2007 年普通高等学校招生考试（辽宁卷）

文科数学

一、选择题

1. 若集合 $A=\{1,3\}$, $N=\{2,3,4\}$, 则 $A\cap B=$ （ ）

(A) $\{1\}$ (B) $\{2\}$ (C) $\{3\}$ (D) $\{1,2,3,4\}$

2. 若函数 $y=f(x)$ 的反函数图象过点 $(1,5)$, 则函数 $y=f(x)$ 的图象必过点 （ ）

(A) $(5,1)$ (B) $(1,5)$ (C) $(1,1)$ (D) $(5,5)$

3. 双曲线 $\dfrac{x^2}{16}-\dfrac{y^2}{9}=1$ 的焦点坐标为 （ ）

(A) $(-\sqrt{7},0)$、$(\sqrt{7},0)$ (B) $(0,-\sqrt{7})$、$(0,\sqrt{7})$

(C) $(-5,0)$、$(5,0)$ (D) $(0,-5)$、$(0,5)$

4. 若向量 $\boldsymbol{a}$ 与 $\boldsymbol{b}$ 不共线, $\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}\neq 0$, 且 $\boldsymbol{c}=\boldsymbol{a}-\left(\dfrac{\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{a}}{\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}}\right)\boldsymbol{b}$, 则向量 $\boldsymbol{a}$ 与 $\boldsymbol{c}$ 的夹角为 （ ）

(A) 0 (B) $\dfrac{\pi}{6}$ (C) $\dfrac{\pi}{3}$ (D) $\dfrac{\pi}{2}$

5. 设等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n, 若 $S_3=9$, $S_6=36$, 则 $a_7+a_8+a_9=$ （ ）

(A) 63 (B) 45 (C) 36 (D) 27

6. 若 m、n 是两条不同的直线, α、β、γ 是三个不同的平面, 则下列命题中的真命题是 （ ）

(A) 若 $m\subset\beta$, $\alpha\perp\beta$, 则 $m\perp\alpha$

(B) 若 $m\perp\beta$, $m\parallel\alpha$, 则 $\alpha\perp\beta$

(C) 若 $\alpha\perp\gamma$, $\alpha\perp\beta$, 则 $\beta\perp\gamma$

(D) 若 $\alpha\cap\gamma=m$, $\beta\cap\gamma=n$, $m\parallel n$, 则 $\alpha\parallel\beta$

7. 若函数 $y=f(x)$ 的图象按向量 $\boldsymbol{a}$ 平移后, 得到函数 $y=f(x-1)-2$ 的图象, 则向量 $\boldsymbol{a}=$ （ ）

(A) $(1,-2)$ (B) $(1,2)$ (C) $(-1,-2)$ (D) $(-1,2)$

8. 已知变量 x、y 满足约束条件 $\begin{cases}x-y+2\leqslant 0\\ x\geqslant 1\\ x+y-7\leqslant 0\end{cases}$, 则 $\dfrac{y}{x}$ 的取值范围是（ ）

(A) $\left[\dfrac{9}{5},6\right]$ (B) $\left(-\infty,\dfrac{9}{5}\right]\cup[6,+\infty)$

(C) $(-\infty,3]\cup[6,+\infty)$ (D) $[3,6]$

9. 函数 $\log_{\frac{1}{2}}(x^2-5x+6)$ 的单调减区间为 （ ）

(A) $\left(\dfrac{5}{2},+\infty\right)$ (B) $(3,+\infty)$ (C) $\left(-\infty,\dfrac{5}{2}\right)$ (D) $(-\infty,2)$

10. 一个坛子里有编号为 1, 2, $\cdots$, 12 的 12 个大小相同的球, 其中 1 到 6 号球是红球, 其余的是黑球. 若从中任取两个球, 则取到的都是红球, 且至少有 1 个球的号码是偶数的概率为 （ ）

(A) $\dfrac{1}{22}$ (B) $\dfrac{1}{11}$ (C) $\dfrac{3}{22}$ (D) $\dfrac{2}{11}$

11. 设 p、q 是两个命题, p: $|x|-3>0$, q: $x^2-\dfrac{5}{6}x+\dfrac{1}{6}>0$, 则 p 是 q 的（ ）

(A) 充分而不必要条件 (B) 必要而不充分条件

(C) 充分必要条件 (D) 既不充分也不必要条件

12. 将数字 1, 2, 3, 4, 5, 6 排成一列, 记第 i 个数为 a_i ($i=1,2,\cdots,6$). 若 $a_1\neq 1$, $a_3\neq 3$, $a_5\neq 5$, $a_1<a_3<a_5$, 则不同的排列方法种数为 （ ）

(A) 18 (B) 30 (C) 36 (D) 48

二、填空题

13. 已知函数 $y=f(x)$ 为奇函数, 若 $f(3)-f(2)=1$, 则 $f(-2)-f(-3)=$______.

