2010 年普通高等学校招生考试（四川卷）

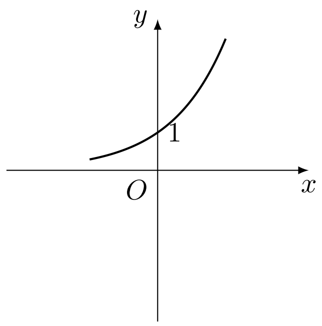
文科数学

一、选择题

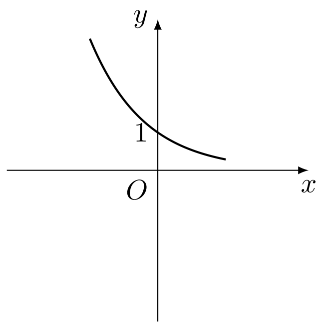
1. 设集合 $A=\{3,5,6,8\}$, 集合 $B=\{4,5,7,8\}$, 则 $A\cap B$ 等于 ( )

(A) $\{3,4,5,6,7,8\}$ (B) $\{3,6\}$ (C) $\{4,7\}$ (D) $\{5,8\}$

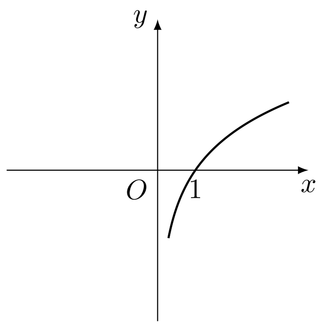
2. 函数 $y=\log_2 x$ 的图象大致是 ( )



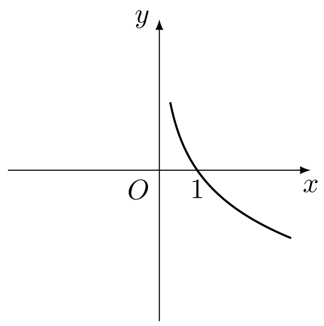
(A)



(B)



(C)



(D)

3. 抛物线 $y^2=8x$ 的焦点到准线的距离是 ( )

(A) 1 (B) 2 (C) 4 (D) 8

4. 一个单位有职工 800 人, 其中具有高级职称的 160 人, 具有中级职称的 320 人, 具有初级职称的 200 人, 其余人员 120 人. 为了解职工收入情况, 决定采用分层抽样的方法, 从中抽取容量为 40 的样本. 则从上述各层中依次抽取的人数分别是 ( )

(A) 12, 24, 15, 9 (B) 9, 12, 12, 7 (C) 8, 15, 12, 5 (D) 8, 16, 10, 6

5. 函数 $f(x)=x^2+mx+1$ 的图象关于直线 $x=1$ 对称的充要条件是( )

(A) $m=-2$ (B) $m=2$ (C) $m=-1$ (D) $m=1$

6. 设点 M 是线段 BC 的中点, 点 A 在直线 BC 外, $\overrightarrow{BC}^2=16$, $\left|\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}\right|=\left|\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{AC}\right|$, 则 $\overrightarrow{AM}=$ ( )

(A) 8 (B) 4 (C) 2 (D) 1

7. 将函数 $y=\sin x$ 的图象上所有的点向右平行移动 $\dfrac{\pi}{10}$ 个单位长度, 再把所得各点的横坐标伸长到原来的 2 倍 (纵坐标不变), 所得图象的函数解析式是 ( )

(A) $y=\sin\left(2x-\dfrac{\pi}{10}\right)$ (B) $y=\sin\left(2x-\dfrac{\pi}{5}\right)$

(C) $y=\sin\left(\dfrac{1}{2}x-\dfrac{\pi}{10}\right)$ (D) $y=\sin\left(\dfrac{1}{2}x-\dfrac{\pi}{20}\right)$

8. 某加工厂用某原料由甲车间加工出 A 产品, 由乙车间加工出 B 产品. 甲车间加工一箱原料需耗费工时 10 小时可加工出 7 千克 A 产品, 每千克 A 产品获利 40 元. 乙车间加工一箱原料需耗费工时 6 小时可加工出 4 千克 B 产品, 每千克 B 产品获利 50 元. 甲、乙两车间每天共能完成至多 70 箱原料的加工, 每天甲、乙两车间耗费工时总和不得超过 480 小时, 甲、乙两车间每天总获利最大的生产计划为 ( )

(A) 甲车间加工原料 10 箱, 乙车间加工原料 60 箱

(B) 甲车间加工原料 15 箱, 乙车间加工原料 55 箱

(C) 甲车间加工原料 18 箱, 乙车间加工原料 50 箱

(D) 甲车间加工原料 40 箱, 乙车间加工原料 30 箱

9. 由 1、2、3、4、5 组成没有重复数字且 1、2 都不与 5 相邻的五位数的个数是 ( )

(A) 36 (B) 32 (C) 28 (D) 24

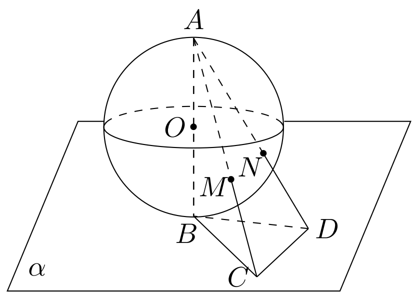
10. 椭圆 $\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1\ (a>b>0)$ 的右焦点为 F, 其右准线与 x 轴的交点为 A, 在椭圆上存在点 P 满足线段 AP 的垂直平分线过点 F, 则椭圆离心率的取值范围是 ( )

