

## 文科数学

## 一、选择题

1. 设集合  $S = \{x | x > -2\}$ ,  $T = \{x | -4 \leq x \leq 1\}$ , 则  $S \cap T =$  ( )

- (A)
- $[-4, +\infty)$
- (B)
- $(-2, +\infty)$
- (C)
- $[-4, 1]$
- (D)
- $(-2, 1]$

2. 已知  $i$  是虚数单位, 则  $(2+i)(3+i) =$  ( )

- (A)
- $5-5i$
- (B)
- $7-5i$
- (C)
- $5+5i$
- (D)
- $7+5i$

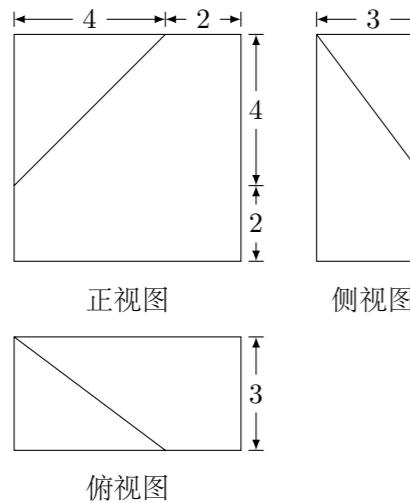
3. 若  $\alpha \in \mathbf{R}$ , 则“ $\alpha = 0$ ”是“ $\sin \alpha < \cos \alpha$ ”的 ( )

- (A) 充分不必要条件 (B) 必要不充分条件
- 
- (C) 充分必要条件 (D) 既不充分也不必要条件

4. 设  $m, n$  是两条不同的直线,  $\alpha, \beta$  是两个不同的平面 ( )

- (A) 若
- $m \parallel \alpha, n \parallel \alpha$
- , 则
- $m \parallel n$
- (B) 若
- $m \parallel \alpha, m \parallel \beta$
- , 则
- $\alpha \parallel \beta$
- 
- (C) 若
- $m \parallel n, m \perp \alpha$
- , 则
- $n \perp \alpha$
- (D) 若
- $m \parallel \alpha, \alpha \perp \beta$
- , 则
- $m \perp \beta$

5. 已知某几何体的三视图 (单位: cm) 如图所示, 则该几何体的体积是 ( )



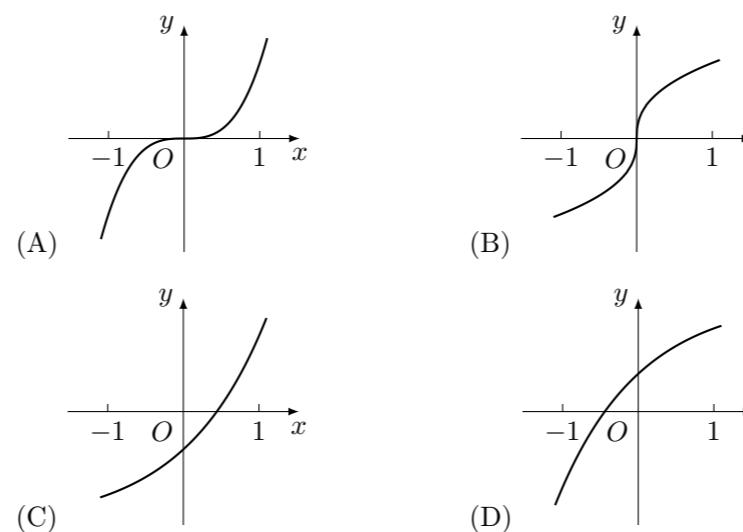
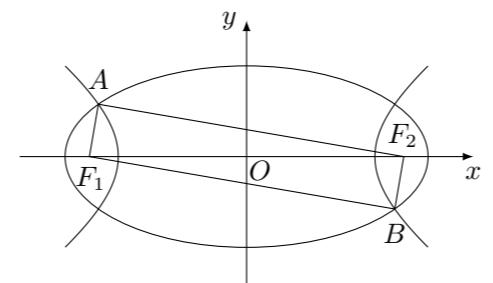
- (A)
- $108 \text{ cm}^3$
- (B)
- $100 \text{ cm}^3$
- (C)
- $92 \text{ cm}^3$
- (D)
- $84 \text{ cm}^3$

6. 函数  $f(x) = \sin x \cos x + \frac{\sqrt{3}}{2} \cos 2x$  的最小正周期和振幅分别是 ( )

- (A)
- $\pi, 1$
- (B)
- $\pi, 2$
- (C)
- $2\pi, 1$
- (D)
- $2\pi, 2$

7. 已知  $a, b, c \in \mathbf{R}$ , 函数  $f(x) = ax^2 + bx + c$ , 若  $f(0) = f(4) > f(1)$ , 则 ( )

- (A)
- $a > 0, 4a + b = 0$
- (B)
- $a < 0, 4a + b = 0$
- 
- (C)
- $a > 0, 2a + b = 0$
- (D)
- $a < 0, 2a + b = 0$

8. 已知函数  $y = f(x)$  的图象是下列四个图象之一, 且其导函数  $y = f'(x)$  的图象如图所示, 则该函数的图象是 ( )9. 如图,  $F_1, F_2$  是椭圆  $C_1: \frac{x^2}{4} + y^2 = 1$  与双曲线  $C_2$  的公共焦点,  $A, B$  分别是  $C_1, C_2$  在第二、四象限的公共点. 若四边形  $AF_1BF_2$  为矩形, 则  $C_2$  的离心率是 ( )

- (A)
- $\sqrt{2}$
- (B)
- $\sqrt{3}$
- (C)
- $\frac{3}{2}$
- (D)
- $\frac{\sqrt{6}}{2}$

