

ANALÝZA KOMBINAČNÝCH OBVODOV

Ondrej Krajčovič

Zadanie:

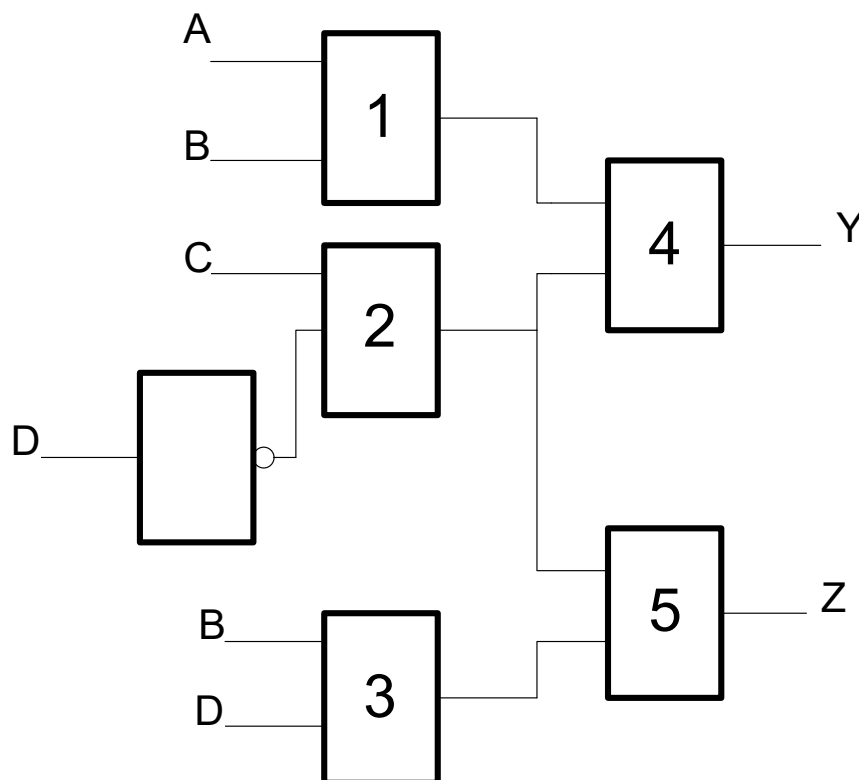
Urobte analýzu kombinačného logického obvodu, ktorého štruktúra je daná na obrázku nižšie.

1. Zo známej štruktúry obvodu:

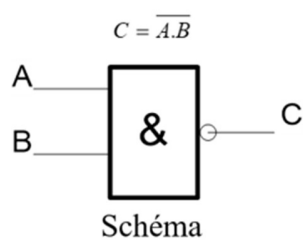
- Odvod'te boolovské funkcie zodpovedajúce výstupom Y a Z obvodu,
- Boolovské funkcie s použitím pravidiel boolovskej algebry upravte na minimálnu DNF a zapíšte do Karnaughových máp (najskôr do máp, v ktorých vystupujú všetky vstupné premenné obvodu a potom do najmenších máp),
- Boolovské funkcie s použitím pravidiel boolovskej algebry upravte na minimálnu KNF a zapíšte do Karnaughových máp (najskôr do máp, v ktorých vystupujú všetky vstupné premenné obvodu a potom do najmenších máp).

2. Pomocou systému LOGISIM (príp. LOG/FITBOARD):

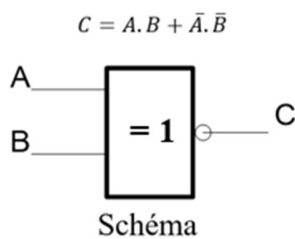
- Vytvorte schému zadaného obvodu a simuláciou overte správnosť mapových zápisov boolovských funkcií (pre jednotlivé kombinácie hodnôt na vstupoch porovnajte výstupy s hodnotami v mapách),
- Vytvorte schému obvodu z rovníc, ktoré ste získali pri úprave na DNF formu,
- Vytvorte schému obvodu z rovníc, ktoré ste získali pri úprave na KNF formu,
- Všetky tri vytvorené schémy pripojte na spoločné vstupy a zodpovedajúce si výstupy obvodov umiestnite vedľa seba (viď. obrázok príkladu).

