2012 年普通高等学校招生考试（全国卷）

文科数学

一、选择题

1. 已知集合 $A=\{x\mid x^2-x-2<0\}$, $B=\{x\mid -1<x<1\}$, 则 ( )

(A) $A\subsetneqq B$ (B) $B\subsetneqq A$ (C) $A=B$ (D) $A\cap B=\varnothing$

2. 复数 $z=\dfrac{-3+\mathrm{i}}{2+\mathrm{i}}$ 的共轭复数是 ( )

(A) $2+\mathrm{i}$ (B) $2-\mathrm{i}$ (C) $-1+\mathrm{i}$ (D) $-1-\mathrm{i}$

3. 在一组样本数据 (x_1,y_1), (x_2,y_2), $\cdots$, (x_n,y_n) ($n\geqslant 2$, x_1, x_2, $\cdots$, x_n 不全相等) 的散点图中, 若所有样本点 (x_i,y_i) ($i=1$, 2, $\cdots$, n) 都在直线 $y=\dfrac{1}{2}x+1$ 上, 则这组样本数据的样本相关系数为 ( )

(A) -1 (B) 0 (C) $\dfrac{1}{2}$ (D) 1

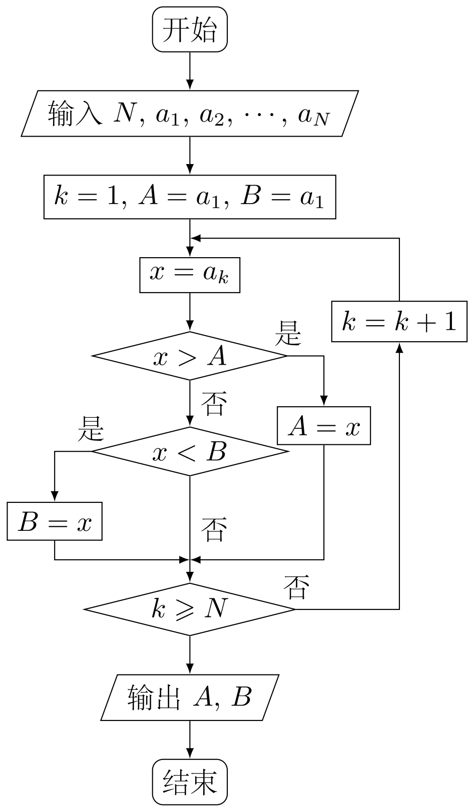
4. 设 F_1, F_2 是椭圆 $E:\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1$ $(a>b>0)$ 的左、右焦点, P 为直线 $x=\dfrac{3a}{2}$ 上一点, $\triangle F_2PF_1$ 是底角为 30° 的等腰三角形, 则 E 的离心率为 ( )

(A) $\dfrac{1}{2}$ (B) $\dfrac{2}{3}$ (C) $\dfrac{3}{4}$ (D) $\dfrac{4}{5}$

5. 已知正三角形 ABC 的顶点 $A(1,1)$, $B(1,3)$, 顶点 C 在第一象限, 若点 (x,y) 在 $\triangle ABC$ 内部, 则 $z=-x+y$ 的取值范围是 ( )

(A) $\left(1-\sqrt{3},2\right)$ (B) $(0,2)$ (C) $\left(\sqrt{3}-1,2\right)$ (D) $\left(0,1+\sqrt{3}\right)$

6. 如果执行下面的程序框图, 输入正整数 N $(N\geqslant 2)$ 和实数 a_1, a_2, $\cdots$, a_N, 输出 A, B, 则 ( )



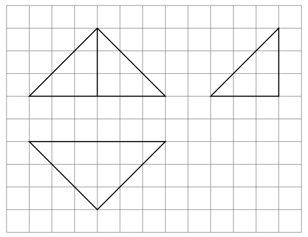
(A) $A+B$ 为 a_1, a_2, $\cdots$, a_N 的和

(B) $\dfrac{A+B}{2}$ 为 a_1, a_2, $\cdots$, a_N 的算术平均数

(C) A 和 B 分别是 a_1, a_2, $\cdots$, a_N 中最大的数和最小的数

(D) A 和 B 分别是 a_1, a_2, $\cdots$, a_N 中最小的数和最大的数

7. 如图, 网格上小正方形的边长为 1, 粗线画出的是某几何体的三视图, 则此几何体的体积为 ( )



(A) 6 (B) 9 (C) 12 (D) 18

8. 平面 α 截球 O 的球面所得圆的半径为 1, 球心 O 到平面 α 的距离为 $\sqrt{2}$, 则此球的体积为 ( )

(A) $\sqrt{6}\pi$ (B) $4\sqrt{3}\pi$ (C) $4\sqrt{6}\pi$ (D) $6\sqrt{3}\pi$

9. 已知 $\omega>0$, $0<\varphi<\pi$, 直线 $x=\dfrac{\pi}{4}$ 和 $x=\dfrac{5\pi}{4}$ 是函数 $f(x)=\sin(\omega x+\varphi)$ 图象的两条相邻的对称轴, 则 $\varphi=$ ( )

(A) $\dfrac{\pi}{4}$ (B) $\dfrac{\pi}{3}$ (C) $\dfrac{\pi}{2}$ (D) $\dfrac{3\pi}{4}$

10. 等轴双曲线 C 的中心在原点, 焦点在 x 轴上, C 与抛物线 $y^2=16x$ 的准线交于 A, B 两点, $|AB|=4\sqrt{3}$, 则 C 的实轴长为 ( )

(A) $\sqrt{2}$ (B) $2\sqrt{2}$ (C) 4 (D) 8

11. 当 $0<x\leqslant\dfrac{1}{2}$ 时, $4^x<\log_a x$, 则 a 的取值范围是 ( )

(A) $\left(0,\dfrac{\sqrt{2}}{2}\right)$ (B) $\left(\dfrac{\sqrt{2}}{2},1\right)$ (C) $\left(1,\sqrt{2}\right)$ (D) $\left(\sqrt{2},2\right)$

12. 数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_{n+1}+(-1)^n a_n=2n-1$, 则 $\{a_n\}$ 的前 60 项和为 ( )

(A) 3690 (B) 3660 (C) 1845 (D) 1830

二、填空题

13. 曲线 $y=x(3\ln x+1)$ 在点 $(1,1)$ 处的切线方程为______.

