



IEL – protokol k projektu

David Mihola

xmihol00

15. prosince 2019

Obsah

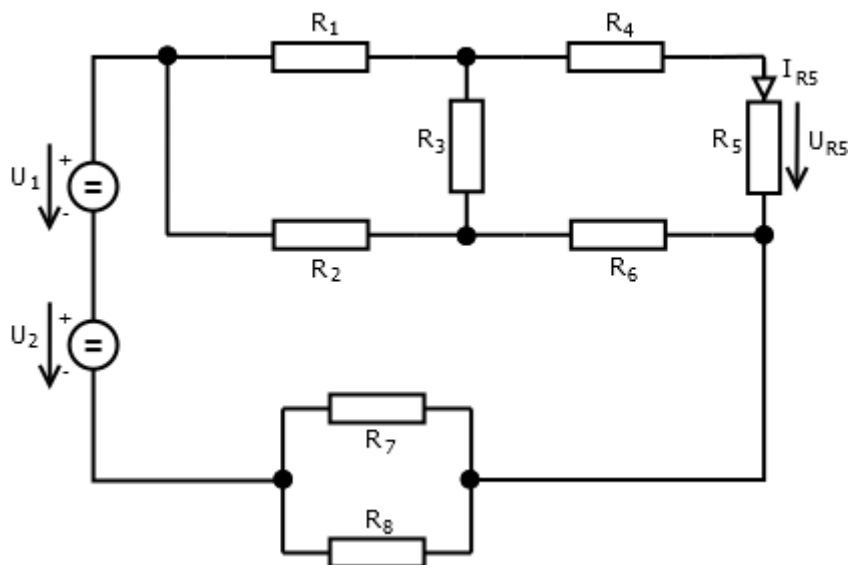
I	Příklad č. 1: zadání D	4
I.I	Zjednodušení zdrojů obvodu	5
I.II	Zjednodušení odporů obvodu na ekvivalentní odpor R_{ekv}	5
I.III	Zpětný výpočet napětí U_{R_5} a proudu I_{R_5}	6
I.IV	Závěr	8
II	Příklad č. 2: zadání D	9
II.I	Úprava obvodu pro další výpočty	10
II.II	Výpočet odporu R_i mezi body A a B	10
II.III	Výpočet napětí naprázdno mezi body A a B	11
II.IV	Výpočet proudu I_{R_6} a napětí U_{R_6}	13
II.V	Závěr	13
III	Příklad č. 3: zadání G	14
III.I	Převod odporů na vodivost	15
III.II	Výpočet proudů v důležitých uzlech podle 1. Kirchhoffova zákona	15
III.III	Určení proudů I_{R_1} , I_{R_2} , I_{R_3} , I_{R_4} , I_{R_5} pomocí náhradních obvodů	15
III.IV	Výpočet napětí U_A , U_B , U_C	16
III.V	Výpočet napětí U_{R_4} a proudu I_{R_4}	18
III.VI	Závěr	18
IV	Příklad č. 4: zadání D	19
IV.I	Vhodné určení proudových smyček	20
IV.II	Výpočet napětí na zdrojích u_1 a u_2 pro čas $t = \frac{\pi}{2\omega}$	20
IV.III	Výpočet impedancí na kondenzátoru a cívkách	20
IV.IV	Určení napětí na prvcích v jednotlivých smyčkách podle 2. Kirchhoffova zákona	21
IV.V	Výpočet proudů I_A a I_B	21
IV.VI	Výpočet proud i_{C_2}	21
IV.VII	Výpočet napětí u_{C_2} , jeho amplitudy $ U_{C_2} $ a fázového posunu φ_{C_2}	22
IV.VIII	Závěr	22
V	Příklad č. 5: zadání D	23

V.I	Popis obvodu základními rovnicemi	24
V.II	Výpočet charakteristické rovnice pro napětí na kondenzátoru C . . .	24
V.III	Výpočet $K(t)$ pomocí očekávaného řešení	25
V.IV	Výpočet integrační konstanty k pomocí počáteční podmínky u_{Cp} . . .	26
V.V	Výsledná funkce $u_C(t)$	26
V.VI	Zkouška	26
V.VII	Závěr	27
VI Tabulka řešení.		28

Příklad č. 1: zadání D

Stanovte napětí U_{R5} a proud I_{R5} . Použijte metodu postupného zjednodušování obvodu.

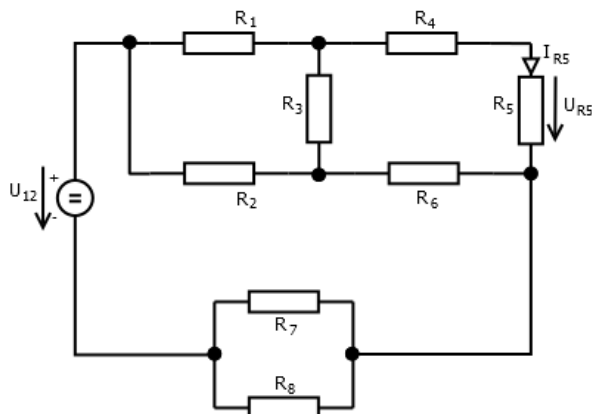
$U_1 = 105 \text{ V}$, $U_2 = 85 \text{ V}$, $R_1 = 420 \text{ } \Omega$, $R_2 = 980 \text{ } \Omega$, $R_3 = 330 \text{ } \Omega$, $R_4 = 280 \text{ } \Omega$,
 $R_5 = 310 \text{ } \Omega$, $R_6 = 710 \text{ } \Omega$, $R_7 = 240 \text{ } \Omega$, $R_8 = 200 \text{ } \Omega$



Řešení:

I.I Zjednodušení zdrojů obvodu

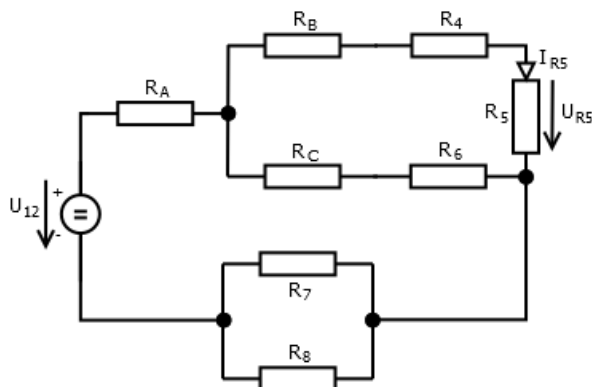
(1) Seriové zapojení zdrojů U_1, U_2



$$U_{12} = U_1 + U_2 = 105 + 85 = \mathbf{190 \text{ V}}$$

I.II Zjednodušení odporů obvodu na ekvivalentní odpor R_{ekv}

(1) Transformace rezistorů R_1, R_2, R_3 trojúhelník $\rightarrow R_A, R_B, R_C$ hvězda

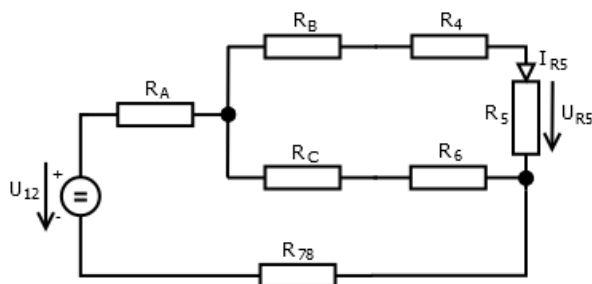


$$R_A = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2 + R_3} = \frac{420 \cdot 980}{420 + 980 + 330} = \frac{41160}{173} \doteq \mathbf{237.9191 \Omega}$$

$$R_B = \frac{R_1 \cdot R_3}{R_1 + R_2 + R_3} = \frac{420 \cdot 330}{420 + 980 + 330} = \frac{13860}{173} \doteq \mathbf{80.1156 \Omega}$$

