2014 年普通高等学校招生考试（江西卷）

理科数学

一、选择题

1. $\bar{z}$ 是 z 的共轭复数. 若 $\bar{z}+z=2$, $(z-\bar{z})\,\mathrm{i}=2$ (i 为虚数单位), 则 $z=$( )

(A) $1+\mathrm{i}$ (B) $-1-\mathrm{i}$ (C) $-1+\mathrm{i}$ (D) $1-\mathrm{i}$

2. 函数 $f(x)=\ln(x^2-x)$ 的定义域为 ( )

(A) $(0,1)$ (B) $[0,1]$

(C) $(-\infty,0)\cup(1,+\infty)$ (D) $(-\infty,0]\cup[1,+\infty)$

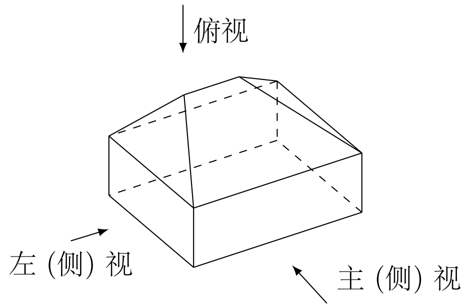
3. 已知函数 $f(x)=5^{|x|}$, $g(x)=ax^2-x$ $(a\in\mathbf{R})$. 若 $f[g(1)]=1$, 则 $a=$( )

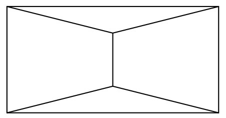
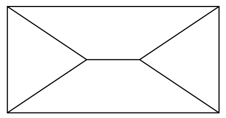
(A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) -1

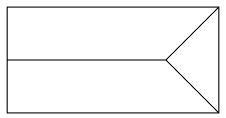
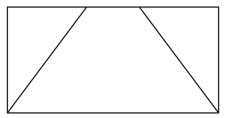
4. 在 $\triangle ABC$ 中, 内角 A, B, C 所对应的边分别为 a, b, c, 若 $c^2=(a-b)^2+6$, $C=\dfrac{\pi}{3}$, 则 $\triangle ABC$ 的面积是 ( )

(A) 3 (B) $\dfrac{9\sqrt{3}}{2}$ (C) $\dfrac{3\sqrt{3}}{2}$ (D) $3\sqrt{3}$

5. 一几何体的直观图如图所示, 下列给出的四个俯视图中正确的是 ( )



(A)  (B) 

(C)  (D) 

6. 某人研究中学生的性别与成绩、视力、智商、阅读量这 4 个变量之间的关系, 随机抽查了 52 名中学生, 得到统计数据如表 1 至表 4, 则与性别有关联的可能性最大的变量是 ( )

性别 \ 成绩	不及格	及格	总计
男	6	14	20
女	10	22	32
总计	16	36	52

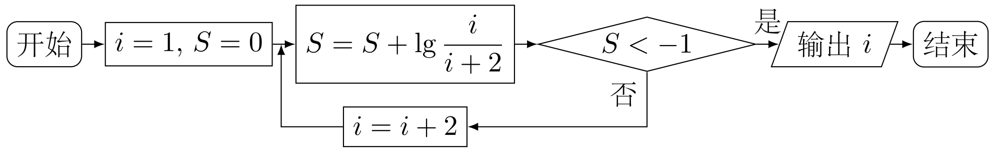
性别 \ 视力	好	差	总计
男	4	16	20
女	12	20	32
总计	16	36	52

性别 \ 智商	偏高	正常	总计
男	8	12	20
女	8	24	32
总计	16	36	52

性别 \ 阅读量	丰富	不丰富	总计
男	14	6	20
女	2	30	32
总计	16	36	52

(A) 成绩 (B) 视力 (C) 智商 (D) 阅读量

7. 阅读如下程序框图, 运行相应的程序, 则程序运行后输出的结果为 ( )



(A) 7 (B) 9 (C) 10 (D) 11

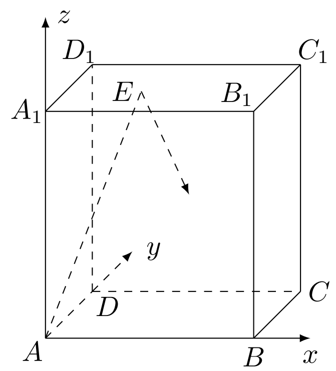
8. 若 $f(x)=x^2+2\int_0^1 f(x)\,\mathrm{d}x$, 则 $\int_0^1 f(x)\,\mathrm{d}x=$

