

res/img/logo.png

Άσκηση Δ5 - Εργαστήριο Φυσικής IV

Μαμαλούκας Χριστόφορος-Μάριος — 1110202000098

30-5-2022 — Υπέυθυνος: Νίκος Καλτσουνίδης

Σκοπός άσκησης

Οι μετασχηματιστές είναι χρήσιμες συσκευές οι οποίες χρησιμοποιούνται ευρέως για τον έλεγχο της τάσης σε συσκευές όπως οι υπολογιστές ή άλλες ευαίσθητες, σε υψηλή τάση, συσκευές, για την χρήση συσκευών από ή σε χώρες που χρησιμοποιούν διαφορετικές τάσεις από την δική μας ή ακόμη και για την ενίσχυση του ρεύματος. Στο εργαστήριο αυτό θα μελετήσουμε τις κατασκευές αυτές λεπτομερώς, τον τρόπο με τον οποίο μετασχηματίζουν τα χαρακτηριστικά του ρεύματος αλλά και αυτό που ονομάζουμε «χαρακτηριστικές καμπύλες μετασχηματιστών».

1 Θεωρητικό Πλαίσιο

επιφάνεια S .

Ένα σημαντικό φαινόμενο που αφορά τον ηλεκτρομαγνητισμό είναι η **επαγωγή**. Έστω μία επιφάνεια που ορίζει ένας αγωγός. Αν σε αυτήν την επιφάνεια εμφανίζεται χρονικά μεταβαλλόμενη ροή μαγνητικού πεδίου, τότε ο αγωγός θα «αντισταθεί» στην μεταβολή αυτήν δημιουργώντας το δικό του μαγνητικό πεδίο· με άλλα λόγια, αναπτύσσοντας ηλεκτρική τάση. Μαθηματικά, αυτό εκφράζεται από την διαφορική εξίσωση:

$$\vec{\nabla} \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$$

όπου \vec{B} το μαγνητικό πεδίο και \vec{E} το ηλεκτρικό πεδίο. Η εξίσωση αυτή ανήκει στην «οικογένεια» των εξισώσεων Maxwell και ονομάζεται νόμος Faraday. Εμφανίζει επίσης μια ολοκληρωτική μορφή:

$$V = \int_{\partial S} \vec{E} \cdot d\vec{l} = -\frac{\partial \Phi_B}{\partial t} \Big|_S$$

δηλαδή η τάση που δημιουργείται σε έναν αγωγό εξαρτάται από το πόσο μεταβάλλεται η ροή του μαγνητικού πεδίου σε μια

Ένας μετασχηματιστής για να λειτουργήσει βασίζεται στο φαινόμενο της επαγωγής. Από άποψη κατασκευής, ένας μετασχηματιστής αποτελείται από δύο πηνία τα οποία είναι τυλιγμένα γύρω από έναν μεταλλικό πυρήνα. Το ένα πηνίο είναι συνδεδεμένο στην πηγή που θα προσφέρει το ρεύμα και ονομάζεται **πρωτεύον**. Το άλλο πηνίο είναι συνδεδεμένο σε έναν καταναλωτή και ονομάζεται **δευτερεύον**.

Όταν το πρωτεύον πηνίο αναπτύσσει χρονικά μεταβαλλόμενο μαγνητικό πεδίο, τότε στο δευτερεύον εμφανίζεται ροή ηλεκτρικού ρεύματος. Αυτό το χρονικά μεταβαλλόμενο πεδίο προκύπτει όταν περνάει εναλλασσόμενο ρεύμα δια του πρωτεύοντος πηνίου (αφού ταλαντώνεται χρονικά ως προς την τάση και ένταση).

