

2008 年普通高等学校招生考试 (湖北卷)

文科数学

一、选择题

1. 设 $\mathbf{a} = (1, -2)$, $\mathbf{b} = (-3, 4)$, $\mathbf{c} = (3, 2)$, 则 $(\mathbf{a} + 2\mathbf{b}) \cdot \mathbf{c} =$ ()

- (A) $(-15, 12)$ (B) 0 (C) -3 (D) -11

2. $\left(2x^3 - \frac{1}{2x^2}\right)^{10}$ 的展开式中常数项是 ()

- (A) 210 (B) $\frac{105}{2}$ (C) $\frac{1}{4}$ (D) -105

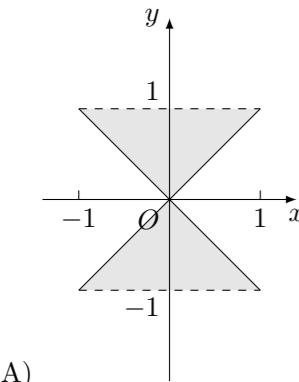
3. 若集合 $P = \{1, 2, 3, 4\}$, $Q = \{x | 0 < x < 5, x \in \mathbf{R}\}$, 则 ()

- (A) “ $x \in P$ ”是“ $x \in Q$ ”的充分条件但不是必要条件
 (B) “ $x \in P$ ”是“ $x \in Q$ ”的必要条件但不是充分条件
 (C) “ $x \in P$ ”是“ $x \in Q$ ”的充要条件
 (D) “ $x \in P$ ”既不是“ $x \in Q$ ”的充分条件也不是“ $x \in Q$ ”的必要条件

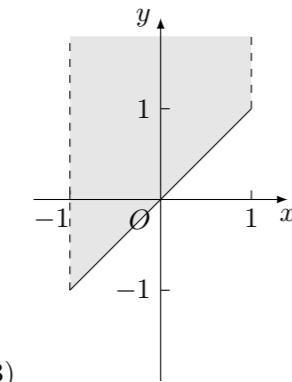
4. 用与球心距离为 1 的平面去截球, 所得的截面面积为 π , 则球的体积为 ()

- (A) $\frac{8\pi}{3}$ (B) $\frac{8\sqrt{2}\pi}{3}$ (C) $8\sqrt{2}\pi$ (D) $\frac{32\pi}{3}$

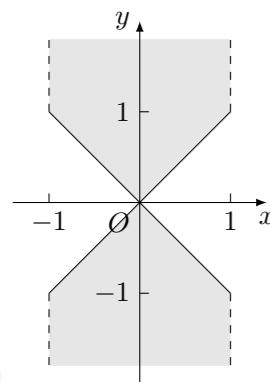
5. 在平面直角坐标系 xOy 中, 满足不等式组 $\begin{cases} |x| \leqslant |y| \\ |x| < 1 \end{cases}$ 的点 (x, y) 的集合用阴影表示为下列图中的 ()



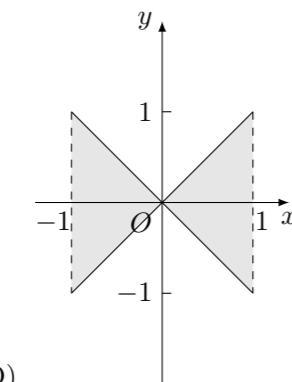
(A)



(B)



(C)



(D)

6. 已知 $f(x)$ 在 \mathbf{R} 上是奇函数, 且 $f(x+4) = f(x)$, 当 $x \in (0, 2)$ 时, $f(x) = 2x^2$, 则 $f(7) =$ ()

- (A) -2 (B) 2 (C) -98 (D) 98

7. 将函数 $y = \sin(x - \theta)$ 的图象 F 向右平移 $\frac{\pi}{3}$ 个单位长度得到图象 F' , 若 F' 的一条对称轴是直线 $x = \frac{\pi}{4}$, 则 θ 的一个可能取值是 ()

- (A) $\frac{5}{12}\pi$ (B) $-\frac{5}{12}\pi$ (C) $\frac{11}{12}\pi$ (D) $-\frac{11}{12}\pi$

8. 函数 $f(x) = \frac{1}{x} \ln(\sqrt{x^2 - 3x + 2} + \sqrt{-x^2 - 3x + 4})$ 的定义域为 ()

- (A) $(-\infty, -4] \cup [2, +\infty)$ (B) $(-4, 0) \cup (0, 1)$
 (C) $[-4, 0) \cup (0, 1]$ (D) $[-4, 0) \cup (0, 1)$

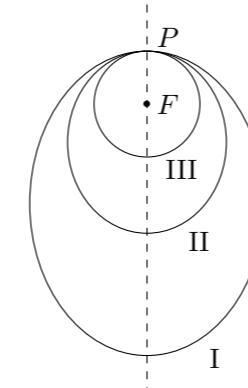
9. 从 5 名男生和 5 名女生中选 3 人组队参加某集体项目的比赛, 其中至少有一名女生入选的组队方案数为 ()

- (A) 100 (B) 110 (C) 120 (D) 180

10. 如图所示, “嫦娥一号”探月卫星沿地月转移轨道飞向月球, 在月球附近一点 P 轨进入以月球球心 F 为一个焦点的椭圆轨道 I 绕月飞行, 之后卫星在 P 点第二次变轨进入仍以 F 为一个焦点的椭圆轨道 II 绕月飞行, 最终卫星在 P 点第三次变轨进入以 F 为圆心的圆形轨道 III 绕月飞行, 若用 $2c_1$ 和 $2c_2$ 分别表示椭轨道 I 和 II 的焦距, 用 $2a_1$ 和 $2a_2$ 分别表示椭圆轨道 I 和 II 的长轴的长, 给出下列式子:

- ① $a_1 + c_1 = a_2 + c_2$; ② $a_1 - c_1 = a_2 - c_2$; ③ $c_1 a_2 > a_1 c_2$; ④ $\frac{c_1}{a_1} < \frac{c_2}{a_2}$.

