2008 年普通高等学校招生考试（四川卷）

理科数学

一、选择题

1. 设集合 $U = \{1,2,3,4,5\}$, $A = \{1,2,3\}$, $B = \{2,3,4\}$, 则 $\complement_U(A \cap B) =$ （ ）

(A) $\{2,3\}$　(B) $\{1,4,5\}$　(C) $\{4,5\}$　(D) $\{1,5\}$

2. 复数 $2\mathrm{i}(1+\mathrm{i})^2 =$ （ ）

(A) -4　(B) 4　(C) $-4\mathrm{i}$　(D) $4\mathrm{i}$

3. $(\tan x + \cot x)\cos^2 x =$ （ ）

(A) $\tan x$　(B) $\sin x$　(C) $\cos x$　(D) $\cot x$

4. 直线 $y = 3x$ 绕原点逆时针旋转 90^0, 再向右平移 1 个单位, 所得到的直线为 （ ）

(A) $y = -\frac{1}{3}x + \frac{1}{3}$ (B) $y = -\frac{1}{3}x + 1$ (C) $y = 3x - 3$ (D) $y = \frac{1}{3}x + 1$

5. 若 $0 \leqslant \alpha \leqslant 2\pi$, $\sin\alpha > \sqrt{3}\cos\alpha$, 则 α 的取值范围是 （ ）

(A) $\left(\frac{\pi}{3}, \frac{\pi}{2}\right)$　(B) $\left(\frac{\pi}{3}, \pi\right)$　(C) $\left(\frac{\pi}{3}, \frac{4\pi}{3}\right)$　(D) $\left(\frac{\pi}{3}, \frac{3\pi}{2}\right)$

6. 从甲、乙等 10 个同学中挑选 4 名参加某项公益活动, 要求甲、乙中至少有 1 人参加, 则不同的挑选方法共有 （ ）

(A) 70 种　(B) 112 种　(C) 140 种　(D) 168 种

7. 已知等比数列 $\{a_n\}$ 中 $a_2 = 1$, 则其前 3 项的和 S_3 的取值范围是 （ ）

(A) $(-\infty, -1]$　(B) $(-\infty, 0) \cup (1, +\infty)$

(C) $[3, +\infty)$　(D) $(-\infty, -1] \cup [3, +\infty)$

8. 设 M, N 是球心 O 的半径 OP 上的两点, 且 $NP = MN = OM$, 分别过 N, M, O 作垂直于 OP 的平面, 截球面得三个圆, 则这三个圆的面积之比为 （ ）

(A) $3:5:6$　(B) $3:6:8$　(C) $5:7:9$　(D) $5:8:9$

9. 设直线 $l \subset$ 平面 α, 过平面 α 外一点 A 与 l, α 都成 30° 角的直线有且只有 （ ）

(A) 1 条　(B) 2 条　(C) 3 条　(D) 4 条

10. 设 $f(x) = \sin(\omega x + \varphi)$, 其中 $\omega > 0$, 则 $f(x)$ 是偶函数的充要条件是（ ）

(A) $f(0) = 1$　(B) $f(0) = 0$　(C) $f'(0) = 1$　(D) $f'(0) = 0$

11. 设定义在 $\mathbf{R}$ 上的函数 $f(x)$ 满足 $f(x) \cdot f(x+2) = 13$, 若 $f(1) = 2$, 则 $f(99) =$ （ ）

(A) 13　(B) 2　(C) $\frac{13}{2}$　(D) $\frac{2}{13}$

12. 已知抛物线 C: $y^2 = 8x$ 的焦点为 F, 准线与 x 轴的交点为 K, 点 A 在 C 上且 $|AK| = \sqrt{2}|AF|$, 则 $\triangle AFK$ 的面积为 （ ）

(A) 4　(B) 8　(C) 16　(D) 32

二、填空题

13. $(1+2x)^3(1-x)^4$ 展开式中 x^2 的系数为______.

14. 已知直线 l: $x - y + 4 = 0$ 与圆 C: $(x-1)^2 + (y-1)^2 = 2$, 则 C 上各点到 l 的距离的最小值为______.

