2013 年普通高等学校招生考试（福建卷）

文科数学

一、选择题

1. 复数 $z=-1-2\mathrm{i}$ (i 为虚数单位) 在复平面内对应的点位于 ( )

(A) 第一象限 (B) 第二象限 (C) 第三象限 (D) 第四象限

2. 设点 $P(x,y)$, 则“$x=2$ 且 $y=-1$”是“点 P 在直线 $l:x+y-1=0$ 上”的 ( )

(A) 充分而不必要条件 (B) 必要而不充分条件

(C) 充分必要条件 (D) 既不充分也不必要条件

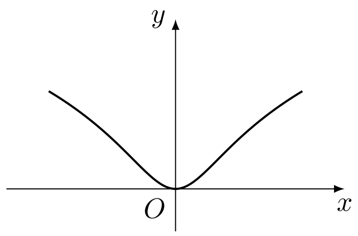
3. 若集合 $A=\{1,2,3\}$, $B=\{1,3,4\}$, 则 $A\cap B$ 的子集个数为 ( )

(A) 2 (B) 3 (C) 4 (D) 16

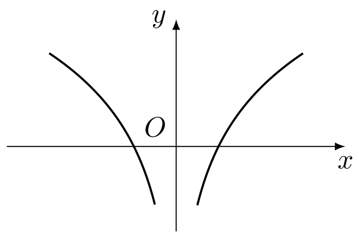
4. 双曲线 $x^2-y^2=1$ 的顶点到其渐近线的距离等于 ( )

(A) $\dfrac{1}{2}$ (B) $\dfrac{\sqrt{2}}{2}$ (C) 1 (D) $\sqrt{2}$

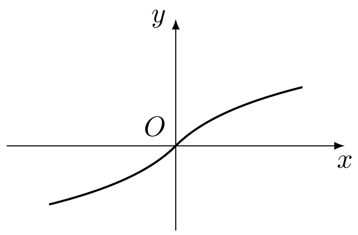
5. 函数 $f(x)=\ln(x^2+1)$ 的图象大致是 ( )



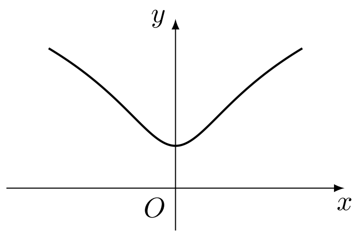
(A)



(B)



(C)



(D)

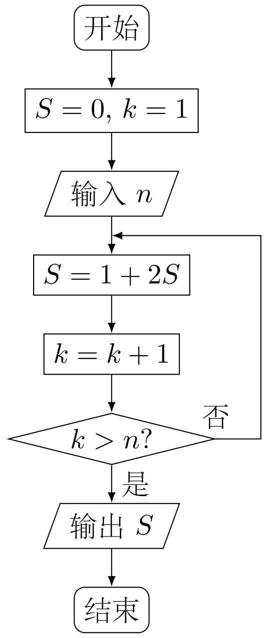
6. 若变量 x,y 满足约束条件 $\begin{cases}x+y\leqslant 2\\ x\geqslant 1\\ y\geqslant 0\end{cases}$, 则 $z=2x+y$ 的最大值和最小值分别为 ( )

(A) 4 和 3 (B) 4 和 2 (C) 3 和 2 (D) 2 和 0

7. 若 $2^x+2^y=1$, 则 $x+y$ 的取值范围是 ( )

(A) $[0,2]$ (B) $[-2,0]$ (C) $[-2,+\infty)$ (D) $(-\infty,-2]$

8. 阅读如图所示的程序框图, 运行相应的程序, 如果输入某个正整数 n 后, 输出的 $S\in(10,20)$, 那么 n 的值为 ( )



(A) 3 (B) 4 (C) 5 (D) 6

9. 将函数 $f(x)=\sin(2x+\theta)\ \left(-\dfrac{\pi}{2}<\theta<\dfrac{\pi}{2}\right)$ 的图象向右平移 $\varphi\ (\varphi>0)$ 个单位长度后得到函数 $g(x)$ 的图象, 若 $f(x)$, $g(x)$ 的图象都经过点 $P\left(0,\dfrac{\sqrt{3}}{2}\right)$, 则 φ 的值可以是 ( )

(A) $\dfrac{5\pi}{3}$ (B) $\dfrac{5\pi}{6}$ (C) $\dfrac{\pi}{2}$ (D) $\dfrac{\pi}{6}$

10. 在四边形 $ABCD$ 中, $\overrightarrow{AC}=(1,2)$, $\overrightarrow{BD}=(-4,2)$, 则该四边形的面积为 ( )

