2007 年普通高等学校招生考试（四川卷）

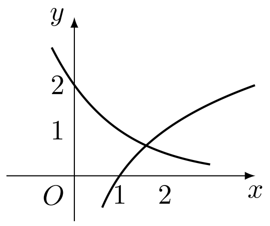
文科数学

一、选择题

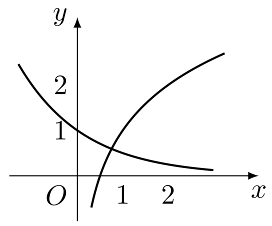
1. 设集合 $M=\{4,5,6,8\}$, 集合 $N=\{3,5,7,8\}$, 那么 $M\cup N=$ （ ）

(A) $\{3,4,5,6,7,8\}$(B) $\{5,8\}$ (C) $\{3,5,7,8\}$ (D) $\{4,5,6,8\}$

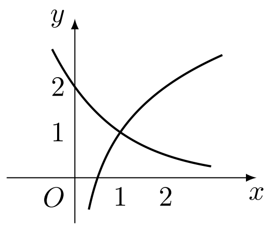
2. 函数 $f(x)=1+\log_2 x$ 与 $g(x)=2^{-x+1}$ 在同一直角坐标系下的图象大致是 （ ）



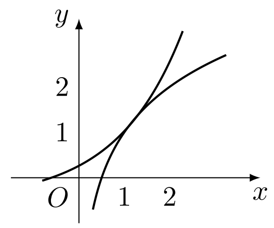
(A)



(B)



(C)

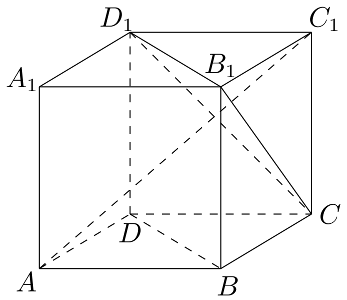


(D)

3. 某商场买来一车苹果, 从中随机抽取了 10 个苹果, 其重量 (单位: 克) 分别为: 150, 152, 153, 149, 148, 146, 151, 150, 152, 147, 由此估计这车苹果单个重量的期望值是 （ ）

(A) 150.2 克 (B) 149.8 克 (C) 149.4 克 (D) 147.8 克

4. 如图, $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 为正方体, 下面结论错误的是 （ ）



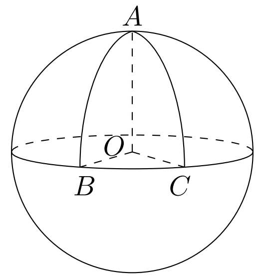
(A) $BD\parallel$ 平面 CB_1D_1 (B) $AC_1\perp BD$

(C) $AC_1\perp$ 平面 CB_1D_1 (D) 异面直线 AD 与 CB_1 角为 $60°$

5. 如果双曲线 $\dfrac{x^2}{4}-\dfrac{y^2}{2}=1$ 上一点 P 到双曲线右焦点的距离是 2, 那么点 P 到 y 轴的距离是 （ ）

(A) $\dfrac{4\sqrt{6}}{3}$ (B) $\dfrac{2\sqrt{6}}{3}$ (C) $2\sqrt{6}$ (D) $2\sqrt{3}$

6. 设球 O 的半径是 1, A、B、C 是球面上三点, 已知 A 到 B、C 两点的球面距离都是 $\dfrac{\pi}{2}$, 且二面角 $B-OA-C$ 的大小为 $\dfrac{\pi}{3}$, 则从 A 点沿球面经 B、C 两点再回到 A 点的最短距离是 （ ）



(A) $\dfrac{7\pi}{6}$ (B) $\dfrac{5\pi}{4}$ (C) $\dfrac{4\pi}{3}$ (D) $\dfrac{3\pi}{2}$

7. 等差数列 $\{a_n\}$ 中, $a_1=1$, $a_3+a_5=14$, 其前 n 项和 $S_n=100$, 则 $n=$( )

