ISSN 1009-3044
Computer Knowledge and Technology 电脑知识与技术
Vol.6,No.13, May 2010, pp.3476,3478
E-mail: eduf@cccc.net.cn
http://www.dnzs.net.cn
Tel:+86-551-5690963 5690964

分治技术在典型问题中的应用

胡英坚,张燕

(空军航空大学 计算机教研室,吉林 长春 130022)

摘要:利用分治技术解决马跳棋盘问题,将传统回溯法的时间复杂度由 O(7n*m)降低到 O(n*m),可解大规模的马踏棋盘问题。

关键词:分治;回溯法;马踏棋盘

中图分类号:TP751 **文献标识码**:A **文章编号**:1009-3044(2010)13-3476-01

Application of Divide and Conquer in the Typical Problems

HU Ying-jian,ZHANG Yan

(Computer Office, Aviation University of Air Force, Changchun 130022, China)

Abstract: Using divide and cinquer technology to solve the horse riding board problem The technology makes the time complexity to the traditional Backtracking to be debased from O(7n*m) to O(n*m) and can solve an extensive Horse riding board problem.

Key words: Divide and Cinquer; Backtracking; Horse riding board

1 概述

马踏棋盘问题是在一个 m×n 的中国象棋棋盘,有一棋子,从任一点开始,按照中国象棋跳马的规则遍历棋盘上所有位置。传统的解决方法为简单的回溯法,平均时间代价较小,但可解的问题规模很小。本文采用分治技术结合回溯法,将算法的时间复杂度降低,实验表明,这种方法可以解决大规模的马踏棋盘问题。

2 问题分析

用回溯法解决此此问题的最小时间代价为 O(n*m),最大代价为 $O(7^{n*m})$,最大时间代价是指数的,当 n*m 较大时,使用此办法求解很困难。对该问题使用分治技术,将大的矩阵划分为小块,分别求解,将大大降低时间代价。实际上,我们只需要搜索出一个小块的所有可能的出口,在其他块上进行复制,时间代价将进一步降低。划分的过程中有三个重要问题:

1) 划分以后要保证每一块都能遍历,且遍历一块以后能跳到下一块;

由于棋盘一般不能完全划分为指定大小的块(简称标准块),因此,为减少边角上块的种类,标准块应尽可能小,并且最好是对称的。通过试验,5×5 的块是满足条件的最小块。

2) 矩阵一般不是小块的整数倍,会有一些不规则的边块;

处理边角要注意:边角块不能小于 5×5,否则可能不能遍历边角块,或遍历后不能跳入其他块。尽量减小最大块的规模,如果存在 M×8 或 M×9 的块,应与邻块合并后重新划分为 M×6 和 M×7 的块。

这样处理后, 存在的块的种类有 5×5、5×6、5×7、6×6、6×7、7×7 等六种。观察这几种块的入口和出口发现,如果入口坐标为(0,0)和(1,0),可以跳到下一块的(0,0)和(1,0)上的可能性较大,所以划分块时就要考虑尽可能使起始点在坐标(0,0)和(1,0)上。

3) 块访问顺序

划分以后, 对块的访问顺序实际是个 Hamiltonian 路径问题,时间代价为 O(C*R)。

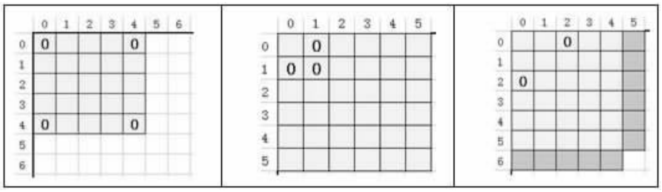

图 1

3 算法分析

输入参数:棋盘宽度 W,棋盘高度 H,起始坐标(X,Y)