(A) $\sqrt{5}$ (B) $2\sqrt{5}$ (C) 5 (D) 10

11. 已知 x 与 y 之间的几组数据如下表:

x	1	2	3	4	5	6
y	0	2	1	3	3	4

假设根据上表数据所得线性回归直线方程为 $\hat{y}=\hat{b}x+\hat{a}$, 若某同学根据上表中的前两组数据 $(1,0)$ 和 $(2,2)$ 求得的直线方程为 $y=b'x+a'$, 则以下结论正确的是 ( )

(A) $\hat{b}>b'$, $\hat{a}>a'$ (B) $\hat{b}>b'$, $\hat{a}<a'$ (C) $\hat{b}<b'$, $\hat{a}>a'$ (D) $\hat{b}<b'$, $\hat{a}<a'$

12. 设函数 $f(x)$ 的定义域为 $\mathbf{R}$, $x_0\ (x_0\neq 0)$ 是 $f(x)$ 的极大值点, 以下结论一定正确的是 ( )

(A) $\forall x\in\mathbf{R}, f(x)\leqslant f(x_0)$ (B) $-x_0$ 是 $f(-x)$ 的极小值点

(C) $-x_0$ 是 $-f(x)$ 的极小值点 (D) $-x_0$ 是 $-f(-x)$ 的极小值点

二、填空题

13. 已知函数 $f(x)=\begin{cases}2x^3,\ x<0\\ -\tan x,\ 0\leqslant x<\dfrac{\pi}{2}\end{cases}$, 则 $f\left(f\left(\dfrac{\pi}{4}\right)\right)=$______.

14. 利用计算机产生 $0\sim 1$ 之间的均匀随机数 a, 则事件“$3a-1<0$”发生的概率为______.

15. 椭圆 $\varGamma:\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1\ (a>b>0)$ 的左右焦点分别为 F_1, F_2, 焦距为 $2c$, 若直线 $y=\sqrt{3}(x+c)$ 与椭圆 $\varGamma$ 的一个交点 M 满足 $\angle MF_1F_2=2\angle MF_2F_1$, 则该椭圆的离心率等于______.

16. 设 S, T 是 $\mathbf{R}$ 的两个非空子集, 如果存在一个从 S 到 T 的函数 $y=f(x)$ 满足:

(1) $T=\{f(x)\mid x\in S\}$;

(2) 对任意 $x_1,x_2\in S$, 当 $x_1<x_2$ 时, 恒有 $f(x_1)<f(x_2)$,

那么称这两个集合“保序同构”. 现给出以下 3 对集合:

① $A=\mathbf{N}$, $B=\mathbf{N}^*$;

② $A=\{x\mid -1\leqslant x\leqslant 3\}$, $B=\{x\mid -8\leqslant x\leqslant 10\}$;

③ $A=\{x\mid 0<x<1\}$, $B=\mathbf{R}$.

其中, “保序同构”的集合对的序号是______. (写出所有“保序同构”的集合对的序号)

三、解答题

17. 已知等差数列 $\{a_n\}$ 的公差 $d=1$, 前 n 项和为 S_n.

(1) 若 1, a_1, a_3 成等比数列, 求 a_1;

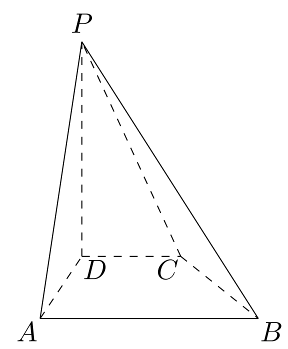
(2) 若 $S_5>a_1a_9$, 求 a_1 的取值范围.

18. 如图, 在四棱锥 $P-ABCD$ 中, $PD\perp$ 平面 $ABCD$, $AB\parallel DC$, $AB\perp AD$, $BC=5$, $DC=3$, $AD=4$, $\angle PAD=60^\circ$.

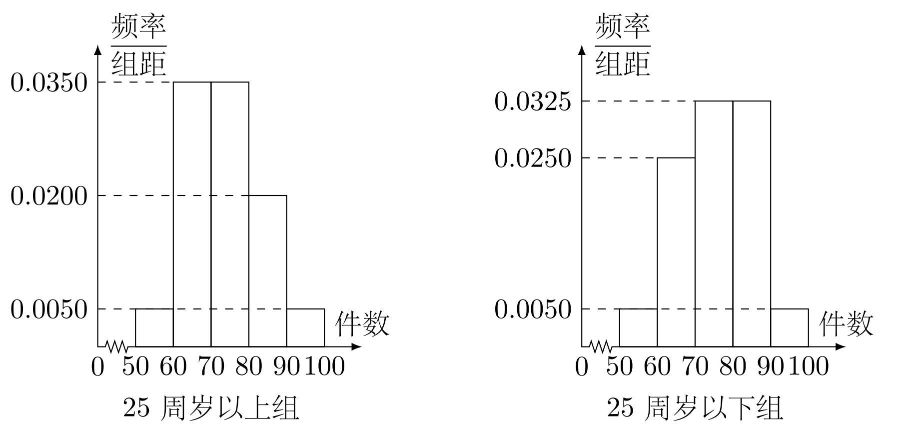
(1) 当正视方向与向量 $\overrightarrow{AD}$ 的方向相同时, 画出四棱锥 $P-ABCD$ 的正视图 (要求标出尺寸, 并写出演算过程);