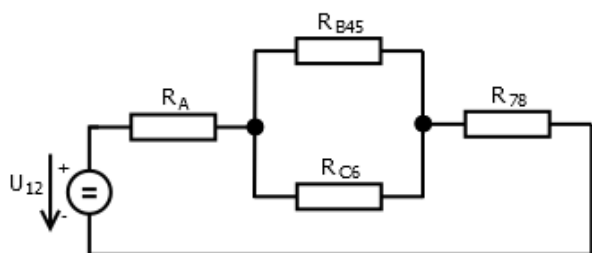
$$R_C = \frac{R_2 \cdot R_3}{R_1 + R_2 + R_3} = \frac{980 \cdot 330}{420 + 980 + 330} = \frac{32340}{173} \doteq \mathbf{186.9364 \Omega}$$

(2) Paralelní zapojení rezistorů R_7, R_8



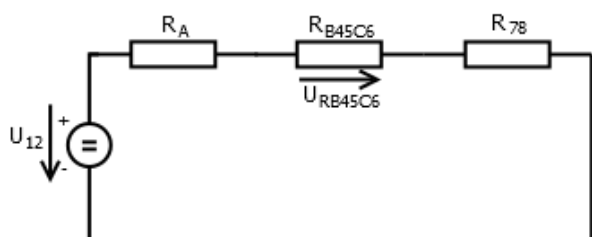
$$R_{78} = \frac{R_7 \cdot R_8}{R_7 + R_8} = \frac{240 \cdot 200}{240 + 200} = \frac{1200}{11} \doteq \mathbf{109.0909 \Omega}$$

(3) Seriové zapojení rezistorů R_B, R_4, R_5 a R_C, R_6



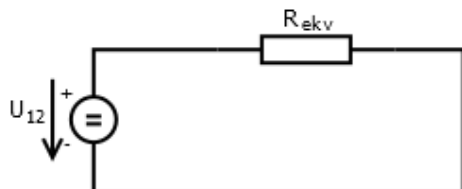
$$\begin{aligned} R_{B45} &= R_B + R_4 + R_5 = \frac{13860}{173} + 280 + \\ &+ 310 = \frac{115930}{173} \doteq \mathbf{670.1156 \, \Omega} \\ R_{C6} &= R_C + R_6 = \frac{32340}{173} + 710 = \\ &= \frac{155170}{173} \doteq \mathbf{896.9364 \, \Omega} \end{aligned}$$

(4) Paralelní zapojení rezistoru R_{B45}, R_{C6}



$$\begin{aligned} R_{B45C6} &= \frac{R_{B45} \cdot R_{C6}}{R_{B45} + R_{C6}} = \frac{\frac{115930}{173} \cdot \frac{155170}{173}}{\frac{115930}{173} + \frac{155170}{173}} = \\ &= \frac{179888581}{469003} \doteq \mathbf{383.5553 \, \Omega} \end{aligned}$$

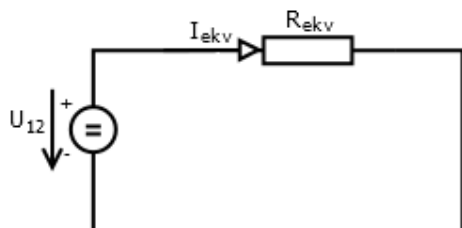
(5) Seriové zapojení rezistorů: R_A, R_{B45C6}, R_{78}



$$\begin{aligned} R_{ekv} &= R_{AB45C678} = R_A + R_{B45C6} + R_{78} = \\ &= \frac{41160}{173} + \frac{179888581}{469003} + \frac{1200}{11} \doteq \mathbf{730.5653 \, \Omega} \end{aligned}$$

I.III Zpětný výpočet napětí U_{R_5} a proudu I_{R_5}

(1) Výpočet proudů $I_{R_{ekv}}$ a $I_{R_{B45C6}}$

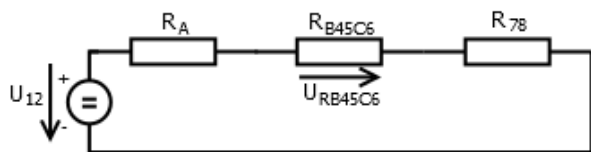


$$I_{R_{ekv}} = \frac{U_{12}}{R_{ekv}} \doteq \frac{190}{730.5653} \doteq \mathbf{260.0726 \, \text{mA}}$$

Pro proud ve větvi obvodu platí:

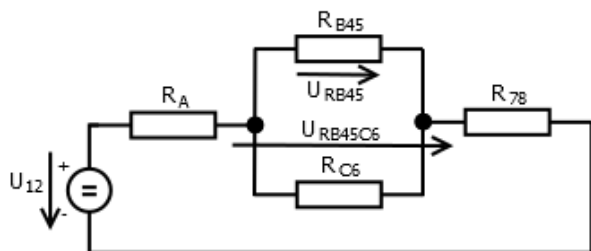
$$I_{R_{B45C6}} \equiv I_{R_{ekv}}$$

(2) Výpočet napětí $U_{R_{B45}C6}$



$$\begin{aligned} U_{R_{B45}C6} &= I_{R_{B45}C6} \cdot R_{B45C6} \doteq \\ &\doteq 0.2600726 \cdot \frac{179888581}{469003} = \\ &\doteq \mathbf{99.7522 \text{ V}} \end{aligned}$$

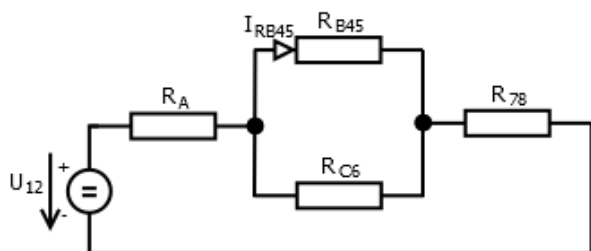
(3) Určení napětí $U_{R_{B45}}$



Pro paralelní zapojení platí:

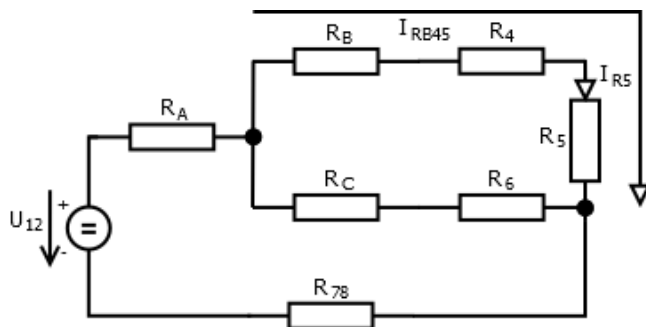
$$U_{R_{B45}} \equiv U_{R_{B45}C6}$$

(4) Výpočet proudu $I_{R_{B45}}$



$$\begin{aligned} I_{R_{B45}} &= \frac{U_{R_{B45}}}{R_{B45}} \doteq \frac{99.7522}{670.1156} \doteq \\ &\doteq \mathbf{148.8581 \text{ mA}} \end{aligned}$$

