

## 文科数学

## 一、选择题

1. 设全集  $U = \{-2, -1, 0, 1, 2\}$ ,  $A = \{-2, -1, 0\}$ ,  $B = \{0, 1, 2\}$ , 则  $(\complement_U A) \cap B =$  ( )

(A)  $\{0\}$  (B)  $\{-2, -1\}$  (C)  $\{1, 2\}$  (D)  $\{0, 1, 2\}$

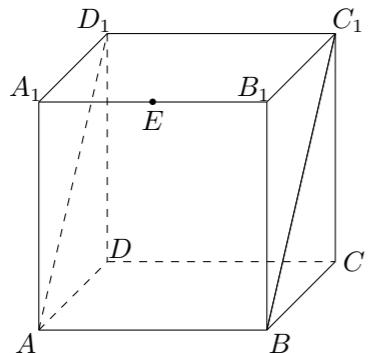
2.  $\tan 600^\circ$  的值是 ( )

(A)  $-\frac{\sqrt{3}}{3}$  (B)  $\frac{\sqrt{3}}{3}$  (C)  $-\sqrt{3}$  (D)  $\sqrt{3}$

3. 函数  $f(x) = \sqrt{1 - 2^x}$  的定义域是 ( )

(A)  $(-\infty, 0]$  (B)  $[0, +\infty)$  (C)  $(-\infty, 0)$  (D)  $(-\infty, +\infty)$

4. 如图, 正方体  $ABCD - A_1B_1C_1D_1$  的棱长为 1,  $E$  是  $A_1B_1$  的中点, 则  $E$  到平面  $ABC_1D_1$  的距离为 ( )



(A)  $\frac{\sqrt{3}}{2}$  (B)  $\frac{\sqrt{2}}{2}$  (C)  $\frac{1}{2}$  (D)  $\frac{\sqrt{3}}{3}$

5. 已知数列  $\{a_n\}$  满足  $a_1 = 0$ ,  $a_{n+1} = \frac{a_n - \sqrt{3}}{\sqrt{3}a_n + 1}$  ( $n \in \mathbb{N}^*$ ), 则  $a_{20} =$  ( )

(A) 0 (B)  $-\sqrt{3}$  (C)  $\sqrt{3}$  (D)  $\frac{\sqrt{3}}{2}$

6. 设集合  $A = \left\{ x \mid \frac{x-1}{x+1} < 0 \right\}$ ,  $B = \{x \mid |x-1| < a\}$ , 则“ $a = 1$ ”是“ $A \cap B \neq \emptyset$ ”的 ( )

(A) 充分不必要条件 (B) 必要不充分条件  
(C) 充要条件 (D) 既不充分又不必要条件

7. 设直线的方程是  $Ax + By = 0$ , 从 1, 2, 3, 4, 5 这五个数中每次取两个不同的数作为  $A$ 、 $B$  的值, 则所得不同直线的条数是 ( )

(A) 20 (B) 19 (C) 18 (D) 16

8. 已知双曲线  $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$  ( $a > 0$ ,  $b > 0$ ) 的右焦点为  $F$ , 右准线与一条渐近线交于点  $A$ ,  $\triangle OAF$  的面积为  $\frac{a^2}{2}$  ( $O$  为原点), 则两条渐近线的夹角为 ( )

(A)  $30^\circ$  (B)  $45^\circ$  (C)  $60^\circ$  (D)  $90^\circ$

9.  $P$  是  $\triangle ABC$  所在平面上一点, 若  $\overrightarrow{PA} \cdot \overrightarrow{PB} = \overrightarrow{PB} \cdot \overrightarrow{PC} = \overrightarrow{PC} \cdot \overrightarrow{PA}$ , 则  $P$  是  $\triangle ABC$  的 ( )

- (A) 外心 (B) 内心 (C) 重心 (D) 垂心

10. 某公司在甲、乙两地销售一种品牌车, 利润 (单位: 万元) 分别为  $L_1 = 5.06x - 0.15x^2$  和  $L_2 = 2x$ , 其中  $x$  为销售量 (单位: 辆). 若该公司在这两地共销售 15 辆车, 则能获得的最大利润为 ( )

(A) 45.606 (B) 45.6 (C) 45.56 (D) 45.51

## 二、填空题

11. 设直线  $2x + 3y + 1 = 0$  和圆  $x^2 + y^2 - 2x - 3 = 0$  相交于点  $A$ 、 $B$ , 则弦  $AB$  的垂直平分线方程是\_\_\_\_\_.

