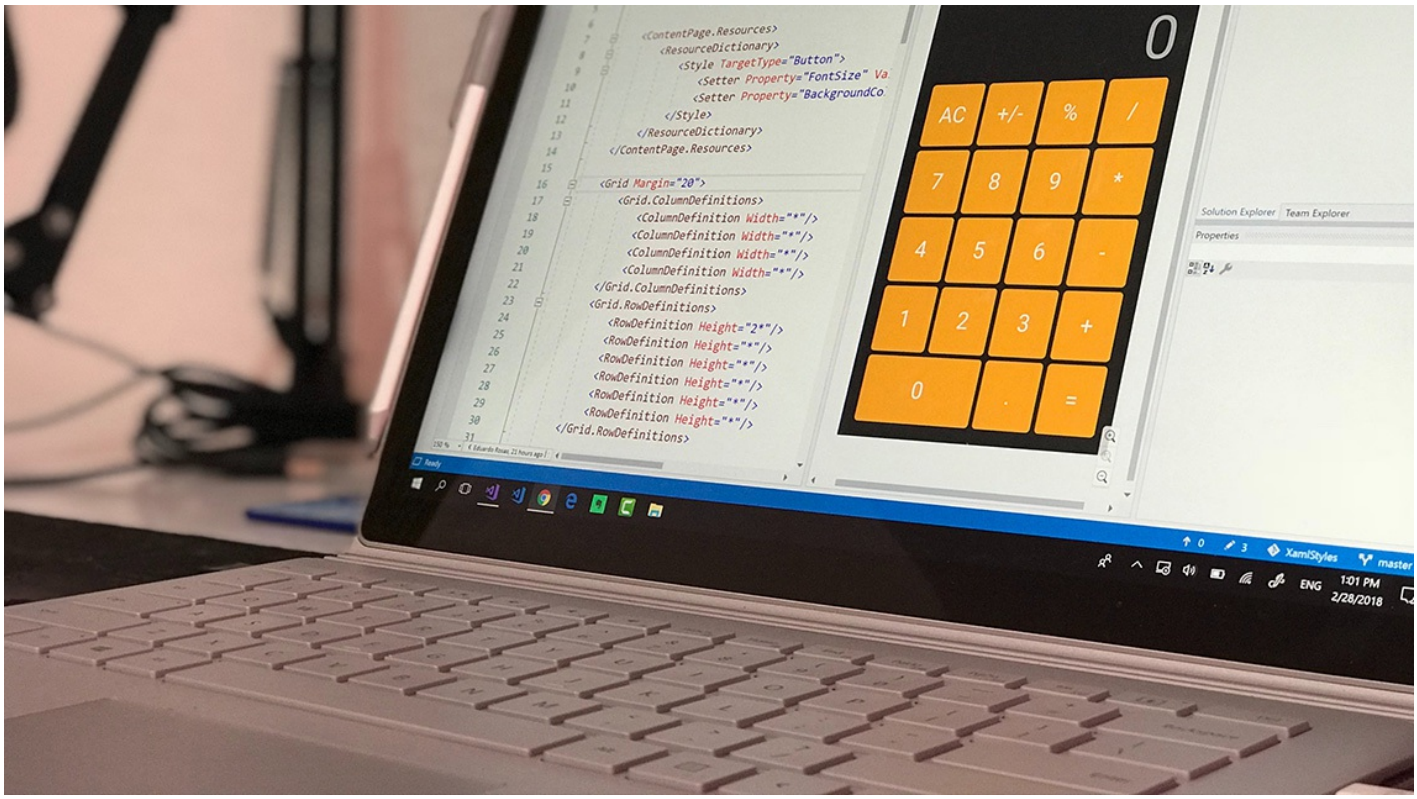
【MAB问题】简单却有效的Bandit算法



我在之前的文章中表达过，推荐系统的使命就是在建立用户和物品之间的连接。建立连接可以理解成：为用户匹配到最佳的物品；但也有另一个理解就是，在某个时间某个位置为用户选择最好的物品。

推荐就是选择

生活中，你我都会遇到很多要做选择的场景。上哪个大学，学什么专业，去哪家公司，中午吃什么等等。这些事情，都让选择困难症的我们头很大。头大在哪呢？主要是不知道每个选择会带来什么后果。