(A) $\left(0,\dfrac{\sqrt{2}}{2}\right]$ (B) $\left(0,\dfrac{1}{2}\right]$ (C) $\left[\sqrt{2}-1,1\right)$ (D) $\left[\dfrac{1}{2},1\right)$

11. 设 $a>b>0$, 则 $a^2+\dfrac{1}{ab}+\dfrac{1}{a(a-b)}$ 的最小值是 ( )

(A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4

12. 半径为 R 的球 O 的直径 AB 垂直于平面 α, 垂足为 B, $\triangle BCD$ 是平面 α 内边长为 R 的正三角形, 线段 AC、AD 分别与球面交于点 M、N, 那么 M、N 两点间的球面距离是 ( )



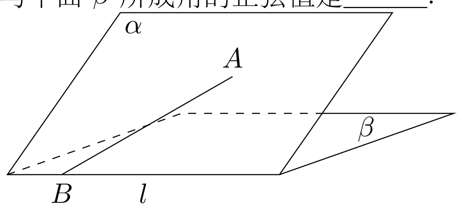
(A) $R\arccos\dfrac{17}{25}$ (B) $R\arccos\dfrac{18}{25}$ (C) $\dfrac{1}{3}\pi R$ (D) $\dfrac{4}{15}\pi R$

二、填空题

13. $\left(x-\dfrac{2}{x}\right)^4$ 的展开式中的常数项为______. (用数字作答)

14. 直线 $x-2y+5=0$ 与圆 $x^2+y^2=8$ 相交于 A、B 两点, 则 $|AB|=$______.

15. 如图, 二面角 $\alpha-l-\beta$ 的大小是 60°, $AB\subset\alpha$, $B\in l$, AB 与 l 所成的角为 30°, 则 AB 与平面 β 所成角的正弦值是______.



16. 设 S 为实数集 $\mathbf{R}$ 的非空子集, 若对任意 x, $y\in S$, 都有 $x+y$, $x-y$, $xy\in S$, 则称 S 为封闭集. 下列命题:

① 集合 $S=\{a+b\sqrt{3}\mid a,b$ 为整数 $\}$ 为封闭集;

② 若 S 为封闭集, 则一定有 $0\in S$;

③ 封闭集一定是无限集;

④ 若 S 为封闭集, 则满足 $S\subseteq T\subseteq\mathbf{R}$ 的任意集合 T 也是封闭集.

其中的真命题是______. (写出所有真命题的序号)

三、解答题

17. 某种有奖销售的饮料, 瓶盖内印有“奖励一瓶”或“谢谢购买”字样, 购买一瓶若其瓶盖内印有“奖励一瓶”字样即为中奖, 中奖概率为 $\dfrac{1}{6}$. 甲、乙、丙三位同学每人购买了一瓶该饮料.

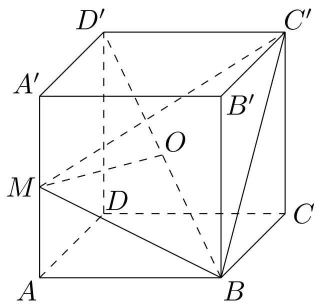
(1) 求三位同学都没有中奖的概率;

(2) 求三位同学中至少有两位没有中奖的概率.

18. 已知正方体 $ABCD-A'B'C'D'$ 的棱长为 1, 点 M 是棱 AA' 的中点, 点 O 是对角线 BD' 的中点.

(1) 求证: OM 为异面直线 AA' 和 BD' 的公垂线;

(2) 求二面角 $M-BC'-B'$ 的大小.



19. (1) ① 证明两角和的余弦公式 $C_{(\alpha+\beta)}$: $\cos(\alpha+\beta)=\cos\alpha\cos\beta-\sin\alpha\sin\beta$;

② 由 $\mathrm{C}_{(\alpha+\beta)}$ 推导两角和的正弦公式 $S_{(\alpha+\beta)}$: $\sin(\alpha+\beta)=\sin\alpha\cos\beta+\cos\alpha\sin\beta$.

(2) 已知 $\cos\alpha=-\frac{4}{5}$, $\alpha\in\left(\pi,\frac{3\pi}{2}\right)$, $\tan\beta=-\frac{1}{3}$, $\beta\in\left(\frac{\pi}{2},\pi\right)$, 求 $\cos(\alpha+\beta)$.

20. 已知等差数列 $\{a_n\}$ 的前 3 项和为 6, 前 8 项和为 -4.

(1) 求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式;

(2) 设 $b_n=(4-a_n)q^{n-1}$ $(q\neq 0,\ n\in\mathbf{N}^*)$, 求数列 $\{b_n\}$ 的前 n 项和 S_n.

21. 已知定点 $A(-1,0)$, $F(2,0)$, 定直线 l: $x=\frac{1}{2}$, 不在 x 轴上的动点 P 与点 F 的距离是它到直线 l 的距离的 2 倍. 设点 P 的轨迹为 E, 过点 F 的直线交 E 于 B、C 两点, 直线 AB、AC 分别交 l 于点 M、N.

(1) 求 E 的方程;

(2) 试判断以线段 MN 为直径的圆是否过点 F, 并说明理由.

22. 设 $f(x)=\dfrac{1+a^x}{1-a^x}$ $(a>0$ 且 $a\neq 1)$, $g(x)$ 是 $f(x)$ 的反函数.

(1) 求 $g(x)$;

(2) 当 $x\in[2,6]$ 时, 恒有 $g(x)>\log_a\dfrac{t}{(x^2-1)(7-x)}$ 成立, 求 t 的取值范围;

(3) 当 $0<a\leqslant\frac{1}{2}$ 时, 试比较 $f(1)+f(2)+\cdots+f(n)$ 与 $n+4$ 的大小, 并说明理由.