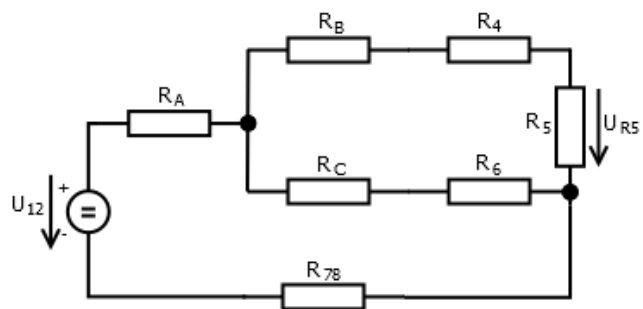
(5) Určení proudu I_{R_5}



Pro proud ve větvi obvodu platí:

$$I_{R_5} \equiv I_{R_{B45}}$$

(5) Výpočet napětí U_{R5}



$$U_{R5} = I_{R5} \cdot R_5 \doteq 0.1488581 \cdot 310 \doteq 46.1460 \text{ V}$$

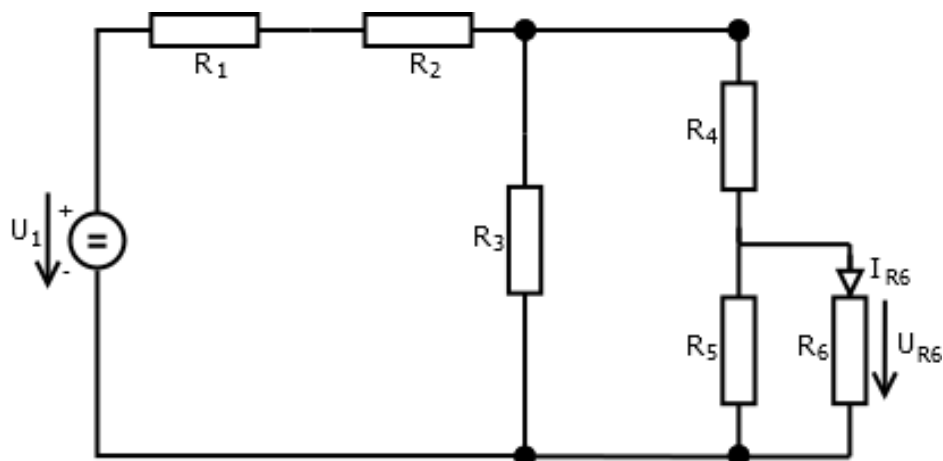
I.IV Závěr

Napětí na rezistoru R_5 je **46.1460 V** a rezistorem protéká proud **148.8581 mA**.

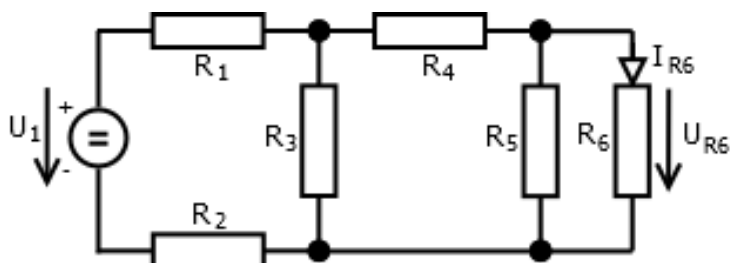
Příklad č. 2: zadání D

Stanovte napětí U_{R_6} a proud I_{R_6} . Použijte metodu Théveninovy věty.

$U = 150 \text{ V}$, $R_1 = 200 \text{ } \Omega$, $R_2 = 200 \text{ } \Omega$, $R_3 = 660 \text{ } \Omega$, $R_4 = 200 \text{ } \Omega$, $R_5 = 550 \text{ } \Omega$,
 $R_6 = 400 \text{ } \Omega$



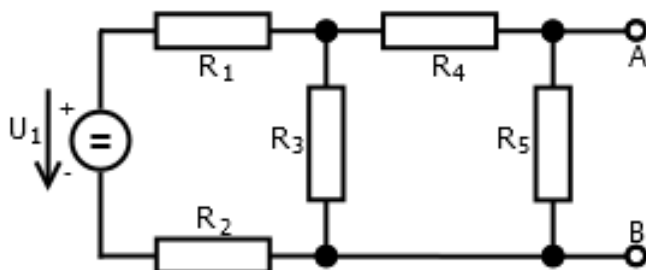
Alternativní náčrt obvodu pro úsporu místa.



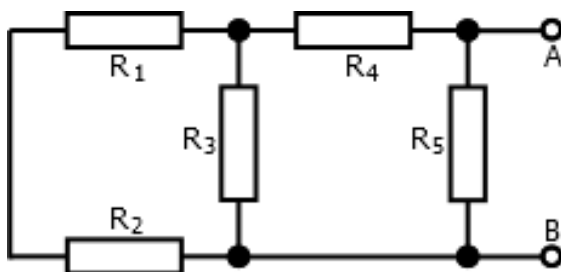
Řešení:

II.I Úprava obvodu pro další výpočty

(1) Překreslení původního obvodu bez odporu R_6

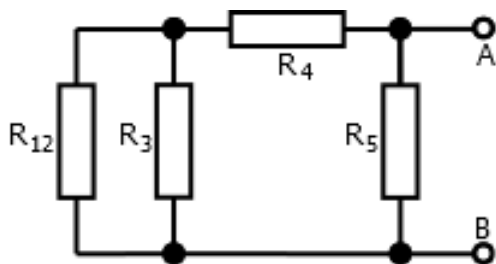


(2) Nahrazení napěťového zdroje U_1 zkratem



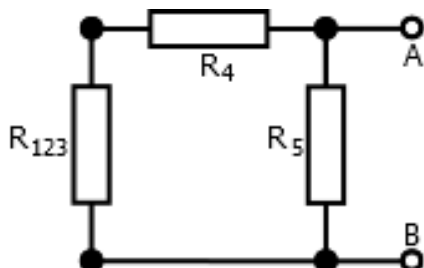
II.II Výpočet odporu R_i mezi body A a B

(1) Sériové zapojení odporů R_1 a R_2



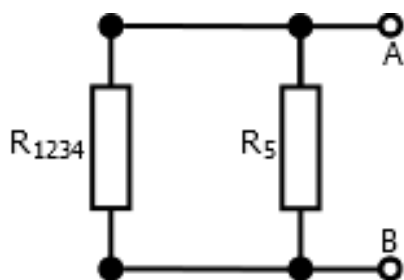
$$R_{12} = R_1 + R_2 = 200 + 200 = 400 \, \Omega$$

(2) Paralelní zapojení odporů R_{12} a R_3



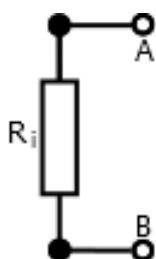
$$R_{123} = \frac{R_{12} \cdot R_3}{R_{12} + R_3} = \frac{400 \cdot 660}{400 + 660} = \frac{13200}{53} \doteq 249,0566 \, \Omega$$

(3) Sériové zapojení odporů R_{123} a R_4



$$\mathbf{R_{1234}} = R_{123} + R_4 = \frac{13200}{53} + 200 = \frac{23800}{53} \doteq \\ \doteq 449,0566 \, \Omega$$

