

2007 年普通高等学校招生考试 (福建卷)

# 文科数学

一、选择题

1. 已知全集  $U = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ , 且  $A = \{2, 3, 4\}$ ,  $B = \{1, 2\}$ , 则  $A \cap (\complement_U B)$  等于 ( )

- (A) {2} (B) {5} (C) {3, 4} (D) {2, 3, 4, 5}

2. 等比数列  $\{a_n\}$  中,  $a_4 = 4$ , 则  $a_2 \cdot a_6$  等于 ( )

- (A) 4 (B) 8 (C) 16 (D) 32

3.  $\sin 15^\circ \cos 75^\circ + \cos 15^\circ \sin 105^\circ$  等于 ( )

- (A) 0 (B)  $\frac{1}{2}$  (C)  $\frac{\sqrt{3}}{2}$  (D) 1

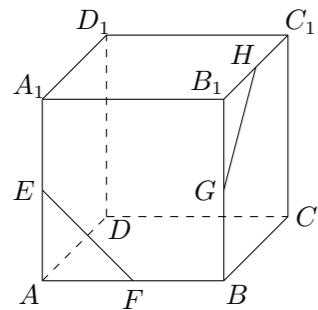
4. “ $|x| < 2$ ”是“ $x^2 - x - 6 < 0$ ”的 ( )

- (A) 充分而不必要条件 (B) 必要而不充分条件  
(C) 充要条件 (D) 既不充分也不必要条件

5. 函数  $f(x) = \sin\left(2x + \frac{\pi}{3}\right)$  的图象 ( )

- (A) 关于点  $\left(\frac{\pi}{3}, 0\right)$  对称 (B) 关于直线  $x = \frac{\pi}{4}$  对称  
(C) 关于点  $\left(\frac{\pi}{4}, 0\right)$  对称 (D) 关于直线  $x = \frac{\pi}{3}$  对称

6. 如图, 在正方体  $ABCD - A_1B_1C_1D_1$  中,  $E$ 、 $F$ 、 $G$ 、 $H$  分别为  $AA_1$ 、 $AB$ 、 $BB_1$ 、 $B_1C_1$  的中点, 则异面直线  $EF$  与  $GH$  所成的角等于 ( )



- (A)  $45^\circ$  (B)  $60^\circ$  (C)  $90^\circ$  (D)  $120^\circ$

7. 已知  $f(x)$  为  $\mathbf{R}$  上的减函数, 则满足  $f\left(\frac{1}{x}\right) > f(1)$  的实数  $x$  的取值范围是 ( )

- (A)  $(-\infty, 1)$  (B)  $(1, +\infty)$   
(C)  $(-\infty, 0) \cup (0, 1)$  (D)  $(-\infty, 0) \cup (1, +\infty)$

8. 对于向量  $\mathbf{a}$ 、 $\mathbf{b}$ 、 $\mathbf{c}$  和实数  $\lambda$ , 下列命题中真命题的是 ( )

- (A) 若  $\mathbf{a} \cdot \mathbf{b} = 0$ , 则  $\mathbf{a} = \mathbf{0}$  或  $\mathbf{b} = \mathbf{0}$  (B) 若  $\lambda\mathbf{a} = \mathbf{0}$ , 则  $\lambda = 0$  或  $\mathbf{a} = \mathbf{0}$   
(C) 若  $\mathbf{a}^2 = \mathbf{b}^2$ , 则  $\mathbf{a} = \mathbf{b}$  或  $\mathbf{a} = -\mathbf{b}$  (D) 若  $\mathbf{a} \cdot \mathbf{b} = \mathbf{a} \cdot \mathbf{c}$ , 则  $\mathbf{b} = \mathbf{c}$

9. 已知  $m$ 、 $n$  为两条不同的直线,  $\alpha$ 、 $\beta$  为两个不同的平面, 则下列命题中正确的是 ( )

- (A)  $m \subset \alpha$ ,  $n \subset \alpha$ ,  $m // \beta$ ,  $n // \beta \Rightarrow \alpha // \beta$   
(B)  $\alpha // \beta$ ,  $m \subset \alpha$ ,  $n \subset \beta \Rightarrow m // n$   
(C)  $m \perp \alpha$ ,  $m \perp n \Rightarrow n // \alpha$   
(D)  $n // m$ ,  $n \subset \alpha \Rightarrow m \perp \alpha$

10. 以双曲线  $x^2 - y^2 = 2$  的右焦点为圆心, 且与其右准线相切的圆的方程是 ( )

- (A)  $x^2 + y^2 - 4x - 3 = 0$  (B)  $x^2 + y^2 - 4x + 3 = 0$   
(C)  $x^2 + y^2 + 4x - 5 = 0$  (D)  $x^2 + y^2 + 4x + 5 = 0$

11. 已知对任意实数  $x$ , 有  $f(-x) = -f(x)$ ,  $g(-x) = g(x)$ , 且  $x > 0$  时,  $f'(x) > 0$ ,  $g'(x) > 0$ , 则  $x < 0$  时, ( )

- (A)  $f'(x) > 0$ ,  $g'(x) > 0$  (B)  $f'(x) > 0$ ,  $g'(x) < 0$   
(C)  $f'(x) < 0$ ,  $g'(x) > 0$  (D)  $f'(x) < 0$ ,  $g'(x) < 0$

12. 某通讯公司推出一组手机号码, 卡号的前七位数字固定, 从“ $\times \times \times \times \times \times \times$  0000”到“ $\times \times \times \times \times \times \times 9999$ ”共 10000 个号码. 公司规定: 凡卡号的后四位带有数字“4”或“7”的一律作为“优惠卡”, 则这组号码中“优惠卡”的个数为 ( )

- (A) 2000 (B) 4096 (C) 5904 (D) 8320

二、填空题

13.  $\left(x^2 + \frac{1}{x}\right)^6$  的展开式中常数项是\_\_\_\_\_. (用数字作答)

14. 已知实数  $x$ 、 $y$  满足  $\begin{cases} x+y \geq 2 \\ x-y \leq 2 \\ 0 \leq y \leq 3 \end{cases}$ , 则  $z = 2x-y$  的取值范围是\_\_\_\_\_.

