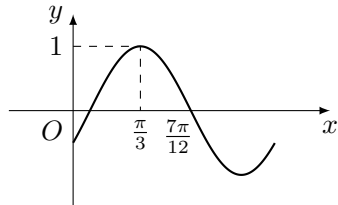


理科数学

一、选择题

- 在等比数列 $\{a_n\}$ 中, $a_{2010} = 8a_{2007}$, 则公比 q 的值为 ()
(A) 2 (B) 3 (C) 4 (D) 8
- 已知向量 \mathbf{a}, \mathbf{b} 满足 $\mathbf{a} \cdot \mathbf{b} = 0$, $|\mathbf{a}| = 1$, $|\mathbf{b}| = 2$, 则 $|2\mathbf{a} - \mathbf{b}| =$ ()
(A) 0 (B) $2\sqrt{2}$ (C) 4 (D) 8
- $\lim_{x \rightarrow 2} \left(\frac{4}{x^2 - 4} - \frac{1}{x - 2} \right) =$ ()
(A) -1 (B) $-\frac{1}{4}$ (C) $\frac{1}{4}$ (D) 1
- 设变量 x, y 满足约束条件 $\begin{cases} y \geq 0 \\ x - y + 1 \geq 0 \\ x + y - 3 \leq 0 \end{cases}$, 则 $z = 2x + y$ 的最大值为 ()
(A) -2 (B) 4 (C) 6 (D) 8
- 函数 $f(x) = \frac{4^x + 1}{2^x}$ 的图象 ()
(A) 关于原点对称 (B) 关于直线 $y = x$ 对称
(C) 关于 x 轴对称 (D) 关于 y 轴对称
- 已知函数 $y = \sin(\omega x + \varphi)$ ($\omega > 0, |\varphi| < \frac{\pi}{2}$) 的部分图象如图所示, 则()



- (A) $\omega = 1, \varphi = \frac{\pi}{6}$ (B) $\omega = 1, \varphi = -\frac{\pi}{6}$
(C) $\omega = 2, \varphi = \frac{\pi}{6}$ (D) $\omega = 2, \varphi = -\frac{\pi}{6}$
- 已知 $x > 0, y > 0, x + 2y + 2xy = 8$, 则 $x + 2y$ 的最小值是 ()
(A) 3 (B) 4 (C) $\frac{9}{2}$ (D) $\frac{11}{2}$
- 直线 $y = \frac{\sqrt{3}}{3}x + \sqrt{2}$ 与圆心为 D 的圆 $\begin{cases} x = \sqrt{3} + \sqrt{3}\cos\theta \\ y = 1 + \sqrt{3}\sin\theta \end{cases}$ ($\theta \in [0, 2\pi)$) 交于 A, B 两点, 则直线 AD 与 BD 的倾斜角之和为 ()
(A) $\frac{7}{6}\pi$ (B) $\frac{5}{4}\pi$ (C) $\frac{4}{3}\pi$ (D) $\frac{5}{3}\pi$
- 某单位安排 7 位员工在 10 月 1 日至 7 日值班, 每天 1 人, 每人值班 1 天, 若 7 位员工中的甲、乙排在相邻两天, 丙不排在 10 月 1 日, 丁不排在 10 月 7 日, 则不同的安排方案共有 ()
(A) 504 种 (B) 960 种 (C) 1008 种 (D) 1108 种

- 到两互相垂直的异面直线的距离相等的点, 在过其中一条直线且平行于另一条直线的平面内的轨迹是 ()
(A) 直线 (B) 椭圆 (C) 抛物线 (D) 双曲线

二、填空题

- 已知复数 $z = 1 + i$, 则 $\frac{2}{z} - z =$ _____.
- 设 $U = \{0, 1, 2, 3\}$, $A = \{x \in U \mid x^2 + mx = 0\}$, 若 $\complement_U A = \{1, 2\}$, 则实数 $m =$ _____.
- 某篮球队员在比赛中每次罚球的命中率相同, 且在两次罚球中至多命中一次的概率为 $\frac{16}{25}$, 则该队员每次罚球的命中率为_____.
- 已知以 F 为焦点的抛物线 $y^2 = 4x$ 上的两点 A, B 满足 $\overrightarrow{AF} = 3\overrightarrow{FB}$, 则弦 AB 的中点到准线的距离为_____.
- 已知函数 $f(x)$ 满足: $f(1) = \frac{1}{4}$, $4f(x)f(y) = f(x+y) + f(x-y)$ ($x, y \in \mathbf{R}$), 则 $f(2010) =$ _____.

