

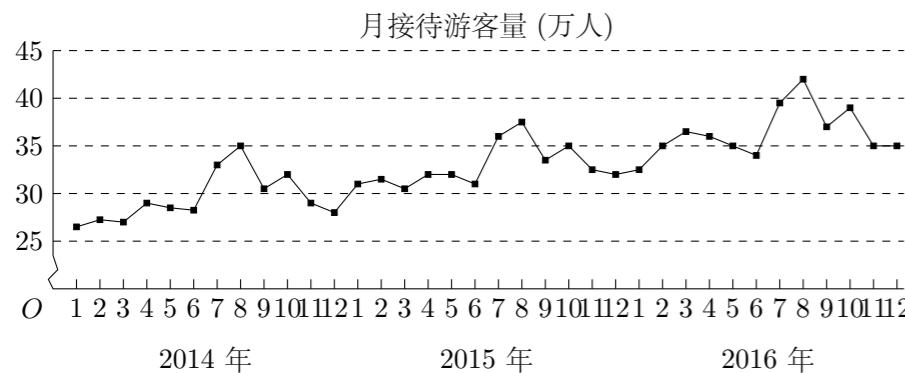
文科数学

一、选择题

1. 已知集合 $A = \{1, 2, 3, 4\}$, $B = \{2, 4, 6, 8\}$, 则 $A \cap B$ 中元素的个数为()
 (A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4

2. 复平面内表示复数 $z = i(-2 + i)$ 的点位于()
 (A) 第一象限 (B) 第二象限 (C) 第三象限 (D) 第四象限

3. 某城市为了解游客人数的变化规律, 提高旅游服务质量, 收集并整理了 2014 年 1 月至 2016 年 12 月期间月接待游客量(单位: 万人)的数据, 绘制了下面的折线图.



根据该折线图, 下列结论错误的是()

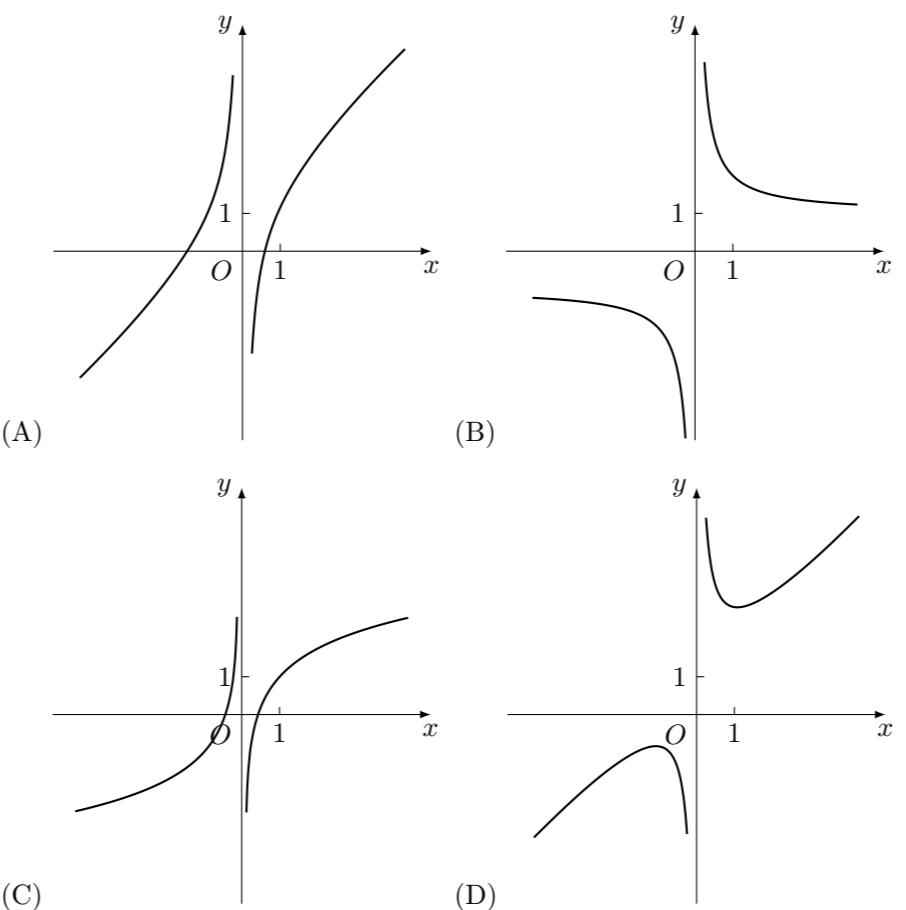
- (A) 月接待游客量逐月增加
 (B) 年接待游客量逐年增加
 (C) 各年的月接待游客量高峰期大致在 7, 8 月
 (D) 各年 1 月至 6 月的月接待游客量相对于 7 月至 12 月, 波动性更小, 变化比较平稳