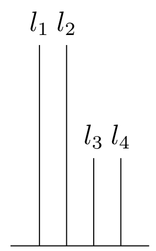
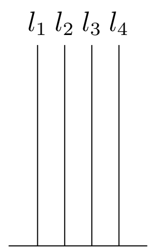
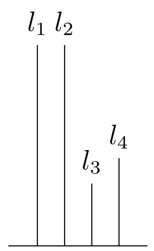
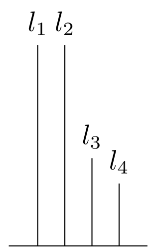
(A) -1 (B) $-\dfrac{1}{3}$ (C) $\dfrac{1}{3}$ (D) 1

9. 在平面直角坐标系中, A, B 分别是 x 轴和 y 轴上的动点, 若以 AB 为直径的圆 C 与直线 $2x+y-4=0$ 相切, 则圆 C 面积的最小值为 ( )

(A) $\dfrac{4}{5}\pi$ (B) $\dfrac{3}{4}\pi$ (C) $(6-2\sqrt{5})\pi$ (D) $\dfrac{5}{4}\pi$

10. 如图, 在长方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中, $AB=11$, $AD=7$, $AA_1=12$, 一质点从顶点 A 射向点 $E(4,\ 3,\ 12)$, 遇长方体的面反射 (反射服从光的反射原理), 将第 $i-1$ 次到第 i 次反射点之间的线段记为 $l_i\,(i=2,\ 3,\ 4)$, $l_1=AE$, 将线段 l_1, l_2, l_3, l_4 竖直放置在同一水平线上, 则大致的图形是 ( )



(A)  (B)  (C)  (D) 

11. 对任意 $x, y\in\mathbf{R}$, $|x-1|+|x|+|y-1|+|y+1|$ 的最小值为 ( )

(A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4

12. 若以直角坐标系的原点为极点, x 轴的非负半轴为极轴建立极坐标系, 则线段 $y=1-x$ $(0\leqslant x\leqslant 1)$ 的极坐标方程为 ( )

(A) $\rho=\dfrac{1}{\cos\theta+\sin\theta},\ 0\leqslant\theta\leqslant\dfrac{\pi}{2}$ (B) $\rho=\dfrac{1}{\cos\theta+\sin\theta},\ 0\leqslant\theta\leqslant\dfrac{\pi}{4}$

(C) $\rho=\cos\theta+\sin\theta,\ 0\leqslant\theta\leqslant\dfrac{\pi}{2}$ (D) $\rho=\cos\theta+\sin\theta,\ 0\leqslant\theta\leqslant\dfrac{\pi}{4}$

二、填空题

13. 10 件产品中有 7 件正品, 3 件次品, 从中任取 4 件, 则恰好取到 1 件次品的概率是______.

14. 若曲线 $y=\mathrm{e}^{-x}$ 上点 P 处的切线平行于直线 $2x+y+1=0$, 则点 P 的坐标是______.

15. 已知单位向量 $\boldsymbol{e}_1$ 与 $\boldsymbol{e}_2$ 的夹角为 α, 且 $\cos\alpha=\dfrac{1}{3}$, 向量 $\boldsymbol{a}=3\boldsymbol{e}_1-2\boldsymbol{e}_2$ 与 $\boldsymbol{b}=3\boldsymbol{e}_1-\boldsymbol{e}_2$ 的夹角为 β, 则 $\cos\beta=$______.

16. 过点 $M(1,1)$ 作斜率为 $-\dfrac{1}{2}$ 的直线与椭圆 $C:\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1$ $(a>b>0)$ 相交于 A, B 两点, 若 M 是线段 AB 的中点, 则椭圆 C 的离心率等于______.

三、解答题

17. 已知函数 $f(x)=\sin(x+\theta)+a\cos(x+2\theta)$, 其中 $a\in\mathbf{R}$, $\theta\in\left(-\dfrac{\pi}{2},\dfrac{\pi}{2}\right)$.

