf{e}_k(\tau)\| d\tau \\
 &\quad + ck_f b_\varphi T^2 + ck_f bT(1-\alpha) \int_0^t \|\mathbf{u}_{k-1}(\tau) - \mathbf{u}_k(\tau)\| d\tau \\
 &\quad + (1-\alpha)bc \int_0^t \|\mathbf{u}_{k-1}(\tau) - \mathbf{u}_k(\tau)\| d\tau + ac \int_0^t \mathbf{e}_k(\tau) d\tau + cb_\varphi T \\
 &\leq (ac + bc + ack_f + ck_f MT) \int_0^t \|\mathbf{e}_k(\tau)\| d\tau \\
 &\quad + (ck_f bT + cb)(1-\alpha) \int_0^t \|\mathbf{u}_{k-1}(\tau) - \mathbf{u}_k(\tau)\| d\tau \\
 &\quad + cb_\varphi T(k_f T + 1)
 \end{aligned} \tag{4-30}$$

将式(4-19)代入式(4-30)可得

$$\begin{aligned}
 \|\mathbf{Q}_k(\mathbf{e}_k)(t)\| &\leq (ac + bc + ack_f + ck_f MT) \int_0^t \|\mathbf{e}_k(\tau)\| d\tau \\
 &\quad + (ck_f bT + cb) \left[(1-\alpha)^{k+1} u_0 + (1-\alpha)^{k-n} hE \right] \\
 &\quad + cb_\varphi T(k_f T + 1) \\
 &\leq (ac + bc + ack_f + ck_f MT) \int_0^t \|\mathbf{e}_k(\tau)\| d\tau \\
 &\quad + ck_f bu_0 T(1-\alpha)^{k+1} + cbu_0 (1-\alpha)^{k+1} + cbhE(1-\alpha)^{k-n} \\
 &\quad + ck_f bhTE(1-\alpha)^{k-n} + cb_\varphi T(k_f T + 1)
 \end{aligned} \tag{4-31}$$

式中,

$$\begin{aligned}
E &= \sup_{(n,t) \in [0,k-1] \times [0,T]} \left(\int_0^t \|(\mathbf{e}_n(\tau) + \dot{\mathbf{e}}_n(\tau))\| d\tau \right) \\
u_0 &= \sup_{t \in [0,T]} \left(\int_0^t \|u_0(\tau)\| d\tau \right) \\
h &= \sup_{t \in [0,T]} H(t) \\
c &= \sup_{t \in [0,T]} C(t)
\end{aligned}$$

当 $k \rightarrow \infty$ 时, 经分析可知

$$\begin{aligned}
\lim_{k \rightarrow \infty} \|\mathbf{e}_{k+1}(t)\| &\leq cbhE(1-\alpha)^{k-n} + ck_f bhTE(1-\alpha)^{k-n} \\
&\quad + cb_\phi T(k_f T + 1) + b_v
\end{aligned} \tag{4-32}$$

算子 \mathbf{Q}_k 满足引理 3, 由式(4-25), 式(4-31)和引理 4-3 可得, 若 \mathbf{P} 的谱半径小于 1, 那么对 $\forall t \in [0, T]$, 都可得到式(4-32), 即当 $k \rightarrow \infty$, 且系统满足

$$\rho(\mathbf{I} - \mathbf{C}(t)\mathbf{B}(t)\mathbf{H}(t)) < 1, t \in [0, T]$$

时, 系统输出误差 $\mathbf{e}_k(t)$ 将收敛于一个零的邻域内。且此邻域的大小与系统的初始控制向量 $\mathbf{u}_0(t)$ 无关, 它仅受遗忘因子 α 和系统的干扰量 b_ϕ 、 b_v 的影响。当 $\alpha = 0$, $b_\phi = 0$, $b_v = 0$ 时, $\lim_{k \rightarrow \infty} \|\mathbf{e}_{k+1}(t)\|$ 收敛于 0, 当 $0 < \alpha < 1$ 时, 随迭代次数 k 的增加, 系统输出误差范围逐渐缩小。因此, 该算法具有放宽误差收敛条件、提高跟踪精度、加快收敛速度的优点。同时以上收敛性证明过程中使用的 \mathbf{Q} 算子理论及谱半径法, 相比于第 3 章中的范数理论起到了放宽收敛条件的作用。

4.5 系统模型转换

考虑一类多关节机械臂系统, 其 Lagrange 动力学模型为

$$\mathbf{M}(\mathbf{q}(t))\ddot{\mathbf{q}}(t) + \mathbf{C}(\mathbf{q}(t), \dot{\mathbf{q}}(t))\dot{\mathbf{q}}(t) + \mathbf{G}(\mathbf{q}(t)) = \boldsymbol{\tau}(t) \tag{4-33}$$

式中, 时间 t 具有连续性, \mathbf{q} 、 $\dot{\mathbf{q}}$ 及 $\ddot{\mathbf{q}} \in \mathbf{R}^n$ 为关节角位移、关节角速度及角加速度, $\mathbf{M}(\mathbf{q}(t)) \in \mathbf{R}^{n \times n}$ 、 $\mathbf{C}(\mathbf{q}(t), \dot{\mathbf{q}}(t)) \in \mathbf{R}^n$ 及 $\mathbf{G}(\mathbf{q}(t)) \in \mathbf{R}^n$ 分别为机械臂惯性矩阵、离心力和哥氏力与其它扰动形成的矢量矩阵及重力项, $\boldsymbol{\tau}(t) \in \mathbf{R}^n$ 为控制力矩。

模型式(4-33)满足以下特征:

- (1) $\mathbf{M}(\mathbf{q}(t))$ 满足正定、对称且有界。
- (2) 相对于物理参数, 系统数学模型是线性的。
- (3) $\mathbf{M}(\mathbf{q}(t))$ 和 $\mathbf{C}(\mathbf{q}(t), \dot{\mathbf{q}}(t))$ 满足斜对称矩阵, 即

$$\mathbf{x}^T (\dot{\mathbf{M}}(\mathbf{q}(t)) - 2\mathbf{C}(\mathbf{q}(t), \dot{\mathbf{q}}(t))) \mathbf{x} = 0, \forall \mathbf{x} \in \mathbf{R}^n \tag{4-34}$$

根据特征(2), 可将式(4-33)转化为

$$\ddot{\mathbf{q}}(t) = \mathbf{M}^{-1}(\mathbf{q}(t))(\boldsymbol{\tau}(t) - \mathbf{C}(\mathbf{q}(t), \dot{\mathbf{q}}(t))\dot{\mathbf{q}}(t) - \mathbf{G}(\mathbf{q}(t))) \quad (4-35)$$

令 $\mathbf{x}(t) = [\mathbf{x}_1(t), \mathbf{x}_2(t)]^T$, $\mathbf{x}_1(t) = \mathbf{q}(t)$, $\mathbf{x}_2(t) = \dot{\mathbf{q}}(t)$, 且 $\boldsymbol{\tau}(t) = \mathbf{u}(t)$, 则有

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{x}}(t) = & \begin{bmatrix} \mathbf{x}_2(t) \\ -\mathbf{M}^{-1}(\mathbf{x}_1(t))(\mathbf{C}(\mathbf{x}_1(t), \mathbf{x}_2(t))\mathbf{x}_2(t) + \mathbf{G}(\mathbf{x}_1(t))) \end{bmatrix} \\ & + \begin{bmatrix} 0 \\ -\mathbf{M}^{-1}(\mathbf{x}_1(t)) \end{bmatrix} \mathbf{u}(t) \end{aligned} \quad (4-36)$$

令

$$\mathbf{f}(\mathbf{x}(t)) = \begin{bmatrix} \mathbf{x}_2(t) \\ -\mathbf{M}^{-1}(\mathbf{x}_1(t))(\mathbf{C}(\mathbf{x}_1(t), \mathbf{x}_2(t))\mathbf{x}_2(t) + \mathbf{G}(\mathbf{x}_1(t))) \end{bmatrix} \quad (4-37)$$

$$\mathbf{B}(\mathbf{x}(t)) = \begin{bmatrix} 0 \\ -\mathbf{M}^{-1}(\mathbf{x}_1(t)) \end{bmatrix} \quad (4-38)$$

式(4-36)可简化为

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{f}(\mathbf{x}(t)) + \mathbf{B}(\mathbf{x}(t))\mathbf{u}(t) \quad (4-39)$$

考虑系统输出干扰量 $\mathbf{V}(t)$, 则有输出方程

$$\mathbf{y}(t) = \mathbf{C}(t)\mathbf{x}(t) + \mathbf{V}(t) \quad (4-40)$$

式中, $\mathbf{y}(t) \in \mathbf{R}^r$ 为系统输出向量, $\mathbf{C}(t)$ 为适当维数的定常矩阵。

考虑状态干扰量 $\boldsymbol{\varphi}(t)$, 原机械臂动力学模型可由以下状态空间方程描述

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{f}(\mathbf{x}(t)) + \mathbf{B}(\mathbf{x}(t))\mathbf{u}(t) + \boldsymbol{\varphi}(t) \\ \mathbf{y}(t) = \mathbf{C}(t)\mathbf{x}(t) + \mathbf{V}(t) \end{cases} \quad (4-41)$$

若考虑系统具有的重复操作性, 可将带有外界干扰 $\boldsymbol{\varphi}(t)$ 和 $\mathbf{V}(t)$ 的系统方程式(4-41)写为

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{x}}_k(t) = \mathbf{f}(\mathbf{x}_k(t)) + \mathbf{B}(\mathbf{x}_k(t))\mathbf{u}_k(t) + \boldsymbol{\varphi}_k(t) \\ \mathbf{y}_k(t) = \mathbf{C}(t)\mathbf{x}_k(t) + \mathbf{V}_k(t) \end{cases} \quad (4-42)$$

式中, k 为迭代次数。

综上所述, 通过观察式(4-1)和式(4-2), 若由式(4-41)和式(4-42)给出的系统模型可以满足假设 4-1~假设 4-7, 则证明本章所提的算法同样适用于具有重复操作性质的

多关节机械臂系统。

4.6 仿真验证

为检验算法有效性，下面将该算法应用于相对简单且带外界干扰量的二自由度机械臂^[73]的跟踪控制研究中，并且进行仿真结果分析。

带有干扰量的机械臂动力学方程如下

$$\mathbf{M}(\mathbf{q}_k(t))\ddot{\mathbf{q}}_k(t) + \mathbf{C}(\mathbf{q}_k(t), \dot{\mathbf{q}}_k(t))\dot{\mathbf{q}}_k(t) + \mathbf{G}(\mathbf{q}_k(t)) = \boldsymbol{\tau}_k(t) + \mathbf{d}_k(t)$$

首先，给出机械臂各项机构参数表达式：

$$\begin{aligned} \mathbf{M}(\mathbf{q}) &= \begin{bmatrix} m_{11} & m_{12} \\ m_{21} & m_{22} \end{bmatrix}, \quad m_{11} = m_1 l_{c1}^2 + m_2 (l_1^2 + l_{c2}^2 + 2l_1 l_{c2} \cos q_2) + I_1 + I_2, \quad m_{22} = m_1 l_{c2}^2 + I_2, \\ m_{12} = m_{21} &= m_2 (l_{c2}^2 + l_1 l_{c2} \cos q_2) + I_2; \quad \mathbf{C}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) = \begin{bmatrix} c_{11} & c_{12} \\ c_{21} & c_{22} \end{bmatrix}, \quad c_{11} = h\dot{q}_2, \quad c_{12} = h\dot{q}_1 + h\dot{q}_2, \\ c_{21} = -h\dot{q}_1, \quad c_{22} &= 0; \quad \mathbf{G}(\mathbf{q}) = \begin{bmatrix} G_1 \\ G_2 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{G}(\mathbf{q}) = \begin{bmatrix} G_1 \\ G_2 \end{bmatrix}, \quad G_2 = m_2 l_{c2} g \cos(q_1 + q_2), \quad G_1 = (m_1 l_{c1} \\ + m_2 l_1) g \cos q_1 + m_2 l_{c2} g \cos(q_1 + q_2). \end{aligned}$$