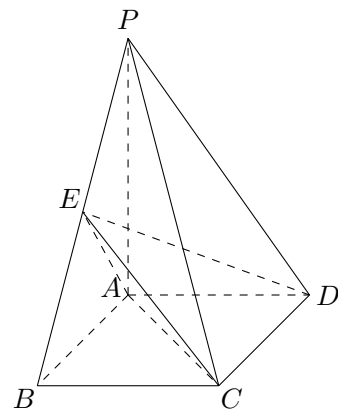
三、解答题

- 设函数 $f(x) = \cos\left(x + \frac{2}{3}\pi\right) + 2\cos^2\frac{x}{2}$, $x \in \mathbf{R}$.
(1) 求 $f(x)$ 的值域;
(2) 记 $\triangle ABC$ 的内角 A, B, C 的对边长分别为 a, b, c , 若 $f(B) = 1$, $b = 1, c = \sqrt{3}$, 求 a 的值.

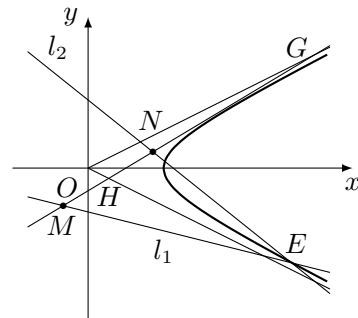
- 在甲、乙等 6 个单位参加的一次“唱读讲传”演出活动中, 每个单位的节目集中安排在一起, 若采用抽签的方式随机确定各单位的演出顺序 (序号为 $1, 2, \dots, 6$), 求:
(1) 甲、乙两单位的演出序号至少有一个为奇数的概率;
(2) 甲、乙两单位之间的演出单位个数 ξ 的分布列与期望.

- 已知函数 $f(x) = \frac{x-1}{x+a} + \ln(x+1)$, 其中实数 $a \neq 1$.
(1) 若 $a = 2$, 求曲线 $y = f(x)$ 在点 $(0, f(0))$ 处的切线方程;
(2) 若 $f(x)$ 在 $x = 1$ 处取得极值, 试讨论 $f(x)$ 的单调性.

19. 如图, 四棱锥 $P-ABCD$ 中, 底面 $ABCD$ 为矩形, $PA \perp$ 底面 $ABCD$, $PA = AB = \sqrt{6}$, 点 E 是棱 PB 的中点.
- (1) 求直线 AD 与平面 PBC 的距离;
- (2) 若 $AD = \sqrt{3}$, 求二面角 $A-EC-D$ 的平面角的余弦值.



20. 已知以原点 O 为中心, $F(\sqrt{5}, 0)$ 为右焦点的双曲线 C 的离心率 $e = \frac{\sqrt{5}}{2}$.
- (1) 求双曲线 C 的标准方程及其渐近线方程;
- (2) 如图, 已知过点 $M(x_1, y_1)$ 的直线 $l_1: x_1x + 4y_1y = 4$ 与过点 $N(x_2, y_2)$ (其中 $x_2 \neq x_1$) 的直线 $l_2: x_2x + 4y_2y = 4$ 的交点 E 在双曲线 C 上, 直线 MN 与两条渐近线分别交于 G 、 H 两点, 求 $\triangle OGH$ 的面积.



21. 在数列 $\{a_n\}$ 中, $a_1 = 1$, $a_{n+1} = ca_n + c^{n+1}(2n+1)$ ($n \in \mathbf{N}^*$), 其中实数 $c \neq 0$.
- (1) 求 $\{a_n\}$ 的通项公式;
- (2) 若对一切 $k \in \mathbf{N}^*$ 有 $a_{2k} > a_{2k-1}$, 求 c 的取值范围.