

文科数学

一、选择题

1. 在函数 $y = \sin 2x, y = \sin x, y = \cos x, y = \tan \frac{x}{2}$ 中, 最小正周期为 π 的函数是 ()

- (A) $y = \sin 2x$ (B) $y = \sin x$ (C) $y = \cos x$ (D) $y = \tan \frac{x}{2}$

2. 当 $m < 1$ 时, 复数 $z = 2 + (m - 1)i$ 在复平面上对应的点位于 ()

- (A) 第一象限 (B) 第二象限 (C) 第三象限 (D) 第四象限

3. 双曲线 $\frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{9} = 1$ 的渐近线方程是 ()

- (A) $y = \pm \frac{3}{2}x$ (B) $y = \pm \frac{2}{3}x$ (C) $y = \pm \frac{9}{4}x$ (D) $y = \pm \frac{4}{9}x$

4. 一个圆锥的侧面积是其底面积的 2 倍, 则该圆锥的母线与底面所成的角度为 ()

- (A) 30° (B) 45° (C) 60° (D) 75°

5. 已知 $\sin(\theta + \pi) < 0, \cos(\theta - \pi) > 0$, 则下列不等关系中必定成立的是()

- (A) $\sin \theta < 0, \cos \theta > 0$ (B) $\sin \theta > 0, \cos \theta < 0$
 (C) $\sin \theta > 0, \cos \theta > 0$ (D) $\sin \theta < 0, \cos \theta < 0$

6. 在抛物线 $y^2 = 2px$ 上, 横坐标为 4 的点到焦点的距离为 5, 则 p 的值为 ()

- (A) $\frac{1}{2}$ (B) 1 (C) 2 (D) 4

7. 已知 a, b, c, d 均为实数, 有下列命题:

- ① 若 $ab > 0, bc - ad > 0$, 则 $\frac{c}{a} - \frac{d}{b} > 0$;
 ② 若 $ab > 0, \frac{c}{a} - \frac{d}{b} > 0$, 则 $bc - ad > 0$;
 ③ 若 $bc - ad > 0, \frac{c}{a} - \frac{d}{b} > 0$, 则 $ab > 0$.

其中正确命题的个数是 ()

- (A) 0 (B) 1 (C) 2 (D) 3

8. 两个完全相同的长方体的长、宽、高分别为 5 cm, 4 cm, 3 cm, 把它们重叠在一起组成一个新长方体, 在这些新长方体中, 最长的对角线的长度是()

- (A) $\sqrt{77}$ cm (B) $7\sqrt{2}$ cm (C) $5\sqrt{5}$ cm (D) $10\sqrt{2}$ cm

9. 在 100 件产品中有 6 件次品, 现从中任取 3 件产品, 至少有 1 件次品的不同取法的种数是 ()

- (A) $C_6^1 C_{94}^2$ (B) $C_6^1 C_{99}^2$ (C) $A_{100}^3 - A_{94}^3$ (D) $C_{100}^3 - C_{94}^3$

10. 期中考试以后, 班长算出了全班 40 个人数学成绩的平均分为 M , 如果把 M 当成一个同学的分数, 与原来的 40 个分数一起, 算出这 41 个分数的平均值为 N , 那么 $M : N$ 为 ()

- (A) $\frac{40}{41}$ (B) 1 (C) $\frac{41}{40}$ (D) 2

二、填空题

11. 直线 $x - \sqrt{3}y + a = 0$ (a 为常数) 的倾斜角的大小是_____.

12. $\frac{\sin(\alpha + 30^\circ) - \sin(\alpha - 30^\circ)}{\cos \alpha}$ 的值为_____.

13. 若 $f^{-1}(x)$ 为函数 $f(x) = \lg(x - 1)$ 的反函数, 则 $f^{-1}(x)$ 的值域是_____.

14. 若直线 $mx + ny - 3 = 0$ 与圆 $x^2 + y^2 = 3$ 没有公共点, 则 m, n 满足的关系式为_____; 以 (m, n) 为点 P 的坐标, 过点 P 的一条直线与椭圆 $\frac{x^2}{7} + \frac{y^2}{3} = 1$ 的公共点有______个.

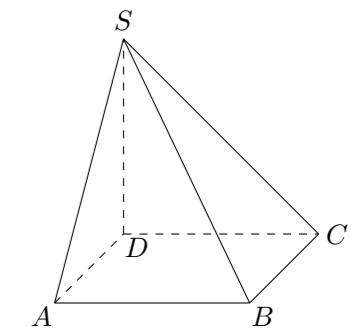
三、解答题

15. 解不等式: $\sqrt{2x - 1} > x - 2$.

17. 如图, 四棱锥 $S - ABCD$ 的底面是边长为 1 的正方形, SD 垂直于底面 $ABCD$, $SB = \sqrt{3}$.

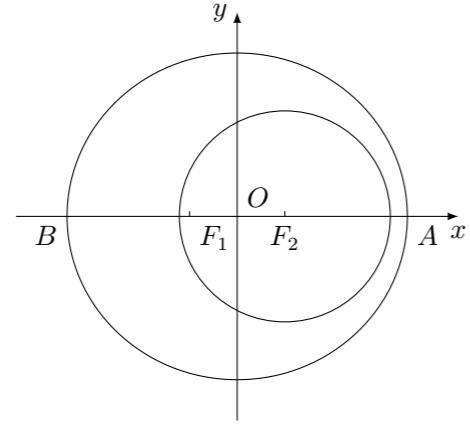
(1) 求证: $BC \perp SC$;

(2) 求面 ASD 与面 BSC 所成二面角的大小.



18. 2003年10月15日9时，“神舟”五号载人飞船发射升空，于9时9分50秒准确进入预定轨道，开始巡天飞行。该轨道是以地球的中心 F_2 为一个焦点的椭圆。选取坐标系如图所示，椭圆中心在原点。近地点 A 距地面200 km，远地点 B 距地面350 km。已知地球半径 $R = 6371$ km。

- (1) 求飞船飞行的椭圆轨道的方程；
(2) 飞船绕地球飞行了十四圈后，于16日5时59分返回舱与推进舱分离，结束巡天飞行，飞船共巡天飞行了约 6×10^5 km，问飞船巡天飞行的平均速度是多少 km/s？(结果精确到1 km/s)



19. 某服装厂生产一种服装，每件服装的成本为40元，出厂单价定为60元，该厂为鼓励销售商订购，决定当一次订购量超过100件时，每多订购一件，订购的全部服装的出厂单价就降低0.02元。根据市场调查，经销商一次订购量不会超过500件。

- (1) 设一次订购量为 x 件，服装的实际出厂单价为 P 元，写出函数 $P = f(x)$ 的表达式；
(2) 当销售商一次订购400件服装时，该服装厂获得的利润是多少元？(服装厂售出一件服装的利润 = 实际出厂单价 - 成本)

20. 下表给出一个“等差数阵”：

4	7	()	()	()	…	a_{1j}	…
7	12	()	()	()	…	a_{2j}	…
()	()	()	()	()	…	a_{3j}	…
()	()	()	()	()	…	a_{4j}	…
…	…	…	…	…	…	…	…
a_{i1}	a_{i2}	a_{i3}	a_{i4}	a_{i5}	…	a_{ij}	…
…	…	…	…	…	…	…	…

其中每行、每列都是等差数列， a_{ij} 表示位于第 i 行第 j 列的数。

- (1) 写出 a_{45} 的值；
(2) 写出 a_{ij} 的计算公式以及2008这个数在等差数阵中所在的位置。