(1) 当 $a=\sqrt{2}$, $\theta=\dfrac{\pi}{4}$ 时, 求 $f(x)$ 在区间 $[0,\pi]$ 上的最大值与最小值;

(2) 若 $f\left(\dfrac{\pi}{2}\right)=0$, $f(\pi)=1$, 求 a, θ 的值.

18. 已知首项都是 1 的两个数列 $\{a_n\}$, $\{b_n\}$ $(b_n\neq 0,\ n\in\mathbf{N}^*)$ 满足 $a_nb_{n+1}-a_{n+1}b_n+2b_{n+1}b_n=0$.

(1) 令 $c_n=\dfrac{a_n}{b_n}$, 求数列 $\{c_n\}$ 的通项公式;

(2) 若 $b_n=3^{n-1}$, 求数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和 S_n.

19. 已知函数 $f(x)=\left(x^2+bx+b\right)\sqrt{1-2x}\ (b\in\mathbf{R})$.

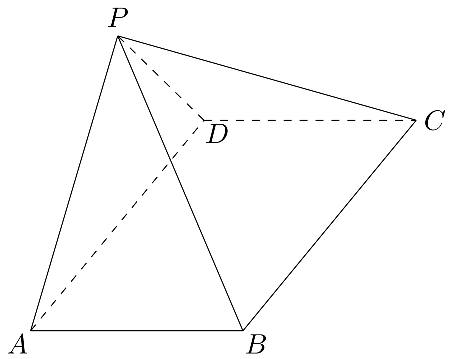
(1) 当 $b=4$ 时, 求 $f(x)$ 的极值;

(2) 若 $f(x)$ 在区间 $\left(0,\dfrac{1}{3}\right)$ 上单调递增, 求 b 的取值范围.

20. 如图, 四棱锥 $P-ABCD$ 中, $ABCD$ 为矩形, 平面 $PAD\perp$ 平面 $ABCD$.

(1) 求证: $AB\perp PD$;

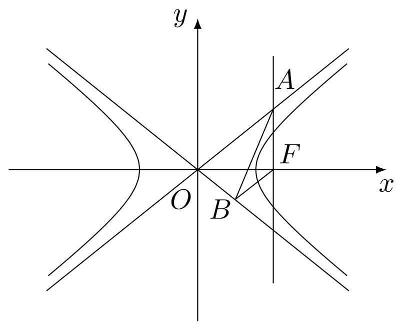
(2) 若 $\angle BPC=90^\circ$, $PB=\sqrt{2}$, $PC=2$. 问 AB 为何值时, 四棱锥 $P-ABCD$ 的体积最大? 并求此时平面 PBC 与平面 DPC 夹角的余弦值.



21. 如图, 已知双曲线 $C:\dfrac{x^2}{a^2}-y^2=1\ (a>0)$ 的右焦点为 F. 点 A, B 分别在 C 的两条渐近线上, $AF\perp x$ 轴, $AB\perp OB$, $BF\parallel OA$ (O 为坐标原点).

(1) 求双曲线 C 的方程;

(2) 过 C 上一点 $P(x_0,y_0)\ (y_0\neq 0)$ 的直线 $l:\dfrac{x_0x}{a^2}-y_0y=1$, 与直线 AF 相交于点 M, 与直线 $x=\dfrac{3}{2}$ 相交于点 N. 证明: 当点 P 在 C 上移动时, $\dfrac{|MF|}{|NF|}$ 恒为定值, 并求此定值.



22. 随机将 $1, 2, \cdots, 2n\ (n\in\mathbf{N}^*,\ n\geqslant 2)$ 这 $2n$ 个连续正整数分成 A, B 两组, 每组 n 个数, A 组最小数为 a_1, 最大数为 a_2; B 组最小数为 b_1, 最大数为 b_2, 记 $\xi=a_2-a_1$, $\eta=b_2-b_1$.

(1) 当 $n=3$ 时, 求 ξ 的分布列和数学期望;

(2) 令 C 表示事件"ξ 与 η 的取值恰好相等", 求事件 C 发生的概率 $P(C)$;

(3) 对 (2) 中的事件 C, $\overline{C}$ 表示 C 的对立事件, 判断 $P(\overline{C})$ 和 $P(C)$ 的大小关系, 并说明理由.