Σύμφωνα με τον νόμο Faraday, η τάση που αναπτύσσεται σε κάθε πηνίο λόγω του μεταβαλλόμενου πεδίου εκφράζεται ως

κάτωθι:

$$V_1 = -N_1 \left(\frac{d\Phi_{B,1}}{dt} \Big|_{S_1} + \frac{d\Phi_{B,2}}{dt} \Big|_{S_1} \right) \quad (1)$$

$$V_2 = -N_2 \left(\frac{d\Phi_{B,2}}{dt} \Big|_{S_2} + \frac{d\Phi_{B,1}}{dt} \Big|_{S_2} \right) \quad (2)$$

Το κάθε πηνίο δηλαδή εμφανίζει τάση εξαιτίας της ροής του μαγνητικού πεδίου αυτού και του άλλου πηνίου του μετασχηματιστή στην επιφάνειά του S_i . Το φαινόμενο της επαγωγής στην περίπτωση αυτήν εκφράζεται από την κάτωθι σταθερά:

$$L_{i \rightarrow j} = \mu \frac{N_i N_j S_j}{l_i}$$

που ονομάζεται **σταθερά αμοιβαίας επαγωγής** αν αφορά δύο διαφορετικά πηνία ή **σταθερά αυτεπαγωγής** αν αφορά το ίδιο το πηνίο. μ είναι η σταθερά διαπερατότητας του πυρήνα στον οποίο είναι τυλιγμένα τα πηνία. Ουσιαστικά, μας λέει ότι η επαγωγή σε ένα πηνίο με N_j σπείρες και διατομή S_j εξαρτάται από τα γεωμετρικά χαρακτηριστικά N_i (σπείρες) και l_i (μήκος) ενός άλλου πηνίου.

Έχοντας αυτήν την σταθερά κατά νου, μπορούμε να γράψουμε την τάση κάθε πηνίου ως εξής:

$$V_1 = -L_{1 \rightarrow 1} \frac{dI_1}{dt} - L_{2 \rightarrow 1} \frac{dI_2}{dt} \quad (3)$$

$$V_2 = -L_{2 \rightarrow 2} \frac{dI_2}{dt} - L_{1 \rightarrow 2} \frac{dI_1}{dt} \quad (4)$$

δηλαδή η τάση που αναπτύσσεται στα άκρα κάθε πηνίου εξαρτάται από την αμοιβαία επαγωγή και την αυτεπαγωγή

Από την σχέση των τάσεων συναρτήσει των ροών μαγνητικού πεδίου, αν πάρουμε τον λόγο των τάσεων, θεωρώντας ότι $d(\Phi_{B,i})/dt \Big|_{S_i} = d(\Phi_{B,i})/dt \Big|_{S_j}$, λαμβάνουμε

την σχέση $n = V_1 : V_2 = N_1 : N_2$. Η σχέση αυτή ονομάζεται **λόγος μετασχηματισμού**. Αν είναι μικρότερος της μονάδας ($N_1 < N_2$), τότε έχουμε υποβιβασμό (μείωση) της τάσης. Ειδικά, έχουμε ανύψωση αυτής.

Όταν το δευτερεύον πηνίο είναι ανοιχτό δηλαδή η ροή ηλεκτρικού ρεύματος δεν είναι δυνατή και έχουμε λειτουργία «εν κενώ», τότε ισχύει ότι $I_2 = 0$ και άρα $\Phi_{B,2} = 0$. Αν θεωρήσουμε ότι το πρωτεύον πηνίο είναι συνδεδεμένο σε σειρά με μία πηγή εναλλασσόμενου ρεύματος η οποία εκφράζεται από τις σχέσεις:

$$V_S = V_o e^{i\omega t} \quad (5)$$

$$I_S = I_o e^{i(\omega t + \phi)} \quad (6)$$

Τότε για την τάση του πρωτεύοντος πηνίου πρέπει να ισχύει:

$$V_1 = V_S$$

και λόγω φαινομένου αυτεπαγωγής (στο πρωτεύον) και αμοιβαίας επαγωγής (στο δευτερεύον):

$$V_1 = -N_1 \frac{d\Phi_{B,1}}{dt}$$

$$V_2 = -N_2 \frac{d\Phi_{B,1}}{dt}$$

Εκτελώντας, λοιπόν, τις απαραίτητες πράξεις, καταλήγουμε στο αποτέλεσμα:

