2011 年普通高等学校招生考试（大纲卷）

理科数学

一、选择题

1. 复数 $z=1+\mathrm{i}$, $\bar{z}$ 为 z 的共轭复数, 则 $z\bar{z}-z-1=$ （ ）

(A) $-2\mathrm{i}$　(B) $-\mathrm{i}$　(C) i　(D) $2\mathrm{i}$

2. 函数 $y=2\sqrt{x}$ $(x\geqslant 0)$ 的反函数为 （ ）

(A) $y=\dfrac{x^2}{4}$ $(x\in\mathbf{R})$　(B) $y=\dfrac{x^2}{4}$ $(x\geqslant 0)$

(C) $y=4x^2$ $(x\in\mathbf{R})$　(D) $y=4x^2$ $(x\geqslant 0)$

3. 下面四个条件中, 使 $a>b$ 成立的充分而不必要的条件是 （ ）

(A) $a>b+1$　(B) $a>b-1$　(C) $a^2>b^2$　(D) $a^3>b^3$

4. 设 S_n 为等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和, 若 $a_1=1$, 公差 $d=2$, $S_{k+2}-S_k=24$, 则 $k=$ （ ）

(A) 8　(B) 7　(C) 6　(D) 5

5. 设函数 $f(x)=\cos\omega x$ $(\omega>0)$, 将 $y=f(x)$ 的图象向右平移 $\dfrac{\pi}{3}$ 个单位长度后, 所得的图象与原图象重合, 则 ω 的最小值等于 （ ）

(A) $\dfrac{1}{3}$　(B) 3　(C) 6　(D) 9

6. 已知直二面角 $\alpha-l-\beta$, 点 $A\in\alpha$, $AC\perp l$, C 为垂足, $B\in\beta$, $BD\perp l$, D 为垂足. 若 $AB=2$, $AC=BD=1$, 则 D 到平面 ABC 的距离等于（ ）

(A) $\dfrac{\sqrt{2}}{3}$　(B) $\dfrac{\sqrt{3}}{3}$　(C) $\dfrac{\sqrt{6}}{3}$　(D) 1

7. 某同学有同样的画册 2 本, 同样的集邮册 3 本, 从中取出 4 本赠送给 4 位朋友, 每位朋友 1 本, 则不同的赠送方法共有 （ ）

(A) 4 种　(B) 10 种　(C) 18 种　(D) 20 种

8. 曲线 $y=\mathrm{e}^{-2x}+1$ 在点 $(0,2)$ 处的切线与直线 $y=0$ 和 $y=x$ 围成的三角形的面积为 （ ）

(A) $\dfrac{1}{3}$　(B) $\dfrac{1}{2}$　(C) $\dfrac{2}{3}$　(D) 1

9. 设 $f(x)$ 是周期为 2 的奇函数, 当 $0\leqslant x\leqslant 1$ 时, $f(x)=2x(1-x)$, 则 $f\left(-\dfrac{5}{2}\right)=$ （ ）

(A) $-\dfrac{1}{2}$　(B) $-\dfrac{1}{4}$　(C) $\dfrac{1}{4}$　(D) $\dfrac{1}{2}$

10. 已知抛物线 C: $y^2=4x$ 的焦点为 F, 直线 $y=2x-4$ 与 C 交于 A, B 两点, 则 $\cos\angle AFB=$ （ ）

(A) $\dfrac{4}{5}$　(B) $\dfrac{3}{5}$　(C) $-\dfrac{3}{5}$　(D) $-\dfrac{4}{5}$

11. 已知平面 α 截一球面得圆 M, 过圆心 M 且与 α 成 60° 二面角的平面 β 截该球面得圆 N. 若该球面的半径为 4, 圆 M 的面积为 4π, 则圆 N 的面积为 （ ）

(A) 7π　(B) 9π　(C) 11π　(D) 13π

12. 设向量 $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$ 满足 $|\boldsymbol{a}|=|\boldsymbol{b}|=1$, $\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}=-\dfrac{1}{2}$, $\langle\boldsymbol{a}-\boldsymbol{c},\boldsymbol{b}-\boldsymbol{c}\rangle=60^\circ$, 则 $|\boldsymbol{c}|$ 的最大值等于 （ ）

(A) 2　(B) $\sqrt{3}$　(C) $\sqrt{2}$　(D) 1

二、填空题

13. $(1-\sqrt{x})^{20}$ 的二项展开式中, x 的系数与 x^9 的系数之差为______.