15. 已知正四棱柱的对角线的长为 $\sqrt{6}$, 且对角线与底面所成角的余弦值为 $\frac{\sqrt{3}}{3}$, 则该正四棱柱的体积等于______.

16. 设等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n, 若 $S_4 \geqslant 10$, $S_5 \leqslant 15$, 则 a_4 的最大值为______.

三、解答题

17. 求函数 $y = 7 - 4\sin x\cos x + 4\cos^2 x - 4\cos^4 x$ 的最大值与最小值.

18. 设进入某商场的每一位顾客购买甲种商品的概率为 0.5, 购买乙种商品的概率为 0.6, 且购买甲种商品与购买乙种商品相互独立, 各顾客之间购买商品也是相互独立的.

(1) 求进入商场的 1 位顾客购买甲、乙两种商品中的一种的概率;

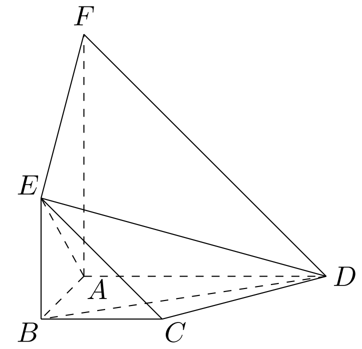
(2) 求进入商场的 1 位顾客至少购买甲、乙两种商品中的一种的概率;

(3) 记 ξ 表示进入商场的 3 位顾客中至少购买甲、乙两种商品中的一种的人数, 求 ξ 的分布列及期望.

19. 如图, 平面 $ABEF \perp$ 平面 $ABCD$, 四边形 $ABEF$ 与 $ABCD$ 都是直角梯形, $\angle BAD = \angle FAB = 90^\circ$, $BC \mathrel{\underline{\parallel}} \frac{1}{2}AD$, $BE \mathrel{\underline{\parallel}} \frac{1}{2}AF$.

(1) 证明: C, D, F, E 四点共面;

(2) 设 $AB = BC = BE$, 求二面角 $A - ED - B$ 的大小.



20. 设数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n, 已知 $ba_n - 2^n = (b-1)\,S_n$.

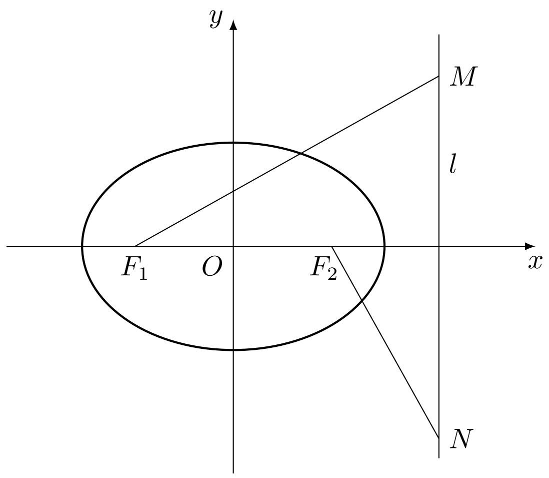
(1) 证明: 当 $b=2$ 时, $\{a_n - n\cdot 2^{n-1}\}$ 是等比数列;

(2) 求 $\{a_n\}$ 的通项公式.

21. 设椭圆 $\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1\ (a>b>0)$ 的左、右焦点分别为 F_1, F_2, 离心率 $e=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$, 右准线为 l, M, N 是 l 上的两个动点, $\overrightarrow{F_1M}\cdot\overrightarrow{F_2N}=0$.

(1) 若 $\left|\overrightarrow{F_1M}\right|=\left|\overrightarrow{F_2N}\right|=2\sqrt{5}$, 求 a, b 的值;

(2) 证明: 当 $|MN|$ 取最小值时, $\overrightarrow{F_1M}+\overrightarrow{F_2N}$ 与 $\overrightarrow{F_1F_2}$ 共线.



22. 已知 $x=3$ 是函数 $f(x)=a\ln(1+x)+x^2-10x$ 的一个极值点.

(1) 求 a;

(2) 求函数 $f(x)$ 的单调区间;

(3) 若直线 $y=b$ 与函数 $y=f(x)$ 的图象有 3 个交点, 求 b 的取值范围.