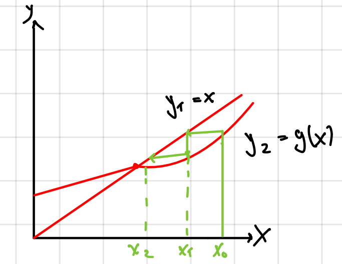
Taller grupal

Metodo iterativo de Punto fijo:

1. $g(x)$ es continua $[a,b]$, $g(x) \in [a,b] \rightarrow x \in [a,b]$

$|g'(x)| < 1 \rightarrow [a,b]$ – Diverge $\neq$ Converge $\rightarrow |g'(x)| < 1$

2.



- $g(x) = 0$ busca encontrar la intersección de la grafica $y = g(x)$ con la recta Pendiente de $y = x$

  ↳ A esa intersección se le conoce como Punto fijo de $g'(x)$

4.
- $f(x) = 0 \rightarrow g(x) = x$

- $f(x) = \cos^2(x) - x^2$

$\cos^2(x) - x^2 = 0$

$\cos^2(x) = x^2$

$g(x) = \cos(x)$

$x_0 = \cos(x)$

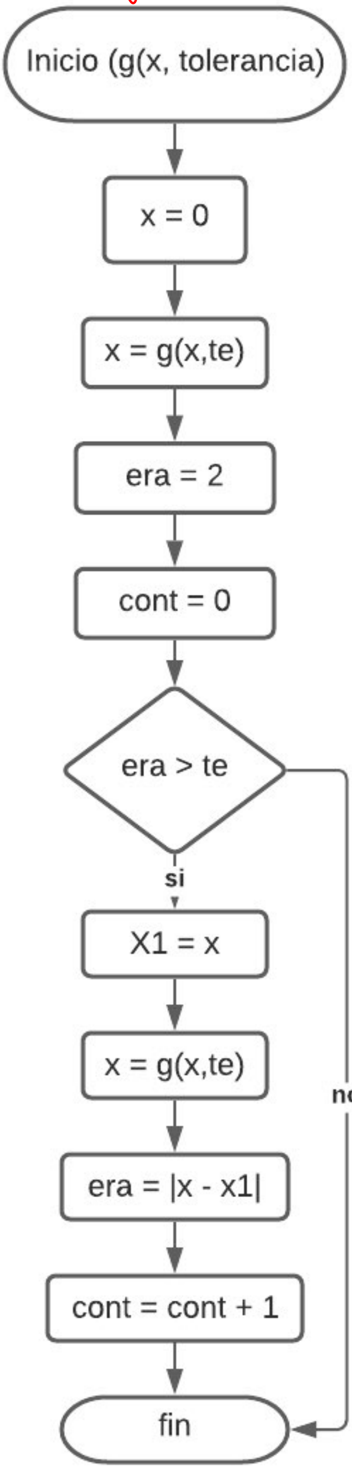
$x_0 = 0{,}7$

$x_1 = \cos(0{,}7)$

$x_{n+1} = \cos(x_{n+1})$

$= \underline{0{,}739085}$

3. Punto fijo


Inicio (g(x, tolerancia)
x = 0
x = g(x,te)
era = 2
cont = 0
era > te
si
X1 = x
x = g(x,te)
era = |x - x1|
cont = cont + 1
no
fin

Metodo de AitKen:

1. Dada una sucesión $X=(x_n)_{n\in N}$, se calcula la nueva sucesión $\hat{X}=(\hat{x}_n)_{n\in N}$ definida como

$$\hat{x}_{n+2} = x_{n+2} - \frac{(x_{n+2}-x_{n+1})^2}{x_{n+2}-2x_{n+1}+x_n}$$

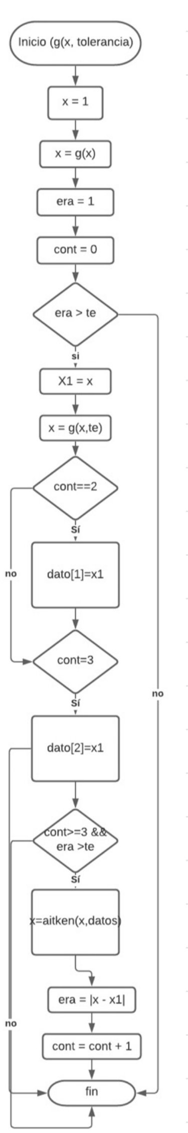
- El proceso Δ^2 de AitKen es un metodo de aceleración de la convergencia, y en particular un caso de transformación no lineal de una sucesión
- Iterar mínimo 3 veces.
- No converge de forma cuadratica, asi que se puede demostrar mediante metodo de punto fijo.

