

文科数学

一、选择题

1. 已知全集 $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$, 集合 $A = \{1, 3, 5, 6\}$, 则 $\complement_U A =$ ()
 (A) $\{1, 3, 5, 6\}$ (B) $\{2, 3, 7\}$ (C) $\{2, 4, 7\}$ (D) $\{2, 5, 7\}$

2. i 为虚数单位, 则 $\left(\frac{1-i}{1+i}\right)^2 =$ ()
 (A) 1 (B) -1 (C) i (D) $-i$

3. 命题“ $\forall x \in \mathbf{R}, x^2 \neq x$ ”的否定是 ()
 (A) $\forall x \notin \mathbf{R}, x^2 \neq x$ (B) $\forall x \in \mathbf{R}, x^2 = x$
 (C) $\exists x \notin \mathbf{R}, x^2 \neq x$ (D) $\exists x \in \mathbf{R}, x^2 = x$

4. 若变量 x, y 满足约束条件 $\begin{cases} x+y \leq 4 \\ x-y \leq 2 \\ x \geq 0, y \geq 0 \end{cases}$, 则 $2x+y$ 的最大值是 ()
 (A) 2 (B) 4 (C) 7 (D) 8

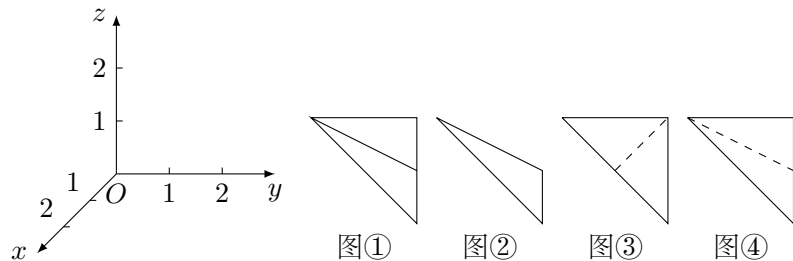
5. 随机掷两枚质地均匀的骰子, 它们向上的点数之和不超过 5 的概率记为 p_1 , 点数之和大于 5 的概率记为 p_2 , 点数之和为偶数的概率记为 p_3 , 则 ()
 (A) $p_1 < p_2 < p_3$ (B) $p_2 < p_1 < p_3$ (C) $p_1 < p_3 < p_2$ (D) $p_3 < p_1 < p_2$

6. 根据如下样本数据
- | | | | | | | |
|-----|-----|-----|------|-----|------|------|
| x | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 |
| y | 4.0 | 2.5 | -0.5 | 0.5 | -2.0 | -3.0 |

得到的回归方程为 $\hat{y} = bx + a$, 则 ()

- (A) $a > 0, b < 0$ (B) $a > 0, b > 0$ (C) $a < 0, b < 0$ (D) $a < 0, b > 0$

7. 在如图所示的空间直角坐标系 $O-xyz$ 中, 一个四面体的顶点坐标分别是 $(0, 0, 2), (2, 2, 0), (1, 2, 1), (2, 2, 2)$. 给出编号为①②③④的四个图, 则该四面体的正视图和俯视图分别为 ()



- (A) ①和② (B) ③和① (C) ④和③ (D) ④和②

8. 设 a, b 是关于 t 的方程 $t^2 \cos \theta + t \sin \theta = 0$ 的两个不等实根, 则过 $A(a, a^2), B(b, b^2)$ 两点的直线与双曲线 $\frac{x^2}{\cos^2 \theta} - \frac{y^2}{\sin^2 \theta} = 1$ 的公共点的个数为 ()
 (A) 0 (B) 1 (C) 2 (D) 3

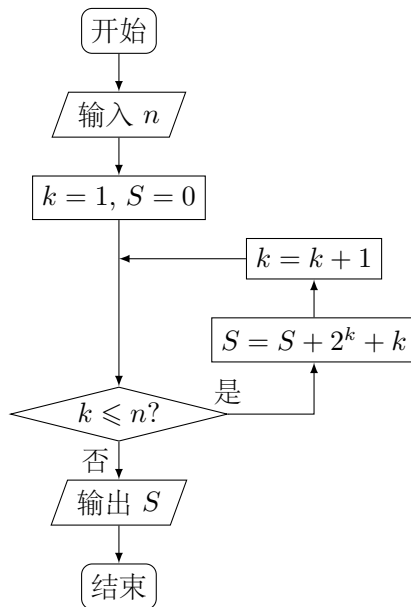
9. 已知 $f(x)$ 是定义在 \mathbf{R} 上的奇函数, 当 $x \geq 0$ 时, $f(x) = x^2 - 3x$. 则函数 $g(x) = f(x) - x + 3$ 的零点的集合为 ()

- (A) $\{1, 3\}$ (B) $\{-3, -1, 1, 3\}$
 (C) $\{2 - \sqrt{7}, 1, 3\}$ (D) $\{-2 - \sqrt{7}, 1, 3\}$

