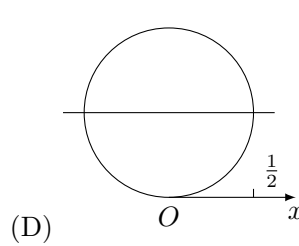
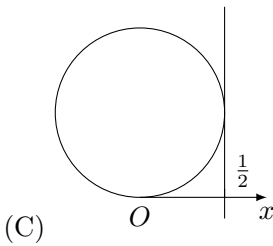
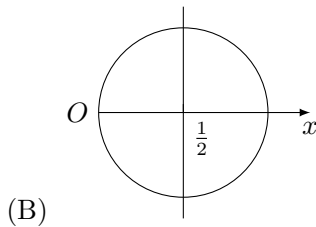
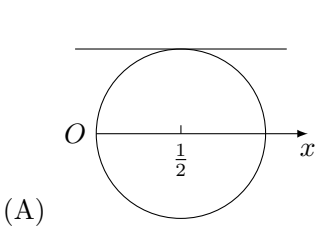


# 数学试卷

## 一、选择题

- 函数  $f(x) = \frac{\sin 2x}{\cos x}$  的最小正周期是 ( )  
(A)  $\frac{\pi}{2}$  (B)  $\pi$  (C)  $2\pi$  (D)  $4\pi$
- 圆  $(x-1)^2 + y^2 = 1$  的圆心到直线  $y = \frac{\sqrt{3}}{3}x$  的距离是 ( )  
(A)  $\frac{1}{2}$  (B)  $\frac{\sqrt{3}}{2}$  (C) 1 (D)  $\sqrt{3}$
- 不等式  $(1+x)(1-|x|) > 0$  的解集是 ( )  
(A)  $\{x|0 \leq x < 1\}$  (B)  $\{x|x < 0 \text{ 且 } x \neq -1\}$   
(C)  $\{x|-1 < x < 1\}$  (D)  $\{x|x < 1 \text{ 且 } x \neq -1\}$
- 在  $(0, 2\pi)$  内, 使  $\sin x > \cos x$  成立的  $x$  的取值范围是 ( )  
(A)  $\left(\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{2}\right) \cup \left(\pi, \frac{5\pi}{4}\right)$  (B)  $\left(\frac{\pi}{4}, \pi\right)$   
(C)  $\left(\frac{\pi}{4}, \frac{5\pi}{4}\right)$  (D)  $\left(\frac{\pi}{4}, \pi\right) \cup \left(\frac{5\pi}{4}, \frac{3\pi}{2}\right)$
- 设集合  $M = \left\{x \left| x = \frac{k}{2} + \frac{1}{4}, k \in \mathbf{Z} \right.\right\}$ ,  $N = \left\{x \left| x = \frac{k}{4} + \frac{1}{2}, k \in \mathbf{Z} \right.\right\}$ , 则 ( )  
(A)  $M = N$  (B)  $M \subseteq N$  (C)  $M \supseteq N$  (D)  $M \cap N = \emptyset$
- 一个圆锥和一个半球有公共底面, 如果圆锥的体积恰好与半球的体积相等, 那么这个圆锥轴截面顶角的余弦值是 ( )  
(A)  $\frac{3}{4}$  (B)  $\frac{4}{5}$  (C)  $\frac{3}{5}$  (D)  $-\frac{3}{5}$
- 函数  $f(x) = x|x+a| + b$  是奇函数的充要条件是 ( )  
(A)  $ab = 0$  (B)  $a + b = 0$  (C)  $a = b$  (D)  $a^2 + b^2 = 0$
- 已知  $0 < x < y < a < 1$ , 则有 ( )  
(A)  $\log_a(xy) < 0$  (B)  $0 < \log_a(xy) < 1$   
(C)  $1 < \log_a(xy) < 2$  (D)  $\log_a(xy) > 2$
- 函数  $y = 1 - \frac{1}{x-1}$  ( )  
(A) 在  $(-1, +\infty)$  内单调递增 (B) 在  $(-1, +\infty)$  内单调递减  
(C) 在  $(1, +\infty)$  内单调递增 (D) 在  $(1, +\infty)$  内单调递减
- 极坐标方程  $\rho = \cos \theta$  与  $\rho \cos \theta = \frac{1}{2}$  的图形是 ( )