15. 已知长方形  $ABCD$ ,  $AB = 4$ ,  $BC = 3$ , 则以  $A$ 、 $B$  为焦点, 且过  $C$ 、 $D$  两点的椭圆的离心率为\_\_\_\_\_.

16. 中学数学中存在许多关系, 比如“相等关系”、“平行关系”等等. 如果集合  $A$  中元素之间的一个关系“ $\sim$ ”满足以下三个条件:

- ① 自反性: 对于任意  $a \in A$ , 都有  $a \sim a$ ;  
② 对称性: 对于  $a, b \in A$ , 若  $a \sim b$ , 则有  $b \sim a$ ;  
③ 传递性: 对于  $a, b, c \in A$ , 若  $a \sim b$ ,  $b \sim c$ , 则有  $a \sim c$ .

则称“ $\sim$ ”是集合  $A$  的一个等价关系. 例如: “数的相等”是等价关系, 而“直线的平行”不是等价关系(自反性不成立). 请你再列出两个等价关系: \_\_\_\_\_.

三、解答题

17. 在  $\triangle ABC$  中,  $\tan A = \frac{1}{4}$ ,  $\tan B = \frac{3}{5}$ .

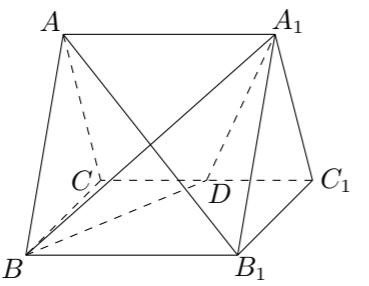
- (1) 求角  $C$  的大小;  
(2) 若  $AB$  边的长为  $\sqrt{17}$ , 求  $BC$  边的长.

18. 甲、乙两名跳高运动员一次试跳 2 米高度成功的概率分别为 0.7、0.6, 且每次试跳成功与否相互之间没有影响, 求:

- (1) 甲试跳三次, 第三次才成功的概率;  
(2) 甲、乙两人在第一次试跳中至少有一人成功的概率;  
(3) 甲、乙各试跳两次, 甲比乙的成功次数恰好多一次的概率.

19. 如图, 正三棱柱  $ABC - A_1B_1C_1$  的所有棱长都为 2,  $D$  为  $CC_1$  中点.

- (1) 求证:  $AB_1 \perp$  平面  $A_1BD$ ;
- (2) 求二面角  $A - AD_1 - B$  的大小.



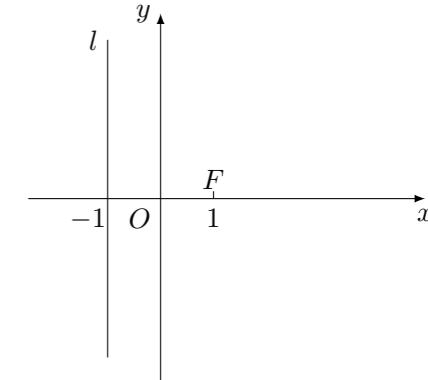
21. 数列  $\{a_n\}$  的前  $n$  项和为  $S_n$ ,  $a_1 = 1$ ,  $a_{n+1} = 2S_n$  ( $n \in \mathbb{N}^*$ ).

- (1) 求数列  $\{a_n\}$  的通项  $a_n$ ;
- (2) 求数列  $\{na_n\}$  的前  $n$  项和  $T_n$ .

22. 如图, 已知点  $F(1, 0)$ , 直线  $l$ :  $x = -1$ ,  $P$  为平面上的动点, 过  $P$  作直线  $l$

的垂线, 垂足为点  $Q$ , 且  $\overrightarrow{QP} \cdot \overrightarrow{QF} = \overrightarrow{FP} \cdot \overrightarrow{FQ}$ .

- (1) 求动点  $P$  的轨迹  $C$  的方程;
- (2) 过点  $F$  的直线交轨迹  $C$  于  $A$ 、 $B$  两点, 交直线  $l$  于点  $M$ .
  - ① 已知  $\overrightarrow{MA} = \lambda_1 \overrightarrow{AF}$ ,  $\overrightarrow{MB} = \lambda_2 \overrightarrow{BF}$ , 求  $\lambda_1 + \lambda_2$  的值;
  - ② 求  $|\overrightarrow{MA}| \cdot |\overrightarrow{MB}|$  的最小值.



20. 设函数  $f(x) = tx^2 + 2t^2x + t - 1$  ( $x \in \mathbb{R}$ ,  $t > 0$ ).

- (1) 求  $f(x)$  的最小值  $h(t)$ ;
- (2) 若  $h(t) < -2t + m$  对  $t \in (0, 2)$  恒成立, 求实数  $m$  的取值范围.