

2020 年普通高等学校招生考试 (新高考 II)

数学试卷

一、单选题

1. 设集合 $A = \{2, 3, 5, 7\}$, $B = \{1, 2, 3, 5, 8\}$, 则 $A \cap B =$ ()

- (A) $\{1, 3, 5, 7\}$ (B) $\{2, 3\}$
 (C) $\{2, 3, 5\}$ (D) $\{1, 2, 3, 5, 7, 8\}$

2. $(1 + 2i)(2 + i) =$ ()

- (A) $4 + 5i$ (B) $5i$ (C) $-5i$ (D) $2 + 3i$

3. 在 $\triangle ABC$ 中, D 是 AB 边上的中点, 则 $\overrightarrow{CB} =$ ()

- (A) $2\overrightarrow{CD} + \overrightarrow{CA}$ (B) $\overrightarrow{CD} - 2\overrightarrow{CA}$ (C) $2\overrightarrow{CD} - \overrightarrow{CA}$ (D) $\overrightarrow{CD} + 2\overrightarrow{CA}$

4. 日晷是中国古代用来测定时间的仪器, 利用与晷面垂直的晷针投射到晷面的影子来测定时间. 把地球看成一个球 (球心记为 O), 地球上一点 A 的纬度是指 OA 与地球赤道所在平面所成角, 点 A 处的水平面是指过点 A 且与 OA 垂直的平面. 在点 A 处放置一个日晷, 若晷面与赤道所在平面平行, 点 A 处的纬度为北纬 40° , 则晷针与点 A 处的水平面所成角为 ()



- (A) 20° (B) 40° (C) 50° (D) 90°

5. 某中学的学生积极参加体育锻炼, 其中有 96% 的学生喜欢足球或游泳, 60% 的学生喜欢足球, 82% 的学生喜欢游泳, 则该中学既喜欢足球又喜欢游泳的学生数占该校学生总数的比例是 ()

- (A) 62% (B) 56% (C) 46% (D) 42%

6. 要安排 3 名学生到 2 个乡村做志愿者, 每名学生只能选择去一个村, 每个村里至少有一名志愿者, 则不同的安排方法共有 ()

- (A) 2 种 (B) 3 种 (C) 6 种 (D) 8 种

7. 已知函数 $f(x) = \lg(x^2 - 4x - 5)$ 在 $(a, +\infty)$ 上单调递增, 则 a 的取值范围是 ()

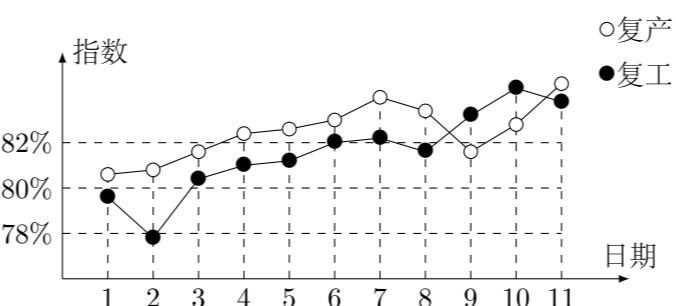
- (A) $(2, +\infty)$ (B) $[2, +\infty)$ (C) $(5, +\infty)$ (D) $[5, +\infty)$

8. 若定义在 \mathbf{R} 的奇函数 $f(x)$ 在 $(-\infty, 0)$ 单调递减, 且 $f(2) = 0$, 则满足 $xf(x-1) \geq 0$ 的 x 的取值范围是 ()

- (A) $[-1, 1] \cup [3, +\infty)$ (B) $[-3, -1] \cup [0, 1]$
 (C) $[-1, 0] \cup [1, +\infty)$ (D) $[-1, 0] \cup [1, 3]$

二、多选题

9. 我国新冠肺炎疫情进入常态化, 各地有序推进复工复产, 下面是某地连续 11 天复工复产指数折线图, 下列说法正确的是 ()

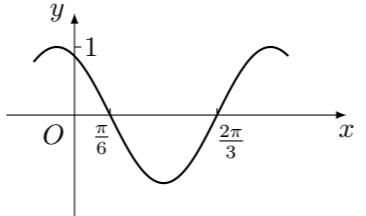


- (A) 这 11 天复工复产指数和复产指数均逐日增加
 (B) 这 11 天期间, 复工指数增量大于复产指数的增量
 (C) 第 3 天至第 11 天复工复产指数均超过 80%
 (D) 第 9 天至第 11 天复产指数增量大于复工指数的增量

10. 已知曲线 $C: mx^2 + ny^2 = 1$

- (A) 若 $m > n > 0$, 则 C 是椭圆, 其焦点在 y 轴上
 (B) 若 $m = n > 0$, 则 C 是圆, 其半径为 \sqrt{n}
 (C) 若 $mn < 0$, 则 C 是双曲线, 其渐近线方程为 $y = \pm \sqrt{-\frac{m}{n}}x$
 (D) 若 $m = 0, n > 0$, 则 C 是两条直线

11. 下图是函数 $y = \sin(\omega x + \varphi)$ 的部分图象, 则 $\sin(\omega x + \varphi) =$ ()



- (A) $\sin\left(x + \frac{\pi}{3}\right)$ (B) $\sin\left(\frac{\pi}{3} - 2x\right)$
 (C) $\cos\left(2x + \frac{\pi}{6}\right)$ (D) $\cos\left(\frac{5\pi}{6} - 2x\right)$

