

文科数学

一、选择题

- 若 A 为全体实数的集合, $B = \{-2, -1, 1, 2\}$, 则下列结论正确的是 ()
 (A) $A \cap B = \{-2, -1\}$ (B) $(\complement_{\mathbf{R}} A) \cup B = (-\infty, 0)$
 (C) $A \cup B = (0, +\infty)$ (D) $(\complement_{\mathbf{R}} A) \cap B = \{-2, -1\}$
- 若 $\overrightarrow{AB} = (2, 4)$, $\overrightarrow{AC} = (1, 3)$, 则 $\overrightarrow{BC} =$ ()
 (A) $(1, 1)$ (B) $(-1, -1)$ (C) $(3, 7)$ (D) $(-3, -7)$
- 已知 m, n 是两条不同直线, α, β, γ 是三个不同平面, 下列命题中正确的是 ()
 (A) 若 $\alpha \perp \gamma, \beta \perp \gamma$, 则 $\alpha \parallel \beta$ (B) 若 $m \perp \alpha, n \perp \alpha$, 则 $m \parallel n$
 (C) 若 $m \parallel \alpha, n \parallel \alpha$, 则 $m \parallel n$ (D) 若 $m \parallel \alpha, m \parallel \beta$, 则 $\alpha \parallel \beta$
- $a < 0$ 是方程 $ax^2 + 1 = 0$ 有一个负数根的 ()
 (A) 必要不充分条件 (B) 充分必要条件
 (C) 充分不必要条件 (D) 既不充分也不必要条件
- 在三角形 ABC 中, $AB = 5, AC = 3, BC = 7$, 则 $\angle BAC$ 的大小为 ()
 (A) $\frac{2\pi}{3}$ (B) $\frac{5\pi}{6}$ (C) $\frac{3\pi}{4}$ (D) $\frac{\pi}{3}$
- 函数 $f(x) = (x - 1)^2 + 1 (x \leq 0)$ 的反函数为 ()
 (A) $f^{-1}(x) = 1 - \sqrt{x - 1} (x \geq 1)$ (B) $f^{-1}(x) = 1 + \sqrt{x - 1} (x \geq 1)$
 (C) $f^{-1}(x) = 1 - \sqrt{x - 1} (x \geq 2)$ (D) $f^{-1}(x) = 1 + \sqrt{x - 1} (x \geq 2)$
- 设 $(1 + x)^8 = a_0 + a_1x + \cdots + a_8x^8$, 则 a_0, a_1, \cdots, a_8 中奇数的个数为 ()
 (A) 2 (B) 3 (C) 4 (D) 5
- 函数 $y = \sin\left(2x + \frac{\pi}{3}\right)$ 图象的对称轴方程可能是 ()
 (A) $x = -\frac{\pi}{6}$ (B) $x = -\frac{\pi}{12}$ (C) $x = \frac{\pi}{6}$ (D) $x = \frac{\pi}{12}$
- 设函数 $f(x) = 2x + \frac{1}{x} - 1 (x < 0)$, 则 $f(x)$ ()
 (A) 有最大值 (B) 有最小值 (C) 是增函数 (D) 是减函数
- 若过点 $A(4, 0)$ 的直线 l 与曲线 $(x - 2)^2 + y^2 = 1$ 有公共点, 则直线 l 的斜率的取值范围为 ()
 (A) $(-\sqrt{3}, \sqrt{3})$ (B) $[-\sqrt{3}, \sqrt{3}]$ (C) $\left(-\frac{\sqrt{3}}{3}, \frac{\sqrt{3}}{3}\right)$ (D) $\left[-\frac{\sqrt{3}}{3}, \frac{\sqrt{3}}{3}\right]$
- 若 A 为不等式组 $\begin{cases} x \leq 0 \\ y \geq 0 \\ y - x \leq 2 \end{cases}$ 表示的平面区域, 则当 a 从 -2 连续变化到 1 时, 动直线 $x + y = a$ 扫过 A 中的那部分区域的面积为 ()
 (A) $\frac{3}{4}$ (B) 1 (C) $\frac{7}{4}$ (D) 2

- 12 名同学合影, 站成前排 4 人后排 8 人, 现摄影师要从后排 8 人中抽 2 人调整到前排, 若其他人的相对顺序不变, 则不同调整方法的总数是 ()
 (A) $C_8^2 A_6^6$ (B) $C_8^2 A_3^2$ (C) $C_8^2 A_6^2$ (D) $C_8^2 A_5^2$

