2008 年普通高等学校招生考试（大纲卷 I）

理科数学

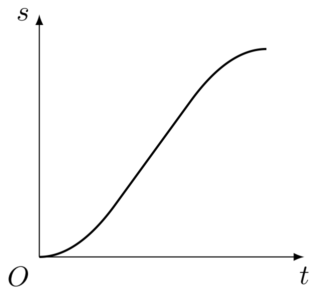
一、选择题

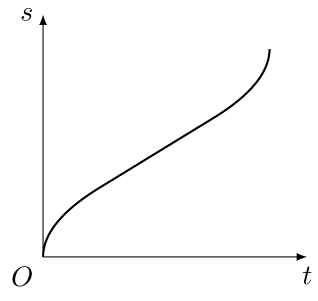
1. 函数 $y=\sqrt{x(x-1)}+\sqrt{x}$ 的定义域为 ( )

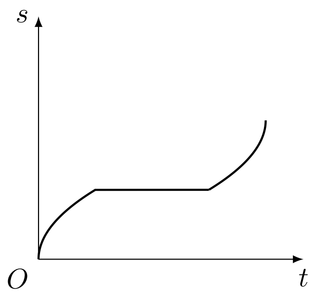
(A) $\{x|x\geqslant 0\}$　(B) $\{x|x\geqslant 1\}$

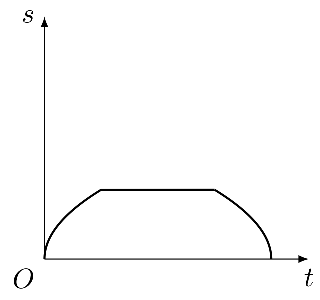
(C) $\{x|x\geqslant 1\}\cup\{0\}$　(D) $\{x|0\leqslant x\leqslant 1\}$

2. 汽车经过启动、加速行驶、匀速行驶、减速行驶之后停车, 若把这一过程中汽车的行驶路程 s 看作时间 t 的函数, 其图象可能是 ( )

(A) 

(B) 

(C) 

(D) 

3. 在 $\triangle ABC$ 中, $\overrightarrow{AB}=\boldsymbol{c}$, $\overrightarrow{AC}=\boldsymbol{b}$. 若点 D 满足 $\overrightarrow{BD}=2\overrightarrow{DC}$, 则 $\overrightarrow{AD}=$( )

(A) $\frac{2}{3}\boldsymbol{b}+\frac{1}{3}\boldsymbol{c}$　(B) $\frac{5}{3}\boldsymbol{c}-\frac{2}{3}\boldsymbol{b}$　(C) $\frac{2}{3}\boldsymbol{b}-\frac{1}{3}\boldsymbol{c}$　(D) $\frac{1}{3}\boldsymbol{b}+\frac{2}{3}\boldsymbol{c}$

4. 设 $a\in\mathbf{R}$, 且 $(a+\mathrm{i})^2\mathrm{i}$ 为正实数, 则 $a=$ ( )

(A) 2　(B) 1　(C) 0　(D) -1

5. 已知等差数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_2+a_4=4$, $a_3+a_5=10$, 则它的前 10 项的和 $S_{10}=$ ( )

(A) 138　(B) 135　(C) 95　(D) 23

6. 若函数 $y=f(x-1)$ 的图象与函数 $y=\ln\sqrt{x}+1$ 的图象关于直线 $y=x$ 对称, 则 $f(x)=$ ( )

(A) e^{2x-1}　(B) e^{2x}　(C) e^{2x+1}　(D) e^{2x+2}

7. 设曲线 $y=\dfrac{x+1}{x-1}$ 在点 $(3,2)$ 处的切线与直线 $ax+y+1=0$ 垂直, 则 $a=$ ( )

(A) 2　(B) $\frac{1}{2}$　(C) $-\frac{1}{2}$　(D) -2

8. 为得到函数 $y=\cos\left(2x+\dfrac{\pi}{3}\right)$ 的图象, 只需将函数 $y=\sin 2x$ 的图象( )

(A) 向左平移 $\frac{5\pi}{12}$ 个长度单位　(B) 向右平移 $\frac{5\pi}{12}$ 个长度单位

(C) 向左平移 $\frac{5\pi}{6}$ 个长度单位　(D) 向右平移 $\frac{5\pi}{6}$ 个长度单位

9. 设奇函数 $f(x)$ 在 $(0,+\infty)$ 上为增函数, 且 $f(1)=0$, 则不等式 $\dfrac{f(x)-f(-x)}{x}<0$ 的解集为 ( )

(A) $(-1,0)\cup(1,+\infty)$　(B) $(-\infty,-1)\cup(0,1)$

(C) $(-\infty,-1)\cup(1,+\infty)$　(D) $(-1,0)\cup(0,1)$

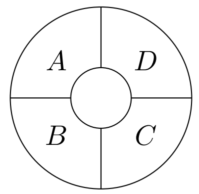
10. 若直线 $\dfrac{x}{a}+\dfrac{y}{b}=1$ 通过点 $M(\cos\alpha,\sin\alpha)$, 则 ( )

