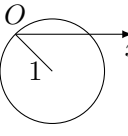
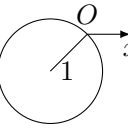
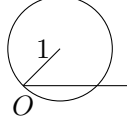
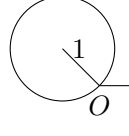


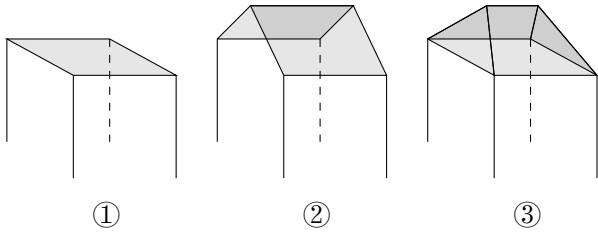
理科数学

一、选择题

- 若 $\sin \theta \cos \theta > 0$, 则 θ 在 ()
(A) 第一、二象限 (B) 第一、三象限
(C) 第一、四象限 (D) 第二、四象限
- 过点 $A(1, -1)$, $B(-1, 1)$ 且圆心在直线 $x + y - 2 = 0$ 上的圆的方程是 ()
(A) $(x - 3)^2 + (y + 1)^2 = 4$ (B) $(x + 3)^2 + (y - 1)^2 = 4$
(C) $(x - 1)^2 + (y - 1)^2 = 4$ (D) $(x + 1)^2 + (y + 1)^2 = 4$
- 设 $\{a_n\}$ 是递增等差数列, 前三项的和为 12, 前三项的积为 48, 则它的首项是 ()
(A) 1 (B) 2 (C) 4 (D) 6
- 若定义在区间 $(-1, 0)$ 内的函数 $f(x) = \log_{2a}(x + 1)$ 满足 $f(x) > 0$, 则 a 的取值范围是 ()
(A) $\left(0, \frac{1}{2}\right)$ (B) $\left(0, \frac{1}{2}\right]$ (C) $\left(\frac{1}{2}, +\infty\right)$ (D) $(0, +\infty)$
- 极坐标方程 $\rho = 2 \sin\left(\theta + \frac{\pi}{4}\right)$ 的图形是 ()
(A)  (B)  (C)  (D) 
- 函数 $y = \cos x + 1$ ($-\pi \leq x \leq 0$) 的反函数是 ()
(A) $y = -\arccos(x - 1)$ ($0 \leq x \leq 2$)
(B) $y = \pi - \arccos(x - 1)$ ($0 \leq x \leq 2$)
(C) $y = \arccos(x - 1)$ ($0 \leq x \leq 2$)
(D) $y = \pi + \arccos(x - 1)$ ($0 \leq x \leq 2$)
- 若椭圆经过原点, 且焦点为 $F_1(1, 0)$, $F_2(3, 0)$, 则其离心率为 ()
(A) $\frac{3}{4}$ (B) $\frac{2}{3}$ (C) $\frac{1}{2}$ (D) $\frac{1}{4}$
- 若 $0 < \alpha < \beta < \frac{\pi}{4}$, $\sin \alpha + \cos \alpha = a$, $\sin \beta + \cos \beta = b$, 则 ()
(A) $a > b$ (B) $a < b$ (C) $ab < 1$ (D) $ab > 2$
- 在正三棱柱 $ABC - A_1B_1C_1$ 中, 若 $AB = \sqrt{2}BB_1$, 则 AB_1 与 C_1B 所成的角的大小为 ()
(A) 60° (B) 90° (C) 45° (D) 120°
- 设 $f(x)$, $g(x)$ 都是单调函数, 有如下四个命题中, 正确的命题是 ()
① 若 $f(x)$ 单调递增, $g(x)$ 单调递增, 则 $f(x) - g(x)$ 单调递增;
② 若 $f(x)$ 单调递增, $g(x)$ 单调递减, 则 $f(x) - g(x)$ 单调递增;
③ 若 $f(x)$ 单调递减, $g(x)$ 单调递增, 则 $f(x) - g(x)$ 单调递减;

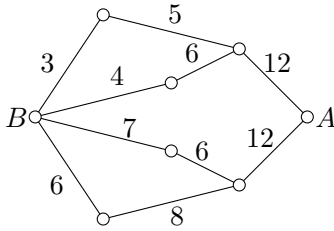
- ④ 若 $f(x)$ 单调递减, $g(x)$ 单调递减, 则 $f(x) - g(x)$ 单调递减.
(A) ①③ (B) ①④ (C) ②③ (D) ②④

