

文科数学

一、选择题

- 函数 $f(x) = |\sin x + \cos x|$ 的最小正周期是 ()
(A) $\frac{\pi}{4}$ (B) $\frac{\pi}{2}$ (C) π (D) 2π
- 正方体 $ABCD - A_1B_1C_1D_1$ 中, P 、 Q 、 R 分别是 AB 、 AD 、 B_1C_1 的中点. 那么, 正方体的过 P 、 Q 、 R 的截面图形是 ()
(A) 三角形 (B) 四边形 (C) 五边形 (D) 六边形
- 函数 $y = x^2 - 1$ ($x \leq 0$) 的反函数是 ()
(A) $y = \sqrt{x+1}$ ($x \geq -1$) (B) $y = -\sqrt{x+1}$ ($x \geq -1$)
(C) $y = \sqrt{x+1}$ ($x \geq 0$) (D) $y = -\sqrt{x+1}$ ($x \geq 0$)
- 已知函数 $y = \tan \omega x$ 在 $\left(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right)$ 内是减函数, 则 ()
(A) $0 < \omega \leq 1$ (B) $-1 \leq \omega < 0$ (C) $\omega \geq 1$ (D) $\omega \leq -1$
- 抛物线 $x^2 = 4y$ 上一点 A 的纵坐标为 4, 则点 A 与抛物线焦点的距离为 ()
(A) 2 (B) 3 (C) 4 (D) 5
- 双曲线 $\frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{9} = 1$ 的渐近线方程是 ()
(A) $y = \pm \frac{2}{3}x$ (B) $y = \pm \frac{4}{9}x$ (C) $y = \pm \frac{3}{2}x$ (D) $\sqrt{3}$
- 如果数列 $\{a_n\}$ 是等差数列, 则 ()
(A) $a_1 + a_8 < a_4 + a_5$ (B) $a_1 + a_8 = a_4 + a_5$
(C) $a_1 + a_8 > a_4 + a_5$ (D) $a_1 a_8 = a_4 a_5$
- $(x - \sqrt{2}y)^{10}$ 的展开式中 $x^6 y^4$ 项的系数是 ()
(A) 840 (B) -840 (C) 210 (D) -210
- 已知点 $A(\sqrt{3}, 1)$, $B(0, 0)$, $C(\sqrt{3}, 0)$. 设 $\angle BAC$ 的平分线 AE 与 BC 相交于 E , 那么有 $\overrightarrow{BC} = \lambda \overrightarrow{CE}$, 其中 λ 等于 ()
(A) 2 (B) $\frac{1}{2}$ (C) -3 (D) $-\frac{1}{3}$
- 已知集合 $M = \{x | x^2 - 3x - 28 \leq 0\}$, $N = \{x | x^2 - x - 6 > 0\}$, 则 $M \cap N$ 为 ()
(A) $\{x | -4 \leq x < -2 \text{ 或 } 3 < x \leq 7\}$
(B) $\{x | -4 < x \leq -2 \text{ 或 } 3 \leq x < 7\}$
(C) $\{x | x \leq -2 \text{ 或 } x > 3\}$
(D) $\{x | x < -2 \text{ 或 } x \geq 3\}$
- 点 P 在平面上作匀速直线运动, 速度向量 $\boldsymbol{v} = (4, -3)$ (即点 P 的运动方向与 \boldsymbol{v} 相同, 且每秒移动的距离为 $|\boldsymbol{v}|$ 个单位). 设开始时点 P 的坐标为 $(-10, 10)$, 则 5 秒后点 P 的坐标为 ()
(A) $(-2, 4)$ (B) $(-30, 25)$ (C) $(10, -5)$ (D) $(5, -10)$

- $\triangle ABC$ 的顶点 B 在平面 α 内, A 、 C 在 α 的同一侧, AB 、 BC 与 α 所成的角分别是 30° 和 45° . 若 $AB = 3$, $BC = 4\sqrt{2}$, $AC = 5$, 则 AC 与 α 所成的角为 ()
(A) 60° (B) 45° (C) 30° (D) 15°

