



IEL – protokol k projektu

Pavel Marek
xmarek75

20. prosince 2020

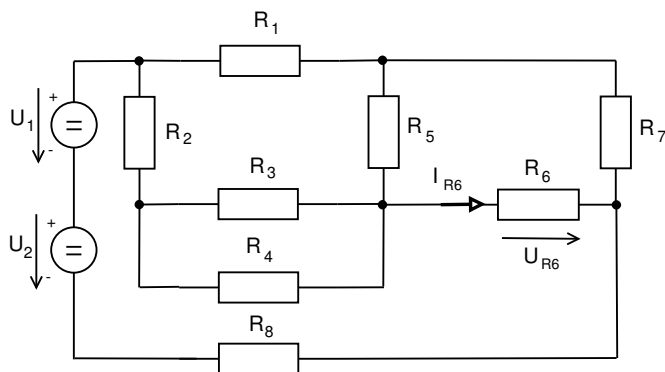
Obsah

1	Příklad 1	2
2	Příklad 2	6
3	Příklad 3	8
4	Shrnutí výsledků	10

Příklad 1

Stanovte napětí U_{R6} a proud I_{R6} . Použijte metodu postupného zjednodušování obvodu.

sk.	U_1 [V]	U_2 [V]	R_1 [Ω]	R_2 [Ω]	R_3 [Ω]	R_4 [Ω]	R_5 [Ω]	R_6 [Ω]	R_7 [Ω]	R_8 [Ω]
E	115	55	485	660	100	340	575	815	255	225

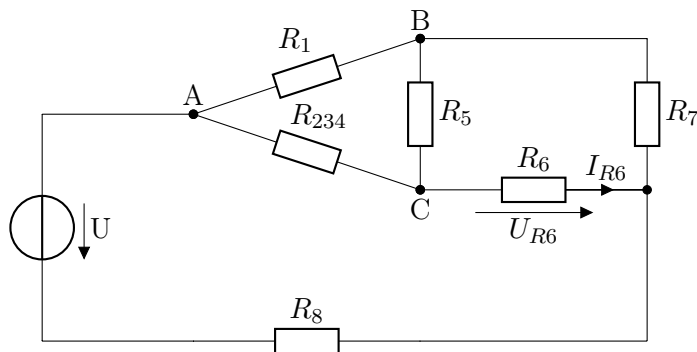


Tento obvod budeme řešit pomocí metody postupného zjednodušování obvodu. Nejprve tedy zjednodušíme rezistory R_3 a R_4 , které jsou zapojeny paralelně, zároveň můžeme sloučit napětí U_1 a U_2 . Výsledný rezistor nazveme R_{34} a výsledné napětí U , rovnou můžeme sloučit rezistor R_{34} a R_2 a vyjde nám R_{234} (obvod č.1).

$$U = U_1 + U_2 = 115 + 55 = 170V$$

$$R_{34} = \frac{R_3 * R_4}{R_3 + R_4} = \frac{100 * 340}{100 + 340} = 77.2727\Omega$$

$$R_{234} = R_2 + R_{34} = 660 + 77.2727 = 737.2727\Omega$$

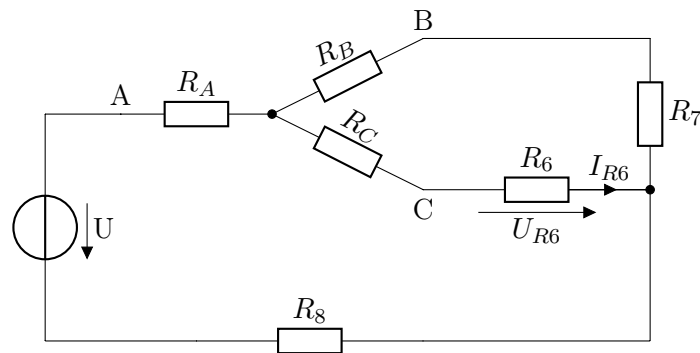


V této situaci lze využít možnosti tzv. transformace trojúhelníků -> hvězda - při uzlu A bude rezistor R_A , při uzlu B bude R_B a při uzlu C bude R_C . Odporů výsledných rezistorů vypočítáme a obvod bude vypadat následovně (obvod č.2):

