

# 文科数学

## 一、选择题

1. 设集合  $A = \{x|x \in \mathbf{Z} \text{ 且 } -10 \leq x \leq -1\}$ ,  $B = \{x|x \in \mathbf{Z} \text{ 且 } |x| \leq 5\}$ , 则  $A \cup B$  中的元素个数是 ( )

(A) 11 (B) 10 (C) 16 (D) 15

2. 设  $\mathbf{a}, \mathbf{b}, \mathbf{c}$  是任意的非零平面向量, 且相互不共线, 则①  $(\mathbf{a} \cdot \mathbf{b})\mathbf{c} - (\mathbf{c} \cdot \mathbf{a})\mathbf{b} = 0$ ; ②  $|\mathbf{a}| - |\mathbf{b}| < |\mathbf{a} - \mathbf{b}|$ ; ③  $(\mathbf{b} \cdot \mathbf{c})\mathbf{a} - (\mathbf{c} \cdot \mathbf{a})\mathbf{b}$  不与  $\mathbf{c}$  垂直; ④  $(3\mathbf{a} + 2\mathbf{b}) \cdot (3\mathbf{a} - 2\mathbf{b}) = 9|\mathbf{a}|^2 - 4|\mathbf{b}|^2$  中, 是真命题的有 ( )

(A) ①② (B) ②③ (C) ③④ (D) ②④

3. 一个长方体共一顶点的三个面的面积分别是  $\sqrt{2}, \sqrt{3}, \sqrt{6}$ , 这个长方体对角线的长是 ( )

(A)  $2\sqrt{3}$  (B)  $3\sqrt{2}$  (C) 6 (D)  $\sqrt{6}$

4. 已知  $\sin \alpha > \sin \beta$ , 那么下列命题成立的是 ( )

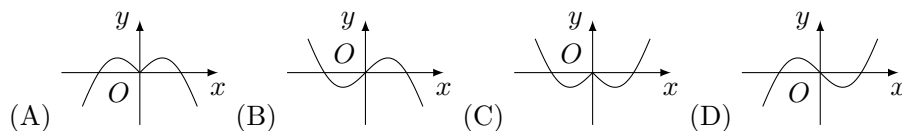
(A) 若  $\alpha, \beta$  是第一象限角, 则  $\cos \alpha > \cos \beta$

(B) 若  $\alpha, \beta$  是第二象限角, 则  $\tan \alpha > \tan \beta$

(C) 若  $\alpha, \beta$  是第三象限角, 则  $\cos \alpha > \cos \beta$

(D) 若  $\alpha, \beta$  是第四象限角, 则  $\tan \alpha > \tan \beta$

5. 函数  $y = -x \cos x$  的部分图象是 ( )



6. 《中华人民共和国个人所得税法》规定, 公民全月工资、薪金所得不超过 800 元的部分不必纳税, 超过 800 元的部分为全月应纳税所得额, 此项税款按下表分段累进计算:

全月应纳税所得额	税率
不超过 500 元的部分	5%
超过 500 元至 2000 元的部分	10%
超过 2000 元至 5000 元的部分	15%
...	...

某人一月份交纳此项税款 26.78 元, 则他的当月工资、薪金所得介于 ( )

(A) 800 - 900 元 (B) 900 - 1200 元

(C) 1200 - 1500 元 (D) 1500 - 2800 元

7. 若  $a > b > 1$ ,  $P = \sqrt{\lg a \cdot \lg b}$ ,  $Q = \frac{1}{2}(\lg a + \lg b)$ ,  $R = \lg \left( \frac{a+b}{2} \right)$ , 则

(A)  $R < P < Q$  (B)  $P < Q < R$  (C)  $Q < P < R$  (D)  $P < R < Q$

8. 已知两条直线  $l_1: y = x$ ,  $l_2: ax - y = 0$ , 其中  $a$  为实数. 当这两条直线的夹角在  $\left(0, \frac{\pi}{12}\right)$  内变动时,  $a$  的取值范围是 ( )