14. 已知 $\alpha\in\left(\dfrac{\pi}{2},\pi\right)$, $\sin\alpha=\dfrac{\sqrt{5}}{5}$, 则 $\tan 2\alpha=$______.

15. 已知 F_1、F_2 分别为双曲线 C: $\dfrac{x^2}{9}-\dfrac{y^2}{27}=1$ 的左、右焦点, 点 $A\in C$, 点 M 的坐标为 $(2,0)$, AM 为 $\angle F_1AF_2$ 的平分线. 则 $|AF_2|=$______.

16. 已知点 E, F 分别在正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 的棱 BB_1, CC_1 上, 且 $B_1E=2EB$, $CF=2FC_1$, 则面 AEF 与面 ABC 所成的二面角的正切值等于______.

三、解答题

17. $\triangle ABC$ 的内角 A, B, C 的对边分别为 a, b, c. 已知 $A-C=90^\circ$, $a+c=\sqrt{2}b$, 求 C.

18. 根据以往统计资料, 某地车主购买甲种保险的概率为 0.5, 购买乙种保险但不购买甲种保险的概率为 0.3. 设各车主购买保险相互独立.

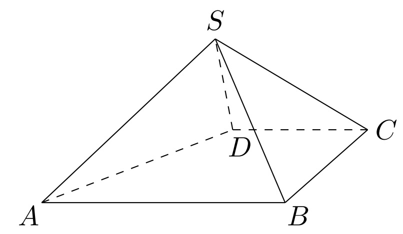
(1) 求该地 1 位车主至少购买甲、乙两种保险中的 1 种的概率;

(2) X 表示该地的 100 位车主中, 甲、乙两种保险都不购买的车主数. 求 X 的期望.

19. 如图, 四棱锥 $S-ABCD$ 中, $AB\parallel CD$, $BC\perp CD$, 侧面 SAB 为等边三角形. $AB=BC=2$, $CD=SD=1$.

(1) 证明: $SD\perp$ 平面 SAB;

(2) 求 AB 与平面 SBC 所成角的正弦值.



20. 设数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_1=0$ 且 $\dfrac{1}{1-a_{n+1}}-\dfrac{1}{1-a_n}=1$.

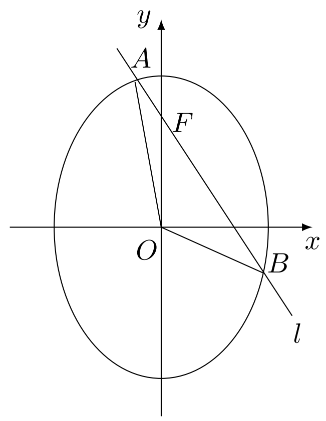
(1) 求 $\{a_n\}$ 的通项公式;

(2) 设 $b_n=\dfrac{1-\sqrt{a_{n+1}}}{\sqrt{n}}$, 记 $S_n=\sum\limits_{k=1}^{n}b_k$, 证明: $S_n<1$.

21. 已知 O 为坐标原点, F 为椭圆 C: $x^2+\dfrac{y^2}{2}=1$ 在 y 轴正半轴上的焦点, 过 F 且斜率为 $-\sqrt{2}$ 的直线 l 与 C 交于 A, B 两点, 点 P 满足 $\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OB}+\overrightarrow{OP}=\mathbf{0}$.

(1) 证明: 点 P 在 C 上;

(2) 设点 P 关于点 O 的对称点为 Q, 证明: A, P, B, Q 四点在同一圆上.



22. (1) 设函数 $f(x)=\ln(1+x)-\dfrac{2x}{x+2}$, 证明: 当 $x>0$ 时, $f(x)>0$;

(2) 从编号 1 到 100 的 100 张卡片中每次随机抽取一张, 然后放回, 用这种方式连续抽取 20 次, 设抽得的 20 个号码互不相同的概率为 p. 证明: $p<\left(\dfrac{9}{10}\right)^{19}<\dfrac{1}{\mathrm{e}^2}$.