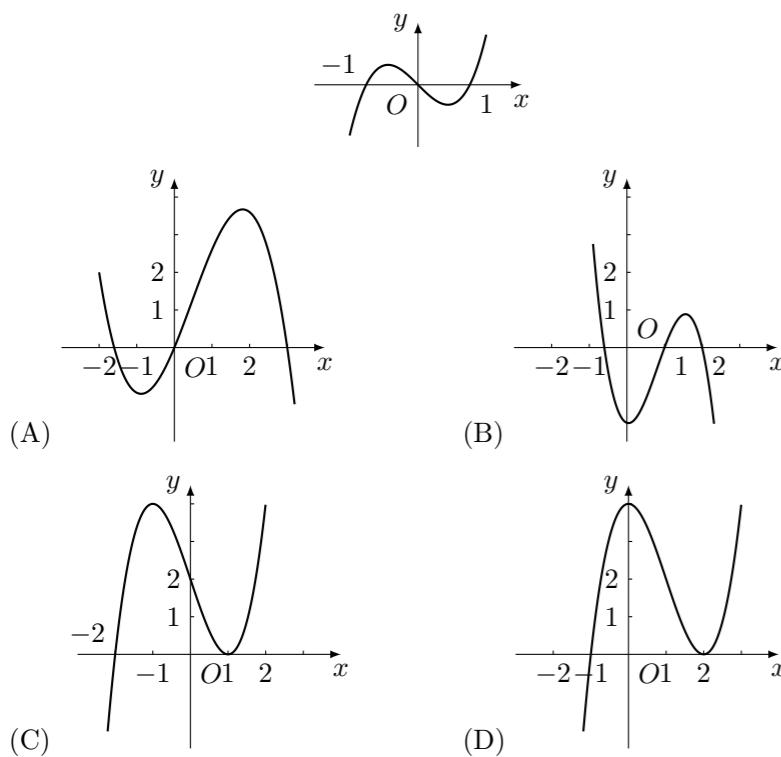


2005 年普通高等学校招生考试 (江西卷)

理科数学

一、选择题

1. 设集合 $I = \{x|x| < 3, x \in \mathbf{Z}\}$, $A = \{1, 2\}$, $B = \{-2, -1, 2\}$, 则 $A \cup (\complement_I B) =$ ()
 (A) {1} (B) {1, 2} (C) {2} (D) {0, 1, 2}
2. 设复数: $z_1 = 1 + i$, $z_2 = x + 2i$ ($x \in \mathbf{R}$), 若 $z_1 z_2$ 为实数, 则 $x =$ ()
 (A) -2 (B) -1 (C) 1 (D) 2
3. “ $a = b$ ”是“直线 $y = x + 2$ 与圆 $(x - a)^2 + (y + b)^2 = 2$ 相切”的 ()
 (A) 充分不必要条件 (B) 必要不充分条件
 (C) 充分必要条件 (D) 既不充分又不必要条件
4. $(\sqrt{x} + \sqrt[3]{x})^{12}$ 的展开式中, 含 x 的正整数次幂的项共有 ()
 (A) 4 项 (B) 3 项 (C) 2 项 (D) 1 项
5. 设函数 $f(x) = \sin 3x + |\sin 3x|$, 则 $f(x)$ 为 ()
 (A) 周期函数, 最小正周期为 $\frac{\pi}{3}$ (B) 周期函数, 最小正周期为 $\frac{2\pi}{3}$
 (C) 周期函数, 数小正周期为 2π (D) 非周期函数
6. 已知向量 $\vec{a} = (1, 2)$, $\vec{b} = (-2, -4)$, $|\vec{c}| = \sqrt{5}$, 若 $(\vec{a} + \vec{b}) \cdot \vec{c} = \frac{5}{2}$, 则 \vec{a} 与 \vec{c} 的夹角为 ()
 (A) 30° (B) 60° (C) 120° (D) 150°
7. 已知函数 $y = xf'(x)$ 的图象如图所示 (其中 $f'(x)$ 是函数 $f(x)$ 的导函数), 下面四个图象中, $y = f(x)$ 的图象大致是 ()



8. 若 $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x-1)}{x-1} = 1$, 则 $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x-1}{f(2-2x)} =$ ()
 (A) -1 (B) 1 (C) $-\frac{1}{2}$ (D) $\frac{1}{2}$

9. 矩形 $ABCD$ 中, $AB = 4$, $BC = 3$, 沿 AC 将矩形 $ABCD$ 折成一个直二面角 $B-AC-D$, 则四面体 $ABCD$ 的外接球的体积为 ()
 (A) $\frac{125}{12}\pi$ (B) $\frac{125}{9}\pi$ (C) $\frac{125}{6}\pi$ (D) $\frac{125}{3}\pi$

10. 已知实数 a, b 满足等式 $\left(\frac{1}{2}\right)^a = \left(\frac{1}{3}\right)^b$, 下列五个关系式:
 ① $0 < b < a$; ② $a < b < 0$; ③ $0 < a < b$; ④ $b < a < 0$; ⑤ $a = b$.
 其中不可能成立的关系式有 ()
 (A) 1 个 (B) 2 个 (C) 3 个 (D) 4 个

11. 在 $\triangle OAB$ 中, O 为坐标原点, $A(1, \cos \theta)$, $B(\sin \theta, 1)$, $\theta \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right]$, 则 $\triangle OAB$ 的面积达到最大值时, $\theta =$ ()
 (A) $\frac{\pi}{6}$ (B) $\frac{\pi}{4}$ (C) $\frac{\pi}{3}$ (D) $\frac{\pi}{2}$

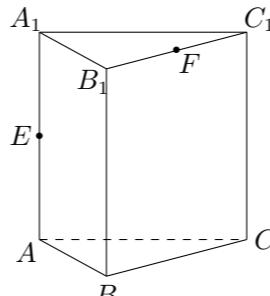
12. 将 $1, 2, \dots, 9$ 这 9 个数平均分成三组, 则每组的三个数都成等差数列的概率为 ()
 (A) $\frac{1}{56}$ (B) $\frac{1}{70}$ (C) $\frac{1}{336}$ (D) $\frac{1}{420}$

二、填空题

13. 若函数 $f(x) = \log_a(x + \sqrt{x^2 + 2a^2})$ 是奇函数, 则 $a =$ _____.

