

# 文科数学

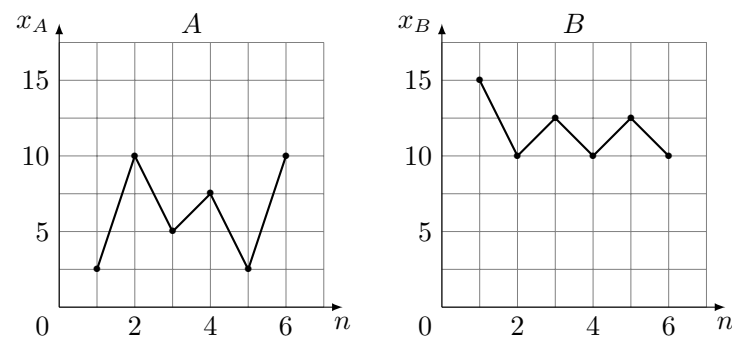
## 一、选择题

1. 集合  $A = \{x | -1 \leq x \leq 2\}$ ,  $B = \{x | x < 1\}$ , 则  $A \cap B =$  ( )  
 (A)  $\{x | x < 1\}$  (B)  $\{x | -1 \leq x \leq 2\}$   
 (C)  $\{x | -1 \leq x \leq 1\}$  (D)  $\{x | -1 \leq x < 1\}$

2. 复数  $z = \frac{i}{1+i}$  在复平面上对应的点位于 ( )  
 (A) 第一象限 (B) 第二象限 (C) 第三象限 (D) 第四象限

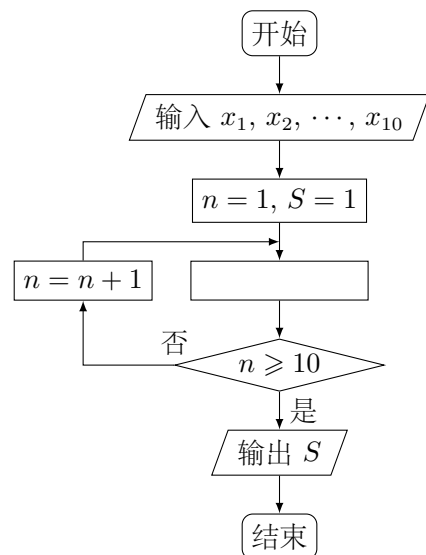
3. 函数  $f(x) = 2 \sin x \cos x$  是  
 (A) 最小正周期为  $2\pi$  的奇函数 (B) 最小正周期为  $2\pi$  的偶函数  
 (C) 最小正周期为  $\pi$  的奇函数 (D) 最小正周期为  $\pi$  的偶函数

4. 如图, 样本  $A$  和  $B$  分别取自两个不同的总体, 它们的样本平均数分别为  $\bar{x}_A$  和  $\bar{x}_B$ , 样本标准差分别为  $s_A$  和  $s_B$ , 则 ( )



- (A)  $\bar{x}_A > \bar{x}_B$ ,  $s_A > s_B$  (B)  $\bar{x}_A < \bar{x}_B$ ,  $s_A > s_B$   
 (C)  $\bar{x}_A > \bar{x}_B$ ,  $s_A < s_B$  (D)  $\bar{x}_A < \bar{x}_B$ ,  $s_A < s_B$

5. 如图是求  $x_1, x_2, \dots, x_{10}$  的乘积  $S$  的程序框图, 图中空白框中应填入的内容为 ( )



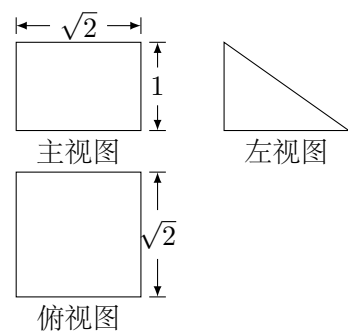
- (A)  $S = S * (n + 1)$  (B)  $S = S * x_{n+1}$  (C)  $S = S * n$  (D)  $S = S * x_n$

