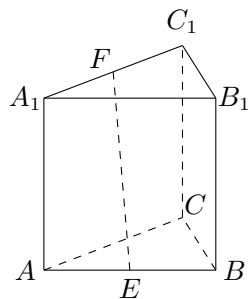


# 文科数学

## 一、选择题

1. 设集合  $A = \{x | -1 \leq x \leq 2\}$ ,  $B = \{x | 0 \leq x \leq 4\}$ , 则  $A \cap B =$  ( )  
(A)  $[0, 2]$  (B)  $[1, 2]$  (C)  $[0, 4]$  (D)  $[1, 4]$
2. 在二项式  $(x+1)^6$  的展开式中, 含  $x^3$  的项的系数是 ( )  
(A) 15 (B) 20 (C) 30 (D) 40
3. 抛物线  $y^2 = 8x$  的准线方程是 ( )  
(A)  $x = -2$  (B)  $x = -4$  (C)  $y = -2$  (D)  $y = -4$
4. 已知  $\log_{\frac{1}{2}} m < \log_{\frac{1}{2}} n < 0$ , 则 ( )  
(A)  $n < m < 1$  (B)  $m < n < 1$  (C)  $1 < m < n$  (D)  $1 < n < m$
5. 设向量  $\mathbf{a}, \mathbf{b}, \mathbf{c}$  满足  $\mathbf{a} + \mathbf{b} + \mathbf{c} = \mathbf{0}$ ,  $\mathbf{a} \perp \mathbf{b}$ ,  $|\mathbf{a}| = 1, |\mathbf{b}| = 2$ , 则  $|\mathbf{c}|^2 =$  ( )  
(A) 1 (B) 2 (C) 4 (D) 5
6. 函数  $f(x) = x^3 - 3x^2 + 2$  在区间  $[-1, 1]$  上的最大值是 ( )  
(A)  $-2$  (B) 0 (C) 2 (D) 4
7. “ $a > 0, b > 0$ ”是“ $ab > 0$ ”的 ( )  
(A) 充分而不必要条件 (B) 必要而不充分条件  
(C) 充分必要条件 (D) 既不充分也不必要条件
8. 如图, 正三棱柱  $ABC - A_1B_1C_1$  的各棱长都 2,  $E, F$  分别是  $AB, A_1C_1$  的中点, 则  $EF$  的长是 ( )



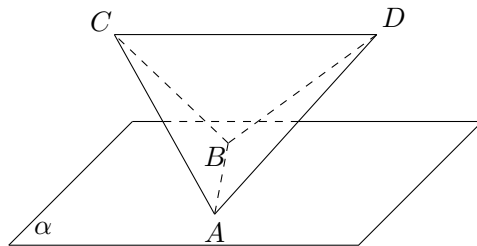
- (A) 2 (B)  $\sqrt{3}$  (C)  $\sqrt{5}$  (D)  $\sqrt{7}$

9. 在平面直角坐标系中, 不等式组  $\begin{cases} x + y - 2 \geq 0 \\ x - y + 2 \geq 0 \\ x \leq 2 \end{cases}$ , 表示的平面区域的面积是 ( )  
(A)  $4\sqrt{2}$  (B) 4 (C)  $2\sqrt{2}$  (D) 2

10. 对  $a, b \in \mathbf{R}$ , 记  $\max\{a, b\} = \begin{cases} a, & a \geq b \\ b, & a < b \end{cases}$ , 函数  $f(x) = \max\{|x+1|, |x-2|\}$  ( $x \in \mathbf{R}$ ) 的最小值是 ( )  
(A) 0 (B)  $\frac{1}{2}$  (C)  $\frac{3}{2}$  (D) 3

## 二、填空题

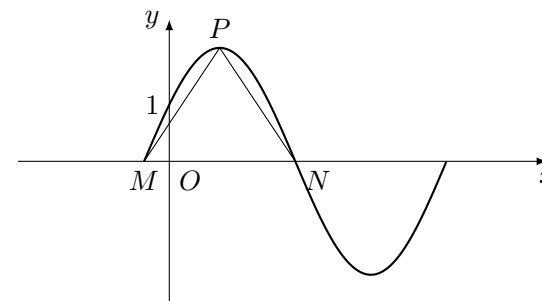
11. 不等式  $\frac{x+1}{x-2} > 0$  的解集是\_\_\_\_\_.
12. 函数  $y = 2 \sin x \cos x - 1$ ,  $x \in \mathbf{R}$  的值域是\_\_\_\_\_.
13. 双曲线  $\frac{x^2}{m} - y^2 = 1$  上的点到左焦点的距离与到左准线的距离的比是 3, 则  $m$  等于\_\_\_\_\_.
14. 如图, 正四面体  $ABCD$  的棱长为 1, 平面  $\alpha$  过棱  $AB$ , 且  $CD \parallel \alpha$ , 则正四面体上的所有点在平面  $\alpha$  内的射影构成的图形面积是\_\_\_\_\_.