你仔细想一下，生活中为什么会害怕选择，究其原因是把每个选项看成独一无二的个体，一旦错过就不再来。推荐系统中一个一个单独的物品也如此，一旦选择呈现给用户，如果不能得到用户的青睐，就失去了一个展示机会。如果跳出来看这个问题，选择时不再聚焦到具体每个选项，而是去选择类别，这样压力是不是就小了很多？

比如说，把推荐选择具体物品，上升到选择策略。如果后台算法中有三种策略：按照内容相似推荐，按照相似好友推荐，按照热门推荐。每次选择一种策略，确定了策略后，再选择策略中的物品，这样两个步骤。

那么，是不是有办法来解决这个问题呢？当然有！那就是Bandit算法。

MAB问题

Bandit算法来源于人民群众喜闻乐见的赌博学，它要解决的问题是这样的。

一个赌徒，要去摇老虎机，走进赌场一看，一排老虎机，外表一模一样，但是每个老虎机吐钱的概率可不一样，他不知道每个老虎机吐钱的概率分布是什么，那么想最大化收益该怎么整？

这就是多臂赌博机问题(Multi-armed bandit problem, K-armed bandit problem, MAB)，简称MAB问题。有很多相似问题都属于MAB问题。

1. 假设一个用户对不同类别的内容感兴趣程度不同，当推荐系统初次见到这个用户时，怎么快速地知道他对每类内容的感兴

趣程度？这也是推荐系统常常面对的冷启动问题。

2. 假设系统中有若干广告库存物料，该给每个用户展示哪个广告，才能获得最大的点击收益，是不是每次都挑收益最好那个呢？
3. 算法工程师又设计出了新的策略或者模型，如何既能知道它和旧模型相比谁更靠谱又对风险可控呢？

这些问题全都是关于选择的问题。只要是关于选择的问题，都可以简化成一个MAB问题。

我在前面的专栏中提过，推荐系统里面有两个顽疾，一个是冷启动，一个是探索利用问题，后者又称为EE问题：Exploit－Explore问题。针对这两个顽疾，Bandit算法可以入药。

冷启动问题好说，探索利用问题什么意思？

利用意思就是：比较确定的兴趣，当然要用啊。好比说我们已经挣到的钱，当然要花啊。

探索的意思就是：不断探索用户新的兴趣才行，不然很快就会出现一模一样的反复推荐。就好比我们虽然有一点钱可以花了，但是还得继续搬砖挣钱啊，要不然，花完了就要喝西北风了。

Bandit算法

Bandit算法并不是指一个算法，而是一类算法。现在就来介绍一下Bandit算法家族怎么解决这类选择问题的。

首先，来定义一下，如何衡量选择的好坏？Bandit算法的思想是：看看选择会带来多少遗憾，遗憾越少越好。在MAB问题里，用来量化选择好坏的指标就是累计遗憾，计算公式如图所示。

$$R_T = \sum_{i=1}^{T} \left(w_{opt} - w_{B(i)} \right)$$

$$= Tw^* - \sum_{i=1}^{T} w_{B(i)}$$

简单描述一下这个公式。公式有两部分构成：一个是遗憾，一个是累积。求和符号内部就表示每次选择的遗憾多少。

Wopt就表示，每次都运气好，选择了最好的选择，该得到多少收益，WBi就表示每一次实际选择得到的收益，两者之差就是“遗憾”的量化，在T次选择后，就有了累积遗憾。

在这个公式中：为了简化MAB问题，每个臂的收益不是0，就是1，也就是伯努利收益。

这个公式可以用来对比不同Bandit算法的效果：对同样的多臂问题，用不同的Bandit算法模拟试验相同次数，比比看哪个Bandit算法的累积遗憾增长得慢，那就是效果较好的算法。

Bandit算法的套路就是：小心翼翼地试，越确定某个选择好，就多选择它，越确定某个选择差，就越来越少选择它。

如果某个选择实验次数较少，导致不确定好坏，那么就多给一些被选择机会，直到确定了它是金子还是石头。简单说就是，把选择的机会给“确定好的”和“还不确定的”。

Bandit算法中有几个关键元素：臂，回报，环境。

1. 臂：是每次选择的候选项，好比就是老虎机，有几个选项就有几个臂；
2. 回报：就是选择一个臂之后得到的奖励，好比选择一个老虎机之后吐出来的金币；
3. 环境：就是决定每个臂不同的那些因素，统称为环境。

