2016 年普通高等学校招生考试（四川卷）

文科数学

一、选择题

1. 设 i 为虚数单位, 则复数 $(1+\mathrm{i})^2=$ ( )

(A) 0 (B) 2 (C) 2i (D) 2+2i

2. 设集合 $A=\{x\mid 1\leqslant x\leqslant 5\}$, $\mathbf{Z}$ 为整数集, 则集合 $A\cap\mathbf{Z}$ 中元素的个数是 ( )

(A) 6 (B) 5 (C) 4 (D) 3

3. 抛物线 $y^2=4x$ 的焦点坐标是 ( )

(A) $(0,2)$ (B) $(0,1)$ (C) $(2,0)$ (D) $(1,0)$

4. 为了得到函数 $y=\sin\left(x+\dfrac{\pi}{3}\right)$ 的图象, 只需把函数 $y=\sin x$ 的图象上所有的点 ( )

(A) 向左平行移动 $\dfrac{\pi}{3}$ 个单位长度

(B) 向右平行移动 $\dfrac{\pi}{3}$ 个单位长度

(C) 向上平行移动 $\dfrac{\pi}{3}$ 个单位长度

(D) 向下平行移动 $\dfrac{\pi}{3}$ 个单位长度

5. 设 p : 实数 x, y 满足 $x>1$ 且 $y>1$, q : 实数 x, y 满足 $x+y>2$, 则 p 是 q 的 ( )

(A) 充分不必要条件

(B) 不要不充分条件

(C) 充要条件

(D) 既不充分也不必要条件

6. 已知 a 函数 $f(x)=x^3-12x$ 的极小值点, 则 $a=$ ( )

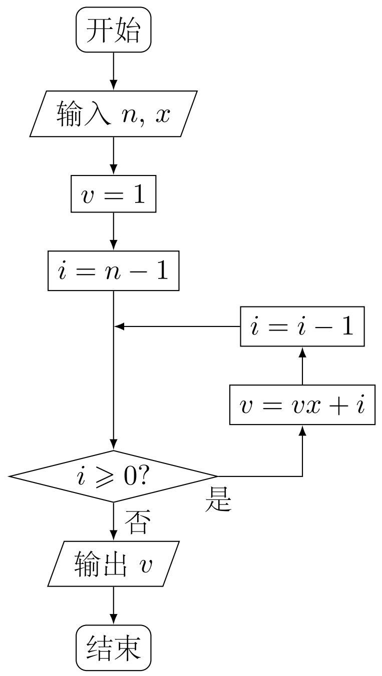
(A) -4 (B) -2 (C) 4 (D) 2

7. 公司为激励创新, 计划逐年加大研发资金投入. 若该公司 2015 年全年投入研发资金 130 万元, 在此基础上, 每年投入的研发资金比上一年增长 12%, 则该公司全年投入的研发资金开始超过 200 万元的年份是 ( )

(*参考数据*: $\lg 1.12\approx 0.05$, $\lg 1.3\approx 0.11$, $\lg 2\approx 0.30$)

(A) 2018 年 (B) 2019 年 (C) 2020 年 (D) 2021 年

8. 秦九韶是我国南宋时期的数学家, 普州 (现四川省安岳县) 人, 他在所著的《数书九章》中提出的多项式求值的秦九韶算法, 至今仍是比较先进的算法. 如图所示的程序框图给出了利用秦九韶算法求某多项式值的一个实例, 若输入 n, x 的值分别为 3, 2, 则输出 v 的值为 ( )



(A) 9 (B) 18 (C) 20 (D) 35

9. 已知正三角形 ABC 的边长为 $2\sqrt{3}$, 平面 ABC 内的动点 P, M 满足 $\left|\overrightarrow{AP}\right|=1$, $\overrightarrow{PM}=\overrightarrow{MC}$, 则 $\left|\overrightarrow{BM}\right|^2$ 的最大值是 ( )

(A) $\dfrac{43}{4}$ (B) $\dfrac{49}{4}$ (C) $\dfrac{37+6\sqrt{3}}{4}$ (D) $\dfrac{37+2\sqrt{33}}{4}$