$$V_2 = \frac{N_1 V_o}{N_2} e^{i\omega t} = n V_o e^{i\omega t}$$

Αν τώρα κλείσουμε το κύκλωμα του δευτερεύοντος πηνίου με έναν καταναλωτή ωμικής αντίστασης R_1 -λειτουργεί υπό φορτίο- τότε τα πράγματα είναι περιπλοκότερα. Εδώ, το δευτερεύον πηνίο παράγει το δικό του μαγνητικό πεδίο, αφού εμφανίζεται ροή ρεύματος, και άρα συμβάλλει στην ίδια του την τάση αλλά και την τάση του πρωτεύοντος πηνίου. Μπορούμε να βρούμε την ένταση του ρεύματος που αναπτύσσεται στο δευτερεύον πηνίο μέσω της παραδοχής ότι η ισχύς παραμένει ίδια μεταξύ των δύο κυκλωμάτων:

$$P_1 = P_2 \Rightarrow$$

$$V_1 I_1 = V_2 I_2 \Rightarrow$$

$$\frac{I_2}{I_1} = n$$

Άρα, στους μετασχηματιστές, όσο ανυψώνεται η τάση, τόσο υποβιβάζεται η ένταση και αντιστρόφως.

Σε έναν μετασχηματιστή που λειτουργεί υπό φορτίο, η εμπέδηση του δευτερεύοντος προκύπτει ως κάτωθι:

$$Z_2 = \frac{V}{I} = \frac{V_2}{I_2}$$

και δεδομένου ότι $V_2 = \frac{V_1}{n}$ και $I_2 = n I_1$, τότε:

$$Z_2 = n^{-2} \frac{V_1}{I_1} = n^{-2} Z_1$$

Η ανωτέρω σχέση μας λέει ότι όταν υποβιβάζεται ή ανυψώνεται η τάση, η εμπέδηση θα υποβιβαστεί ή ανυψωθεί ακόμη περισσότερο αντιστοίχως.

Αν στο κύκλωμα αυτό ο καταναλωτής είχε μηδενική αντίσταση, τότε λέμε ότι έχουμε ρεύμα **βραχυκύκλωσης** στο δευτερεύον πηνίο.

Φυσικά, στα ανωτέρω, υποθέσαμε ότι οι μετασχηματιστές είναι ιδανικοί. Στην πραγματικότητα όμως έχουμε απώλειες που εμφανίζονται σε τρεις μορφές.

Η πρώτη απώλεια οφείλεται στο γεγονός ότι λόγω του σχήματος του πεδίου, δεν μπορεί να ισχύει η παραδοχή που λάβαμε για τις ροές. Με άλλα λόγια, δεν γίνεται η ροή που «νιώθει» το πρωτεύον πηνίο από το δικό του μαγνητικό πεδίο

να είναι το ίδιο με αυτήν που νιώθει το δευτερεύον από την ροή του πρωτεύοντος, για παράδειγμα, γιατί κάποιες μαγνητικές γραμμές του πεδίου αυτού «κλείνουν απότομα» και άρα δεν φθάνουν ποτέ την διατομή του δευτερεύοντος. Η ροή των γραμμών αυτών ονομάζεται **σκεδαζόμενη ροή** και έχει ως αποτέλεσμα την μείωση της ισχύος που βλέπει το κύκλωμα του δευτερεύοντος πηνίου σε σχέση με την ισχύ του κυκλώματος του πρωτεύοντος πηνίου.

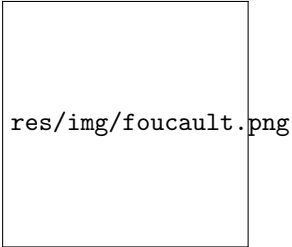


Figure 1: Ρεύματα Foucault. Το δημιουργούμενο ρεύμα πρέπει να δημιουργεί μαγνητικό πεδίο και ανάλογα με την έντασή που προσθέτει στο συνολικό, όταν αυτό μειώνεται και που αφαιρεί από το συνολικό όταν αυτό αυξάνεται. Εδώ, το σχήμα υποδεικνύει ότι μειώνεται το μαγνητικό πεδίο.

