

文科数学

一、选择题

1. 已知集合 $A = \{x|x^2 - 5x + 6 \leq 0\}$, 集合 $B = \{x||2x - 1| > 3\}$, 则集合 $A \cap B =$ ()

(A) $\{x|2 \leq x \leq 3\}$ (B) $\{x|2 \leq x < 3\}$
(C) $\{x|2 < x \leq 3\}$ (D) $\{x|-1 < x < 3\}$

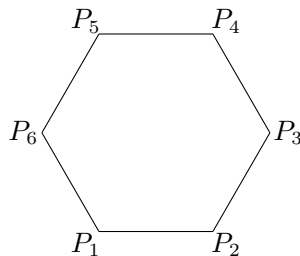
2. 函数 $f(x) = \ln(x - 1)$ ($x > 1$) 的反函数是 ()

(A) $f^{-1}(x) = e^x + 1$ ($x \in \mathbf{R}$) (B) $f^{-1}(x) = 10^x + 1$ ($x \in \mathbf{R}$)
(C) $f^{-1}(x) = 10^x + 1$ ($x > 1$) (D) $f^{-1}(x) = e^x + 1$ ($x > 1$)

3. 曲线 $y = 4x - x^3$ 在点 $(-1, -3)$ 处的切线方程是 ()

(A) $y = 7x + 4$ (B) $y = 7x + 2$ (C) $y = x - 4$ (D) $y = x - 2$

4. 如图, 已知正六边形 $P_1P_2P_3P_4P_5P_6$, 下列向量的数量积中最大的是 ()

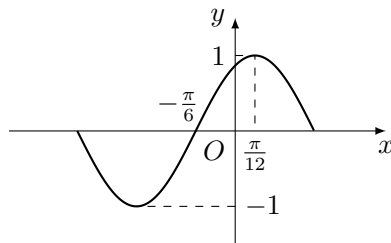


(A) $\overrightarrow{P_1P_2} \cdot \overrightarrow{P_1P_3}$ (B) $\overrightarrow{P_1P_2} \cdot \overrightarrow{P_1P_4}$ (C) $\overrightarrow{P_1P_2} \cdot \overrightarrow{P_1P_5}$ (D) $\overrightarrow{P_1P_2} \cdot \overrightarrow{P_1P_6}$

5. 甲校有 3600 名学生, 乙校有 5400 名学生, 丙校有 1800 名学生, 为统计三校学生某方面的情况, 计划采用分层抽样法, 抽取一个容量为 90 人的样本, 应在这三校分别抽取学生 ()

(A) 30 人, 30 人, 30 人 (B) 30 人, 45 人, 15 人
(C) 20 人, 30 人, 10 人 (D) 30 人, 50 人, 10 人

6. 下列函数中, 图象的一部分如图所示的是 ()



(A) $y = \sin\left(x + \frac{\pi}{6}\right)$ (B) $y = \sin\left(2x - \frac{\pi}{6}\right)$
(C) $y = \cos\left(4x - \frac{\pi}{3}\right)$ (D) $y = \cos\left(2x - \frac{\pi}{6}\right)$

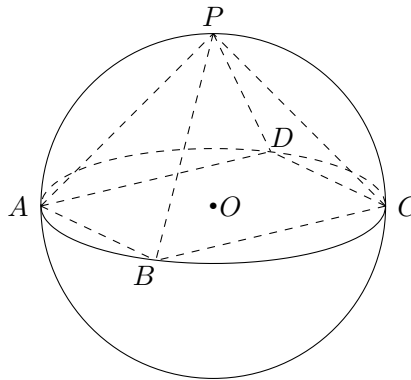
7. 已知二面角 $\alpha - l - \beta$ 的大小为 60° , m 、 n 为异面直线, 且 $m \perp \alpha$, $n \perp \beta$, 则 m 、 n 所成的角为 ()

(A) 30° (B) 60° (C) 90° (D) 120°

8. 已知两定点 $A(-2, 0)$ 、 $B(1, 0)$, 如果动点 P 满足 $|PA| = 2|PB|$, 则点 P 的轨迹所包围的图形的面积等于 ()

(A) 9π (B) 8π (C) 4π (D) π

9. 如图, 正四棱锥 $P-ABCD$ 底面的四个顶点 A 、 B 、 C 、 D 在球 O 的同一个大圆上, 点 P 在球面上, 如果 $V_{P-ABCD} = \frac{16}{3}$, 则球 O 的表面积是()



(A) 4π (B) 8π (C) 12π (D) 16π

10. 直线 $y = x - 3$ 与抛物线 $y^2 = 4x$ 交于 A 、 B 两点, 过 A 、 B 两点向抛物线的准线作垂线, 垂足分别为 P 、 Q , 则梯形 $APQB$ 的面积为 ()

(A) 36 (B) 48 (C) 56 (D) 64

11. 设 a 、 b 、 c 分别是 $\triangle ABC$ 的三个内角 A 、 B 、 C 所对的边, 则 $a^2 = b(b + c)$ 是 $A = 2B$ 的 ()

(A) 充要条件 (B) 充分而不必要条件
(C) 必要而不充分条件 (D) 既不充分也不必要条件

12. 从 0 到 9 这 10 个数字中任取 3 个数字组成一个没有重复数字的三位数, 这个数不能被 3 整除的概率为 ()