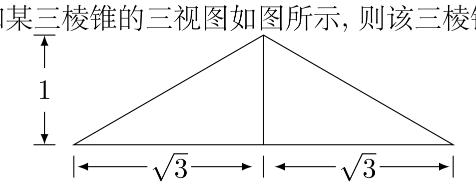
10. 设直线 l_1, l_2 分别是函数 $f(x)=\begin{cases}-\ln x,\ 0<x<1\\ \ln x,\ x>1\end{cases}$ 图象上点 P_1, P_2 处的切线, l_1 与 l_2 垂直相交于点 P, 且 l_1, l_2 分别与 y 轴相交于点 A, B, 则 $\triangle PAB$ 的面积的取值范围是 ( )

(A) $(0,1)$ (B) $(0,2)$ (C) $(0,+\infty)$ (D) $(1,+\infty)$

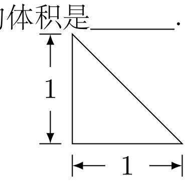
二、填空题

11. $\sin 750^\circ=$______.

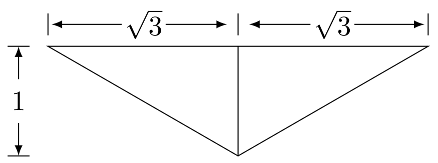
12. 已知某三棱锥的三视图如图所示, 则该三棱锥的体积是______.



正视图



侧视图



俯视图

13. 从 2, 3, 8, 9 任取两个不同的数值, 分别记为 a, b, 则 $\log_a b$ 为整数的概率是______.

14. 若函数 $f(x)$ 是定义 $\mathbf{R}$ 上的周期为 2 的奇函数, 当 $0<x<1$ 时, $f(x)=4^x$, 则 $f\left(-\dfrac{5}{2}\right)+f(2)=$______.

15. 在平面直角坐标系中, 当 $P(x,y)$ 不是原点时, 定义 P 的"伴随点"为 $P'\left(\dfrac{y}{x^2+y^2},\dfrac{-x}{x^2+y^2}\right)$; 当 P 是原点时, 定义 P 的"伴随点"为它自身, 平面曲线 C 上所以点的"伴随点"所构成的曲线 C' 定义为曲线 C 的"伴随曲线", 现有下列命题:

① 若点 A 的"伴随点"是点 A', 则点 A' 的"伴随点"是点 A;

② 单位圆上的"伴随点"仍在单位圆上;

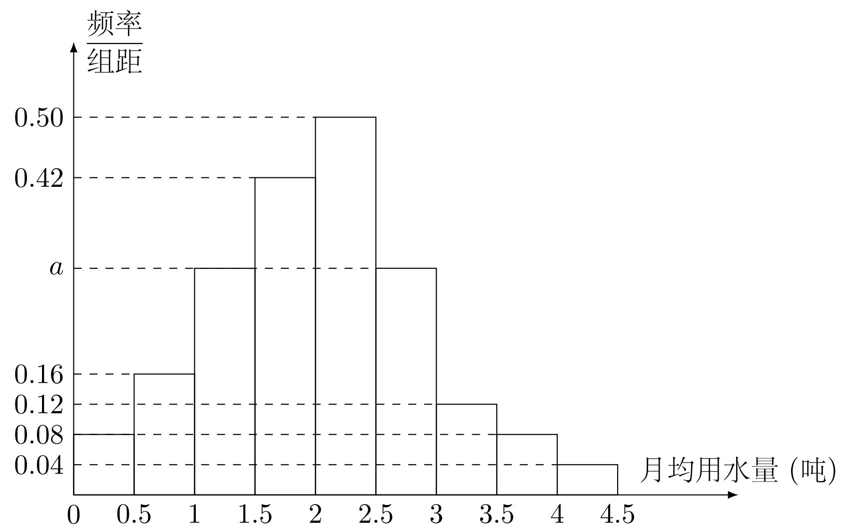
③ 若两点关于 x 轴对称, 则他们的"伴随点"关于 y 轴对称;

④ 若三点在同一条直线上, 则他们的"伴随点"一定共线.

