

文科数学

一、选择题

1. 若集合 $P = \{x | 2 \leq x < 4\}$, $Q = \{x | x \geq 3\}$, 则 $P \cap Q$ 等于 ()

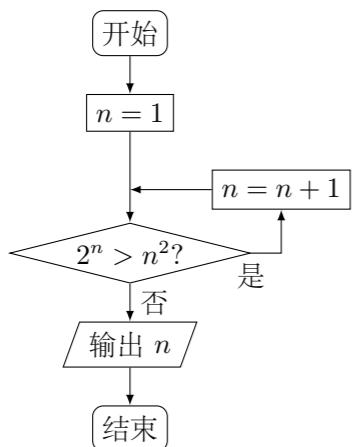
- (A) $\{x | 3 \leq x < 4\}$ (B) $\{x | 3 < x < 4\}$
 (C) $\{x | 2 \leq x < 3\}$ (D) $\{x | 2 \leq x \leq 3\}$

2. 复数 $(3+2i)i$ 等于 ()

- (A) $-2-3i$ (B) $-2+3i$ (C) $2-3i$ (D) $2+3i$

3. 以边长为 1 的正方形的一边所在直线为旋转轴, 将该正方形旋转一周所得圆柱的侧面积等于 ()

- (A) 2π (B) π (C) 2 (D) 1

4. 阅读如图所示的程序框图, 运行相应的程序, 输出的 n 的值为 ()

- (A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4

5. 命题“ $\forall x \in [0, +\infty), x^3 + x \geq 0$ ”的否定是 ()

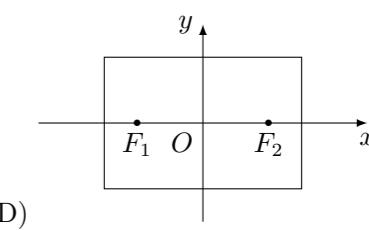
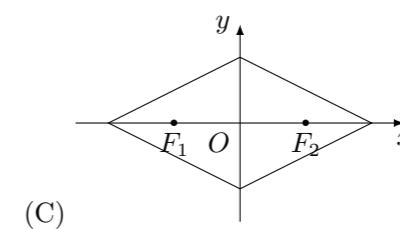
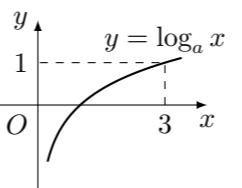
- (A) $\forall x \in (-\infty, 0), x^3 + x < 0$ (B) $\forall x \in (-\infty, 0), x^3 + x \geq 0$
 (C) $\exists x_0 \in [0, +\infty), x_0^3 + x_0 < 0$ (D) $\exists x_0 \in [0, +\infty), x_0^3 + x_0 \geq 0$

6. 已知直线 l 过圆 $x^2 + (y-3)^2 = 4$ 的圆心, 且与直线 $x+y+1=0$ 垂直, 则 l 的方程是 ()

- (A) $x+y-2=0$ (B) $x-y+2=0$ (C) $x+y-3=0$ (D) $x-y+3=0$

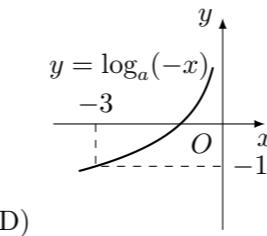
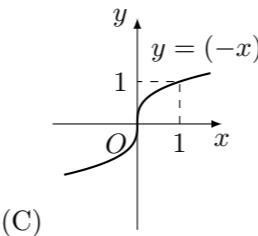
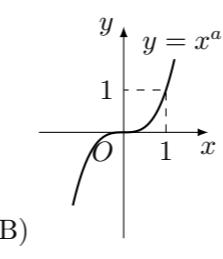
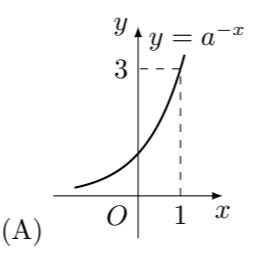
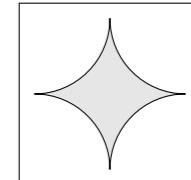
7. 将函数 $y = \sin x$ 的图象向左平移 $\frac{\pi}{2}$ 个单位, 得到函数 $y = f(x)$ 的函数图象, 则下列说法正确的是 ()

- (A) $y = f(x)$ 是奇函数
 (B) $y = f(x)$ 的周期是 π
 (C) $y = f(x)$ 的图象关于直线 $x = \frac{\pi}{2}$ 对称
 (D) $y = f(x)$ 的图象关于点 $(-\frac{\pi}{2}, 0)$ 对称

8. 若函数 $y = \log_a x$ ($a > 0$, 且 $a \neq 1$) 的图象如图所示, 则下列函数图象正确的是 ()

二、填空题

13. 如图, 在边长为 1 的正方形中, 随机撒 1000 粒豆子, 有 180 粒落到阴影部分, 据此估计阴影部分的面积为_____.

14. 在 $\triangle ABC$ 中, $A = 60^\circ$, $AC = 2$, $BC = \sqrt{3}$, 则 AB 等于_____.15. 函数 $f(x) = \begin{cases} x^2 - 2, & x \leq 0 \\ 2x - 6 + \ln x, & x > 0 \end{cases}$, 的零点个数是_____.16. 已知集合 $\{a, b, c\} = \{0, 1, 2\}$, 且下列三个关系: ① $a \neq 2$; ② $b = 2$; ③ $c \neq 0$ 有且只有一个正确, 则 $100a + 10b + c =$ _____.

