2018 年普通高等学校招生考试（全国卷 III）

文科数学

一、选择题

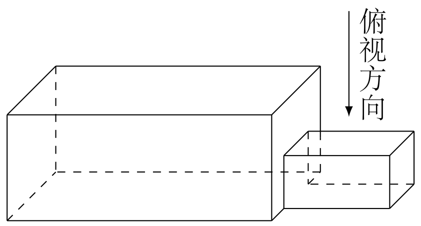
1. 已知集合 $A=\{x \mid x-1 \geqslant 0\}$, $B=\{0,1,2\}$, 则 $A \cap B=$ （ ）

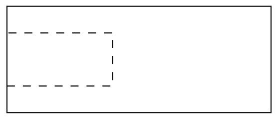
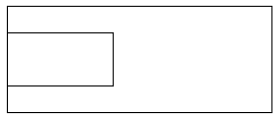
(A) $\{0\}$ (B) $\{1\}$ (C) $\{1,2\}$ (D) $\{0,1,2\}$

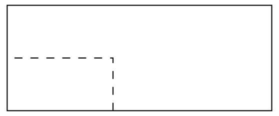
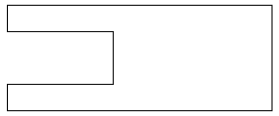
2. $(1+\mathrm{i})(2-\mathrm{i})=$ （ ）

(A) $-3-\mathrm{i}$ (B) $-3+\mathrm{i}$ (C) $3-\mathrm{i}$ (D) $3+\mathrm{i}$

3. 中国古建筑借助榫卯将木构件连接起来, 构件的凸出部分叫榫头, 凹进部分叫卯眼, 图中木构件右边的小长方体是榫头. 若如图摆放的木构件与某一带卯眼的木构件咬合成长方体, 则咬合时带卯眼的木构件的俯视图可以是 （ ）



(A)  (B) 

(C)  (D) 

4. 若 $\sin\alpha=\frac{1}{3}$, 则 $\cos 2\alpha=$ （ ）

(A) $\frac{8}{9}$ (B) $\frac{7}{9}$ (C) $-\frac{7}{9}$ (D) $-\frac{8}{9}$

5. 若某群体中的成员只用现金支付的概率为 0.45, 既用现金支付也用非现金支付的概率为 0.15, 则不用现金支付的概率为 （ ）

(A) 0.3 (B) 0.4 (C) 0.6 (D) 0.7

6. 函数 $f(x)=\frac{\tan x}{1+\tan^2 x}$ 的最小正周期为 （ ）

(A) $\frac{\pi}{4}$ (B) $\frac{\pi}{2}$ (C) π (D) 2π

7. 下列函数中, 其图象与函数 $y=\ln x$ 的图象关于直线 $x=1$ 对称的是（ ）

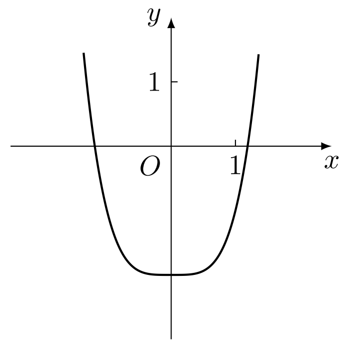
(A) $y=\ln(1-x)$ (B) $y=\ln(2-x)$

(C) $y=\ln(1+x)$ (D) $y=\ln(2+x)$

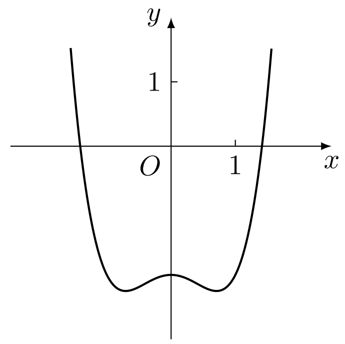
8. 直线 $x+y+2=0$ 分别与 x 轴, y 轴交于 A, B 两点, 点 P 在圆 $(x-2)^2+y^2=2$ 上, 则 $\triangle ABP$ 面积的取值范围是 （ ）

(A) $[2,6]$ (B) $[4,8]$ (C) $\left[\sqrt{2},3\sqrt{2}\right]$ (D) $\left[2\sqrt{2},3\sqrt{2}\right]$

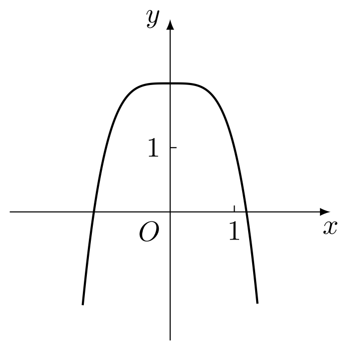
9. 函数 $y=-x^4+x^2+2$ 的图象大致为 （ ）



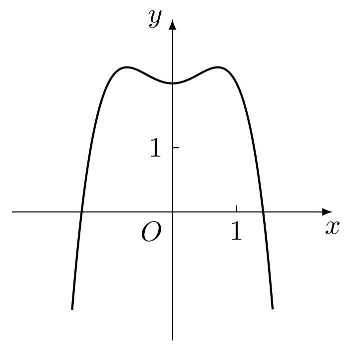
(A)



(B)



(C)



(D)

10. 已知双曲线 $C:\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1$ $(a>0,\ b>0)$ 的离心率为 $\sqrt{2}$, 则点 $(4,0)$ 到 C 的渐近线的距离为 （ ）

(A) $\sqrt{2}$ (B) 2 (C) $\frac{3\sqrt{2}}{2}$ (D) $2\sqrt{2}$

11. $\triangle ABC$ 的内角 A, B, C 的对边分别为 a, b, c, 若 $\triangle ABC$ 的面积为 $\frac{a^2+b^2-c^2}{4}$, 则 $C=$ （ ）