10. 设  $a, b \in \mathbf{R}$ , 定义运算“ $\wedge$ ”和“ $\vee$ ”如下:  $a \wedge b = \begin{cases} a, & a \leq b \\ b, & a > b \end{cases}$ ,  $a \vee b = \begin{cases} b, & a \leq b \\ a, & a > b \end{cases}$ . 若正数  $a, b, c, d$  满足  $ab \geq 4, c+d \leq 4$ , 则 ( )

- (A)
- $a \wedge b \geq 2, c \wedge d \leq 2$
- (B)
- $a \wedge b \geq 2, c \vee d \geq 2$
- 
- (C)
- $a \vee b \geq 2, c \wedge d \leq 2$
- (D)
- $a \vee b \geq 2, c \vee d \geq 2$

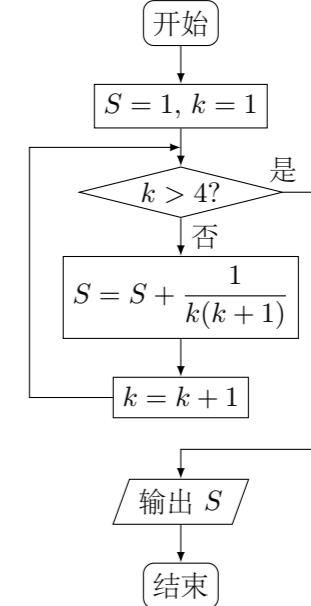
## 二、填空题

11. 已知函数  $f(x) = \sqrt{x-1}$ . 若  $f(a) = 3$ , 则实数  $a =$  \_\_\_\_\_.

12. 从 3 男 3 女共 6 名同学中任选 2 名 (每名同学被选中的机会均等), 这 2 名都是女同学的概率等于 \_\_\_\_\_.

13. 直线  $y = 2x + 3$  被圆  $x^2 + y^2 - 6x - 8y = 0$  所截得的弦长等于 \_\_\_\_\_.

14. 若某程序框图如图所示, 则该程序运行后输出的值等于 \_\_\_\_\_.

15. 设  $z = kx + y$ , 其中实数  $x, y$  满足  $\begin{cases} x \geq 2 \\ x - 2y + 4 \geq 0 \\ 2x - y - 4 \leq 0 \end{cases}$ . 若  $z$  的最大值为 12, 则实数  $k =$  \_\_\_\_\_.16. 设  $a, b \in \mathbf{R}$ , 若  $x \geq 0$  时恒有  $0 \leq x^4 - x^3 + ax + b \leq (x^2 - 1)^2$ , 则  $ab =$  \_\_\_\_\_.17. 设  $e_1, e_2$  为单位向量, 非零向量  $b = xe_1 + ye_2, x, y \in \mathbf{R}$ . 若  $e_1, e_2$  的夹角为  $\frac{\pi}{6}$ , 则  $\frac{|b|}{|b|}$  的最大值等于 \_\_\_\_\_.

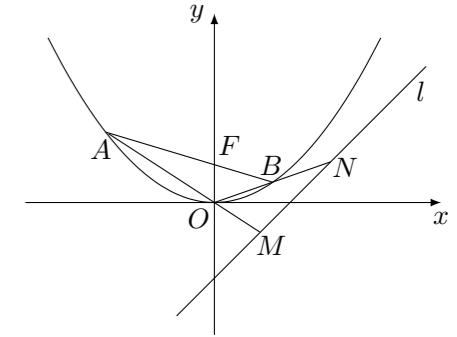
## 三、解答题

18. 在锐角  $\triangle ABC$  中, 内角  $A, B, C$  的对边分别为  $a, b, c$ , 且  $2a \sin B = \sqrt{3}b$ .

- (1) 求角
- $A$
- 的大小;

- (2) 若
- $a = 6, b+c = 8$
- , 求
- $\triangle ABC$
- 的面积.

19. 在公差为  $d$  的等差数列  $\{a_n\}$  中, 已知  $a_1 = 10$ , 且  $a_1, 2a_2 + 2, 5a_3$  成等比数列.  
 (1) 求  $d, a_n$ ;  
 (2) 若  $d < 0$ , 求  $|a_1| + |a_2| + |a_3| + \dots + |a_n|$ .
21. 已知  $a \in \mathbf{R}$ , 函数  $f(x) = 2x^3 - 3(a+1)x^2 + 6ax$ .  
 (1) 若  $a=1$ , 求曲线  $y=f(x)$  在点  $(2, f(2))$  处的切线方程;  
 (2) 若  $|a| > 1$ , 求  $f(x)$  在闭区间  $[0, 2|a|]$  上的最小值.
22. 已知抛物线  $C$  的顶点为  $O(0, 0)$ , 焦点为  $F(0, 1)$ .  
 (1) 求抛物线  $C$  的方程;  
 (2) 过点  $F$  作直线交抛物线  $C$  于  $A, B$  两点. 若直线  $AO, BO$  分别交直线  $l: y=x-2$  于  $M, N$  两点, 求  $|MN|$  的最小值.



20. 如图, 在四棱锥  $P-ABCD$  中,  $PA \perp$  平面  $ABCD$ ,  $AB = BC = 2$ ,  $AD = CD = \sqrt{7}$ ,  $PA = \sqrt{3}$ ,  $\angle ABC = 120^\circ$ ,  $G$  为线段  $PC$  上的点.  
 (1) 证明:  $BD \perp$  平面  $APC$ ;  
 (2) 若  $G$  为  $PC$  的中点, 求  $DG$  与平面  $APC$  所成的角的正切值;  
 (3) 若  $G$  满足  $PC \perp$  平面  $BGD$ , 求  $\frac{PG}{GC}$  的值.