Η τρίτη απώλεια αφορά στο γεγονός ότι τα πηνία δεν είναι τέλει αγωγοί και άρα εμφανίζουν ορισμένη αντίσταση. Αυτό, ομοίως με την σκεδαζόμενη ένταση, μειώνει την ισχύ που λαμβάνει το κύκλωμα του δευτερεύοντος πηνίου.

Ως μέτρο σύγκρισης της ισχύος των δύο κυκλωμάτων, ορίζουμε τον **συντελεστή απόδοσης**, ο οποίος εκφράζεται από την σχέση:

$$\alpha = \frac{P_2}{P_1}$$

Ο συντελεστής αυτός, αν η ένταση του ρεύματος φθάσει μεγάλες τιμές, αρχίζει να πέφτει σημαντικά.

Η μελέτη ενός μετασχηματιστή δεν είναι πολύ απλή, δεδομένου ότι τα κυκλώματα των δύο πηνίων είναι ανεξάρτητα μεταξύ τους. Για τον λόγο αυτόν, απλοποιούμε την μελέτη του θεωρώντας ένα ισοδύναμο κύκλωμα:

Θεωρούμε εδώ ότι η ένταση ρεύματος που φθάνει στον αντιστάτη είναι ίση με $\frac{I_2}{n}$. Έστω I_S , I_A , I_M τα ρεύματα που διαρρέουν την πηγή, τον αντιστάτη R_S και το πηνίο αντίστοιχως. Έστω V_S και nV_2 οι τάσεις της πηγής και της αντίστασης n^2R_2 αντίστοιχως.

Αν:

$$\begin{aligned} V_S &= V_o e^{i\omega t} \\ I_S &= I_o e^{i(\omega t - \phi)} \end{aligned}$$

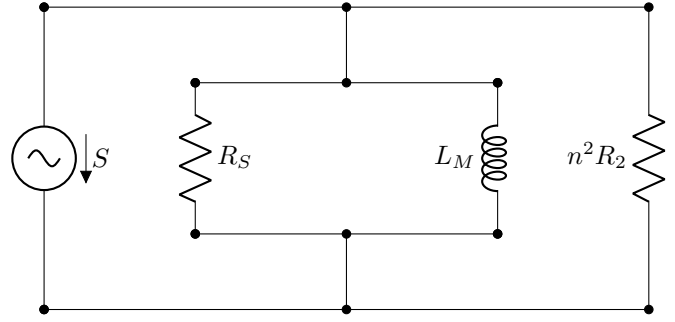


Figure 2: Το κύκλωμα που θα χρησιμοποιήσουμε. Η αντίσταση n^2R_2 συμβολίζει τον καταναλωτή του κυκλώματος του δευτερεύοντος πηνίου όπως τον αντιλαμβάνεται το πρωτεύον. Το πηνίο L_M συμβολίζει τα ρεύματα Foucault και η αντίσταση R_S την σκεδαζόμενη ροή (βγάζει νόημα να την συμβολίζουμε ως αντίσταση, αφού καταναλώνει μέρος της ισχύος με την έννοια ότι η ισχύς από τις μαγνητικές γραμμές που κλείνουν έξω από την διατομή του δευτερεύοντος πηνίου χάνεται από την συνολική ισχύ αυτού).

