

2013 年普通高等学校招生考试 (重庆卷)

文科数学

一、选择题

1. 已知全集 $U = \{1, 2, 3, 4\}$, 集合 $A = \{1, 2\}$, $B = \{2, 3\}$, 则 $\complement_U(A \cup B) =$ ()

(A) $\{1, 3, 4\}$ (B) $\{3, 4\}$ (C) $\{3\}$ (D) $\{4\}$

2. 命题“对任意 $x \in \mathbf{R}$, 都有 $x^2 \geq 0$ ”的否定为 ()

(A) 存在 $x_0 \in \mathbf{R}$, 使得 $x_0^2 < 0$ (B) 不存在 $x \in \mathbf{R}$, 使得 $x^2 < 0$

(C) 存在 $x_0 \in \mathbf{R}$, 使得 $x_0^2 \geq 0$ (D) 对任意 $x \in \mathbf{R}$, 都有 $x^2 < 0$

3. 函数 $y = \frac{1}{\log_2(x-2)}$ 的定义域是 ()

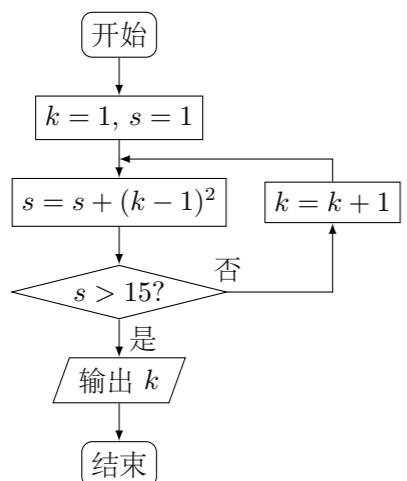
(A) $(-\infty, 2)$ (B) $(2, +\infty)$

(C) $(2, 3) \cup (3, +\infty)$ (D) $(2, 4) \cup (4, +\infty)$

4. 设 P 是圆 $(x-3)^2 + (y+1)^2 = 4$ 上的动点, Q 是直线 $x = -3$ 上的动点, 则 $|PQ|$ 的最小值为 ()

(A) 6 (B) 4 (C) 3 (D) 2

5. 执行如图所示的程序框图, 则输出的 k 的值是 ()



(A) 3 (B) 4 (C) 5 (D) 6

6. 如图是某公司 10 个销售店某月销售某产品数量 (单位: 台) 的茎叶图, 则数据落在区间 $[22, 30]$ 内的频率为 ()

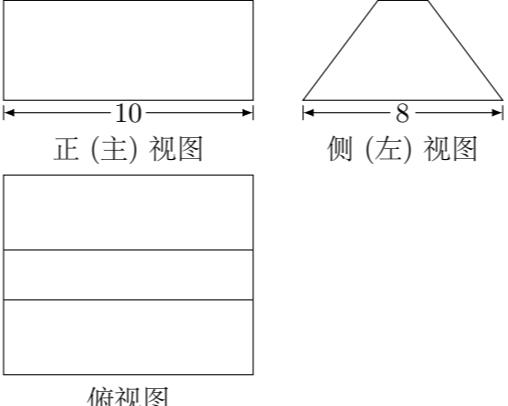
| | | |
|---|---|---|
| 1 | 8 | 9 |
| 2 | 1 | 2 |
| 3 | 0 | 0 |
| | 3 | |

(A) 0.2 (B) 0.4 (C) 0.5 (D) 0.6

7. 关于 x 的不等式 $x^2 - 2ax - 8a^2 < 0$ ($a > 0$) 的解集为 (x_1, x_2) , 且 $x_2 - x_1 = 15$, 则 $a =$ ()

(A) $\frac{5}{2}$ (B) $\frac{7}{2}$ (C) $\frac{15}{4}$ (D) $\frac{15}{2}$

8. 某几何体的三视图如图所示, 则该几何体的表面积为



(A) 180 (B) 200 (C) 220 (D) 240

9. 已知函数 $f(x) = ax^3 + b \sin x + 4$ ($a, b \in \mathbf{R}$), $f(\lg(\log_2 10)) = 5$, 则 $f(\lg(\lg 2)) =$ ()

(A) -5 (B) -1 (C) 3 (D) 4

10. 设双曲线 C 的中心为点 O , 若有且只有一对相交于点 O , 所成的角为 60° 的直线 A_1B_1 和 A_2B_2 , 使 $|A_1B_1| = |A_2B_2|$, 其中 A_1, B_1 和 A_2, B_2 分别是这对直线与双曲线 C 的交点, 则该双曲线的离心率的取值范围是 ()

(A) $\left(\frac{2\sqrt{3}}{3}, 2\right]$ (B) $\left[\frac{2\sqrt{3}}{3}, 2\right)$ (C) $\left(\frac{2\sqrt{3}}{3}, +\infty\right)$ (D) $\left[\frac{2\sqrt{3}}{3}, +\infty\right)$

二、填空题

11. 设复数 $z = 1 + 2i$ (i 是虚数单位), 则 $|z| =$ _____.