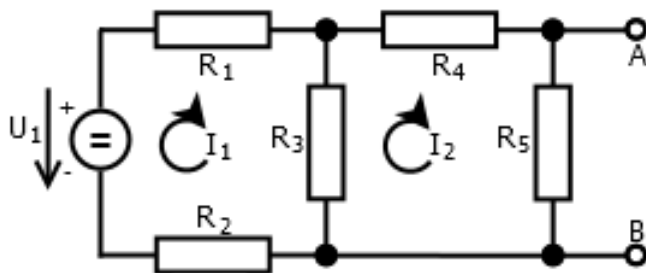
(4) Paralelní zapojení odporů R_{1234} a R_5



$$\mathbf{R_i} = R_{12345} = \frac{R_{1234} \cdot R_5}{R_{1234} + R_5} = \frac{\frac{23800}{53} \cdot 550}{\frac{23800}{53} + 550} = \frac{261800}{1059} \doteq \mathbf{247.2144 \, \Omega}$$

II.III Výpočet napětí naprázdno mezi body A a B

(1) Určíme smyčkové proudy I_1 a I_2



(2) Rovnice pro první smyčku

$$R_1 \cdot I_1 + R_3 \cdot (I_1 - I_2) + R_2 \cdot I_1 = U$$

(3) Rovnice pro druhou smyčku

$$R_4 \cdot I_2 + R_5 \cdot I_2 - R_3 \cdot (I_1 - I_2) = 0$$

(4) Výpočet proudu I_2 Gaussovou eliminační metodou

$$R_1 \cdot I_1 + R_3 \cdot (I_1 - I_2) + R_2 \cdot I_1 = U$$

$$R_4 \cdot I_2 + R_5 \cdot I_2 - R_3 \cdot (I_1 - I_2) = 0$$

$$(R_1 + R_3) \cdot I_1 - R_3 \cdot I_2 = U$$

$$(R_4 + R_5 + R_3) \cdot I_2 - R_3 \cdot (I_1) = 0$$

$$(200 + 200 + 660) \cdot I_1 - 660 I_2 = 150$$

$$-660 I_1 + (200 + 550 + 660) I_2 = 0$$

$$1060 I_1 - 660 I_2 = 150 \quad \backslash \cdot 660$$

$$-660 I_1 + 1410 I_2 = 0 \quad \backslash \cdot 1060$$

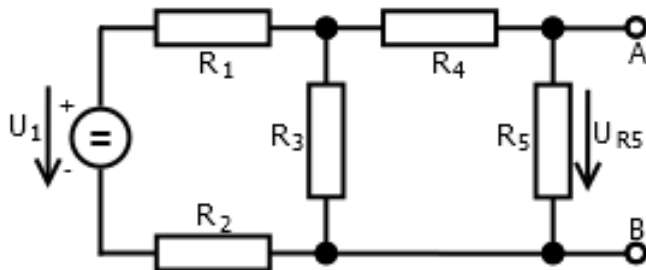
$$-435600 I_2 = 99000$$

$$1494600 I_2 = 0$$

$$1059000 I_2 = 99000$$

$$I_2 = \frac{99000}{1059000} = \frac{99}{1059} \doteq \mathbf{934.8441 \text{ mA}}$$

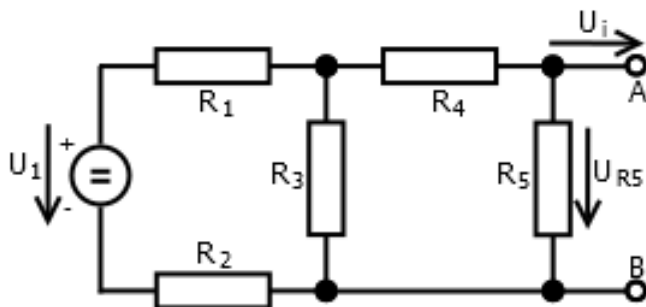
(5) Výpočet napětí U_{R_5}



$$U_{R_5} = I_2 \cdot R_5 = \frac{99}{1059} \cdot 550 =$$

$$= \frac{18500}{353} \doteq \mathbf{51.4164 \text{ V}}$$

(6) Určení napětí U_i



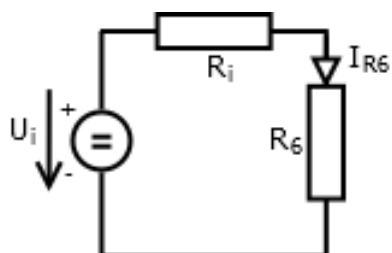
Pro paralelní zapojení platí:

$$U_i \equiv U_{R_5}$$

$$U_i \doteq \mathbf{51.4164 \text{ V}}$$

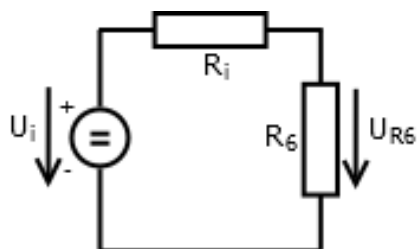
II.IV Výpočet proudu I_{R_6} a napětí U_{R_6}

(6) Výpočet proudu I_{R_6}



$$I_{R_6} = \frac{U_i}{R_i + R_6} = \frac{\frac{18150}{353}}{\frac{261800}{1059}} = \frac{1089}{13708} \doteq \mathbf{79.4427 \text{ mA}}$$

(7) Výpočet napětí U_{R_6}



$$U_{R_6} = R_6 \cdot I_{R_6} = \frac{1089}{13708} \doteq \mathbf{31.7771 \text{ V}}$$

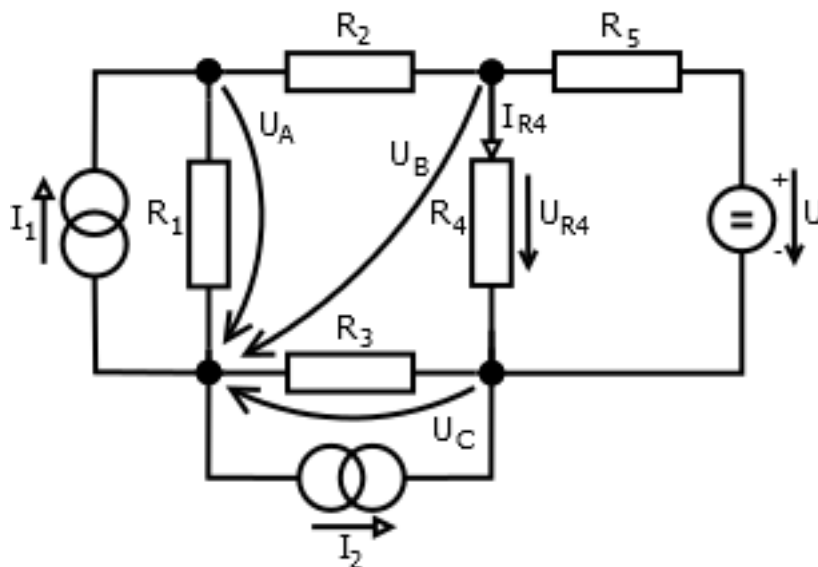
II.V Závěr

Napětí na rezistoru R_6 je **31.7771 V** a rezistorem protéká proud **79.4427 mA**.

Příklad č. 3: zadání G

Stanovte napětí U_{R4} a proud I_{R4} . Použijte metodu uzlových napětí (U_A, U_B, U_C).