其中正确式子的序号是 ()



- (A) ①③ (B) ②③ (C) ①④ (D) ②④

二、填空题

11. 一个公司共有 1000 名员工, 下设一些部门, 要采用分层抽样方法从全体员工中抽取一个容量为 50 的样本, 已知某部门有 200 名员工, 那么从该部门抽取的工人数是_____.

12. 在 $\triangle ABC$ 中, a, b, c 分别是角 A, B, C 所对的边, 已知 $a = \sqrt{3}$, $b = 3$, $c = 30^\circ$, 则 $A =$ _____.

13. 方程 $2^{-x} + x^2 = 3$ 的实数解的个数为_____.

14. 明天上午李明要参加奥运志愿者活动, 为了准时起床, 他用甲、乙两个闹钟叫醒自己. 假设甲闹钟准时响的概率是 0.80, 乙闹钟准时响的概率是 0.90, 则两个闹钟至少有一个准时响的概率是_____.

15. 圆 C : $\begin{cases} x = 3 + 4 \cos \theta \\ y = -2 + 4 \sin \theta \end{cases}$ (θ 为参数) 的圆心坐标为_____, 和圆 C 关于直线 $x - y = 0$ 对称的圆 C' 的普通方程是_____.

三、解答题

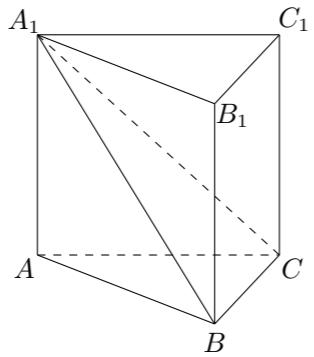
16. 已知函数 $f(x) = \sin \frac{x}{2} \cos \frac{x}{2} + \cos^2 \frac{x}{2} - 2$.

(1) 将函数 $f(x)$ 化简成 $A \sin(\omega x + \varphi) + B$ ($A > 0, \omega > 0, \varphi \in [0, 2\pi)$) 的形式, 并指出 $f(x)$ 的周期;

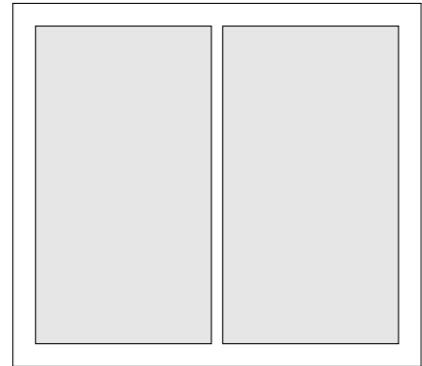
(2) 求函数 $f(x)$ 在 $\left[\pi, \frac{17\pi}{12}\right]$ 上的最大值和最小值.

18. 如图, 在直三棱柱 $ABC - A_1B_1C_1$ 中, 平面 $A_1BC \perp$ 侧面 A_1ABB_1 .

- (1) 求证: $AB \perp BC$;
- (2) 若 $AA_1 = AC = a$, 直线 AC 与平面 A_1BC 所成的角为 θ , 二面角 $A_1 - BC - A$ 的大小为 φ , 求证: $\theta + \varphi = \frac{\pi}{2}$.



19. 如图, 要设计一张矩形广告, 该广告含有大小相等的左右两个矩形栏目 (即图中阴影部分), 这两栏的面积之和为 18000 cm^2 , 四周空白的宽度为 10 cm, 两栏之间的中缝空白的宽度为 5 cm, 怎样确定广告的高与宽的尺寸 (单位: cm), 能使矩形广告面积最小?



20. 已知双曲线 $C: \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$ 的两个焦点为 $F_1(-2, 0)$, $F_2(2, 0)$, 点 $P(3, \sqrt{7})$ 在双曲线 C 上.

- (1) 求双曲线 C 的方程;
- (2) 记 O 为坐标原点, 过点 $Q(0, 2)$ 的直线 l 与双曲线 C 相交于不同的两点 E, F , 若 $\triangle OEF$ 的面积为 $2\sqrt{2}$, 求直线 l 的方程.

21. 已知数列 $\{a_n\}$ 和 $\{b_n\}$ 满足: $a_1 = \lambda$, $a_{n+1} = \frac{2}{3}a_n + n - 4$, $b_n = (-1)^n(a_n - 3n + 21)$, 其中 λ 为实数, n 为正整数.

- (1) 证明: 对任意实数 λ , 数列 $\{a_n\}$ 不是等比数列;
- (2) 证明: 当 $\lambda \neq -18$ 时, 数列 $\{b_n\}$ 是等比数列;
- (3) 设 S_n 为数列 $\{b_n\}$ 的前 n 项和, 是否存在实数 λ , 使得对任意正整数 n , 都有 $S_n > -12$? 若存在, 求 λ 的取值范围; 若不存在, 说明理由.