2006 年普通高等学校招生考试（上海卷）

文科数学

一、填空题

1. 已知集合 $A=\{-1,3,m\}$, 集合 $B=\{3,4\}$. 若 $B\subseteq A$, 则实数 $m=$______.

2. 已知两条直线 $l_1: ax+3y-3=0$, $l_2: 4x+6y-1=0$. 若 $l_1 /\!/ l_2$, 则 $a=$______.

3. 若函数 $f(x)=a^x$ $(a>0$, 且 $a\neq 1)$ 的反函数的图象过点 $(2,-1)$, 则 $a=$______.

4. 计算: $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n(n^2+1)}{6n^3+1}=$______.

5. 若复数 $z=(m-2)+(m+1)\mathrm{i}$ 为纯虚数 (i 为虚数单位), 其中 $m\in\mathbf{R}$, 则 $|z|=$______.

6. 函数 $y=\sin x\cos x$ 的最小正周期是______.

7. 已知双曲线的中心在原点, 一个顶点的坐标是 $(3,0)$, 且焦距与虚轴长之比为 $5:4$, 则双曲线的标准方程是______.

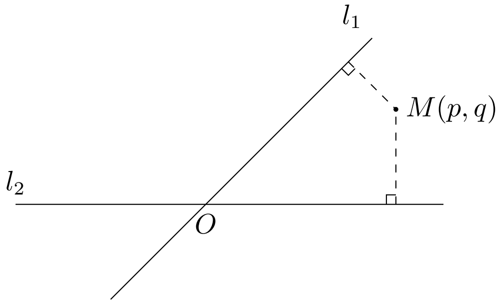
8. 方程 $\log_3(x^2-10)=1+\log_3 x$ 的解是______.

9. 已知实数 x、y 满足 $\begin{cases} x+y-3\geqslant 0 \\ x+2y-5\leqslant 0 \\ x\geqslant 0 \\ y\geqslant 0 \end{cases}$, 则 $y-2x$ 的最大值是______.

10. 在一个小组中有 8 名女同学和 4 名男同学, 从中任意地挑选 2 名同学担任交通安全宣传志愿者, 那么选到的两名都是女同学的概率是______. (结果用分数表示)

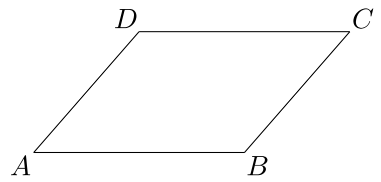
11. 若曲线 $|y|=2^x+1$ 与直线 $y=b$ 没有公共点, 则 b 的取值范围是______.

12. 如图, 平面中两条直线 l_1 和 l_2 相交于点 O. 对于平面上任意一点 M, 若 p、q 分别是 M 到直线 l_1 和 l_2 的距离, 则称有序非负实数对 (p,q) 是点 M 的“距离坐标”. 根据上述定义, “距离坐标”是 $(1,2)$ 的点的个数是______.



二、选择题

13. 如图, 在平行四边形 $ABCD$ 中, 下列结论中错误的是 (　)



(A) $\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{DC}$　(B) $\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{AC}$

(C) $\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{AD}=\overrightarrow{BD}$　(D) $\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{CB}=\vec{0}$

14. 如果 $a<0$, $b>0$, 那么, 下列不等式中正确的是 (　)

(A) $\dfrac{1}{a}<\dfrac{1}{b}$　(B) $\sqrt{-a}<\sqrt{b}$　(C) $a^2<b^2$　(D) $|a|>|b|$

15. 若空间中有两条直线, 则“这两条直线为异面直线”是“这两条直线没有公共点”的 (　)

