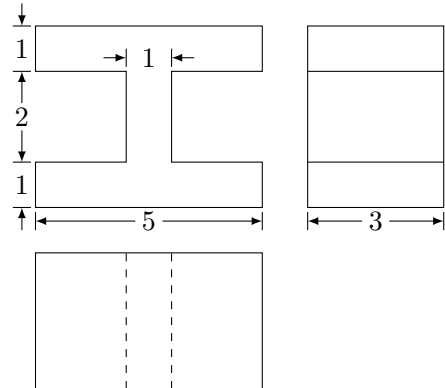


# 文科数学

## 一、填空题

- 函数  $y = 1 - 2\cos^2(2x)$  的最小正周期是\_\_\_\_\_.
- 若复数  $z = 1 + 2i$ , 其中  $i$  是虚数单位, 则  $\left(z + \frac{1}{z}\right) \cdot \bar{z} =$ \_\_\_\_\_.
- 设常数  $a \in \mathbf{R}$ , 函数  $f(x) = |x - 1| + |x^2 - a|$ , 若  $f(2) = 1$ , 则  $f(1) =$ \_\_\_\_\_.
- 若抛物线  $y^2 = 2px$  的焦点与椭圆  $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{5} = 1$  的右焦点重合, 则该抛物线的准线方程为\_\_\_\_\_.
- 某校高一、高二、高三分别有学生 1600 名、1200 名、800 名. 为了解该校高中学生的牙齿健康状况, 按各年级的学生数进行分层抽样. 若高三抽出 20 名学生, 则高一、高二共抽取的学生数为\_\_\_\_\_.
- 若实数  $x, y$  满足  $xy = 1$ , 则  $x^2 + 2y^2$  的最小值为\_\_\_\_\_.
- 在长方体中割去两个小长方体后的几何体的三视图如图, 则切割掉的两个小长方体的体积之和等于\_\_\_\_\_.

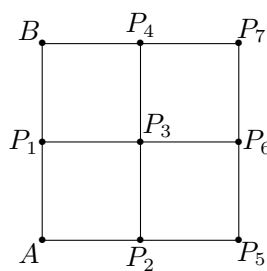


- 若圆锥的侧面积是底面积的 3 倍, 则其母线与轴所成角的大小为\_\_\_\_\_.  
(结果用反三角函数值表示)
- 设  $f(x) = \begin{cases} (x-a)^2, & x \leq 0 \\ x + \frac{1}{x} + a, & x > 0 \end{cases}$ , 若  $f(0)$  是  $f(x)$  的最小值, 则  $a$  的取值范围为\_\_\_\_\_.
- 设无穷等比数列  $\{a_n\}$  的公比为  $q$ , 若  $a_1 = \lim_{n \rightarrow \infty} (a_3 + a_4 + \cdots + a_n)$ , 则  $q =$ \_\_\_\_\_.
- 若  $f(x) = x^{\frac{2}{3}} - x^{-\frac{1}{2}}$ , 则满足  $f(x) < 0$  的  $x$  的取值范围是\_\_\_\_\_.
- 方程  $\sin x + \sqrt{3}\cos x = 1$  在区间  $[0, 2\pi]$  上的所有解的和等于\_\_\_\_\_.
- 为强化安全意识, 某商场拟在未来的连续 10 天中随机选择 3 天进行紧急疏散演练, 则选择的 3 天恰好为连续 3 天的概率是\_\_\_\_\_. (结果用最简分数表示)

- 已知曲线  $C: x = -\sqrt{4-y^2}$ , 直线  $l: x = 6$ . 若对于点  $A(m, 0)$ , 存在  $C$  上的点  $P$  和  $l$  上的  $Q$  使得  $\overrightarrow{AP} + \overrightarrow{AQ} = \vec{0}$ , 则  $m$  的取值范围为\_\_\_\_\_.

## 二、选择题

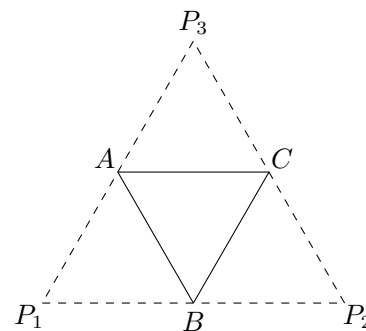
- 设  $a, b \in \mathbf{R}$ , 则“ $a + b > 4$ ”是“ $a > 2$  且  $b > 2$ ”的 ( )  
(A) 充分非必要条件 (B) 必要非充分条件  
(C) 充要条件 (D) 既不充分也不必要条件
- 已知互异的复数  $a, b$  满足  $ab \neq 0$ , 集合  $\{a, b\} = \{a^2, b^2\}$ , 则  $a + b =$  ( )  
(A) 2 (B) 1 (C) 0 (D) -1
- 如图, 四个边长为 1 的小正方形排成一个大正方形,  $AB$  是大正方形的一边,  $P_i (i = 1, 2, \cdots, 7)$  是小正方形的其余顶点, 则  $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AP_i} (i = 1, 2, \cdots, 7)$  的不同值的个数为 ( )