$$R_A = \frac{R_1 * R_{234}}{R_1 + R_{234} + R_5} = \frac{485 * 737.2727}{485 + 737.2727 + 575} = 198.9555\Omega$$

$$R_B = \frac{R_1 * R_5}{R_1 + R_{234} + R_5} = \frac{485 * 575}{485 + 737.2727 + 575} = 155.1657\Omega$$

$$R_C = \frac{R_{234} * R_5}{R_1 + R_{234} + R_5} = \frac{737.2727 * 575}{485 + 737.2727 + 575} = 235.8751\Omega$$

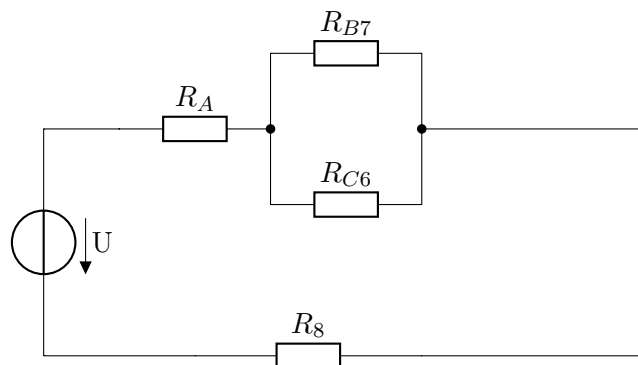


Nyní máme rezistory R_B a R_7 zapojeny sériově, tak je sloučíme do R_{B7} a jejich odpory sečteme. Podobně sloučíme i rezistory R_C a R_6 do R_{C6} .

$$R_{B7} = R_B + R_7 = 155.1657 + 255 = 410.1657\Omega$$

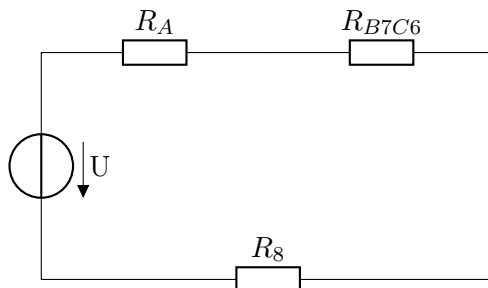
$$R_{C6} = R_C + R_6 = 235.8751 + 815 = 1050.8751\Omega$$

Obvod bude vypadat následovně (obvod č.3):



Ted' zjednodušíme rezistory R_{B7} a R_{C6} , které jsou paralelně zapojeny a vznikne nám rezistor R_{B7C6} (obvod č.4).

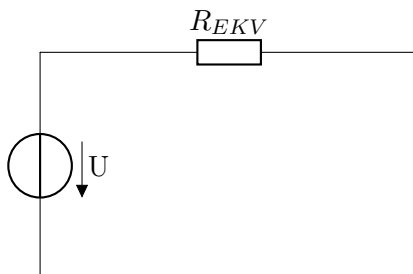
$$R_{B7C6} = \frac{R_{B7} * R_{C6}}{R_{B7} + R_{C6}} = \frac{410.1657 * 1050.8751}{410.1657 + 1050.8751} = 295.0177\Omega$$



Nyní už máme všechny rezistory zapojeny sériově, jejich odpory sečteme a vznikne nám R_{EKV} . Vznikne nám tak obvod s jediným rezistorem R_{EKV} a s napětím U . Díky tomu můžeme dopočítat proud (obvod č.5).

$$R_{EKV} = R_A + R_{B7C6} + R_8 = 198.9555 + 295.0177 + 225 = 718.9732\Omega$$

$$I = \frac{U}{R_{EKV}} = \frac{170}{718.9732} = 0.2364A$$



Ted' začneme postupně vracet rezistory do obvodu a budeme počítat jejich hodnoty.

