2014 年普通高等学校招生考试（北京卷）

理科数学

一、选择题

1. 已知集合 $A=\{x\mid x^2-2x=0\}$, $B=\{0,1,2\}$, 则 $A\cap B=$ （ ）

(A) $\{0\}$　(B) $\{0,1\}$　(C) $\{0,2\}$　(D) $\{0,1,2\}$

2. 下列函数中, 在区间 $(0,+\infty)$ 上为增函数的是 （ ）

(A) $y=\sqrt{x+1}$　(B) $y=(x-1)^2$

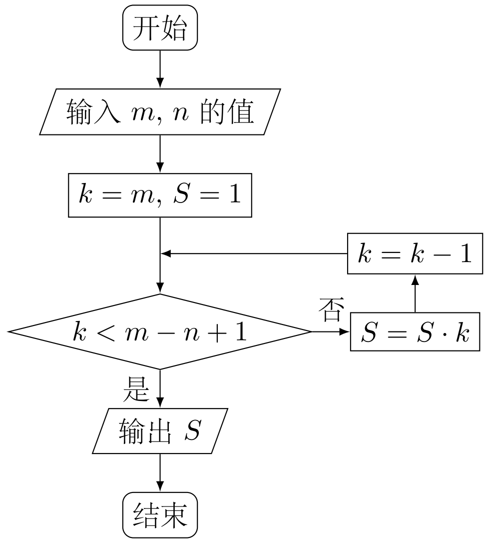
(C) $y=2^{-x}$　(D) $y=\log_{0.5}(x+1)$

3. 曲线 $\begin{cases}x=-1+\cos\theta\\ y=2+\sin\theta\end{cases}$ (θ 为参数) 的对称中心 （ ）

(A) 在直线 $y=2x$ 上　(B) 在直线 $y=-2x$ 上

(C) 在直线 $y=x-1$ 上　(D) 在直线 $y=x+1$ 上

4. 当 $m=7$, $n=3$ 时, 执行如图所示的程序框图, 输出的 S 值为 （ ）



(A) 7　(B) 42　(C) 210　(D) 840

5. 设 $\{a_n\}$ 是公比为 q 的等比数列, 则“$q>1$”是“$\{a_n\}$ 为递增数列”的 （ ）

(A) 充分且不必要条件　(B) 必要且不充分条件

(C) 充分必要条件　(D) 既不充分也不必要条件

6. 若 x, y 满足 $\begin{cases}x+y-2\geqslant 0\\ kx-y+2\geqslant 0\\ y\geqslant 0\end{cases}$, 且 $z=y-x$ 的最小值为 -4, 则 k 的值为 （ ）

(A) 2　(B) -2　(C) $\dfrac{1}{2}$　(D) $-\dfrac{1}{2}$

7. 在空间直角坐标系 $Oxyz$ 中, 已知 $A(2,0,0)$, $B(2,2,0)$, $C(0,2,0)$, $D(1,1,\sqrt{2})$, 若 S_1, S_2, S_3 分别表示三棱锥 $D-ABC$ 在 xOy, yOz, zOx 坐标平面上的正投影图形的面积, 则 （ ）

(A) $S_1=S_2=S_3$　(B) $S_1=S_2$ 且 $S_3\neq S_1$

(C) $S_1=S_3$ 且 $S_3\neq S_2$　(D) $S_2=S_3$ 且 $S_1\neq S_3$

8. 学生的语文、数学成绩均被评定为三个等级, 依次为“优秀”“合格”“不合格”. 若学生甲的语文、数学成绩都不低于学生乙, 且其中至少有一门成绩高于乙, 则称“学生甲比学生乙成绩好”. 如果一组学生中没有哪位学生比另一位学生成绩好, 并且不存在语文成绩相同、数学成绩也相同的两位学生, 则这一组学生最多有 （ ）

(A) 2 人　(B) 3 人　(C) 4 人　(D) 5 人

二、填空题

9. 复数 $\left(\dfrac{1+\mathrm{i}}{1-\mathrm{i}}\right)^2=$______.

10. 已知向量 $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$ 满足 $|\boldsymbol{a}|=1$, $\boldsymbol{b}=(2,1)$, 且 $\lambda\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}=\boldsymbol{0}$ ($\lambda\in\mathbf{R}$), 则 $|\lambda|=$______.

11. 设双曲线 C 经过点 $(2,2)$, 且与 $\dfrac{y^2}{4}-x^2=1$ 具有相同渐近线, 则 C 的方程为______; 渐近线方程为______.

12. 若等差数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_7+a_8+a_9>0$, $a_7+a_{10}<0$, 则当 $n=$______时, $\{a_n\}$ 的前 n 项和最大.

13. 把 5 件不同产品摆成一排, 若产品 A 与产品 B 相邻, 且产品 A 与产品 C 不相邻, 则不同的摆法有______种.

