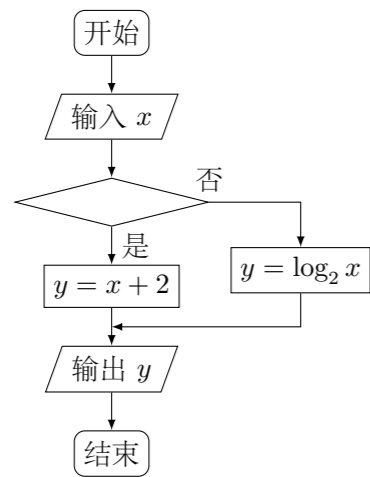


文科数学

一、选择题

1. 设集合 $M = \{x \mid |x - 1| < 1\}$, $N = \{x \mid x < 2\}$, 则 $M \cap N =$
(A) $(-1, 1)$ (B) $(-1, 2)$ (C) $(0, 2)$ (D) $(1, 2)$
2. 已知 i 是虚数单位, 若复数 z 满足 $zi = 1 + i$, 则 $z^2 =$ ()
(A) $-2i$ (B) $2i$ (C) -2 (D) 2
3. 已知 x, y 满足约束条件 $\begin{cases} x - 2y + 5 \leq 0 \\ x + 3 \geq 0 \\ y \leq 2 \end{cases}$, 则 $z = x + 2y$ 的最大值是()
(A) -3 (B) -1 (C) 1 (D) 3
4. 已知 $\cos x = \frac{3}{4}$, 则 $\cos 2x =$ ()
(A) $-\frac{1}{4}$ (B) $\frac{1}{4}$ (C) $-\frac{1}{8}$ (D) $\frac{1}{8}$
5. 已知命题 $p: \exists x \in \mathbf{R}, x^2 - x + 1 \geq 0$. 命题 q : 若 $a^2 < b^2$, 则 $a < b$, 下列命题为真命题的是 ()
(A) $p \wedge q$ (B) $p \wedge \neg q$ (C) $\neg p \wedge q$ (D) $\neg p \wedge \neg q$
6. 若执行下侧的程序框图, 当输入的 x 的值为 4 时, 输出的 y 的值为 2, 则空白判断框中的条件可能为 ()



- (A) $x > 3$ (B) $x > 4$ (C) $x \leq 4$ (D) $x \leq 5$
7. 函数 $y = \sqrt{3} \sin 2x + \cos 2x$ 的最小正周期为 ()
(A) $\frac{\pi}{2}$ (B) $\frac{2\pi}{3}$ (C) π (D) 2π
8. 如图所示的茎叶图记录了甲、乙两组各 5 名工人某日的产量数据 (单位: 件). 若这两组数据的中位数相等, 且平均值也相等, 则 x 和 y 的值分别为 ()

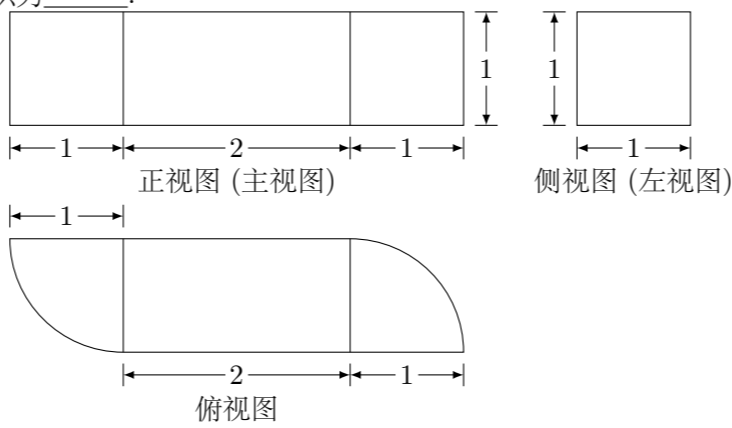
甲组		乙组
6	5	9
2 5	6	1 7 y
x 4	7	8

- (A) 3, 5 (B) 5, 5 (C) 3, 7 (D) 5, 7

9. 设 $f(x) = \begin{cases} \sqrt{x}, & 0 < x < 1 \\ 2(x-1), & x \geq 1 \end{cases}$, 若 $f(a) = f(a+1)$, 则 $f\left(\frac{1}{a}\right) =$ ()
(A) 2 (B) 4 (C) 6 (D) 8
10. 若函数 $e^x f(x)$ ($e = 2.71828 \dots$ 是自然对数的底数) 在 $f(x)$ 的定义域上单调递增, 则称函数 $f(x)$ 具有 M 性质, 下列函数中具有 M 性质的是()
(A) $f(x) = 2^{-x}$ (B) $f(x) = x^2$ (C) $f(x) = 3^{-x}$ (D) $f(x) = \cos x$

二、填空题

11. 已知向量 $\mathbf{a} = (2, 6)$, $\mathbf{b} = (-1, \lambda)$, 若 $\mathbf{a} \parallel \mathbf{b}$, 则 $\lambda =$ _____.
12. 若直线 $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$ ($a > 0, b > 0$) 过点 $(1, 2)$, 则 $2a + b$ 的最小值为_____.
13. 由一个长方体和两个 $\frac{1}{4}$ 圆柱体构成的几何体的三视图如图, 则该几何体的体积为_____.



