ANALISI NUMERICA

ESERCITAZIONE n.7 mercoledì 27/5/15

1. Metodi iterativi per la soluzione di sistemi lineari di equazioni

Sistema:

$$\begin{aligned} 2x_1 - x_2 + x_3 &= -1 \\ 2x_1 + 2x_2 + 2x_3 &= 4 \\ -x_1 - x_2 + 2x_3 &= -5 \end{aligned}$$

a) Soluzione esatta data da (x_1=1; x_2=2; x_3=-1);

b) Svolgere le prime 4 iterazioni di soluzione con i metodi di a) Jacobi, b) Gauss-Seidel, assumendo come soluzione di tentativo iniziale il vettore nullo **x**=**0**. Per ogni iterazione, calcolare l'errore rispetto alla soluzione esatta e la differenza relativa rispetto alla iterazione precedente. Commentare sulla convergenza.

c) Per ognuno dei due metodi effettuare la valutazione della convergenza con le formule generali.

2. Istruzioni MATLAB utili per operazioni di matrici

Definizione di una matrice con assegnazione dei valori:

```
>> DL = [ 2 0 0 ; 2 2 0 ; -1 -1 2 ]
```

risponde con:

```
DL =     2     0     0
         2     2     0
        -1    -1     2
```

Inversione:

`>> IDL = inv(DL)` ---> calcola l'inversa di una matrice

`>> TG = IDL*U` ---> calcola il prodotto matriciale tra due matrici

`>> lamd = eig(TG)` ---> calcola gli autovalori di una matrice

3. Equazioni differenziali ai valori iniziali – Metodo di Eulero

E' data la seguente equazione differenziale:

$y' = y - t^2 + 1$, con $0 \le t \le 2$ e con la condizione iniziale $y(0) = 0,5$.

a) Utilizzando il metodo di Eulero in avanti, e con un passo di discretizzazione $h = 0,2$, approssimare la soluzione $y(t)$ nell'intervallo dato.

b) Sapendo che la soluzione esatta è data dalla funzione $y(t) = (t+1)^2 - 0,5e^t$

-- riportare su un grafico la soluzione esatta insieme a quella approssimata;
-- calcolare, per ogni valore intermedio t_i, l'errore assoluto dell'approssimazione. Riportare sullo stesso grafico anche l'andamento di questo errore.

c) Ripetere il calcolo usando un passo di discretizzazione $h = 0,5$ e $h = 0,1$. Commentare.