3.1 分块

1) 若起始点到棋盘两边的距离均小于 5,即它在角上的块内,如图 1 所示。

2) 这时主要是决定将角上的块分为 5×5 还是 6×6,使得从该点出发遍历该块以后能进入下一块的(0,0)位置。图中给出几个例子,其他的点类似。

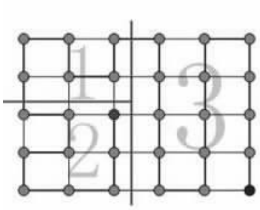

图 2

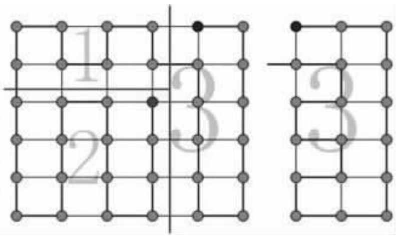

图 3

(下转第 3478 页)

收稿日期:2010-03-17

作者简介:胡英坚(1977-),男,讲师,研究方向:控制理论与海量存储;张燕(1975-),女,讲师,研究方向:算法分析与海量存储。

$2^{10}<1234<2^{11}$，所以$(1234)_{10}$转换成二进制数有11位；再比如$(987654321)_{10}$转换成二进制有多少位，初步判断，987654321是一个9位十进制数，每十位二进制数表示的十进制数稍大于10^3，所以知道987654321肯定小于2^{30}的值是1024×1024×1024，而大于2^{29}的值是1024×1024×512，可以初步判断987654321大于2^{29}而小于2^{30}，所以，$(987654321)_{10}$转换成二进制数有30位。

4 结束语

利用减幂法实现十进制向R进制的转换，最关键的是初步判断，初步判断之后就可以判断R进制数的整数部分的位数；减幂法另一个关键之处是记住R进制数各个位权的十进制的值，比如，看到1024就知道它是2^{10}，掌握了这一点之后就可以熟练使用减幂法了。

参考文献：

[1] Behrouz A Forouzan. 刘艺，段立，钟维亚，等译. 计算机科学导论(Foundations of Computer Science:Form Data Manipulation to Theory of Computation)[M].北京：机械工业出版社，2004.
[2] 贾新宇.大学计算机基础[M].北京：中国水利水电出版社，2008.

(上接第3476页)

3) 若起始点不在棋盘角上的块内，这时的划分相对复杂，可以把当前块划分为5×5或6×6，改变该块周边块的大小，使起始点成为新块中恰当的点，5×5块的(0,0)点，6×6块的(1,1)、(2,2)、(0,2)点，试验证明，这些改变都不会使周围的块大小超过7×7。

3.2 确定遍历块的顺序

前面提到这是一个Hamiltonian路径问题，继续将图分块如图2，图3所示。

块1：若块2遍历完成后从块1的左下角进入块1，按列顺序遍历块1。有一种情况在图中没有表示出来，若块1有奇数行，可以按行顺序遍历块1，以便从块3的角上进入块3，简化块3的遍历。

块2：先向下走到最下面的节点，剩余部分若是奇数列就按列遍历，若是偶数列就按行遍历。按行遍历时若有偶数行，则不能从块1的左下角进入块1，图中未表示出。

块3：若遍历块1后从块3的角上进入块3，则按行或按列遍历块3都可以。若未从块3的角上进入块3，则有两种情况。若块3有偶数列则按列顺序遍历，最上面一行最后遍历。若块3有奇数列则按行顺序遍历，最上面一列最后遍历。

完全按上面的划分方式可能会使块1只有一行或块3只有一列，这时就要把起始点所在块划分给块1或块3，或将图水平或垂直反转后按图示方式划分，并优先遍历。

3.3 进行遍历

根据块遍历顺序和推进方向，选择合适的出口。根据入口、出口和块大小，选择合适的块内遍历矩阵进行变换。每个位置的块内遍历顺序号加上入口点的遍历顺序号，作为在棋盘上的遍历顺序号。

4 算法复杂度分析

以访问棋盘上每个节点的时间为单位，时间代价为O(n*m)，划分块和决定Hamiltonian路径问题的时间代价虽然也是O(n*m)，但远小于访问每个节点的时间，可以忽略。

5 结论

通过前面的分析可以看出，与简单的回溯法相比，通过将分治技术和回溯技术的结合，降低了时间复杂度。实验证明，这种算法可以解决规模较大的马踏棋盘问题。

参考文献：

[1] 刘璟. 计算机算法引论[M]. 科学出版社，2003.