

2009 年普通高等学校招生考试 (辽宁卷)

理科数学

一、选择题

1. 已知集合 $M = \{x | -3 < x \leq 5\}$, $N = \{x | -5 < x < 5\}$, 则 $M \cap N =$ ()

- (A) $\{x | -5 < x < 5\}$ (B) $\{x | -3 < x < 5\}$
 (C) $\{x | -5 < x \leq 5\}$ (D) $\{x | -3 < x \leq 5\}$

2. 已知复数 $z = 1 - 2i$, 那么 $\frac{1}{\bar{z}} =$ ()

- (A) $\frac{\sqrt{5}}{5} + \frac{2\sqrt{5}}{5}i$ (B) $\frac{\sqrt{5}}{5} - \frac{2\sqrt{5}}{5}i$ (C) $\frac{1}{5} + \frac{2}{5}i$ (D) $\frac{1}{5} - \frac{2}{5}i$

3. 平面向量 \mathbf{a} 与 \mathbf{b} 的夹角为 60° , $\mathbf{a} = (2, 0)$, $|\mathbf{b}| = 1$, 则 $|\mathbf{a} + 2\mathbf{b}| =$ ()

- (A) $\sqrt{3}$ (B) $2\sqrt{3}$ (C) 4 (D) 12

4. 已知圆 C 与直线 $x - y = 0$ 及 $x - y - 4 = 0$ 都相切, 圆心在直线 $x + y = 0$ 上, 则圆 C 的方程为 ()

- (A) $(x + 1)^2 + (y - 1)^2 = 2$ (B) $(x - 1)^2 + (y + 1)^2 = 2$
 (C) $(x - 1)^2 + (y - 1)^2 = 2$ (D) $(x + 1)^2 + (y + 1)^2 = 2$

5. 从 5 名男医生、4 名女医生中选 3 名医生组成一个医疗小分队, 要求其中男、女医生都有, 则不同的组队方案共有 ()

- (A) 70 种 (B) 80 种 (C) 100 种 (D) 140 种

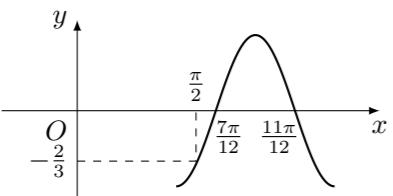
6. 设等比数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n , 若 $\frac{S_6}{S_3} = 3$, 则 $\frac{S_9}{S_6} =$ ()

- (A) 2 (B) $\frac{7}{3}$ (C) $\frac{8}{3}$ (D) 3

7. 曲线 $y = \frac{x}{x-2}$ 在点 $(1, -1)$ 处的切线方程为 ()

- (A) $y = x - 2$ (B) $y = -3x + 2$ (C) $y = 2x - 3$ (D) $y = -2x + 1$

8. 已知函数 $f(x) = A \cos(\omega x + \varphi)$ 的图象如图所示, $f\left(\frac{\pi}{2}\right) = -\frac{2}{3}$, 则 $f(0) =$ ()

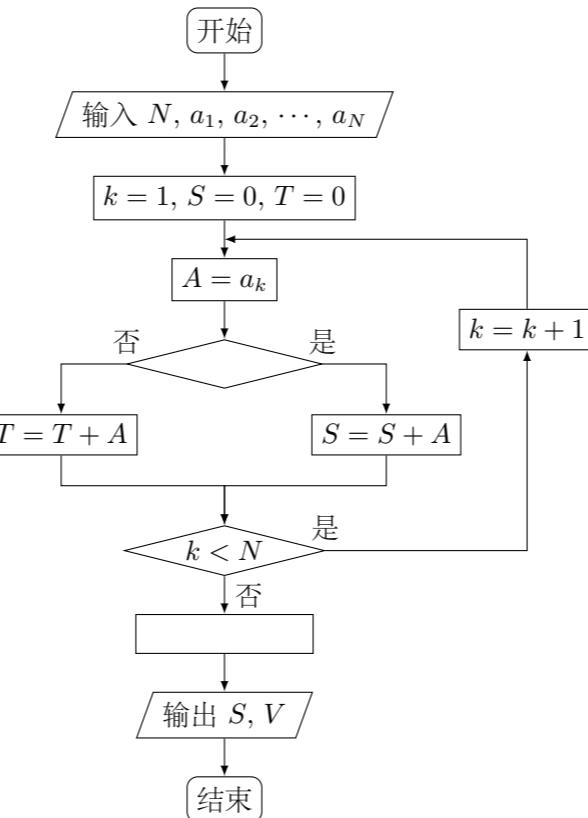


- (A) $-\frac{2}{3}$ (B) $\frac{2}{3}$ (C) $-\frac{1}{2}$ (D) $\frac{1}{2}$

9. 已知偶函数 $f(x)$ 在区间 $[0, +\infty)$ 单调增加, 则满足 $f(2x - 1) < f\left(\frac{1}{3}\right)$ 的 x 取值范围是 ()

