2007 年普通高等学校招生考试（山东卷）

文科数学

一、选择题

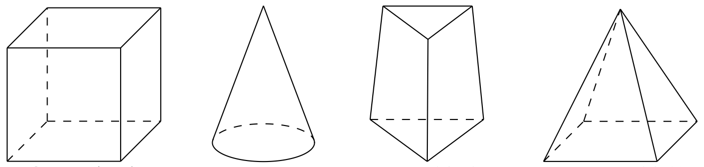
1. 复数 $\dfrac{4+3\mathrm{i}}{1+2\mathrm{i}}$ 的实部是 （ ）

(A) -2　(B) 2　(C) 3　(D) 4

2. 已知集合 $M=\{-1,1\}$, $N=\left\{x\middle|\dfrac{1}{2}<2^{x+1}<4, x\in\mathbf{Z}\right\}$, 则 $M\cap N=$(）

(A) $\{-1,1\}$　(B) $\{-1\}$　(C) $\{0\}$　(D) $\{-1,0\}$

3. 下列几何体各自的三视图中, 有且仅有两个视图相同的是 （ ）



① 正方体　② 圆锥　③ 三棱台　④ 正四棱锥

(A) ①②　(B) ①③　(C) ①④　(D) ②④

4. 要得到函数 $y=\sin x$ 的图象, 只需将函数 $y=\cos\left(x-\dfrac{\pi}{3}\right)$ 的图象 （ ）

(A) 向右平移 $\dfrac{\pi}{6}$ 个单位　(B) 向右平移 $\dfrac{\pi}{3}$ 个单位

(C) 向左平移 $\dfrac{\pi}{3}$ 个单位　(D) 向左平移 $\dfrac{\pi}{6}$ 个单位

5. 已知向量 $\boldsymbol{a}=(1,n)$, $\boldsymbol{b}=(-1,n)$, 若 $2\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b}$ 与 $\boldsymbol{b}$ 垂直, 则 $|\boldsymbol{a}|=$ （ ）

(A) 1　(B) $\sqrt{2}$　(C) 2　(D) 4

6. 给出下列三个等式: $f(xy)=f(x)+f(y)$, $f(x+y)=f(x)f(y)$, $f(x+y)=\dfrac{f(x)+f(y)}{1-f(x)f(y)}$. 下列函数中不满足其中任何一个等式的是 （ ）

(A) $f(x)=3^x$　(B) $f(x)=\sin x$　(C) $f(x)=\log_2 x$　(D) $f(x)=\tan x$

7. 命题“对任意的 $x\in\mathbf{R}$, $x^3-x^2+1\leqslant 0$”的否定是 （ ）

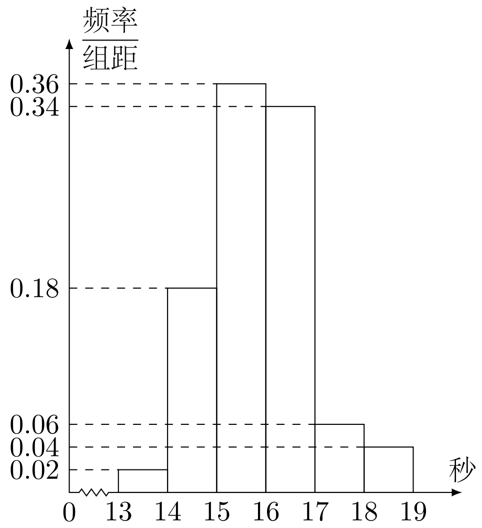
(A) 不存在 $x\in\mathbf{R}$, $x^3-x^2+1\leqslant 0$

(B) 存在 $x\in\mathbf{R}$, $x^3-x^2+1\leqslant 0$

(C) 存在 $x\in\mathbf{R}$, $x^3-x^2+1>0$

(D) 对任意的 $x\in\mathbf{R}$, $x^3-x^2+1>0$

8. 某班 50 名学生在一次百米测试中, 成绩全部介于 13 秒与 19 秒之间, 将测试结果按如下方式分成六组: 第一组, 成绩大于等于 13 秒且小于 14 秒; 第二组, 成绩大于等于 14 秒且小于 15 秒; $\cdots$; 第六组, 成绩大于等于 18 秒且小于 19 秒. 如图是按上述分组方法得到的频率分布直方图. 设成绩小于 17 秒的学生人数占全班总人数的百分比为 x, 成绩大于等于 15 秒且小于 17 秒的学生人数为 y, 则从频率分布直方图中可分析出 x 和 y 分别为(）

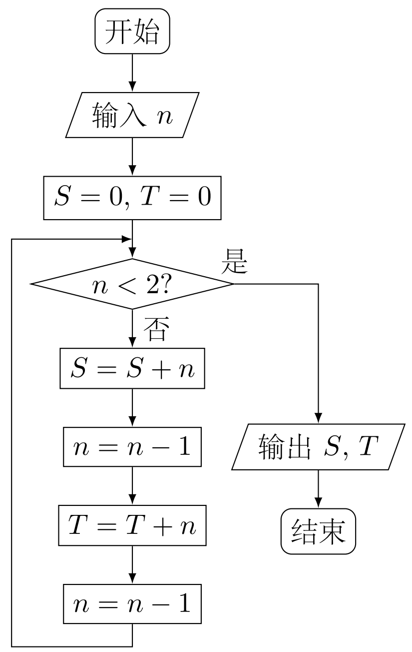


(A) 0.9, 35　(B) 0.9, 45　(C) 0.1, 35　(D) 0.1, 45

9. 设 O 是坐标原点, F 是抛物线 $y^2=2px$ $(p>0)$ 的焦点, A 是抛物线上的一点, $\overrightarrow{FA}$ 与 x 轴正向的夹角为 $60°$, 则 $\left|\overrightarrow{OA}\right|$ 为 （ ）

