

文科数学

一、选择题

1. 已知集合  $A = \{x|x > 0\}$ ,  $B = \{x|-1 \leq x \leq 2\}$ , 则  $A \cup B =$  ( )  
(A)  $\{x|x \geq -1\}$  (B)  $\{x|x \leq 2\}$   
(C)  $\{x|0 < x \leq 2\}$  (D)  $\{x|-1 \leq x \leq 2\}$
2. 函数  $y = (\sin x + \cos x)^2 + 1$  的最小正周期是 ( )  
(A)  $\frac{\pi}{2}$  (B)  $\pi$  (C)  $\frac{3\pi}{2}$  (D)  $2\pi$
3. 已知  $a, b$  都是实数, 那么“ $a^2 > b^2$ ”是“ $a > b$ ”的 ( )  
(A) 充分而不必要条件 (B) 必要而不充分条件  
(C) 充分必要条件 (D) 既不充分也不必要条件
4. 已知  $\{a_n\}$  是等比数列,  $a_2 = 2, a_5 = \frac{1}{4}$ , 则公比  $q =$  ( )  
(A)  $-\frac{1}{2}$  (B)  $-2$  (C)  $2$  (D)  $\frac{1}{2}$
5. 已知  $a \geq 0, b \geq 0$ , 且  $a + b = 2$ , 则 ( )  
(A)  $ab \leq \frac{1}{2}$  (B)  $ab \geq \frac{1}{2}$  (C)  $a^2 + b^2 \geq 2$  (D)  $a^2 + b^2 \leq 3$
6. 在  $(x-1)(x-2)(x-3)(x-4)(x-5)$  的展开式中, 含  $x^4$  的项的系数是 ( )  
(A)  $-15$  (B)  $85$  (C)  $-120$  (D)  $274$
7. 在同一平面直角坐标系中, 函数  $y = \cos\left(\frac{x}{2} + \frac{3\pi}{2}\right)$  ( $x \in [0, 2\pi]$ ) 的图象和直线  $y = \frac{1}{2}$  的交点个数是 ( )  
(A) 0 (B) 1 (C) 2 (D) 4
8. 若双曲线  $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$  的两个焦点到一条准线的距离之比为  $3 : 2$ , 则双曲线的离心率是 ( )  
(A) 3 (B) 5 (C)  $\sqrt{3}$  (D)  $\sqrt{5}$
9. 对两条不相交的空间直线  $a$  与  $b$ , 必存在平面  $\alpha$ , 使得 ( )  
(A)  $a \subset \alpha, b \subset \alpha$  (B)  $a \subset \alpha, b \parallel \alpha$  (C)  $a \perp \alpha, b \perp \alpha$  (D)  $a \subset \alpha, b \perp \alpha$
10. 若  $a \geq 0, b \geq 0$ , 且当  $\begin{cases} x \geq 0 \\ y \geq 0 \\ x + y \leq 1 \end{cases}$  时, 恒有  $ax + by \leq 1$ , 则以  $a, b$  为坐标的点  $P(a, b)$  所形成的平面区域的面积是 ( )  
(A)  $\frac{1}{2}$  (B)  $\frac{\pi}{4}$  (C) 1 (D)  $\frac{\pi}{2}$

二、填空题

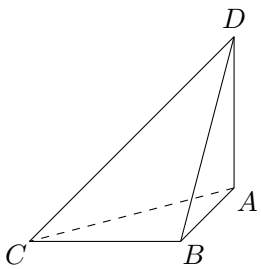
11. 已知函数  $f(x) = x^2 + |x - 2|$ , 则  $f(1) =$ \_\_\_\_\_.

12. 若  $\sin\left(\frac{\pi}{2} + \theta\right) = \frac{3}{5}$ , 则  $\cos 2\theta =$ \_\_\_\_\_.