各项机构参数取值为：

$$m_1 = m_2 = 1\text{kg}, \quad l_1 = l_2 = 0\text{m}, \quad l_{c1} = l_{c2} = 0.25\text{m}, \quad I_1 = I_2 = 0.1\text{kg} \cdot \text{m}^2, \quad g = 9.81\text{N/kg}.$$

机械臂位置期望轨迹 $\mathbf{q}_d(t)$ 设定为 $\mathbf{q}_d(t) = [\sin 3t \quad \cos 3t]^T$ ，将 $\mathbf{u}_0(t) = [1 \quad 1]^T$ 设定为初始控制输入，两个关节的初始位置设定为 $\mathbf{q}_1(0) = -0.5$ ， $\mathbf{q}_2(0) = 0.5$ ，期望初始位置为 $\mathbf{q}_{d1}(0) = 0$ ， $\mathbf{q}_{d2}(0) = 1$ 。学习增益矩阵中的定常增益矩阵设定为 $\mathbf{F} = \begin{bmatrix} 10 & 0 \\ 0 & 10 \end{bmatrix}$ ，并且取 $\lambda = 0.8$ ，遗忘因子 $\alpha = 0.9$ 。

考虑系统外界干扰，将干扰量 $\mathbf{d}_k(t)$ 设定为

$$\mathbf{d}_k(t) = \begin{bmatrix} 0.3g \sin t & 0.1g(1 - e^{-t}) \end{bmatrix}^T$$

其中， g 取值为 1。最终得到的仿真结果对比图如图 4-2~图 4-5 所示。

图 4-2 和图 4-3 分别为两个关节在有限时间 $t \in [0, 3]$ 内，固定增益情况下不带遗忘因子与指数变增益情况下带遗忘因子的仿真结果对比图，即取 $\alpha = 1$ 与 $\alpha = 0.9$ 的情况。图 4-4 和图 4-5 为系统在 20 次迭代过程中两关节对应的最大位置跟踪误差曲线，即输出误差范数与 k 之间的关系图。如图 4-2~图 4-5，红色实线代表学习过程中的期望轨迹，黑色实线、黑色虚线、绿色点线、黑色点线、黑色点划线分别代表迭代次数为 1、2、3、7、15 时的实际位置跟踪曲线。

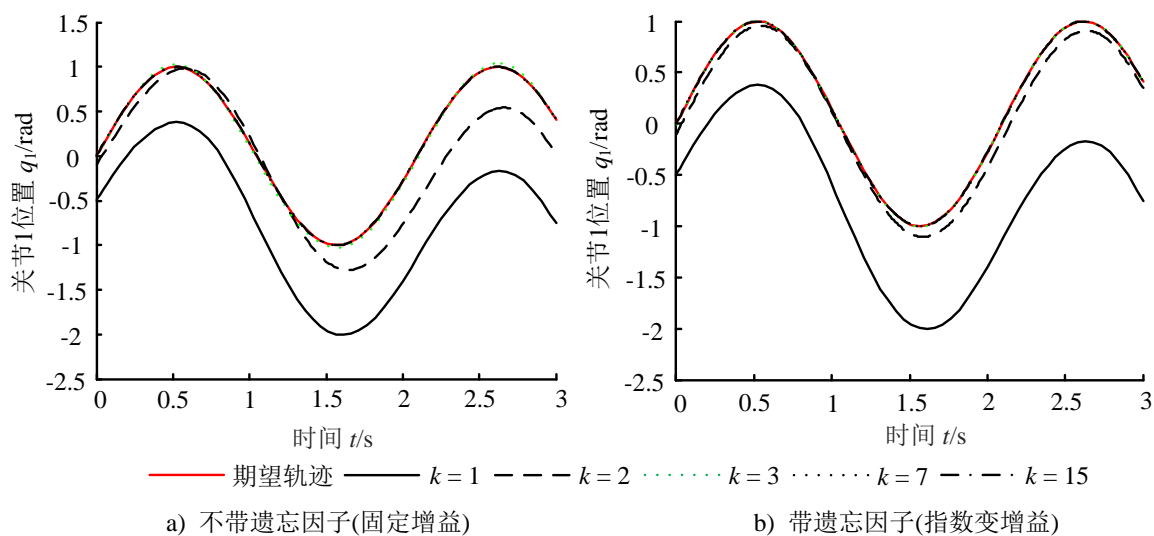


图 4-2 q_1 位置跟踪曲线

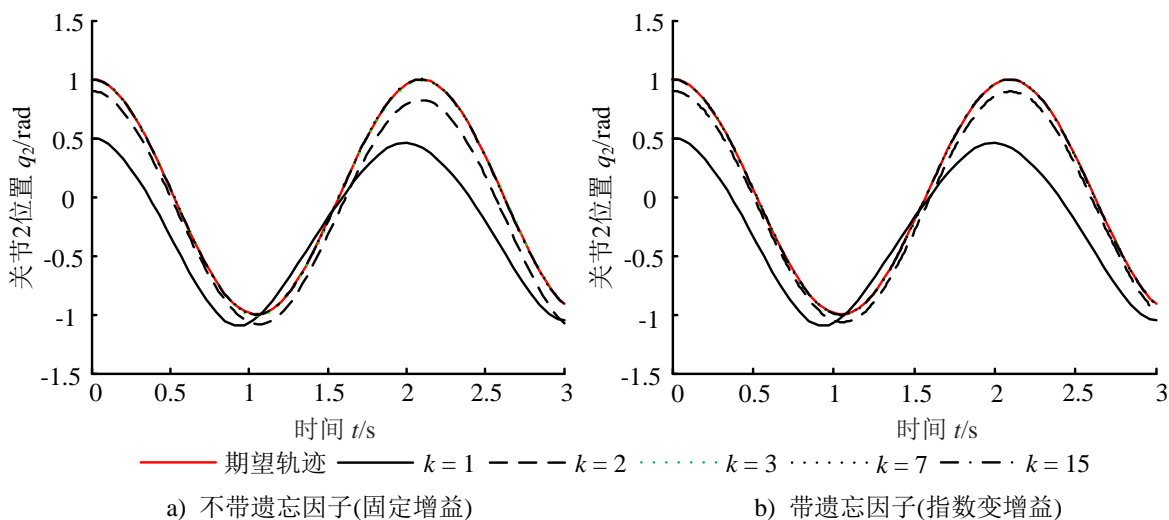


图 4-3 q_2 位置跟踪曲线

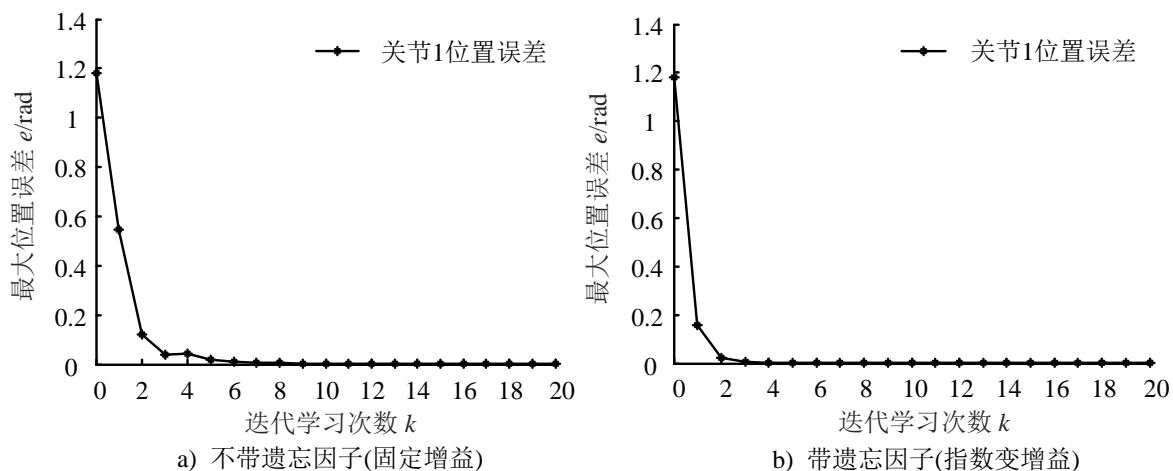


图 4-4 关节 1 的最大位置跟踪误差

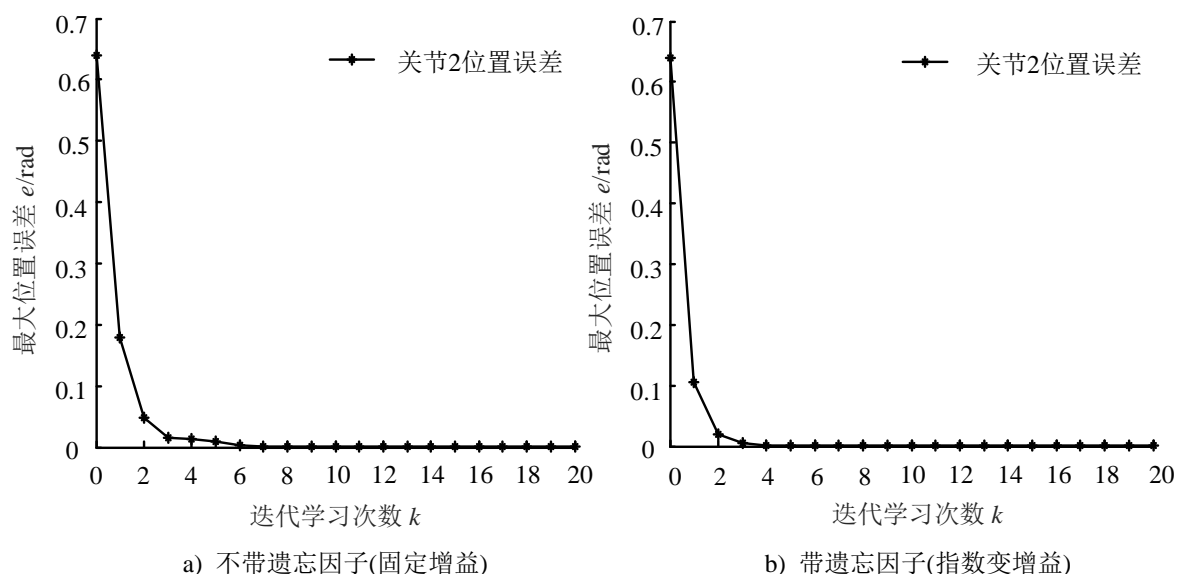


图 4-5 关节 2 的最大位置跟踪误差

由以上仿真结果可知，保证具有相同控制参数且在受控模型存在外界干扰的情况下，本文提出的控制算法表现出更好的跟踪控制性能。观察图 4-2 和图 4-3 的位置跟踪曲线，并且分别对比两图中的 a)和 b)可知，从时间域的角度分析来看，在 1.25s 时刻左右，系统第 2 次迭代的位置跟踪效果已明显优于不带遗忘因子的位置跟踪效果，第 3 次迭代时几乎完全跟踪期望轨迹，并且达到了实际初态等于期望初态的目标。此外，为更好地展现出算法兼具的快速收敛性能，通过观察两关节的最大位置误差曲线图 4-4 和图 4-5 可知，在 20 次迭代学习过程中，普通的不带遗忘因子的 PD 型控制策略在第 6 次学习完成后跟踪误差才无限趋于稳定，而本文带遗忘因子的快速 ILC 策略则在第 3 次学习完成时跟踪误差就已基本稳定。

