

文科数学

一、选择题

1. 若集合 $A = \{0, 1, 2, 4\}$, $B = \{1, 2, 3\}$, 则 $A \cap B =$ ()

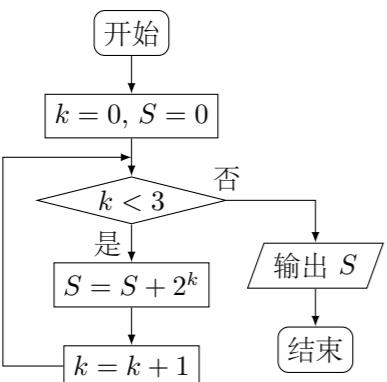
- (A)
- $\{0, 1, 2, 3, 4\}$
- (B)
- $\{0, 4\}$
- (C)
- $\{1, 2\}$
- (D)
- $\{3\}$

2. 下列函数中, 定义域是 \mathbf{R} 且为增函数的是 ()

- (A)
- $y = e^{-x}$
- (B)
- $y = x^3$
- (C)
- $y = \ln x$
- (D)
- $y = |x|$

3. 已知向量 $\mathbf{a} = (2, 4)$, $\mathbf{b} = (-1, 1)$, 则 $2\mathbf{a} - \mathbf{b} =$ ()

- (A)
- $(5, 7)$
- (B)
- $(5, 9)$
- (C)
- $(3, 7)$
- (D)
- $(3, 9)$

4. 执行如图所示的程序框图, 则输出的 S 值为 ()

- (A) 1 (B) 3 (C) 7 (D) 15

5. 设 a, b 是实数, 则“ $a > b$ ”是“ $a^2 > b^2$ ”的 ()

- (A) 充分且必要条件 (B) 必要且不充分条件

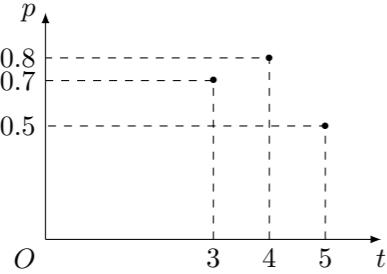
- (C) 充分必要条件 (D) 既不充分也不必要条件

6. 已知函数 $f(x) = \frac{6}{x} - \log_2 x$, 在下列区间中, 包含 $f(x)$ 零点的区间是()

- (A)
- $(0, 1)$
- (B)
- $(1, 2)$
- (C)
- $(2, 4)$
- (D)
- $(4, +\infty)$

7. 已知圆 $C : (x - 3)^2 + (y - 4)^2 = 1$ 和两点 $A(-m, 0)$, $B(m, 0)$ ($m > 0$), 若圆 C 上存在点 P , 使得 $\angle APB = 90^\circ$, 则 m 的最大值为 ()

- (A) 7 (B) 6 (C) 5 (D) 4

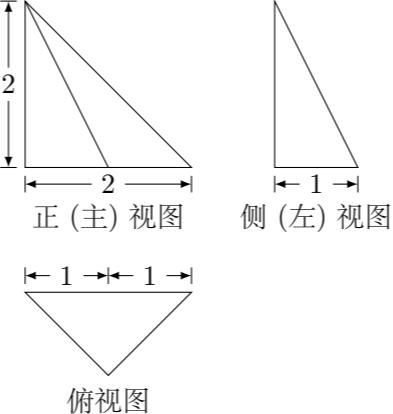
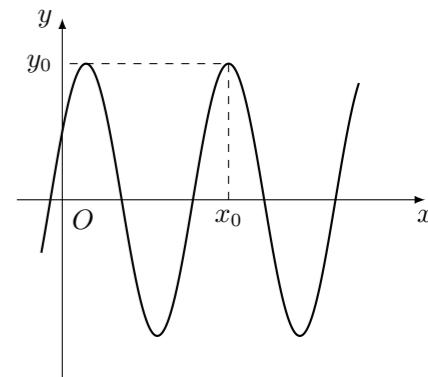
8. 加工爆米花时, 爆开且不糊的粒数的百分比称为“可食用率”. 在特定条件下, 可食用率 p 与加工时间 t (单位: 分钟) 满足函数关系 $p = at^2 + bt + c$ (a, b, c 是常数), 下图记录了三次实验的数据. 根据上述函数模型和实验数据, 可以得到最佳加工时间为 ()

- (A) 3.50 分钟 (B) 3.75 分钟 (C) 4.00 分钟 (D) 4.25 分钟

二、填空题

9. 若 $(x + i)i = -1 + 2i$ ($x \in \mathbf{R}$), 则 $x =$ _____.10. 设双曲线 C 的两个焦点为 $(-\sqrt{2}, 0)$, $(\sqrt{2}, 0)$, 一个顶点是 $(1, 0)$, 则 C 的方程为 _____.