Zadanie 1: NAND – NAND – NAND – XNOR – XOR**1. Schéma zadania obvodu**

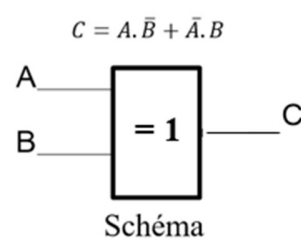
Typy použitých logických členov: NAND – NAND – NAND – XNOR – XOR

NAND Funkcia

A	B	C
0	0	1
0	1	1
1	0	1
1	1	0

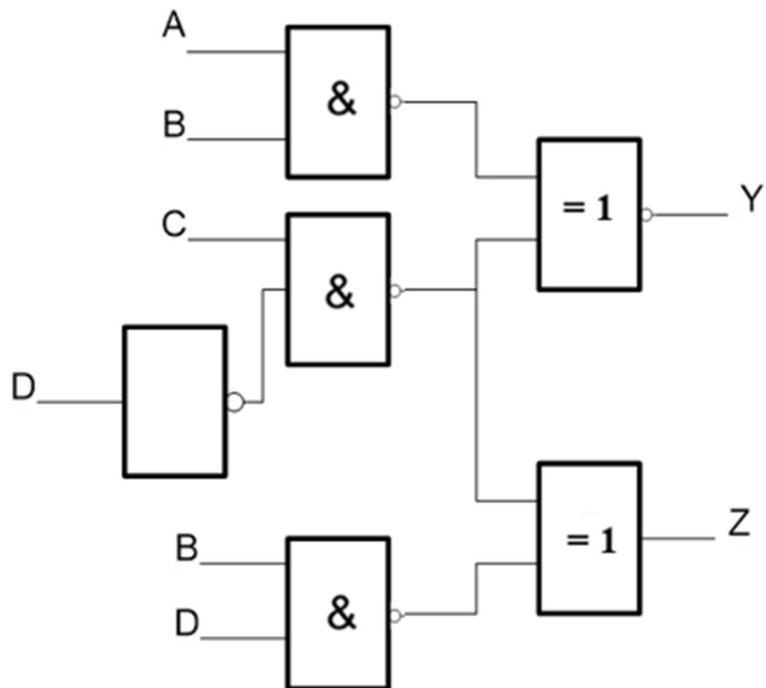
XNOR Funkcia

A	B	C
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	1

XOR Funkcia

A	B	C
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	0

1. Schéma zadania obvodu



Odvodenie výrazov pre výstupné funkcie Y a Z

1) Vyjdeme zo štruktúry obvodu a zostavíme výrazy zodpovedajúce výstupom Y a Z:

$$Y = x_1 \cdot x_2 + \overline{x_1} \cdot \overline{x_2}$$

$$Z = x_2 \cdot \overline{x_3} + \overline{x_2} \cdot x_3$$

Pre ľubovoľné výrazy A,B platí:

