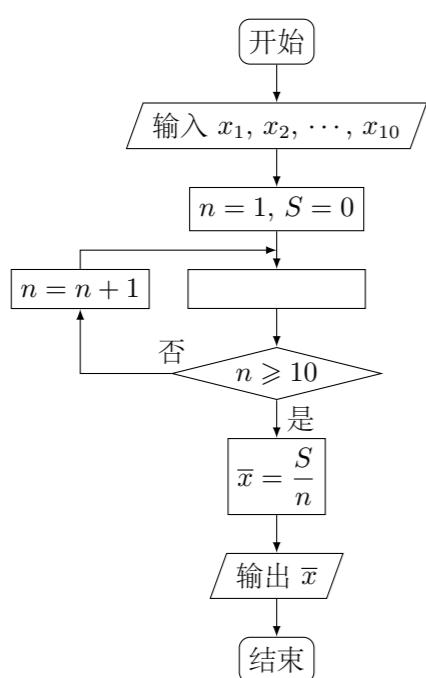


2010 年普通高等学校招生考试 (陕西卷)

# 理科数学

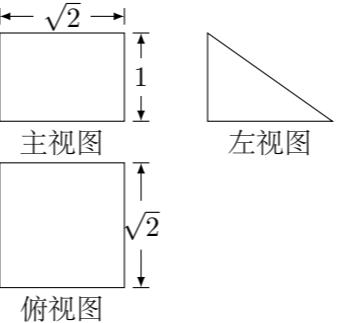
一、选择题

- 集合  $A = \{x | -1 \leq x \leq 2\}$ ,  $B = \{x | x < 1\}$ , 则  $A \cap (\complement_{\mathbb{R}} B) =$  ( )  
 (A)  $\{x | x > 1\}$       (B)  $\{x | x \geq 1\}$   
 (C)  $\{x | 1 < x \leq 2\}$       (D)  $\{x | 1 \leq x \leq 2\}$
- 复数  $z = \frac{i}{1+i}$  在复平面上对应的点位于 ( )  
 (A) 第一象限      (B) 第二象限      (C) 第三象限      (D) 第四象限
- 对于函数  $f(x) = 2 \sin x \cos x$ , 下列选项中正确的是 ( )  
 (A) 对于  $f(x)$  在  $(\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{2})$  上是递增的  
 (B)  $f(x)$  的图象关于原点对称  
 (C)  $f(x)$  的最小正周期为  $2\pi$   
 (D)  $f(x)$  的最大值为 2
- $(x + \frac{a}{x})^5$  ( $x \in \mathbb{R}$ ) 展开式中  $x^3$  的系数为 10, 则实数  $a$  等于 ( )  
 (A) -1      (B)  $\frac{1}{2}$       (C) 1      (D) 2
- 已知函数  $f(x) = \begin{cases} 2^x + 1, & x < 1 \\ x^2 + ax, & x \geq 1 \end{cases}$ , 若  $f(f(0)) = 4a$ , 则实数  $a$  等于 ( )  
 (A)  $\frac{1}{2}$       (B)  $\frac{4}{5}$       (C) 2      (D) 9
- 如图所示是求样本  $x_1, x_2, \dots, x_{10}$  平均数  $\bar{x}$  的程序框图, 图中空白框中应填入的内容为 ( )



- (A)  $S = S + x_n$     (B)  $S = S + \frac{x_n}{n}$     (C)  $S = S + n$     (D)  $S = S + \frac{1}{n}$

7. 若某空间几何体的三视图如图所示, 则该几何体的体积是 ( )

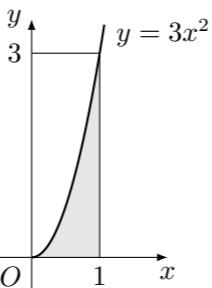


- (A)  $\frac{1}{3}$       (B)  $\frac{2}{3}$       (C) 1      (D) 2
- 已知抛物线  $y^2 = 2px$  ( $p > 0$ ) 的准线与圆  $x^2 + y^2 - 6x - 7 = 0$  相切, 则  $p$  的值为 ( )  
 (A)  $\frac{1}{2}$       (B) 1      (C) 2      (D) 4
- 对于数列  $\{a_n\}$ , “ $a_{n+1} > |a_n|$  ( $n = 1, 2, \dots$ )”是“ $\{a_n\}$  为递增数列”的 ( )  
 (A) 必要不充分条件      (B) 充分不必要条件  
 (C) 充要条件      (D) 既不充分也不必要条件

