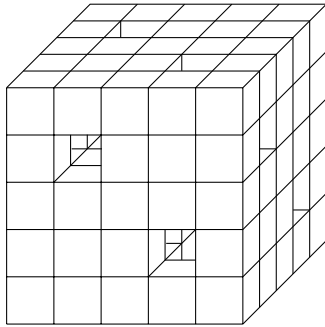


文科数学

一、选择题

- 函数 $y = \sqrt{\log_{\frac{1}{2}}(3x-2)}$ 的定义域是 ()
(A) $[1, +\infty)$ (B) $\left(\frac{2}{3}, +\infty\right)$ (C) $\left[\frac{2}{3}, 1\right]$ (D) $\left(\frac{2}{3}, 1\right]$
- 函数 $f(x) = \frac{x^2-1}{x^2+1}$, 则 $\frac{f(2)}{f\left(\frac{1}{2}\right)} =$ ()
(A) 1 (B) -1 (C) $\frac{3}{5}$ (D) $-\frac{3}{5}$
- 圆 $x^2 + y^2 - 2x + 4y + 3 = 0$ 的圆心到直线 $x - y = 1$ 的距离为 ()
(A) 2 (B) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ (C) 1 (D) $\sqrt{2}$
- 不等式 $x + \frac{2}{x+1} > 2$ 的解集是 ()
(A) $(-1, 0) \cup (1, +\infty)$ (B) $(-\infty, -1) \cup (0, 1)$
(C) $(-1, 0) \cup (0, 1)$ (D) $(-\infty, -1) \cup (1, +\infty)$
- $\sin 163^\circ \sin 223^\circ + \sin 253^\circ \sin 313^\circ =$ ()
(A) $-\frac{1}{2}$ (B) $\frac{1}{2}$ (C) $-\frac{\sqrt{3}}{2}$ (D) $\frac{\sqrt{3}}{2}$
- 若向量 \vec{a} 与 \vec{b} 的夹角为 60° , $|\vec{b}| = 4$, $(\vec{a} + 2\vec{b}) \cdot (\vec{a} - 3\vec{b}) = -72$, 则向量 \vec{a} 的模为 ()
(A) 2 (B) 4 (C) 6 (D) 12
- 已知 p 是 r 的充分不必要条件, s 是 r 的必要条件, q 是 s 的必要条件. 那么 p 是 q 成立的 ()
(A) 充分不必要条件 (B) 必要不充分条件
(C) 充要条件 (D) 既不充分也不必要条件
- 不同直线 m, n 和不同平面 α, β , 给出下列命题:
① $\begin{cases} \alpha \parallel \beta \\ m \subset \alpha \end{cases} \Rightarrow m \parallel \beta$; ② $\begin{cases} m \parallel n \\ m \parallel \beta \end{cases} \Rightarrow n \parallel \beta$;
③ $\begin{cases} m \subset \alpha \\ n \subset \beta \end{cases} \Rightarrow m, n \text{ 异面}$; ④ $\begin{cases} \alpha \perp \beta \\ m \parallel \alpha \end{cases} \Rightarrow m \perp \beta$.
其中假命题有 ()
(A) 0 个 (B) 1 个 (C) 2 个 (D) 3 个
- 若数列 $\{a_n\}$ 是等差数列, 首项 $a_1 > 0$, $a_{2003} + a_{2004} > 0$, $a_{2003} \cdot a_{2004} < 0$, 则使前 n 项和 $S_n > 0$ 成立的最大自然数 n 是 ()
(A) 4005 (B) 4006 (C) 4007 (D) 4008