12. 若 $2, a, b, c, 9$ 成等差数列, 则 $c - a =$ _____.

13. 若甲、乙、丙三人随机地站成一排, 则甲、乙两人相邻而站的概率为 _____.

14. 在 OA 为边、 OB 为对角线的矩形中, 已知 $\overrightarrow{OA} = (-3, 1)$, $\overrightarrow{OB} = (-2, k)$, 则实数 $k =$ _____.

15. 设 $0 \leq \alpha \leq \pi$, 不等式 $8x^2 - (8 \sin \alpha)x + \cos 2\alpha \geq 0$ 对 $x \in \mathbf{R}$ 恒成立, 则 α 的取值范围为 _____.

三、解答题

16. 设数列 $\{a_n\}$ 满足: $a_1 = 1$, $a_{n+1} = 3a_n$, $n \in \mathbf{N}_+$.

(1) 求 $\{a_n\}$ 的通项公式及前 n 项和 S_n ;

(2) 已知 $\{b_n\}$ 是等差数列, T_n 为其前 n 项和, 且 $b_1 = a_2$, $b_3 = a_1 + a_2 + a_3$, 求 T_{20} .

- () 17. 从某居民区随机抽取 10 个家庭, 获得第 i 个家庭的月收入 x_i (单位: 千元) 与月储蓄 y_i (单位: 千元) 的数据资料, 算得 $\sum_{i=1}^{10} x_i = 80$, $\sum_{i=1}^{10} y_i = 20$,

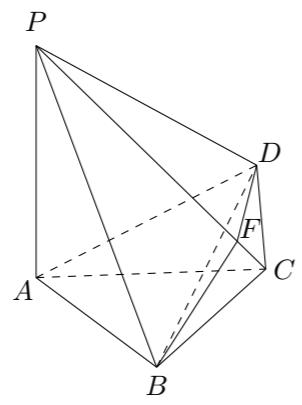
$$\sum_{i=1}^{10} x_i y_i = 184, \sum_{i=1}^{10} x_i^2 = 720.$$

- (1) 求家庭的月储蓄 y 对月收入 x 的线性回归方程 $y = bx + a$;
 (2) 判断变量 x 与 y 之间是正相关还是负相关;
 (3) 若该居民区某家庭月收入为 7 千元, 预测该家庭的月储蓄.

附: 线性回归方程 $y = bx + a$ 中, $b = \frac{\sum_{i=1}^n x_i y_i - n \bar{x} \bar{y}}{\sum_{i=1}^n x_i^2 - n \bar{x}^2}$, $a = \bar{y} - b \bar{x}$, 其中 \bar{x} , \bar{y} 为样本平均值, 线性回归方程也可写为 $\hat{y} = \hat{b}x + \hat{a}$.

19. 如图, 四棱锥 $P - ABCD$ 中, $PA \perp$ 底面 $ABCD$, $PA = 2\sqrt{3}$, $BC = CD = 2$, $\angle ACB = \angle ACD = \frac{\pi}{3}$.

- (1) 求证: $BD \perp$ 平面 PAC ;
(2) 若侧棱 PC 上的点 F 满足 $PF = 7FC$, 求三棱锥 $P - BDF$ 的体积.



20. 某村庄拟修建一个无盖的圆柱形蓄水池 (不计厚度). 设该蓄水池的底面半径为 r 米, 高为 h 米, 体积为 V 立方米. 假设建造成本仅与表面积有关, 侧面的建造成本为 100 元/平方米, 底面的建造成本为 160 元/平方米, 该蓄水池的总建造成本为 12000π 元 (π 为圆周率).

- (1) 将 V 表示成 r 的函数 $V(r)$, 并求该函数的定义域;
(2) 讨论函数 $V(r)$ 的单调性, 并确定 r 和 h 为何值时该蓄水池的体积最大.

21. 如图, 椭圆的中心为原点 O , 长轴在 x 轴上, 离心率 $e = \frac{\sqrt{2}}{2}$, 过左焦点 F_1 作 x 轴的垂线交椭圆于 A, A' 两点, $|AA'| = 4$.

- (1) 求该椭圆的标准方程;
(2) 取平行于 y 轴的直线与椭圆相交于不同的两点 P, P' , 过 P, P' 作圆心为 Q 的圆, 使椭圆上的其余点均在圆 Q 外, 求 $\triangle PP'Q$ 的面积 S 的最大值, 并写出对应的圆 Q 的标准方程.