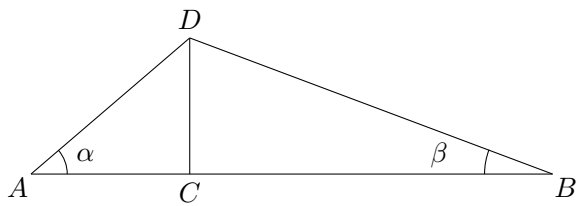
- (A) 7 (B) 5 (C) 3 (D) 1
- 已知  $P_1(a_1, b_1)$  与  $P_2(a_2, b_2)$  是直线  $y = kx + 1$  ( $k$  为常数) 上两个不同的点, 则关于  $x$  和  $y$  的方程组  $\begin{cases} a_1x + b_1y = 1 \\ a_2x + b_2y = 1 \end{cases}$  的解的情况是 ( )  
(A) 无论  $k, P_1, P_2$  如何, 总是无解 (B) 无论  $k, P_1, P_2$  如何, 总有唯一解  
(C) 存在  $k, P_1, P_2$ , 使之恰有两解 (D) 存在  $k, P_1, P_2$ , 使之有无穷多解

## 三、解答题

- 底面边长为 2 的正三棱锥  $P - ABC$ , 其表面展开图是三角形  $P_1P_2P_3$ , 如图, 求  $\triangle P_1P_2P_3$  的各边长及此三棱锥的体积  $V$ .



21. 如图, 某公司要在  $A$ 、 $B$  两地连线上的定点  $C$  处建造广告牌  $CD$ , 其中  $D$  为顶端,  $AC$  长 35 米,  $CB$  长 80 米. 设点  $A$ 、 $B$  在同一水平面上, 从  $A$  和  $B$  看  $D$  的仰角分别为  $\alpha$  和  $\beta$ .
- (1) 设计中  $CD$  是铅垂方向. 若要求  $\alpha \geq 2\beta$ , 问  $CD$  的长至多为多少 (结果精确到 0.01 米)?
- (2) 施工完成后,  $CD$  与铅垂方向有偏差. 现在实测得  $\alpha = 38.12^\circ$ ,  $\beta = 18.45^\circ$ , 求  $CD$  的长 (结果精确到 0.01 米).



22. 在平面直角坐标系  $xOy$  中, 对于直线  $l: ax + by + c = 0$  和点  $P_1(x_1, y_1)$ ,  $P_2(x_2, y_2)$ , 记  $\eta = (ax_1 + by_1 + c)(ax_2 + by_2 + c)$ . 若  $\eta < 0$ , 则称点  $P_1$ ,  $P_2$  被直线  $l$  分隔. 若曲线  $C$  与直线  $l$  没有公共点, 且曲线  $C$  上存在点  $P_1$ ,  $P_2$  被直线  $l$  分隔, 则称直线  $l$  为曲线  $C$  的一条分隔线.
- (1) 求证: 点  $A(1, 2)$ ,  $B(-1, 0)$  被直线  $x + y - 1 = 0$  分隔;
- (2) 若直线  $y = kx$  是曲线  $x^2 - 4y^2 = 1$  的分隔线, 求实数  $k$  的取值范围;
- (3) 动点  $M$  到点  $Q(0, 2)$  的距离与到  $y$  轴的距离之积为 1, 设点  $M$  的轨迹为  $E$ . 求  $E$  的方程, 并证明  $y$  轴为曲线  $E$  的分隔线.

23. 已知数列  $\{a_n\}$  满足  $\frac{1}{3}a_n \leq a_{n+1} \leq 3a_n$ ,  $n \in \mathbf{N}^*$ ,  $a_1 = 1$ .
- (1) 若  $a_2 = 2$ ,  $a_3 = x$ ,  $a_4 = 9$ , 求  $x$  的取值范围;
- (2) 若  $\{a_n\}$  是等比数列, 且  $a_m = \frac{1}{1000}$ , 求正整数  $m$  的最小值, 以及  $m$  取最小值时相应  $\{a_n\}$  的公比;
- (3) 若  $a_1, a_2, \dots, a_{100}$  成等差数列, 求  $a_1, a_2, \dots, a_{100}$  的公差的取值范围.