$U = 160 \text{ V}$, $I_1 = 0.65 \text{ A}$, $I_2 = 0.45 \text{ A}$, $R_1 = 46 \text{ } \Omega$, $R_2 = 41 \text{ } \Omega$, $R_3 = 53 \text{ } \Omega$, $R_4 = 33 \text{ } \Omega$, $R_5 = 29 \text{ } \Omega$

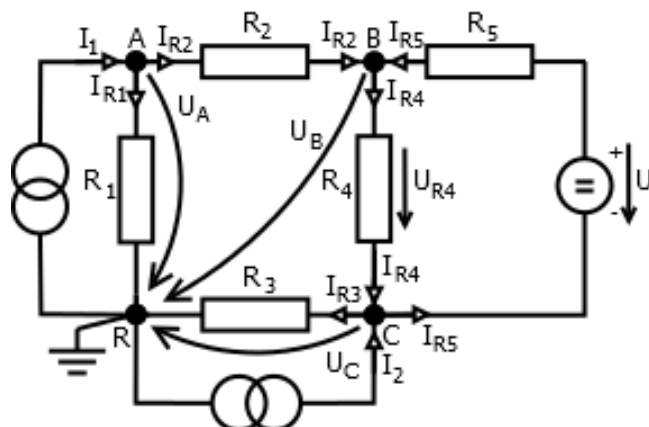


Řešení:

III.I Převod odporů na vodivost

$$G_1 = \frac{1}{46} \text{ S} \quad G_2 = \frac{1}{41} \text{ S} \quad G_3 = \frac{1}{53} \text{ S} \quad G_4 = \frac{1}{33} \text{ S} \quad G_5 = \frac{1}{29} \text{ S}$$

III.II Výpočet proudů v důležitých uzlech podle 1. Kirchhoffova zákona



(1) Součet proudů v uzlu A

$$I_1 - I_{R1} - I_{R2} = 0$$

(2) Součet proudů v uzlu B

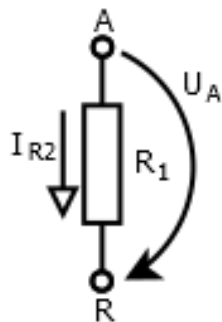
$$I_{R2} + I_{R5} - I_{R4} = 0$$

(3) Součet proudů v uzlu C

$$I_2 + I_{R4} - I_{R5} - I_{R3} = 0$$

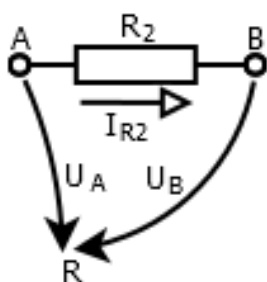
III.III Určení proudů I_{R1} , I_{R2} , I_{R3} , I_{R4} , I_{R5} pomocí náhradních obvodů

(1) Proud I_{R1}



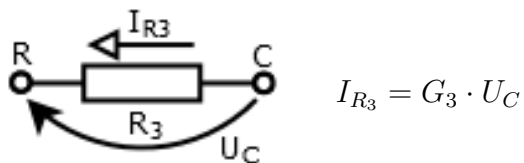
$$I_{R1} = G_1 \cdot U_A$$

(2) Proud I_{R2}

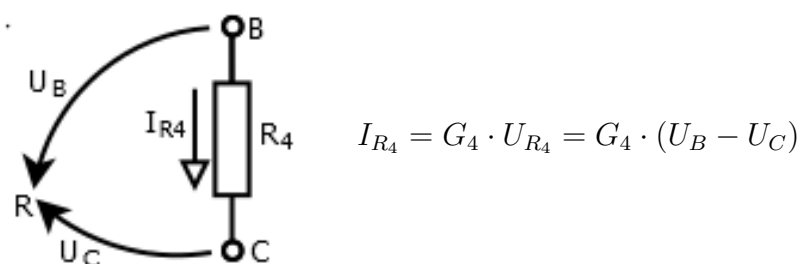


$$I_{R2} = G_2 \cdot U_{R2} = G_2 \cdot (U_A - U_B)$$

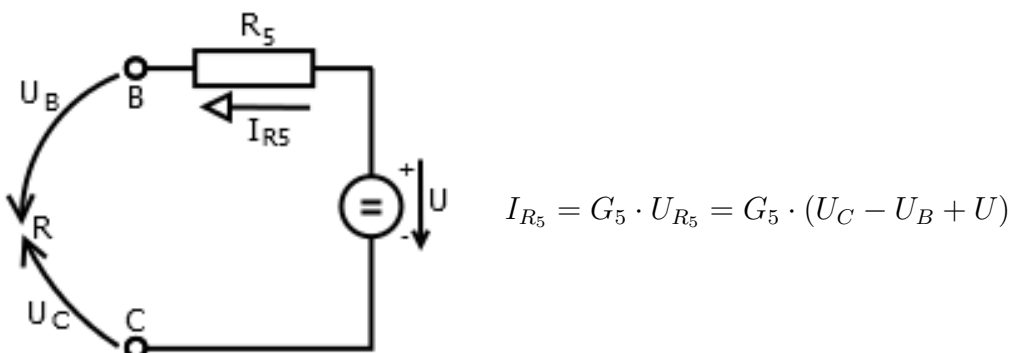
(3) Proud I_{R_3}



(4) Proud I_{R_4}



(5) Proud I_{R_5}



III.IV Výpočet napětí U_A , U_B , U_C

(1) Dosazení do rovnic součtů proudů v důležitých uzlech

$$I_1 - G_1 \cdot U_A - G_2 \cdot (U_A - U_B) = 0$$

$$G_2 \cdot (U_A - U_B) + G_5 \cdot (U_C - U_B + U) - G_4 \cdot (U_B - U_C) = 0$$

$$I_2 + G_4 \cdot (U_B - U_C) - G_5 \cdot (U_C - U_B + U) - G_3 \cdot U_C = 0$$

(2) Úprava rovnic

$$(-G_1 - G_2) \cdot U_A + G_2 \cdot U_B + 0 \cdot U_C = -I_1$$

$$G_2 \cdot U_A + (-G_2 - G_5 - G_4) \cdot U_B + (-G_2 - G_5 - G_4) \cdot U_C = -G_5 \cdot U$$

$$0 \cdot U_A + (G_4 + G_5) \cdot U_B + (-G_4 - G_5 - G_3) \cdot U_C = G_5 \cdot U - I_2$$

(3) Sestavení a výpočet determinantů pomocí Sarrusova pravidla

$$\mathbf{A} = \begin{vmatrix} -G_1 - G_2 & G_2 & 0 \\ G_2 & -G_2 - G_5 - G_4 & G_4 + G_5 \\ 0 & G_4 + G_5 & -G_4 - G_5 - G_3 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} -\frac{87}{1886} & \frac{1}{41} & 0 \\ \frac{1}{41} & -\frac{3499}{39237} & \frac{62}{957} \\ 0 & \frac{62}{957} & -\frac{4243}{50721} \end{vmatrix} \doteq$$

$$\doteq -3.4412 \cdot 10^{-4} + 1.9361 \cdot 10^{-4} + 0.4976 \cdot 10^{-4} \doteq -\mathbf{1.0074 \cdot 10^{-4}}$$

$$\mathbf{A}_{\mathbf{U}_A} = \begin{vmatrix} -I_1 & G_2 & 0 \\ -G_5 U & -G_2 - G_5 - G_4 & G_4 + G_5 \\ G_5 U - I_2 & G_4 + G_5 & -G_4 - G_5 - G_3 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} -0.65 & \frac{1}{41} & 0 \\ -\frac{160}{29} & -\frac{3499}{39237} & \frac{62}{957} \\ \frac{2939}{580} & \frac{62}{957} & -\frac{4243}{50721} \end{vmatrix} \doteq$$