二、填空题

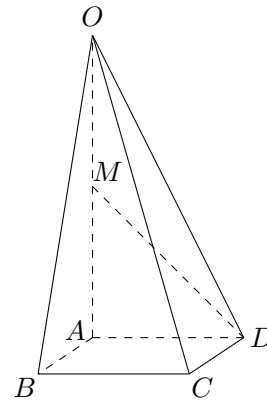
- 函数 $f(x) = \frac{\sqrt{|x - 2| - 1}}{\log_2(x - 1)}$ 的定义域为_____.
- 已知双曲线 $\frac{x^2}{n} - \frac{y^2}{12 - n} = 1$ 的离心率是 $\sqrt{3}$. 则 $n =$ _____.
- 在数列 $\{a_n\}$ 在中, $a_n = 4n - \frac{5}{2}$, $a_1 + a_2 + \cdots + a_n = an^2 + bn$, $n \in \mathbf{N}^*$, 其中 a, b 为常数, 则 $ab =$ _____.
- 已知 A, B, C, D 在同一个球面上, $AB \perp$ 平面 BCD , $BC \perp CD$, 若 $AB = 6, AC = 2\sqrt{13}, AD = 8$, 则 B, C 两点间的球面距离是_____.

三、解答题

- 已知函数 $f(x) = \cos\left(2x - \frac{\pi}{3}\right) + 2\sin\left(x - \frac{\pi}{4}\right)\sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right)$.
 (1) 求函数 $f(x)$ 的最小正周期
 (2) 求函数 $f(x)$ 在区间 $\left[-\frac{\pi}{12}, \frac{\pi}{2}\right]$ 上的值域.

- 在某次普通话测试中, 为测试汉字发音水平, 设置了 10 张卡片, 每张卡片印有一个汉字的拼音, 其中恰有 3 张卡片上的拼音带有后鼻音“g”.
 (1) 现对三位被测试者先后进行测试, 第一位被测试者从这 10 张卡片总随机抽取 1 张, 测试后放回, 余下 2 位的测试, 也按同样的方法进行. 求这三位被测试者抽取的卡片上, 拼音都带有后鼻音“g”的概率;
 (2) 若某位被测试者从 10 张卡片中一次随机抽取 3 张, 求这三张卡片上, 拼音带有后鼻音“g”的卡片不少于 2 张的概率.

- 如图, 在四棱锥 $O - ABCD$ 中, 底面 $ABCD$ 四边长为 1 的菱形, $\angle ABC = \frac{\pi}{4}$. $OA \perp$ 底面 $ABCD$, $OA = 2$, M 为 OA 的中点.
 (1) 求异面直线 AB 与 MD 所成角的大小;
 (2) 求点 B 到平面 OCD 的距离.



20. 设函数 $f(x) = \frac{a}{3}x^3 - \frac{3}{2}x^2 + (a+1)x + 1$, 其中 a 为实数.
- (1) 已知函数 $f(x)$ 在 $x = 1$ 处取得极值, 求 a 的值;
 - (2) 已知不等式 $f'(x) > x^2 - x - a + 1$ 对任意 $a \in (0, +\infty)$ 都成立, 求实数 x 的取值范围.
21. 设数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_1 = a$, $a_{n+1} = ca_n + 1 - c$, $n \in \mathbf{N}^*$, 其中 a, c 为实数, 且 $c \neq 0$.
- (1) 求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式;
 - (2) 设 $a = \frac{1}{2}$, $c = \frac{1}{2}$, $b_n = n(1 - a_n)$, $n \in \mathbf{N}^*$, 求数列 $\{b_n\}$ 的前 n 项和 S_n ;
 - (3) 若 $0 < a_n < 1$ 对任意 $n \in \mathbf{N}^*$ 成立, 证明 $0 < c \leq 1$.
22. 设椭圆 $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($a > b > 0$) 其相应于焦点 $F(2, 0)$ 的准线方程为 $x = 4$.
- (1) 求椭圆 C 的方程;
 - (2) 已知过点 $F_1(-2, 0)$ 倾斜角为 θ 的直线交椭圆 C 于 A, B 两点, 求证: $|AB| = \frac{4\sqrt{2}}{2 - \cos^2 \theta}$;
 - (3) 过点 $F_1(-2, 0)$ 作两条互相垂直的直线分别交椭圆 C 于 A, B 和 D, E , 求 $|AB| + |DE|$ 的最小值.