6. “ $a > 0$ ”是“ $|a| > 0$ ”的 ( )  
 (A) 充分不必要条件 (B) 必要不充分条件  
 (C) 充要条件 (D) 既不充分也不必要条件

7. 下列四类函数中, 具有性质“对任意的  $x > 0, y > 0$ , 函数  $f(x)$  满足  $f(x+y) = f(x)f(y)$ ”的是 ( )

- (A) 幂函数 (B) 对数函数 (C) 指数函数 (D) 余弦函数

8. 若某空间几何体的三视图如图所示, 则该几何体的体积是 ( )



- (A) 2 (B) 1 (C)  $\frac{2}{3}$  (D)  $\frac{1}{3}$

9. 已知抛物线  $y^2 = 2px$  ( $p > 0$ ) 的准线与圆  $(x-3)^2 + y^2 = 16$  相切, 则  $p$  的值为 ( )

- (A)  $\frac{1}{2}$  (B) 1 (C) 2 (D) 4

10. 某学校要召开学生代表大会, 规定各班每 10 人推选一名代表, 当各班人数除以 10 的余数大于 6 时再增选一名代表. 那么, 各班可推选代表人数  $y$  与该班人数  $x$  之间的函数关系用取整函数  $y = [x]$  ( $[x]$  表示不大于  $x$  的最大整数) 可以表示为 ( )

- (A)  $y = \left[ \frac{x}{10} \right]$  (B)  $y = \left[ \frac{x+3}{10} \right]$  (C)  $y = \left[ \frac{x+4}{10} \right]$  (D)  $y = \left[ \frac{x+5}{10} \right]$

## 二、填空题

11. 观察下列等式:  $1^3 + 2^3 = 3^2$ ,  $1^3 + 2^3 + 3^3 = 6^2$ ,  $1^3 + 2^3 + 3^3 + 4^3 = 10^2$ ,  $\dots$ , 根据上述规律, 第四个等式为\_\_\_\_\_.

12. 已知向量  $\mathbf{a} = (2, -1)$ ,  $\mathbf{b} = (-1, m)$ ,  $\mathbf{c} = (-1, 2)$ , 若  $(\mathbf{a} + \mathbf{b}) \parallel \mathbf{c}$ , 则  $m =$ \_\_\_\_\_.

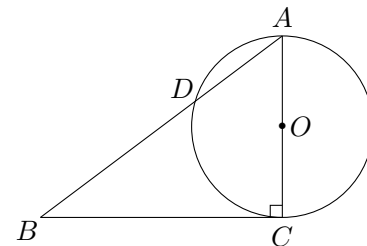
13. 已知函数  $f(x) = \begin{cases} 3x+2, & x < 1 \\ x^2+ax, & x \geq 1 \end{cases}$ , 若  $f(f(0)) = 4a$ , 则实数  $a =$ \_\_\_\_\_.

14. 设  $x, y$  满足约束条件  $\begin{cases} x+2y \leq 4 \\ x-y \leq 1 \\ x+2 \geq 0 \end{cases}$ , 则目标函数  $z = 3x - y$  的最大值为\_\_\_\_\_.

15. 三选一.

- 【A】不等式  $|2x-1| < 3$  的解集为\_\_\_\_\_.

- 【B】如图, 已知  $\text{Rt}\triangle ABC$  的两条直角边  $AC, BC$  的长分别为 3 cm, 4 cm, 以  $AC$  为直径的圆与  $AB$  交于点  $D$ , 则  $BD =$ \_\_\_\_\_.

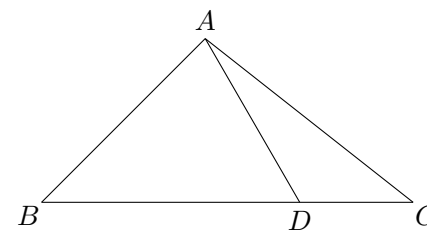


- 【C】参数方程  $\begin{cases} x = \cos \alpha \\ y = 1 + \sin \alpha \end{cases}$  ( $\alpha$  为参数) 化成普通方程为\_\_\_\_\_.