- 某学校要招开学生代表大会, 规定各班每 10 人推选一名代表, 当各班人数除以 10 的余数大于 6 时再增选一名代表. 那么, 各班可推选代表人数  $y$  与该班人数  $x$  之间的函数关系用取整函数  $y = [x]$  ( $[x]$  表示不大于  $x$  的最大整数) 可以表示为 ( )  
 (A)  $y = [\frac{x}{10}]$       (B)  $y = [\frac{x+3}{10}]$       (C)  $y = [\frac{x+4}{10}]$       (D)  $y = [\frac{x+5}{10}]$

二、填空题

- 已知向量  $\mathbf{a} = (2, -1)$ ,  $\mathbf{b} = (-1, m)$ ,  $\mathbf{c} = (-1, 2)$ , 若  $(\mathbf{a} + \mathbf{b}) \parallel \mathbf{c}$ , 则  $m =$  \_\_\_\_\_.
- 观察下列等式:  $1^3 + 2^3 = 3^2$ ,  $1^3 + 2^3 + 3^3 = 6^2$ ,  $1^3 + 2^3 + 3^3 + 4^3 = 10^2$ ,  $\dots$ , 根据上述规律, 第五个等式为 \_\_\_\_\_.
- 从如图所示的长方形区域内任取一个点  $M(x, y)$ , 则点  $M$  取自阴影部分的概率为 \_\_\_\_\_.



14. 铁矿石  $A$  和  $B$  的含铁率  $a$ , 冶炼每万吨铁矿石的  $CO_2$  排放量  $b$  及每万吨铁矿石的价格  $c$  如下表:

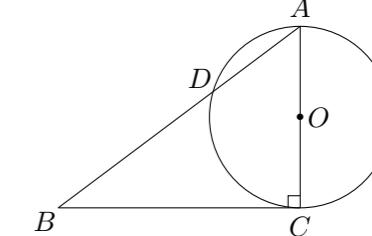
	$a$	$b$ (万吨)	$c$ (百万元)
$A$	50%	1	3
$B$	70%	0.5	6

某冶炼厂至少要生产 1.9 (万吨) 铁, 若要求  $CO_2$  的排放量不超过 2 (万吨), 则购买铁矿石的最少费用为 \_\_\_\_\_ (百万元).

15. 三选一.

【A】不等式  $|x+3|-|x-2| \geq 3$  的解集为 \_\_\_\_\_.

【B】如图, 已知  $Rt\triangle ABC$  的两条直角边  $AC, BC$  的长分别为 3 cm, 4 cm, 以  $AC$  为直径的圆与  $AB$  交于点  $D$ , 则  $\frac{BD}{DA} =$  \_\_\_\_\_.

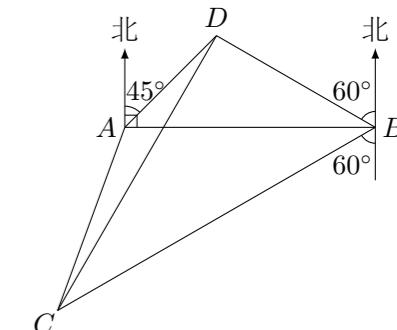


【C】已知圆  $C$  的参数方程为  $\begin{cases} x = \cos \alpha \\ y = 1 + \sin \alpha \end{cases}$  ( $\alpha$  为参数), 以原点为极点,  $x$  轴正半轴为极轴建立极坐标系, 直线  $l$  的极坐标方程为  $\rho \sin \theta = 1$ , 则直线  $l$  与圆  $C$  的交点的直角坐标为 \_\_\_\_\_.

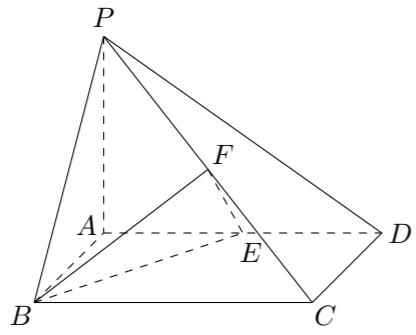
三、解答题

- 已知  $\{a_n\}$  是公差不为零的等差数列,  $a_1 = 1$  且  $a_1, a_3, a_9$  成等比数列.  
 (1) 求数列  $\{a_n\}$  的通项;  
 (2) 求数列  $\{2^{a_n}\}$  的前  $n$  项和  $S_n$ .