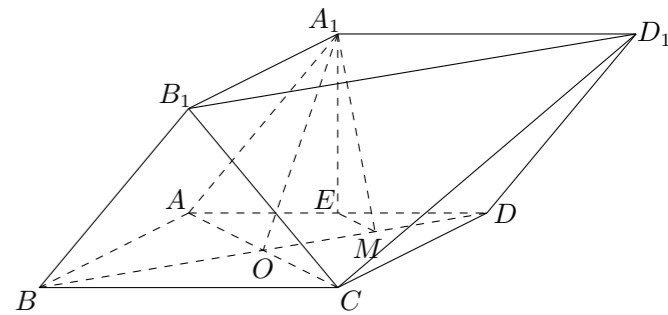
14. 已知 $f(x)$ 是定义在 \mathbf{R} 上的偶函数, 且 $f(x+4) = f(x-2)$. 若当 $x \in [-3, 0]$ 时, $f(x) = 6^{-x}$, 则 $f(919) =$ _____.
15. 在平面直角坐标系 xOy 中, 双曲线 $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($a > 0, b > 0$) 的右支与焦点为 F 的抛物线 $x^2 = 2py$ ($p > 0$) 交于 A, B 两点, 若 $|AF| + |BF| = 4|OF|$, 则该双曲线的渐近线方程为_____.

三、解答题

16. 某旅游爱好者计划从 3 个亚洲国家 A_1, A_2, A_3 和 3 个欧洲国家 B_1, B_2, B_3 中选择 2 个国家去旅游.
(1) 若从这 6 个国家中任选 2 个, 求这 2 个国家都是亚洲国家的概率;
(2) 若从亚洲国家和欧洲国家中各任选 1 个, 求这 2 个国家包括 A_1 但不包括 B_1 的概率.

17. 在 $\triangle ABC$ 中, 角 A, B, C 的对边分别为 a, b, c , 已知 $b = 3, \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = -6, S_{\triangle ABC} = 3$, 求 A 和 a .

18. 由四棱柱 $ABCD - A_1B_1C_1D_1$ 截去三棱锥 $C_1 - B_1CD_1$ 后得到的几何体如图所示, 四边形 $ABCD$ 为正方形, O 为 AC 与 BD 的交点, E 为 AD 的中点, $A_1E \perp$ 平面 $ABCD$.
(1) 证明: $A_1O \parallel$ 平面 B_1CD_1 ;
(2) 设 M 是 OD 的中点, 证明: 平面 $A_1EM \perp$ 平面 B_1CD_1 .



19. 已知 $\{a_n\}$ 是各项均为正数的等比数列, 且 $a_1 + a_2 = 6$, $a_1 a_2 = a_3$.

(1) 求数列 $\{a_n\}$ 通项公式;

(2) $\{b_n\}$ 为各项非零的等差数列, 其前 n 项和为 S_n , 已知 $S_{2n+1} = b_n b_{n+1}$,

求数列 $\left\{\frac{b_n}{a_n}\right\}$ 的前 n 项和 T_n .

20. 已知函数 $f(x) = \frac{1}{3}x^3 - \frac{1}{2}ax^2$, $a \in \mathbf{R}$.

(1) 当 $a = 2$ 时, 求曲线 $y = f(x)$ 在点 $(3, f(3))$ 处的切线方程;

(2) 设函数 $g(x) = f(x) + (x - a) \cos x - \sin x$, 讨论 $g(x)$ 的单调性并判断有无极值, 有极值时求出极值.

21. 在平面直角坐标系 xOy 中, 已知椭圆 $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($a > b > 0$) 的离心

率为 $\frac{\sqrt{2}}{2}$, 椭圆 C 截直线 $y = 1$ 所得线段的长度为 $2\sqrt{2}$.

(1) 求椭圆 C 的方程;

(2) 动直线 $l: y = kx + m$ ($m \neq 0$) 交椭圆 C 于 A, B 两点, 交 y 轴于点 M . 点 N 是 M 关于 O 的对称点, $\odot N$ 的半径为 $|NO|$. 设 D 为 AB 的中点, DE, DF 与 $\odot N$ 分别相切于点 E, F , 求 $\angle EDF$ 的最小值.

