2009 年普通高等学校招生考试（福建卷）

理科数学

一、选择题

1. 函数 $f(x)=\sin x\cos x$ 的最小值是 ( )

(A) -1　　(B) $-\dfrac{1}{2}$　　(C) $\dfrac{1}{2}$　　(D) 1

2. 已知全集 $U=\mathbf{R}$, 集合 $A=\{x|x^2-2x>0\}$, 则 $\complement_U A$ 等于 ( )

(A) $\{x|0\leqslant x\leqslant 2\}$　　(B) $\{x|0<x<2\}$

(C) $\{x|x<0$ 或 $x>2\}$　　(D) $\{x|x\leqslant 0$ 或 $x\geqslant 2\}$

3. 等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n, 且 $S_3=6$, $a_1=4$, 则公差 d 等于 ( )

(A) 1　　(B) $\dfrac{5}{3}$　　(C) 2　　(D) 3

4. $\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}}(1+\cos x)\mathrm{d}x$ 等于 ( )

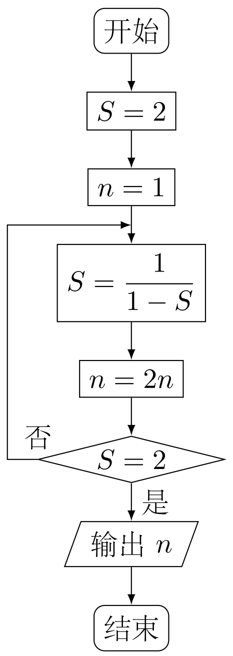
(A) π　　(B) 2　　(C) $\pi-2$　　(D) $\pi+2$

5. 下列函数 $f(x)$ 中, 满足“对任意 x_1, $x_2\in(0,+\infty)$, 当 $x_1<x_2$ 时, 都有 $f(x_1)>f(x_2)$ 的是 ( )

(A) $f(x)=\dfrac{1}{x}$　　(B) $f(x)=(x-1)^2$

(C) $f(x)=\mathrm{e}^x$　　(D) $f(x)=\ln(x+1)$

6. 阅读如图所示的程序框图, 运行相应的程序, 输出的结果是 ( )



(A) 2　　(B) 4　　(C) 8　　(D) 16

7. 设 m, n 是平面 α 内的两条不同直线, l_1, l_2 是平面 β 内的两条相交直线, 则 $\alpha\mathbin{/\!/}\beta$ 的一个充分而不必要条件是 ( )

(A) $m\mathbin{/\!/}\beta$ 且 $l_1\mathbin{/\!/}\alpha$　　(B) $m\mathbin{/\!/}l_1$ 且 $n\mathbin{/\!/}l_2$

(C) $m\mathbin{/\!/}\beta$ 且 $n\mathbin{/\!/}\beta$　　(D) $m\mathbin{/\!/}\beta$ 且 $n\mathbin{/\!/}l_2$

8. 已知某运动员每次投篮命中的概率都为 40%. 现采用随机模拟的方法估计该运动员三次投篮恰有两次命中的概率: 先由计算器算出 0 到 9 之间取整数值的随机数, 指定 1, 2, 3, 4 表示命中, 5, 6, 7, 8, 9, 0 表示不命中; 再以每三个随机数为一组, 代表三次投篮的结果. 经随机模拟产生了 20 组随机数:

907	966	191	925	271	932	812	458	569	683
431	257	393	027	556	488	730	113	537	989

据此估计, 该运动员三次投篮恰有两次命中的概率为 ( )

(A) 0.35　　(B) 0.25　　(C) 0.20　　(D) 0.15

9. 设 $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$ 为同一平面内具有相同起点的任意三个非零向量, 且满足 $\boldsymbol{a}$ 与 $\boldsymbol{b}$ 不共线, $\boldsymbol{a}\perp\boldsymbol{c}$, $|\boldsymbol{a}|=|\boldsymbol{c}|$, 则 $|\boldsymbol{b}\cdot\boldsymbol{c}|$ 的值一定等于 ( )