12. 一工厂生产了某种产品 16800 件, 它们来自甲、乙、丙 3 条生产线, 为检查这批产品的质量, 决定采用分层抽样的方法进行抽样, 已知甲、乙、丙三条生产线抽取的个体数组成一个等差数列, 则乙生产线生产了\_\_\_\_\_件产品.

13. 在  $(1+x) + (1+x)^2 + \dots + (1+x)^6$  的展开式中,  $x^2$  项的系数是\_\_\_\_\_. (用数字作答)

14. 设函数  $f(x)$  的图象关于点  $(1, 2)$  对称, 且存在反函数  $f^{-1}(x)$ ,  $f(4) = 0$ , 则  $f^{-1}(4) =$ \_\_\_\_\_.

15. 已知平面  $\alpha$ 、 $\beta$  和直线, 给出条件:

①  $m \parallel \alpha$ ; ②  $m \perp \alpha$ ; ③  $m \subset \alpha$ ; ④  $\alpha \perp \beta$ ; ⑤  $\alpha \parallel \beta$ .

(1) 当满足条件\_\_\_\_\_时, 有  $m \parallel \beta$ ;

(2) 当满足条件\_\_\_\_\_时, 有  $m \perp \beta$ . (填所选条件的序号)

## 三、解答题

16. 已知数列  $\{\log_2(a_n - 1)\}$  ( $n \in \mathbb{N}^*$ ) 为等差数列, 且  $a_1 = 3$ ,  $a_3 = 9$ .

(1) 求数列  $\{a_n\}$  的通项公式;

(2) 证明:  $\frac{1}{a_2 - a_1} + \frac{1}{a_3 - a_2} + \dots + \frac{1}{a_{n+1} - a_n} < 1$ .

17. 已知在  $\triangle ABC$  中,  $\sin A(\sin B + \cos B) - \sin C = 0$ ,  $\sin B + \cos 2C = 0$ , 求角  $A$ 、 $B$ 、 $C$  的大小.

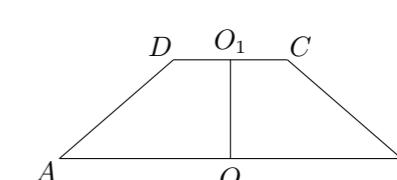


图 1

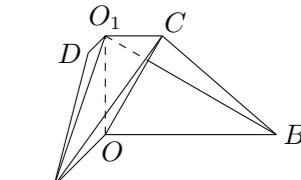


图 2

19. 设  $t \neq 0$ , 点  $P(t, 0)$  是函数  $f(x) = x^3 + ax$  与  $g(x) = bx^2 + c$  的图象的一个公共点, 两函数的图象在点  $P$  处有相同的切线.  
 (1) 用  $t$  表示  $a, b, c$ ;  
 (2) 若函数  $y = f(x) - g(x)$  在  $(-1, 3)$  上单调递减, 求  $t$  的取值范围.
20. 某单位组织 4 个部门的职工旅游, 规定每个部门只能在韶山、衡山、张家界 3 个景区中任选一个, 假设各部门选择每个景区是等可能的.  
 (1) 求 3 个景区都有部门选择的概率;  
 (2) 求恰有 2 个景区有部门选择的概率.
21. 已知椭圆  $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$  的左、右焦点为  $F_1, F_2$ , 离心率为  $e$ . 直线  $l: y = ex + a$  与  $x$  轴、 $y$  轴分别交于点  $A, B, M$  是直线  $l$  与椭圆  $C$  的一个公共点,  $P$  是点  $F_1$  关于直线  $l$  的对称点, 设  $\overrightarrow{AM} = \lambda \overrightarrow{AB}$ .  
 (1) 证明:  $\lambda = 1 - e^2$ ;  
 (2) 若  $\lambda = \frac{3}{4}$ ,  $\triangle PF_1F_2$  的周长为 6; 写出椭圆  $C$  的方程;  
 (3) 确定  $\lambda$  的值, 使得  $\triangle PF_1F_2$  是等腰三角形.