通过对比仿真结果图 4-2~图 4-5 中的 a)和 b)可知，该算法明显加快了收敛速度。但通常情况下，含有遗忘因子的 ILC 会出现系统跟踪误差不完全收敛于 0 的情况，并且鉴于状态和输出干扰量的存在，输出误差 $e_k(t)$ 将稳定收敛于一个极小的范围内，这一点在收敛性证明的结果分析中也有说明。

4.7 本章小结

在本章中，针对一类具有重复运行性质的时变非线性系统，设计了一种新的带遗忘因子的 ILC 算法，针对重复运行过程中存在的初始误差问题，将初态学习加入控制器的设计中，放宽了初始状态的选择条件，并且收敛性的分析结果也表明该算

法的最终收敛邻域与系统初始控制向量无关，将学习增益设计为可变的指数函数形式，加快了收敛速度，并且结合 P 型和 D 型两种算法的优势，设计了一种带遗忘因子的指数变增益 PD 型 ILC 算法。用算子理论及谱半径法对算法收敛性进行了严格的证明，与第 3 章使用的范数理论相比，起到了放宽收敛条件的作用。通过仿真，验证了算法高精度快速跟踪控制的性能。

第 5 章 基于初态学习的神经网络自适应迭代学习控制研究

5.1 引言

ILC 的产生背景是工业生产的需求，且最初被应用于机械臂^[74]的重复作业过程中。然而在实际工程生产时，例如，进行零件或食物的抓取与安放、机械零部件的搬运与装配、汽车车体的点焊与喷涂等重复性操作时都对机械臂系统有着较高的精度和速度要求，并且考虑生产现场的环境，往往会出现很多不确定的干扰因素，使机械臂在多次重复运行后出现初始定位偏差现象。因此，研究如何避免初态偏差和外界干扰因素对生产效率的影响有着重要的应用价值。

面对不同外界干扰因素，自适应 ILC 算法^[75-76]的自身调节能力使它得到了广泛的应用。基于第 4 章，针对多关节机械臂重复操作过程中出现的初态偏差问题，设计一种神经网络自适应 ILC 算法，通过神经网络优化学习律中的比例、微分增益，提高系统控制精度和鲁棒性。为了解决初始状态的局限问题，即初态偏差问题，引入初态学习律。利用 Lyapunov 函数分析法证明系统收敛性，避免了对常见 ILC 算法进行收敛性分析时全局 Lipschitz 条件的限制。利用数值仿真进行算法验证。

5.2 系统问题描述

可重复运作的多关节机械臂动力学方程如下

$$\mathbf{M}(\mathbf{q}_k(t))\ddot{\mathbf{q}}_k(t) + \mathbf{C}(\mathbf{q}_k(t), \dot{\mathbf{q}}_k(t))\dot{\mathbf{q}}_k(t) + \mathbf{G}(\mathbf{q}_k(t)) = \boldsymbol{\tau}_k(t) + \mathbf{d}_k(t) \quad (5-1)$$

其中， $t \in [0, T]$ 为连续时间， \mathbf{q}_k 、 $\dot{\mathbf{q}}_k$ 及 $\ddot{\mathbf{q}}_k \in \mathbf{R}^n$ 分别是关节角位移、关节角速度及角加速度，角标 k 是迭代学习次数， $\mathbf{M}(\mathbf{q}_k) \in \mathbf{R}^{n \times n}$ 是机械臂惯性矩阵， $\mathbf{C}(\mathbf{q}_k, \dot{\mathbf{q}}_k) \dot{\mathbf{q}}_k \in \mathbf{R}^n$ 是离心力和哥氏力， $\mathbf{G}(\mathbf{q}_k) \in \mathbf{R}^n$ 是重力项， $\boldsymbol{\tau}_k \in \mathbf{R}^n$ 表示控制力矩， $\mathbf{d}_k \in \mathbf{R}^n$ 是系统扰动及未建模动态。

假设系统式(5-1)在有界时间 $t \in [0, T]$ 上满足以下假设

假设 5-1: $\forall t \in [0, T]$ ，期望轨迹 $\mathbf{q}_d(t)$ ， $\dot{\mathbf{q}}_d(t)$ ， $\ddot{\mathbf{q}}_d(t)$ 和扰动 $\mathbf{d}_k(t)$ 均有界。

假设 5-2: 初值 $\mathbf{q}_d(0) - \mathbf{q}_k(0) = \dot{\mathbf{q}}_d(0) - \dot{\mathbf{q}}_k(0) \leq l$ ， l 为自定义实数。

假设 5-3: 矩阵 $\mathbf{M}(\mathbf{q}_k) \in \mathbf{R}^{n \times n}$ 满足对称有界且正定。

假设 5-4: $\mathbf{x}^T (\dot{\mathbf{M}}(\mathbf{q}_k(t)) - 2\mathbf{C}(\mathbf{q}_k(t), \dot{\mathbf{q}}_k(t))) \mathbf{x} = 0, \forall \mathbf{x} \in \mathbf{R}^n$ 。

假设 5-5: $\|\mathbf{M}(\mathbf{q}_k(t))\ddot{\mathbf{q}}_d(t) - \mathbf{d}_k(t)\| \leq \beta, \forall t \in [0, T]$ 。

5.3 带初态学习的神经网络自适应迭代学习控制器设计

针对系统式(5-1)，设计以下自适应控制律

$$\begin{cases} \boldsymbol{\tau}_k(t) = \mathbf{K}_p \mathbf{e}_k(t) + \mathbf{K}_d \dot{\mathbf{e}}_k(t) + \boldsymbol{\eta}(\dot{\mathbf{e}}_k(t)) \hat{\boldsymbol{\theta}}_k(t) \\ \hat{\boldsymbol{\theta}}_k(t) = \hat{\boldsymbol{\theta}}_{k-1}(t) + \boldsymbol{\Gamma} \boldsymbol{\eta}^T(\dot{\mathbf{e}}_k(t)) \dot{\mathbf{e}}_k(t) \end{cases} \quad (5-2)$$

其中，关于 $\hat{\boldsymbol{\theta}}_{k-1}(t)$ ，当 $k=0$ 时，有 $\hat{\boldsymbol{\theta}}_{-1}(t)=0$ ， $\mathbf{e}_k(t)$ 是每次迭代的初始状态偏差， $\mathbf{e}_k(t) = \mathbf{q}_d(t) - \mathbf{q}_k(t)$ ， $\dot{\mathbf{e}}_k(t) = \dot{\mathbf{q}}_d(t) - \dot{\mathbf{q}}_k(t)$ ， $\boldsymbol{\eta}^T(\dot{\mathbf{e}}_k(t)) \in \mathbf{R}^{n \times n}$ ，且 $\mathbf{K}_p \in \mathbf{R}^{n \times n}$ ， $\mathbf{K}_d \in \mathbf{R}^{n \times n}$ 表示比例、微分增益矩阵，假设矩阵 \mathbf{K}_p 、 \mathbf{K}_d 及 $\boldsymbol{\Gamma}$ 满足对称且正定，则对任意的 k 均满足 $\mathbf{e}_k(t)$ 、 $\dot{\mathbf{e}}_k(t)$ 有界，且 $\lim_{k \rightarrow \infty} \mathbf{e}_k(t) = 0$ ， $\lim_{k \rightarrow \infty} \dot{\mathbf{e}}_k(t) = 0$ ， $t \in [0, T]$ 。

考虑可重复运行的机械臂操作系统具有初始定位偏差的情况，设计初态学习律对历次初态进行调节，放宽了初始状态选择的范围，避免了其严格等于期望初态的限制，初态学习律结构如下

$$\mathbf{q}_k(0) = \mathbf{q}_{k-1}(0) + \mathbf{L} \mathbf{e}_{k-1}(0) \quad (5-3)$$

式中， $\mathbf{L} \in \mathbf{R}^{n \times n}$ 表示常阵。

为提高系统控制精度和鲁棒性，将 RBF 神经网络(RBFNN)引用到本文的控制律中来，利用 RBF 神经网络对自适应控制律中的比例、微分增益进行优化。图 5-1 为 RBFNN 结构图。

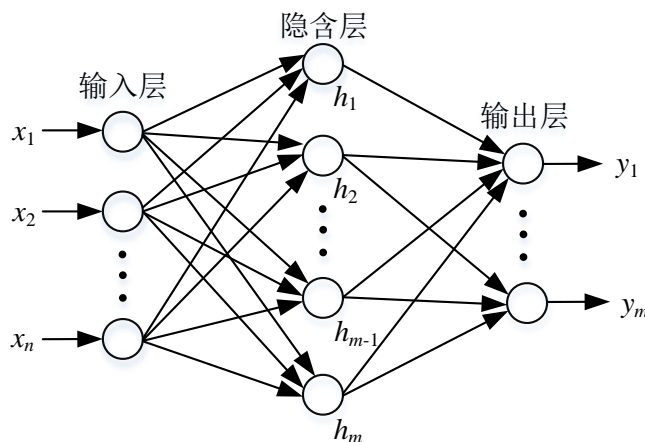


图 5-1 RBF 神经网络结构

如图 5-1 所示, RBFNN 是一种三层前馈网络, 网络结构包括输入层(可表示输入向量的维数)、隐含层(RBF 网络的核心部分)和输出层(系统对应的输出)三部分, 由输入到输出是非线性的, 而隐含层到输出是线性的。一般情况下, 隐含层将一类具有非负线性性质的高斯基函数作为网络作用函数, 且其节点数目可根据网络所述问题的复杂程度进行选择。RBFNN 是一种局部逼近的网络, 它具有结构简单、适用于实时控制、可有效提高控制精度和鲁棒性的优点, 作为一种智能控制方法, 被广泛应用于各个领域。

在 RBFNN 结构中, 有输入向量 $\mathbf{X} = [x_1, x_2, \dots, x_n]^T$, 径向基向量 $\mathbf{H} = [h_1, \dots, h_m]^T$, 其中 h_j 即为高斯基函数, 且有

$$h_j = \exp\left(-\frac{\|\mathbf{X} - \mathbf{c}_j\|^2}{2b_j^2}\right), j = 1, 2, \dots, m$$

其中节点 j 的中心矢量 $\mathbf{c}_j = [c_{j1}, c_{j2}, \dots, c_{jn}]^T$, 网络基宽向量为 $\mathbf{B} = [b_1, b_2, \dots, b_m]^T$, $b_j \geq 0$ 是节点 j 的基宽度参数。网络权向量为 $\mathbf{W} = [w_1, w_1, \dots, w_m]$, 并且将学习增益 \mathbf{K}_p 和 \mathbf{K}_d 作为网络输出。

网络性能指标函数为

$$J = \frac{1}{2} \mathbf{e}^2$$

利用梯度下降法, 得出输出权、基宽度参数和节点中心的迭代算法如下

$$w_j(k) = w_j(k-1) + \mu \mathbf{e}_k h_j + \alpha (w_j(k-1) - w_j(k-2))$$

$$\Delta b_j = \mathbf{e}_k w_j h_j \frac{\|\mathbf{X} - \mathbf{C}_j\|}{b_j^3}$$

$$b_j(k) = b_j(k-1) + \mu \Delta b_j + \alpha (b_j(k-1) - b_j(k-2))$$

$$\Delta c_{ji} = \mathbf{e}_k w_j \frac{x_j - c_{ji}}{b_j^2}$$

$$c_{ji}(k) = c_{ji}(k-1) + \mu \Delta c_{ji} + \alpha (c_{ji}(k-1) - c_{ji}(k-2))$$

式中, μ 和 α 分别为学习速率和动量因子。

利用 RBF 神经网络调整自适应控制律的比例、微分增益, 将每次对应控制记忆单元的控制输入作为 RBF 神经网络的输入, 误差信号为 $\mathbf{e}_k(t)$, 网络输出为自适应控制器的比例微分增益。网络控制性能指标由系统跟踪误差来决定, 随迭代次数的增加, 系统可达到逐渐收敛的效果, 这一点可从接下来收敛性的分析结果得出。