- | | |
|--|---|
| 1. $A+B = B+A$
$A \cdot B = B \cdot A$ | <i>Komutatívnosť</i> |
| 2. $A+(B+C) = (A+B)+C$
$A \cdot (B \cdot C) = A \cdot (B \cdot C)$ | <i>Asociatívnosť</i> |
| 3. $A+B \cdot C = (A+B) \cdot (A+C)$
$A \cdot (B+C) = A \cdot B + A \cdot C$ | <i>Distributívnosť</i> |
| 4. $A+A+\dots+A = A$
$A \cdot A \cdot \dots \cdot A = A$ | |
| 5. $\overline{\overline{A}} = A$
$\overline{A+B} = \overline{A} \cdot \overline{B}$
$\overline{A \cdot B} = \overline{A} + \overline{B}$ | <i>de Morganové pravidlá</i> |
| 6. $\overline{\overline{\overline{A}}} = \overline{A}$ | <i>Pravidlá o dvojnásobnej a viacnásobnej negácii</i> |
| 7. $A + \overline{A} = 1$
$A \cdot \overline{A} = 0$ | <i>Pravidlá o komplemente</i> |
| 8. $A+1 = 1$
$A \cdot 0 = 0$ | <i>Pravidlá o adresívnosti hodnôt 0 a 1</i> |
| 9. $A+0 = A$
$A \cdot 1 = A$ | <i>Pravidlá o neutrálnosti hodnôt 0 a 1</i> |
| 10. $(A+B) \cdot (\overline{A} + \overline{B}) = \overline{A \cdot B}$
$A \cdot B + \overline{A} \cdot \overline{B} = \overline{A \oplus B}$ | <i>Pravidlá spojovania</i> |
| 11. $A+A \cdot B = A$
$A \cdot (A+B) = A$ | <i>Pravidlá absorpcie</i> |
| 12. $A + \overline{A} \cdot B = A + B$
$A \cdot (\overline{A} + B) = A \cdot B$ | |
| 13. $A \cdot B + \overline{A} \cdot C + B \cdot C = A \cdot B + \overline{A} \cdot C$
$(\overline{A} + \overline{B}) \cdot (\overline{B} + \overline{C}) \cdot (A + \overline{C}) = (\overline{A} + \overline{B}) \cdot (A + \overline{C})$ | <i>Konsenzus teorem</i> |

2) Výrazy prepíšeme na ekvivalentné normálne formy typu DNF:

DNF - Y:

$$Y = x_1 \cdot x_2 + \overline{x_1} \cdot \overline{x_2}$$

$$x_1 = \overline{A \cdot B}$$

$$x_1 = \bar{A} + \bar{B}$$

De Morganovo pravidlo

$$x_2 = \overline{C \cdot \bar{D}}$$

$$x_2 = \bar{C} + \bar{\bar{D}}$$

De Morganovo pravidlo

$$x_2 = \bar{C} + D$$

Pravidlo o dvojnásobnej negácii

$$\overline{x_1} = A \cdot B$$

De Morganovo pravidlo

$$\overline{x_2} = C \cdot \bar{D}$$

De Morganovo pravidlo

$$Y = x_1 \cdot x_2 + \overline{x_1} \cdot \overline{x_2}$$

$$= (\bar{A} + \bar{B}) \cdot (\bar{C} + D) + (A \cdot B) \cdot (C \cdot \bar{D})$$

Dosadenie za x_1 a x_2

$$= \bar{A} \cdot \bar{C} + \bar{A} \cdot D + \bar{B} \cdot \bar{C} + \bar{B} \cdot D + A \cdot B \cdot C \cdot \bar{D} = \text{DNF } Y$$

Roznásobenie zátvoriek

Počet použitých logických členov: 6 (5xAND, 1xOR)

Počet vstupov pre logickú funkciu: 17(4*(2 do AND), 4 do AND, 5 do OR)

DNF - Z:

$$Z = x_2 \cdot \overline{x_3} + \overline{x_2} \cdot x_3$$

$$x_2 = \overline{C \cdot \bar{D}}$$

$$x_2 = \bar{C} + \bar{\bar{D}}$$

De Morganovo pravidlo

$$x_2 = \bar{C} + D$$

Pravidlo o dvojnásobnej negácii

$$x_3 = \overline{B \cdot \bar{D}}$$

$$x_3 = \bar{B} + \bar{\bar{D}}$$

De Morganovo pravidlo

$$\overline{x_2} = C \cdot \bar{D}$$

De Morganovo pravidlo

$$\overline{x_3} = B \cdot D$$

De Morganovo pravidlo

$$Z = x_2 \cdot \overline{x_3} + \overline{x_2} \cdot x_3$$

$$= (\bar{C} + D) \cdot (B \cdot D) + (C \cdot \bar{D}) \cdot (\bar{B} + \bar{D})$$

Dosadenie za x_1 a x_2

$$= \bar{C} \cdot B \cdot D + B \cdot D + C \cdot \bar{B} \cdot \bar{D} + C \cdot \bar{D}$$

