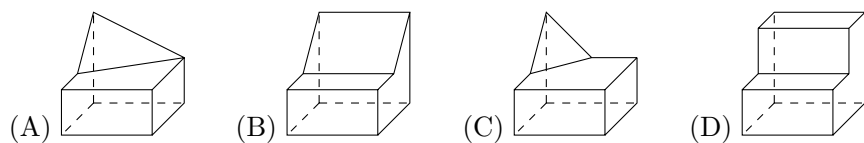
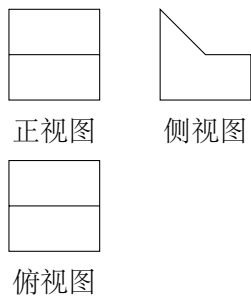


文科数学

一、选择题

- 若 $P = \{x | x < 1\}$, $Q = \{x | x > -1\}$, 则 ()
(A) $P \subseteq Q$ (B) $Q \subseteq P$ (C) $\complement_{\mathbf{R}}P \subseteq Q$ (D) $Q \subseteq \complement_{\mathbf{R}}P$
- 若复数 $z = 1 + i$, i 为虚数单位, 则 $(1 + z) \cdot z =$ ()
(A) $1 + 3i$ (B) $3 + 3i$ (C) $3 - i$ (D) 3
- 若实数 x, y 满足不等式组 $\begin{cases} x + 2y - 5 \geq 0 \\ 2x + y - 7 \geq 0 \\ x \geq 0, y \geq 0 \end{cases}$, 则 $3x + 4y$ 的最小值是 ()
(A) 13 (B) 15 (C) 20 (D) 28
- 若直线 l 不平行于平面 α , 且 $l \not\subset \alpha$, 则 ()
(A) α 内的所有直线与 l 异面 (B) α 内不存在与 l 平行的直线
(C) α 内存在唯一的直线与 l 平行 (D) α 内的直线与 l 都相交
- 在 $\triangle ABC$ 中, 角 A, B, C 所对的边分别为 a, b, c . 若 $a \cos A = b \sin B$, 则 $\sin A \cos A + \cos^2 B =$ ()
(A) $-\frac{1}{2}$ (B) $\frac{1}{2}$ (C) -1 (D) 1
- 若 a, b 为实数, 则“ $0 < ab < 1$ ”是“ $b < \frac{1}{a}$ ”的 ()
(A) 充分而不必要条件 (B) 必要而不充分条件
(C) 充分必要条件 (D) 既不充分也不必要条件
- 若某几何体的三视图如图所示, 则这个几何体的直观图可以是 ()

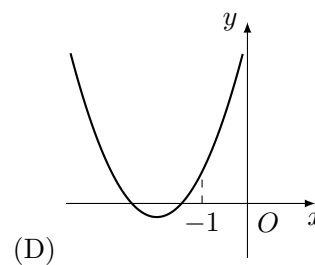
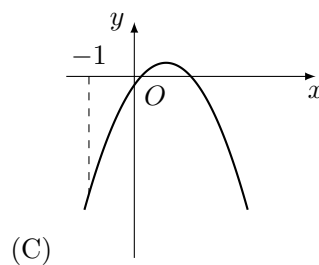
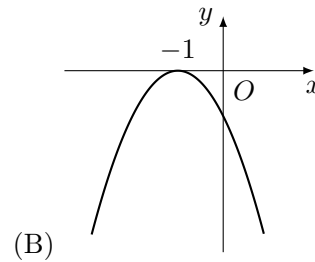
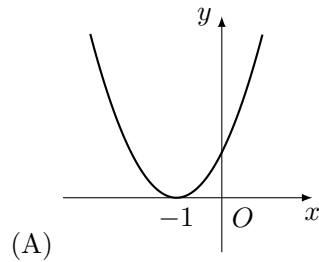


- 从装有 3 个红球、2 个白球的袋中任取 3 个球, 则所取的 3 个球中至少有 1 个白球的概率是 ()
(A) $\frac{1}{10}$ (B) $\frac{3}{10}$ (C) $\frac{3}{5}$ (D) $\frac{9}{10}$

- 已知椭圆 $C_1: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($a > b > 0$) 与双曲线 $C_2: x^2 - \frac{y^2}{4} = 1$ 有公共的焦点, C_2 的一条渐近线与以 C_1 的长轴为直径的圆相交于 A, B 两点. 若 C_1 恰好将线段 AB 三等分, 则 ()

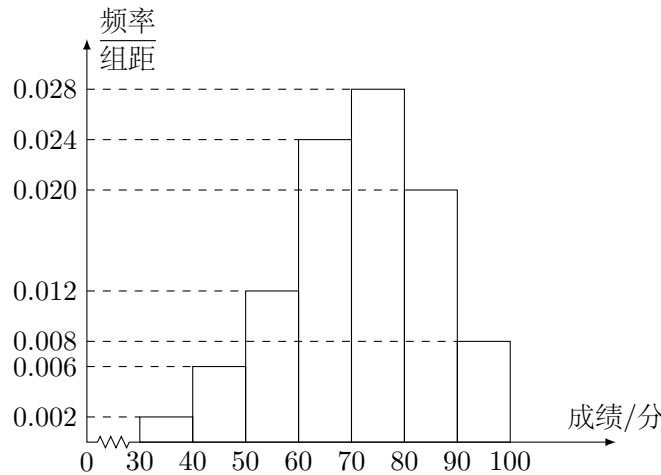
- (A) $a^2 = \frac{13}{2}$ (B) $a^2 = 13$ (C) $b^2 = \frac{1}{2}$ (D) $b^2 = 2$