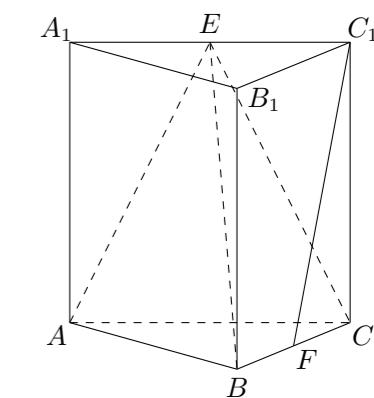
11. 某三棱锥的三视图如图所示, 则该三棱锥的最长棱的棱长为 _____.

16. 函数 $f(x) = 3 \sin\left(2x + \frac{\pi}{6}\right)$ 的部分图象如图所示.(1) 写出 $f(x)$ 的最小正周期及图中 x_0, y_0 的值;(2) 求 $f(x)$ 在区间 $[-\frac{\pi}{2}, -\frac{\pi}{12}]$ 上的最大值和最小值.12. 在 $\triangle ABC$ 中, $a = 1$, $b = 2$, $\cos C = \frac{1}{4}$, 则 $c =$ _____; $\sin A =$ _____.13. 若 x, y 满足 $\begin{cases} y \leqslant 1 \\ x - y - 1 \leqslant 0 \\ x + y - 1 \geqslant 0 \end{cases}$, 则 $z = \sqrt{3}x + y$ 的最小值为 _____.14. 顾客请一位工艺师把 A, B 两件玉石原料各制成一件工艺品, 工艺师带一位徒弟完成这项任务, 每件原料先由徒弟完成粗加工, 再由工艺师进行精加工完成制作, 两件工艺品都完成后交付顾客, 两件原料每道工序所需时间 (单位: 工作日) 如下:

时间	工序	粗加工	精加工
		原料	
	原料 A	9	15
	原料 B	6	21

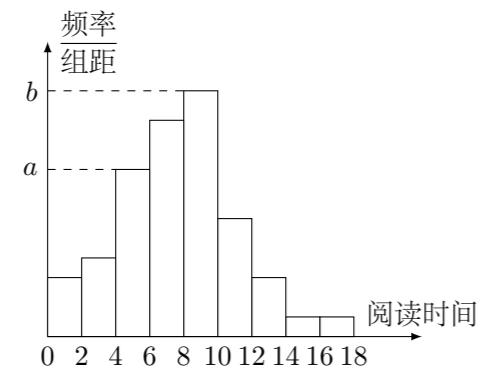
则最短交货期为 _____ 个工作日.

三、解答题

15. 已知 $\{a_n\}$ 是等差数列, 满足 $a_1 = 3$, $a_4 = 12$, 数列 $\{b_n\}$ 满足 $b_1 = 4$, $b_4 = 20$, 且 $\{b_n - a_n\}$ 是等比数列.(1) 求数列 $\{a_n\}$ 和 $\{b_n\}$ 的通项公式;(2) 求数列 $\{b_n\}$ 的前 n 项和.17. 如图, 在三棱柱 $ABC - A_1B_1C_1$ 中, 侧棱垂直于底面, $AB \perp BC$, $AA_1 = AC = 2$, $BC = 1$, E, F 分别为 A_1C_1, BC 的中点.(1) 求证: 平面 $ABE \perp$ 平面 B_1BCC_1 ;(2) 求证: $C_1F \parallel$ 平面 ABE ;(3) 求三棱锥 $E - ABC$ 的体积.

18. 从某校随机抽取 100 名学生, 获得了他们一周课外阅读时间 (单位: 小时) 的数据, 整理得到数据分组及频数分布表和频率分布直方图:

组号	分组	频数
1	[0, 2)	6
2	[2, 4)	8
3	[4, 6)	17
4	[6, 8)	22
5	[8, 10)	25
6	[10, 12)	12
7	[12, 14)	6
8	[14, 16)	2
9	[16, 18)	2
合计		100



- (1) 从该校随机选取一名学生, 试估计这名学生该周课外阅读时间少于 12 小时的概率;
(2) 求频率分布直方图中的 a, b 的值;
(3) 假设同一组中的每个数据可用该组区间的中点值代替, 试估计样本中的 100 名学生该周课外阅读时间的平均数在第几组. (只需写出结论)

19. 已知椭圆 $C : x^2 + 2y^2 = 4$.

- (1) 求椭圆 C 的离心率;
(2) 设 O 为原点, 若点 A 在直线 $y = 2$ 上, 点 B 在椭圆 C 上, 且 $OA \perp OB$, 求线段 AB 长度的最小值.

20. 已知函数 $f(x) = 2x^3 - 3x$.

- (1) 求 $f(x)$ 在区间 $[-2, 1]$ 上的最大值;
(2) 若过点 $P(1, t)$ 存在 3 条直线与曲线 $y = f(x)$ 相切, 求 t 的取值范围;
(3) 问过点 $A(-1, 2), B(2, 10), C(0, 2)$ 分别存在几条直线与曲线 $y = f(x)$ 相切? (只需写出结论)