14. $\left(\sqrt{x}+\dfrac{1}{\sqrt[4]{x}}\right)^8$ 展开式中含有 x 的整数次幂的项的系数之和为______. (用数字作答)

15. 若一个底面边长为 $\dfrac{\sqrt{6}}{2}$, 侧棱长为 $\sqrt{6}$ 的正六棱柱的所有顶点都在一个球的面上, 则此球的体积为______.

16. 设椭圆 $\dfrac{x^2}{25}+\dfrac{y^2}{16}=1$ 上一点 P 到左准线的距离为 10, F 是该椭圆的左焦点. 若点 M 满足 $\overrightarrow{OM}=\dfrac{1}{2}\left(\overrightarrow{OP}+\overrightarrow{OF}\right)$, 则 $\left|\overrightarrow{OM}\right|=$______.

三、解答题

17. 某公司在过去几年内使用某种型号的灯管 1000 支, 该公司对这些灯管的使用寿命 (单位: 小时) 进行了统计, 统计结果如下表所示:

分组	$[500,900)$	$[900,1100)$	$[1100,1300)$	$[1300,1500)$
频数	48	121	208	223
频率				
分组	$[1500,1700)$	$[1700,1900)$	$[1900,+\infty)$	
频数	193	165	42	
频率				

(1) 将各组的频率填入表中;

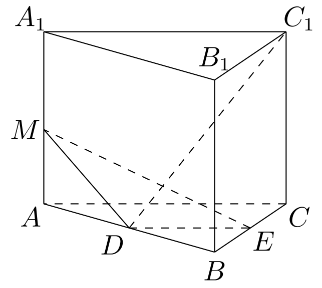
(2) 根据上述统计结果, 计算灯管使用寿命不足 1500 小时的频率;

(3) 该公司某办公室新安装了这种型号的灯管 3 支, 若将上述频率作为概率, 试求至少有 2 支灯管的寿命不足 1500 小时的概率.

18. 如图, 在直三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 中, $\angle ACB=90^\circ$, $AC=BC=a$, D、E 分别为棱 AB、BC 的中点, M 为棱 AA_1 上的点, 二面角 $M-DE-A$ 为 30°.

(1) 证明: $A_1B_1\perp C_1D$;

(2) 求 MA 的长, 并求点 C 到平面 MDE 的距离.



19. 已知函数 $f(x)=\sin\left(\omega x+\dfrac{\pi}{6}\right)+\sin\left(\omega x-\dfrac{\pi}{6}\right)-2\cos^2\dfrac{\omega x}{2}$, $x\in\mathbf{R}$ (其中 $\omega>0$).

(1) 求函数 $f(x)$ 的值域;

(2) 若函数 $y=f(x)$ 的图象与直线 $y=-1$ 的两个相邻交点间的距离为 $\dfrac{\pi}{2}$, 求函数 $y=f(x)$ 的单调区间.

20. 已知数列 $\{a_n\}$, $\{b_n\}$ 满足 $a_1=2$, $b_1=1$, 且 $\begin{cases} a_n=\dfrac{3}{4}a_{n-1}+\dfrac{1}{4}b_{n-1}+1 \\ b_n=\dfrac{1}{4}a_{n-1}+\dfrac{3}{4}b_{n-1}+1 \end{cases}$ $(n\geqslant 2)$.

(1) 令 $c_n=a_n+b_n$, 求数列 $\{c_n\}$ 的通项公式;

(2) 求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式及前 n 项和.

21. 已知正三角形 OAB 的三个顶点都在抛物线 $y^2=2x$ 上, 其中 O 为坐标原点, 设圆 C 是 $\triangle OAB$ 的外接圆 (点 C 为圆心).

(1) 求圆 C 的方程;

(2) 设圆 M 的方程为 $(x-4-7\cos\theta)^2+(y-7\sin\theta)^2=1$, 过圆 M 上任意一点 P 分别作圆 C 的两条切线 PE、PF, 切点为 E、F, 求 $\overrightarrow{CE}\cdot\overrightarrow{CF}$ 的最大值和最小值.

22. 已知函数 $f(x)=x^2-9x^2\cos\alpha+48x\cos\beta+18\sin^2\alpha$, $g(x)=f'(x)$, 且对任意的实数 t 均有 $g(1+\cos t)\geqslant 0$, $g(3+\sin t)\leqslant 0$.

(1) 求函数 $f(x)$ 的解析式;

(2) 若对任意的 $m\in[-26,6]$, 恒有 $f(x)\geqslant x^2-mx-11$, 求 x 的取值范围.