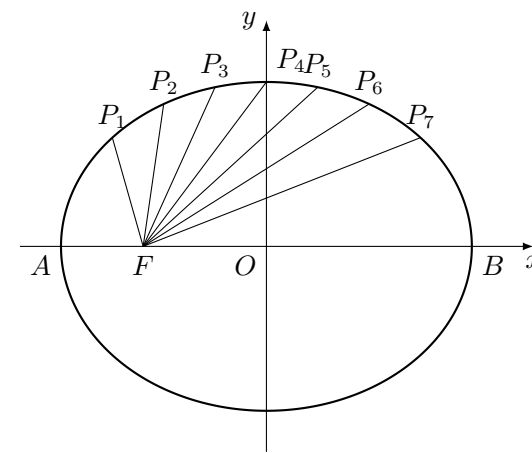
(A) $\frac{41}{60}$ (B) $\frac{38}{54}$ (C) $\frac{35}{54}$ (D) $\frac{19}{54}$

二、填空题

13. $(1 - 2x)^{10}$ 展开式中的 x^3 的系数为_____. (用数字作答)

14. 设 x 、 y 满足约束条件 $\begin{cases} x \geq 1 \\ y \geq \frac{1}{2}x \\ 2x + y \leq 10 \end{cases}$, 则 $z = 2x - y$ 的最小值为_____.

15. 如图, 把椭圆 $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{16} = 1$ 的长轴 AB 分成 8 等分, 过每个分点作 x 轴的垂线交椭圆的上半部分于 P_1 、 P_2 、 \dots 、 P_7 七个点, F 是椭圆的一个焦点, 则 $|P_1F| + |P_2F| + \dots + |P_7F| =$ _____.



16. m 、 n 是空间两条不同直线, α 、 β 是两个不同平面, 下面有四个命题:

① $m \perp \alpha$, $n \parallel \beta$, $\alpha \parallel \beta \Rightarrow m \perp n$;
② $m \perp n$, $\alpha \parallel \beta$, $m \perp \alpha \Rightarrow n \parallel \beta$;
③ $m \perp n$, $\alpha \parallel \beta$, $m \parallel \alpha \Rightarrow n \perp \beta$;
④ $m \perp \alpha$, $m \parallel n$, $\alpha \parallel \beta \Rightarrow n \perp \beta$.

其中真命题的编号是_____. (写出所有真命题的编号)

三、解答题

17. 数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和记为 S_n , $a_1 = 1$, $a_{n+1} = 2S_n + 1$ ($n \geq 1$).

(1) 求 $\{a_n\}$ 的的通项公式;
(2) 等差数列 $\{b_n\}$ 的各项为正, 其前 n 项和为 T_n , 且 $T_3 = 15$, 又 $a_1 + b_1$, $a_2 + b_2$, $a_3 + b_3$ 成等比数列, 求 T_n .

18. 已知 A 、 B 、 C 是 $\triangle ABC$ 三内角, 向量 $\boldsymbol{m} = (-1, \sqrt{3})$, $\boldsymbol{n} = (\cos A, \sin A)$, 且 $\boldsymbol{m} \cdot \boldsymbol{n} = 1$.

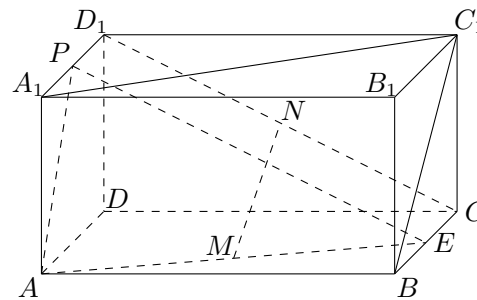
- (1) 求角 A ;
 (2) 若 $\frac{1 + \sin 2B}{\cos^2 B - \sin^2 B} = -3$, 求 $\tan C$.

19. 某课程考核分理论和实验两部分进行, 每部分考核成绩只记“合格”与“不合格”, 两部分考核都“合格”则该课程考核“合格”. 甲、乙、丙三人在理论考核中合格的概率分别为 0.9、0.8、0.7; 在实验考核中合格的概率分别为 0.8、0.7、0.9. 所有考核是否合格互相之间没有影响.

- (1) 求甲、乙、丙三人在理论考核中至少有两人合格的概率;
 (2) 求这三人该课程考核都合格的概率. (结果保留三位小数)

20. 如图, 在长方体 $ABCD - A_1B_1C_1D_1$ 中, E 、 P 分别是 BC 、 A_1D_1 的中点, M N 分别是 AE CD_1 的中点, $AD = AA_1 = a$, $AB = 2a$.

- (1) 求证: $MN \parallel$ 面 ADD_1A_1 ;
 (2) 求二面角 $P - AE - D$ 的大小.



22. 已知两定点 $F_1(-\sqrt{2}, 0)$, $F_2(\sqrt{2}, 0)$, 满足条件 $|\overrightarrow{PF_2}| - |\overrightarrow{PF_1}| = 2$ 的点 P 的轨迹是曲线 E , 直线 $y = kx - 1$ 与曲线 E 交于 A 、 B 两点.

- (1) 求 k 的取值范围;
 (2) 如果 $|\overrightarrow{AB}| = 6\sqrt{3}$, 且曲线 E 上存在点 C , 使 $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} = m\overrightarrow{OC}$, 求 m 的值和 $\triangle ABC$ 的面积 S .

21. 已知函数 $f(x) = x^3 + 3ax - 1$, $g(x) = f(x) - ax - 5$, 其中 $f'(x)$ 是 $f(x)$ 的导函数.

- (1) 对满足 $-1 \leq a \leq 1$ 的一切 a 的值, 都有 $g(x) < 0$, 求实数 x 的取值范围;
 (2) 设 $a = -m^2$, 当实数 m 在什么范围内变化时, 函数 $y = f(x)$ 的图像与直线 $y = 3$ 只有一个公共点.