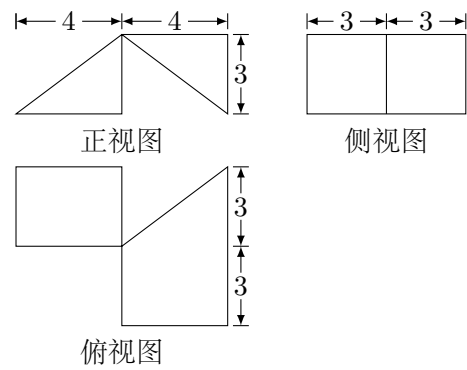


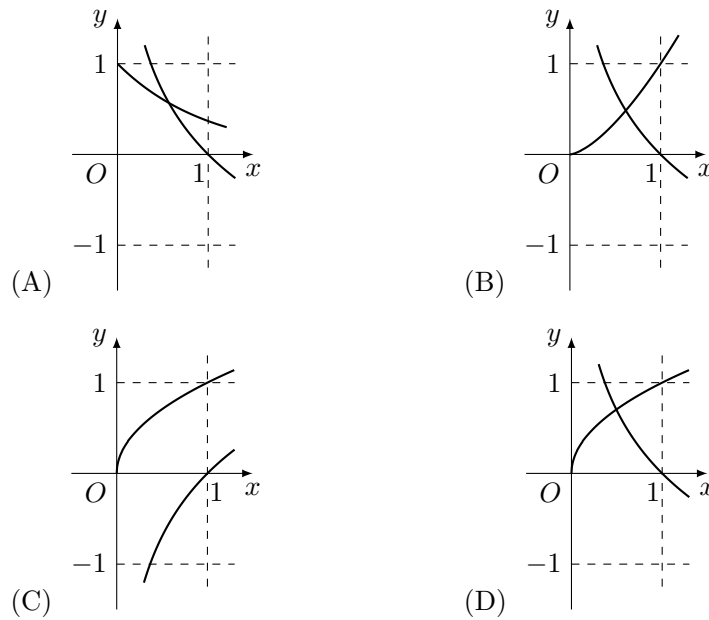
# 文科数学

## 一、选择题

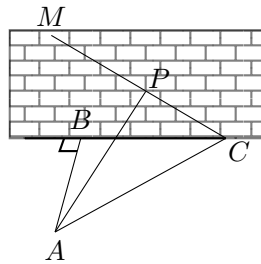
1. 设集合  $S = \{x | x \geq 2\}$ ,  $T = \{x | x \leq 5\}$ , 则  $S \cap T =$  ( )  
(A)  $(-\infty, 5]$  (B)  $[2, +\infty)$  (C)  $(2, 5)$  (D)  $[2, 5]$
2. 设四边形  $ABCD$  的两条对角线为  $AC, BD$ , 则“四边形  $ABCD$  为菱形”是“ $AC \perp BD$ ”的 ( )  
(A) 充分不必要条件 (B) 必要不充分条件  
(C) 充分必要条件 (D) 既不充分也不必要条件
3. 某几何体的三视图 (单位: cm) 如图所示, 则该几何体的体积是 ( )



- (A)  $72 \text{ cm}^3$  (B)  $90 \text{ cm}^3$  (C)  $108 \text{ cm}^3$  (D)  $138 \text{ cm}^3$
4. 为了得到函数  $y = \sin 3x + \cos 3x$  的图象, 可以将函数  $y = \sqrt{2} \cos 3x$  的图象 ( )  
(A) 向右平移  $\frac{\pi}{4}$  个单位 (B) 向左平移  $\frac{\pi}{4}$  个单位  
(C) 向右平移  $\frac{\pi}{12}$  个单位 (D) 向左平移  $\frac{\pi}{12}$  个单位
5. 已知圆  $x^2 + y^2 + 2x - 2y + a = 0$  截直线  $x + y + 2 = 0$  所得弦的长度为 4, 则实数  $a$  的值为 ( )  
(A)  $-2$  (B)  $-4$  (C)  $-6$  (D)  $-8$
6. 设  $m, n$  是两条不同的直线,  $\alpha, \beta$  是两个不同的平面 ( )  
(A) 若  $m \perp n, n \parallel \alpha$ , 则  $m \perp \alpha$   
(B) 若  $m \parallel \beta, \beta \perp \alpha$ , 则  $m \perp \alpha$   
(C) 若  $m \perp \beta, n \perp \beta, n \perp \alpha$ , 则  $m \perp \alpha$   
(D) 若  $m \perp n, n \perp \beta, \beta \perp \alpha$ , 则  $m \perp \alpha$
7. 已知函数  $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$ , 且  $0 < f(-1) = f(-2) = f(-3) \leq 3$ , 则 ( )  
(A)  $c \leq 3$  (B)  $3 < c \leq 6$  (C)  $6 < c \leq 9$  (D)  $c > 9$
8. 在同一直角坐标系中, 函数  $f(x) = x^a (x \geq 0)$ ,  $g(x) = \log_a x$  的图象可能是 ( )