$$x_{n+1} = f(x_n)$$

2.

x_1	A_{11}				
x_2	A_{21}	A_{22}			
x_3	A_{31}	A_{32}	A_{33}		
x_4	A_{41}	A_{42}	A_{43}	A_{44}	
x_5	A_{51}	A_{52}	A_{53}	A_{54}	A_{55}

4.



5. Como se comporta el método en cuanto: perdida de significancia, el número de iteraciones, la convergencia, en cada caso.

En cuanto perdida de significancia encontramos que para cada caso es se encuentra diferentes situaciones para el primero ejercicio vimos que a mayor significancia mas se acercaba con precisión a la raíz pero para el segundo caso entramos que con mayor significancia la raíz se acercaba pero entraba en un ciclo debido a que se acercaba pero no lo suficiente como par detener al algoritmo, mientras que para los otros tres puntos al intentar con diferentes g(x) pudimos observar que diverge entonces el algoritmo no se acerco a la raíz

6. Cómo se puede solucionar el problema de significancia, es remediable o está destinado al fracaso, en los casos que se presente el problema

Para resolver este problema de significancia intentamos usar algunas librerías que nos permitieran hacer una mayor aproximación, a su vez presentamos que algoritmo se detenía por resultados Nan donde pensamos que al aplicar el algoritmo el épsilon de la maquina donde aplicábamos el algoritmo causa un tipo de conflicto

7. Que pasa con el método cuando hay más de dos raíces, explique su respuesta, encontrar la

multiplicidad (sugerencia utilice Wólfram para factorizar)

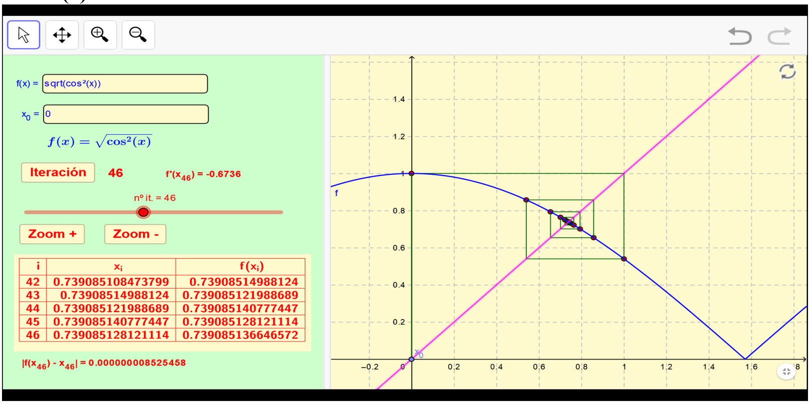
Cuando hay mas de dos raíces influye en el momento de hallar el g(x). Debido a que para el algoritmo punto fijo es esnecial para empezar las iteraciones por que si escogemos de forma errónea esta puede hacer que el método no converja por lo cual no encontremos o aproximemos a la raiz