- (A) $\left(\frac{1}{3}, \frac{2}{3}\right)$ (B) $\left[\frac{1}{3}, \frac{2}{3}\right)$ (C) $\left(\frac{1}{2}, \frac{2}{3}\right)$ (D) $\left[\frac{1}{2}, \frac{2}{3}\right)$

10. 某店一个月的收入和支出总共记录了 N 个数据 a_1, a_2, \dots, a_N , 其中收入记为正数, 支出记为负数. 该店用下边的程序框图计算月总收入 S 和月净盈利 V , 那么在图中空白的判断框和处理框中, 应分别填入下列四个选项中的 ()



- (A) $A > 0, V = S - T$ (B) $A < 0, V = S - T$
 (C) $A > 0, V = S + T$ (D) $A < 0, V = S + T$

11. 正六棱锥 $P - ABCDEF$ 中, G 为 PB 的中点, 则三棱锥 $D - GAC$ 与三棱锥 $P - GAC$ 体积之比为 ()

- (A) 1 : 1 (B) 1 : 2 (C) 2 : 1 (D) 3 : 2

12. 若 x_1 满足 $2x + 2^x = 5$, x_2 满足 $2x + 2\log_2(x - 1) = 5$, 则 $x_1 + x_2 =$ ()

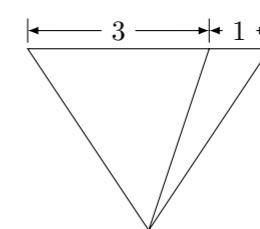
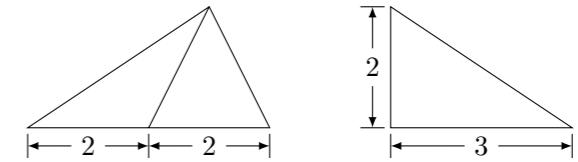
- (A) $\frac{5}{2}$ (B) 3 (C) $\frac{7}{2}$ (D) 4

二、填空题

13. 某企业有 3 个分厂生产同一种电子产品, 第一、二、三分厂的产量之比为 1 : 2 : 1, 用分层抽样方法 (每个分厂的产品为一层) 从 3 个分厂生产的电子产品中共取 100 件作使用寿命的测试, 由所得的测试结果算得从第一、二、三分厂取出的产品的使用寿命的平均值分别为 980 h, 1020 h, 1032 h, 则抽取的 100 件产品的使用寿命的平均值为 ____ h.

14. 等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n , 且 $6S_5 - 5S_3 = 5$, 则 $a_4 =$ ____.

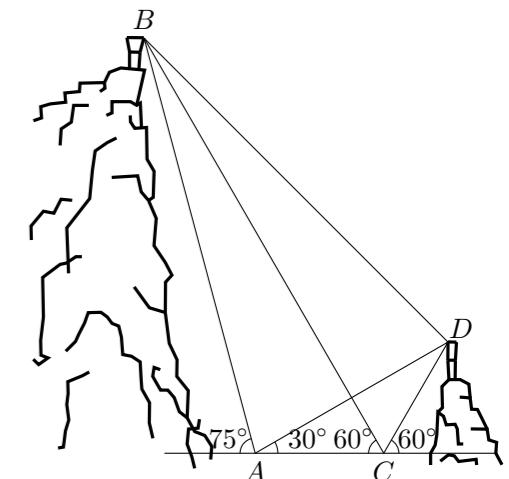
15. 设某几何体的三视图如下 (尺寸的长度单位为 m). 则该几何体的体积为 ____ m^3 .



16. 已知 F 是双曲线 $\frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{12} = 1$ 的左焦点, $A(1, 4)$, P 是双曲线右支上的动点, 则 $|PF| + |PA|$ 的最小值为 ____.