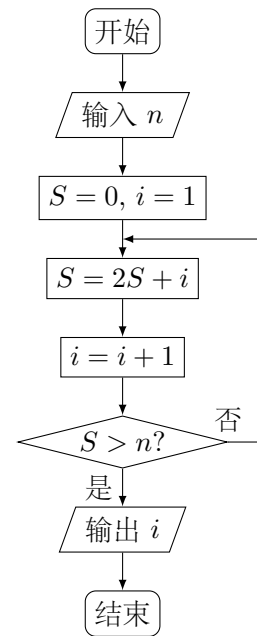
9. 设  $\theta$  为两个非零向量  $\mathbf{a}, \mathbf{b}$  的夹角. 已知对任意实数  $t$ ,  $|\mathbf{b} + t\mathbf{a}|$  的最小值为 1. 则 ( )  
(A) 若  $\theta$  确定, 则  $|\mathbf{a}|$  唯一确定  
(B) 若  $\theta$  确定, 则  $|\mathbf{b}|$  唯一确定  
(C) 若  $|\mathbf{a}|$  确定, 则  $\theta$  唯一确定  
(D) 若  $|\mathbf{b}|$  确定, 则  $\theta$  唯一确定
10. 如图, 某人在垂直于水平地面  $ABC$  的墙面前的点  $A$  处进行射击训练, 已知点  $A$  到墙面的距离为  $AB$ , 某目标点  $P$  沿墙面上的射线  $CM$  移动, 此人为了准确瞄准目标点  $P$ , 需计算由点  $A$  观察点  $P$  的仰角  $\theta$  的大小 (仰角  $\theta$  为直线  $AP$  与平面  $ABC$  所成的角), 若  $AB = 15 \text{ m}$ ,  $AC = 25 \text{ m}$ ,  $\angle BCM = 30^\circ$ , 则  $\tan \theta$  的最大值是 ( )



- (A)  $\frac{\sqrt{30}}{5}$  (B)  $\frac{\sqrt{30}}{10}$  (C)  $\frac{4\sqrt{3}}{9}$  (D)  $\frac{5\sqrt{3}}{9}$

## 二、填空题

11. 已知  $i$  是虚数单位, 计算  $\frac{1-i}{(1+i)^2} =$ \_\_\_\_\_.
12. 若实数  $x, y$  满足  $\begin{cases} x+2y-4 \leq 0 \\ x-y-1 \leq 0 \\ x \geq 1 \end{cases}$ , 则  $x+y$  的取值范围是\_\_\_\_\_.
13. 若某程序框图如图所示, 当输入 50 时, 则该程序运行后输出的结果是\_\_\_\_\_.



14. 在 3 张奖券中有一、二等奖各一张, 另 1 张无奖. 甲、乙两人各抽取一张, 两人都中奖的概率为\_\_\_\_\_.
15. 设函数  $f(x) = \begin{cases} x^2 + 2x + 2, & x \leq 0 \\ -x^2, & x > 0 \end{cases}$ , 若  $f(f(a)) = 2$ , 则  $a =$ \_\_\_\_\_.
16. 已知实数  $a, b, c$  满足  $a + b + c = 0$ ,  $a^2 + b^2 + c^2 = 1$ , 则  $a$  的最大值是\_\_\_\_\_.
17. 设直线  $x - 3y + m = 0 (m \neq 0)$  与双曲线  $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$  的两条渐近线分别交于点  $A, B$ . 若点  $P(m, 0)$  满足  $|PA| = |PB|$ , 则该双曲线的离心率是\_\_\_\_\_.

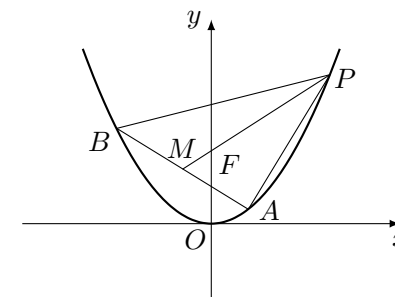
## 三、解答题

18. 在  $\triangle ABC$  中, 内角  $A, B, C$  所对的边分别为  $a, b, c$ , 已知  $4\sin^2 \frac{A+B}{2} + 4\sin A \sin B = 2 + \sqrt{2}$ .  
(1) 求角  $C$  的大小;  
(2) 已知  $b = 4$ ,  $\triangle ABC$  的面积为 6, 求边长  $c$  的值.

19. 已知等差数列  $\{a_n\}$  的公差  $d > 0$ , 设  $\{a_n\}$  的前  $n$  项和为  $S_n$ ,  $a_1 = 1$ ,  $S_2 \cdot S_3 = 36$ .
- (1) 求  $d$  及  $S_n$ ;
- (2) 求  $m, k$  ( $m, k \in \mathbf{N}^*$ ) 的值, 使得  $a_m + a_{m+1} + a_{m+2} + \cdots + a_{m+k} = 65$ .

21. 已知函数  $f(x) = x^3 + 3|x - a|$  ( $a > 0$ ), 若  $f(x)$  在  $[-1, 1]$  上的最小值记为  $g(a)$ .
- (1) 求  $g(a)$ ;
- (2) 证明: 当  $x \in [-1, 1]$  时, 恒有  $f(x) \leq g(a) + 4$ .

22. 已知  $\triangle ABP$  的三个顶点都在抛物线  $C: x^2 = 4y$  上,  $F$  为抛物线  $C$  的焦点, 点  $M$  为  $AB$  的中点,  $\overrightarrow{PF} = 3\overrightarrow{FM}$ .
- (1) 若  $|PF| = 3$ , 求点  $M$  的坐标;
- (2) 求  $\triangle ABP$  面积的最大值.



20. 如图, 在四棱锥  $A - BCDE$  中, 平面  $ABC \perp$  平面  $BCDE$ ,  $\angle CDE = \angle BED = 90^\circ$ ,  $AB = CD = 2$ ,  $DE = BE = 1$ ,  $AC = \sqrt{2}$ .
- (1) 证明:  $AC \perp$  平面  $BCDE$ ;
- (2) 求直线  $AE$  与平面  $ABC$  所成的角的正切值.