obvod č.4:

$$I_{R_{B7C6}} = I_{R_8} = I_{R_A} = I = 0.2364A$$

$$U_{R_{B7C6}} = R_{B7C6} * I = 295.0177 * 0.2364 = 69.7422V$$

$$U_{R_A} = R_A * I = 198.9555 * 0.2364 = 47.0331V$$

$$U_{R_8} = R_8 * I = 225 * 0.2364 = 53.19V$$

Kontrola správnosti výpočtů (I. Kirchhoffův zákon):

$$U_{R_{B7C6}} + U_{R_8} + U_{R_A} - U = 69.7422 + 47.0331 + 53.19 - 170 = 169.9653 - 170 \approx 0$$

obvod č.3:

$$I_{R_{C6}} = \frac{U_{R_{B7C6}}}{R_{C6}} = \frac{69.7422}{1050.8751} = 0.0664A$$

$$U_{R_{C6}} = I_{R_{C6}} * R_{C6} = 0.0664 * 1050.8751 = 69.7781V$$

obvod č.2:

$$I_{R_6} = I_{R_{C6}} = 0.0664A$$

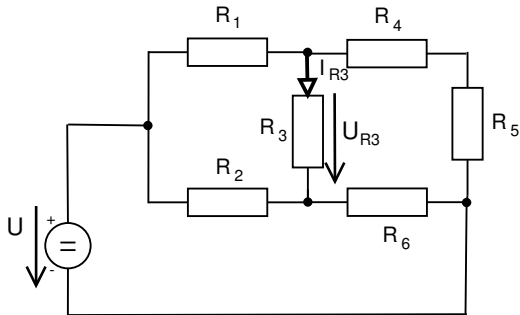
$$U_{R_6} = I_{R_6} * R_6 = 0.0664 * 815 = 54.116V$$

$$\begin{aligned} I_{R_6} &= \mathbf{0.0664A} \\ U_{R_6} &= \mathbf{54.116V} \end{aligned}$$

Příklad 2

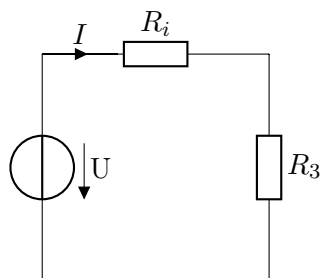
Stanovte napětí U_{R_3} a proud I_{R_3} . Použijte metodu Théveninovy věty.

sk.	U [V]	R_1 [Ω]	R_2 [Ω]	R_3 [Ω]	R_4 [Ω]	R_5 [Ω]	R_6 [Ω]
B	100	50	310	610	220	570	200



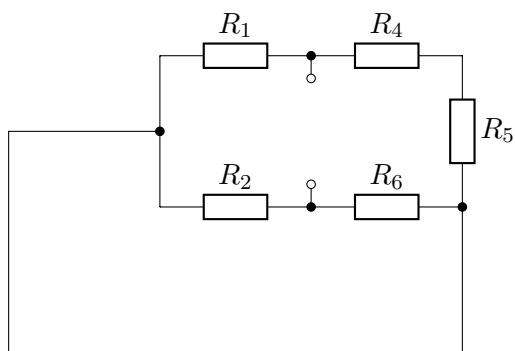
Nejdříve si vytvoříme ekvivalentní obvod a to vzhledem k rezistoru R_3 , u kterého chceme zjistit proud a napětí. Rovnou si vytvoříme i rovnici pro výpočet I_{R_3} .

$$I_{R_3} = \frac{U_i}{R_i + R_3}$$



Ted' musíme zjistit R_i a U_i .

V původním obvodu odpojíme zdroj napětí a rezistor R_3 .



Ted' zjistíme $R_i (=R_{EKV})$ tak, že sloučíme všechny rezistory do jednoho.