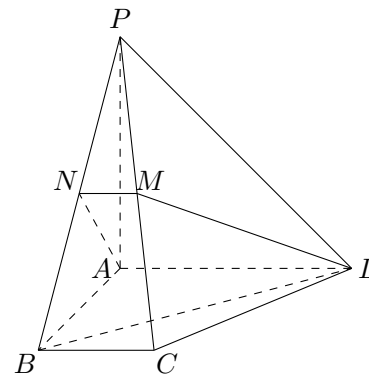
## 三、解答题

15. 若  $S_n$  是公差不为 0 的等差数列  $\{a_n\}$  的前  $n$  项和, 且  $S_1, S_2, S_4$  成等比数列.  
(1) 求数列  $S_1, S_2, S_4$  的公比;  
(2) 若  $S_2 = 4$ , 求  $\{a_n\}$  的通项公式.

16. 如图, 函数  $y = 2 \sin(\pi x + \varphi)$ ,  $x \in \mathbf{R}$ , (其中  $0 \leq \varphi \leq \frac{\pi}{2}$ ) 的图象与  $y$  轴交于点  $(0, 1)$ .  
(1) 求  $\varphi$  的值;  
(2) 设  $P$  是图象上的最高点,  $M, N$  是图象与  $x$  轴的交点, 求  $\overrightarrow{PM}$  与  $\overrightarrow{PN}$  的夹角.



17. 如图, 在四棱锥  $P - ABCD$  中, 底面为直角梯形,  $AD \parallel BC$ ,  $\angle BAD = 90^\circ$ ,  $PA \perp$  底面  $ABCD$ , 且  $PA = AD = AB = 2BC$ ,  $M, N$  分别为  $PC, PB$  的中点.  
(1) 求证:  $PB \perp DM$ ;  
(2) 求  $BD$  与平面  $ADMN$  所成的角.

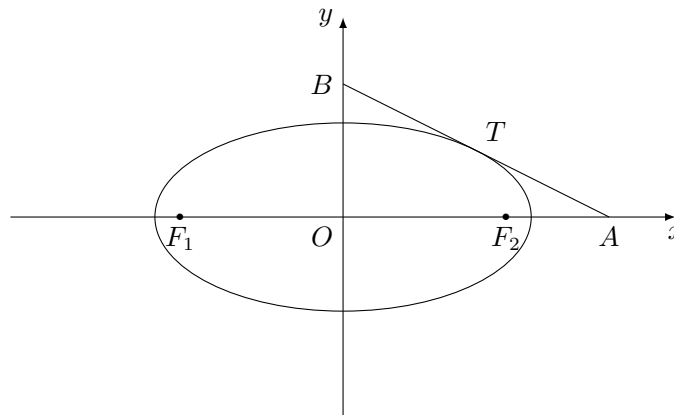


18. 甲, 乙两袋装有大小相同的红球和白球, 甲袋装有 2 个红球, 2 个白球, 乙袋装有 2 个红球,  $n$  个白球. 现从甲, 乙两袋中各任取 2 个球.

- (1) 若  $n = 3$ , 求取到的 4 个球全是红球的概率;
- (2) 若取到的 4 个球中至少有 2 个红球的概率为  $\frac{3}{4}$ , 求  $n$ .

19. 如图, 椭圆  $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$  ( $a > b > 0$ ) 与过点  $A(2, 0)$ ,  $B(0, 1)$  的直线有且只有一个公共点  $T$ , 且椭圆的离心率  $e = \frac{\sqrt{3}}{2}$ .

- (1) 求椭圆方程;
- (2) 设  $F_1, F_2$  分别为椭圆的左、右焦点, 求证:  $|AT|^2 = \frac{1}{2}|AF_1| \cdot |AF_2|$ .



20. 设  $f(x) = 3ax^2 + 2bx + c$ , 若  $a + b + c = 0$ ,  $f(0)f(1) > 0$ , 求证:

- (1) 方程  $f(x) = 0$  有实根;
- (2)  $-2 < \frac{b}{a} < -1$ ;
- (3) 设  $x_1, x_2$  是方程  $f(x) = 0$  的两个实根, 则  $\frac{\sqrt{3}}{3} \leq |x_1 - x_2| < \frac{2}{3}$ .