

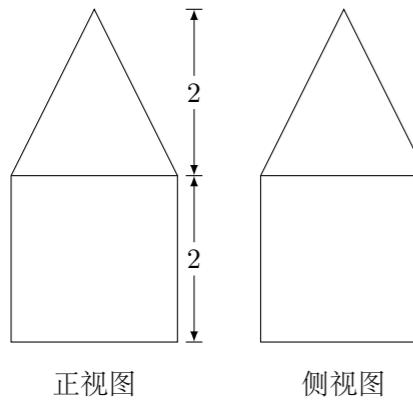
2015 年普通高等学校招生考试 (浙江卷)

文科数学

一、选择题

1. 已知集合 $P = \{x | x^2 - 2x \geq 3\}$, $Q = \{x | 2 < x < 4\}$, 则 $P \cap Q =$ ()
 (A) $[3, 4]$ (B) $(2, 3]$ (C) $(-1, 2)$ (D) $(-1, 3]$

2. 某几何体的三视图如图所示 (单位: cm), 则该几何体的体积是 ()



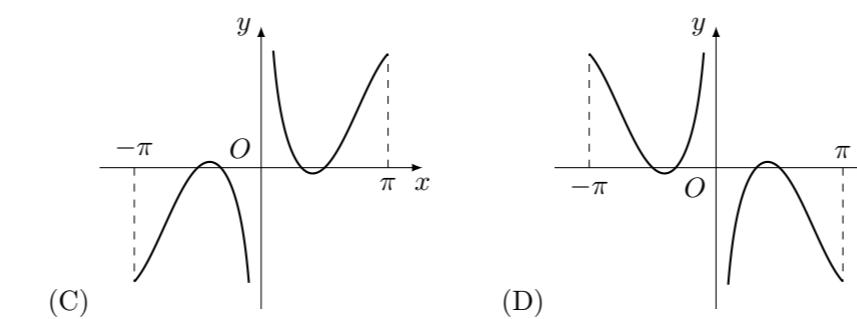
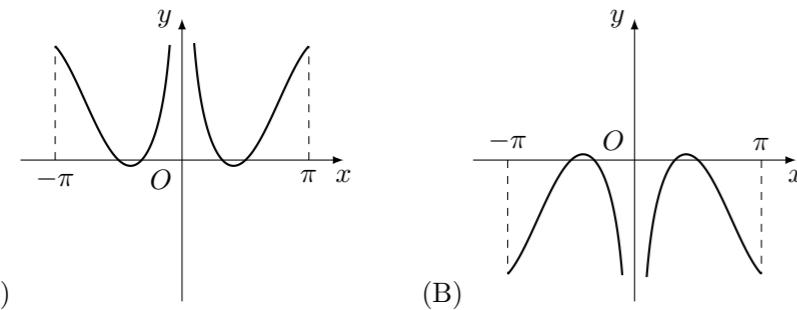
3. 设 a, b 是实数, 则“ $a + b > 0$ ”是“ $ab > 0$ ”的 ()

- (A) 充分不必要条件 (B) 必要不充分条件
 (C) 充分必要条件 (D) 既不充分也不必要条件

4. 设 α, β 是两个不同的平面, l, m 是两条不同的直线, 且 $l \subset \alpha, m \subset \beta$. ()

- (A) 若 $l \perp \beta$, 则 $\alpha \perp \beta$ (B) 若 $\alpha \perp \beta$, 则 $l \perp m$
 (C) 若 $l \parallel \beta$, 则 $\alpha \parallel \beta$ (D) 若 $\alpha \parallel \beta$, 则 $l \parallel m$

5. 函数 $f(x) = \left(x - \frac{1}{x}\right) \cos x$ ($-\pi \leq x \leq \pi$ 且 $x \neq 0$) 的图象可能为 ()



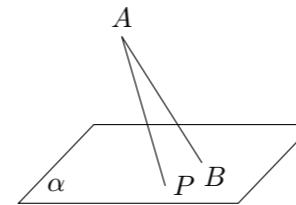
三、解答题

16. 在 $\triangle ABC$ 中, 内角 A, B, C 所对的边分别为 a, b, c . 已知 $\tan\left(\frac{\pi}{4} + A\right) = 2$.
- 求 $\frac{\sin 2A}{\sin 2A + \cos^2 A}$ 的值;
 - 若 $B = \frac{\pi}{4}$, $a = 3$, 求 $\triangle ABC$ 的面积.