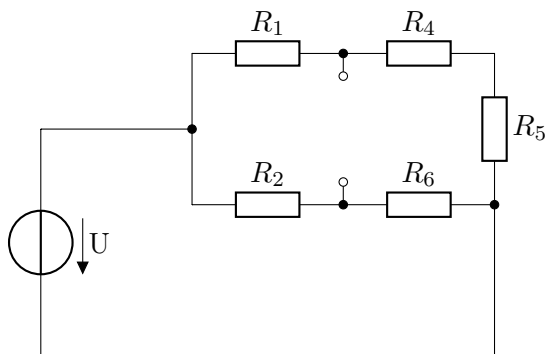
$$R_{45} = R_4 + R_5 = 220 + 570 = 790\Omega$$

$$R_{12} = \frac{R_1 * R_2}{R_1 + R_2} = \frac{50 * 310}{50 + 310} = 43.0556\Omega$$

$$R_{456} = \frac{R_{45} * R_6}{R_{45} + R_6} = \frac{790 * 200}{790 + 200} = 159.596\Omega$$

$$R_i = R_{12} + R_{456} = 43.0556 + 159.596 = 202.6516\Omega$$

R_i už jsme zjistili, nyní je třeba zjistit U_i - napěťové zdroje v původním obvodu zapojím zpátky, R_3 nechám odpojené a místo něj zde bude hledané napětí U_i .



Nyní musíme zjistit napětí na R_1 a na R_2 .

$$U_{R_1} = \frac{U * R_1}{R_1 + R_{45}} = \frac{100 * 50}{50 + 790} = 5.9524V$$

$$U_{R_2} = \frac{U * R_2}{R_2 + R_6} = \frac{100 * 310}{310 + 200} = 60.7843V$$

U_i vypočítáme jako rozdíl U_{R_2} a U_{R_1} .

$$U_i = U_{R_2} - U_{R_1} = 60.7843 - 5.9524 = 54.8319$$

Ted' se vrátíme na začátek ke vzorci I_{R_3} a dosadíme do něj hodnoty.

$$I_{R_3} = \frac{U_i}{R_i + R_3} = \frac{54.8319}{202.6516 + 610} = 0.0675A$$

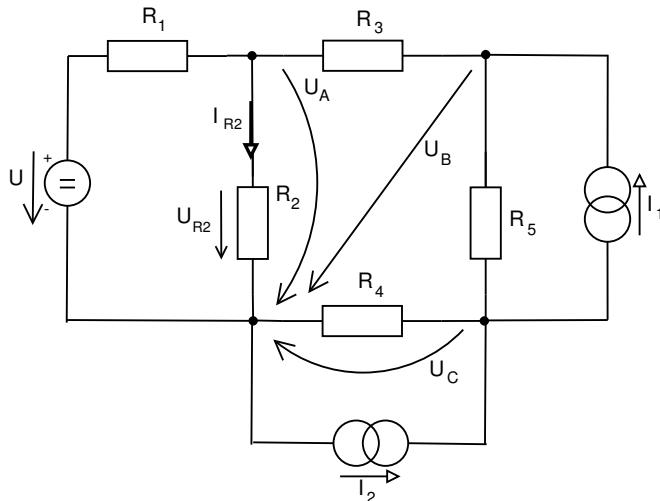
A ted' už jen dopočítáme napětí U_{R_3} .

$$U_{R_3} = I_{R_3} * R_3 = 0.0675 * 610 = 41.175V$$

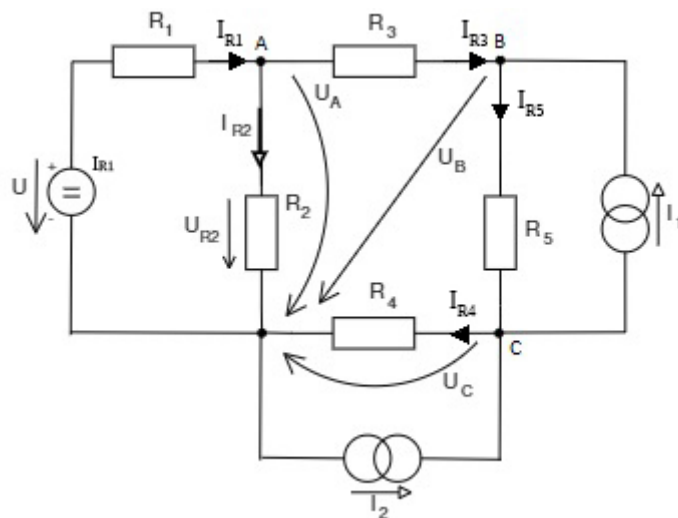
Příklad 3

Stanovte napětí U_{R2} a proud I_{R2} . Použijte metodu uzlových napětí (U_A, U_B, U_C).