Roznásobenie zátvoriek

$$= B \cdot D + C \cdot \bar{B} \cdot \bar{D} + C \cdot \bar{D}$$

Pravidlo absorpcie

$$= B \cdot D + C \cdot \bar{D} = \text{DNF } Z$$

Pravidlo absorpcie

Počet použitých logických členov: 3 (2xAND, 1xOR)

Počet vstupov pre logickú funkciu: 6 (2 do AND, 2 do AND, 2 do OR)

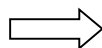
3) Zostavíme mapové zápisy funkcií, ktoré zodpovedajú výrazom Y a Z vo forme DNF:

		<u>D</u>				<u>C</u>			
A	B	1	0	1	1	1	0	1	1
	0	1	0	0	0	0	1	0	0
	1	0	1	1	1	1	0	1	1
	1	0	1	1	1	1	0	1	1

Y

		<u>D</u>				<u>C</u>			
A	B	0	0	1	0	0	0	1	0
	1	1	1	1	0	1	1	1	0
	1	1	1	1	0	1	1	1	0
	0	0	1	0	0	0	0	1	0

Z



		<u>D</u>				<u>C</u>			
B	0	0	1	0	0	0	1	0	0
	1	1	1	0	1	1	1	0	0

Z

Sumár obvodov DNF:

Počet použitých logických členov: 9 (7xAND, 2xOR) = (6+3)

Počet vstupov pre logickú funkciu: 23 (6*(2 do AND), 4 do AND, 5 do OR, 2 do OR) = (17+6)

Pozn.: pri zapojení obvodov som použil 4x NOT priamo z vstupov A,B,C,D aby bol obvod čo najefektívnejší

4) Výrazy prepíšeme na ekvivalentné normálne formy typu KNF:

KNF - Y

mKNF vypoočítame dvojité negovaním mDNF danej funkcie

$$\begin{aligned}
 Y &= \overline{\overline{A \cdot \bar{C}} + \overline{A \cdot D} + \overline{B \cdot \bar{C}} + \overline{B \cdot D} + \overline{A \cdot B \cdot C \cdot \bar{D}}} \\
 &= \overline{(\bar{A} + \bar{\bar{C}}) \cdot (\bar{A} + \bar{\bar{D}}) \cdot (\bar{B} + \bar{\bar{C}}) \cdot (\bar{B} + \bar{\bar{D}}) \cdot (\bar{A} + \bar{B} + \bar{C} + \bar{\bar{D}})} \\
 &= \overline{(A + C) \cdot (A + \bar{D}) \cdot (B + C) \cdot (B + \bar{D}) \cdot (\bar{A} + \bar{B} + \bar{C} + D)} \\
 &= \overline{(A + C \cdot \bar{D}) \cdot (B + C \cdot \bar{D}) \cdot (\bar{A} + \bar{B} + \bar{C} + D)} \\
 &= \overline{(A \cdot B + C \cdot \bar{D}) \cdot (\bar{A} + \bar{B} + \bar{C} + D)} \\
 &= \overline{\bar{A} \cdot C \cdot \bar{D} + \bar{B} \cdot C \cdot \bar{D} + \bar{C} \cdot C \cdot D + C \cdot \bar{D} \cdot D + \bar{A} \cdot A \cdot B + A \cdot B \cdot \bar{B} + A \cdot B \cdot \bar{C} + A \cdot B \cdot D} \quad * \\
 &= \overline{\bar{A} \cdot C \cdot \bar{D} + \bar{B} \cdot C \cdot \bar{D} + 0 \cdot D + 0 \cdot D + 0 \cdot B + A \cdot 0 + A \cdot B \cdot \bar{C} + A \cdot B \cdot D} \quad ** \\
 &= \overline{\bar{A} \cdot C \cdot \bar{D} + \bar{B} \cdot C \cdot \bar{D} + A \cdot B \cdot \bar{C} + A \cdot B \cdot D} \\
 &= \overline{(\bar{A} + \bar{C} + \bar{\bar{D}}) \cdot (\bar{B} + \bar{C} + \bar{\bar{D}}) \cdot (\bar{A} + \bar{B} + \bar{C}) \cdot (\bar{A} + \bar{B} + \bar{D})} \\
 &= (A + \bar{C} + D) \cdot (B + \bar{C} + D) \cdot (\bar{A} + \bar{B} + D) \cdot (\bar{A} + \bar{B} + \bar{D}) = \text{KNF Y}
 \end{aligned}$$

