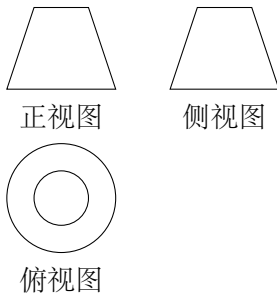


# 文科数学

## 一、选择题

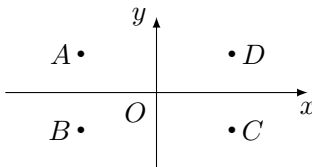
1. 设集合  $A = \{1, 2, 3\}$ , 集合  $B = \{-2, 2\}$ , 则  $A \cap B =$  ( )  
 (A)  $\emptyset$  (B)  $\{2\}$  (C)  $\{-2, 2\}$  (D)  $\{-2, 1, 2, 3\}$

2. 一个几何体的三视图如图所示, 则该几何体可以是 ( )



- (A) 棱柱 (B) 棱台 (C) 圆柱 (D) 圆台

3. 如图, 在复平面内, 点  $A$  表示复数  $z$ , 则图中表示  $z$  的共轭复数的点是 ( )



- (A)  $A$  (B)  $B$  (C)  $C$  (D)  $D$

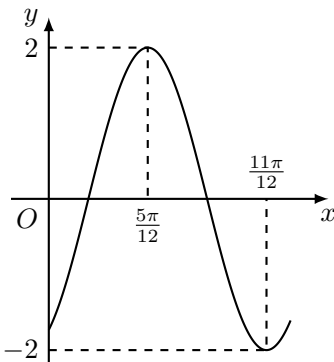
4. 设  $x \in \mathbf{Z}$ , 集合  $A$  是奇数集, 集合  $B$  是偶数集. 若命题  $p: \forall x \in A, 2x \in B$ , 则 ( )

- (A)  $\neg p: \exists x \in A, 2x \in B$  (B)  $\neg p: \exists x \notin A, 2x \in B$   
 (C)  $\neg p: \exists x \in A, 2x \notin B$  (D)  $\neg p: \forall x \notin A, 2x \notin B$

5. 抛物线  $y^2 = 8x$  的焦点到直线  $x - \sqrt{3}y = 0$  的距离是 ( )

- (A)  $2\sqrt{3}$  (B) 2 (C)  $\sqrt{3}$  (D) 1

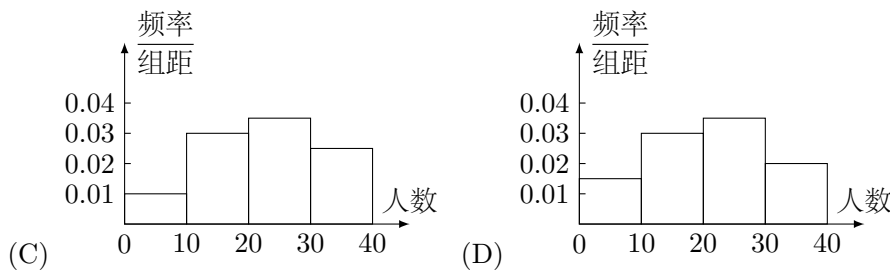
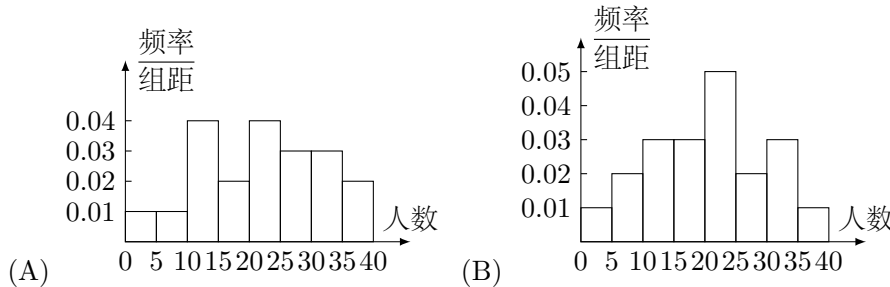
6. 函数  $f(x) = 2\sin(\omega x + \varphi)$  ( $\omega > 0, -\frac{\pi}{2} < \varphi < \frac{\pi}{2}$ ) 的部分图象如图所示, 则  $\omega, \varphi$  的值分别是 ( )



- (A)  $2, -\frac{\pi}{3}$  (B)  $2, -\frac{\pi}{6}$  (C)  $4, -\frac{\pi}{6}$  (D)  $4, \frac{\pi}{3}$

