

文科数学

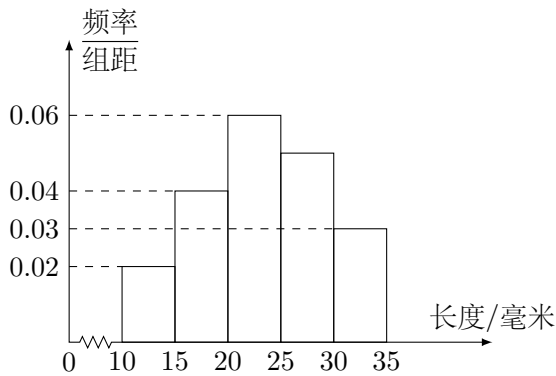
一、选择题

1. 设全集为 \mathbf{R} , 函数 $f(x) = \sqrt{1-x}$ 的定义域为 M , 则 $\complement_{\mathbf{R}}M$ 为 ()
(A) $(-\infty, 1)$ (B) $(1, +\infty)$ (C) $(-\infty, 1]$ (D) $[1, +\infty)$
2. 已知向量 $\mathbf{a} = (1, m)$, $\mathbf{b} = (m, 2)$, 若 $\mathbf{a} \parallel \mathbf{b}$, 则实数 m 等于 ()
(A) $-\sqrt{2}$ (B) $\sqrt{2}$ (C) $-\sqrt{2}$ 或 $\sqrt{2}$ (D) 0
3. 设 a, b, c 均为不等于 1 的正实数, 则下列等式中恒成立的是 ()
(A) $\log_a b \cdot \log_c b = \log_c a$ (B) $\log_a b \cdot \log_c a = \log_c b$
(C) $\log_a (bc) = \log_a b \cdot \log_a c$ (D) $\log_a (b+c) = \log_a b + \log_a c$
4. 根据下列算法语句, 当输入 x 为 60 时, 输出 y 的值为 ()

```

输入 x;
If x ≤ 50 Then
    y = 0.5 * x
Else
    y = 25 + 0.6 * (x - 50)
End If
输出 y.
    
```

- (A) 25 (B) 30 (C) 31 (D) 61
5. 对一批产品的长度 (单位: 毫米) 进行抽样检测, 下图为检测结果的频率分布直方图, 根据标准, 产品长度在区间 $[20, 25)$ 上为一等品, 在区间 $[15, 20)$ 和 $[25, 30)$ 上为二等品, 在区间 $[10, 15)$ 和 $[30, 35]$ 上为三等品. 用频率估计概率, 现从该批产品中随机抽取 1 件, 则其为二等品的概率是 ()



- (A) 0.09 (B) 0.20 (C) 0.25 (D) 0.45
6. 设 z 是复数, 则下列命题中的假命题是 ()
(A) 若 $z^2 \geq 0$, 则 z 是实数 (B) 若 $z^2 < 0$, 则 z 是虚数
(C) 若 z 是虚数, 则 $z^2 \geq 0$ (D) 若 z 是纯虚数, 则 $z^2 < 0$
 7. 若点 (x, y) 位于曲线 $y = |x|$ 与 $y = 2$ 所围成的封闭区域, 则 $2x - y$ 的最小值是 ()
(A) -6 (B) -2 (C) 0 (D) 2

8. 已知点 $M(a, b)$ 在圆 $O: x^2 + y^2 = 1$ 外, 则直线 $ax + by = 1$ 与圆 O 的位置关系是 ()
(A) 相切 (B) 相交 (C) 相离 (D) 不确定

9. 设 $\triangle ABC$ 的内角 A, B, C 所对的边分别为 a, b, c , 若 $b \cos C + c \cos B = a \sin A$, 则 $\triangle ABC$ 的形状为 ()
(A) 直角三角形 (B) 锐角三角形 (C) 钝角三角形 (D) 不确定
10. 设 $[x]$ 表示不大于 x 的最大整数, 则对任意实数 x , 有 ()
(A) $[-x] = -[x]$ (B) $\left[x + \frac{1}{2}\right] = [x]$
(C) $[2x] = 2[x]$ (D) $[x] + \left[x + \frac{1}{2}\right] = [2x]$

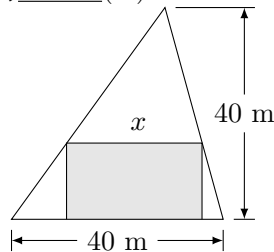
二、填空题

11. 双曲线 $\frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{9} = 1$ 的离心率为_____.
 12. 某几何体的三视图如图所示, 则其表面积为_____.
-

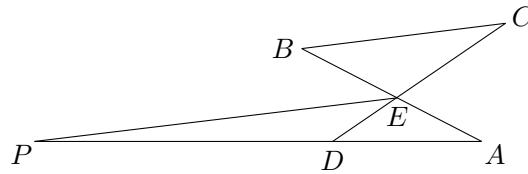
13. 观察下列等式:
 $(1+1) = 2 \times 1$
 $(2+1)(2+2) = 2^2 \times 1 \times 3$
 $(3+1)(3+2)(3+3) = 2^3 \times 1 \times 3 \times 5$

 照此规律, 第 n 个等式可为_____.