将这个几个关键元素对应到推荐系统中来。

1. 臂：每次推荐要选择候选池，可能是具体物品，也可能是推荐策略，也可能是物品类别；
2. 回报：用户是否对推荐结果喜欢，喜欢了就是正面的回报，没有买账就是负面回报或者零回报；
3. 环境：推荐系统面临的这个用户就是不可捉摸的环境。

下面直接开始陈列出最常用的几个Bandit算法。

1.汤普森采样算法

第一个是汤普森采样算法。这个算法我个人很喜欢它，因为它只要一行代码就可以实现，并且数学的基础最简单。

简单介绍一下它的原理：假设每个臂是否产生收益，起决定作用的是背后有一个概率分布，产生收益的概率为p。

每个臂背后绑定了一个概率分布；每次做选择时，让每个臂的概率分布各自独立产生一个随机数，按照这个随机数排序，输出产生最大随机数那个臂对应的物品。听上去很简单，为什么这个随机数这么神奇？

关键在于每个臂背后的概率分布，是一个贝塔分布，先看看贝塔分布的样子：

贝塔分布有a和b两个参数。这两个参数决定了分布的形状和位置：

1. 当a+b值越大，分布曲线就越窄，分布就越集中，这样的结果就是产生的随机数会容易靠近中心位置；
2. 当a/(a+b)的值越大，分布的中心位置越靠近1，反之就越靠近0，这样产生的随机数也相应第更容易靠近1或者0。

贝塔分布的这两个特点，可以把它分成三种情况：

1. 曲线很窄，而且靠近1；
2. 曲线很窄，而且靠近0；
3. 曲线很宽。

这和前面所讲的选择有什么关系呢？你把贝塔分布的a参数看成是推荐后得到用户点击的次数，把分布的b参数看成是没有得到用户点击的次数。按照这个对应，再来叙述一下汤普森采样的过程。

1. 取出每一个候选对应的参数a和b；
2. 为每个候选用a和b作为参数，用贝塔分布产生一个随机数；
3. 按照随机数排序，输出最大值对应的候选；
4. 观察用户反馈，如果用户点击则将对应候选的a加1，否则b加1；

注意，实际上在推荐系统中，要为每一个用户都保存一套参数，比如候选有m个，用户有n个，那么就要保存2 m n 个参数。

汤普森采样为什么有效呢？解释一下。

1. 如果一个候选被选中的次数很多，也就是a+b很大了，它的分布会很窄，换句话说这个候选的收益已经非常确定了，用它产生随机数，基本上就在中心位置附近，接近平均收益。
2. 如果一个候选不但a+b很大，即分布很窄，而且a/(a+b)也很大，接近1，那就确定这是个好的候选项，平均收益很好，每次选择很占优势，就进入利用阶段，反之则几乎再无出头之日。
3. 如果一个候选的a+b很小，分布很宽，也就是没有被选择太多次，说明这个候选是好是坏还不太确定，那么用它产生随机数就有可能得到一个较大的随机数，在排序时被优先输出，这就起到了前面说的探索作用。

用Python实现汤普森采样就一行：

```
choice = numpy.argmax(pymc.rbeta(1 + self.wins, 1 + self.trials - self.wins))
```

2.UCB算法

第二个常用的Bandit算法就是UCB算法，UCB算法全称是Upper Confidence Bound，即置信区间上界。它也为每个臂评分，每次选择评分最高的候选臂输出，每次输出后观察用户反馈，回来更新候选臂的参数。

每个臂的评分公式为.

$$\bar{x}_j(t) + \sqrt{\frac{2 \ln t}{T_{j,t}}}$$

公式有两部分，加号前面是这个候选臂到目前的平均收益，反应了它的效果，后面的叫做Bonus，本质上是均值的标准差，反应了候选臂效果的不确定性，就是置信区间的上边界。t是目前的总选择次数，Tjt是每个臂被选择次数。

观察这个公式，如果一个候选的被选择次数很少，即Tjt很小，那么它的Bonus就会较大，在最后排序输出时有优势，这个Bonus反映了一个候选的收益置信区间宽度，Bonus越大，候选的平均收益置信区间越宽，越不确定，越需要更多的选择机会。