- 从正方体的 6 个面中选取 3 个面, 其中有 2 个面不相邻的选法共有 ( )  
(A) 8 种 (B) 12 种 (C) 16 种 (D) 20 种
- 据 2002 年 3 月 5 日九届人大五次会议《政府工作报告》: “2001 年国内生产总值达到 95933 亿元, 比上年增长 7.3%”, 如果“十•五”期间 (2001 年—2005 年) 每年的国内生产总值都按此年增长率增长, 那么到“十•五”末我国国内年生产总值约为 ( )  
(A) 115000 亿元 (B) 120000 亿元 (C) 127000 亿元 (D) 135000 亿元

## 二、填空题

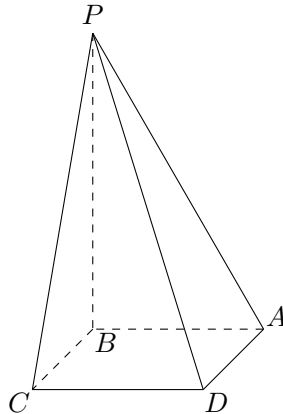
- 椭圆  $5x^2 + ky^2 = 5$  的一个焦点是  $(0, 2)$ , 那么  $k =$ \_\_\_\_\_.
- $(x^2 + 1)(x - 2)^7$  展开式中  $x^3$  的系数是\_\_\_\_\_.
- 已知  $\sin \alpha = \cos 2\alpha$ ,  $\alpha \in \left(\frac{\pi}{2}, \pi\right)$ , 则  $\tan \alpha =$ \_\_\_\_\_.

- 已知  $f(x) = \frac{x^2}{1+x^2}$ , 那么  $f(1) + f(2) + f\left(\frac{1}{2}\right) + f(3) + f\left(\frac{1}{3}\right) + f(4) + f\left(\frac{1}{4}\right) =$ \_\_\_\_\_.

## 三、解答题

- 已知复数  $z = 1 + i$ , 求实数  $a, b$  使  $az + 2b\bar{z} = (a + 2z)^2$ .

- 设  $\{a_n\}$  为等差数列,  $\{b_n\}$  为等比数列,  $a_1 = b_1 = 1$ ,  $a_2 + a_4 = b_3$ ,  $b_2 b_4 = a_3$ , 分别求出  $\{a_n\}$  及  $\{b_n\}$  的前 10 项的和  $S_{10}$  及  $T_{10}$ .



20. 设  $A$ 、 $B$  是双曲线  $x^2 - \frac{y^2}{2} = 1$  上的两点, 点  $N(1, 2)$  是线段  $AB$  的中点.
- (1) 求直线  $AB$  的方程;
- (2) 如果线段  $AB$  的垂直平分线与双曲线相交于  $C$ 、 $D$  两点, 那么  $A$ 、 $B$ 、 $C$ 、 $D$  四点是否共圆? 为什么?

21. (1) 给出两块相同的正三角形纸片 (如图 1, 图 2), 要求用其中一块剪拼成一个三棱锥模型, 另一块剪拼成一个正三棱柱模型, 使它们的全面积都与原三角形的面积相等, 请设计一种剪拼方法, 分别用虚线标示在图 1、图 2 中, 并作简要说明;
- (2) 试比较你剪拼的正三棱锥与正三棱柱的体积的大小;
- (3) 如果给出的是一块任意三角形的纸片 (如图 3), 要求剪拼成一个直三棱柱, 使它的全面积与给出的三角形的面积相等. 请设计一种剪拼方法, 用虚线标示在图 3 中, 并作简要说明.

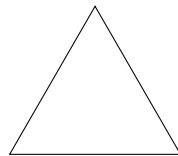


图 1

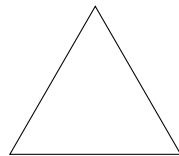


图 2

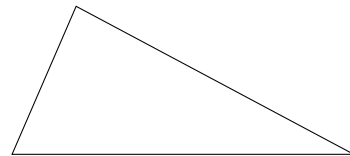


图 3

22. 已知  $a > 0$ , 函数  $f(x) = ax - bx^2$ .
- (1) 当  $b > 0$  时, 若对任意  $x \in \mathbf{R}$  都有  $f(x) \leq 1$ , 证明:  $a \leq 2\sqrt{b}$ ;
- (2) 当  $b > 1$  时, 证明: 对任意  $x \in [0, 1]$ ,  $|f(x)| \leq 1$  的充要条件是  $b - 1 \leq a \leq 2\sqrt{b}$ ;
- (3) 当  $0 < b \leq 1$  时, 讨论: 对任意  $x \in [0, 1]$ ,  $|f(x)| \leq 1$  的充要条件.