14. 在如图所示的锐角三角形空地中, 欲建一个面积最大的内接矩形花园 (阴影部分), 则其边长 x 为_____ (m).



15. 设 $a, b \in \mathbf{R}$, $|a-b| > 2$, 则关于实数 x 的不等式 $|x-a| + |x-b| > 2$ 的解集是_____.
16. 如图, AB 与 CD 相交于点 E , 过 E 作 BC 的平行线与 AD 的延长线交于点 P , 已知 $\angle A = \angle C$, $PD = 2DA = 2$, 则 $PE =$ _____.



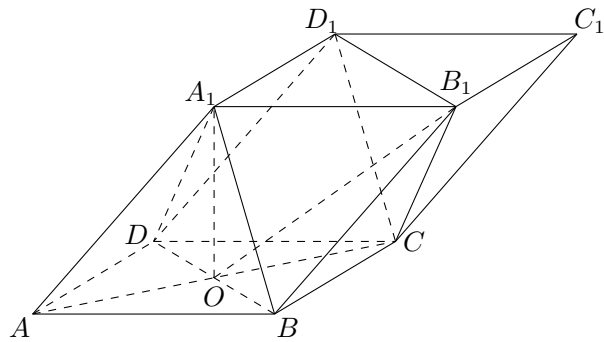
17. 圆锥曲线 $\begin{cases} x = t^2 \\ y = 2t \end{cases}$ (t 为参数) 的焦点坐标是_____.

三、解答题

18. 已知向量 $\mathbf{a} = \left(\cos x, -\frac{1}{2}\right)$, $\mathbf{b} = (\sqrt{3} \sin x, \cos 2x)$, $x \in \mathbf{R}$, 设函数 $f(x) = \mathbf{a} \cdot \mathbf{b}$.
 (1) 求 $f(x)$ 的最小正周期.
 (2) 求 $f(x)$ 在 $\left[0, \frac{\pi}{2}\right]$ 上的最大值和最小值.

19. 设 S_n 表示数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和.
 (1) 若 $\{a_n\}$ 是等差数列, 推导 S_n 的计算公式;
 (2) 若 $a_1 = 1$, $q \neq 0$, 且对所有正整数 n , 有 $S_n = \frac{1-q^{n+1}}{1-q}$, 判断 $\{a_n\}$ 是否为等比数列, 并证明你的结论.

20. 如图, 四棱柱 $ABCD - A_1B_1C_1D_1$ 的底面 $ABCD$ 是正方形, O 为底面中心, $A_1O \perp$ 平面 $ABCD$, $AB = AA_1 = \sqrt{2}$.
- (1) 证明: 平面 $A_1BD \parallel$ 平面 CD_1B_1 ;
- (2) 求三棱柱 $ABD - A_1B_1D_1$ 的体积.



21. 有 7 位歌手 (1 至 7 号) 参加一场歌唱比赛, 由 500 名大众评委现场投票决定歌手名次. 根据年龄将大众评委分为五组, 各组的人数如下:

组别	A	B	C	D	E
人数	50	100	150	150	50

(1) 为了调查评委对 7 位歌手的支持情况, 现用分层抽样方法从各组中抽取若干评委, 其中从 B 组抽取了 6 人, 请将其余各组抽取的人数填入下表.

组别	A	B	C	D	E
人数	50	100	150	150	50
抽取人数		6			

(2) 在 (1) 中, 若 A, B 两组被抽到的评委中各有 2 人支持 1 号歌手, 现从这两组被抽到的评委中分别任选 1 人, 求这 2 人都支持 1 号歌手的概率.

22. 已知动点 $M(x, y)$ 到直线 $l: x = 4$ 的距离是它到点 $N(1, 0)$ 的距离的 2 倍.
- (1) 求动点 M 的轨迹 C 的方程;
- (2) 过点 $P(0, 3)$ 的直线 m 与轨迹 C 交于 A, B 两点, 若 A 是 PB 的中点, 求直线 m 的斜率.

23. 已知函数 $f(x) = e^x, x \in \mathbf{R}$.
- (1) 求 $f(x)$ 的反函数的图象上点 $(1, 0)$ 处的切线方程;
- (2) 证明: 曲线 $y = f(x)$ 与曲线 $y = \frac{1}{2}x^2 + x + 1$ 有唯一公共点;
- (3) 设 $a < b$, 比较 $f\left(\frac{a+b}{2}\right)$ 与 $\frac{f(b) - f(a)}{b - a}$ 的大小, 并说明理由.