控制结构框图如图 5-2 所示。

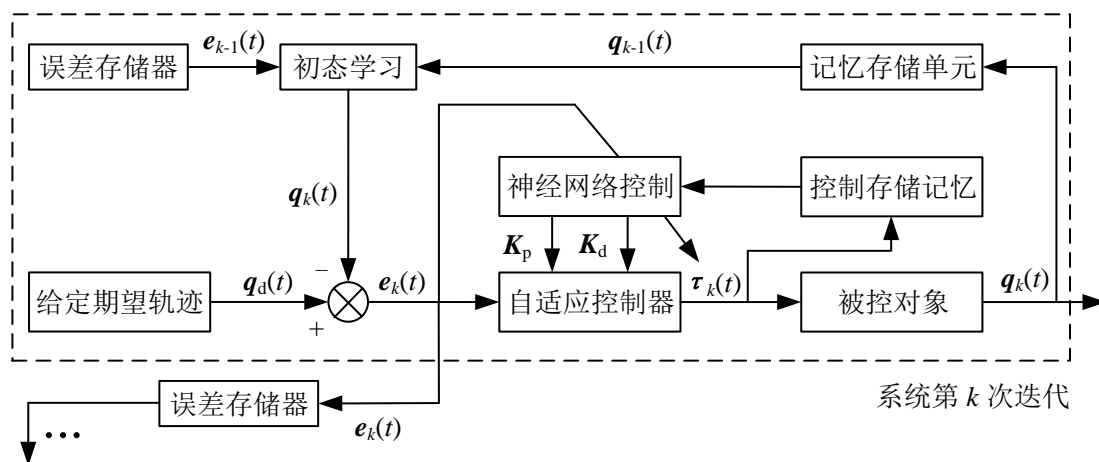


图 5-2 基于初态学习的神经网络自适应迭代学习控制框图

5.4 Lyapunov 函数意义下系统收敛性分析

首先，为放宽初始定位条件，在控制律中加入了初态学习部分，需对初态学习律中初始状态的收敛性进行分析说明。

定理 5-1：若初态学习律式(5-3)中的常数矩阵满足 $\|I_\infty - L\| < 1$ ，则在 $k \rightarrow \infty$ 时，有 $\lim_{k \rightarrow \infty} \|e_k(0)\| = 0$ 。

证明一 由式(5-3)可得

$$e_{k+1}(0) = q_d(0) - q_{k+1}(0) = (I - L)e_k(0) \quad (5-4)$$

由假设 5-2 可得系统初态存在偏差，若 $\|I_\infty - L\| < 1$ ，则在 $k \rightarrow \infty$ 时， $e_k(0)$ 无限趋于 0，满足定理 5-1 的条件，因此初始状态有界且收敛。

证明二 根据系统式(5-1)及自适应控制律式(5-2)，Lyapunov 函数设计为

$$w_k(e_k(t), \dot{e}_k(t), \tilde{\theta}_k(t)) = v_k(e_k(t), \dot{e}_k(t)) + \frac{1}{2} \int_0^t \tilde{\theta}_k^T(\tau) \Gamma^{-1} \tilde{\theta}_k(\tau) d\tau \quad (5-5)$$

式中，设 $\hat{\theta}_k(t)$ 为 $\theta(t)$ 的估计值， $\tilde{\theta}_k(t) = \theta(t) - \hat{\theta}_k(t)$ 。为简化以下证明过程，这里可定义

$$C(q_k(t), \dot{q}_k(t)) \dot{q}_d(t) + G(q_k(t)) + \beta \operatorname{sgn}(\dot{e}_k(t)) = \eta(\dot{e}_k(t)) \theta \quad (5-6)$$

由系统式(5-1)取

$$v_k(e_k(t), \dot{e}_k(t)) = \frac{1}{2} e_k^T(t) K_p e_k(t) + \frac{1}{2} \dot{e}_k^T(t) M(q_k(t)) \dot{e}_k(t) \quad (5-7)$$

由式(5-5)可得

$$\begin{aligned}
\Delta \mathbf{w}_k(t) &= \mathbf{w}_k(t) - \mathbf{w}_{k-1}(t) \\
&= \mathbf{v}_k(\mathbf{e}_k(t), \dot{\mathbf{e}}_k(t)) - \mathbf{v}_{k-1}(\mathbf{e}_{k-1}(t), \dot{\mathbf{e}}_{k-1}(t)) \\
&\quad + \frac{1}{2} \int_0^t (\tilde{\boldsymbol{\theta}}_k^T(\tau) \boldsymbol{\Gamma}^{-1} \tilde{\boldsymbol{\theta}}_k(\tau) - \tilde{\boldsymbol{\theta}}_{k-1}^T(\tau) \boldsymbol{\Gamma}^{-1} \tilde{\boldsymbol{\theta}}_{k-1}(\tau)) d\tau
\end{aligned} \tag{5-8}$$

将式(5-8)化简可得

$$\begin{aligned}
\Delta \mathbf{w}_k(t) &= \mathbf{v}_k(\mathbf{e}_k(t), \dot{\mathbf{e}}_k(t)) - \mathbf{v}_{k-1}(\mathbf{e}_{k-1}(t), \dot{\mathbf{e}}_{k-1}(t)) \\
&\quad - \frac{1}{2} \int_0^t (\bar{\boldsymbol{\theta}}_k^T(\tau) \boldsymbol{\Gamma}^{-1} \bar{\boldsymbol{\theta}}_k(\tau) + 2\bar{\boldsymbol{\theta}}_k^T(\tau) \boldsymbol{\Gamma}^{-1} \tilde{\boldsymbol{\theta}}_k(\tau)) d\tau
\end{aligned} \tag{5-9}$$

式中, $\bar{\boldsymbol{\theta}}_k(t) = \hat{\boldsymbol{\theta}}_k(t) - \hat{\boldsymbol{\theta}}_{k-1}(t) = \hat{\boldsymbol{\theta}}_k(t) - \boldsymbol{\theta}(t) - \hat{\boldsymbol{\theta}}_{k-1}(t) + \boldsymbol{\theta}(t) = -\tilde{\boldsymbol{\theta}}_k(t) + \tilde{\boldsymbol{\theta}}_{k-1}(t)$ 。

由 $\int_0^t \dot{\mathbf{v}}_k(\mathbf{e}_k(\tau), \dot{\mathbf{e}}_k(\tau)) d\tau = \mathbf{v}_k(\mathbf{e}_k(t), \dot{\mathbf{e}}_k(t)) - \mathbf{v}_k(\mathbf{e}_k(0), \dot{\mathbf{e}}_k(0))$ 可知

$$\mathbf{v}_k(\mathbf{e}_k(t), \dot{\mathbf{e}}_k(t)) = \mathbf{v}_k(\mathbf{e}_k(0), \dot{\mathbf{e}}_k(0)) + \int_0^t \dot{\mathbf{v}}_k(\mathbf{e}_k(\tau), \dot{\mathbf{e}}_k(\tau)) d\tau \tag{5-10}$$

又由式(5-7)得

$$\begin{aligned}
\dot{\mathbf{v}}_k(\mathbf{e}_k(t), \dot{\mathbf{e}}_k(t)) &= \dot{\mathbf{e}}_k^T(t) \mathbf{K}_p \mathbf{e}_k(t) + \dot{\mathbf{e}}_k^T(t) \mathbf{M}(\mathbf{q}_k(t)) \ddot{\mathbf{e}}_k(t) \\
&\quad + \frac{1}{2} \dot{\mathbf{e}}_k^T(t) \mathbf{M}(\mathbf{q}_k(t)) \dot{\mathbf{e}}_k(t)
\end{aligned} \tag{5-11}$$

将式(5-11)代入式(5-10)得

$$\begin{aligned}
\mathbf{v}_k(\mathbf{e}_k(t), \dot{\mathbf{e}}_k(t)) &= \mathbf{v}_k(\mathbf{e}_k(0), \dot{\mathbf{e}}_k(0)) + \int_0^t \dot{\mathbf{e}}_k^T(\tau) \mathbf{K}_p \mathbf{e}_k(\tau) d\tau \\
&\quad + \left(\int_0^t \dot{\mathbf{e}}_k^T(\tau) \mathbf{M}(\mathbf{q}_k(\tau)) \ddot{\mathbf{e}}_k(\tau) + \frac{1}{2} \dot{\mathbf{e}}_k^T(\tau) \mathbf{M}(\mathbf{q}_k(\tau)) \dot{\mathbf{e}}_k(\tau) \right) d\tau
\end{aligned} \tag{5-12}$$

已知 $\ddot{\mathbf{e}}_k(t) = \ddot{\mathbf{q}}_d(t) - \ddot{\mathbf{q}}_k(t)$, 结合系统式(5-1)可得

$$\begin{aligned}
\dot{\mathbf{e}}_k^T(t) \mathbf{M}(\mathbf{q}_k(t)) \ddot{\mathbf{e}}_k(t) &= \dot{\mathbf{e}}_k^T(t) \mathbf{M}(\mathbf{q}_k(t)) (\ddot{\mathbf{q}}_d(t) - \ddot{\mathbf{q}}_k(t)) \\
&= \dot{\mathbf{e}}_k^T(t) \mathbf{M}(\mathbf{q}_k(t)) \ddot{\mathbf{q}}_d(t) + \dot{\mathbf{e}}_k^T(t) \mathbf{G}(\mathbf{q}_k(t)) \\
&\quad + \dot{\mathbf{e}}_k^T(t) \mathbf{C}(\mathbf{q}_k(t), \dot{\mathbf{q}}_k(t)) \dot{\mathbf{q}}_k(t) - \dot{\mathbf{e}}_k^T(t) (\boldsymbol{\tau}_k(t) + \mathbf{d}_k(t))
\end{aligned} \tag{5-13}$$

同理, 由假设 5-4 可得

$$\begin{aligned}
\frac{1}{2} \dot{\mathbf{e}}_k^T(t) \mathbf{M}(\mathbf{q}_k(t)) \dot{\mathbf{e}}_k(t) &= \dot{\mathbf{e}}_k^T(t) \mathbf{C}(\mathbf{q}_k(t), \dot{\mathbf{q}}_k(t)) \dot{\mathbf{e}}_k(t) \\
&= \dot{\mathbf{e}}_k^T(t) \mathbf{C}(\mathbf{q}_k(t), \dot{\mathbf{q}}_k(t)) (\dot{\mathbf{q}}_d(t) - \dot{\mathbf{q}}_k(t)) \\
&= \dot{\mathbf{e}}_k^T(t) \mathbf{C}(\mathbf{q}_k(t), \dot{\mathbf{q}}_k(t)) \dot{\mathbf{q}}_d(t) \\
&\quad - \dot{\mathbf{e}}_k^T(t) \mathbf{C}(\mathbf{q}_k(t), \dot{\mathbf{q}}_k(t)) \dot{\mathbf{q}}_k(t)
\end{aligned} \tag{5-14}$$

将式(5-13)和式(5-14)代入式(5-12)得

$$\begin{aligned}
 \mathbf{v}_k(\mathbf{e}_k(t), \dot{\mathbf{e}}_k(t)) &= \mathbf{v}_k(\mathbf{e}_k(0), \dot{\mathbf{e}}_k(0)) + \int_0^t \dot{\mathbf{e}}_k^T(\tau) (\mathbf{K}_p \mathbf{e}_k(\tau) - \boldsymbol{\tau}_k(\tau)) d\tau \\
 &\quad + \int_0^t \dot{\mathbf{e}}_k^T(\tau) (\mathbf{M}(\mathbf{q}_k(\tau)) \ddot{\mathbf{q}}_d(\tau) - \mathbf{d}_k(\tau)) d\tau \\
 &\quad + \int_0^t \dot{\mathbf{e}}_k^T(\tau) (\mathbf{C}(\mathbf{q}_k(\tau), \dot{\mathbf{q}}_k(\tau)) \dot{\mathbf{q}}_d(\tau) + \mathbf{G}(\mathbf{q}_k(\tau))) d\tau
 \end{aligned} \tag{5-15}$$