(A) 9 (B) 10 (C) 11 (D) 12

8. 设 $A(a,1)$, $B(2,b)$, $C(4,5)$ 为坐标平面上三点, O 为坐标原点, 若 $\overrightarrow{OA}$ 与 $\overrightarrow{OB}$ 在 $\overrightarrow{OC}$ 上的投影相同, 则 a 与 b 满足的关系式为 （ ）

(A) $4a-5b=3$ (B) $5a-4b=3$ (C) $4a+5b=14$ (D) $5a+4b=14$

9. 用数字 1, 2, 3, 4, 5 可以组成没有重复数字, 并且比 20000 大的五位偶数共有 （ ）

(A) 48 个 (B) 36 个 (C) 24 个 (D) 18 个

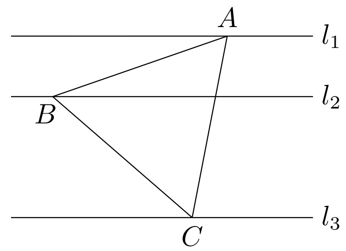
10. 已知抛物线 $y=-x^2+3$ 上存在关于直线 $x+y=0$ 对称的相异两点 A、B, 则 $|AB|$ 等于 （ ）

(A) 3 (B) 4 (C) $3\sqrt{2}$ (D) $4\sqrt{2}$

11. 某公司有 60 万元资金, 计划投资甲、乙两个项目, 按要求对项目甲的投资不小于对项目乙投资的 $\dfrac{2}{3}$ 倍, 且对每个项目的投资不能低于 5 万元, 对项目甲每投资 1 万元可获得 0.4 万元的利润, 对项目乙每投资 1 万元可获得 0.6 万元的利润, 该公司正确规划投资后, 在这两个项目上共可获得的最大利润为 （ ）

(A) 36 万元 (B) 31.2 万元 (C) 30.4 万元 (D) 24 万元

12. 如图, l_1、l_2、l_3 是同一平面内的三条平行直线, l_1 与 l_2 间的距离是 1, l_2 与 l_3 间的距离是 2, 正三角形 ABC 的三顶点分别在 l_1、l_2、l_3 上, 则 $\triangle ABC$ 的边长是 （ ）

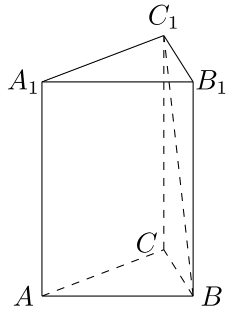


(A) $2\sqrt{3}$ (B) $\dfrac{4\sqrt{6}}{3}$ (C) $\dfrac{3-\sqrt{7}}{4}$ (D) $\dfrac{2-\sqrt{21}}{3}$

二、填空题

13. $\left(x-\dfrac{1}{x}\right)^n$ 的展开式中的第 5 项为常数项, 那么正整数 n 的值是______.

14. 如图, 在正三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 中, 侧棱长为 $\sqrt{2}$, 底面三角形的边长为 1, 则 BC_1 与侧面 ACC_1A_1 所成的角是______.



15. 已知 $\odot O$ 的方程是 $x^2+y^2-2=0$, $\odot O'$ 的方程是 $x^2+y^2-8x+10=0$, 由动点 P 向 $\odot O$ 和 $\odot O'$ 所引的切线长相等, 则动点 P 的轨迹方程是______.

16. 下面有五个命题:

① 函数 $y=\sin^4 x-\cos^4 x$, 的最小正周期是 π;

② 终边在 y 轴上的角的集合是 $\left\{\alpha|\alpha=\dfrac{k\pi}{2},k\in\mathbf{Z}\right\}$;

③ 在同一坐标系中, 函数 $y=\sin x$ 的图象和函数 $y=x$ 的图象有三个公共点;

④ 把函数 $y=3\sin\left(2x+\dfrac{\pi}{3}\right)$ 的图象向右平移 $\dfrac{\pi}{6}$ 得到 $y=3\sin 2x$ 的图象;

⑤ 角 θ 为第一象限角的充要条件是 $\sin\theta>0$.