其中的真命题是______. (写出所以真命题的序列)

三、解答题

16. 我国是世界上严重缺水的国家, 某市政府为了鼓励居民节约用水, 计划调整居民生活用水收费方案, 拟确定一个合理的月用水量标准 x (吨), 一位居民的月用水量不超过 x 的部分按平价收费, 超出 x 的部分按议价收费, 为了了解居民用水情况, 通过抽样, 获得了某年 100 位居民每人的月均用水量 (单位: 吨), 将数据按照 $[0,0.5)$, $[0.5,1)$, $\cdots$, $[4,4.5)$ 分成 9 组, 制成了如图所示的频率分布直方图.



(1) 求直方图中 a 的值;

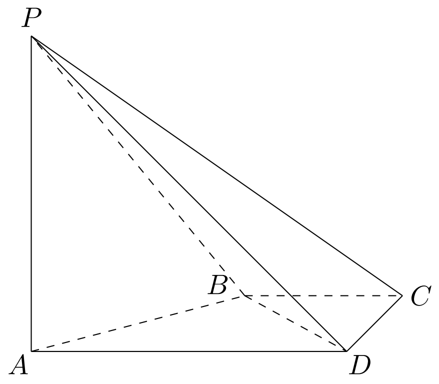
(2) 设该市有 30 万居民, 估计全市居民中月均用水量不低于 3 吨的人数, 并说明理由;

(3) 估计居民月均用水量的中位数.

17. 如图, 在四棱锥中 $P-ABCD$ 中, $PA\perp CD$, $AD\parallel BC$, $\angle ADC=\angle PAB=90^\circ$, $BC=CD=\frac{1}{2}AD$.

(1) 在平面 PAD 内找一点 M, 使得直线 $CM\parallel$ 平面 PAB, 并说明理由;

(2) 证明: 平面 $PAB\perp$ 平面 PBD.



18. 在 $\triangle ABC$ 中, 角 A, B, C 所对的边分别是 a, b, c, 且 $\frac{\cos A}{a}+\frac{\cos B}{b}=\frac{\sin C}{c}$.

(1) 证明: $\sin A\sin B=\sin C$;

(2) 若 $b^2+c^2-a^2=\frac{6}{5}bc$, 求 $\tan B$.

19. 已知数列 $\{a_n\}$ 的首项为 1, S_n 为数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和, $S_{n+1}=qS_n+1$, 其中 $q>0$, $n\in\mathbf{N}^*$.

(1) 若 a_2, a_3, a_2+a_3 成等差数列, 求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式;

(2) 设双曲线 $x^2-\frac{y^2}{a_n^2}=1$ 的离心率为 e_n, 且 $e_2=2$, 求 $e_1^2+e_2^2\cdots+e_n^2$.

20. 已知椭圆 $E:\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1\ (a>b>0)$ 的一个焦点与短轴的两个端点是正三角形的三个顶点, 点 $P\left(\sqrt{3},\frac{1}{2}\right)$ 在椭圆 E 上.

(1) 求椭圆 E 的方程;

(2) 设不过原点 O 且斜率为 $\frac{1}{2}$ 的直线 l 与椭圆 E 交于不同的两点 A, B, 线段 AB 的中点为 M, 直线 OM 与椭圆 E 交于 C, D, 证明: $|MA|\cdot|MB|=|MC|\cdot|MD|$.

21. 设函数 $f(x)=ax^2-a-\ln x$, $g(x)=\frac{1}{x}-\frac{\mathrm{e}}{\mathrm{e}^x}$, 其中 $a\in\mathbf{R}$, $\mathrm{e}=2.718\cdots$ 为自然对数的底数.

(1) 讨论 $f(x)$ 的单调性;

(2) 证明: 当 $x>1$ 时, $g(x)>0$;

(3) 确定 a 的所有可能取值, 使得 $f(x)>g(x)$ 在区间 $(1,+\infty)$ 内恒成立.