由假设 5-5 可知

$$\dot{\mathbf{e}}_k^T(t) (\mathbf{M}(\mathbf{q}_k(t)) \ddot{\mathbf{q}}_d(t) - \mathbf{d}_k(t)) \leq \dot{\mathbf{e}}_k^T(t) \beta \operatorname{sgn}(\dot{\mathbf{e}}_k(t)) \tag{5-16}$$

又有

$$\mathbf{C}(\mathbf{q}_k(\tau), \dot{\mathbf{q}}_k(\tau)) \dot{\mathbf{q}}_d(\tau) + \mathbf{G}(\mathbf{q}_k(\tau)) + \beta \operatorname{sgn}(\dot{\mathbf{e}}_k(t)) = \boldsymbol{\eta}(\dot{\mathbf{e}}_k(t)) \boldsymbol{\theta} \tag{5-17}$$

将式(5-16)和式(5-17)代入式(5-15)得

$$\begin{aligned}
 \mathbf{v}_k(\mathbf{e}_k(t), \dot{\mathbf{e}}_k(t)) &\leq \mathbf{v}_k(\mathbf{e}_k(0), \dot{\mathbf{e}}_k(0)) + \int_0^t \dot{\mathbf{e}}_k^T(\tau) (\boldsymbol{\eta}(\dot{\mathbf{e}}_k(\tau)) \boldsymbol{\theta} \\
 &\quad + \mathbf{K}_p \mathbf{e}_k(\tau) - \boldsymbol{\tau}_k(\tau)) d\tau
 \end{aligned} \tag{5-18}$$

结合 $\tilde{\boldsymbol{\theta}}_k(t) = \boldsymbol{\theta}(t) - \hat{\boldsymbol{\theta}}_k(t)$, 将自适应控制律式(5-2)代入式(5-18)得

$$\begin{aligned}
 \mathbf{v}_k(\mathbf{e}_k(t), \dot{\mathbf{e}}_k(t)) &\leq \mathbf{v}_k(\mathbf{e}_k(0), \dot{\mathbf{e}}_k(0)) + \int_0^t \dot{\mathbf{e}}_k^T(\tau) (\boldsymbol{\eta}(\dot{\mathbf{e}}_k(\tau)) \tilde{\boldsymbol{\theta}}_k(\tau) \\
 &\quad - \mathbf{K}_d \dot{\mathbf{e}}_k(\tau)) d\tau
 \end{aligned} \tag{5-19}$$

由假设 5-2 和定理 5-1 知, 当 $k \rightarrow \infty$ 时, $\lim_{k \rightarrow \infty} \|\mathbf{e}_k(t)\| = 0$, 所以 $\mathbf{v}_k(\mathbf{e}_k(0), \dot{\mathbf{e}}_k(0)) = 0$, 将式(5-19)化简可得

$$\mathbf{v}_k(\mathbf{e}_k(t), \dot{\mathbf{e}}_k(t)) \leq \int_0^t \dot{\mathbf{e}}_k^T(\tau) (\boldsymbol{\eta}(\dot{\mathbf{e}}_k(\tau)) \tilde{\boldsymbol{\theta}}_k(\tau) - \mathbf{K}_d \dot{\mathbf{e}}_k(\tau)) d\tau \tag{5-20}$$

此时, 将式(5-20)代入式(5-9)得

$$\begin{aligned}
 \Delta \mathbf{w}_k(t) &\leq \int_0^t \dot{\mathbf{e}}_k^T(\tau) (\boldsymbol{\eta}(\dot{\mathbf{e}}_k(\tau)) \tilde{\boldsymbol{\theta}}_k(\tau) - \mathbf{K}_d \dot{\mathbf{e}}_k(\tau)) d\tau \\
 &\quad - \mathbf{v}_{k-1}(\mathbf{e}_{k-1}(t), \dot{\mathbf{e}}_{k-1}(t)) - \frac{1}{2} \int_0^t (\bar{\boldsymbol{\theta}}_k^T(\tau) \boldsymbol{\Gamma}^{-1} \bar{\boldsymbol{\theta}}_k(\tau) \\
 &\quad + 2 \bar{\boldsymbol{\theta}}_k^T(\tau) \boldsymbol{\Gamma}^{-1} \tilde{\boldsymbol{\theta}}_k(\tau)) d\tau
 \end{aligned} \tag{5-21}$$

由自适应控制律式(5-2)可知 $\bar{\boldsymbol{\theta}}_k^T(t) = (\hat{\boldsymbol{\theta}}_k(t) - \hat{\boldsymbol{\theta}}_{k-1}(t))^T = \dot{\mathbf{e}}_k^T(t) \boldsymbol{\eta}^T(\dot{\mathbf{e}}_k(t)) \boldsymbol{\Gamma}$, 则有

$$\begin{aligned}
 \Delta \mathbf{w}_k(t) &\leq -\mathbf{v}_{k-1}(\mathbf{e}_{k-1}(t), \dot{\mathbf{e}}_{k-1}(t)) + \int_0^t \dot{\mathbf{e}}_k^T(\tau) (\boldsymbol{\eta}(\dot{\mathbf{e}}_k(\tau)) \tilde{\boldsymbol{\theta}}_k(\tau) \\
 &\quad - \mathbf{K}_d \dot{\mathbf{e}}_k(\tau)) d\tau - \frac{1}{2} \int_0^t (\dot{\mathbf{e}}_k^T(\tau) \boldsymbol{\eta}(\dot{\mathbf{e}}_k(\tau)) \boldsymbol{\Gamma} \boldsymbol{\eta}^T(\dot{\mathbf{e}}_k(\tau)) \dot{\mathbf{e}}_k(\tau) \\
 &\quad + 2 \dot{\mathbf{e}}_k^T(\tau) \boldsymbol{\eta}(\dot{\mathbf{e}}_k(\tau)) \tilde{\boldsymbol{\theta}}_k(\tau)) d\tau
 \end{aligned} \tag{5-22}$$

式(5-22)进一步简化为

$$\begin{aligned} \Delta \mathbf{w}_k(t) \leq & -\mathbf{v}_{k-1}(\mathbf{e}_{k-1}(t), \dot{\mathbf{e}}_{k-1}(t)) \\ & - \frac{1}{2} \int_0^t \dot{\mathbf{e}}_k^T(\tau) (\boldsymbol{\eta}(\dot{\mathbf{e}}_k(\tau)) \boldsymbol{\Gamma} \boldsymbol{\eta}^T(\dot{\mathbf{e}}_k(\tau)) + 2\mathbf{K}_d) \dot{\mathbf{e}}_k(\tau) d\tau \end{aligned} \quad (5-23)$$

由已知条件知 \mathbf{K}_d 、 $\boldsymbol{\Gamma}$ 均为正定对称矩阵，且 $\mathbf{v}_{k-1}(\mathbf{e}_{k-1}(t), \dot{\mathbf{e}}_{k-1}(t)) \geq 0$ ，因此， $\Delta \mathbf{w}_k \leq 0$ 恒成立，即 \mathbf{w}_k 为非递增序列。

由上文中设计的 Lyapunov 函数式(5-5)和式(5-20)可知

$$\mathbf{w}_0 \leq \int_0^t \dot{\mathbf{e}}_0^T(\tau) (\boldsymbol{\eta}(\dot{\mathbf{e}}_0(\tau)) \tilde{\boldsymbol{\theta}}_0(\tau) - \mathbf{K}_d \dot{\mathbf{e}}_0(\tau)) d\tau + \frac{1}{2} \int_0^t \tilde{\boldsymbol{\theta}}_0^T(\tau) \boldsymbol{\Gamma}^{-1} \tilde{\boldsymbol{\theta}}_0(\tau) d\tau \quad (5-24)$$

式(5-24)两边同时求导得

$$\dot{\mathbf{w}}_0 \leq \dot{\mathbf{e}}_0^T(t) (\boldsymbol{\eta}(\dot{\mathbf{e}}_0(t)) \tilde{\boldsymbol{\theta}}_0(t) - \mathbf{K}_d \dot{\mathbf{e}}_0(t)) + \frac{1}{2} \tilde{\boldsymbol{\theta}}_0^T(t) \boldsymbol{\Gamma}^{-1} \tilde{\boldsymbol{\theta}}_0(t) \quad (5-25)$$

已知 $\hat{\boldsymbol{\theta}}_{-1}(t) = 0$ ，得 $\hat{\boldsymbol{\theta}}_0(t) = \hat{\boldsymbol{\theta}}_{-1}(t) + \boldsymbol{\Gamma} \boldsymbol{\eta}^T(\dot{\mathbf{e}}_0(t)) \dot{\mathbf{e}}_0(t) = \boldsymbol{\Gamma} \boldsymbol{\eta}^T(\dot{\mathbf{e}}_0(t)) \dot{\mathbf{e}}_0(t)$ ，因此可得

$$\dot{\mathbf{e}}_0^T(t) \boldsymbol{\eta}(\dot{\mathbf{e}}_0(t)) = \hat{\boldsymbol{\theta}}_0^T(t) \boldsymbol{\Gamma}^{-1} \quad (5-26)$$

将式(5-26)代入式(5-25)得

$$\dot{\mathbf{w}}_0 \leq -\dot{\mathbf{e}}_0^T(t) \mathbf{K}_d \dot{\mathbf{e}}_0(t) + \left(\frac{1}{2} \tilde{\boldsymbol{\theta}}_0^T(t) + \hat{\boldsymbol{\theta}}_0^T(t) \right) \boldsymbol{\Gamma}^{-1} \tilde{\boldsymbol{\theta}}_0(t) \quad (5-27)$$

由于 $\hat{\boldsymbol{\theta}}_0(t) = \boldsymbol{\theta}(t) - \tilde{\boldsymbol{\theta}}_0(t)$ ，式(5-27)可化简为

$$\dot{\mathbf{w}}_0 \leq -\dot{\mathbf{e}}_0^T(t) \mathbf{K}_d \dot{\mathbf{e}}_0(t) - \frac{1}{2} \tilde{\boldsymbol{\theta}}_0^T(t) \boldsymbol{\Gamma}^{-1} \tilde{\boldsymbol{\theta}}_0(t) + \boldsymbol{\theta}^T(t) \boldsymbol{\Gamma}^{-1} \tilde{\boldsymbol{\theta}}_0(t) \quad (5-28)$$

存在 $k > 0$ 使得 $\boldsymbol{\theta}^T(t) \boldsymbol{\Gamma}^{-1} \tilde{\boldsymbol{\theta}}_0(t) \leq k (\boldsymbol{\Gamma}^{-1} \tilde{\boldsymbol{\theta}}_0(t))^2 + \frac{1}{4k} \boldsymbol{\theta}^2(t)$ 成立，则有

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{w}}_0 & \leq -\dot{\mathbf{e}}_0^T(t) \mathbf{K}_d \dot{\mathbf{e}}_0(t) - \frac{1}{2} \tilde{\boldsymbol{\theta}}_0^T(t) \boldsymbol{\Gamma}^{-1} \tilde{\boldsymbol{\theta}}_0(t) + k (\boldsymbol{\Gamma}^{-1} \tilde{\boldsymbol{\theta}}_0(t))^2 + \frac{1}{4k} \boldsymbol{\theta}^2(t) \\ & \leq -\mathbf{K}_d \|\dot{\mathbf{e}}_0(t)\|^2 - \frac{1}{2} \boldsymbol{\Gamma}^{-1} \|\tilde{\boldsymbol{\theta}}_0(t)\|^2 + k \|\boldsymbol{\Gamma}^{-1} \tilde{\boldsymbol{\theta}}_0(t)\|^2 + \frac{1}{4k} \|\boldsymbol{\theta}(t)\|^2 \\ & \leq -\mathbf{K}_1 \|\dot{\mathbf{e}}_0(t)\|^2 - \mathbf{K}_2 \|\tilde{\boldsymbol{\theta}}_0(t)\|^2 + \frac{1}{4k} \|\boldsymbol{\theta}(t)\|^2 \\ & \leq \frac{1}{4k} \|\boldsymbol{\theta}_{\max}(t)\|^2 \end{aligned} \quad (5-29)$$

