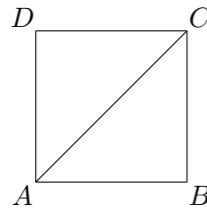


数学试卷

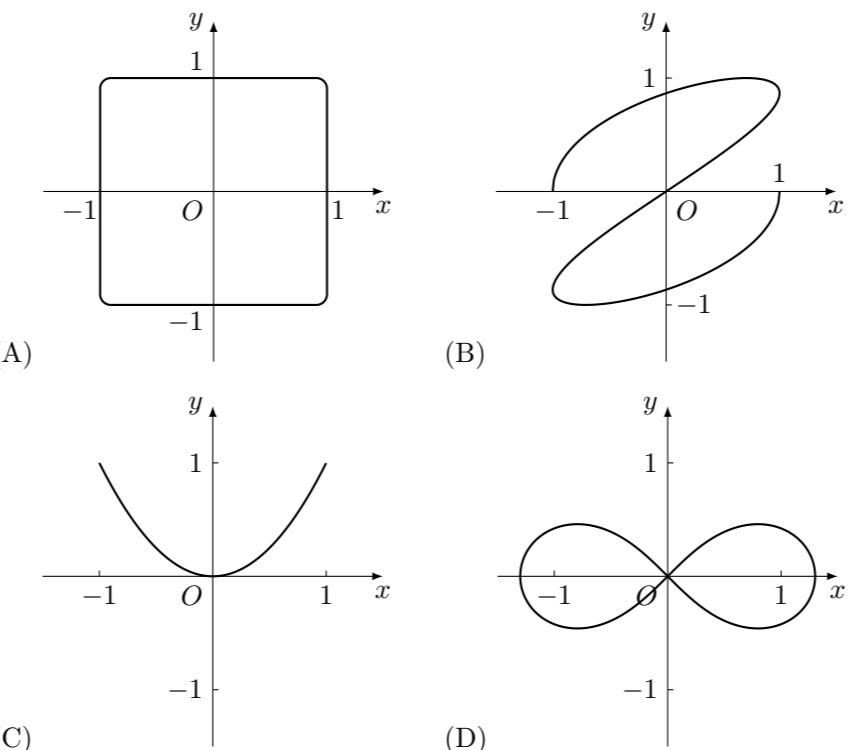
一、选择题

1. 已知 $z_1 = 1 + i$, $z_2 = 2 + 3i$, 则 $z_1 + z_2 = \underline{\hspace{2cm}}$.2. 已知 $A = \{x | 2x \leq 1\}$, $B = \{-1, 0, 1\}$, 则 $A \cap B = \underline{\hspace{2cm}}$.3. 已知圆 $x^2 + y^2 - 2x - 4y = 0$, 则该圆的圆心坐标为 $\underline{\hspace{2cm}}$.4. 如图, 正方形 $ABCD$ 的边长为 3, 则 $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = \underline{\hspace{2cm}}$.5. 已知 $f(x) = \frac{3}{x} + 2$, 则 $f^{-1}(1) = \underline{\hspace{2cm}}$.6. 已知二项式 $(x + a)^5$ 展开式中, x^2 项的系数为 80, 则 $a = \underline{\hspace{2cm}}$.7. 已知实数 x, y 满足 $\begin{cases} x \leq 3 \\ 2x - y - 2 \geq 0 \\ 3x + 2y - 8 \geq 0 \end{cases}$, 则 $z = x - y$ 的最大值为 $\underline{\hspace{2cm}}$.8. 已知无穷等比数列 $\{a_n\}$ 和 $\{b_n\}$ 满足 $a_1 = 3$, $b_n = a_{2n}$, a_n 的各项和为 9, 则数列 $\{b_n\}$ 的各项和为 $\underline{\hspace{2cm}}$.9. 已知圆柱的底面半径为 1, 高为 2, AB 为上底面圆的一条直径, C 为下底面圆周上的一个动点, 则 $\triangle ABC$ 的面积的取值范围为 $\underline{\hspace{2cm}}$.10. 已知花博会有四个不同的场馆 A, B, C, D . 甲、乙两人每人选 2 个去参观, 则他们的选择中, 恰有个场馆相同的概率为 $\underline{\hspace{2cm}}$.11. 已知抛物线: $y^2 = 2px$ ($p > 0$), 若第一象限的 A, B 两点在抛物线上, 焦点为 F , $|AF| = 2$, $|BF| = 4$, $|AB| = 3$, 则直线 AB 的斜率为 $\underline{\hspace{2cm}}$.12. 已知 $a_i \in \mathbb{N}^*$ ($i = 1, 2, \dots, 9$), 对任意的 $k \in \mathbb{N}^*$ ($2 \leq k \leq 8$), $a_k = a_{k-1} + 1$ 或 $a_k = a_{k-1} - 1$ 有且仅有一个成立, 且 $a_1 = 6$, $a_9 = 9$, 则 $a_1 + \dots + a_9$ 的最小值为 $\underline{\hspace{2cm}}$.

