2007 年普通高等学校招生考试（陕西卷）

文科数学

一、选择题

1. 已知全集 $U=\{1,2,3,4,5,6\}$, 集合 $A=\{2,3,6\}$, 则集合 $\complement_U A$ 等于（　）

(A) $\{1,4\}$　(B) $\{4,5\}$　(C) $\{1,4,5\}$　(D) $\{2,3,6\}$

2. 函数 $f(x)=\lg\sqrt{1-x^2}$ 的定义域为（　）

(A) $[0,1]$　(B) $(-1,1)$

(C) $[-1.1]$　(D) $(-\infty,-1)\cup(1,+\infty)$

3. 抛物线 $x^2=y$ 的准线方程是（　）

(A) $4x+1=0$　(B) $4y+1=0$　(C) $2x+1=0$　(D) $2y+1=0$

4. 已知 $\sin\alpha=\dfrac{\sqrt{5}}{5}$, 则 $\sin^4\alpha-\cos^4\alpha$ 的值为（　）

(A) $-\dfrac{3}{5}$　(B) $-\dfrac{1}{5}$　(C) $\dfrac{1}{5}$　(D) $\dfrac{3}{5}$

5. 等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n, 若 $S_2=2$, $S_4=10$, 则 S_6 等于（　）

(A) 12　(B) 18　(C) 24　(D) 42

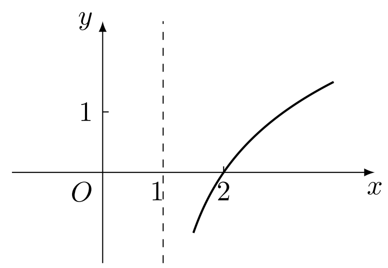
6. 某商场有四类食品, 其中粮食类、植物油类、动物性食品类以及果蔬类分别有 40 种、10 种、30 种、20 种, 现从中抽取一个容量为 20 的样本进行食品安全检测. 若采用分层抽样的方法抽取样本, 则抽取的植物油类与果蔬类食品种数之和是（　）

(A) 4　(B) 5　(C) 6　(D) 7

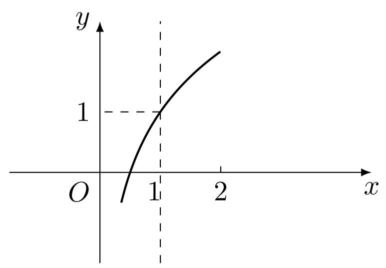
7. Rt$\triangle ABC$ 的三个顶点在半径为 13 的球面上, 直角边的长分别为 6 和 8, 则球心到平面 ABC 的距离是（　）

(A) 5　(B) 6　(C) 10　(D) 12

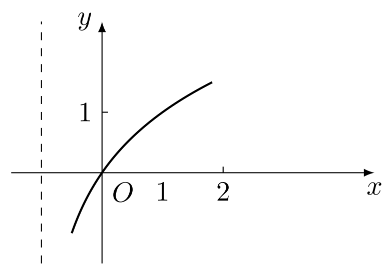
8. 设函数 $f(x)=2^x+1$ $(x\in\mathbf{R})$ 的反函数为 $f^{-1}(x)$, 则函数 $y=f^{-1}(x)$ 的图象是（　）



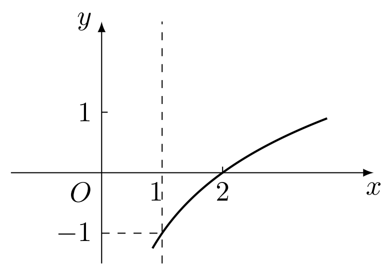
(A)



(B)



(C)



(D)

9. 已知双曲线 C: $\dfrac{x^2}{a^2}-\dfrac{y^2}{b^2}=1$ $(a>0,\ b>0)$, 以 C 的右焦点为圆心且与 C 的渐近线相切的圆的半径是（　）

(A) a　(B) b　(C) $\sqrt{ab}$　(D) $\sqrt{a^2+b^2}$

10. 已知 P 为平面 α 外一点, 直线 $l\subset\alpha$, 点 $Q\in l$, 记点 P 到平面 α 的距离为 a, 点 P 到直线 l 的距离为 b, 点 P、Q 之间的距离为 c, 则（　）

(A) $a\leqslant b\leqslant c$　(B) $c\leqslant a\leqslant b$　(C) $a\leqslant c\leqslant b$　(D) $b\leqslant c\leqslant a$

11. 给出如下三个命题:

① 设 $a,b\in\mathbf{R}$, 且 $ab\neq 0$, 若 $\dfrac{b}{a}>1$, 则 $\dfrac{a}{b}<1$;

② 四个非零实数 a, b, c, d 依次成等比数列的充要条件是 $ad=bc$;

③ 若 $f(x)=\log_2 x$, 则 $f(|x|)$ 是偶函数.