(A) 充分非必要条件　(B) 必要非充分条件

(C) 充分必要条件　(D) 既非充分又非必要条件

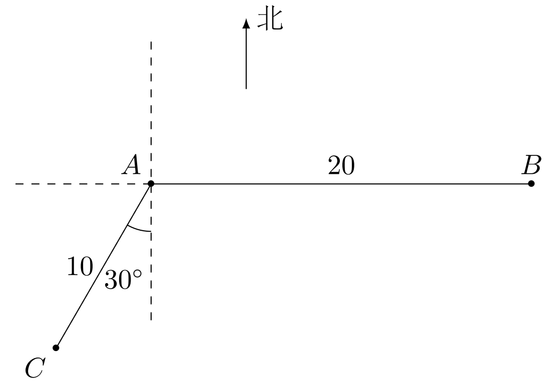
16. 如果一条直线与一个平面垂直, 那么, 称此直线与平面构成一个“正交线面对”. 在一个正方体中, 由两个顶点确定的直线与含有四个顶点的平面构成的“正交线面对”的个数是 (　)

(A) 48　(B) 18　(C) 24　(D) 36

三、解答题

17. 已知 α 是第一象限的角, 且 $\cos\alpha=\dfrac{5}{13}$, 求 $\dfrac{\sin\left(\alpha+\frac{\pi}{4}\right)}{\cos(2\alpha+4\pi)}$ 的值.

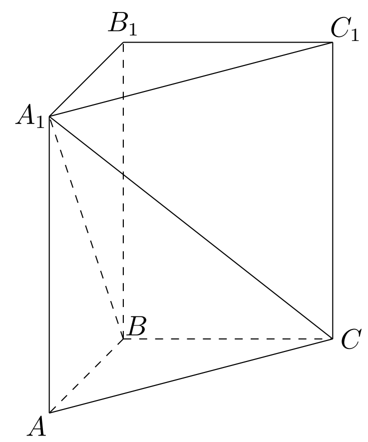
18. 如图, 当甲船位于 A 处时获悉, 在其正东方向相距 20 海里的 B 处有一艘渔船遇险等待营救. 甲船立即前往救援, 同时把消息告知在甲船的南偏西 30°, 相距 10 海里 C 处的乙船, 试问乙船应朝北偏东多少度的方向沿直线前往 B 处救援? (角度精确到 1°)



19. 在直三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 中, $\angle ABC=90^\circ$, $AB=BC=1$.

(1) 求异面直线 B_1C_1 与 AC 所成角的大小;

(2) 若 A_1C 与平面 ABC 所成角为 45°, 求三棱锥 A_1-ABC 的体积.



20. 设数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n, 且对任意正整数 n, $a_n+S_n=4096$.

(1) 求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式;

(2) 设数列 $\{\log_2 a_n\}$ 的前 n 项和为 T_n, 对数列 $\{T_n\}$, 从第几项起 $T_n<-509$?

21. 已知在平面直角坐标系 xOy 中的一个椭圆, 它的中心在原点, 左焦点为 $F(-\sqrt{3},0)$, 且右顶点为 $D(2,0)$, 设点 A 的坐标是 $\left(1,\dfrac{1}{2}\right)$.

(1) 求该椭圆的标准方程;

(2) 若 P 是椭圆上的动点, 求线段 PA 中点 M 的轨迹方程;

(3) 过原点 O 的直线交椭圆于点 B、C, 求 $\triangle ABC$ 面积的最大值.

22. 已知函数 $y=x+\dfrac{a}{x}$ 有如下性质: 如果常数 $a>0$, 那么该函数在 $(0,\sqrt{a}]$ 上是减函数, 在 $[\sqrt{a},+\infty)$ 上是增函数.

(1) 如果函数 $y=x+\dfrac{2^b}{x}$ $(x>0)$ 在 $(0,4]$ 上是减函数, 在 $[4,+\infty)$ 上是增函数, 求 b 的值;

(2) 设常数 $c\in[1,4]$, 求函数 $f(x)=x+\dfrac{c}{x}$ $(1\leqslant x\leqslant 2)$ 的最大值和最小值;

(3) 当 n 是正整数时, 研究函数 $g(x)=x^n+\dfrac{c}{x^n}$ $(c>0)$ 的单调性, 并说明理由.