(A) $a^2+b^2\leqslant 1$　(B) $a^2+b^2\geqslant 1$　(C) $\frac{1}{a^2}+\frac{1}{b^2}\leqslant 1$　(D) $\frac{1}{a^2}+\frac{1}{b^2}\geqslant 1$

11. 已知三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 的侧棱与底面边长都相等, A_1 在底面 ABC 内的射影为 $\triangle ABC$ 的中心, 则 AB_1 与底面 ABC 所成角的正弦值等于( )

(A) $\frac{1}{3}$　(B) $\frac{\sqrt{2}}{3}$　(C) $\frac{\sqrt{3}}{3}$　(D) $\frac{2}{3}$

12. 如图, 一环形花坛分成 A、B、C、D 四块, 现有 4 种不同的花供选种, 要求在每块里种 1 种花, 且相邻的 2 块种不同的花, 则不同的种法总数为( )



(A) 96　(B) 84　(C) 60　(D) 48

二、填空题

13. 若 x,y 满足约束条件 $\begin{cases}x+y\geqslant 0\\ x-y+3\geqslant 0\\ 0\leqslant x\leqslant 3\end{cases}$, 则 $z=2x-y$ 的最大值为______.

14. 已知抛物线 $y=ax^2-1$ 的焦点是坐标原点, 则以抛物线与两坐标轴的三个交点为顶点的三角形面积为______.

15. 在 $\triangle ABC$ 中, $AB=BC$, $\cos B=-\dfrac{7}{18}$. 若以 A、B 为焦点的椭圆经过点 C, 则该椭圆的离心率 $e=$______.

16. 等边三角形 ABC 与正方形 $ABDE$ 有一公共边 AB, 二面角 $C-AB-D$ 的余弦值为 $\dfrac{\sqrt{3}}{3}$, M、N 分别是 AC、BC 的中点, 则 EM、AN 所成角的余弦值等于______.

三、解答题

17. 设 $\triangle ABC$ 的内角 A、B、C 所对的边长分别为 a、b、c, 且 $a\cos B-b\cos A=\frac{3}{5}c$.

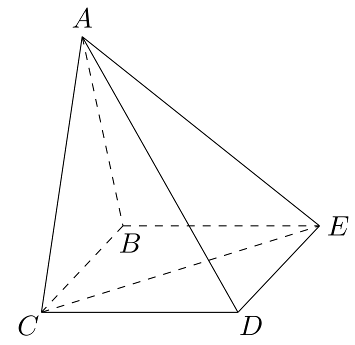
(1) 求 $\tan A\cot B$ 的值;

(2) 求 $\tan(A-B)$ 的最大值.

18. 四棱锥 $A-BCDE$ 中, 底面 $BCDE$ 为矩形, 侧面 $ABC\perp$ 底面 $BCDE$, $BC=2$, $CD=\sqrt{2}$, $AB=AC$.

(1) 证明: $AD\perp CE$;

(2) 设 CE 与平面 ABE 所成的角为 45°, 求二面角 $C-AD-E$ 的大小.



19. 已知函数 $f(x)=x^3+ax^2+x+1$, $a\in\mathbf{R}$.

(1) 讨论函数 $f(x)$ 的单调区间;

(2) 设函数 $f(x)$ 在区间 $\left(-\dfrac{2}{3},-\dfrac{1}{3}\right)$ 内是减函数, 求 a 的取值范围.

20. 已知 5 只动物中有 1 只患有某种疾病, 需要通过化验血液来确定患病的动物. 血液化验结果呈阳性的即为患病动物, 呈阴性即没患病. 下面是两种化验方案:

方案甲: 逐个化验, 直到能确定患病动物为止.

方案乙: 先任取 3 只, 将它们的血液混在一起化验. 若结果呈阳性则表明患病动物为这 3 只中的 1 只, 然后再逐个化验, 直到能确定患病动物为止; 若结果呈阴性则在另外 2 只中任取 1 只化验.

(1) 求依方案甲所需化验次数不少于依方案乙所需化验次数的概率;

(2) ξ 表示依方案乙所需化验次数, 求 ξ 的期望.

21. 双曲线的中心为原点 O, 焦点在 x 轴上, 两条渐近线分别为 l_1, l_2, 经过右焦点 F 垂直于 l_1 的直线分别交 l_1, l_2 于 A, B 两点. 已知 $\left|\overrightarrow{OA}\right|$、$\left|\overrightarrow{AB}\right|$、$\left|\overrightarrow{OB}\right|$ 成等差数列, 且 $\overrightarrow{BF}$ 与 $\overrightarrow{FA}$ 同向.

(1) 求双曲线的离心率;

(2) 设 AB 被双曲线所截得的线段的长为 4, 求双曲线的方程.

22. 设函数 $f(x)=x-x\ln x$. 数列 $\{a_n\}$ 满足 $0<a_1<1$, $a_{n+1}=f(a_n)$.

(1) 证明: 函数 $f(x)$ 在区间 $(0,1)$ 是增函数;

(2) 证明: $a_n<a_{n+1}<1$;

(3) 设 $b\in(a_1,1)$, 整数 $k\geqslant\dfrac{a_1-b}{a_1\ln b}$. 证明: $a_{k+1}>b$.