

2009 年普通高等学校招生考试 (湖南卷)

文科数学

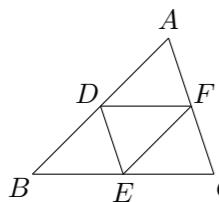
一、选择题

1. $\log_2 \sqrt{2}$ 的值为 ()
 (A) $-\sqrt{2}$ (B) $\sqrt{2}$ (C) $-\frac{1}{2}$ (D) $\frac{1}{2}$

2. 抛物线 $y^2 = -8x$ 的焦点坐标是 ()
 (A) $(2, 0)$ (B) $(-2, 0)$ (C) $(4, 0)$ (D) $(-4, 0)$

3. 设 S_n 是等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和, 已知 $a_2 = 3, a_6 = 11$, 则 S_7 等于 ()
 (A) 13 (B) 35 (C) 49 (D) 63

4. 如图, D, E, F 分别是 $\triangle ABC$ 的边 AB, BC, CA 的中点, 则 ()



- (A) $\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{BE} + \overrightarrow{CF} = \mathbf{0}$ (B) $\overrightarrow{BD} - \overrightarrow{CF} + \overrightarrow{DF} = \mathbf{0}$
 (C) $\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{CE} - \overrightarrow{CF} = \mathbf{0}$ (D) $\overrightarrow{BD} - \overrightarrow{BE} - \overrightarrow{FC} = \mathbf{0}$

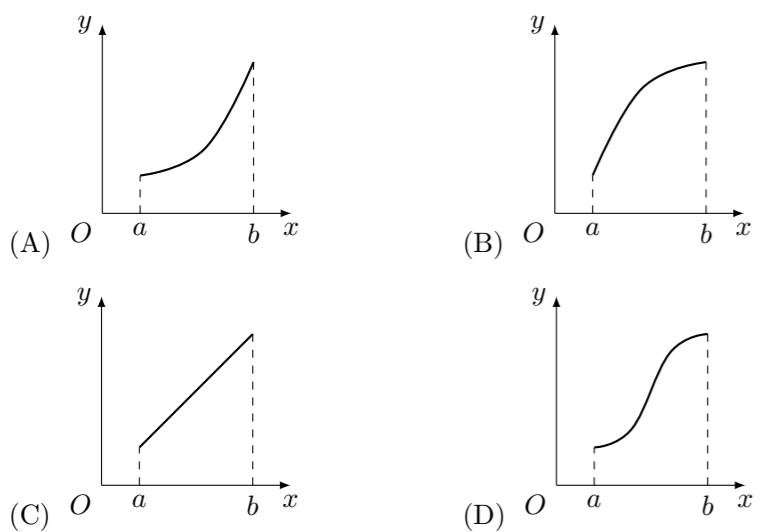
5. 某地政府召集 5 家企业的负责人开会, 其中甲企业有 2 人到会, 其余 4 家企业各有 1 人到会, 会上有 3 人发言, 则这 3 人来自 3 家不同企业的可能情况的种数为 ()

- (A) 14 (B) 16 (C) 20 (D) 48

6. 平面六面体 $ABCD - A_1B_1C_1D_1$ 中, 既与 AB 共面也与 CC_1 共面的棱的条数为 ()

- (A) 3 (B) 4 (C) 5 (D) 6

7. 若函数 $y = f(x)$ 的导函数在区间 $[a, b]$ 上是增函数, 则函数 $y = f(x)$ 在区间 $[a, b]$ 上的图象可能是 ()



8. 设函数 $y = f(x)$ 在 $(-\infty, +\infty)$ 内有定义. 对于给定的正数 K , 定义函数
 $f_K(x) = \begin{cases} f(x), & f(x) \leq K \\ K, & f(x) > K \end{cases}$. 取函数 $f(x) = 2^{-|x|}$. 当 $K = \frac{1}{2}$ 时, 函数
 $f_K(x)$ 的单调递增区间为 ()
 (A) $(-\infty, 0)$ (B) $(0, +\infty)$ (C) $(-\infty, -1)$ (D) $(1, +\infty)$

二、填空题

9. 某班共 30 人, 其中 15 人喜爱篮球运动, 10 人喜爱乒乓球运动, 8 人对这两项运动都不喜爱, 则喜爱篮球运动但不喜爱乒乓球运动的人数为_____.

10. 若 $x > 0$, 则 $x + \frac{2}{x}$ 的最小值为_____.

