2009 年普通高等学校招生考试（大纲卷 II）

文科数学

一、选择题

1. 已知全集 $U=\{1,2,3,4,5,6,7,8\}$, $M=\{1,3,5,7\}$, $N=\{5,6,7\}$, 则 $\complement_U(M\cup N)=$ （ ）

(A) $\{5,7\}$ (B) $\{2,4\}$ (C) $\{2,4,8\}$ (D) $\{1,3,5,6,7\}$

2. 函数 $y=\sqrt{-x}\ (x\leqslant 0)$ 的反函数是 （ ）

(A) $y=x^2\ (x\geqslant 0)$ (B) $y=-x^2\ (x\geqslant 0)$

(C) $y=x^2\ (x\leqslant 0)$ (D) $y=-x^2\ (x\leqslant 0)$

3. 函数 $y=\log_2\dfrac{2-x}{2+x}$ 的图象 （ ）

(A) 关于原点对称 (B) 关于直线 $y=-x$ 对称

(C) 关于 y 轴对称 (D) 关于直线 $y=x$ 对称

4. 已知 $\triangle ABC$ 中, $\cot A=-\dfrac{12}{5}$, 则 $\cos A=$ （ ）

(A) $\dfrac{12}{13}$ (B) $\dfrac{5}{13}$ (C) $-\dfrac{5}{13}$ (D) $-\dfrac{12}{13}$

5. 已知正四棱柱 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中, $AA_1=2AB$, E 为 AA_1 中点, 则异面直线 BE 与 CD_1 所成的角的余弦值为 （ ）

(A) $\dfrac{\sqrt{10}}{10}$ (B) $\dfrac{1}{5}$ (C) $\dfrac{3\sqrt{10}}{10}$ (D) $\dfrac{3}{5}$

6. 已知向量 $\boldsymbol{a}=(2,1)$, $\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}=10$, $|\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}|=5\sqrt{2}$, 则 $|\boldsymbol{b}|=$ （ ）

(A) $\sqrt{5}$ (B) $\sqrt{10}$ (C) 5 (D) 25

7. 设 $a=\lg\mathrm{e}$, $b=(\lg\mathrm{e})^2$, $c=\lg\sqrt{\mathrm{e}}$, 则 （ ）

(A) $a>b>c$ (B) $a>c>b$ (C) $c>a>b$ (D) $c>b>a$

8. 双曲线 $\dfrac{x^2}{6}-\dfrac{y^2}{3}=1$ 的渐近线与圆 $(x-3)^2+y^2=r^2\ (r>0)$ 相切, 则 $r=$ （ ）

(A) $\sqrt{3}$ (B) 2 (C) 3 (D) 6

9. 若将函数 $y=\tan\left(\omega x+\dfrac{\pi}{4}\right)\ (\omega>0)$ 的图象向右平移 $\dfrac{\pi}{6}$ 个单位长度后, 与函数 $y=\tan\left(\omega x+\dfrac{\pi}{6}\right)$ 的图象重合, 则 ω 的最小值为 （ ）

(A) $\dfrac{1}{6}$ (B) $\dfrac{1}{4}$ (C) $\dfrac{1}{3}$ (D) $\dfrac{1}{2}$

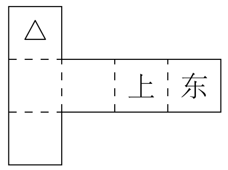
10. 甲、乙两人从 4 门课程中各选修 2 门, 则甲、乙所选的课程中恰有 1 门相同的选法有 （ ）

(A) 6 种 (B) 12 种 (C) 24 种 (D) 30 种

11. 已知直线 $y=k(x+2)\ (k>0)$ 与抛物线 C: $y^2=8x$ 相交于 A、B 两点, F 为 C 的焦点. 若 $|FA|=2|FB|$, 则 $k=$ （ ）

(A) $\dfrac{1}{3}$ (B) $\dfrac{\sqrt{2}}{3}$ (C) $\dfrac{2}{3}$ (D) $\dfrac{2\sqrt{2}}{3}$

12. 纸制的正方体的六个面根据其方位分别标记为上、下、东、南、西、北. 现有沿该正方体的一些棱将正方体剪开、外面朝上展平, 得到如图的平面图形, 则标“△”的面的方位是 （ ）



(A) 南 (B) 北 (C) 西 (D) 下

二、填空题

13. 设等比数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n. 若 $a_1=1$, $S_6=4S_3$, 则 $a_4=$______.

14. $\left(x\sqrt{y}-y\sqrt{x}\right)^4$ 的展开式中 x^3y^3 的系数为______.

15. 已知圆 O: $x^2+y^2=5$ 和点 $A(1,2)$, 则过 A 且与圆 O 相切的直线与两坐标轴围成的三角形的面积等于______.

16. 设 OA 是球 O 的半径, M 是 OA 的中点, 过 M 且与 OA 成 45° 角的平面截球 O 的表面得到圆 C. 若圆 C 的面积等于 $\dfrac{7\pi}{4}$, 则球 O 的表面积等于______.

三、解答题

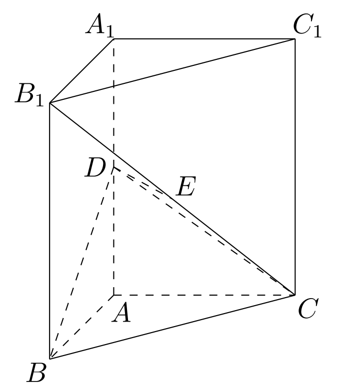
17. 已知等差数列 $\{a_n\}$ 中, $a_3a_7=-16$, $a_4+a_6=0$, 求 $\{a_n\}$ 的前 n 项和 S_n.

18. 设 $\triangle ABC$ 的内角 A、B、C 的对边长分别为 a、b、c, $\cos(A-C)+\cos B=\dfrac{3}{2}$, $b^2=ac$, 求 B.

19. 如图, 直三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 中, $AB\perp AC$, D、E 分别为 AA_1、B_1C 的中点, $DE\perp$ 平面 BCC_1.

(1) 证明: $AB=AC$;

(2) 设二面角 $A-BD-C$ 为 60°, 求 B_1C 与平面 BCD 所成的角的大小.



20. 某车间甲组有 10 名工人, 其中有 4 名女工人; 乙组有 10 名工人, 其中有 6 名女工人. 现采用分层抽样方法 (层内采用不放回简单随机抽样) 从甲、乙两组中共抽取 4 名工人进行技术考核.

(1) 求从甲、乙两组各抽取的人数;

(2) 求从甲组抽取的工人中恰有 1 名女工人的概率;

(3) 求抽取的 4 名工人中恰有 2 名男工人的概率.

21. 设函数 $f(x)=\dfrac{1}{3}x^3-(1+a)x^2+4ax+24a$, 其中常数 $a>1$.

(1) 讨论 $f(x)$ 的单调性;

(2) 若当 $x\geqslant 0$ 时, $f(x)>0$ 恒成立, 求 a 的取值范围.

22. 已知椭圆 C: $\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1$ $(a>b>0)$ 的离心率为 $\dfrac{\sqrt{3}}{3}$, 过右焦点 F 的直线 l 与 C 相交于 A、B 两点, 当 l 的斜率为 1 时, 坐标原点 O 到 l 的距离为 $\dfrac{\sqrt{2}}{2}$.

(1) 求 a, b 的值;

(2) C 上是否存在点 P, 使得当 l 绕 F 转到某一位置时, 有 $\overrightarrow{OP}=\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OB}$ 成立? 若存在, 求出所有的 P 的坐标与 l 的方程; 若不存在, 说明理由.