

文科数学

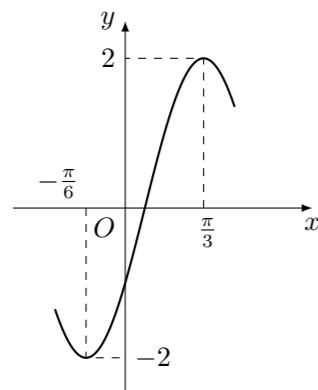
一、选择题

1. 已知集合 $A = \{1, 2, 3\}$, $B = \{x \mid x^2 < 9\}$, 则 $A \cap B =$ ()

- (A) $\{-2, -1, 0, 1, 2, 3\}$
 (B) $\{-2, -1, 0, 1, 2\}$
 (C) $\{1, 2, 3\}$
 (D) $\{1, 2\}$

2. 设复数 z 满足 $z + i = 3 - i$, 则 $\bar{z} =$ ()

- (A) $-1 + 2i$
 (B) $1 - 2i$
 (C) $3 + 2i$
 (D) $3 - 2i$

3. 函数 $y = A \sin(\omega x + \varphi)$ 的部分图象如图所示, 则 ()

- (A) $y = 2 \sin\left(2x - \frac{\pi}{6}\right)$
 (B) $y = 2 \sin\left(2x - \frac{\pi}{3}\right)$
 (C) $y = 2 \sin\left(x + \frac{\pi}{6}\right)$
 (D) $y = 2 \sin\left(x + \frac{\pi}{3}\right)$

4. 体积为 8 的正方体的顶点都在同一球面上, 则该球面的表面积为 ()

- (A) 12π
 (B) $\frac{32}{3}\pi$
 (C) 8π
 (D) 4π

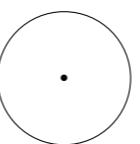
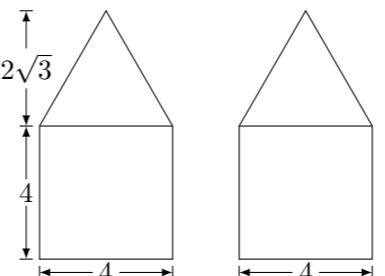
5. 设 F 为抛物线 $C: y^2 = 4x$ 的焦点, 曲线 $y = \frac{k}{x}$ ($k > 0$) 与 C 交于点 P , $PF \perp x$, 则 $k =$ ()

- (A) $\frac{1}{2}$
 (B) 1
 (C) $\frac{3}{2}$
 (D) 2

6. 圆 $x^2 + y^2 - 2x - 8y + 13 = 0$ 的圆心到直线 $ax + y - 1 = 0$ 的距离为 1, 则 $a =$ ()

- (A) $-\frac{4}{3}$
 (B) $-\frac{3}{4}$
 (C) $\sqrt{3}$
 (D) 2

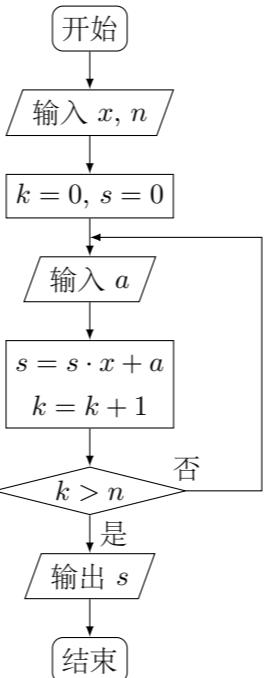
7. 如图是由圆柱与圆锥组合而成的几何体的三视图, 则该几何体的表面积为 ()



8. 某路口人行横道的信号灯为红灯和绿灯交替出现, 红灯持续时间为 40 秒. 若一名行人来到该路口遇到红灯, 则至少需要等待 15 秒才出现绿灯的概率为 ()

- (A) 20π
 (B) 24π
 (C) 28π
 (D) 32π

9. 中国古代有计算多项式值的秦九韶算法, 如图是实现该算法的程序框图.

执行该程序框图, 若输入的 $x = 2$, $n = 2$, 依次输入的 a 为 2, 2, 5, 则输出的 $s =$ ()10. 下列函数中, 其定义域和值域分别与函数 $y = 10^{\lg x}$ 的定义域和值域相同的是 ()

- (A) $y = x$
 (B) $y = \lg x$
 (C) $y = 2^x$
 (D) $y = \frac{1}{\sqrt{x}}$

11. 函数 $f(x) = \cos 2x + 6 \cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right)$ 的最大值为 ()

- (A) 4
 (B) 5
 (C) 6
 (D) 7

12. 已知函数 $f(x)$ ($x \in \mathbf{R}$) 满足 $f(x) = f(2-x)$, 若函数 $y = |x^2 - 2x - 3|$ 与 $y = f(x)$ 图象的交点为 $(x_1, y_1), (x_2, y_2), \dots, (x_m, y_m)$, 则 $\sum_{i=1}^m x_i =$ ()

- (A) 0
 (B) m
 (C) $2m$
 (D) $4m$

二、填空题

13. 已知向量 $\mathbf{a} = (m, 4)$, $\mathbf{b} = (3, -2)$, 且 $\mathbf{a} \parallel \mathbf{b}$, 则 $m =$ _____.14. 若 x, y 满足约束条件 $\begin{cases} x - y + 1 \geqslant 0 \\ x + y - 3 \geqslant 0 \\ x - 3 \leqslant 0 \end{cases}$, 则 $z = x - 2y$ 的最小值为 _____.15. $\triangle ABC$ 的内角 A, B, C 的对边分别为 a, b, c , 若 $\cos A = \frac{4}{5}$, $\cos C = \frac{5}{13}$, $a = 1$, 则 $b =$ _____.