$$\doteq -4.8489 \cdot 10^{-3} + 8.0070 \cdot 10^{-3} + 2.7282 \cdot 10^{-3} - 11.2570 \cdot 10^{-3} \doteq -\mathbf{5.3708 \cdot 10^{-3}}$$

$$\mathbf{A}_{\mathbf{U}_B} = \begin{vmatrix} -G_1 - G_2 & -I_1 & 0 \\ G_2 & -G_5 U & G_4 + G_5 \\ 0 & G_5 U - I_2 & -G_4 - G_5 - G_3 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} -\frac{87}{1886} & -0.65 & 0 \\ \frac{1}{41} & -\frac{160}{29} & \frac{62}{957} \\ 0 & \frac{2939}{580} & -\frac{4243}{50721} \end{vmatrix} \doteq$$

$$\doteq -21,2904 \cdot 10^{-3} + 15,1436 \cdot 10^{-3} - 1,3262 \cdot 10^{-3} \doteq -\mathbf{7,473 \cdot 10^{-3}}$$

$$\mathbf{A}_{\mathbf{U}_C} = \begin{vmatrix} -G_1 - G_2 & G_2 & -I_1 \\ G_2 & -G_2 - G_5 - G_4 & -G_5 U \\ 0 & G_4 + G_5 & G_5 U - I_2 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} -\frac{87}{1886} & \frac{1}{41} & -0.65 \\ \frac{1}{41} & -\frac{3499}{39237} & -\frac{160}{29} \\ 0 & \frac{62}{957} & \frac{2939}{580} \end{vmatrix} \doteq$$

$$\doteq 20.8448 \cdot 10^{-3} - 1.0271 \cdot 10^{-3} - 16.4884 \cdot 10^{-3} - 3.0144 \cdot 10^{-3} \doteq \mathbf{0.3148 \cdot 10^{-3}}$$

(4) Výpočet napětí U_A , U_B , U_C pomocí Cramerova pravidla

$$U_A = \frac{A_{U_A}}{A} = \frac{-5.3708 \cdot 10^{-3}}{-1.0074 \cdot 10^{-4}} = \mathbf{53.3124 \text{ V}}$$

$$U_B = \frac{A_{U_B}}{A} = \frac{-7.4730 \cdot 10^{-3}}{-1.0074 \cdot 10^{-4}} = \mathbf{74.1800 \text{ V}}$$

$$U_C = \frac{A_{U_C}}{A} = \frac{0.3148 \cdot 10^{-3}}{-1.0074 \cdot 10^{-4}} = \mathbf{-3.1252 \text{ V}}$$

III.V Výpočet napětí U_{R_4} a proudu I_{R_4}

(4) Výpočet napětí U_{R_4}

$$U_{R_4} = U_B - U_C \doteq 74.1800 - (-3.1252) \doteq \mathbf{77.3052 \text{ V}}$$

(5) Výpočet proudu I_{R_4}

$$I_{R_4} = G_4 \cdot U_{R_4} \doteq \frac{1}{33} \cdot 77.3052 \doteq \mathbf{2.3426 \text{ A}}$$

III.VI Závěr

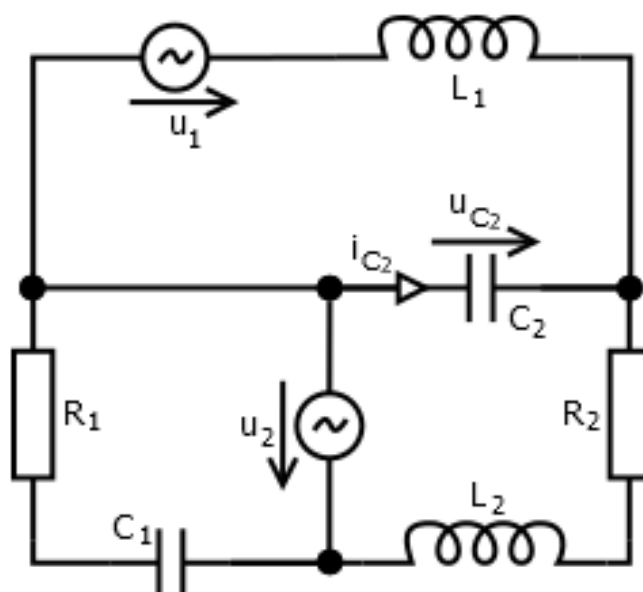
Napětí na rezistoru R_4 je **77,3052 V** a rezistorem protéká proud **2,3426 A**.

Příklad č. 4: zadání D

Pro napájecí napětí platí: $u_1 = U_1 \cdot \sin(2\pi ft)$, $u_2 = U_2 \cdot \sin(2\pi ft)$. Ve vztahu pro napětí určete $u_{C_2} = U_{C_2} \cdot \sin(2\pi ft + \varphi_{C_2})$ určete $|U_{C_2}|$ a φ_{C_2} . Použijte metodu smyčkových proudů.

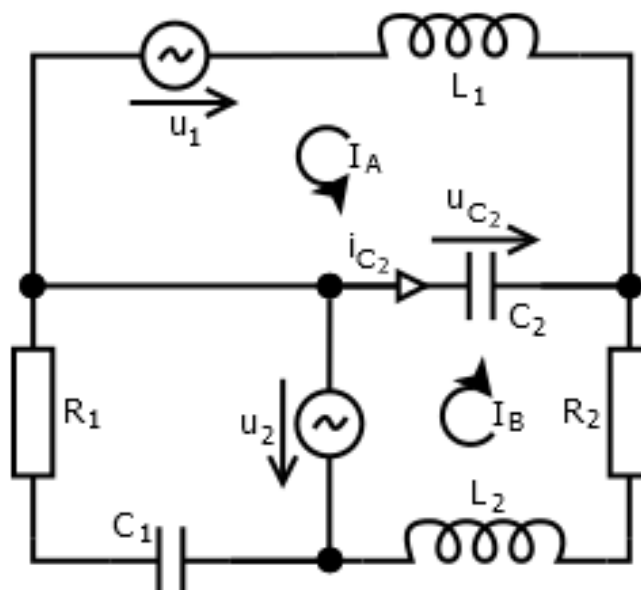
Pozn: Pomocné směry šipek napájecích zdrojů platí pro speciální časový okamžik ($t = \frac{\pi}{2\omega}$).

$U_1 = 45 \text{ V}$, $U_2 = 50 \text{ V}$, $R_1 = 13 \text{ } \Omega$, $R_2 = 15 \text{ } \Omega$, $L_1 = 180 \text{ mH}$, $L_2 = 90 \text{ mH}$, $C_1 = 75 \text{ } \mu\text{F}$, $C_2 = 210 \text{ } \mu\text{F}$, $f = 85 \text{ Hz}$



Řešení:

IV.I Vhodné určení proudových smyček



Více smyček není pro výpočet nutné určovat.