反之如果平均收益很大，就是说加号左边很大，也会在被选择时有优势。

这个评分公式也和汤普森采样是一样的思想：

1. 以每个候选的平均收益为基准线进行选择；
2. 对于被选择次数不足的给予照顾；
3. 选择倾向的是那些确定收益较好的候选。

3. Epsilon贪婪算法

这是一个朴素的算法，也很简单有效，思想有点类似模拟退火，做法如下。

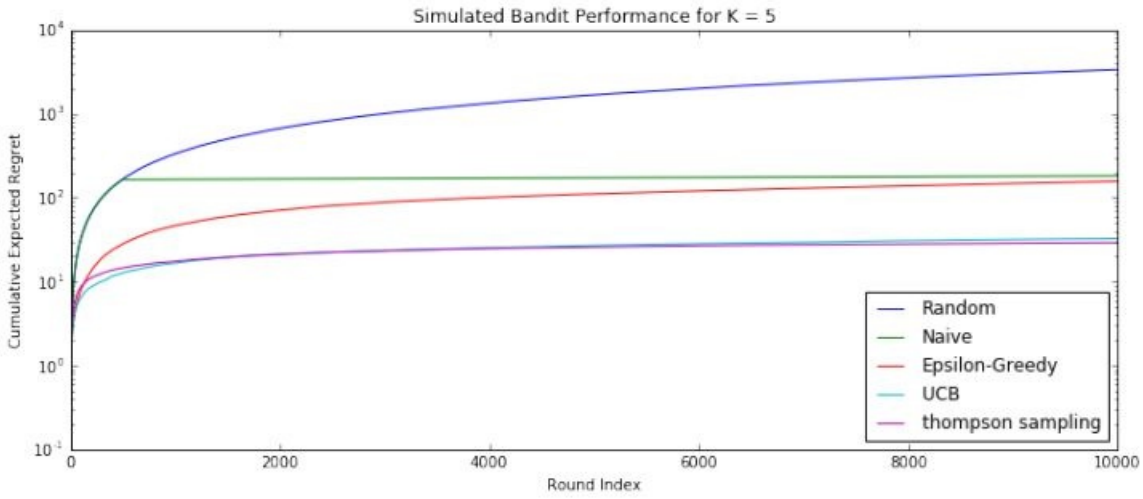
1. 先选一个(0,1)之间较小的数，叫做Epsilon，也是这个算法名字来历。
2. 每次以概率Epsilon做一件事：所有候选臂中随机选一个，以1-Epsilon的概率去选择平均收益最大的那个臂。

是不是简单粗暴？Epsilon的值可以控制对探索和利用的权衡程度。这个值越接近0，在探索上就越保守。

和这种做法相似，还有一个更朴素的做法：先试几次，等每个臂都统计到收益之后，就一直选均值最大那个臂。

4.效果对比

以上几个算法，可以简单用模拟试验的方式对比其效果，如图所示。



横坐标是模拟次数增加，可以看成随着时间推移，纵坐标就是累积遗憾，越高说明搞砸的次数越多。在模拟后期，基本上各种算法优劣一目了然。从上到下分别是下面几种。

1. 完全随机：就是不顾用户反馈的做法。
2. 朴素选择：就是认准一个效果好的，一直推。
3. Epsilon贪婪算法：每次以小概率尝试新的，大概率选择效果好的。
4. UCB：每次都会给予机会较少的候选一些倾向。
5. 汤普森采样：用贝塔分布管理每一个候选的效果。

UCB算法和汤普森采样都显著优秀很多。

冷启动

我想，你已经想到了，推荐系统冷启动问题可以用Bandit算法来解决一部分。

大致思路如下：

1. 用分类或者Topic来表示每个用户兴趣，我们可以通过几次试验，来刻画出新用户心目中对每个Topic的感兴趣概率。
2. 这里，如果用户对某个Topic感兴趣，就表示我们得到了收益，如果推给了它不感兴趣的Topic，推荐系统就表示很遗憾(regret)了。
3. 当一个新用户来了，针对这个用户，我们用汤普森采样为每一个Topic采样一个随机数，排序后，输出采样值Top N 的推荐Item。注意，这里一次选择了Top N个候选臂。
4. 等着获取用户的反馈，没有反馈则更新对应Topic的b值，点击了则更新对应Topic的a值。