14. 等比数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n, 若 $S_3+3S_2=0$, 则公比 $q=$______.

15. 已知向量 $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$ 夹角为 45°, 且 $|\boldsymbol{a}|=1$, $|2\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b}|=\sqrt{10}$, 则 $|\boldsymbol{b}|=$______.

16. 设函数 $f(x)=\dfrac{(x+1)^2+\sin x}{x^2+1}$ 的最大值为 M, 最小值为 m, 则 $M+m=$______.

三、解答题

17. 已知 a,b,c 分别为 $\triangle ABC$ 三个内角 A,B,C 的对边, $a\cos C+\sqrt{3}a\sin C-b-c=0$.

(1) 求 A;

(2) 若 $a=2$, $\triangle ABC$ 的面积为 $\sqrt{3}$, 求 b, c.

18. 某花店每天以每枝 5 元的价格从农场购进若干枝玫瑰花, 然后以每枝 10 元的价格出售, 如果当天卖不完, 剩下的玫瑰花作垃圾处理.

(1) 若花店一天购进 16 枝玫瑰花, 求当天的利润 y (单位: 元) 关于当天需求量 n (单位: 枝, $n\in\mathbf{N}$) 的函数解析式;

(2) 花店记录了 100 天玫瑰花的日需求量 (单位: 枝), 整理得下表:

日需求量 n	14	15	16	17	18	19	20
频数	10	20	16	16	15	13	10

以 100 天记录的各需求量的频率作为各需求量发生的概率.

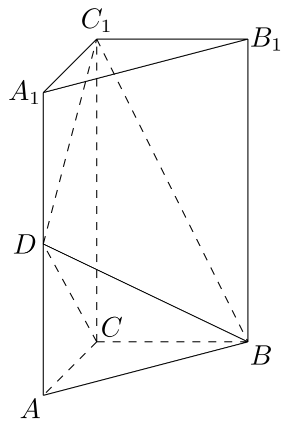
① 假设花店在这 100 天内每天购进 17 枝玫瑰花, 求这 100 天的日利润 (单位: 元) 的平均数;

② 若花店一天购进 17 枝玫瑰花, 以 100 天记录的各需求量的频率作为各需求量发生的概率, 求当天的利润不少于 75 元的概率.

19. 如图, 三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 中, 侧棱垂直底面, $\angle ACB=90^\circ$, $AC=BC=\dfrac{1}{2}AA_1$, D 是棱 AA_1 的中点.

(1) 证明: 平面 $BDC_1\perp$ 平面 BDC;

(2) 平面 BDC_1 分此棱柱为两部分, 求这两部分体积的比.



20. 设抛物线 $C: x^2=2py\ (p>0)$ 的焦点为 F, 准线为 l, A 为 C 上一点, 已知以 F 为圆心, FA 为半径的圆 F 交 l 于 B, D 两点.

(1) 若 $\angle BFD=90^\circ$, $\triangle ABD$ 的面积为 $4\sqrt{2}$, 求 p 的值及圆 F 的方程;

(2) 若 A, B, F 三点在同一直线 m 上, 直线 n 与 m 平行, 且 n 与 C 只有一个公共点, 求坐标原点到 m, n 距离的比值.

21. 设函数 $f(x)=\mathrm{e}^x-ax-2$.

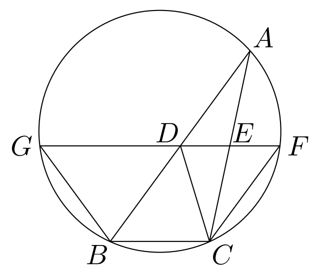
(1) 求 $f(x)$ 的单调区间;

(2) 若 $a=1$, k 为整数, 且当 $x>0$ 时, $(x-k)f'(x)+x+1>0$, 求 k 的最大值.

22. 如图, D, E 分别为 $\triangle ABC$ 边 AB, AC 的中点, 直线 DE 交 $\triangle ABC$ 的外接圆于 F, G 两点. 若 $CF\parallel AB$, 证明:

(1) $CD=BC$;

(2) $\triangle BCD\backsim\triangle GBD$.



23. 已知曲线 C_1 的参数方程是 $\begin{cases}x=2\cos\varphi\\ y=3\sin\varphi\end{cases}$ (φ 是参数) 以坐标原点为极点, x 轴的非负半轴为极轴建立极坐标系, 曲线 C_2 的极坐标方程是 $\rho=2$, 正方形 $ABCD$ 的顶点都在 C_2 上, 且 A, B, C, D 依逆时针次序排列, 点 A 的极坐标为 $\left(2,\dfrac{\pi}{3}\right)$.

(1) 求点 A, B, C, D 的直角坐标;

(2) 设 P 为 C_1 上任意一点, 求 $|PA|^2+|PB|^2+|PC|^2+|PD|^2$ 的取值范围.

24. 已知函数 $f(x)=|x+a|+|x-2|$.

(1) 当 $a=-3$ 时, 求不等式 $f(x)\geqslant 3$ 的解集;

(2) 若 $f(x)\leqslant|x-4|$ 的解集包含 $[1,2]$, 求 a 的取值范围.