(A) 以 $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$ 为两边的三角形面积

(B) 以 $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$ 为两边的三角形面积

(C) 以 $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$ 为邻边的平行四边形的面积

(D) 以 $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$ 为邻边的平行四边形的面积

10. 函数 $f(x)=ax^2+bx+c$ $(a\neq 0)$ 的图象关于直线 $x=-\dfrac{b}{2a}$ 对称. 据此可推测, 对任意的非零实数 a, b, c, m, n, p, 关于 x 的方程 $m[f(x)]^2+nf(x)+p=0$ 的解集都不可能是 ( )

(A) $\{1,2\}$　　(B) $\{1,4\}$　　(C) $\{1,2,3,4\}$　　(D) $\{1,4,16,64\}$

二、填空题

11. 若 $\dfrac{2}{1-\mathrm{i}}=a+b\mathrm{i}$ (i 为虚数单位, a, $b\in\mathbf{R}$) 则 $a+b=$______.

12. 某校开展“爱我海西、爱我家乡”摄影比赛, 9 位评委为参赛作品 A 给出的分数如茎叶图所示. 记分员在去掉一个最高分和一个最低分后, 算的平均分为 91, 复核员在复核时, 发现有一个数字 (茎叶图中的 x) 无法看清. 若记分员计算无误, 则数字 x 应该是______.

	作品 A
8	8　9　9
9	2　3　x　2　1　4

13. 过抛物线 $y^2=2px$ $(p>0)$ 的焦点 F 作倾斜角为 45° 的直线交抛物线于 A、B 两点, 若线段 AB 的长为 8, 则 $p=$______.

14. 若曲线 $f(x)=ax^3+\ln x$ 存在垂直于 y 轴的切线, 则实数 a 取值范围是______.

15. 五位同学围成一圈依序循环报数, 规定:

① 第一位同学首次报出的数为 1, 第二位同学首次报出的数也为 1, 之后每位同学所报出的数都是前两位同学所报出的数之和;

② 若报出的数为 3 的倍数, 则报该数的同学需拍手一次.

已知甲同学第一个报数, 当五位同学依序循环报到第 100 个数时, 甲同学拍手的总次数为______.

三、解答题

16. 从集合 $\{1,2,3,4,5\}$ 的所有非空子集中, 等可能地取出一个.

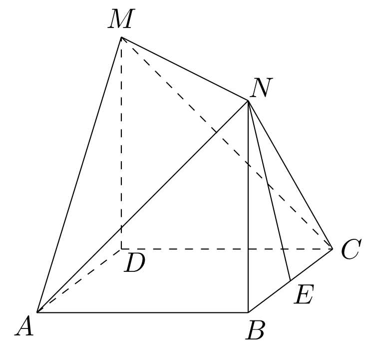
(1) 记性质 r: 集合中的所有元素之和为 10, 求所取出的非空子集满足性质 r 的概率;

(2) 记所取出的非空子集的元素个数为 ξ, 求 ξ 的分布列和数学期望 $\mathrm{E}\xi$.

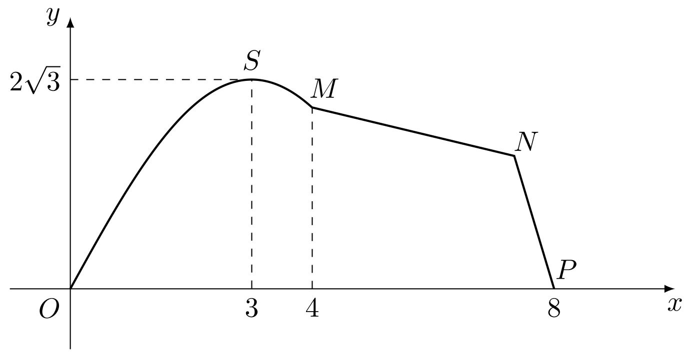
17. 如图, 四边形 $ABCD$ 是边长为 1 的正方形, $MD\perp$ 平面 $ABCD$, $NB\perp$ 平面 $ABCD$, 且 $MD=NB=1$, E 为 BC 的中点.