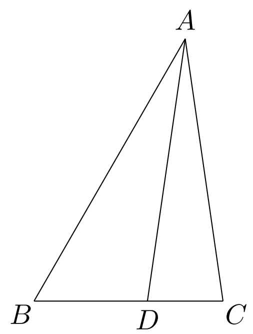
14. 设函数 $f(x)=A\sin(\omega x+\varphi)$ (A, ω, φ 是常数, $A>0$, $\omega>0$). 若 $f(x)$ 在区间 $\left[\dfrac{\pi}{6},\dfrac{\pi}{2}\right]$ 上具有单调性, 且 $f\left(\dfrac{\pi}{2}\right)=f\left(\dfrac{2\pi}{3}\right)=-f\left(\dfrac{\pi}{6}\right)$, 则 $f(x)$ 的最小正周期为______.

三、解答题

15. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle B=\dfrac{\pi}{3}$, $AB=8$, 点 D 在 BC 上, 且 $CD=2$, $\cos\angle ADC=\dfrac{1}{7}$.

(1) 求 $\sin\angle BAD$;

(2) 求 BD, AC 的长.



16. 李明在 10 场篮球比赛中的投篮情况 (假设各场比赛相互独立):

场次	投篮次数	命中次数	场次	投篮次数	命中次数
主场 1	22	12	客场 1	18	8
主场 2	15	12	客场 2	13	12
主场 3	12	8	客场 3	21	7
主场 4	23	8	客场 4	18	15
主场 5	24	20	客场 5	25	12

(1) 从上述比赛随机选择一场, 求李明在该场比赛中的投篮命中率超过 0.6 的概率;

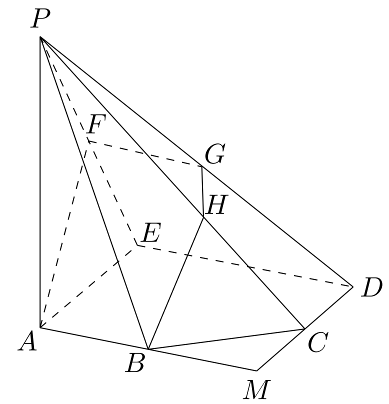
(2) 从上述比赛中随机选择一个主场和客场, 求李明的投篮命中率一场超过 0.6, 一场不超过 0.6 的概率;

(3) 记 $\overline{x}$ 是表中 10 个命中次数的平均数, 从上述比赛中随机选择一场, 记 X 为李明在这场比赛中命中次数, 比较 $E(X)$ 与 $\overline{x}$ 的大小. (只需要写出结论)

17. 如图, 正方形 $AMDE$ 的边长为 2, B, C 分别为 AM, MD 的中点, 在五棱锥 $P-ABCDE$ 中, F 为棱 PE 的中点, 平面 ABF 与棱 PD, PC 分别交于点 G, H.

(1) 求证: $AB\parallel FG$;

(2) 若 $PA\perp$ 平面 $ABCDE$, 且 $PA=AE$, 求直线 BC 与平面 ABF 所成角的大小, 并求线段 PH 的长.



18. 已知函数 $f(x)=x\cos x-\sin x$, $x\in\left[0,\dfrac{\pi}{2}\right]$.

(1) 求证: $f(x)\leqslant 0$;

(2) 若 $a<\dfrac{\sin x}{x}<b$ 在 $\left(0,\dfrac{\pi}{2}\right)$ 上恒成立, 求 a 的最大值与 b 的最小值.

19. 已知椭圆 $C: x^2+2y^2=4$.

(1) 求椭圆 C 的离心率;

(2) 设 O 为坐标原点, 若点 A 在椭圆 C 上, 点 B 在直线 $y=2$ 上, 且 $OA\perp OB$, 试判断直线 AB 与圆 $x^2+y^2=2$ 的位置关系, 并证明你的结论.

20. 对于数对序列 P: (a_1,b_1), (a_2,b_2), $\cdots$, (a_n,b_n), 记 $T_1(P)=a_1+b_1$, $T_k(P)=b_k+\max\{T_{k-1}(P), a_1+a_2+\cdots+a_k\}$ $(2\leqslant k\leqslant n)$, 其中 $\max\{T_{k-1}(P), a_1+a_2+\cdots+a_k\}$ 表示 $T_{k-1}(P)$ 和 $a_1+a_2+\cdots+a_k$ 两个数中最大的数.

(1) 对于数对序列 $P:(2,5)$, $(4,1)$, 求 $T_1(P)$, $T_2(P)$ 的值;

(2) 记 m 为 a, b, c, d 四个数中最小值, 对于由两个数对 (a,b), (c,d) 组成的数对序列 P: (a,b), (c,d) 和 $P':(c,d)$, (a,b), 试分别对 $m=a$ 和 $m=d$ 时两种情况比较 $T_2(P)$ 和 $T_2(P')$ 的大小;

(3) 在由 5 个数对 $(11,8)$, $(5,2)$, $(16,11)$, $(11,11)$, $(4,6)$ 组成的所有数对序列中, 写出一个数对序列 P 使 $T_5(P)$ 最小, 并写出 $T_5(P)$ 的值. (只需写出结论)