(A) (0, 1)

(B)  $\left(\frac{\sqrt{3}}{3}, \sqrt{3}\right)$

(C)  $\left(\frac{\sqrt{3}}{3}, 1\right) \cup (1, \sqrt{3})$

(D)  $(1, \sqrt{3})$

9. 一个圆柱的侧面展开图是一个正方形, 这个圆柱的全面积与侧面积的比是 ( )

(A)  $\frac{1+2\pi}{2\pi}$

(B)  $\frac{1+4\pi}{4\pi}$

(C)  $\frac{1+2\pi}{\pi}$

(D)  $\frac{1+4\pi}{2\pi}$

10. 过原点的直线与圆  $x^2 + y^2 + 4x + 3 = 0$  相切, 若切点在第三象限, 则该直线的方程是 ( )

(A)  $y = \sqrt{3}x$

(B)  $y = -\sqrt{3}x$

(C)  $y = \frac{\sqrt{3}}{3}x$

(D)  $y = -\frac{\sqrt{3}}{3}x$

11. 过抛物线  $y = ax^2$  ( $a > 0$ ) 的焦点  $F$  作一直线交抛物线于  $P$ 、 $Q$  两点, 若线段  $PF$  与  $FQ$  的长分别是  $p$ 、 $q$ , 则  $\frac{1}{p} + \frac{1}{q}$  等于 ( )

(A)  $2a$

(B)  $\frac{1}{2a}$

(C)  $4a$

(D)  $\frac{4}{a}$

12. 二项式  $(\sqrt{2} + \sqrt[3]{3}x)^{50}$  的展开式中系数为有理数的项共有 ( )

(A) 6 项

(B) 7 项

(C) 8 项

(D) 9 项

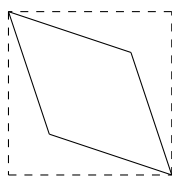
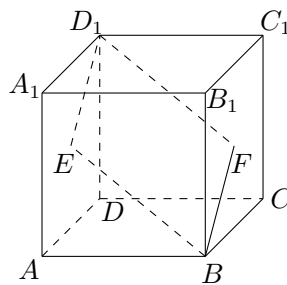
## 二、填空题

13. 从含有 500 个个体的总体中一次性地抽取 25 个个体, 假定其中每个个体被抽到的概率相等, 那么总体中的每个个体被抽取的概率等于\_\_\_\_\_.

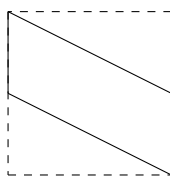
14. 椭圆  $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4} = 1$  的焦点  $F_1$ 、 $F_2$ , 点  $P$  为其上的动点, 当  $\angle F_1 P F_2$  为钝角时, 点  $P$  横坐标的取值范围是\_\_\_\_\_.

15. 设  $\{a_n\}$  是首项为 1 的正项数列, 且  $(n+1)a_{n+1}^2 - na_n^2 + a_{n+1}a_n = 0$  ( $n = 1, 2, 3, \dots$ ), 则它的通项公式是  $a_n =$ \_\_\_\_\_.

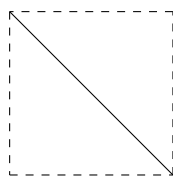
16. 如图,  $E$ 、 $F$  分别为正方体面  $ADD_1A_1$ 、面  $BCC_1B_1$  的中心, 则四边形  $BFD_1E$  在该正方体的面上的射影可能是\_\_\_\_\_. (要求: 把可能的图序号都填上)



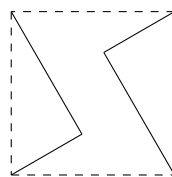
①



②



③



④

## 三、解答题

17. 甲、乙二人参加普法知识竞答, 共有 10 个不同的题目, 其中选择题 6 个, 判断题 4 个甲、乙二人依次各抽一题.