11. 一间民房的屋顶有如图三种不同的盖法: ① 单向倾斜; ② 双向倾斜; ③ 四向倾斜. 记三种盖法屋顶面积分别为 P_1 , P_2 , P_3 . 若屋顶斜面与水平面所成的角都是 α , 则 ()



- (A) $P_3 > P_2 > P_1$ (B) $P_3 > P_2 = P_1$ (C) $P_3 = P_2 > P_1$ (D) $P_3 = P_2 = P_1$

12. 如图, 小圆圈表示网络的结点, 结点之间的连线表示它们有网线相联. 连线标注的数字表示该段网线单位时间内可以通过的最大信息量. 现从结点 A 向结点 B 传递信息, 信息可以分开沿不同的路线同时传递. 则单位时间内传递的最大信息量为 ()



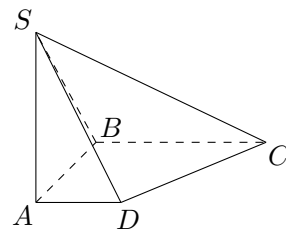
- (A) 26 (B) 24 (C) 20 (D) 19

二、填空题

- 若一个椭圆的轴截面是等边三角形, 其面积为 $\sqrt{3}$, 则这个椭圆的侧面积是_____.
- 双曲线 $\frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{16} = 1$ 的两个焦点为 F_1 , F_2 , 点 P 在双曲线上, 若 $PF_1 \perp PF_2$, 则点 P 到 x 轴的距离为_____.
- 设 $\{a_n\}$ 是公比为 q 的等比数列, S_n 是它的前 n 项和. 若 $\{S_n\}$ 是等差数列, 则 $q =$ _____.
- 圆周上有 $2n$ 个等分点 ($n > 1$), 以其中三个点为顶点的直角三角形的个数为_____.

三、解答题

17. 如图, 在底面是直角梯形的四棱锥 $S - ABCD$ 中, $\angle ABC = 90^\circ$, $SA \perp$ 面 $ABCD$, $SA = AB = BC = 1$, $AD = \frac{1}{2}$.
(1) 求四棱锥 $S - ABCD$ 的体积;
(2) 求面 SCD 与面 SBA 所成的二面角的正切值.



18. 已知复数 $z_1 = i(1 - i)^3$.
(1) 求 $\arg z_1$ 及 $|z_1|$;
(2) 当复数 z 满足 $|z| = 1$, 求 $|z - z_1|$ 的最大值.

19. 设抛物线 $y^2 = 2px$ ($p > 0$) 的焦点为 F , 经过点 F 的直线交抛物线于 A , B 两点. 点 C 在抛物线的准线上, 且 $BC \parallel x$ 轴. 证明直线 AC 经过原点 O .

20. 已知 i, m, n 是正整数, 且 $1 < i \leq m < n$.

(1) 证明: $n^i A_m^i < m^i A_n^i$;

(2) 证明: $(1+m)^n > (1+n)^m$.

21. 从社会效益和经济效益出发, 某地投入资金进行生态环境建设, 并以此发展旅游产业. 根据规划, 本年度投入 800 万元, 以后每年投入将比上年减少 $\frac{1}{5}$. 本年度当地旅游业收入估计为 400 万元, 由于该项建设对旅游业的促进作用, 预计今后的旅游业收入每年会比上年增加 $\frac{1}{4}$.

(1) 设 n 年内 (本年度为第一年) 总投入为 a_n 万元, 旅游业总收入为 b_n 万元. 写出 a_n, b_n 的表达式;

(2) 至少经过几年旅游业的总收入才能超过总投入?

22. 设 $f(x)$ 是定义在 \mathbf{R} 上的偶函数, 其图象关于直线 $x = 1$ 对称, 对任意 $x_1, x_2 \in \left[0, \frac{1}{2}\right]$, 都有 $f(x_1 + x_2) = f(x_1) \cdot f(x_2)$, 且 $f(1) = a > 0$.

(1) 求 $f\left(\frac{1}{2}\right), f\left(\frac{1}{4}\right)$;

(2) 证明设 $f(x)$ 是周期函数;

(3) 记 $a_n = f\left(2n + \frac{1}{2n}\right)$, 求 $\lim_{n \rightarrow \infty} (\ln a_n)$.