三、解答题

17. 在等比数列 $\{a_n\}$ 中, $a_2 = 3$, $a_5 = 81$.

- (1) 求 a_n ;
 (2) 设 $b_n = \log_3 a_n$, 求数列 $\{b_n\}$ 的前 n 项和 S_n .

9. 要制作一个容积为 4 m^3 , 高为 1 m 的无盖长方体容器, 已知该容器的底面造价是每平方米 20 元, 侧面造价是每平方米 10 元, 则该容器的最低总造价是 ()

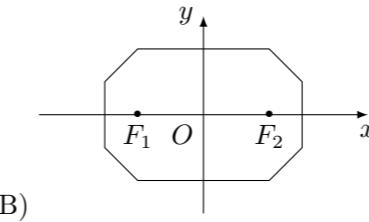
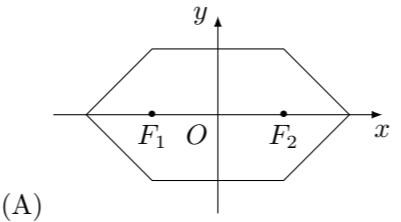
- (A) 80 元 (B) 120 元 (C) 160 元 (D) 240 元

10. 设 M 为平行四边形 $ABCD$ 对角线的交点, O 为平行四边形 $ABCD$ 所在平面内任意一点, 则 $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} + \overrightarrow{OD}$ 等于 ()

- (A) \overrightarrow{OM} (B) $2\overrightarrow{OM}$ (C) $3\overrightarrow{OM}$ (D) $4\overrightarrow{OM}$

11. 已知圆 $C : (x-a)^2 + (y-b)^2 = 1$, 平面区域 $\Omega : \begin{cases} x+y-7 \leq 0 \\ x-y+3 \geq 0 \\ y \geq 0 \end{cases}$, 若圆心 $C \in \Omega$, 且圆 C 与 x 轴相切, 则 $a^2 + b^2$ 的最大值为 ()

- (A) 5 (B) 29 (C) 37 (D) 49

12. 在平面直角坐标系中, 两点 $P_1(x_1, y_1)$, $P_2(x_2, y_2)$ 间的“L- 距离”定义为 $|P_1P_2| = |x_1 - x_2| + |y_1 - y_2|$, 则平面内与 x 轴上两个不同的定点 F_1, F_2 的“L- 距离”之和等于定值 (大于 $|F_1F_2|$) 的点的轨迹可以是

18. 已知函数 $f(x) = 2 \cos x (\sin x + \cos x)$.

- (1) 求 $f\left(\frac{5\pi}{4}\right)$ 的值;
- (2) 求函数 $f(x)$ 的最小正周期及单调递增区间.

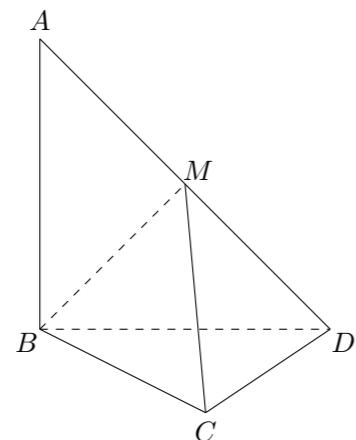
20. 根据世行 2013 年新标准, 人均 GDP 低于 1035 美元为低收入国家; 人均 GDP 为 1035–4085 美元为中等偏下收入国家; 人均 GDP 为 4085–12616 美元为中等偏上收入国家; 人均 GDP 不低于 12616 美元为高收入国家. 某城市有 5 个行政区, 各区人口占该城市人口比例及人均 GDP 如下表:

行政区	区人口占城市人口比例	区人均 GDP (单位: 美元)
A	25%	8000
B	30%	4000
C	15%	6000
D	10%	3000
E	20%	10000

- (1) 判断该城市人均 GDP 是否达到中等偏上收入国家标准;
- (2) 现从该城市 5 个行政区中随机抽取 2 个, 求抽到的 2 个行政区人均 GDP 都达到中等偏上收入国家标准的概率.

19. 如图, 三棱锥 $A-BCD$ 中, $AB \perp$ 平面 BCD , $CD \perp BD$.

- (1) 求证: $CD \perp$ 平面 ABD ;
- (2) 若 $AB = BD = CD = 1$, M 为 AD 中点, 求三棱锥 $A-MBC$ 的体积.



21. 已知曲线 Γ 上的点到点 $F(0, 1)$ 的距离比它到直线 $y = -3$ 的距离小 2.

- (1) 求曲线 Γ 的方程;
- (2) 曲线 Γ 在点 P 处的切线 l 与 x 轴交于点 A . 直线 $y = 3$ 分别与直线 l 及 y 轴交于点 M, N . 以 MN 为直径作圆 C , 过点 A 作圆 C 的切线, 切点为 B , 试探究: 当点 P 在曲线 Γ 上运动 (点 P 与原点不重合) 时, 线段 AB 的长度是否发生变化? 证明你的结论.

22. 已知函数 $f(x) = e^x - ax$ (a 为常数) 的图象与 y 轴交于点 A , 曲线 $y = f(x)$ 在点 A 处的切线斜率为 -1 .

- (1) 求 a 的值及函数 $f(x)$ 的极值;
- (2) 证明: 当 $x > 0$ 时, $x^2 < e^x$;
- (3) 证明: 对任意给定的正数 c , 总存在 x_0 , 使得当 $x \in (x_0, +\infty)$ 时, 恒有 $x^2 < ce^x$.