- 设函数 $f(x) = ax^2 + bx + c$ ($a, b, c \in \mathbf{R}$). 若 $x = -1$ 为函数 $y = f(x)e^x$ 的一个极值点, 则下列图象不可能为 $y = f(x)$ 图象的是 ()

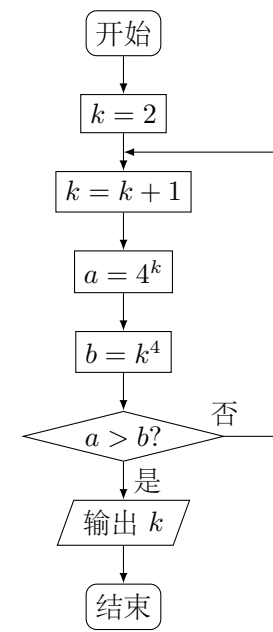


二、填空题

- 设函数 $f(x) = \frac{4}{1-x}$. 若 $f(a) = 2$, 则实数 $a =$ _____.
- 若直线 $x - 2y + 5 = 0$ 与直线 $2x + my - 6 = 0$ 互相垂直, 则实数 $m =$ _____.
- 某小学为了解学生数学课程的学习情况, 在 3000 名学生中随机抽取 200 名, 并统计这 200 名学生的某次数学考试成绩, 得到了样本的频率分布直方图 (如图). 根据频率分布直方图, 3000 名学生在该次数学考试中成绩小于 60 分的学生数是_____.



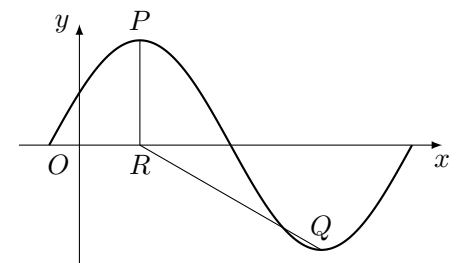
- 某程序框图如图所示, 则该程序运行后输出的 k 的值是_____.



- 若平面向量 α, β 满足 $|\alpha| = 1, |\beta| \leq 1$, 且以向量 α, β 为邻边的平行四边形的面积为 $\frac{1}{2}$, 则 α 和 β 的夹角 θ 的取值范围是_____.
- 若实数 x, y 满足 $x^2 + y^2 + xy = 1$, 则 $x + y$ 的最大值是_____.
- 若数列 $\left\{n(n+4)\left(\frac{2}{3}\right)^n\right\}$ 中的最大项是第 k 项, 则 $k =$ _____.

三、解答题

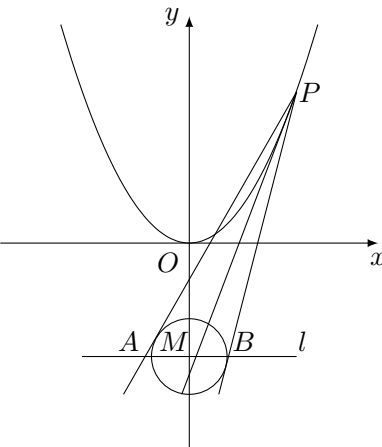
- 已知函数 $f(x) = A \sin\left(\frac{\pi}{3}x + \varphi\right)$, $x \in \mathbf{R}$, $A > 0, 0 < \varphi < \frac{\pi}{2}$. $y = f(x)$ 的部分图象如图所示, P, Q 分别为该图象的最高点和最低点, 点 P 的坐标为 $(1, A)$.
(1) 求 $f(x)$ 的最小正周期及 φ 的值;
(2) 若点 R 的坐标为 $(1, 0)$, $\angle PRQ = \frac{2\pi}{3}$, 求 A 的值.



19. 已知公差为 0 的等差数列 $\{a_n\}$ 的首项 a_1 为 a ($a \in \mathbf{R}$), 且 $\frac{1}{a_1}, \frac{1}{a_2}, \frac{1}{a_4}$ 成等比数列.
- (1) 求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式;
- (2) 对 $n \in \mathbf{N}^*$, 试比较 $\frac{1}{a_2} + \frac{1}{a_2^2} + \frac{1}{a_2^3} + \cdots + \frac{1}{a_2^n}$ 与 $\frac{1}{a_1}$ 的大小.

21. 设函数 $f(x) = a^2 \ln x - x^2 + ax$, $a > 0$.
- (1) 求 $f(x)$ 的单调区间;
- (2) 求所有实数 a , 使 $e - 1 \leq f(x) \leq e^2$ 对 $x \in [1, e]$ 恒成立.
- 注: e 为自然对数的底数.

22. 如图, 设 P 为抛物线 $C_1: x^2 = y$ 上的动点, 过点 P 做圆 $C_2: x^2 + (y + 3)^2 = 1$ 的两条切线, 交直线 $l: y = -3$ 于 A, B 两点.
- (1) 求 C_2 的圆心 M 到抛物线 C_1 准线的距离.
- (2) 是否存在点 P , 使线段 AB 被抛物线 C_1 在点 P 处的切线平分, 若存在, 求出点 P 的坐标; 若不存在, 请说明理由.



20. 如图, 在三棱锥 $P - ABC$ 中, $AB = AC$, D 为 BC 的中点, $PO \perp$ 平面 ABC , 垂足 O 落在线段 AD 上.
- (1) 证明: $AP \perp BC$;
- (2) 已知 $BC = 8$, $PO = 4$, $AO = 3$, $OD = 2$. 求二面角 $B - AP - C$ 的大小.