(1) 求异面直线 NE 与 AM 所成角的余弦值;

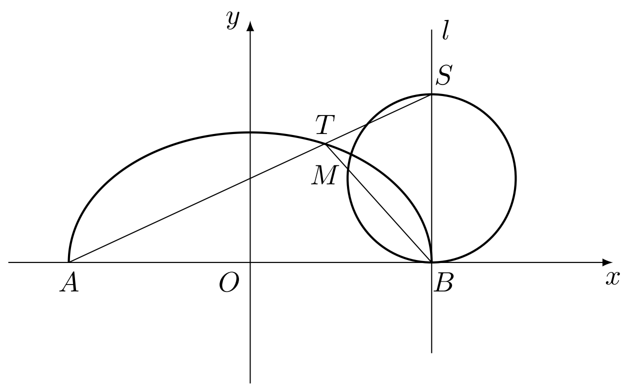
(2) 在线段 AN 上是否存在点 S, 使得 $ES\perp$ 平面 AMN? 若存在, 求线段 AS 的长; 若不存在, 请说明理由.



18. 如图, 某市拟在长为 8 km 的道路 OP 的一侧修建一条运动赛道. 赛道的前一部分为曲线段 OSM, 该曲线段为函数 $y=A\sin\omega x$ ($A>0$, $\omega>0$), $x\in[0,4]$ 的图象, 且图象的最高点为 $S\left(3,2\sqrt{3}\right)$; 赛道的后一部分为折线段 MNP. 为保证参赛运动员的安全, 限定 $\angle MNP=120°$.
(1) 求 A,ω 的值和 M, P 两点间的距离;
(2) 应如何设计, 才能使折线段赛道 MNP 最长?



19. 已知 A,B 分别为曲线 C: $\dfrac{x^2}{a^2}+y^2=1$ ($y\geqslant 0$, $a>0$) 与 x 轴的左、右两个交点, 直线 l 过点 B, 且与 x 轴垂直, S 为 l 上异于点 B 的一点, 连结 AS 交曲线 C 于点 T.
(1) 若曲线 C 为半圆, 点 T 为圆弧 $\widehat{AB}$ 的三等分点, 试求出点 S 的坐标;
(2) 如图, 点 M 是以 SB 为直径的圆与线段 TB 的交点. 试问: 是否存在 a, 使得 O,M,S 三点共线? 若存在, 求出 a 的值, 若不存在, 请说明理由.



20. 已知函数 $f(x)=\dfrac{1}{3}x^3+ax^2+bx$, 且 $f'(-1)=0$.
(1) 试用含 a 的代数式表示 b, 并求 $f(x)$ 的单调区间;
(2) 令 $a=-1$, 设函数 $f(x)$ 在 x_1, x_2 ($x_1<x_2$) 处取得极值, 记点 $M(x_1,f(x_1))$, $N(x_2,f(x_2))$, $P(m,f(m))$, $x_1<m<x_2$. 请仔细观察曲线 $f(x)$ 在点 P 处的切线与线段 MP 的位置变化趋势, 并解释以下问题:
① 若对任意的 $m\in(t,x_2]$, 线段 MP 与曲线 $f(x)$ 均有异于 M, P 的公共点, 试确定 t 的最小值, 并证明你的结论;
② 若存在点 $Q(n,f(n))$, $x_1\leqslant n<m$, 使得线段 PQ 与曲线 $f(x)$ 有异于 P、Q 的公共点, 请直接写出 m 的取值范围. (不必给出求解过程)

21. 三选二.
【A】已知矩阵 $\boldsymbol{M}=\begin{pmatrix}2&-3\\1&-1\end{pmatrix}$ 所对应的线性变换把点 $A(x,y)$ 变成点 $A'(13,5)$, 试求 M 的逆矩阵及点 A 的坐标.

【B】已知直线 l: $3x+4y-12=0$ 与圆 C: $\begin{cases}x=-1+2\cos\theta\\y=2+2\sin\theta\end{cases}$ (θ 为参数), 试判断他们的公共点个数.

【C】解不等式 $|2x-1|<|x|+1$.