其中真命题的序号是______. (写出所有)

三、解答题

17. 厂家在产品出厂前, 需对产品做检验, 厂家对一般产品致冷商家的, 商家符合规定拾取一定数量的产品做检验, 以决定是否验收这些产品.

(1) 若厂家库房中的每件产品合格的概率为 0.3, 从中任意取出 4 种进行检验, 求至少要 1 件是合格产品的概率;

(2) 若厂家发给商家 20 件产品, 其中有 3 件不合格, 按合同规定该商家从中任取 2 件, 来进行检验, 只有 2 件产品合格时才接收这些产品, 否则拒收, 分别求出该商家计算出不合格产品为 1 件和 2 件的概率, 并求该商家拒收这些产品的概率.

18. 已知 $\cos\alpha=\dfrac{1}{7}$, $\cos(\alpha-\beta)=\dfrac{13}{14}$, 且 $0<\beta<\alpha<\dfrac{\pi}{2}$.

(1) 求 $\tan 2\alpha$ 的值;

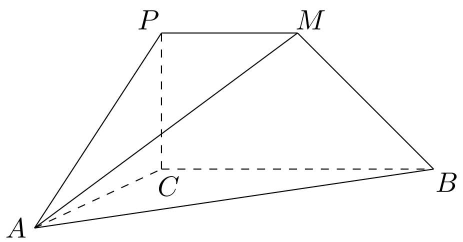
(2) 求 β.

19. 如图, $PCBM$ 是直角梯形, $\angle PCB=90°$, $PM \mathbin{/\!/} BC$, 直线 AM 与直线 PC 所成的角为 $60°$, 又 $AC=1$, $BC=2PM=2$, $\angle ACB=90°$.

(1) 求证: $AC\perp BM$;

(2) 求二面角 $M-AB-C$ 的大小;

(3) 求多面体 $PMABC$ 的体积.



20. 设函数 $f(x)=ax^3+bx+c$ $(a\neq 0)$ 为奇函数, 其图象在点 $(1,f(1))$ 处的切线与直线 $x-6y-7=0$ 垂直, 导函数 $f'(x)$ 的最小值为 -12.

(1) 求 a, b, c 的值;

(2) 求函数 $f(x)$ 的单调递增区间, 并求函数 $f(x)$ 在 $[-1,3]$ 上的最大值和最小值.

21. 已知 F_1、F_2 分别是椭圆 $\dfrac{x^2}{4}+y^2-1$ 的左、右焦点.

(1) 若 P 是第一象限内该椭圆上的一点, 且 $\overrightarrow{PF_1}\cdot\overrightarrow{PF_2}=-\dfrac{5}{4}$, 求点 P 的坐标;

(2) 设过定点 $M(0,2)$ 的直线 l 与椭圆交于不同的两点 A、B, 且 $\angle AOB$ 为锐角 (其中 O 为作标原点), 求直线 l 的斜率 k 的取值范围.

22. 已知函数 $f(x)=x^2-4$, 设曲线 $y=f(x)$ 在点 $(x_n,f(x_n))$ 处的切线与 x 轴的交点为 $(x_{n+1},0)$ $(n\in\mathbf{N}^*)$, 其中 x_1 为正实数.

(1) 用 x_n 表示 x_{n+1};

(2) 若 $x_1=4$, 记 $a_n=\lg\dfrac{x_n+2}{x_n-2}$, 证明数列 $\{a_n\}$ 成等比数列, 并求数列 $\{x_n\}$ 的通项公式;

(3) 若 $x_1=4$, $b_n=x_n-2$, T_n 是数列 $\{b_n\}$ 的前 n 项和, 证明 $T_n<3$.