IV.II Výpočet napětí na zdrojích u_1 a u_2 pro čas $t = \frac{\pi}{2\omega}$

$$u_1 = U_1 \cdot \sin(2\pi ft) = U_1 \cdot \sin\left(2\pi f \frac{\pi}{4\pi f}\right) = U_1 \cdot \sin\left(\frac{\pi}{2}\right) = U_1 = 45 \text{ V}$$

$$u_2 = U_2 \cdot \sin(2\pi ft) = U_2 \cdot \sin\left(2\pi f \frac{\pi}{4\pi f}\right) = U_2 \cdot \sin\left(\frac{\pi}{2}\right) = U_2 = 50 \text{ V}$$

IV.III Výpočet impedancí na kondenzátoru a cívkách

(1) Impedance kondenzátoru C_2

$$Z_{C_2} = \frac{-j}{\omega \cdot C_2} = \frac{-j}{2 \cdot \pi \cdot f \cdot C_2} = \frac{-j}{2 \cdot \pi \cdot 85 \cdot 75 \cdot 10^{-6}} \doteq -24.9655j \, \Omega$$

(2) Impedance cívky L_1

$$Z_{L_1} = j \cdot \omega \cdot L_1 = j \cdot 2 \cdot \pi \cdot f \cdot L_1 = (2 \cdot \pi \cdot 85 \cdot 180)j \doteq 96.1327j \, \Omega$$

(3) Impedance cívky L_2

$$Z_{L_2} = j \cdot \omega \cdot L_2 = j \cdot 2 \cdot \pi \cdot f \cdot L_2 = (2 \cdot \pi \cdot 85 \cdot 90)j \doteq 48.0664j \, \Omega$$

IV.IV Určení napětí na prvcích v jednotlivých smyčkách podle 2. Kirchhoffova zákona

(1) Rovnice pro první smyčku

$$Z_{C_2} \cdot (I_A + I_B) + Z_{L_1} \cdot I_A = u_1$$

(2) Rovnice pro druhou smyčku

$$Z_{C_2} \cdot (I_A + I_B) + R_2 \cdot I_B + Z_{L_2} \cdot I_B = u_2$$

(3) Úprava soustavy rovnic

$$(Z_{C_2} + Z_{L_1}) \cdot I_A + Z_{C_2} \cdot I_B = u_1$$

$$Z_{C_2} \cdot I_A + (Z_{C_2} + R_2 + Z_{L_2}) \cdot I_B = u_2$$

IV.V Výpočet proudů I_A a I_B

(1) Dosazení

$$(-24.9655j + 96.1327j) \cdot I_A - 24.9655j \cdot I_B = 45$$

$$-24.9655 \cdot I_A + (-24.9655j + 15 + 48.0664j) \cdot I_B = 50$$

(2) Výpočet soustavy rovnic Gaussovou eliminační metodou

$$\begin{aligned} & \left(\begin{array}{cc|c} 71.1673j & -24.9655j & 45 \\ -24.9655j & 15 + 23.1009j & 50 \end{array} \right) \sim \\ & \sim \left(\begin{array}{cc|c} 1 & -0.3508 & -0.6323j \\ -24.9655j & 15 + 23.1009j & 50 \end{array} \right) \text{ I}/71.1673j \sim \\ & \sim \left(\begin{array}{cc|c} 1 & -0.3508 & -0.6323j \\ 0 & 15 + 14.3430j & 65.7860 \end{array} \right) \text{ II} + 24.9655 \cdot \text{I} \sim \\ & \sim \left(\begin{array}{cc|c} 1 & -0.3508 & -0.6323j \\ 0 & 1 & 2.2910 - 2.1907j \end{array} \right) \text{ II}/(15 + 14.3430j) \sim \\ & \sim \left(\begin{array}{cc|c} 1 & 0 & 0.8037 - 1.4008j \\ 0 & 1 & 2.2910 - 2.1907j \end{array} \right) \text{ I} + 0.3508 \cdot \text{II} \end{aligned}$$

$$\mathbf{I_A} = \mathbf{0.8037 - 1.4008j \text{ A}}$$

$$\mathbf{I_B} = \mathbf{2.2910 - 2.1907j \text{ A}}$$

IV.VI Výpočet proud i_{C_2}

$$\mathbf{i_{C_2}} = I_A + I_B = 0.8037 + 2.2910 - 1.4008i - 2.1907j = \mathbf{3.0947 - 3.5915j \text{ A}}$$

IV.VII Výpočet napětí u_{C_2} , jeho amplitudy $|U_{C_2}|$ a fázového posunu φ_{C_2}

(1) Napětí u_{C_2}

$$\mathbf{u}_{C_2} = Z_{C_2} \cdot i_{c_2} = -24.9655j \cdot (3.0947 - 3.5915j) = -\mathbf{89.6628} - \mathbf{77.2608j} \text{ V}$$

(2) Amplituda napětí $|U_{C_2}|$

$$|\mathbf{U}_{C_2}| = \sqrt{\operatorname{Re}(u_{C_2})^2 + \operatorname{Im}(u_{C_2})^2} = \sqrt{(-89.6628)^2 + (-77.2608)^2} = \mathbf{118.3581} \text{ V}$$

(3) Fázový posun φ_{C_2}

$$\varphi_{C_2} = \operatorname{arctg}\left(\frac{\operatorname{Im}(u_{C_2})}{\operatorname{Re}(u_{C_2})}\right) = \operatorname{arctg}\left(\frac{-77.2608}{-89.6628}\right) = \operatorname{arctg}(0.8617) \doteq \mathbf{40.7509^\circ}$$

Protože hodnota napětí u_{C_2} odpovídá 3. kvadrantu, který je mimo definiční obor funkce tangens, musíme k výsledku přičíst 180° .

$$\varphi_{C_2} \doteq 40,7509 + 180 \doteq \mathbf{220,7509^\circ}$$

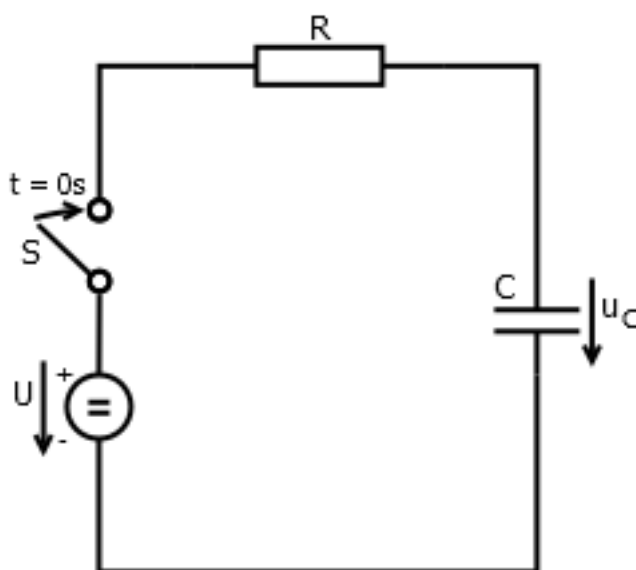
IV.VIII Závěr

Amplituda napětí u_{C_2} je rovna **118.3581** V, napětí má vůči zdrojům fázový posun **220,7509°**.