4. 已知 $\sin \alpha - \cos \alpha = \frac{4}{3}$, 则 $\sin 2\alpha =$ ()
 (A) $-\frac{7}{9}$ (B) $-\frac{2}{9}$ (C) $\frac{2}{9}$ (D) $\frac{7}{9}$

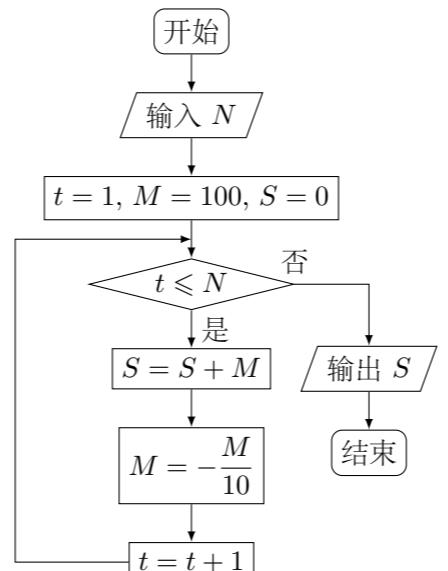
5. 设 x, y 满足约束条件 $\begin{cases} 3x + 2y - 6 \leq 0 \\ x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{cases}$, 则 $z = x - y$ 的取值范围是()
 (A) $[-3, 0]$ (B) $[-3, 2]$ (C) $[0, 2]$ (D) $[0, 3]$

6. 函数 $f(x) = \frac{1}{5} \sin\left(x + \frac{\pi}{3}\right) + \cos\left(x - \frac{\pi}{6}\right)$ 的最大值为()
 (A) $\frac{6}{5}$ (B) 1 (C) $\frac{3}{5}$ (D) $\frac{1}{5}$

7. 函数 $y = 1 + x + \frac{\sin x}{x^2}$ 的部分图象大致为()



8. 执行如图的程序框图, 为使输出 S 的值小于 91, 则输入的正整数 N 的最小值为()



- (A) 5 (B) 4 (C) 3 (D) 2

9. 已知圆柱的高为 1, 它的两个底面的圆周在直径为 2 的同一个球的球面上, 则该圆柱的体积为()

- (A) π (B) $\frac{3\pi}{4}$ (C) $\frac{\pi}{2}$ (D) $\frac{\pi}{4}$

10. 在正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中, E 为棱 CD 的中点, 则()

- (A) $A_1E \perp DC_1$ (B) $A_1E \perp BD$ (C) $A_1E \perp BC_1$ (D) $A_1E \perp AC$

11. 已知椭圆 $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($a > b > 0$) 的左、右顶点分别为 A_1, A_2 , 且以线段 A_1A_2 为直径的圆与直线 $bx - ay + 2ab = 0$ 相切, 则 C 的离心率为()

- (A) $\frac{\sqrt{6}}{3}$ (B) $\frac{\sqrt{3}}{3}$ (C) $\frac{\sqrt{2}}{3}$ (D) $\frac{1}{3}$

12. 已知函数 $f(x) = x^2 - 2x + a(e^{x-1} + e^{-x+1})$ 有唯一零点, 则 $a =$ ()
 (A) $-\frac{1}{2}$ (B) $\frac{1}{3}$ (C) $\frac{1}{2}$ (D) 1

二、填空题

13. 已知向量 $\mathbf{a} = (-2, 3)$, $\mathbf{b} = (3, m)$, 且 $\mathbf{a} \perp \mathbf{b}$, 则 $m =$ ____.

14. 双曲线 $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{9} = 1$ ($a > 0$) 的一条渐近线方程为 $y = \frac{3}{5}x$, 则 $a =$ ____.

