

文科数学

一、选择题

1. 若 $\sin \alpha < 0$ 且 $\tan \alpha > 0$ 是, 则 α 是 ()
(A) 第一象限角 (B) 第二象限角 (C) 第三象限角 (D) 第四象限角
2. 设集合 $M = \{m \in \mathbf{Z} | -3 < m < 2\}$, $N = \{n \in \mathbf{Z} | -1 \leq n \leq 3\}$, 则 $M \cap N =$ ()
(A) $\{0, 1\}$ (B) $\{-1, 0, 1\}$ (C) $\{0, 1, 2\}$ (D) $\{-1, 0, 1, 2\}$
3. 原点到直线 $x + 2y - 5 = 0$ 的距离为 ()
(A) 1 (B) $\sqrt{3}$ (C) 2 (D) $\sqrt{5}$
4. 函数 $f(x) = \frac{1}{x} - x$ 的图象关于 ()
(A) y 轴对称 (B) 直线 $y = -x$ 对称
(C) 坐标原点对称 (D) 直线 $y = x$ 对称
5. 若 $x \in (e^{-1}, 1)$, $a = \ln x$, $b = 2 \ln x$, $c = \ln^3 x$, 则 ()
(A) $a < b < c$ (B) $c < a < b$ (C) $b < a < c$ (D) $b < c < a$
6. 设变量 x, y 满足约束条件: $\begin{cases} y \geq x \\ x + 2y \leq 2 \\ x \geq -2 \end{cases}$, 则 $z = x - 3y$ 的最小值()
(A) -2 (B) -4 (C) -6 (D) -8
7. 设曲线 $y = ax^2$ 在点 $(1, a)$ 处的切线与直线 $2x - y - 6 = 0$ 平行, 则 $a =$ ()
(A) 1 (B) $\frac{1}{2}$ (C) $-\frac{1}{2}$ (D) -1
8. 正四棱锥的侧棱长为 $2\sqrt{3}$, 侧棱与底面所成的角为 60° , 则该棱锥的体积为 ()
(A) 3 (B) 6 (C) 9 (D) 18
9. $(1 - \sqrt{x})^4(1 + \sqrt{x})^4$ 的展开式中 x 的系数是 ()
(A) -4 (B) -3 (C) 3 (D) 4
10. 函数 $f(x) = \sin x - \cos x$ 的最大值为 ()
(A) 1 (B) $\sqrt{2}$ (C) $\sqrt{3}$ (D) 2
11. 设 $\triangle ABC$ 是等腰三角形, $\angle ABC = 120^\circ$, 则以 A, B 为焦点且过点 C 的双曲线的离心率为 ()
(A) $\frac{1 + \sqrt{2}}{2}$ (B) $\frac{1 + \sqrt{3}}{2}$ (C) $1 + \sqrt{2}$ (D) $1 + \sqrt{3}$
12. 已知球的半径为 2, 相互垂直的两个平面分别截球面得两个圆. 若两圆的公共弦长为 2, 则两圆的圆心距等于 ()
(A) 1 (B) $\sqrt{2}$ (C) $\sqrt{3}$ (D) 2

二、填空题

13. 设向量 $\boldsymbol{a} = (1, 2)$, $\boldsymbol{b} = (2, 3)$. 若向量 $\lambda \boldsymbol{a} + \boldsymbol{b}$ 与向量 $\boldsymbol{c} = (-4, -7)$ 共线, 则 $\lambda =$ _____.
14. 从 10 名男同学, 6 名女同学中选 3 名参加体能测试, 则选到的 3 名同学中既有男同学又有女同学的不同选法共有_____种. (用数字作答)
15. 已知 F 是抛物线 $C: y^2 = 4x$ 的焦点, A, B 是 C 上的两个点, 线段 AB 的中点为 $M(2, 2)$, 则 $\triangle ABF$ 的面积等于_____.
16. 平面内的一个四边形为平行四边形的充要条件有多个, 如两组对边分别平行, 类似地, 写出空间中的一个四棱柱为平行六面体的两个充要条件:
充要条件① _____;
充要条件② _____.
(写出你认为正确的两个充要条件)

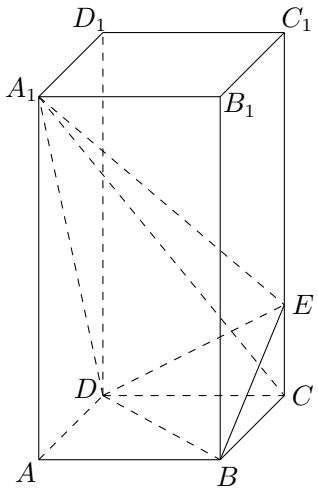
三、解答题

17. 在 $\triangle ABC$ 中, $\cos A = -\frac{5}{13}$, $\cos B = \frac{3}{5}$.
(1) 求 $\sin C$ 的值;
(2) 设 $BC = 5$, 求 $\triangle ABC$ 的面积.

18. 等差数列 $\{a_n\}$ 中, $a_4 = 10$, 且 a_3, a_6, a_{10} 成等比数列. 求数列 $\{a_n\}$ 前 20 项的和 S_{20} .

19. 甲、乙两人进行射击比赛, 在一轮比赛中, 甲、乙各射击一发子弹. 根据以往资料知, 甲击中 8 环, 9 环, 10 环的概率分别为 0.6, 0.3, 0.1, 乙击中 8 环, 9 环, 10 环的概率分别为 0.4, 0.4, 0.2. 设甲、乙的射击相互独立.
(1) 求在一轮比赛中甲击中的环数多于乙击中环数的概率;
(2) 求在独立的三轮比赛中, 至少有两轮甲击中的环数多于乙击中环数的概率.

20. 如图, 正四棱柱 $ABCD - A_1B_1C_1D_1$ 中, $AA_1 = 2AB = 4$, 点 E 在 CC_1 上且 $C_1E = 3EC$.
- (1) 证明: $A_1C \perp$ 平面 BED ;
- (2) 求二面角 $A_1 - DE - B$ 的大小.



21. 设 $a \in \mathbf{R}$, 函数 $f(x) = ax^3 - 3x^2$.
- (1) 若 $x = 2$ 是函数 $y = f(x)$ 的极值点, 求 a 的值;
- (2) 若函数 $g(x) = f(x) + f'(x)$, $x \in [0, 2]$, 在 $x = 0$ 处取得最大值, 求 a 的取值范围.

22. 设椭圆中心在坐标原点, $A(2, 0)$, $B(0, 1)$ 是它的两个顶点, 直线 $y = kx$ ($k > 0$) 与 AB 相交于点 D , 与椭圆相交于 E 、 F 两点.
- (1) 若 $\overrightarrow{ED} = 6\overrightarrow{DF}$, 求 k 的值;
- (2) 求四边形 $AEBF$ 面积的最大值.