8. Qué pasa con el método cuando la función es periódica, par o impar, estas características influyen?

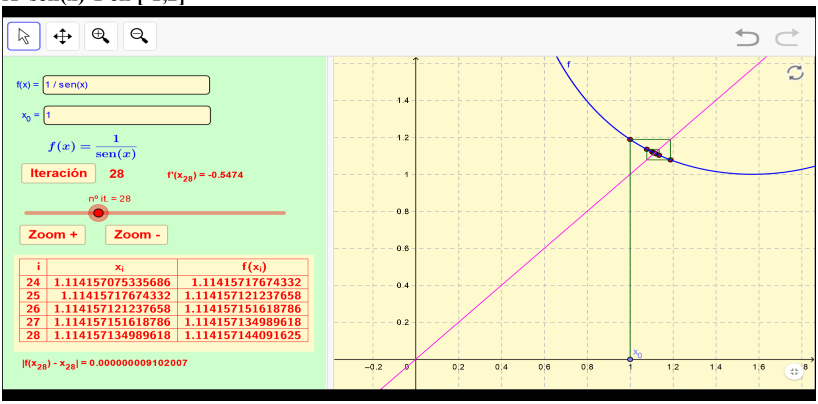
Si a medida que crecen las iteraciones y x+1 tiende a x* se dice que el método converge, en caso contrario diverge. Si el método converge, la diferencia entre dos iteraciones sucesivas será más pequeña a medida que i aumenta, lo que proporciona un criterio de terminación de aplicación del método

TOLERANCIA 10^-8

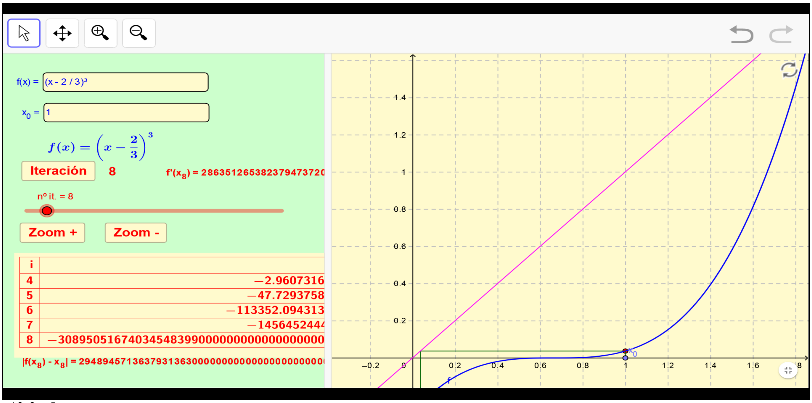
Cos^2(x)-x^2



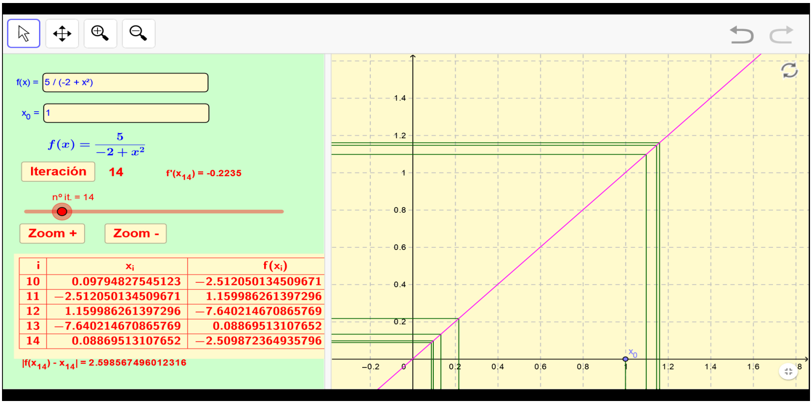
X*sen(x)-1 en [-1,2]



x^3−2x^2+4/3x−8/27



x^3-2x-5



11. El método de punto fijo es mucho menos eficiente que el método de bisección ya que se necesitan hacer más iteraciones para obtener la raíz y en algunos casos no es posible tener una raíz ya que la función no converge.

El algoritmo Δ2 de Aitken es parecido al método de bisección en cuanto a eficiencia, pero no es tan precisa, nos ayuda a tener una raíz con una aproximación muy buena.

12. En comparación con Taylor el método de punto fijo es mas preciso ya que se tiene una tolerancia estimada, pero con el método de Taylor se puede trabajar algunas funciones con dos o más raíces.

El algoritmo Δ2 de Aitken es mucho mas exacto que Taylor pero al igual que con el método de bisección se puede usar cuando la función tiene dos o más raíces.