二、填空题

- 在 $\frac{8}{3}$ 和 $\frac{27}{2}$ 之间插入三个数, 使这五个数成等比数列, 则插入的三个数的乘积为_____.
- 圆心为 $(1, 2)$ 且与直线 $5x - 12y - 7 = 0$ 相切的圆的方程为_____.
- 在由数字 0, 1, 2, 3, 4, 5 所组成的没有重复数字的四位数中, 不能被 5 整除的数共有_____个.
- 下面是关于三棱锥的四个命题:
① 底面是等边三角形, 侧面与底面所成的二面角都相等的三棱锥是正三棱锥;
② 底面是等边三角形, 侧面都是等腰三角形的三棱锥是正三棱锥;
③ 底面是等边三角形, 侧面的面积都相等的三棱锥是正三棱锥;
④ 侧棱与底面所成的角都相等, 且侧面与底面所成的二面角都相等的三棱锥是正三棱锥.
其中, 真命题的编号是_____. (写出所有真命题的编号)

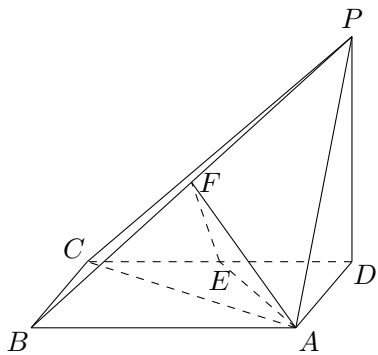
三、解答题

- 已知 α 为第二象限的角, $\sin \alpha = \frac{3}{5}$, β 为第一象限的角, $\cos \beta = \frac{5}{13}$, 求 $\tan(2\alpha - \beta)$ 的值.

- 甲、乙两队进行一场排球比赛, 根据以往经验, 单局比赛甲队胜乙队的概率为 0.6, 本场比赛采用五局三胜制, 即先胜三局的队获胜, 比赛结束, 设各局比赛相互间没有影响, 求:
(1) 前三局比赛甲队领先的概率;
(2) 本场比赛乙队以 3 : 2 取胜的概率. (精确到 0.001)

- 已知 $\{a_n\}$ 是各项均为正数的等差数列, $\lg a_1$ 、 $\lg a_2$ 、 $\lg a_4$ 成等差数列. 又 $b_n = \frac{1}{a_{2^n}}$, $n = 1, 2, 3, \dots$.
(1) 证明 $\{b_n\}$ 为等比数列;
(2) 如果数列 $\{b_n\}$ 前 3 项的和等于 $\frac{7}{24}$, 求数列 $\{a_n\}$ 的首项 a_1 和公差 d .

20. 如图, 四棱锥 $P-ABCD$ 中, 底面 $ABCD$ 为矩形, $PD \perp$ 底面 $ABCD$, $AD = PD$, E 、 F 分别为 CD 、 PB 的中点.
- (1) 求证: $EF \perp$ 平面 PAB ;
- (2) 设 $AB = \sqrt{2}BC$, 求 AC 与平面 AEF 所成的角的大小.



21. 设 a 为实数, 函数 $f(x) = x^3 - x^2 - x + a$.
- (1) 求 $f(x)$ 的极值;
- (2) 当 a 在什么范围内取值时, 曲线 $y = f(x)$ 与 x 轴仅有一个交点.

22. P 、 Q 、 M 、 N 四点都在椭圆 $x^2 + \frac{y^2}{2} = 1$ 上, F 为椭圆在 y 轴正半轴上的焦点. 已知 \overrightarrow{PF} 与 \overrightarrow{FQ} 共线, \overrightarrow{MF} 与 \overrightarrow{FN} 共线, 且 $\overrightarrow{PF} \cdot \overrightarrow{MF} = 0$. 求四边形 $PMQN$ 的面积的最小值和最大值.