(1) 甲抽到选择题、乙抽到判断题的概率是多少?

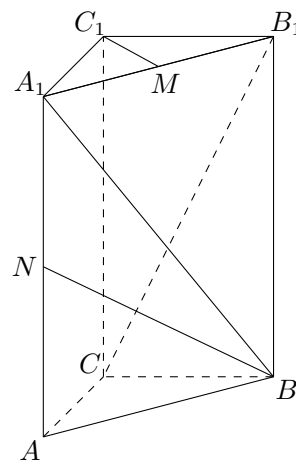
(2) 甲、乙二人中至少有一人抽到选择题的概率是多少?

18. 【甲】如图, 直三棱柱  $ABC - A_1B_1C_1$ , 底面  $\triangle ABC$  中,  $CA = CB = 1$ ,  $\angle BCA = 90^\circ$ , 棱  $AA_1 = 2$ ,  $M$ 、 $N$  分别是  $A_1B_1$ 、 $A_1A$  的中点.

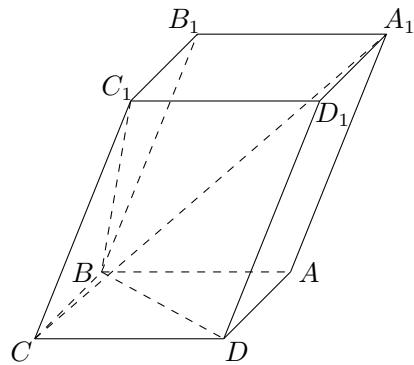
(1) 求  $\overrightarrow{BN}$  的长;

(2) 求  $\cos \langle \overrightarrow{BA_1}, \overrightarrow{CB_1} \rangle$  的值;

(3) 求证  $A_1B \perp C_1M$ .

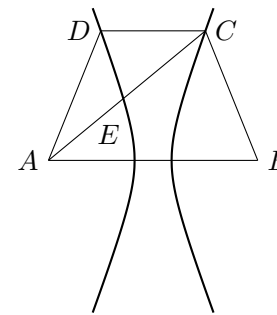


- 【乙】如图, 已知平行六面体  $ABCD-A_1B_1C_1D_1$  的底面  $ABCD$  上菱形, 且  $\angle C_1CB = \angle C_1CD = \angle BCD$ .
- (1) 证明:  $C_1C \perp BD$ ;
- (2) 当  $\frac{CD}{CC_1}$  的值为多少时, 能使  $A_1C \perp$  平面  $C_1BD$ ? 请给出证明.



20. 设函数  $f(x) = \sqrt{x^2 + 1} - ax$ , 其中  $a > 0$ .
- (1) 解不等式  $f(x) \leq 1$ ;
- (2) 证明: 当  $a \geq 1$  时, 函数  $f(x)$  在区间  $[0, +\infty)$  上是单调函数.

22. 如图, 已知梯形  $ABCD$  中  $|AB| = 2|CD|$ , 点  $E$  分有向线段  $\overrightarrow{AC}$  所成的比为  $\lambda$ , 双曲线过  $C$ 、 $D$ 、 $E$  三点, 且以  $A$ 、 $B$  为焦点, 当  $\frac{2}{3} \leq \lambda \leq \frac{3}{4}$  时, 求双曲线离心率  $e$  的取值范围.



19. 设  $\{a_n\}$  为等差数列,  $S_n$  为数列  $\{a_n\}$  的前  $n$  项和, 已知  $S_7 = 7$ ,  $S_{15} = 75$ ,  $T_n$  为数列  $\left\{\frac{S_n}{n}\right\}$  的前  $n$  项和, 求  $T_n$ .
21. 用总长 14.8 m 的钢条制成一个长方体容器的框架, 如果所制做容器的底面的一边比另一边长 0.5 m, 那么高为多少时容器的容积最大? 并求出它的最大容积