

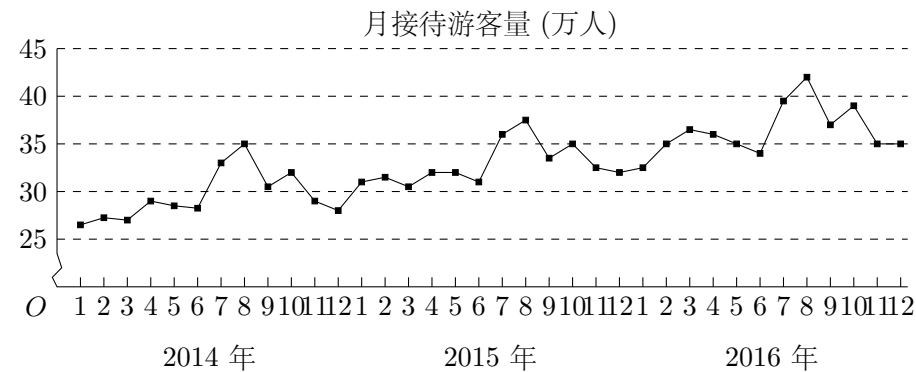
# 文科数学

## 一、选择题

1. 已知集合  $A = \{1, 2, 3, 4\}$ ,  $B = \{2, 4, 6, 8\}$ , 则  $A \cap B$  中元素的个数为( )  
 (A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4

2. 复平面内表示复数  $z = i(-2 + i)$  的点位于 ( )  
 (A) 第一象限 (B) 第二象限 (C) 第三象限 (D) 第四象限

3. 某城市为了解游客人数的变化规律, 提高旅游服务质量, 收集并整理了 2014 年 1 月至 2016 年 12 月期间月接待游客量 (单位: 万人) 的数据, 绘制了下面的折线图.



根据该折线图, 下列结论错误的是 ( )

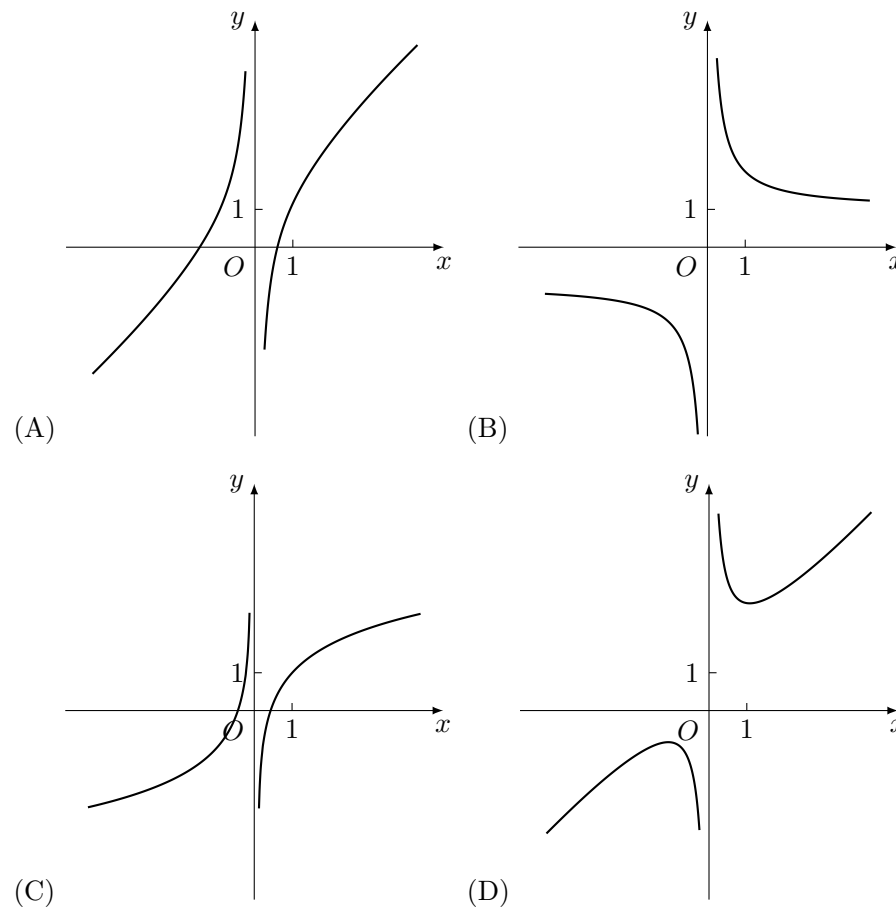
- (A) 月接待游客量逐月增加  
 (B) 年接待游客量逐年增加  
 (C) 各年的月接待游客量高峰期大致在 7, 8 月  
 (D) 各年 1 月至 6 月的月接待游客量相对于 7 月至 12 月, 波动性更小, 变化比较平稳