- 已知双曲线 $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($a > 0, b > 0$) 的左、右焦点分别为 F_1, F_2 , 点 P 在双曲线的右支上, 且 $|PF_1| = 4|PF_2|$, 则此双曲线的离心率 e 的最大值为 ()
(A) $\frac{4}{3}$ (B) $\frac{5}{3}$ (C) 2 (D) $\frac{7}{3}$
- 已知盒中装有 3 只螺口与 7 只卡口灯泡, 这些灯泡的外形与功率都相同且灯口向下放着, 现需要一只卡口灯泡使用, 电工师傅每次从中任取一只并不放回, 则他直到第 3 次才取得卡口灯泡的概率为 ()
(A) $\frac{21}{40}$ (B) $\frac{17}{40}$ (C) $\frac{3}{10}$ (D) $\frac{7}{120}$
- 如图, 棱长为 5 的正方体无论从哪一个面看, 都有两个直通的边长为 1 的正方形孔, 则这个有孔正方体的表面积 (含孔内各面) 是 ()



- (A) 258 (B) 234 (C) 222 (D) 210

二、填空题

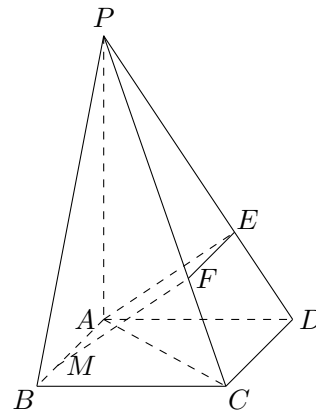
- 若在 $(1+ax)^5$ 的展开式中 x^3 的系数为 -80, 则 $a =$ _____.
- 已知 $\frac{5}{x} + \frac{3}{y} = 2$ ($x > 0, y > 0$), 则 xy 的最小值是_____.
- 已知曲线 $y = \frac{1}{3}x^3 + \frac{4}{3}$, 则过点 $P(2, 4)$ 的切线方程是_____.
- 毛泽东在《送瘟神》中写到: “坐地日行八万里”. 又知地球的体积大约是火星的 8 倍, 则火星的大圆周长约_____万里.

三、解答题

- 求函数 $y = \sin^4 x + 2\sqrt{3} \sin x \cos x - \cos^4 x$ 的取小正周期和取小值; 并写出该函数在 $[0, \pi]$ 上的单调递增区间.

- 设甲、已、丙三人每次射击命中目标的概率分别为 0.7、0.6 和 0.5.
(1) 三人各向目标射击一次, 求至少有一人命中目标的概率及恰有两人命中目标的概率;
(2) 若甲单独向目标射击三次, 求他恰好命中两次的概率.

- 如图, 四棱锥 $P-ABCD$ 的底面是正方形, $PA \perp$ 底面 $ABCD$, $AE \perp PD$, $EF \parallel CD$, $AM = EF$.
(1) 证明: MF 是异面直线 AB 与 PC 的公垂线;
(2) 若 $PA = 3AB$, 求直线 AC 与平面 EAM 所成角的正弦值.



20. 某工厂生产某种产品, 已知该产品的月生产量 x (吨) 与每吨产品的价格 p (元/吨) 之间的关系式为: $p = 24200 - \frac{1}{5}x^2$, 且生产 x 吨的成本为 $R = 50000 + 200x$ (元). 问该产每月生产多少吨产品才能使利润达到最大? 最大利润是多少? (利润 = 收入 - 成本)
21. 设 $p > 0$ 是一常数, 过点 $Q(2p, 0)$ 的直线与抛物线 $y^2 = 2px$ 交于相异两点 A 、 B , 以线段 AB 为直径作圆 H (H 为圆心). 试证抛物线顶点在圆 H 的圆周上; 并求圆 H 的面积最小时直线 AB 的方程.
22. 设数列 $\{a_n\}$ 满足: $a_1 = 2, a_2 = \frac{5}{3}, a_{n+2} = \frac{5}{3}a_{n+1} + \frac{1}{3}a_n$ ($n = 1, 2, \dots$).
 (1) 令 $b_n = a_{n+1} - a_n$ ($n = 1, 2, \dots$), 求数列 $\{b_n\}$ 的通项公式;
 (2) 求数列 $\{na_n\}$ 的前 n 项和 S_n .