其中， $\boldsymbol{\theta}_{\max}(t) = \sup_{t \in [0, T]} \boldsymbol{\theta}(t)$ 。

因此， $\mathbf{w}_0(t)$ 在 $t \in [0, T]$ 内连续有界。

$\mathbf{w}_k(t)$ 可写为

$$\mathbf{w}_k(t) = \mathbf{w}_0(t) + \sum_{j=1}^k \Delta \mathbf{w}_j(t) \quad (5-30)$$

由式(5-23)和式(5-7)得

$$\mathbf{w}_k(t) \leq \mathbf{w}_0(t) - \sum_{j=1}^k \mathbf{v}_{j-1}(t) \quad (5-31)$$

将式(5-7)代入式(5-31)得

$$\mathbf{w}_k(t) \leq \mathbf{w}_0(t) - \frac{1}{2} \sum_{j=1}^k \mathbf{e}_{k-1}^T(t) \mathbf{K}_p \mathbf{e}_{k-1}(t) - \frac{1}{2} \sum_{j=1}^k \dot{\mathbf{e}}_{k-1}^T(t) \mathbf{M}(\mathbf{q}_k(\tau)) \dot{\mathbf{e}}_{k-1}(t) \quad (5-32)$$

则有

$$\begin{aligned} \sum_{j=1}^k \mathbf{e}_{k-1}^T(t) \mathbf{K}_p \mathbf{e}_{k-1}(t) + \dot{\mathbf{e}}_{k-1}^T(t) \mathbf{M}(\mathbf{q}_k(\tau)) \dot{\mathbf{e}}_{k-1}(t) &\leq 2(\mathbf{w}_0(t) - \mathbf{w}_k(t)) \\ &\leq 2\mathbf{w}_0(t) \end{aligned} \quad (5-33)$$

即 $\mathbf{w}_k(t)$ 连续有界。

经以上分析可知, $\lim_{k \rightarrow \infty} \mathbf{e}_k(t) = 0$ 且 $\lim_{k \rightarrow \infty} \dot{\mathbf{e}}_k(t) = 0, \forall t \in [0, T]$ 。此收敛性证明过程中使用的 Lyapunov 函数法, 有效避免了第 3、4 章中全局 Lipschitz 条件的影响。

5.5 仿真验证

选取可重复操作的 2 关节机械臂进行仿真分析, 动力学方程如式(5-1), 即

$$\mathbf{M}(\mathbf{q}_k(t)) \ddot{\mathbf{q}}_k(t) + \mathbf{C}(\mathbf{q}_k(t), \dot{\mathbf{q}}_k(t)) \dot{\mathbf{q}}_k(t) + \mathbf{G}(\mathbf{q}_k(t)) = \boldsymbol{\tau}_k(t) + \mathbf{d}_k(t)$$

其中, 对应系统的各项系数矩阵表示为:

$$\mathbf{M}(\mathbf{q}) = \begin{bmatrix} m_{11} & m_{12} \\ m_{21} & m_{22} \end{bmatrix}, \quad m_{11} = m_1 l_{c1}^2 + m_2 (l_1^2 + l_{c2}^2 + 2l_1 l_{c2} \cos q_2) + I_1 + I_2, \quad m_{22} = m_1 l_{c2}^2 + I_2,$$

$$m_{12} = m_{21} = m_2 (l_{c2}^2 + l_1 l_{c2} \cos q_2) + I_2;$$

$$\mathbf{C}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) = \begin{bmatrix} c_{11} & c_{12} \\ c_{21} & c_{22} \end{bmatrix}, \quad c_{11} = h\dot{q}_2, \quad c_{12} = h\dot{q}_1 + h\dot{q}_2, \quad c_{21} = -h\dot{q}_1, \quad c_{22} = 0;$$

$$\mathbf{G}(\mathbf{q}) = \begin{bmatrix} G_1 \\ G_2 \end{bmatrix}, \quad G_2 = m_2 l_{c2} g \cos(q_1 + q_2), \quad G_1 = (m_1 l_{c1} + m_2 l_1) g \cos q_1 + m_2 l_{c2} g \cos(q_1 + q_2)。$$

选取同第 4 章 4.5 节相同的系统参数:

$$m_1 = m_2 = 1\text{kg}, \quad l_1 = l_2 = 0\text{m}, \quad l_{c1} = l_{c2} = 0.25\text{m}, \quad I_1 = I_2 = 0.1\text{kg} \cdot \text{m}^2, \quad g = 9.81\text{N/kg}。$$

给定两个关节的位置期望轨迹为 $\mathbf{q}_d(t) = [\sin 3t \quad \cos 3t]^T$, 考虑系统迭代过程中存在初态偏差问题, 系统初始状态仍取为 $\mathbf{q}_1(0) = -0.5, \mathbf{q}_2(0) = 0.5$ 。网络初始权值为 $(-1, 1)$ 之间的随机数, 取 $\mu = 0.3, \alpha = 0.05$ 。干扰项 $\mathbf{d}_k(t) = [0.3 \sin t \quad 0.1(1 - e^{-t})]^T$, 设置初始学习增益为 $\mathbf{K}_p = \text{diag}(50 \quad 10), \mathbf{K}_d = \text{diag}(200 \quad 100)$, 自适应参数取 $\boldsymbol{\Gamma} = \text{diag}(10 \quad 10 \quad 10 \quad 10 \quad 10)$ 。由以下仿真结果可看出, 利用 RBFNN 调整控制器比

例微分增益，可使系统达到高精度轨迹跟踪的效果。

取每次迭代的时间为 3s，仿真结果如图 5-3~图 5-6 所示。

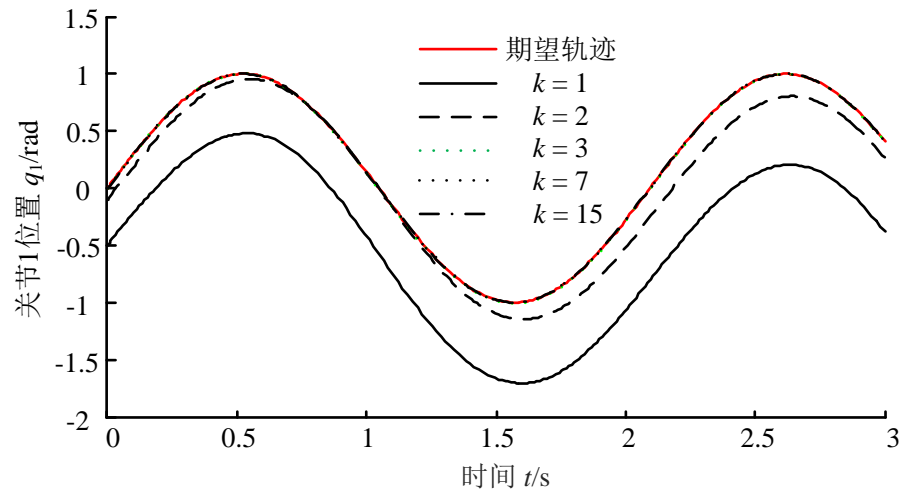


图 5-3 q_1 位置跟踪曲线

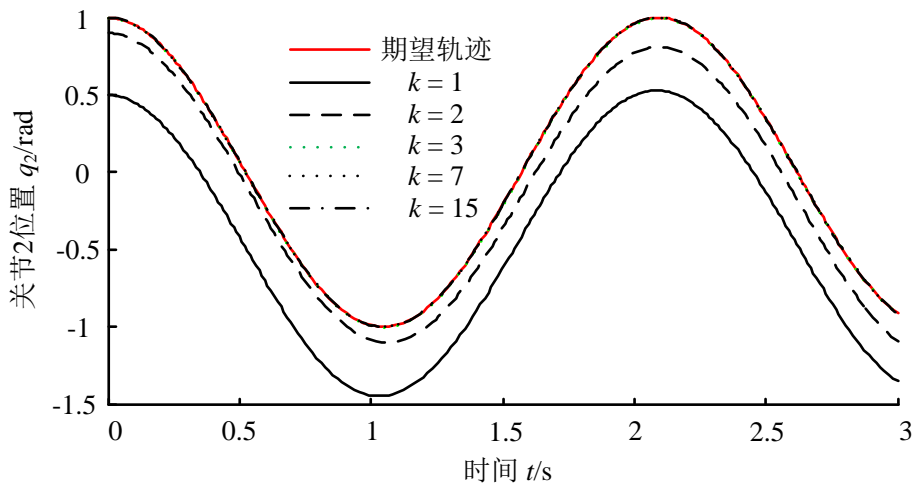


图 5-4 q_2 位置跟踪曲线

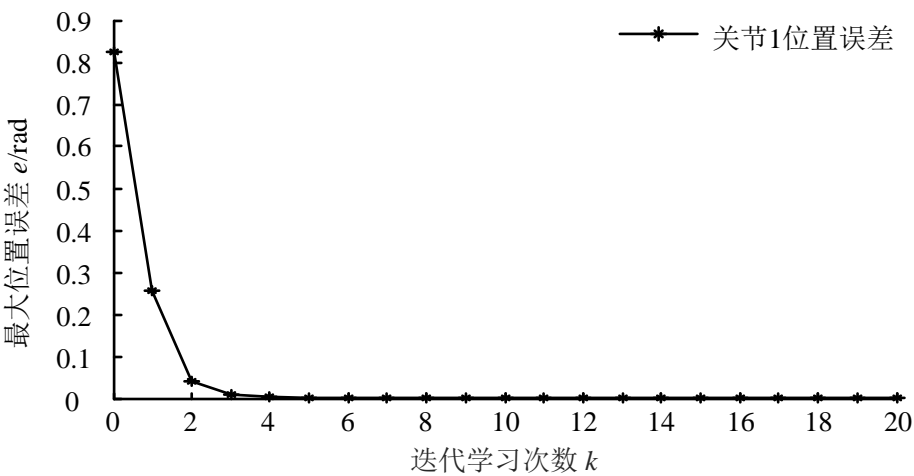


图 5-5 关节 1 的最大位置跟踪误差

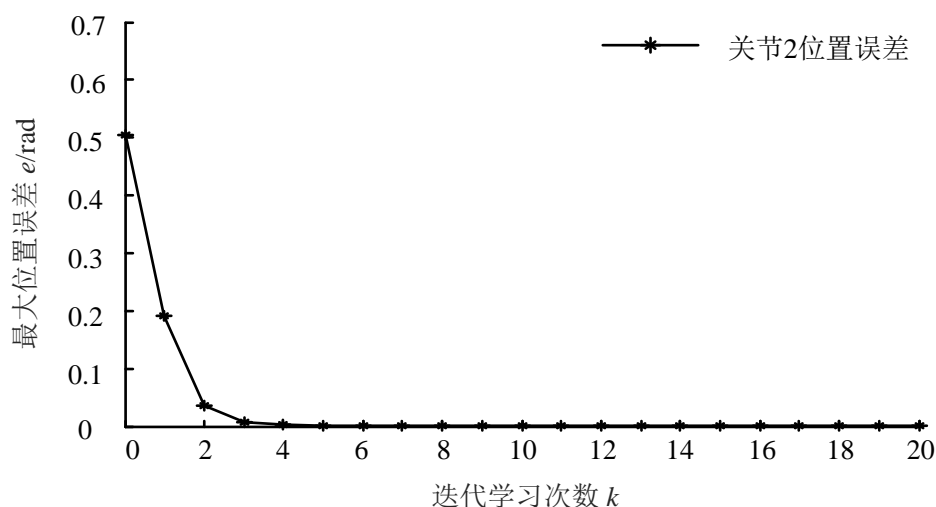


图 5-6 关节 2 的最大位置跟踪误差

图 5-3 和图 5-4 为 2 关节机械臂两个滑动单元在带初态学习的神经网络自适应迭代学习算法下的位置跟踪曲线，两图均给出了迭代过程中的期望轨迹和第 1、2、3、7、15 次迭代的位置跟踪曲线，并且分别用红色实线、黑色实线、黑色虚线、绿色点线、黑色点线和黑色点划线表示。图 5-5 和图 5-6 为两个滑动单元 20 次迭代过程中的最大位置误差曲线。