και με δεδομένους τους νόμους Kirchhoff (για σύνδεση σε σειρά, $\sum V = 0$ και για σύνδεση παράλληλη, $\sum I = 0$), τότε:

$$V_2 = \frac{V_o}{n} e^{i\omega t}$$

$$I_A = \frac{V_S}{R_A},$$

$$\frac{I_2}{n} = \frac{V_S}{n^2 R_2},$$

$$I_M = -i \frac{V_S}{\omega L_M} \Rightarrow$$

$$I_S = \left(\frac{1}{R_A} + \frac{1}{n^2 R_2} - i \frac{1}{L_M \omega} \right) V_S$$

Η ισχύς της πηγής προκύπτει ως κάτωθι:

$$P_S = V_S I_S = \left(\frac{1}{R_A} + \frac{1}{n^2 R_2} - i \frac{1}{L_M \omega} \right) V_S^2$$

Η ισχύς που λαμβάνει η αντίσταση $n^2 R_2$:

$$P_{n^2 R_2} = V_S \frac{I_2}{n} = \frac{V_S^2}{n^2 R_2}$$

Ως εκ τούτου, το σχήμα των διανυσμάτων για το κύκλωμα αυτό προκύπτει ως εξής:

Η ένταση I_S του ρεύματος χωρίζεται σε δύο συνιστώσες. Η μία ονομάζεται **βατική** και είναι η $\left| \frac{I_2}{n} + I_A \right| = |I_S| \cos \phi$. Η άλλη ονομάζεται **αβατική** και είναι η ένταση των ρευμάτων Foucault ($|I_M| = |I_S| \sin \phi$).

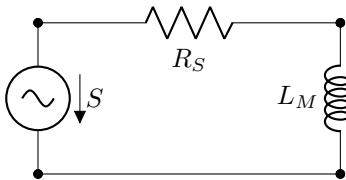
Η διαφορά φάσης έντασης-τάσης είναι ο συντελεστής ισχύος και το συνημίτονό της είναι ίσο με:

$$\cos \phi = \left| \frac{P_{n^2 R_2}}{P_S} \right|^{-1} \operatorname{Re} \left(\frac{P_{n^2 R_2}}{P_S} \right)$$



Figure 3: Τα διανύσματα της ταλάντωσης.

Αν η αντίσταση του καταναλωτή είναι μηδενική, δηλαδή έχουμε βραχυκύκλωση, τότε θεωρούμε ότι η διάταξη του κυκλώματος είναι η παρακάτω:



Ως εκ τούτου, προκύπτει ότι:

$$\begin{aligned} V_S &= V_M + V_A \Rightarrow \\ V_S &= L_M \frac{dI_S}{dt} + R_A I_S \Rightarrow \\ V_S &= (i\omega L_M + R_A) I_S \Rightarrow \\ I_S &= V_S (R_A + i\omega L_M)^{-1} \end{aligned}$$

Με άλλα λόγια, το δευτερεύον πηνίο νιώθει ένταση ρεύματος ίση με:

$$I_2 = \frac{|V_S|}{n\sqrt{R_A^2 + (\omega L_M)^2}}$$

Σε έναν μετασχηματιστή, αν διατηρήσουμε την τάση του πρωτεύοντος πηνίου σταθερή, τότε μπορούμε να κατασκευάσουμε διαγράμματα τα οποία εκφράζουν διάφορα μεγέθη συναρτήσει της έντασης του ρεύματος του δευτερεύοντος πηνίου. Αυτά τα διαγράμματα ονομάζονται **χαρακτηριστικές καμπύλες μετασχηματιστή**.

2 Πειραματική Διάταξη

Για το πείραμα που θα εκτελέσουμε θα χρειαστούμε τα κάτωθι:

- Μία γεννήτρια εναλλασσόμενου ρεύματος.
- Έναν μετασχηματιστή.

- Δύο ποτενσιόμετρα.
- Δύο αμπερόμετρα.
- Δύο βολτόμετρα.
- Ένα βατόμετρο.



Figure 4: Μετασχηματιστής.