(2) 若 M 为 PA 的中点, 求证: $DM\parallel$ 平面 PBC;

(3) 求三棱锥 $D-PBC$ 的体积.



19. 某工厂有 25 周岁以上 (含 25 周岁) 工人 300 名, 25 周岁以下工人 200 名. 为研究工人的日平均生产量是否与年龄有关, 现采用分层抽样的方法, 从中抽取了 100 名工人, 先统计了他们某月的日平均生产件数, 然后按工人年龄在"25 周岁以上 (含 25 周岁)" 和"25 周岁以下" 分为两组, 再将两组工人的日平均生产件数分成 5 组: $[50,60)$, $[60,70)$, $[70,80)$, $[80,90)$, $[90,100]$ 分别加以统计, 得到如图所示的频率分布直方图.



(1) 从样本中日平均生产件数不足 60 件的工人中随机抽取 2 人, 求至少抽到一名"25 周岁以下组"工人的概率;

(2) 规定日平均生产件数不少于 80 件者为"生产能手", 请你根据已知条件完成 2×2 列联表, 并判断是否有 90% 的把握认为"生产能手与工人所在的年龄组有关"?

附: $\chi^2=\dfrac{n(n_{11}n_{22}-n_{12}n_{21})^2}{n_{1+}n_{2+}n_{+1}n_{+2}}$

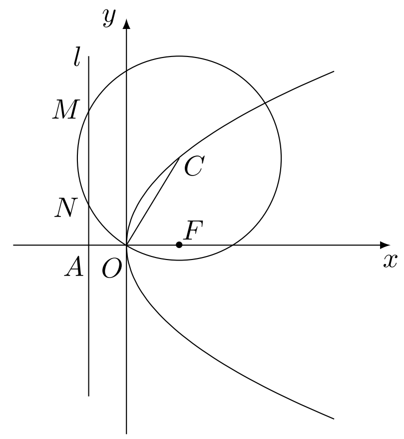
$P(\chi^2\geqslant k)$	0.100	0.050	0.010	0.001
k	2.706	3.841	6.635	10.828

(注: 此公式也可以写成 $K^2=\dfrac{n(ad-bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}$)

20. 如图, 抛物线 $E: y^2=4x$ 的焦点为 F, 准线 l 与 x 轴的交点为 A. 点 C 在抛物线 E 上, 以 C 为圆心, $|CO|$ 为半径作圆, 设圆 C 与准线 l 交于不同的两点 M, N.

(1) 若点 C 的纵坐标为 2, 求 $|MN|$;

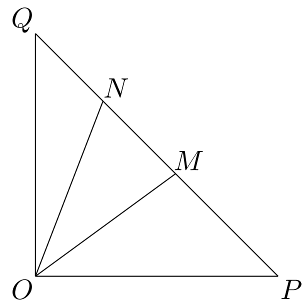
(2) 若 $|AF|^2=|AM|\cdot|AN|$, 求圆 C 的半径.



21. 如图, 在等腰直角 $\triangle OPQ$ 中, $\angle POQ=90^\circ$, $OP=2\sqrt{2}$, 点 M 在线段 PQ 上.

(1) 若 $OM=\sqrt{5}$, 求 PM 的长;

(2) 若点 N 在线段 MQ 上, 且 $\angle MON=30^\circ$, 问: 当 $\angle POM$ 取何值时, $\triangle OMN$ 的面积最小? 并求出面积的最小值.



22. 已知函数 $f(x)=x-1+\dfrac{a}{e^x}$, ($a\in\mathbf{R}$, e 为自然对数的底数).

(1) 若曲线 $y=f(x)$ 在点 $(1,f(1))$ 处的切线平行于 x 轴, 求 a 的值;

(2) 求函数 $f(x)$ 的极值;

(3) 当 $a=1$ 时, 若直线 $l: y=kx-1$ 与曲线 $y=f(x)$ 没有公共点, 求 k 的最大值.