sk.	U [V]	I_1 [A]	I_2 [A]	R_1 [Ω]	R_2 [Ω]	R_3 [Ω]	R_4 [Ω]	R_5 [Ω]
H	130	0.95	0.50	47	39	58	28	25



Nejdříve si jednotlivé uzly označíme a určíme směry jejich proudů.



Nyní si sestavíme rovnici našich označených uzlů.

$$A : I_{R1} - I_{R3} - I_{R2} = 0$$

$$B : I_1 + I_{R3} - I_{R5} = 0$$

$$C : -I_1 + I_2 + I_{R5} - I_{R4} = 0$$

Ještě než začneme počítat si zjistíme vzorce pro jednotlivé proudy pomocí U_A, U_B, U_C :

$$\begin{aligned}I_{R_1} &= \frac{U - U_A}{R_1} \\I_{R_2} &= \frac{U_A}{R_2} \\I_{R_3} &= \frac{U_A - U_B}{R_3} \\I_{R_4} &= \frac{U_C}{R_4} \\I_{R_5} &= \frac{U_B - U_C}{R_5}\end{aligned}$$

Ted' si rovnici přepíšeme podle vzorců, které jsme si napsali:

$$\begin{aligned}\mathbf{A} : \frac{U - U_A}{R_1} - \frac{U_A - U_B}{R_3} - \frac{U_A}{R_2} &= 0 \\ \mathbf{B} : I_1 + \frac{U_A - U_B}{R_3} - \frac{U_B - U_C}{R_5} &= 0 \\ \mathbf{C} : -I_1 + I_2 + \frac{U_B - U_C}{R_5} - \frac{U_C}{R_4} &= 0\end{aligned}$$

Do rovnice dosadíme známé hodnoty a upravíme.

$$\begin{aligned}-6821U_A + 1833U_B &= -294060 \\ 25U_A - 83U_B + 58U_C &= -1377.5 \\ 28U_B - 53U_C &= 315\end{aligned}$$

Rovnici přepíšeme do matice.

$$\begin{pmatrix} 6821 & -1833 & 0 \\ 25 & -83 & 58 \\ 0 & 28 & -53 \end{pmatrix} * \begin{pmatrix} U_A \\ U_B \\ U_C \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 294060 \\ -1377.5 \\ 315 \end{pmatrix}$$

Ted' si vypočítáme determinanty matic D_0 a D_A .

$$D_0 = \begin{vmatrix} 6821 & -1833 & 0 \\ 25 & -83 & 58 \\ 0 & 28 & -53 \end{vmatrix} = 16499550$$

$$D_A = \begin{vmatrix} 294060 & -1833 & 0 \\ -1377.5 & -83 & 58 \\ 315 & 28 & -53 \end{vmatrix} = \frac{1832700675}{2}$$

Podle Cramerova pravidla vypočítáme $U_A(U_{R_2})$

$$U_A = U_{R_2} = \frac{D_A}{D_0} = \frac{\frac{1832700675}{2}}{16499550} = 55.5379V$$

Dopočítáme I_{R_2}

$$I_{R_2} = \frac{U_{R_2}}{R_2} = \frac{55.5379}{39} = 1.4240A$$

Shrnutí výsledků

Příklad	Skupina	Výsledky	
1	E	$U_{R6} = 54.116V$	$I_{R6} = 0.0664A$
2	B	$U_{R3} = 41.175V$	$I_{R3} = 0.0675A$
3	H	$U_{R2} = 55.5379V$	$I_{R2} = 1.4240A$