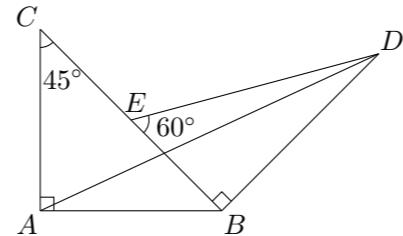
11. 在 $(1 + \sqrt{x})^4$ 的展开式中, x 的系数为_____. (用数字作答)

12. 一个总体分为 A, B 两层, 用分层抽样方法从总体中抽取一个容量为 10 的样本. 已知 B 层中每个个体被抽到的概率都为 $\frac{1}{12}$, 则总体中的个体数为_____.

13. 过双曲线 $C: \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$ 的一个焦点作圆 $x^2 + y^2 = a^2$ 的两条切线, 切点分别为 A, B . 若 $\angle AOB = 120^\circ$ (O 是坐标原点), 则双曲线 C 的离心率为_____.

14. 在锐角 $\triangle ABC$ 中, $BC = 1, B = 2A$, 则 $\frac{AC}{\cos A}$ 的值等于_____, AC 的取值范围为_____.

15. 如图, 两块斜边长相等的直角三角板拼在一起. 若 $\overrightarrow{AD} = x\overrightarrow{AB} + y\overrightarrow{AC}$, 则 $x = \underline{\hspace{2cm}}, y = \underline{\hspace{2cm}}$.

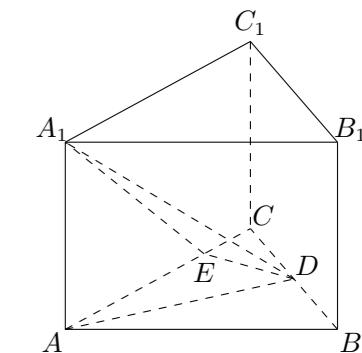


三、解答题

16. 已知向量 $\mathbf{a} = (\sin \theta, \cos \theta - 2 \sin \theta)$, $\mathbf{b} = (1, 2)$.

- (1) 若 $\mathbf{a} \parallel \mathbf{b}$, 求 $\tan \theta$ 的值;
 (2) 若 $|\mathbf{a}| = |\mathbf{b}|, 0 < \theta < \pi$, 求 θ 的值.

17. 为拉动经济增长, 某市决定新建一批重点工程, 分别为基础设施工程、民生工程和产业建设工程三类. 这三类工程所含项目的个数分别占总数的 $\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{6}$. 现在 3 名工人独立地从中任选一个项目参与建设. 求:
 (1) 他们选择的项目所属类别互不相同的概率;
 (2) 至少有 1 人选择的项目属于民生工程的概率.



19. 已知函数 $f(x) = x^3 + bx^2 + cx$ 的导函数的图象关于直线 $x = 2$ 对称.
- 求 b 的值;
 - 若 $f(x)$ 在 $x = t$ 处取得极小值, 记此极小值为 $g(t)$, 求 $g(t)$ 的定义域和值域.
20. 已知椭圆 C 的中心在原点, 焦点在 x 轴上, 以两个焦点和短轴的两个端点为顶点的四边形是一个面积为 8 的正方形 (记为 Q).
- 求椭圆 C 的方程;
 - 设点 P 是椭圆 C 的左准线与 x 轴的交点, 过点 P 的直线 l 与椭圆 C 相交于 M, N 两点. 当线段 MN 的中点落在正方形 Q 内 (包括边界) 时, 求直线 l 的斜率的取值范围.
21. 对于数列 $\{u_n\}$, 若存在常数 $M > 0$, 对任意的 $n \in \mathbb{N}^*$, 恒有 $|u_{n+1} - u_n| + |u_n - u_{n-1}| + \dots + |u_2 - u_1| \leq M$, 则称数列 $\{u_n\}$ 为 $B-$ 数列.
- 首项为 1, 公比为 $-\frac{1}{2}$ 的等比数列是否为 $B-$ 数列? 请说明理由;
 - 设 S_n 是数列 $\{x_n\}$ 的前 n 项和, 给出下列两组论断:
 A 组: ① 数列 $\{x_n\}$ 是 $B-$ 数列 ② 数列 $\{x_n\}$ 不是 $B-$ 数列
 B 组: ③ 数列 $\{S_n\}$ 是 $B-$ 数列 ④ 数列 $\{S_n\}$ 不是 $B-$ 数列
 请以其中一组中的一个论断为条件, 另一组中的一个论断为结论组成一个命题. 判断所给命题的真假, 并证明你的结论;
 - 若数列 $\{a_n\}$ 是 $B-$ 数列, 证明: 数列 $\{a_n^2\}$ 也是 $B-$ 数列.