De Morganovo pravidlo

Pravidlo o dvojnásobnej negácii

Distributívnosť

Distributívnosť

Roznásobenie zátvoriek

*

**

De Morganovo pravidlo

Pravidlo o dvojnásobnej negácii

* Pravidlo o komplemente

** Pravidlo o adresívnosti 0

Počet použitých logických členov: 5(4xOR, 1x AND)

Počet vstupov pre logickú funkciu: 16 (4*(3 do OR), 4 do AND)

KNF - Z

mKNF vypoočítame dvojité negovaním mDNF danej funkcie

$$\begin{aligned}
 Z &= \overline{\overline{B \cdot D} + \overline{C \cdot \bar{D}}} \\
 &= \overline{(\bar{B} + \bar{\bar{D}}) \cdot (\bar{C} + \bar{\bar{D}})} \\
 &= \overline{(\bar{B} + \bar{D}) \cdot (\bar{C} + D)} \\
 &= \overline{\bar{B} \cdot \bar{C} + \bar{B} \cdot D + \bar{C} \cdot \bar{D} + \bar{D} \cdot D} \\
 &= \overline{\bar{B} \cdot D + \bar{D} \cdot \bar{C}} \\
 &= \overline{(\bar{B} + \bar{D}) \cdot (\bar{\bar{D}} + \bar{\bar{C}})} \\
 &= (B + \bar{D}) \cdot (D + C) = \text{KNF Z}
 \end{aligned}$$

De Morganovo pravidlo

Pravidlo o dvojnásobnej negácii

Roznásobenie zátvoriek

Konsenzus teorem

De Morganovo pravidlo

Pravidlo o dvojnásobnej negácii

Počet použitých logických členov: 3 (2xOR, 1xAND)

Počet vstupov pre logickú funkciu: 6 (2*(2 do OR), 2 do AND)

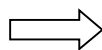
5) Zostavíme mapové zápisy funkcií, ktoré zodpovedajú výrazom Y a Z vo forme KNF:

		<u>D</u>		<u>C</u>
A	B	1	0	1
		0	1	0
		1	0	1
		1	0	1

Y

		<u>D</u>		<u>C</u>
A	B	0	0	1
		1	1	1
		1	1	1
		0	0	1

Z



		<u>D</u>		<u>C</u>
B		0	0	1
		1	1	1

Z

Sumár obvodov KNF:

Počet použitých logických členov: 8 (6xOR, 2xAND) = (5+3)

Počet vstupov pre logickú funkciu: 22 (4*(3 do OR), 2*(2 do OR), 1 do AND, 4 do AND) = (16+6)

Pozn.: pri zapojení obvodov som použil 4x NOT priamo z vstupov A,B,C,D aby bol obvod čo najefektívnejší

Zhodnotenie:

Nakoľko pri DNF musíme použiť o jednu logickú bránu a o dva vstupy viac, KNF je efektívnejšie. Pri konkrétnom pohľade na jednotlivé obvody však vidíme, že oba obvody funkcie Z(DNF; KNF) používajú rovnaký počet vstupov a rovnaký počet logických brán, oba sú tým pádom rovnako efektívne. V obvode pre funkciu Y však nastáva rozdiel, pretože DNF používa o jednu logickú bránu a dva vstupy viac, z čoho je nám jasné, že KNF je pre Y efektívnejšie. (v obvode sú použité okrem spomínaných logických brán 4 NOT brány, zabezpečujúce negované vstupy do funkcií, nakoľko sa však použijú 4 na KNF a 4 na DNF, nemajú efekt na výsledok)