16. 有三张卡片, 分别写有 1 和 2, 1 和 3, 2 和 3. 甲, 乙, 丙三人各取走一张卡片, 甲看了乙的卡片后说: “我与乙的卡片上相同的数字不是 2”, 乙看了丙的卡片后说: “我与丙的卡片上相同的数字不是 1”, 丙说: “我的卡片上的数字之和不是 5”, 则甲的卡片上的数字是 _____.

三、解答题

17. 等差数列 $\{a_n\}$ 中, $a_3 + a_4 = 4$, $a_5 + a_7 = 6$.(1) 求 $\{a_n\}$ 的通项公式;(2) 设 $b_n = [a_n]$, 求数列 $\{b_n\}$ 的前 10 项和, 其中 $[x]$ 表示不超过 x 的最大整数, 如 $[0.9] = 0$, $[2.6] = 2$.18. 某险种的基本保费为 a (单位: 元), 继续购买该险种的投保人称为续保人, 续保人本年度的保费与其上年度出险次数的关联如下:

上年度出险次数	0	1	2	3	4	$\geqslant 5$
保费	$0.85a$	a	$1.25a$	$1.5a$	$1.75a$	$2a$

随机调查了该险种的 200 名续保人在一年内的出险情况, 得到如下统计表:

上年度出险次数	0	1	2	3	4	$\geqslant 5$
频数	60	50	30	30	20	10

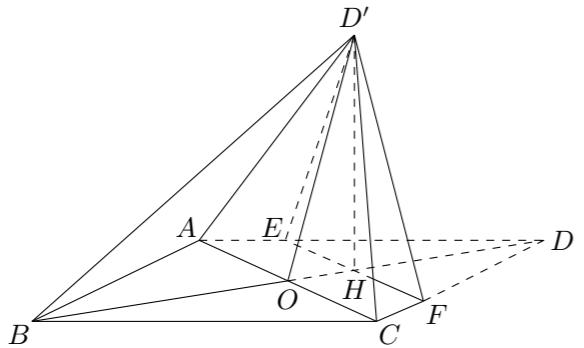
(1) 记 A 为事件: “一续保人本年度的保费不高于基本保费”. 求 $P(A)$ 的估计值;(2) 记 B 为事件: “一续保人本年度的保费高于基本保费但不高于基本保费的 160%”. 求 $P(B)$ 的估计值;

(2) 求续保人本年度的平均保费估计值.

19. 如图, 菱形 $ABCD$ 的对角线 AC 与 BD 交于点 O , 点 E, F 分别在 AD, CD 上, $AE = CF$, EF 交 BD 于点 H , 将 $\triangle DEF$ 沿 EF 折到 $\triangle D'EF$ 的位置.

(1) 证明: $AC \perp HD'$;

(2) 若 $AB = 5$, $AC = 6$, $AE = \frac{5}{4}$, $OD' = 2\sqrt{2}$, 求五棱锥 $D' - ABCFE$ 的体积.



21. 已知点 A 是椭圆 $E: \frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{3} = 1$ 的左顶点, 斜率为 k ($k > 0$) 的直线交椭圆 E 于 A, M 两点, 点 N 在 E 上, $MA \perp NA$.

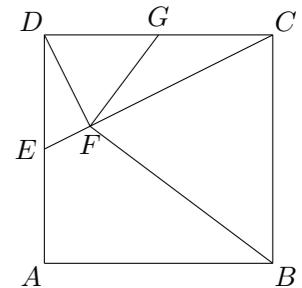
(1) 当 $|AM| = |AN|$ 时, 求三角形 AMN 的面积;

(2) 当 $2|AM| = |AN|$ 时, 证明: $\sqrt{3} < k < 2$.

22. 如图, 在正方形 $ABCD$ 中, E, G 分别在边 DA, DC 上 (不与端点重合), 且 $DE = DG$, 过 D 点作 $DF \perp CE$, 垂足为 F .

(1) 证明: B, C, G, F 四点共圆;

(2) 若 $AB = 1$, E 为 DA 的中点, 求四边形 $BCGF$ 的面积.



20. 已知函数 $f(x) = (x+1)\ln x - a(x-1)$.
- (1) 当 $a = 4$ 时, 求曲线 $y = f(x)$ 在点 $(1, f(1))$ 处的切线方程;
- (2) 若当 $x \in (1, +\infty)$ 时, $f(x) > 0$, 求 a 的取值范围.

23. 在直角坐标系 xOy 中, 圆 C 的方程为 $(x+6)^2 + y^2 = 25$.

(1) 以坐标原点为极点, x 轴正半轴为极轴建立极坐标系, 求圆 C 的极坐标方程;

(2) 直线 l 的参数方程是 $\begin{cases} x = t \cos \alpha \\ y = t \sin \alpha \end{cases}$ (t 为参数), 直线 l 与圆 C 交于 A, B 两点, $|AB| = \sqrt{10}$, 求 l 的斜率.

24. 已知函数 $f(x) = \left|x - \frac{1}{2}\right| + \left|x + \frac{1}{2}\right|$, M 为不等式 $f(x) < 2$ 的解集.
- (1) 求 M ;
- (2) 证明: 当 $a, b \in M$ 时, $|a+b| < |1+ab|$.