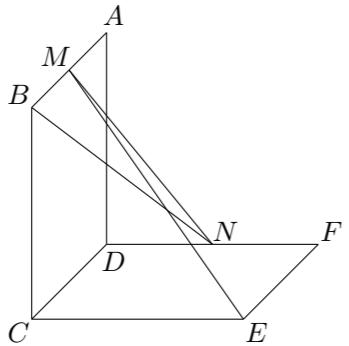
三、解答题

17. 如图, A, B, C, D 都在同一个与水平面垂直的平面内, B, D 为两岛上的两座灯塔的塔顶. 测量船于水面 A 处测得 B 点和 D 点的仰角分别为 75° , 30° , 于水面 C 处测得 B 点和 D 点的仰角均为 60° , $AC = 0.1$ km. 试探究图中 B, D 间距离与另外哪两点间距离相等, 然后求 B, D 的距离. (计算结果精确到 0.01 km, $\sqrt{2} \approx 1.414$, $\sqrt{6} \approx 2.449$)



18. 如图, 已知两个正方形 $ABCD$ 和 $DCEF$ 不在同一平面内, M, N 分别为 AB, DF 的中点.

- (1) 若平面 $ABCD \perp$ 平面 $DCEF$, 求直线 MN 与平面 $DCEF$ 所成角的正弦值;
- (2) 用反证法证明: 直线 ME 与 BN 是两条异面直线.



19. 某人向一目射击 4 次, 每次击中目标的概率为 $\frac{1}{3}$. 该目标分为 3 个不同的部分, 第一、二、三部分面积之比为 $1 : 3 : 6$. 击中目标时, 击中任何一部分的概率与其面积成正比.

- (1) 设 X 表示目标被击中的次数, 求 X 的分布列;
- (2) 若目标被击中 2 次, A 表示事件“第一部分至少被击中 1 次或第二部分被击中 2 次”, 求 $P(A)$.

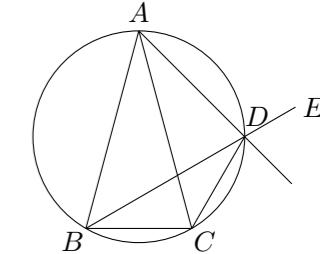
20. 已知椭圆 C 过点 $A\left(1, \frac{3}{2}\right)$, 两个焦点为 $(-1, 0), (1, 0)$.

- (1) 求椭圆 C 的方程;
- (2) E, F 是椭圆 C 上的两个动点, 如果直线 AE 的斜率与 AF 的斜率互为相反数, 证明直线 EF 的斜率为定值, 并求出这个定值.

22. 三选一.

[A] 已知 $\triangle ABC$ 中, $AB = AC$, D 是 $\triangle ABC$ 外接圆劣弧 \widehat{AC} 上的点 (不与点 A, C 重合), 延长 BD 至 E .

- (1) 求证: AD 的延长线平分 $\angle CDE$;
- (2) 若 $\angle BAC = 30^\circ$, $\triangle ABC$ 中 BC 边上的高为 $2 + \sqrt{3}$, 求 $\triangle ABC$ 外接圆的面积.



[B] 在直角坐标系 xOy 中, 以 O 为极点, x 正半轴为极轴建立极坐标系, 曲线 C 的极坐标方程为 $\rho \cos\left(\theta - \frac{\pi}{3}\right) = 1$, M, N 分别为 C 与 x 轴, y 轴的交点.

- (1) 写出 C 的直角坐标方程, 并求 M, N 的极坐标;
- (2) 设 MN 的中点为 P , 求直线 OP 的极坐标方程.

21. 已知函数 $f(x) = \frac{1}{2}x^2 - ax + (a-1)\ln x, a > 1$.

- (1) 讨论函数 $f(x)$ 的单调性;
- (2) 证明: 若 $a < 5$, 则对于任意 $x_1, x_2 \in (0, +\infty)$, $x_1 \neq x_2$, 有 $\frac{f(x_1) - f(x_2)}{x_1 - x_2} > -1$.

[C] 设函数 $f(x) = |x-1| + |x-a|$.

- (1) 若 $a = -1$, 解不等式 $f(x) \geq 3$;
- (2) 如果 $\forall x \in \mathbf{R}$, $f(x) \geq 2$, 求 a 的取值范围.