13. 已知  $F_1, F_2$  为椭圆  $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{9} = 1$  的两个焦点, 过  $F_1$  的直线交椭圆于  $A, B$  两点. 若  $|F_2A| + |F_2B| = 12$ , 则  $|AB| =$ \_\_\_\_\_.

14. 在  $\triangle ABC$  中, 角  $A, B, C$  所对的边分别为  $a, b, c$ , 若  $(\sqrt{3}b - c) \cos A = a \cos C$ , 则  $\cos A =$ \_\_\_\_\_.

15. 如图, 已知球  $O$  的面上四点  $A, B, C, D$ ,  $DA \perp$  平面  $ABC$ ,  $AB \perp BC$ ,  $DA = AB = BC = \sqrt{3}$ , 则球  $O$  点体积等于\_\_\_\_\_.



16. 已知  $\boldsymbol{a}$  是平面内的单位向量, 若向量  $\boldsymbol{b}$  满足  $\boldsymbol{b} \cdot (\boldsymbol{a} - \boldsymbol{b}) = 0$ , 则  $|\boldsymbol{b}|$  的取值范围是\_\_\_\_\_.

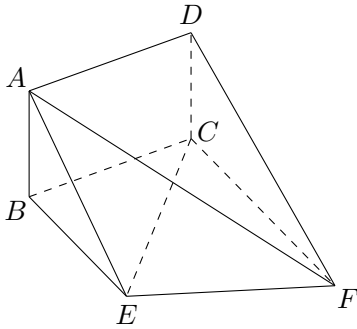
17. 用 1, 2, 3, 4, 5, 6 组成六位数 (没有重复数字), 要求任何相邻两个数字的奇偶性不同, 且 1 和 2 相邻, 这样的六位数的个数是\_\_\_\_\_. (用数字作答)

三、解答题

18. 已知数列  $\{x_n\}$  的首项  $x_1 = 3$ , 通项  $x_n = 2^n p + nq$  ( $n \in \mathbf{N}^*, p, q$  为常数), 且  $x_1, x_4, x_5$  成等差数列. 求:  
(1)  $p, q$  的值;  
(2) 数列  $\{x_n\}$  前  $n$  项和  $S_n$  的公式.

19. 一个袋中装有大小相同的黑球、白球和红球, 已知袋中共有 10 个球, 从中任意摸出 1 个球, 得到黑球的概率是  $\frac{2}{5}$ ; 从中任意摸出 2 个球, 至少得到 1 个白球的概率是  $\frac{7}{9}$ . 求:  
(1) 从中任意摸出 2 个球, 得到的数是黑球的概率;  
(2) 袋中白球的个数.

20. 如图, 矩形  $ABCD$  和梯形  $BEFC$  所在平面互相垂直,  $BE \parallel CF$ ,  $\angle BCF = \angle CEF = 90^\circ$ ,  $AD = \sqrt{3}$ ,  $EF = 2$ .  
 (1) 求证:  $AE \parallel$  平面  $DCF$ ;  
 (2) 当  $AB$  的长为何值时, 二面角  $A - EF - C$  的大小为  $60^\circ$ ?



21. 已知  $a$  是实数, 函数  $f(x) = x^2(x - a)$ .  
 (1) 若  $f'(1) = 3$ , 求  $a$  的值及曲线  $y = f(x)$  在点  $(1, f(1))$  处的切线方程;  
 (2) 求  $f(x)$  在区间  $[0, 2]$  上的最大值.

22. 已知曲线  $C$  是到点  $P\left(-\frac{1}{2}, \frac{3}{8}\right)$  和到直线  $y = -\frac{5}{8}$  距离相等的点的轨迹.  
 $l$  是过点  $Q(-1, 0)$  的直线,  $M$  是  $C$  上 (不在  $l$  上) 的动点;  $A, B$  在  $l$  上,  $MA \perp l$ ,  $MB \perp x$  轴 (如图).  
 (1) 求曲线  $C$  的方程;  
 (2) 求出直线  $l$  的方程, 使得  $\frac{|QB|^2}{|QA|}$  为常数.