4. 已知  $\sin \alpha - \cos \alpha = \frac{4}{3}$ , 则  $\sin 2\alpha =$  ( )  
 (A)  $-\frac{7}{9}$  (B)  $-\frac{2}{9}$  (C)  $\frac{2}{9}$  (D)  $\frac{7}{9}$

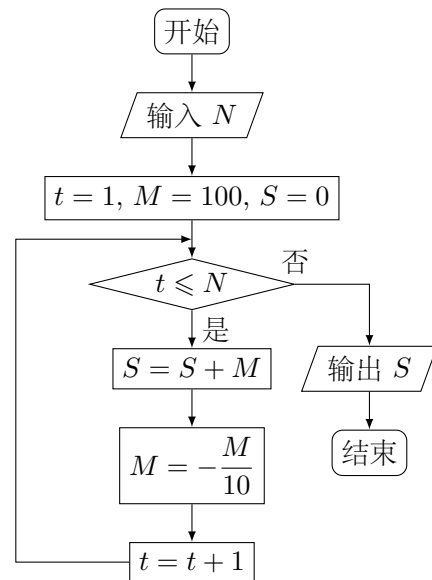
5. 设  $x, y$  满足约束条件  $\begin{cases} 3x + 2y - 6 \leq 0 \\ x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{cases}$ , 则  $z = x - y$  的取值范围是( )  
 (A)  $[-3, 0]$  (B)  $[-3, 2]$  (C)  $[0, 2]$  (D)  $[0, 3]$

6. 函数  $f(x) = \frac{1}{5} \sin\left(x + \frac{\pi}{3}\right) + \cos\left(x - \frac{\pi}{6}\right)$  的最大值为 ( )  
 (A)  $\frac{6}{5}$  (B) 1 (C)  $\frac{3}{5}$  (D)  $\frac{1}{5}$

7. 函数  $y = 1 + x + \frac{\sin x}{x^2}$  的部分图象大致为 ( )



8. 执行如图的程序框图, 为使输出  $S$  的值小于 91, 则输入的正整数  $N$  的最小值为 ( )



- (A) 5 (B) 4 (C) 3 (D) 2

9. 已知圆柱的高为 1, 它的两个底面的圆周在直径为 2 的同一个球的球面上, 则该圆柱的体积为 ( )

- (A)  $\pi$  (B)  $\frac{3\pi}{4}$  (C)  $\frac{\pi}{2}$  (D)  $\frac{\pi}{4}$

10. 在正方体  $ABCD-A_1B_1C_1D_1$  中,  $E$  为棱  $CD$  的中点, 则 ( )

- (A)  $A_1E \perp DC_1$  (B)  $A_1E \perp BD$  (C)  $A_1E \perp BC_1$  (D)  $A_1E \perp AC$

11. 已知椭圆  $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$  ( $a > b > 0$ ) 的左、右顶点分别为  $A_1, A_2$ , 且以线段  $A_1A_2$  为直径的圆与直线  $bx - ay + 2ab = 0$  相切, 则  $C$  的离心率为 ( )

- (A)  $\frac{\sqrt{6}}{3}$  (B)  $\frac{\sqrt{3}}{3}$  (C)  $\frac{\sqrt{2}}{3}$  (D)  $\frac{1}{3}$

12. 已知函数  $f(x) = x^2 - 2x + a(e^{x-1} + e^{-x+1})$  有唯一零点, 则  $a =$  ( )

- (A)  $-\frac{1}{2}$  (B)  $\frac{1}{3}$  (C)  $\frac{1}{2}$  (D) 1

## 二、填空题

13. 已知向量  $\mathbf{a} = (-2, 3)$ ,  $\mathbf{b} = (3, m)$ , 且  $\mathbf{a} \perp \mathbf{b}$ , 则  $m =$ \_\_\_\_\_.

14. 双曲线  $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{9} = 1$  ( $a > 0$ ) 的一条渐近线方程为  $y = \frac{3}{5}x$ , 则  $a =$ \_\_\_\_\_.

15.  $\triangle ABC$  内角  $A, B, C$  的对边分别为  $a, b, c$ , 已知  $C = 60^\circ$ ,  $b = \sqrt{6}$ ,  $c = 3$ , 则  $A =$ \_\_\_\_\_.