6. 有三个房间需要粉刷, 粉刷方案要求: 每个房间只用一种颜色, 且三个房间颜色各不相同. 已知三个房间的粉刷面积 (单位: m^2) 分别为 x, y, z , 且 $x < y < z$, 三种颜色涂料的粉刷费用 (单位: 元/ m^2) 分别为 a, b, c , 且 $a < b < c$. 在不同的方案中, 最低的总费用 (单位: 元) 是 ()

- (A) $ax + by + cz$ (B) $az + by + cx$ (C) $ay + bz + cx$ (D) $ay + bx + cz$

7. 如图, 斜线段 AB 与平面 α 所成的角为 60° , B 为斜足, 平面 α 上的动点 P 满足 $\angle PAB = 30^\circ$, 则点 P 的轨迹是 ()



- (A) 直线 (B) 抛物线
 (C) 椭圆 (D) 双曲线的一支

8. 设实数 a, b, t 满足 $|a + 1| = |\sin b| = t$. 则下列说法中正确的是 ()

- (A) 若 t 确定, 则 b^2 唯一确定 (B) 若 t 确定, 则 $a^2 + 2a$ 唯一确定
 (C) 若 t 确定, 则 $\sin \frac{b}{2}$ 唯一确定 (D) 若 t 确定, 则 $a^2 + a$ 唯一确定

二、填空题

9. 计算 $\log_2 \frac{\sqrt{2}}{2} =$ _____, $2^{\log_2 3 + \log_4 3} =$ _____.

10. 已知 $\{a_n\}$ 是等差数列, 公差 d 不为零. 若 a_2, a_3, a_7 成等比数列, 且 $2a_1 + a_2 = 1$, 则 $a_1 =$ _____, $d =$ _____.

11. 函数 $f(x) = \sin^2 x + \sin x \cos x + 1$ 的最小正周期是 _____, 最小值是 _____.

12. 已知函数 $f(x) = \begin{cases} x^2, & x \leq 1 \\ x + \frac{6}{x} - 6, & x > 1 \end{cases}$, 则 $f(f(-2)) =$ _____, $f(x)$ 的最小值是 _____.

13. 已知 e_1, e_2 是平面单位向量, 且 $e_1 \cdot e_2 = \frac{1}{2}$. 若平面向量 b 满足 $b \cdot e_1 = b \cdot e_2 = 1$, 则 $|b| =$ _____.

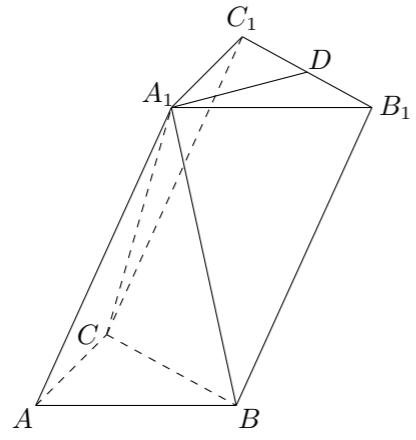
14. 已知实数 x, y 满足 $x^2 + y^2 \leq 1$, 则 $|2x + y - 4| + |6 - x - 3y|$ 的最大值是 _____.

15. 椭圆 $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($a > b > 0$) 的右焦点 $F(c, 0)$ 关于直线 $y = \frac{b}{c}x$ 的对称点 Q 在椭圆上, 则椭圆的离心率是 _____.

17. 已知数列 $\{a_n\}$ 和 $\{b_n\}$ 满足 $a_1 = 2, b_1 = 1, a_{n+1} = 2a_n$ ($n \in \mathbb{N}^*$), $b_1 + \frac{1}{2}b_2 + \frac{1}{3}b_3 + \dots + \frac{1}{n}b_n = b_{n+1} - 1$ ($n \in \mathbb{N}^*$).

- 求 a_n 与 b_n ;
- 记数列 $\{a_n b_n\}$ 的前 n 项和为 T_n , 求 T_n .

18. 如图, 在三棱柱 $ABC - A_1B_1C_1$ 中, $\angle BAC = 90^\circ$, $AB = AC = 2$, $A_1A = 4$, A_1 在底面 ABC 的射影为 BC 的中点, D 是 B_1C_1 的中点.
- (1) 证明: $A_1D \perp$ 平面 A_1BC ;
 - (2) 求直线 A_1B 和平面 BB_1C_1C 所成的角的正弦值.



19. 如图, 已知抛物线 $C_1 : y = \frac{1}{4}x^2$, 圆 $C_2 : x^2 + (y - 1)^2 = 1$, 过点 $P(t, 0)$ ($t > 0$) 作不过原点 O 的直线 PA, PB 分别与抛物线 C_1 和圆 C_2 相切, A, B 为切点.
- (1) 求点 A, B 的坐标;
 - (2) 求 $\triangle PAB$ 的面积.
- 注: 直线与抛物线有且只有一个公共点, 且与抛物线的对称轴不平行, 则称该直线与抛物线相切, 称该公共点为切点.

20. 设函数 $f(x) = x^2 + ax + b$ ($a, b \in \mathbf{R}$).
- (1) 当 $b = \frac{a^2}{4} + 1$ 时, 求函数 $f(x)$ 在 $[-1, 1]$ 上的最小值 $g(a)$ 的表达式;
 - (2) 已知函数 $f(x)$ 在 $[-1, 1]$ 上存在零点, $0 \leq b - 2a \leq 1$, 求 b 的取值范围.