其中正确命题的序号是（　）

(A) ①②　(B) ②③　(C) ①③　(D) ①②③

12. 某生物生长过程中, 在三个连续时段内的增长量都相等, 在各时段内平均增长速度分别为 v_1、v_2、v_3, 该生物在所讨论的整个时段内的平均增长速度为（　）

(A) $\dfrac{v_1+v_2+v_3}{3}$　(B) $\dfrac{\frac{1}{v_1}+\frac{1}{v_2}+\frac{1}{v_3}}{3}$

(C) $\sqrt[3]{v_1v_2v_3}$　(D) $\dfrac{3}{\frac{1}{v_1}+\frac{1}{v_2}+\frac{1}{v_3}}$

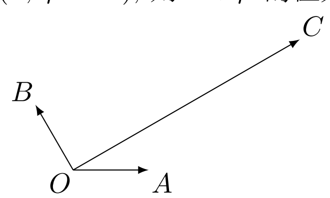
二、填空题

13. $(1+2x)^5$ 的展开式中 x^2 项的系数是______. (用数字作答)

14. 已知实数 x, y 满足条件 $\begin{cases}x-2y+4\geqslant 0\\ 3x-y-3\leqslant 0\\ x\geqslant 0,\ y\geqslant 0\end{cases}$, 则 $z=x+2y$ 的最大值为______.

15. 安排 3 名支教教师去 4 所学校任教, 每校至多 2 人, 则不同的分配方案共有______种. (用数字作答)

16. 如图, 平面内有三个向量 $\overrightarrow{OA}$, $\overrightarrow{OB}$, $\overrightarrow{OC}$, 其中 $\overrightarrow{OA}$ 与 $\overrightarrow{OB}$ 的夹角为 120°, $\overrightarrow{OA}$ 与 $\overrightarrow{OC}$ 的夹角为 30°, 且 $\left|\overrightarrow{OA}\right|=\left|\overrightarrow{OB}\right|=1$, $\left|\overrightarrow{OC}\right|=2\sqrt{3}$. 若 $\overrightarrow{OC}=\lambda\overrightarrow{OA}+\mu\overrightarrow{OB}$ $(\lambda,\ \mu\in\mathbf{R})$, 则 $\lambda+\mu$ 的值为______.



三、解答题

17. 设函数 $f(x)=\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}$, 其中向量 $\boldsymbol{a}=(m,\cos x)$, $\boldsymbol{b}=(1+\sin x,1)$, $x\in\mathbf{R}$, 且 $f\left(\dfrac{\pi}{2}\right)=2$.

(1) 求实数 m 的值;

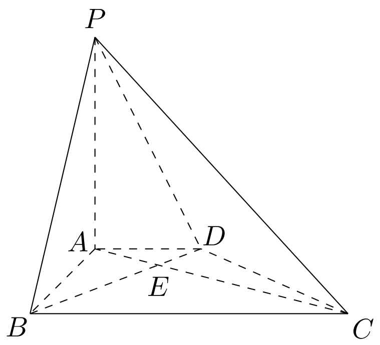
(2) 求函数 $f(x)$ 的最小值.

18. 某项选拔共有四轮考核, 每轮设有一个问题, 能正确回答问题者进入下一轮考核, 否则即被淘汰. 已知某选手能正确回答第一、二、三、四轮的问题的概率分别为 $\dfrac{4}{5}$、$\dfrac{3}{5}$、$\dfrac{2}{5}$、$\dfrac{1}{5}$, 且各轮问题能否正确回答互不影响.

(1) 求该选手进入第四轮才被淘汰的概率;

(2) 求该选手至多进入第三轮考核的概率.

19. 如图, 在底面为直角梯形的四棱锥 $P-ABCD$ 中, $AD \parallel BC$, $\angle ABC = 90^\circ$, $PA \perp$ 平面 $ABCD$, $PA=3$, $AD=2$, $AB=2\sqrt{3}$, $BC=6$.
(1) 求证: $BD \perp$ 平面 PAC;
(2) 求二面角 $P-BD-A$ 的大小.



20. 已知实数列 $\{a_n\}$ 是等比数列, 其中 $a_7=1$, 且 a_4, a_5+1, a_6 成等差数列.
(1) 求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式;
(2) 数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和记为 S_n, 证明: $S_n < 128$ ($n=1, 2, 3, \cdots$).

21. 已知 $f(x)=ax^3+bx^2+cx$ 在区间 $[0,1]$ 上是增函数, 在区间 $(-\infty,0)$, $(1,+\infty)$ 上是减函数. 又 $f'\left(\frac{1}{2}\right)=\frac{3}{2}$.
(1) 求 $f(x)$ 的解析式;
(2) 若在区间 $[0,m]$ ($m>0$) 上恒有 $f(x) \leqslant x$ 成立, 求 m 的取值范围.

22. 已知椭圆 C: $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$ ($a>b>0$) 的离心率为 $\frac{\sqrt{6}}{3}$, 短轴一个端点到右焦点的距离为 $\sqrt{3}$.
(1) 求椭圆 C 的方程;
(2) 设直线 l 与椭圆 C 交于 A, B 两点, 坐标原点 O 到直线 l 的距离为 $\frac{\sqrt{3}}{2}$, 求 $\triangle AOB$ 面积的最大值.