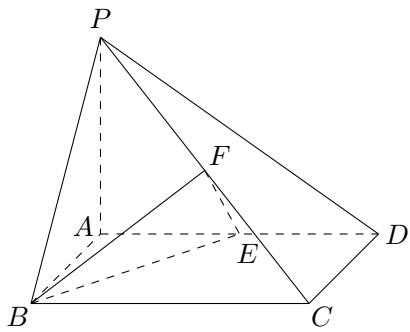
## 三、解答题

16. 已知  $\{a_n\}$  是公差不为零的等差数列,  $a_1 = 1$  且  $a_1, a_3, a_9$  成等比数列.  
 (1) 求数列  $\{a_n\}$  的通项;  
 (2) 求数列  $\{2^{a_n}\}$  的前  $n$  项和  $S_n$ .

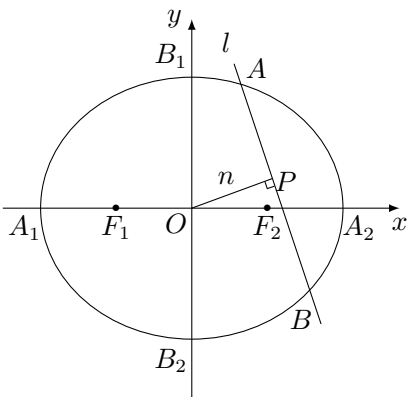
17. 如图, 在  $\triangle ABC$  中, 已知  $\angle B = 45^\circ$ ,  $D$  是  $BC$  边上的一点,  $AD = 10$ ,  $AC = 14$ ,  $DC = 6$ , 求  $AB$  的长.



18. 如图, 在四棱锥  $P-ABCD$  中, 底面  $ABCD$  是矩形,  $PA \perp$  平面  $ABCD$ ,  $AP = AB = 2$ ,  $BC = 2\sqrt{2}$ ,  $E, F$  分别是  $AD, PC$  的中点.
- (1) 证明:  $PC \perp$  平面  $BEF$ ;
- (2) 求平面  $BEF$  与平面  $BAP$  夹角的大小.



20. 如图, 椭圆  $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$  的顶点为  $A_1, A_2, B_1, B_2$ , 焦点为  $F_1, F_2$ ,  $|A_1B_1| = \sqrt{7}$ ,  $S_{\square A_1B_1A_2B_2} = 2S_{\square B_1F_1B_2F_2}$ .
- (1) 求椭圆  $C$  的方程;
- (2) 设  $n$  是过原点的直线,  $l$  是与  $n$  垂直相交于  $P$  点、与椭圆相交于  $A, B$  两点的直线,  $|\vec{OP}| = 1$ . 是否存在上述直线  $l$  使  $\vec{AP} \cdot \vec{PB} = 1$  成立? 若存在, 求出直线  $l$  的方程; 若不存在, 请说明理由.



21. 已知函数  $f(x) = \sqrt{x}$ ,  $g(x) = a \ln x$ ,  $a \in \mathbf{R}$ .
- (1) 若曲线  $y = f(x)$  与曲线  $y = g(x)$  相交, 且在交点处有共同的切线, 求  $a$  的值和该切线方程;
- (2) 设函数  $h(x) = f(x) - g(x)$ , 当  $h(x)$  存在最小值时, 求其最小值  $\varphi(a)$  的解析式;
- (3) 对 (2) 中的  $\varphi(a)$  和任意的  $a > 0, b > 0$ , 证明:  $\varphi'\left(\frac{a+b}{2}\right) \leq \frac{\varphi'(a) + \varphi'(b)}{2} \leq \varphi'\left(\frac{2ab}{a+b}\right)$ .

19. 为了解学生身高情况, 某校以 10% 的比例对全校 700 名学生按性别进行分层抽样调查, 测得身高情况的统计图如下:
- (1) 估计该校男生的人数;
- (2) 估计该校学生身高在 170 ~ 185 cm 之间的概率;
- (3) 从样本中身高在 165 ~ 180 cm 之间的女生中任选 2 人, 求至少有 1 人身高在 170 ~ 180 cm 之间的概率.