Příklad č. 5: zadání D

V obvodu na obrázku níže v čase $t = 0[s]$ sepne spínač S . Sestavte diferenciální rovnici popisující chování obvodu na obrázku, dále ji upravte dosazením hodnot parametrů. Vypočítejte analytické řešení $u_C = f(t)$. Proveďte kontrolu výpočtu dosazením do sestavené diferenciální rovnice.

$$U = 25 \text{ V}, C = 5 \text{ F}, R = 25 \text{ } \Omega, u_C(0) = 12 \text{ V}$$



Řešení:

V.I Popis obvodu základními rovnicemi

(1) Rovnice popisující napětí v obvodu podle 2. Kirchhoffova zákona

$$u_R + u_C = U$$

(2) Úprava této rovnice podle Ohmova zákona a vyjádření proudu i

$$i \cdot R + u_C = U$$

$$i = \frac{U - u_C}{R}$$

(3) Rovnice napětí na kondenzátoru C

$$u'_C = \frac{i}{C}$$

Axiom této rovnice: $u_{Cp} \equiv u_C(0) = 12 \text{ V}$

V.II Výpočet charakteristické rovnice pro napětí na kondenzátoru C

(1) Dosazením za proud i z rovnice V.I (3) ($i = \frac{U - u_C}{R}$)

$$u'_C = \frac{U - u_C}{R \cdot C}$$

(2) Vytvoření charakteristické rovnice

$$u'_C = \frac{U}{R \cdot C} - \frac{u_C}{R \cdot C}$$

$$u'_C + \frac{u_C}{R \cdot C} = \frac{U}{R \cdot C}$$

$$u'_C + \frac{u_C}{R \cdot C} = \frac{25}{25 \cdot 5}$$

$$u'_C + \frac{u_C}{R \cdot C} = \frac{1}{5}$$

(3) Výpočet charakteristické rovnice

$$u'_C \Leftrightarrow \lambda, u_C \Leftrightarrow 1$$

$$\lambda + \frac{1}{R \cdot C} = 0$$

$$\lambda = -\frac{1}{R \cdot C}$$

V.III Výpočet $K(t)$ pomocí očekávaného řešení

(1) Očekávané řešení

$$u_C(t) = K(t) \cdot e^{\lambda \cdot t}$$

(2) Dosazení za λ z rovnice V.II (3) ($\lambda = -\frac{1}{R \cdot C}$)

$$u_C(t) = K(t) \cdot e^{-\frac{t}{RC}}$$

(3) Derivace

$$u'_C(t) = K'(t) \cdot e^{-\frac{t}{RC}} + K(t) \cdot \left(-\frac{1}{RC}\right) \cdot e^{-\frac{t}{RC}}$$

(4) Dosazení získaného u_C a u'_C do rovnice V.II (2) ($u'_C + \frac{u_C}{R \cdot C} = \frac{U}{R \cdot C}$), následná úprava

$$K'(t) \cdot e^{-\frac{t}{R \cdot C}} + K(t) \cdot \left(-\frac{1}{R \cdot C}\right) \cdot e^{-\frac{t}{RC}} + \frac{K(t) \cdot e^{-\frac{t}{R \cdot C}}}{R \cdot C} = \frac{U}{R \cdot C}$$

$$K'(t) \cdot e^{-\frac{t}{R \cdot C}} = \frac{U}{R \cdot C}$$

$$K'(t) = \frac{U}{R \cdot C \cdot e^{-\frac{t}{R \cdot C}}}$$

$$K'(t) = \frac{U \cdot e^{\frac{t}{R \cdot C}}}{R \cdot C}$$

(5) Integrace

$$\int K'(t) = \int \frac{U \cdot e^{\frac{t}{R \cdot C}}}{R \cdot C}$$

$$K(t) = \frac{U}{R \cdot C} \cdot \int e^{\frac{t}{R \cdot C}}$$

$$K(t) = \frac{U}{R \cdot C} \cdot R \cdot C \cdot e^{\frac{t}{R \cdot C}} + k$$

$$K(t) = U \cdot e^{\frac{t}{R \cdot C}} + k$$

V.IV Výpočet integrační konstanty k pomocí počáteční podmínky u_{Cp}

(1) Dosazení $K(t)$ z V.V (5) ($K(t) = U \cdot e^{\frac{t}{R \cdot C}} + k$) do upravené funkce očekávaného řešení V.III (2) ($u_C(t) = K(t) \cdot e^{-\frac{t}{R \cdot C}}$), následná úprava

$$u_C(t) = (U \cdot e^{\frac{t}{R \cdot C}} + k) \cdot e^{-\frac{t}{R \cdot C}}$$

$$u_C(t) = U + k \cdot e^{-\frac{t}{R \cdot C}}$$

(2) Řešení získané funkce v čase $t = 0$ dosazením počáteční podmínky u_{Cp}

$$u_C(0) = U + k \cdot e^{-\frac{0}{R \cdot C}}$$

$$u_{Cp} = U + k \cdot e^{-\frac{0}{R \cdot C}}$$

$$u_{Cp} = U + k$$

$$k = u_{Cp} - U$$

$$k = 12 - 25$$

$$k = -13$$

V.V Výsledná funkce $u_C(t)$

$$u_C(t) = U + k \cdot e^{-\frac{t}{R \cdot C}}$$

$$u_C(t) = 25 - 13 \cdot e^{-\frac{t}{125}}$$

V.VI Zkouška

(1) Pro $t = 0$

$$u_C(0) = 25 - 13 \cdot e^{-\frac{0}{R \cdot C}}$$

$$u_C(0) = 25 - 13 \cdot 1$$

$$u_C(0) = 12V$$

$$u_C(0) \equiv u_{Cp} \Rightarrow (1) \text{ platí}$$

(2) Pro $t \rightarrow \infty$

$$u_C(\rightarrow \infty) = 25 - 13 \cdot e^{-\lim_{t \rightarrow \infty} \left(\frac{t}{R \cdot C} \right)}$$

$$u_C(\rightarrow \infty) = 25 - 13 \cdot e \cdot 0$$

$$u_C(\rightarrow \infty) = 25 \text{ V}$$

$$u_C(\rightarrow \infty) \equiv U \Rightarrow (2) \text{ platí}$$

(4) Vyjádření u'_C pomocí původní rovnice z V.II (2) ($u'_C + \frac{u_C}{R \cdot C} = \frac{1}{5}$)

$$u'_C + \frac{25 - 13 \cdot e^{-\frac{t}{125}}}{R \cdot C} = \frac{1}{5}$$

$$u'_C = \frac{1}{5} - \frac{25 - 13 \cdot e^{-\frac{t}{125}}}{R \cdot C}$$

$$u'_C = \frac{1}{5} - \frac{25 - 13 \cdot e^{-\frac{t}{125}}}{125}$$

(5) Dosazení u_C a u'_C do původní rovnice z V.II (2) ($u'_C + \frac{u_C}{R \cdot C} = \frac{1}{5}$)

$$\frac{1}{5} - \frac{25 - 13 \cdot e^{-\frac{t}{125}}}{125} + \frac{25 - 13 \cdot e^{-\frac{t}{125}}}{125} = \frac{1}{5}$$

$$\frac{1}{5} = \frac{1}{5} \Rightarrow \text{platí}$$

V.VII Závěr

Napětí na kondenzátoru C popisuje funkce $\mathbf{u_C(t)} = \mathbf{25 - 13 \cdot e^{-\frac{t}{125}}}$, kde t je čas po sepnutí spínače.

Tabulka řešení.

Příklad	Skupina	Výsledky
1	D	$U_{R5} = 46.1460 \text{ V}$ $I_{R5} = 148.8581 \text{ mA}$
2	D	$U_{R6} = 31.7771 \text{ V}$ $I_{R6} = 79.4427 \text{ mA}$
3	G	$U_{R4} = 77,3052 \text{ V}$ $I_{R4} = 2.3426 \text{ A}$
4	D	$ U_{C2} = 118.3581 \text{ V}$ $\varphi_{C2} = 220,7509^\circ$
5	D	$u_C(t) = 25 - 13 \cdot e^{-\frac{t}{125}}$