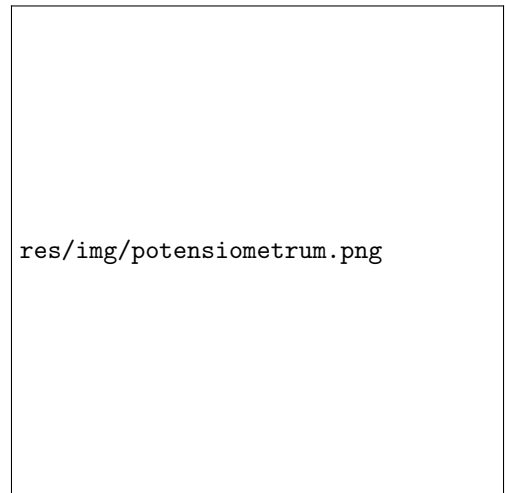


Figure 5: Ποτενσιόμετρο.

3 Πειραματική Διαδικασία

Το πείραμα που θα εκτελέσουμε αποτελείται από τρία μέρη

Σε όλα τα μέρη, το πρωτεύον πηνίο είναι συνδεδεμένο σε σειρά με την γεννήτρια, το ποτενσιόμετρο και το βατόμετρο και παράλληλα με το βολτόμετρο.

3.1 Λειτουργία μετασχηματιστή «εν κενώ»

Για το κομμάτι αυτό, το δευτερεύον πηνίο συνδέεται μόνο σε ένα βολτόμετρο.

1. Για μια τιμή της τάσης του πρωτεύοντος πηνίου, υπολογίζουμε την ένταση και ισχύ του πηνίου.
2. Υπολογίζουμε την τάση του δευτερεύοντος πηνίου, για την ίδια τάση.
3. Υπολογίζουμε τον λόγο μετασχηματισμού, την βατική και αβατική συνιστώσα του ρεύματος και τον συντελεστή ισχύος.
4. Σχεδιάζουμε το διάνυσμα της έντασης.

3.2 Λειτουργία μετασχηματιστή με φορτίο

Για το κομμάτι αυτό, το δευτερεύον πηνίο συνδέεται σε ένα ποτενσιόμετρο. Συνδέουμε σε σειρά ένα αμπερόμετρο και παράλληλα ένα βολτόμετρο.

1. Για την ίδια, με το προηγούμενο μέρος, τάση του πρωτεύοντος πηνίου, καταγράφουμε την ένταση των ρευμάτων των δύο πηνίων, την τάση του δευτερεύοντος και την ισχύ στο πρωτεύον για διάφορες τιμές της αντίστασης του ποτενσιόμετρου στο οποίο είναι συνδεδεμένο το δευτερεύον πηνίο.
2. Σχεδιάζουμε τις χαρακτηριστικές καμπύλες έντασης πρωτεύοντος πηνίου, τάσης δευτερεύοντος πηνίου, συντελεστή ισχύος και φάσης.
3. Υπολογίζουμε το ρεύμα κανονικής λειτουργίας του μετασχηματιστή.

3.3 Βραχυκύκλωμα

Για το κομμάτι αυτό, το δευτερεύον πηνίο συνδέεται μόνο σε ένα αμπερόμετρο.

1. Καταγράφουμε ένταση και τάση δευτερεύοντος και πρωτεύοντος πηνίου και την ισχύ του τελευταίου.
2. Υπολογίζουμε χαρακτηριστικά μεγέθη βραχυκύκλωσης.
3. Σχολιάζουμε.

4 Πειραματική Ανάλυση

4.1 Λειτουργία μετασχηματιστή «εν κενώ»

Για το κύκλωμά μας, υπολογίσαμε ότι για το πρωτεύον πηνίο ισχύει:

- $V_{1o} = (40.0 \pm 0.1)V$
- $I_{1o} = (59.2 \pm 0.1)mA$
- $P_{1o} = (2 \pm 0.5)Wt$

Για το δευτερεύον, προφανώς δεν έχουμε ρεύμα ή ισχύ, αλλά έχουμε τάση:

- $V_{2o} = (2.9 \pm 0.1)V$

5 Παρατηρήσεις και Σχόλια

6 Βιβλιογραφία

Τμήμα Φυσικής, Βασικό Εργαστήριο Φυσικής IV, Εθνικόν και Καποδιστριακόν Πανεπιστήμιον Αθηνών, 2022