由图 5-3 和图 5-4 可明显看出系统允许初态偏差的存在，但随迭代次数的不断递增，同时使用本文的 ILC 策略在学习过程中对每次迭代的实际初态进行反复修正，使系统初态在第 3 次迭代时已基本重合于期望初态，实现了其无限逼近期望初态的目标。同时，仿真结果图可明显表明在有限时间内系统完全可以展现出良好的控制性能。

由图 5-5 和图 5-6 可知，系统完成第 3 次迭代后，跟踪误差已开始迅速趋向于 0，表现出了系统的高精度快速收敛性能。另外，同样针对二关节机械臂的跟踪控制研究，观察第 4 章带遗忘因子的 ILC 算法作用下的最大跟踪误差曲线图 4-4 中的 a) 和图 4-5 中的 b)，并且将其与本章关节 1 和关节 2 的最大跟踪误差曲线图 5-5 和图 5-6 做对比可知，当迭代次数为 0、1 时，在本章控制律的作用下，系统的最大跟踪误差更小。

由于自适应 ILC 算法具有自身调节能力，面对外界不同的干扰因素，可以实现对自身参数的调节，并且利用 RBF 神经网络进行比例、微分增益的调整，增加系统控制精度，提高了系统控制性能。

5.6 本章小结

本章节针对可重复劳作的多关节机械臂运行时存在的初态偏差问题展开研究，将初始状态偏差设计到初态学习律中，并在此基础上设计了一种神经网络自适应迭代学习算法，初态学习律的加入使系统初态不再局限于一个固定的常值，而是允许其与期望初态之间有一定的偏差，放宽了系统初态固定的约束条件，并且利用神经网络优化自适应控制器参数，可以有效提高控制精度和鲁棒性。构造新的 Lyapunov 函数，同时利用函数分析法证明了所提算法的收敛性，克服了第 3 章和第 4 章收敛性分析方法中全局 Lipschitz 条件的限制，有着不断改善和提高的逻辑关系。结合二关节机械臂的数值仿真，实现了算法精确跟踪控制的目标。

结 论

本文主要针对迭代学习算法应用中的初态和收敛性展开研究，可具体描述为初始状态问题、算法收敛性分析方法和收敛速度问题。主要研究内容可概括为带初始误差修正的闭环 D 型快速迭代学习控制律下的跟踪控制研究、带初态学习和遗忘因子的指数变增益快速迭代学习控制律下的跟踪控制研究以及带初态学习的神经网络自适应迭代学习律下的跟踪控制研究。主要研究成果如下：

(1) 针对常规的带有初始误差修正的 ILC 算法，提出了一种带初始误差修正的闭环 D 型快速 ILC 算法。经过变形的初态学习律的引入明显放宽了重复运行系统对初始状态的限制条件，增强了算法实用性，基于系统输出误差的时间分段函数的设计大大缩短了初始误差修正的时间，不仅提高了系统实时调整能力，并且成为系统随迭代次数的增加实现快速收敛的关键，采用闭环学习方式替换开环学习方式，提高了系统抗干扰能力和实时控制性能，利用 λ 范数理论及压缩映射法分析了算法的收敛性。仿真实验表明了该算法具有良好的跟踪控制效果，实现了加速收敛的目标。

(2) 设计了一种带初态学习和遗忘因子的指数变增益快速迭代学习控制律。基于系统输出误差的初态学习律使重复运行系统的初始状态扩展为偏移有界的选择范围，指数变增益有效改善了控制增益盲目选择的问题，加快了系统收敛速度，结合使用开环 P、D 型 ILC 算法，并通过算子理论及谱半径分析法完成了算法的收敛性分析，相比于第 3 章使用的范数理论方法，在一定程度上放宽了收敛条件。分析结果表明系统输出误差的收敛界限会随着迭代次数的增多而不断缩小，且与初始控制量没有关系，允许系统根据自身需要适当选择初始控制量，提高了控制精度。仿真实验表现了算法快速跟踪的效果。

(3) 设计了一种基于初态学习的神经网络自适应迭代学习控制律来改善工程应用中多关节机械臂重复作业情况下出现的初态偏差问题。基于初始状态偏差设计的初态学习律打破了传统 ILC 具有固定初值的限制条件，利用神经网络优化自适应律参数，提高系统控制精度和鲁棒性，通过 Lyapunov 函数分析法进行了算法的收敛性分析，与第 3、4 章的收敛性分析方法形成对比，避免了全局 Lipschitz 条件的束缚。仿真结果展现了算法良好的跟踪控制效果，实现了对初态偏差的快速校正。

综上所述,本文设计了三种关于 ILC 算法应用研究中三大研究内容的轨迹跟踪控制策略,并获得了一些理论和数值仿真实验结果,为后续有关 ILC 初始状态和收敛性的研究提供了参考。

ILC 是建立在工业生产和智能制造的背景下产生的,并且它本身兼具理论分析简单及适用于复杂工程环境的优势,决定了其很高的实用价值。由于时间限制,本文对迭代学习算法相关内容的研究还有很多欠缺之处,针对本文研究的内容,有以下几方面值得进一步研究:

(1) 本文主要研究了具有给定期望轨迹的 ILC,考虑工程实际,若系统跟踪轨迹是可变的,针对算法研究的主要内容,ILC 能否保持固定期望轨迹时的跟踪控制效果具有重要的意义,有待进一步研究。

(2) 本文针对带初态学习的神经网络自适应 ILC 的研究,可实现系统高精度跟踪控制的性能,但神经网络算法存在计算量大的问题,如何减少计算量并且提高系统收敛速度需要进一步的研究。

参考文献

- [1] Uchiyama M. Formation of High-speed Motion Pattern of a Mechanical Arm by Trial[J]. Transactions of the Society of Instrumentation and Control Engineers, 1978, 14(6): 706-712.
- [2] Arimoto S, Kawamura S, Miyazaki F. Bettering Operation of Dynamic System by Learning[J]. Journal of Robotic System, 1984, 1(2): 123-140.
- [3] Bien Z Z, Huh K M. Higher-order Iterative Control Algorithm[J]. IEE Proceedings Part D, Control Theory & Applications, 1989, 136(3): 105-112.
- [4] Ahn H S, Choi C H. Iterative Learning Controller for Linear Systems with a Periodic Disturbance[J]. Electronics Letters, 1990, 26(18): 1542.
- [5] 曾南, 应行仁. 非线性系统迭代学习算法[J]. 自动化学报, 1992, 18(2): 168-176.
- [6] Xu J X, Tan Y. On the P-type and Newton-type ILC Schemes for Dynamic Systems with Non-affine-in-input Factors[J]. Automatica, 2002, 38(7): 1237-1242.
- [7] Xu J X, Tan Y. Linear and Nonlinear Iterative Learning Control[J]. Lecture Notes in Control & Information Sciences, 2003: 175-291.
- [8] 孙明轩, 黄宝健. 迭代学习控制[M]. 北京: 国防工业出版社, 1999: 56-68.
- [9] Ren L I, Zheng H A N. Survey of Iterative Learning Control[J]. Control & Decision, 2005, 20(9): 961-966.
- [10] 李仁俊, 韩正之. 迭代学习控制综述[J]. 控制与决策, 2005, 20(9): 961-966.
- [11] 孙明轩. 初态学习下的迭代学习控制[J]. 控制与决策, 2007, 22(8): 848-852.
- [12] Ho J K L, Zhang J, Chow T W S, et al. Iterative Learning Control with Initial Rectifying Action for Nonlinear Continuous Systems[J]. Control Theory & Applications, 2009, 3(1): 49-55.
- [13] Dai X, Tian S, Luo W, et al. Iterative Learning Control with Forgetting Factor for Linear Distributed Parameter Systems with Uncertainty[J]. Journal of Control Science & Engineering, 2014, 2014(2): 1-7.
- [14] Uemura M, Kawamura S, Hirai H, et al. Iterative Motion Learning with Stiffness Adaptation for Multi-joint Robots[C]. International Conference on Robotics & Biomimetics. IEEE, 2014: 1088-1093.

- [15] Bu X, Hou Z. Adaptive Iterative Learning Control for Linear Systems with Binary-Valued Observations[J]. IEEE Transactions on Neural Networks and Learning Systems, 2016: 1-6.
- [16] 黄怡欣, 李爽, 江秀强. 基于自适应迭代学习的小行星绕飞容错控制[J]. 中国空间科学技术, 2017, 37(1): 1-10.
- [17] Huang W, Viti F, Tampère, et al. An Iterative Learning Approach for Signal Control in Urban Traffic Networks[C]. International IEEE Conference on Intelligent Transportation Systems. IEEE, 2013: 468-473.
- [18] Zheng Y, Zhang Y, Jianming H U. Iterative Learning Based Adaptive Traffic Signal Control[J]. Journal of Transportation Systems Engineering & Information Technology, 2010, 10(6): 34-40.
- [19] Hendrawan Y M, Simba K R, Uchiyama N. Iterative Learning based Trajectory Generation for Machine Tool Feed Drive Systems[J]. Robotics and Computer-Integrated Manufacturing, 2018, 51: 230-237.
- [20] Zhang Q, Liu Y, Zhang Z. A New Optimization Method for Sheet Metal Forming Processes based on an Iterative Learning Control Model[J]. The International Journal of Advanced Manufacturing Technology, 2016, 85(5-8): 1063-1075.
- [21] Min K, Sunwoo M, Han M. Iterative Learning Control Algorithm for Feedforward Controller of EGR and VGT Systems in a CRDI Diesel Engine[J]. International Journal of Automotive Technology, 2018, 19(3): 433-442.
- [22] 杨凯歌, 钟佩思, 郑义, 等. 基于迭代学习控制算法的下肢外骨骼机器人跟随特性[J]. 科学技术与工程, 2018, 18(34): 196-201.
- [23] Yu X D, Wei Y J, Huang D X. Intelligent Switching Expert System for Delayed Coking Unit Based on Iterative Learning Strategy[J]. Expert Systems with Applications, 2011, 38(7): 9023-9029.
- [24] Wang Y Q, Liu T, Zhao Z. Advanced PI Control with Simple Learning Set-Point Design: Application on Batch Processes and Robust Stability Analysis[J]. Chemical Engineering Science, 2012: 153-165.
- [25] Zalikhanov B, Makarov R, Matuyshevskii E. Diagnostics of FEL and ILC Ultra Short Electron Bunches Based on Undulator and Synchrotron Radiation[J]. Physics of Particles and Nuclei letters, 2010, 7(7): 446-449.

