ANALISI NUMERICA

ESERCITAZIONE n.3 venerdì 8/4/16

1. Ricerca radici di equazioni non lineari - Metodo di Newton

-- Espressione: $x^3 + 4x^2 - 10 = 0$.

-- Punto di partenza x = 1.0, precisione 10^{-5} (calcoli con calcolatrice, 2-3 iterazioni). Compilare la tabella:

i	p_n	$f(p_n)$	$f'(p_n)$	p_{n+1}	$\|p_{n+1}-p_n\|$

2. Pseudocodifica

INPUT: p_0, tol, Nmax, espressione, derivata

| (controlli sui dati)

1) i = 1
   $p_n = p_0$

2) while i <= Nmax

   3) $p_{n1} = p_n - f(p_n) / f'(p_n)$

   …………………… | (output parziale)

   4) if $|(p_{n1}-p_n)| < tol$

      OUTPUT (p_{n1} , i)
      STOP

   endif

   5) incremento i

   6) $p_n = p_{n1}$ % (aggiorna p_n)

end;

3. Routine per applicare il metodo di Newton e confronto con il metodo della Bisezione

-- Trovare la soluzione dell'equazione al n.1 partendo dalla soluzione di primo tentativo x = 1., con precisione richiesta di 10^{-5} . Confrontare con la soluzione ottenuta attraverso il metodo della bisezione.

-- Quante iterazioni sono necessarie?

-- Che cosa cambia adottando un punto di partenza (primo tentativo) diverso?

-- Sapendo che la soluzione esatta è x = 1.365230013, calcolare l'errore assoluto e relativo ad ogni iterazione; che cosa si osserva? Commentare.

i	p_n	$f(p_n)$	$\|p_n-p_{n-1}\|$
1	1.4545454545	1.5401953418	0.4545454545
2	1.**36**89004011	0.0607196886	0.0856450535
3	1.36**52**366002	0.0001087706	0.0036638009
4	1.3652**30**0134	0.0000000004	0.0000065868

Soluzione trovata per step 4: x = 1.3652300134 $E_A = \sim\cdot 10^{-10}$

------ stessa equazione, metodo della bisezione (esercitazione n.2)
(funzione $x^3 + 4x^2 - 10$ - in [1.,2.] - tol = 0.0001)

[code: `fprintf(1, '%d %13.10f %13.10f %13.10f %13.10f \n', i,an,bn,pn,FP)`]

i	a_n	b_n	p_n	$f(p_n)$	
1	1.0000000000	2.0000000000	1.5000000000	2.3750000000	
2	1.0000000000	1.5000000000	1.2500000000	-1.7968750000	
3	1.2500000000	1.5000000000	1.3750000000	0.1621093750	
4	1.2500000000	1.3750000000	1.3125000000	-0.8483886719	
5	1.3125000000	1.3750000000	1.3437500000	-0.3509826660	
6	1.3437500000	1.3750000000	1.3593750000	-0.0964088440	
7	1.3593750000	1.3750000000	1.3671875000	0.0323557854	
8	1.3593750000	1.3671875000	1.3632812500	-0.0321499705	
9	1.3632812500	1.3671875000	1.3652343750	0.0000720248	$E_A = 4.36 \cdot 10^{-6}$
10	1.3632812500	1.3652343750	1.3642578125	-0.0160466908	
11	1.3642578125	1.3652343750	1.3647460938	-0.0079892628	
12	1.3647460938	1.3652343750	1.3649902344	-0.0039591015	
13	1.3649902344	1.3652343750	1.3651123047	-0.0019436590	
14	1.3651123047	1.3652343750	1.3651733398	-0.0009358473	$E_A = 5.66 \cdot 10^{-5}$

```
Soluzione trovata per step 14:   x =  1.3651733398
```

------------------ **NB la soluzione esatta è: x = 1.365230013**

4. Esempio con f'(p)=0

Espressioni: **4a**. : $e^{-x} - x - 1 = 0$ e **4b**. : $e^{x} - x - 1 = 0$. Precisione richiesta 10^{-8}

--- Studiare nell'intervallo (-1,1) ; in tutti e due i casi la soluzione esatta che si cerca è x = 0.0.
--- Cercare la soluzione con il metodo di Newton (p_0 = 1.0); che cosa si osserva nei due casi?
--- E con il metodo della bisezione?
--- Commentare.

5. Esercizio

Trovare una soluzione delle seguenti equazioni utilizzando sia il metodo di Newton che quello della bisezione. Confrontare i risultati ottenuti e la velocità di convergenza. (Per ognuno dei metodi, produrre tabelle come quelle studiate per i singoli metodi.)

5a. Espressione: $x = 3^{-x}$; precisione richiesta: 10^{-8} ;
intervallo (0.0,1.0) [bisezione], punto p_0 = 0.5 [Newton]

5b. Espressione: $f(x) = \cos x - x$; precisione richiesta: $5 \cdot 10^{-4}$;
intervallo (0,π/2) [bisezione], punto p_0 = π/4 [Newton]

NB è sempre consigliabile visualizzare un grafico della funzione.