总结

今天给你介绍了一种走一步看一步的推荐算法，叫做Bandit算法。Bandit算法把每个用户看成一个多变的环境，待推荐的物品就如同赌场里老虎机的摇臂，如果推荐了符合用户心目中喜欢的，就好比是从一台老虎机中摇出了金币一样。

今天重点介绍的Bandit算法有汤普森采样，UCB算法，Epsilon贪婪，并且用模拟的方式对比了它们的效果，汤普森采样以实现简单和效果显著而被人民群众爱戴，你需要时不妨首先试试它。

同时，这里留下一个问题给你，今天讲到的Bandit算法有哪些不足？欢迎留言和我一起讨论。

精选留言

林彦

1. Epsilon贪婪算法的不足:

(1) Epsilon贪婪算法中的概率值(Epsilon值)定多少是合理的，能由候选集的条件判断比较合理的范围吗？这个值需要做试验和根据算法结果调整吗?

(2) 如果p值是固定的，总有一部分用户是肯定要看到不好的结果的，随着算法搜集到更多的反馈不会改善这个效果。

(3) 如果有大量的劣质资源，即使平均收益最大的臂可能都比整个候选集中最好的臂的收益差很多。Exploration的过程中会导致用户对整个系统丧失耐心，好的坏的都不愿意反馈。这样Exploit到好的候选的几率就更低，时间更长，需要更多的用户来做试验。

(4) 如何在实际环境中衡量Epsilon贪婪算法对整体的贡献，怎么知道多少次点击或多少用户之后的临界值来判断这个算法是对整体起足够多的正面作用的?

2. UCB算法的不足:

候选多时，很多候选都没有显示过，平均收益和其标准差会相同。这时候如何排序？如果纯粹随机，就可能需要较长时间得到候选集中更好的结果。UCB算法本质上是“确定性”（Deterministic）算法，随机探索的能力受到一定限制。

3. 汤普森采样的不足:

汤普森采样相对已经比较好了，我自己想不出更好的解决办法。当有相当数量的候选点击率和点击次数都很接近时，系统Explore到好的候选需要一些资源 (时间，用户等)。回到上面Epsilon贪婪算法的不足中的(3)。如果开始时有大量的劣质资源，没有人工干预发现好的候选比较耗时，整个系统可能还未来得及给用户推荐好的候选已经进入负循环。

Epsilon贪婪算法的不足的(3)和(4)适用于所有的Bandit算法。

2018-04-09 10:06

曾阿牛

讲得很直白，赞。回到正题：

1）Bandit算法是试验型算法，基于大数定理，收敛应该不快

2）汤普森算法保留的参数量有点大，适用场景有点受限

2018-04-10 23:48

那年岁月

Thompson采样，既然是冷启动用户，都初始化为1，下次这个用户可能就不是冷启动了，这个矩阵就没用了啊。只存储m个物品的矩阵就行吧

2018-04-10 11:43

作者回复

你不要这么机械理解冷启动，数据不足都算是冷启动，

2018-04-18 08:05

您的好友William

bandit是 reinforcement learning 的只有一个state和多个action的情况，我觉得thompson sampling的问题好像是它应该是有一个assumption，它假设了每个action背后会不会有反馈是一个Bernoulli Distribution，但是人的兴趣会不断地变化，所以assumption可能不hold，所以需要不断地online learning估计才行。在我来看，UCB最能直接反应问题的本质，我比较喜欢UCB。

2018-10-03 12:42

作者回复

你说得很对，同时我佩服你这中英文输入法切换自如的功力。

2018-11-27 03:17

叶晓锋

汤普森采样

2018-05-02 13:00

大猫小猴

目前我们冷启动采用标签与topic探索推荐

2018-04-13 09:33

作者回复

值得尝试。

2018-04-18 08:04

EAsY

冷启动用类似人群划分推荐（比如同机型 年纪 性别 年龄等相似人群喜好 ）效果好 还是bandit测试推荐好 目前我们用的是前种

2018-04-11 17:43

jt120

是不是可以这样理解，前面的协同过滤和lr都是找相似，而bd是找选择，选大概率的选项

2018-04-10 21:11

hqzhao

bandit算法需要不断的试错，虽然原理和想法很好，但难以实际应用。顺便请教一个问题，bandit算法属于强化学习的范畴么？强化学习也是跟用户产生交互，并根据用户的反馈来更新参数

2018-04-10 20:56

yya

这个属于强化学习的方法吗

2018-04-09 00:17