14. 设实数 x, y 满足 $\begin{cases} x - y - 2 \leqslant 0 \\ x + 2y - 4 > 0 \\ 2y - 3 \leqslant 0 \end{cases}$, 则 $\frac{y}{x}$ 的最大值是 _____.

15. 如图, 在直三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 中, $AB = BC = \sqrt{2}$, $BB_1 = 2$, $\angle ABC = 90^\circ$, E, F 分别为 AA_1, C_1B_1 的中点, 沿棱柱的表面从 E 到 F 两点的最短路径的长度为 _____.



16. 以下同个关于圆锥曲线的命题中:

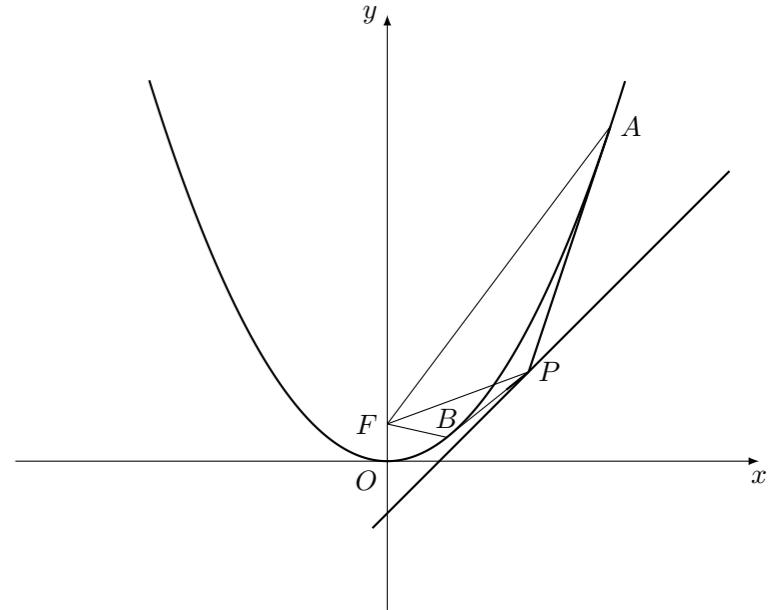
- ① 设 A, B 为两个定点, k 为非零常数, $|\overrightarrow{PA}| - |\overrightarrow{PB}| = k$, 则动点 P 的轨迹为双曲线;
 - ② 设定圆 C 上一定点 A 作圆的动点弦 AB , O 为坐标原点, 若 $\overrightarrow{OP} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB})$, 则动点 P 的轨迹为椭圆;
 - ③ 方程 $2x^2 - 5x + 2 = 0$ 的两根可分别作为椭圆和双曲线的离心率;
 - ④ 双曲线 $\frac{x^2}{25} - \frac{y^2}{9} = 1$ 与椭圆 $\frac{x^2}{35} + y^2 = 1$ 有相同的焦点.
- 其中真命题的序号为 _____. (写出所有真命题的序号)

三、解答题

17. 已知函数 $f(x) = \frac{x^2}{ax+b}$ (a, b 为常数), 且方程 $f(x) - x + 12 = 0$ 有两个实根为 $x_1 = 3, x_2 = 4$.

- (1) 求函数 $f(x)$ 的解析式;
- (2) 设 $k > 1$, 解关于 x 的不等式: $f(x) < \frac{(k+1)x-k}{2-x}$.

19. A, B 两位同学各有五张卡片, 现以投掷均匀硬币的形式进行游戏, 当出现正面朝上时 A 赢得 B 一张卡片, 否则 B 赢得 A 一张卡片. 规定掷硬币的次数达 9 次时, 或在此前某人已赢得所有卡片时游戏终止. 设 ξ 表示游戏终止时掷硬币的次数.
- (1) 求 ξ 的取值范围;
 - (2) 求 ξ 的数学期望 $E\xi$.
21. 已知数列 $\{a_n\}$ 的各项都是正数, 且满足: $a_0 = 1, a_{n+1} = \frac{1}{2}a_n(4 - a_n), n \in \mathbf{N}$.
- (1) 证明: $a_n < a_{n+1} < 2, n \in \mathbf{N}$;
 - (2) 求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式 a_n .
22. 如图, 设抛物线 $C: y = x^2$ 的焦点为 F , 动点 P 在直线 $l: x - y - 2 = 0$ 上运动, 过 P 作抛物线 C 的两条切线 PA, PB , 且与抛物线 C 分别相切于 A, B 两点.
- (1) 求 $\triangle APB$ 的重心 G 的轨迹方程;
 - (2) 证明 $\angle PFA = \angle PFB$.



20. 如图, 在长方体 $ABCD - A_1B_1C_1D_1$, 中, $AD = AA_1 = 1, AB = 2$, 点 E 在棱 AD 上移动.

- (1) 证明: $D_1E \perp A_1D$;
- (2) 当 E 为 AB 的中点时, 求点 E 到面 ACD_1 的距离;
- (3) AE 等于何值时, 二面角 $D_1 - EC - D$ 的大小为 $\frac{\pi}{4}$.