(A) $\dfrac{21p}{4}$　(B) $\dfrac{\sqrt{21}p}{2}$　(C) $\dfrac{\sqrt{13}}{6}p$　(D) $\dfrac{13}{36}p$

10. 阅读如图的程序框图, 若输入的 n 是 100, 则输出的变量 S 和 T 的值依次是 （ ）



(A) 2550, 2500　(B) 2550, 2550　(C) 2500, 2500　(D) 2500, 2550

11. 设函数 $y=x^3$ 与 $y=\left(\dfrac{1}{2}\right)^{x-2}$ 的图象的交点为 (x_0,y_0), 则 x_0 所在的区间是 （ ）

(A) $(0,1)$　(B) $(1,2)$　(C) $(2,3)$　(D) $(3,4)$

12. 设集合 $A=\{1,2\}$, $B=\{1,2,3\}$, 分别从集合 A 和 B 中随机取一个数 a 和 b, 确定平面上的一个点 $P(a,b)$, 记“点 $P(a,b)$ 落在直线 $x+y=n$ 上”为事件 C_n $(2\leqslant n\leqslant 5, n\in\mathbf{N})$, 若事件 C_n 的概率最大, 则 n 的所有可能值为 （ ）

(A) 3　(B) 4　(C) 2 和 5　(D) 3 和 4

二、填空题

13. 设函数 $f_1(x)=x^{\frac{1}{2}}$, $f_2(x)=x^{-1}$, $f_3(x)=x^2$, 则 $f_1(f_2(f_3(2007)))=$______.

14. 函数 $y=a^{1-x}$ $(a>0, a\neq 1)$ 的图象恒过定点 A, 若点 A 在直线 $mx+ny-1=0$ $(mn>0)$ 上, 则 $\dfrac{1}{m}+\dfrac{1}{n}$ 的最小值为______.

15. 当 $x\in(1,2)$ 时, 不等式 $x^2+mx+4<0$ 恒成立, 则 m 的取值范围是______.

16. 与直线 $x+y-2=0$ 和曲线 $x^2+y^2-12x-12y+54=0$ 都相切的半径最小的圆的标准方程是______.

三、解答题

17. 在 $\triangle ABC$ 中, 角 A, B, C 的对边分别为 a, b, c, $\tan C=3\sqrt{7}$.

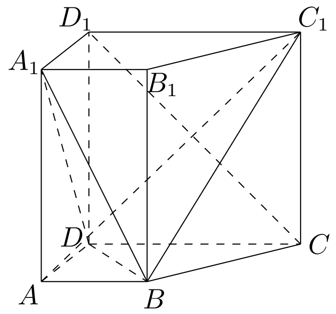
(1) 求 $\cos C$;

(2) 若 $\overrightarrow{CB}\cdot\overrightarrow{CA}=\dfrac{5}{2}$, 且 $a+b=9$, 求 c.

18. 设 $\{a_n\}$ 是公比大于 1 的等比数列, S_n 为数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和. 已知 $S_3=7$, 且 a_1+3, $3a_2$, a_3+4 构成等差数列.
(1) 求数列 $\{a_n\}$ 的通项;
(2) 令 $b_n=\ln a_{3n+1}$, $n=1, 2, \cdots$, 求数列 $\{b_n\}$ 的前 n 项和 T_n.

19. 本公司计划 2008 年在甲、乙两个电视台做总时间不超过 300 分钟的广告, 广告总费用不超过 9 万元, 甲、乙电视台的广告收费标准分别为 500 元/分钟和 200 元/分钟. 规定甲、乙两个电视台为该公司所做的每分钟广告, 能给公司事来的收益分别为 0.3 万元和 0.2 万元. 问该公司如何分配在甲、乙两个电视台的广告时间, 才能使公司的收益最大, 最大收益是多少万元?

20. 如图, 在直四棱柱 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中, 已知 $DC=DD_1=2AD=2AB$, $AD\perp DC$, $AB\parallel DC$.
(1) 求证: $D_1C\perp AC_1$;
(2) 设 E 是 DC 上一点, 试确定 E 的位置, 使 $D_1E\parallel$ 平面 A_1BD, 并说明理由.



21. 设函数 $f(x)=ax^2+b\ln x$, 其中 $ab\neq 0$. 证明: 当 $ab>0$ 时, 函数 $f(x)$ 没有极值点; 当 $ab<0$ 时, 函数 $f(x)$ 有且只有一个极值点, 并求出极值.

22. 已知椭圆 C 的中心在坐标原点, 焦点在 x 轴上, 椭圆 C 上的点到焦点距离的最大值为 3, 最小值为 1.
(1) 求椭圆 C 的标准方程;
(2) 若直线 l: $y=kx+m$ 与椭圆 C 相交于 A, B 两点 (A, B 不是左右顶点), 且以 AB 为直径的圆过椭圆 C 的右顶点. 求证: 直线 l 过定点, 并求出该定点的坐标.