7. 某学校随机抽取 20 个班, 调查各班中有网上购物经历的人数, 所得数据的茎叶图如图所示, 以组距为 5 将数据分成  $[0, 5), [5, 10), \dots, [30, 35), [35, 40]$  时, 所作的频率分布直方图是 ( )

0	7	3				
1	7	6	4	4	3	0
2	7	5	5	4	3	0
3	8	5	4	3	0	



8. 若变量  $x, y$  满足约束条件  $\begin{cases} x + y \leq 8 \\ 2y - x \leq 4 \\ x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{cases}$  且  $z = 5y - x$  的最大值为  $a$ , 最小值为  $b$ , 则  $a - b$  的值是 ( )

- (A) 48 (B) 30 (C) 24 (D) 16

9. 从椭圆  $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$  ( $a > b > 0$ ) 上一点  $P$  向  $x$  轴作垂线, 垂足恰为左焦点  $F_1$ ,  $A$  是椭圆与  $x$  轴正半轴的交点,  $B$  是椭圆与  $y$  轴正半轴的交点, 且  $AB \parallel OP$  ( $O$  是坐标原点), 则该椭圆的离心率是 ( )

- (A)  $\frac{\sqrt{2}}{4}$  (B)  $\frac{1}{2}$  (C)  $\frac{\sqrt{2}}{2}$  (D)  $\frac{\sqrt{3}}{2}$

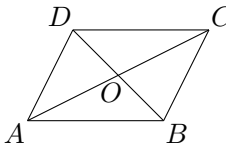
10. 设函数  $f(x) = \sqrt{e^x + x - a}$  ( $a \in \mathbf{R}$ ,  $e$  为自然对数的底数). 若存在  $b \in [0, 1]$  使  $f(f(b)) = b$  成立, 则  $a$  的取值范围是 ( )

- (A)  $[1, e]$  (B)  $[1, 1 + e]$  (C)  $[e, 1 + e]$  (D)  $[0, 1]$

## 二、填空题

11.  $\lg \sqrt{5} + \lg \sqrt{20}$  的值是\_\_\_\_\_.

12. 在平行四边形  $ABCD$  中, 对角线  $AC$  与  $BD$  交于点  $O$ ,  $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} = \lambda \overrightarrow{AO}$ , 则  $\lambda =$ \_\_\_\_\_.



13. 已知函数  $f(x) = 4x + \frac{a}{x}$  ( $x > 0, a > 0$ ) 在  $x = 3$  时取得小值, 则  $a =$ \_\_\_\_\_.

14. 设  $\sin 2\alpha = -\sin \alpha, \alpha \in (\frac{\pi}{2}, \pi)$ , 则  $\tan 2\alpha$  的值是\_\_\_\_\_.

15. 在平面直角坐标系内, 到点  $A(1, 2), B(1, 5), C(3, 6), D(7, -1)$  的距离之和最小的点的坐标是\_\_\_\_\_.

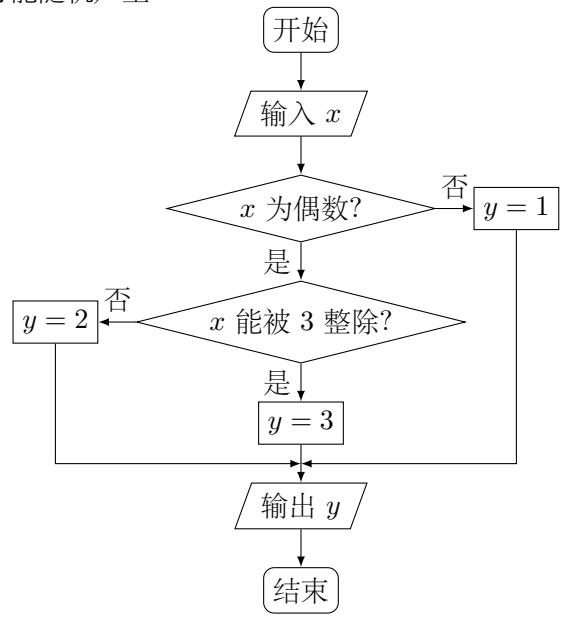
## 三、解答题

16. 在等比数列  $\{a_n\}$  中,  $a_2 - a_1 = 2$ , 且  $2a_2$  为  $3a_1$  和  $a_3$  的等差中项, 求数列  $\{a_n\}$  的首项、公比及前  $n$  项和.