12. 已知 $a > 0, b > 0$, 且 $a + b = 1$, 则 ()

- (A) $a^2 + b^2 \geq \frac{1}{2}$ (B) $2^{a-b} > \frac{1}{2}$
 (C) $\log_2 a + \log_2 b \geq -2$ (D) $\sqrt{a} + \sqrt{b} \leq \sqrt{2}$

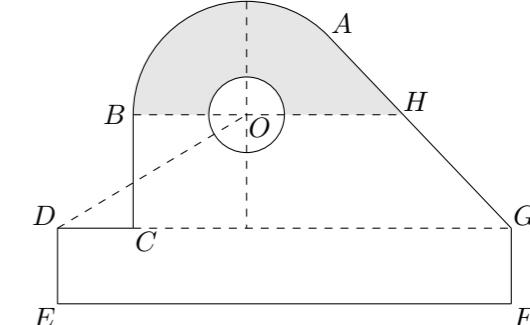
三、填空题

13. 已知正方体 $ABCD - A_1B_1C_1D_1$ 的棱长为 2, M, N 分别为 BB_1, AB 的中点, 则三棱锥 $A - NMD_1$ 的体积为_____.

14. 斜率为 $\sqrt{3}$ 的直线过抛物线 $C: y^2 = 4x$ 的焦点, 且与 C 交于 A, B 两点, 则 $|AB| =$ _____.

15. 将数列 $\{2n - 1\}$ 与 $\{3n - 2\}$ 的公共项从小到大排列得到数列 $\{a_n\}$, 则 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为_____.

16. 某中学开展劳动实习, 学生加工制作零件, 零件的截面如图所示. O 为圆孔及轮廓圆弧 AB 所在圆的圆心, A 是圆弧 AB 与直线 AG 的切点, B 是圆弧 AB 与直线 BC 的切点, 四边形 $DEFG$ 为矩形, $BC \perp DG$, 垂足为 C , $\tan \angle ODC = \frac{3}{5}$, $BH \parallel DG$, $EF = 12\text{ cm}$, $DE = 2\text{ cm}$, A 到直线 DE 和 EF 的距离均为 7 cm , 圆孔半径为 1 cm , 则图中阴影部分的面积为_____ cm^2 .



四、解答题

()

17. 在① $ac = \sqrt{3}$, ② $c \sin A = 3$, ③ $c = \sqrt{3}b$ 这三个条件中任选一个, 补充在下面问题中, 若问题中的三角形存在, 求 c 的值; 若问题中的三角形不存在, 说明理由.

问题: 是否存在 $\triangle ABC$, 它的内角 A, B, C 的对边分别为 a, b, c , 且 $\sin A = \sqrt{3} \sin B, C = \frac{\pi}{6}$, ?

18. 已知公比大于 1 的等比数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_2 + a_4 = 20, a_3 = 8$.

- (1) 求 $\{a_n\}$ 的通项公式;
 (2) 求 $a_1a_2 - a_2a_3 + \cdots + (-1)^{n-1}a_na_{n+1}$.

19. 为加强环境保护, 治理空气污染, 环境监测部门对某市空气质量进行调研, 随机抽查了 100 天空气中的 PM2.5 和 SO₂ 浓度 (单位: $\mu\text{g}/\text{m}^3$), 得下表:

PM2.5 \ SO ₂	[0, 50]	(50, 150]	(150, 475]
[0, 35]	32	18	4
(35, 75]	6	8	12
(75, 115]	3	7	10

(1) 估计事件“该市一天空气中 PM2.5 浓度不超过 75, 且 SO₂ 浓度不超过 150”的概率;

(2) 根据所给数据, 完成下面的 2×2 列联表:

PM2.5 \ SO ₂	[0, 150]	(150, 475]
[0, 75]		
(75, 115]		

(3) 根据 (2) 中的列联表, 判断是否有 99% 的把握认为该市一天空气中 PM2.5 浓度与 SO₂ 浓度有关?

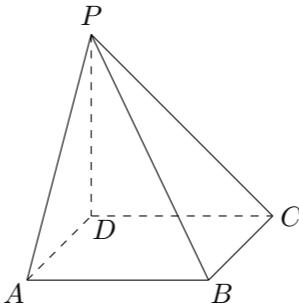
$$\text{附: } K^2 = \frac{n(ad - bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)},$$

$P(K^2 \geq k)$	0.050	0.010	0.001
k	3.841	6.635	10.828

20. 如图, 四棱锥 $P-ABCD$ 的底面为正方形, $PD \perp$ 底面 $ABCD$. 设平面 PAD 与平面 PBC 的交线为 l .

(1) 证明: $l \perp$ 平面 PDC ;

(2) 已知 $PD = AD = 1$, Q 为 l 上的点, 求 PB 与平面 QCD 所成角的正弦值的最大值.



22. 已知函数 $f(x) = ae^{x-1} - \ln x + \ln a$.

(1) 当 $a = e$ 时, 求曲线 $y = f(x)$ 在点 $(1, f(1))$ 处的切线与两坐标轴围成的三角形的面积;

(2) 若 $f(x) \geq 1$, 求 a 的取值范围.

21. 已知椭圆 $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 过点 $M(2, 3)$, 点 A 为其左顶点, 且 AM 的斜率为 $\frac{1}{2}$.

(1) 求 C 方程;

(2) 点 N 为椭圆上任意一点, 求 $\triangle AMN$ 的面积的最大值.