(A) $\frac{\pi}{2}$ (B) $\frac{\pi}{3}$ (C) $\frac{\pi}{4}$ (D) $\frac{\pi}{6}$

12. 设 A, B, C, D 是同一个半径为 4 的球的球面上四点, $\triangle ABC$ 为等边三角形且其面积为 $9\sqrt{3}$, 则三棱锥 $D-ABC$ 体积的最大值为 （ ）

(A) $12\sqrt{3}$ (B) $18\sqrt{3}$ (C) $24\sqrt{3}$ (D) $54\sqrt{3}$

二、填空题

13. 已知向量 $\boldsymbol{a}=(1,2)$, $\boldsymbol{b}=(2,-2)$, $\boldsymbol{c}=(1,\lambda)$. 若 $\boldsymbol{c} \mathbin{/\mkern-5mu/} (2\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b})$, 则 $\lambda=$______.

14. 某公司有大量客户, 且不同龄段客户对其服务的评价有较大差异. 为了解客户的评价, 该公司准备进行抽样调查, 可供选择的抽样方法有简单随机抽样、分层抽样和系统抽样, 则最合适的抽样方法是______.

15. 若变量 x, y 满足约束条件 $\begin{cases} 2x+y+3 \geqslant 0 \\ x-2y+4 \geqslant 0 \\ x-2 \leqslant 0 \end{cases}$, 则 $z=x+\frac{1}{3}y$ 的最大值是______.

16. 已知函数 $f(x)=\ln\left(\sqrt{1+x^2}-x\right)+1$, $f(a)=4$, 则 $f(-a)=$______.

三、解答题

17. 等比数列 $\{a_n\}$ 中, $a_1=1$, $a_5=4a_3$.

(1) 求 $\{a_n\}$ 的通项公式;

(2) 记 S_n 为 $\{a_n\}$ 的前 n 项和. 若 $S_m=63$, 求 m.

18. 某工厂为提高生产效率, 开展技术创新活动, 提出了完成某项生产任务的两种新的生产方式. 为比较两种生产方式的效率, 选取 40 名工人, 将他们随机分成两组, 每组 20 人, 第一组工人用第一种生产方式, 第二组工人用第二种生产方式. 根据工人完成生产任务的工作时间 (单位: min) 绘制了如图茎叶图:

第一种生产方式		第二种生产方式
8	6	5 5 6 8 9
9 7 6 2	7	0 1 2 2 3 4 5 6 6 8
9 8 7 7 6 5 4 3 3 2	8	1 4 4 5
2 1 1 0 0	9	0

(1) 根据茎叶图判断哪种生产方式的效率更高? 并说明理由;

(2) 求 40 名工人完成生产任务所需时间的中位数 m, 并将完成生产任务所需时间超过 m 和不超过 m 的工人数填入下面的列联表:

	超过 m	不超过 m
第一种生产方式		
第二种生产方式		

(3) 根据 (2) 中的列联表, 能否有 99% 的把握认为两种生产方式的效率有差异?

附: $K^2=\frac{n(ad-bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}$,

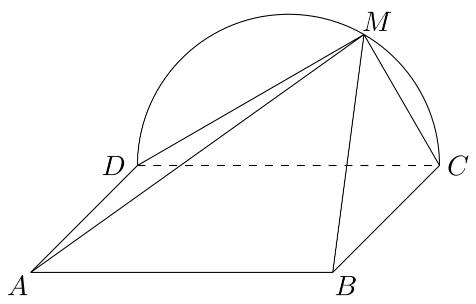
$P(K^2 \geqslant k)$	0.050	0.010	0.001
k	3.841	6.635	10.828

.

19. 如图, 矩形 $ABCD$ 所在平面与半圆弧 $\overset{\frown}{CD}$ 所在平面垂直, M 是 $\overset{\frown}{CD}$ 上异于 C, D 的点.

(1) 证明: 平面 $AMD \perp$ 平面 BMC;

(2) 在线段 AM 上是否存在点 P, 使得 $MC \parallel$ 平面 PBD? 说明理由.



20. 已知斜率为 k 的直线 l 与椭圆 $C: \dfrac{x^2}{4}+\dfrac{y^2}{3}=1$ 交于 A, B 两点. 线段 AB 的中点为 $M(1,m)\ \ (m>0)$.

(1) 证明: $k<-\dfrac{1}{2}$;

(2) 设 F 为 C 的右焦点, P 为 C 上一点, 且 $\overrightarrow{FP}+\overrightarrow{FA}+\overrightarrow{FB}=\vec{0}$. 证明: $2\left|\overrightarrow{FP}\right|=\left|\overrightarrow{FA}\right|+\left|\overrightarrow{FB}\right|$.

21. 已知函数 $f(x)=\dfrac{ax^2+x-1}{\mathrm{e}^x}$.

(1) 求曲线 $y=f(x)$ 在点 $(0,-1)$ 处的切线方程;

(2) 证明: 当 $a \geqslant 1$ 时, $f(x)+\mathrm{e} \geqslant 0$.

22. 在平面直角坐标系 xOy 中, $\odot O$ 的参数方程为 $\begin{cases} x=\cos\theta \\ y=\sin\theta \end{cases}$ (θ 为参数), 过点 $\left(0,-\sqrt{2}\right)$ 且倾斜角为 α 的直线 l 与 $\odot O$ 交于 A, B 两点.

(1) 求 α 的取值范围;

(2) 求 AB 中点 P 的轨迹的参数方程.

23. 设函数 $f(x)=|2x+1|+|x-1|$.

(1) 画出 $y=f(x)$ 的图象;

(2) 当 $x\in[0,+\infty)$ 时, $f(x)\leqslant ax+b$, 求 $a+b$ 的最小值.