17. 在  $\triangle ABC$  中, 角  $A, B, C$  的对边分别为  $a, b, c$ , 且  $\cos(A - B) \cos B - \sin(A - B) \sin(A + C) = -\frac{3}{5}$ .

- (1) 求  $\sin A$  的值;  
 (2) 若  $a = 4\sqrt{2}, b = 5$ , 求向量  $\overrightarrow{BA}$  在  $\overrightarrow{BC}$  方向上的投影.

18. 某算法的程序框图如图所示, 其中输入的变量  $x$  在  $1, 2, 3, \dots, 24$  这 24 个整数中等可能随机产生.



- (1) 分别求出按程序框图正确编程运行时输出  $y$  的值为  $i$  的概率  $P_i$  ( $i = 1, 2, 3$ );
- (2) 甲、乙两同学依据自己对程序框图的理解, 各自编写程序重复运行  $n$  次后, 统计记录了输出  $y$  的值为  $i$  ( $i = 1, 2, 3$ ) 的频数. 以下是甲、乙所作频数统计表的部分数据.

甲的频数统计表 (部分)			
运行次数 $n$	输出 $y$ 的值为 1 的频数	输出 $y$ 的值为 2 的频数	输出 $y$ 的值为 3 的频数
30	14	6	10
...	...	...	...
2100	1027	376	697

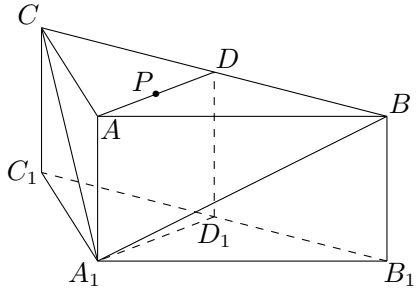
  

乙的频数统计表 (部分)			
运行次数 $n$	输出 $y$ 的值为 1 的频数	输出 $y$ 的值为 2 的频数	输出 $y$ 的值为 3 的频数
30	12	11	7
...	...	...	...
2100	1051	696	353

当  $n = 2100$  时, 根据表中的数据, 分别写出甲、乙所编程序各自输出  $y$  的值为  $i$  ( $i = 1, 2, 3$ ) 的频率 (用分数表示), 并判断两位同学中哪一位所编写程序符合算法要求的可能性较大.

19. 如图, 在三棱柱  $ABC - A_1B_1C_1$  中, 侧棱  $AA_1 \perp$  底面  $ABC$ ,  $AB = AC = 2AA_1 = 2$ ,  $\angle BAC = 120^\circ$ ,  $D, D_1$  分别是线段  $BC, B_1C_1$  的中点, 点  $P$  是线段  $AD$  上异于端点的点.

- (1) 在平面  $ABC$  内, 试作出过点  $P$  与平面  $A_1BC$  平行的直线  $l$ , 请说明理由, 并证明直线  $l \perp$  平面  $ADD_1A_1$ ;
- (2) 设 (1) 中的直线  $l$  交  $AC$  于点  $Q$ , 求三棱锥  $A_1 - QC_1D$  的体积.  
(锥体体积公式:  $V = \frac{1}{3}Sh$ , 其中  $S$  为底面面积,  $h$  为高)



20. 已知圆  $C$  的方程为  $x^2 + (y - 4)^2 = 4$ , 点  $O$  是坐标原点, 直线  $l: y = kx$  与圆  $C$  交于  $M, N$  两点.

- (1) 求  $k$  的取值范围;
- (2) 设  $Q(m, n)$  是线段  $MN$  上的点, 且  $\frac{2}{|OQ|^2} = \frac{1}{|OM|^2} + \frac{1}{|ON|^2}$ , 请将  $n$  表示为  $m$  的函数.

21. 已知函数  $f(x) = \begin{cases} x^2 + 2x + a, & x < 0 \\ \ln x, & x > 0 \end{cases}$ , 其中  $a$  是实数. 设  $A(x_1, f(x_1)), B(x_2, f(x_2))$  为该函数图象上的两点, 且  $x_1 < x_2$ .
- (1) 指出函数  $f(x)$  的单调区间;
- (2) 若函数  $f(x)$  的图象在点  $A, B$  处的切线互相垂直, 且  $x_2 < 0$ , 证明:  $x_2 - x_1 \geq 1$ ;
- (3) 若函数  $f(x)$  的图象在点  $A, B$  处的切线重合, 求  $a$  的取值范围.