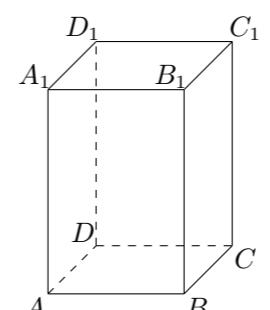
二、选择题

13. 下列函数中, 既是奇函数又是减函数的是 ()

- (A)
- $y = -3x$
- (B)
- $y = x$
- (C)
- $y = \log_3 x$
- (D)
- $y = 3^x$

14. 已知参数方程 $\begin{cases} x = 3t - 4t^3 \\ y = 2t\sqrt{1-t^2} \end{cases}$, $t \in [-1, 1]$. 下列选项的图中, 符合该方程的是 ()18. 已知在 $\triangle ABC$ 中, A, B, C 所对边分别为 a, b, c , 且 $a = 3, b = 2c$.

- (1) 若
- $A = \frac{2\pi}{3}$
- , 求
- $\triangle ABC$
- 的面积;
-
- (2) 若
- $2\sin B - \sin C = 1$
- , 求
- $\triangle ABC$
- 的周长.



19. 已知某企业今年(2021年)第一季度的营业额为1.1亿元,以后每个季度的营业额比上个季度增加0.05亿元,该企业第一季度的利润为0.16亿,以后每季度比前一季度增4%.
- (1) 求2021年起前20季度营业额的总和;
 - (2) 请问哪一季度的利润首次超过该季度营业额的18%.
20. 已知椭圆 $\Gamma: \frac{x^2}{2} + y^2 = 1$, F_1, F_2 是其左右焦点, 直线 l 过点 $P(m, 0)$
($m \leq -\sqrt{2}$), 交椭圆于 A, B 两点, 且 A, B 在 x 轴上方, 点 A 在线段 BP 上.
- (1) 若 B 是上顶点, $|\overrightarrow{BF}| = |\overrightarrow{PF_1}|$, 求 m 的值;
 - (2) 若 $\overrightarrow{F_1A} \cdot \overrightarrow{F_2A} = \frac{1}{3}$, 且原点 O 到直线 l 的距离为 $\frac{4\sqrt{15}}{15}$, 求直线 l 的方程;
 - (3) 证明: 对于任意 $m < -\sqrt{2}$, 使 $\overrightarrow{F_1A} \parallel \overrightarrow{F_2B}$ 的直线有且仅有一条.
21. 已知 $f(x)$ 是定义在 \mathbf{R} 上的函数, 若对任意的 $x_1, x_2 \in \mathbf{R}, x_1 - x_2 \in S$, 均有 $f(x_2) - f(x_1) \in S$, 则称 $f(x)$ 是在 S 关联的.
- (1) 判断和证明 $f(x) = 2x + 1$ 是否是在 $[0, +\infty)$ 关联? 是否在 $[0, 1]$ 关联?
 - (2) $f(x)$ 是在 $\{3\}$ 关联, 当 $x \in [0, 3]$ 时, $f(x) = x^2 - 2x$, 解不等式 $2 \leq f(x) \leq 3$;
 - (3) 证明: “ $f(x)$ 是在 $\{1\}$ 关联, 并且在 $[0, +\infty)$ 关联”当且仅当“ $f(x)$ 是在 $[1, 2]$ 关联的”.