16. 设函数  $f(x) = \begin{cases} x + 1, & x \leq 0 \\ 2^x, & x > 0 \end{cases}$ , 则满足  $f(x) + f\left(x - \frac{1}{2}\right) > 1$  的  $x$  的取值范围是\_\_\_\_\_.

## 三、解答题

17. 设数列  $\{a_n\}$  满足  $a_1 + 3a_2 + \cdots + (2n-1)a_n = 2n$ .

- (1) 求  $\{a_n\}$  的通项公式;  
 (2) 求数列  $\left\{\frac{a_n}{2n+1}\right\}$  的前  $n$  项和.

18. 某超市计划按月订购一种酸奶, 每天进货量相同, 进货成本每瓶 4 元, 售价每瓶 6 元, 未售出的酸奶降价处理, 以每瓶 2 元的价格当天全部处理完. 根据往年销售经验, 每天需求量与当天最高气温 (单位:  $^{\circ}\text{C}$ ) 有关. 如果最高气温不低于 25, 需求量为 500 瓶; 如果最高气温位于区间  $[20, 25)$ , 需求量为 300 瓶; 如果最高气温低于 20, 需求量为 200 瓶. 为了确定六月份的订购计划, 统计了前三年六月份各天的最高气温数据, 得下面的频数分布表:

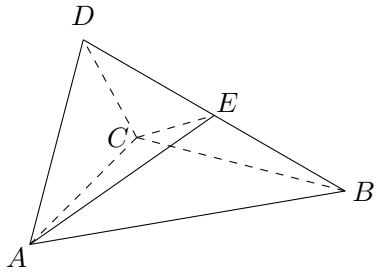
最高气温	[10, 15)	[15, 20)	[20, 25)	[25, 30)	[30, 35)	[35, 40)
天数	2	16	36	25	7	4

以最高气温位于各区间的频率代替最高气温位于该区间的概率.

- 估计六月份这种酸奶一天的需求量不超过 300 瓶的概率;
- 设六月份一天销售这种酸奶的利润为  $Y$  (单位: 元), 当六月份这种酸奶一天的进货量为 450 瓶时, 写出  $Y$  的所有可能值, 并估计  $Y$  大于零的概率.

19. 如图, 四面体  $ABCD$  中,  $\triangle ABC$  是正三角形,  $AD = CD$ .

- 证明:  $AC \perp BD$ ;
- 已知  $\triangle ACD$  是直角三角形,  $AB = BD$ , 若  $E$  为棱  $BD$  上与  $D$  不重合的点, 且  $AE \perp EC$ , 求四面体  $ABCE$  与四面体  $ACDE$  的体积比.



20. 在直角坐标系中  $xOy$ , 曲线  $y = x^2 + mx - 2$  与  $x$  轴交于  $A, B$  两点, 点  $C$  的坐标为  $(0, 1)$ , 当  $m$  变化时, 解答下列问题:

- 能否出现  $AC \perp BC$  的情况? 说明理由;
- 证明过  $A, B, C$  三点的圆在  $y$  轴上截得的弦长为定值.

22. 在直角坐标系  $xOy$  中, 直线  $l_1$  的参数方程为  $\begin{cases} x = 2 + t \\ y = kt \end{cases}$  ( $t$  为参数), 直

线  $l_2$  的参数方程为  $\begin{cases} x = -2 + m \\ y = \frac{m}{k} \end{cases}$  ( $m$  为参数). 设  $l_1$  与  $l_2$  的交点为  $P$ , 当  $k$  变化时,  $P$  的轨迹为曲线  $C$ .

- 写出  $C$  的普通方程;
- 以坐标原点为极点,  $x$  轴正半轴为极轴建立极坐标系, 设  $l_3: \rho(\cos \theta + \sin \theta) - \sqrt{2} = 0$ ,  $M$  为  $l_3$  与  $C$  的交点, 求  $M$  的极径.

21. 已知函数  $f(x) = \ln x + ax^2 + (2a + 1)x$ .

- 讨论  $f(x)$  的单调性;
- 当  $a < 0$  时, 证明  $f(x) \leq -\frac{3}{4a} - 2$ .

23. 已知函数  $f(x) = |x + 1| - |x - 2|$ .

- 求不等式  $f(x) \geq 1$  的解集;
- 若不等式  $f(x) \geq x^2 - x + m$  的解集非空, 求  $m$  的取值范围.