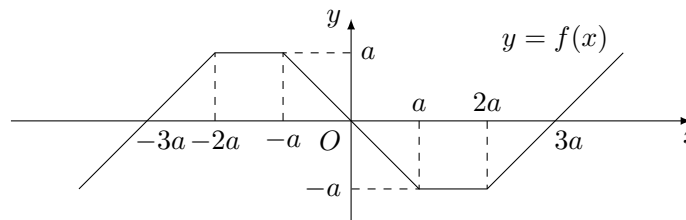
10. 《算数书》竹简于上世纪八十年代在湖北省江陵县张家山出土, 这是我国现存最早的有系统的数学典籍, 其中记载有求“囷盖”的术: 置如其周, 令相乘也. 又以高乘之, 三十六成一. 该术相当于给出了由圆锥的底面周长 L 与高 h , 计算其体积 V 的近似公式 $V \approx \frac{1}{36} L^2 h$. 它实际上是将圆锥体积公式中的圆周率 π 近似取为 3. 那么, 近似公式 $V \approx \frac{2}{75} L^2 h$ 相当于将圆锥体积公式中的 π 近似取为 ()
 (A) $\frac{22}{7}$ (B) $\frac{25}{8}$ (C) $\frac{157}{50}$ (D) $\frac{355}{113}$

二、填空题

11. 甲、乙两套设备生产的同类型产品共 4800 件, 采用分层抽样的方法从中抽取一个容量为 80 的样本进行质量检测. 若样本中有 50 件产品由甲设备生产, 则乙设备生产的产品总数为_____件.
12. 若向量 $\vec{OA} = (1, -3)$, $|\vec{OA}| = |\vec{OB}|$, $\vec{OA} \cdot \vec{OB} = 0$, 则 $|\vec{AB}| =$ _____.
13. 在 $\triangle ABC$ 中, 角 A, B, C 所对的边分别为 a, b, c , 已知 $A = \frac{\pi}{6}, a = 1, b = \sqrt{3}$, 则 $B =$ _____.
14. 阅读如图所示的程序框图, 运行相应的程序, 若输入 n 的值为 9, 则输出 S 的值为_____.



15. 如图所示, 函数 $y = f(x)$ 的图象由两条射线和三条线段组成.



若 $\forall x \in \mathbf{R}, f(x) > f(x-1)$, 则正实数 a 的取值范围为_____.

16. 某项研究表明: 在考虑行车安全的情况下, 某路段车流量 F (单位时间内经过测量点的车辆数, 单位: 辆/小时) 与车流速度 v (假设车辆以相同速度 v 行驶, 单位: 米/秒), 平均车长 l (单位: 米) 的值有关, 其公式为 $F = \frac{76000v}{v^2 + 18v + 20l}$.

- (1) 如果不限定车型, $l = 6.05$, 则最大车流量为_____辆/小时;
 (2) 如果限定车型, $l = 5$, 则最大车流量比 (1) 中的最大车流量增加_____辆/小时.

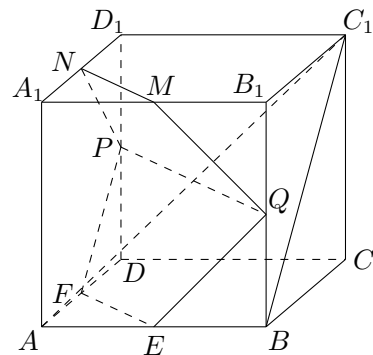
17. 已知圆 $O: x^2 + y^2 = 1$ 和点 $A(-2, 0)$, 若定点 $B(b, 0)$ ($b \neq -2$) 和常数 λ 满足: 对圆 O 上任意一点 M , 都有 $|MB| = \lambda|MA|$, 则
 (1) $b =$ _____;
 (2) $\lambda =$ _____.

三、解答题

18. 某实验室一天的温度 (单位: $^{\circ}\text{C}$) 随时间 t (单位: h) 的变化近似满足函数关系: $f(t) = 10 - \sqrt{3} \cos \frac{\pi}{12} t - \sin \frac{\pi}{12} t, t \in [0, 24)$.
 (1) 求实验室这一天上午 8 时的温度;
 (2) 求实验室这一天的最大温差.

19. 已知等差数列 $\{a_n\}$ 满足: $a_1 = 2$, 且 a_1, a_2, a_5 成等比数列.
 (1) 求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式.
 (2) 记 S_n 为数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和, 是否存在正整数 n , 使得 $S_n > 60n + 800$? 若存在, 求出 n 的最小值; 若不存在, 说明理由.

20. 如图, 在正方体 $ABCD - A_1B_1C_1D_1$ 中, E 、 F 、 P 、 Q 、 M 、 N 分别是棱 AB 、 AD 、 DD_1 、 BB_1 、 A_1B_1 、 A_1D_1 的中点. 求证:
- (1) 直线 $BC_1 \parallel$ 平面 $EFPQ$;
 - (2) 直线 $AC_1 \perp$ 平面 $PQMN$.



21. π 为圆周率, $e = 2.71828 \dots$ 为自然对数的底数.
- (1) 求函数 $f(x) = \frac{\ln x}{x}$ 的单调区间;
 - (2) 求 $e^3, 3^e, e^\pi, \pi^e, 3^\pi, \pi^3$ 这 6 个数中的最大数与最小数.

22. 在平面直角坐标系 xOy 中, 点 M 到点 $F(1, 0)$ 的距离比它到 y 轴的距离多 1, 记点 M 的轨迹为 C .
- (1) 求轨迹为 C 的方程;
 - (2) 设斜率为 k 的直线 l 过定点 $P(-2, 1)$, 求直线 l 与轨迹 C 恰好有一个公共点, 两个公共点, 三个公共点时 k 的相应取值范围.