- [26] Heralic A, Christiansson A K, Ottosson M. Increased Stability in Laser Metal Wire Deposition through Feedback from Optical Measurements[J]. Optics and Lasers in Engineering, 2012, 50(9): 1230-1241.
- [27] 丛靖梅, 莫蓉, 张莹. 航空发动机薄壁叶片加工误差补偿迭代学习建模方法[J]. 机械科学与技术, 2018, 38(1): 73-79.
- [28] Chu B, Owens D H, Freeman C T. Iterative Learning Control with Predictive Trial Information: Convergence, Robustness, and Experimental Verification[J]. IEEE Transactions on Control Systems Technology, 2016, 24(3): 1101-1108.
- [29] 姜悦. 基于迭代学习算法的机械臂系统轨迹跟踪控制研究[D]. 沈阳: 东北大学, 2013: 17-53.
- [30] Zhao Y, Zhou F, Wang Y. Fractional-order Iterative Learning Control with Initial State Learning Design[J]. Nonlinear Dynamics, 2017, 90(2): 1257-1268.
- [31] 王超. 迭代学习控制算法的设计与应用研究[D]. 秦皇岛: 燕山大学, 2014: 1-8.
- [32] Luo J, Hauser K. Robust Trajectory Optimization Under Frictional Contact with Iterative Learning[J]. Autonomous Robots, 2015, 41(5): 1-15.
- [33] Zheng M, Wang C, Sun L, et al. Design of Arbitrary-order Robust Iterative Learning Control based on Robust Control Theory[J]. Mechatronics, 2017: 67-76.
- [34] Kim M, Kuc T Y, Kim H, et al. Adaptive Iterative Learning Controller with Input Learning Technique for a Class of Uncertain MIMO Nonlinear Systems[J]. International Journal of Control Automation & Systems, 2017, 15(1): 315-328.
- [35] 马乐乐, 刘向杰. 变参考轨迹下的鲁棒迭代学习模型预测控制[J]. 自动化学报, 2019: 1-13.
- [36] 冯莉, 柴毅, 许水清, 等. 基于迭代学习的线性不确定重复系统间歇性故障估计[J]. 自动化学报, 2018: 1-13.
- [37] 丁伟杰. 迭代学习控制的算法研究[D]. 广州: 华南理工大学, 2017: 1-7.
- [38] Gu P, Tian S. Analysis of Iterative Learning Control for One-sided Lipschitz Nonlinear Singular Systems[J]. Journal of the Franklin Institute, 2018: 196-208.
- [39] 冯太合, 张友强, 牟文杰, 等. 固定初值下广义系统的迭代学习控制[J]. 控制工程, 2018, 25(10): 1916-1921.
- [40] Wang H B, Dong J. High-order Feedback-feedforward Iterative Learning Control Scheme with a Variable Forgetting Factor[J]. International Journal of Advanced Robotic Systems, 2016, 13(95):

1-8.

- [41] Wang H B, Wang Y. Iterative Learning Control for Nonlinear Systems with Uncertain State Delay and Arbitrary Initial Error[J]. Journal of Control Theory and Applications, 2011, 9(04): 541-547.
- [42] Wang D W. Convergence and Robustness of Discrete Time Nonlinear Systems with Iterative Learning Control[J]. Automatica, 1998, 34(11): 1445-1448.
- [43] Bouakrif F. Iterative Learning Control for Strictly Unknown Nonlinear Systems Subject to External Disturbances[J]. International Journal of Control Automation and Systems, 2011, 9(4): 642-648.
- [44] Wang R, Ma X H, Bu X H. Robust Iterative Learning Control for a Class of Linear Systems with Data Dropouts[J]. Mathematical Problems in Engineering, 2013, 2013(1): 275-289.
- [45] Geng Y, Ahn H S, Ruan X. Robustness of Discrete-time Iterative Learning Control for Networked Control Systems with Data Dropouts[J]. IEEE International Symposium on Intelligent Control, 2015: 906-911.
- [46] Tong Duy S. Robust Monotonic Convergent Iterative Learning Control[J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 2016, 61(4): 1063-1068.
- [47] Meng D, Moore K L. Robust Iterative Learning Control for Nonrepetitive Uncertain Systems[J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 2017, 62(2): 907-913.
- [48] Cao Z, Zhang R, Yang Y. Discrete-Time Robust Iterative Learning Kalman Filtering for Repetitive Processes[J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 2016, 61(1): 270-275.
- [49] Jiang P, Li Z Y, Chen Y Q. Iterative Learning Neural Network Control for Robot Learning from Demonstration[J]. Control Theory & Application, 2004, 21(3): 447-452.
- [50] Cao F, Wang D, Zhu H. An Iterative Learning Algorithm for Feedforward Neural Networks with Random Weights[J]. Information Sciences, 2016, 1(9): 546-557.
- [51] Czajkowski A, Patan M, Patan K. Design of Iterative Learning Control by the Means of State Space Neural Networks[C]. Control & Fault-tolerant Systems. IEEE, 2016: 293-298.
- [52] 王跃灵, 金振林, 李研彪. 球面 3-RRR 并联机构动力学建模与鲁棒-自适应迭代学习控制[J]. 机械工程学报, 2010, 46(1): 68-73.
- [53] Bouakrif F, Zasadzinski M. Trajectory Tracking Control for Perturbed Robot Manipulators using Iterative Learning Method[J]. International Journal of Advanced Manufacturing Technology, 2016,

- 87(5-8): 1-10.
- [54] Cao Z, Lu J, Zhang R, et al. Iterative Learning Kalman Filter for Repetitive Processes[J]. Journal of Process Control, 2016, 46: 92-104.
- [55] 刘建昌, 苗宇. 基于神经网络补偿的机械臂轨迹控制策略的研究[J]. 控制与决策, 2005, 20(7): 732-736.
- [56] 王娜. 迭代学习控制算法研究及在机械臂中的应用[D]. 秦皇岛: 燕山大学, 2013: 3-8.
- [57] Jin X. Adaptive Iterative Learning Control for High-order Nonlinear Multi-agent Systems Consensus Tracking[J]. Systems & Control Letters, 2016, 89: 16-23.
- [58] Wang D W, Ye Y. Design and Experiments of Anticipatory Learning Control: Frequency-domain Approach[J]. IEEE Transactions on Mechatronics, 2005, 10(3): 305-313.
- [59] Bien Zen, Huh Kmare. Higher-order Iterative Control Algorithm[J]. IEE Proceedings Part D Control Theory Applications, 2005: 105-112.
- [60] 张华. 迭代学习控制的初态问题研究[D]. 无锡: 江南大学, 2014: 1-11.
- [61] Qing L V, Fang Y C, Ren X. Iterative Learning Control for Accelerated Inhibition Effect of Initial State Random Error[J]. Acta Automatica Sinica, 2014, 41(7): 1365-1372.
- [62] 黄宝健, 孙明轩, 张学智. 带有初始误差修正的迭代学习控制[J]. 自动化学报, 1999, 25(5): 716-718.
- [63] 兰天一, 林辉. Lebesgue-p 范数意义下对初态误差进行加速修正的迭代学习控制[J]. 控制与决策, 2016(3): 429-434.
- [64] 曹伟, 丛望, 李金, 等. 带有初态学习的可变增益迭代学习控制[J]. 控制与决策, 2012, 27(3): 473-476.
- [65] Wang H B, Dong J, Wang Y. High-Order Feedback Iterative Learning Control Algorithm with Forgetting Factor[J]. Mathematical Problems in Engineering, 2015, 2015(3): 1-7.
- [66] Wang H R, Wang N, Wang H B, et al. Non-causal Iterative Learning Algorithm with Variable Forgetting Factor[C]. Control Conference. IEEE, 2013: 5420-5425.
- [67] 吕庆, 方勇纯, 任逍. 加速抑制随机初态误差影响的迭代学习控制[J]. 自动化学报, 2014, 40(7): 1295-1302.
- [68] Chien C J, Liu J S. A P-type Iterative Learning Controller for Robust Output Tracking of Nonlinear Time-varying Systems[C]. International Journal of Control, 1996, 64(2): 16.

- [69] Dai X, Tian S, Luo W, et al. Iterative Learning Control with Forgetting Factor for Linear Distributed Parameter Systems with Uncertainty[J]. Journal of Control Science & Engineering, 2014, 2014(2): 1-7.
- [70] 曹伟, 戴学丰, 刘艳菊. 移动机器人的可变遗忘因子离散迭代学习控制[J]. 北京工业大学学报, 2015, 41(10): 1516-1521.
- [71] R ós H, Efimov D, Fridman L M, et al. Homogeneity Based Uniform Stability Analysis for Time-Varying Systems[J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 2016, 61(3): 725-734.
- [72] 戴宝林, 龚俊. 基于初态学习的遗忘因子迭代学习控制研究[J]. 信息与控制, 2018, 47(05): 39-44.
- [73] 刘金琨. 机器人控制系统的设计与 MATLAB 仿真[M]. 北京: 清华大学出版社, 2008: 264-271.
- [74] Wang X, Dong H, Wang Q. Research of Manipulator Trajectory Tracking based on Adaptive Robust Iterative Learning Control[J]. Cluster Computing, 2018: 1-8.
- [75] 王三秀, 俞立, 徐建明, 等. 机械臂自适应鲁棒轨迹跟踪控制[J]. 控制工程, 2015, 22(2): 241-245.
- [76] Tayebi A. Adaptive Iterative Learning Control for Robot Manipulators[J]. Automatica, 2004, 40(7): 1195-1203.

攻读硕士学位期间承担的科研任务与主要成果

(一) 科研任务

- [1] 国防科技创新特区国家级纵向项目：XXX 评价技术，排名 7/14
- [2] 《欠驱动多机器人系统协同控制及其在远程操作系统中的应用》，国家自然科学基金资助项目，项目编号：61473248，参与人
- [3] 《基于交通大数据的京津冀一体化交通管控云服务应用系统研究》，河北省省基金，编号：F2016203496，参与人

(二) 撰写和发表的论文

- [1] Zhou Zhen, Wang Hongbin, Hu Zhongquan, Xue Xiaojun. Event-triggered Finite-time Consensus of Multiple Euler Lagrange Systems under Markovian Switching Topologies[J]. International Journal of Systems Science, 2018, 49(8): 1-13.
- [2] Zhou Zhen, Wang Hongbin, Hu Zhongquan, Xue Xiaojun. Finite Time Stability Of Discrete Markovian Jump System Over Networks With Random Dual-delay[J]. Mechatronic Systems and Control, EI, 2019. (Accepted for publication)
- [3] Wang Hongbin, Zhou Zhen, Wang Yueling, Zhang Mingquan, Xue Xiaojun. Dynamic Event-Triggered Formation Control for Multiple Quadrotor UAVs[C]. Chinese Control Conference, 2018. (Accepted for publication)

致 谢

本文是在导师王洪斌教授和王跃灵老师的悉心指导和关怀下完成的。感谢两位老师为我的研究工作指明了方向，提供了一个幽静舒适的学习环境，不仅培养了我自主学习的能力，优秀的科研队伍也增强了我团队合作的能力。王洪斌老师在担任繁忙的科研与行政工作的同时，总会抽出一点一滴的时间指导和分析我的研究课题，他严谨的科研态度、广阔的逻辑思维和有道的治学精神由衷的感染了我。生活中，王老师勤奋刻苦，待人诚恳谦逊，经常教导我们学会做人的同时还应充满自信，戒骄戒躁的完成每一件事，他优秀的人格魅力将一直影响我未来的学习、生活和工作。王跃灵老师渊博的知识和创见的学术思维在课题研究和本论文撰写过程中给予了我精心帮助，他求真求是、对学术孜孜不倦的追求激励了我。生活中，王老师细心严谨，监督并督促我们的课题进展，他无微不至的关怀使我感受到了课题组的温暖。在本文结束之际，作者首先要向王洪斌教授和王跃灵老师致以衷心的感谢！

同时，感谢电气工程学院机器人控制课题组的所有老师和同学对我的支持和帮助，特别感谢呼忠权老师、师兄师姐以及师弟师妹们，使我在学习和生活中都感受到了一丝温暖。

感谢我的家人，是他们在求学的道路上给予我无私和无微不至的关怀与照顾，默默地支持我。感谢所有关心和帮助过我的同学与朋友。

最后，衷心感谢电气工程学院全体教师给予我的无私教诲。