15. $\triangle ABC$ 内角 A, B, C 的对边分别为 a, b, c , 已知 $C = 60^\circ$, $b = \sqrt{6}$, $c = 3$, 则 $A =$ ____.

16. 设函数 $f(x) = \begin{cases} x + 1, & x \leq 0 \\ 2^x, & x > 0 \end{cases}$, 则满足 $f(x) + f\left(x - \frac{1}{2}\right) > 1$ 的 x 的取值范围是 ____.

三、解答题

17. 设数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_1 + 3a_2 + \cdots + (2n-1)a_n = 2n$.

- (1) 求 $\{a_n\}$ 的通项公式;

- (2) 求数列 $\left\{\frac{a_n}{2n+1}\right\}$ 的前 n 项和.

18. 某超市计划按月订购一种酸奶, 每天进货量相同, 进货成本每瓶 4 元, 售价每瓶 6 元, 未售出的酸奶降价处理, 以每瓶 2 元的价格当天全部处理完. 根据往年销售经验, 每天需求量与当天最高气温 (单位: $^{\circ}\text{C}$) 有关. 如果最高气温不低于 25, 需求量为 500 瓶; 如果最高气温位于区间 $[20, 25)$, 需求量为 300 瓶; 如果最高气温低于 20, 需求量为 200 瓶. 为了确定六月份的订购计划, 统计了前三年六月份各天的最高气温数据, 得下面的频数分布表:

最高气温	$[10, 15)$	$[15, 20)$	$[20, 25)$	$[25, 30)$	$[30, 35)$	$[35, 40)$
天数	2	16	36	25	7	4

以最高气温位于各区间的频率代替最高气温位于该区间的概率.

- (1) 估计六月份这种酸奶一天的需求量不超过 300 瓶的概率;
(2) 设六月份一天销售这种酸奶的利润为 Y (单位: 元), 当六月份这种酸奶一天的进货量为 450 瓶时, 写出 Y 的所有可能值, 并估计 Y 大于零的概率.

20. 在直角坐标系中 xOy , 曲线 $y = x^2 + mx - 2$ 与 x 轴交于 A, B 两点, 点 C 的坐标为 $(0, 1)$, 当 m 变化时, 解答下列问题:

- (1) 能否出现 $AC \perp BC$ 的情况? 说明理由;
(2) 证明过 A, B, C 三点的圆在 y 轴上截得的弦长为定值.

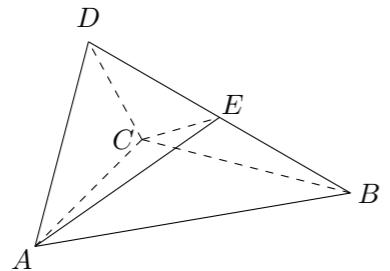
22. 在直角坐标系 xOy 中, 直线 l_1 的参数方程为 $\begin{cases} x = 2 + t \\ y = kt \end{cases}$ (t 为参数), 直

线 l_2 的参数方程为 $\begin{cases} x = -2 + m \\ y = \frac{m}{k} \end{cases}$ (m 为参数). 设 l_1 与 l_2 的交点为 P , 当 k 变化时, P 的轨迹为曲线 C .

- (1) 写出 C 的普通方程;
(2) 以坐标原点为极点, x 轴正半轴为极轴建立极坐标系, 设 l_3 : $\rho(\cos\theta + \sin\theta) - \sqrt{2} = 0$, M 为 l_3 与 C 的交点, 求 M 的极径.

19. 如图, 四面体 $ABCD$ 中, $\triangle ABC$ 是正三角形, $AD = CD$.

- (1) 证明: $AC \perp BD$;
(2) 已知 $\triangle ACD$ 是直角三角形, $AB = BD$, 若 E 为棱 BD 上与 D 不重合的点, 且 $AE \perp EC$, 求四面体 $ABCE$ 与四面体 $ACDE$ 的体积比.



21. 已知函数 $f(x) = \ln x + ax^2 + (2a+1)x$.

- (1) 讨论 $f(x)$ 的单调性;
(2) 当 $a < 0$ 时, 证明 $f(x) \leq -\frac{3}{4a} - 2$.

23. 已知函数 $f(x) = |x+1| - |x-2|$.

- (1) 求不等式 $f(x) \geq 1$ 的解集;
(2) 若不等式 $f(x) \geq x^2 - x + m$ 的解集非空, 求 m 的取值范围.