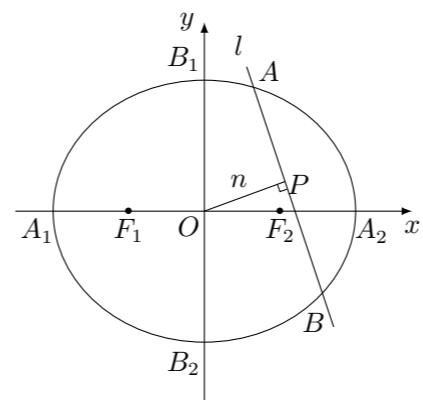
- 如图,  $A, B$  是海面上位于东西方向相距  $5(3+\sqrt{3})$  海里的两个观测点. 现位于  $A$  点北偏东  $45^\circ$ ,  $B$  点北偏西  $60^\circ$  的  $D$  点有一艘轮船发出求救信号, 位于  $B$  点南偏西  $60^\circ$  且与  $B$  点相距  $20\sqrt{3}$  海里的  $C$  点的救援船立即前往营救, 其航行速度为 30 海里/小时, 该救援船到达  $D$  点需要多长时间?



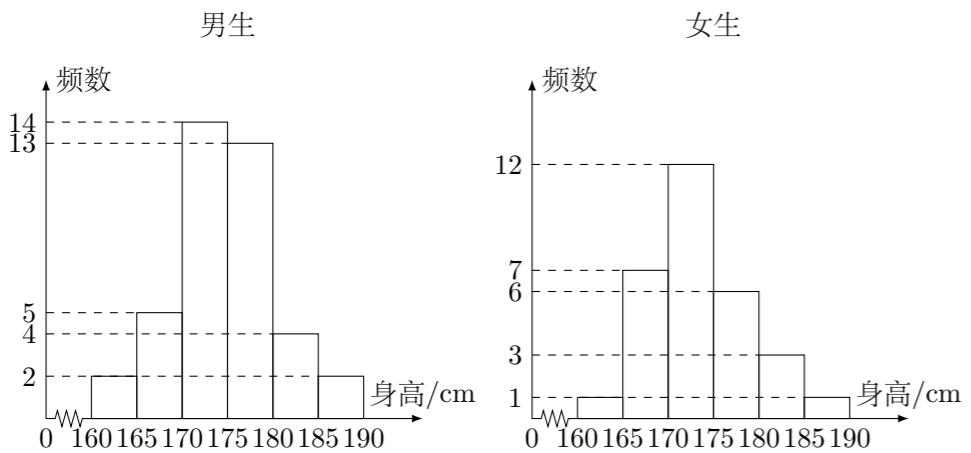
18. 如图, 在四棱锥  $P-ABCD$  中, 底面  $ABCD$  是矩形,  $PA \perp$  平面  $ABCD$ ,  $AP = AB = 2$ ,  $BC = 2\sqrt{2}$ ,  $E, F$  分别是  $AD, PC$  的中点.
- 证明:  $PC \perp$  平面  $BEF$ ;
  - 求平面  $BEF$  与平面  $BAP$  夹角的大小.



20. 如图, 椭圆  $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$  的顶点为  $A_1, A_2, B_1, B_2$ , 焦点为  $F_1, F_2$ ,  $|A_1B_1| = \sqrt{7}$ ,  $S_{\square A_1B_1A_2B_2} = 2S_{\square B_1F_1B_2F_2}$ .
- 求椭圆  $C$  的方程;
  - 设  $n$  是过原点的直线,  $l$  是与  $n$  垂直相交于  $P$  点、与椭圆相交于  $A, B$  两点的直线,  $|\overrightarrow{OP}| = 1$ . 是否存在上述直线  $l$  使  $\overrightarrow{AP} \cdot \overrightarrow{PB} = 1$  成立? 若存在, 求出直线  $l$  的方程; 若不存在, 请说明理由.



19. 为了解学生身高情况, 某校以 10% 的比例对全校 700 名学生按性别进行分层抽样调查, 测得身高情况的统计图如下:
- 估计该校男生的人数;
  - 估计该校学生身高在  $170 \sim 185$  cm 之间的概率;
  - 从样本中身高在  $165 \sim 180$  cm 之间的女生中任选 2 人, 求至少有 1 人身高在  $170 \sim 180$  cm 之间的概率.



21. 已知函数  $f(x) = \sqrt{x}$ ,  $g(x) = a \ln x$ ,  $a \in \mathbf{R}$ .
- 若曲线  $y = f(x)$  与曲线  $y = g(x)$  相交, 且在交点处有共同的切线, 求  $a$  的值和该切线方程;
  - 设函数  $h(x) = f(x) - g(x)$ , 当  $h(x)$  存在最小值时, 求其最小值  $\varphi(a)$  的解析式;
  - 对 (2) 中的  $\varphi(a)$  和任意的  $a > 0$ ,  $b > 0$ , 证明:  $\varphi'\left(\frac{a+b}{2}\right) \leq \frac{\varphi'(a) + \varphi'(b)}{2} \leq \varphi'\left(\frac{2ab}{a+b}\right)$ .