

2007 年普通高等学校招生考试 (大纲卷 I)

# 理科数学

**一、选择题**

1.  $\alpha$  是第四象限角,  $\tan \alpha = -\frac{5}{12}$ , 则  $\sin \alpha =$  ( )

- (A)  $\frac{1}{5}$  (B)  $-\frac{1}{5}$  (C)  $\frac{5}{13}$  (D)  $-\frac{5}{13}$

2. 设  $a$  是实数, 且  $\frac{a}{1+i} + \frac{1+i}{2}$  是实数, 则  $a =$  ( )

- (A)  $\frac{1}{2}$  (B) 1 (C)  $\frac{3}{2}$  (D) 2

3. 已知向量  $\mathbf{a} = (-5, 6)$ ,  $\mathbf{b} = (6, 5)$ , 则  $\mathbf{a}$  与  $\mathbf{b}$  ( )

- (A) 垂直 (B) 不垂直也不平行  
(C) 平行且同向 (D) 平行且反向

4. 已知双曲线的离心率为 2, 焦点是  $(-4, 0)$ ,  $(4, 0)$ , 则双曲线方程为 ( )

- (A)  $\frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{12} = 1$  (B)  $\frac{x^2}{12} - \frac{y^2}{4} = 1$  (C)  $\frac{x^2}{10} - \frac{y^2}{6} = 1$  (D)  $\frac{x^2}{6} - \frac{y^2}{10} = 1$

5. 设  $a, b \in \mathbf{R}$ , 集合  $\{1, a+b, a\} = \left\{0, \frac{b}{a}, b\right\}$ , 则  $b-a =$  ( )

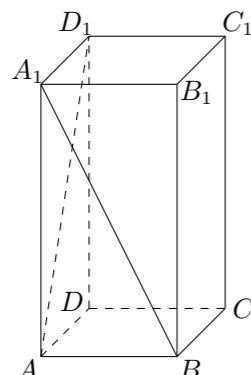
- (A) 1 (B) -1 (C) 2 (D) -2

6. 下面给出的四个点中, 到直线  $x - y + 1 = 0$  的距离为  $\frac{\sqrt{2}}{2}$ , 且位于

- $\begin{cases} x+y-1 < 0 \\ x-y+1 > 0 \end{cases}$  表示的平面区域内的点是 ( )

- (A)  $(1, 1)$  (B)  $(-1, 1)$  (C)  $(-1, -1)$  (D)  $(1, -1)$

7. 如图, 正四棱柱  $ABCD - A_1B_1C_1D_1$  中,  $AA_1 = 2AB$ , 则异面直线  $A_1B$  与  $AD_1$  所成角的余弦值为 ( )



- (A)  $\frac{1}{5}$  (B)  $\frac{2}{5}$  (C)  $\frac{3}{5}$  (D)  $\frac{4}{5}$

8. 设  $a > 1$ , 函数  $f(x) = \log_a x$  在区间  $[a, 2a]$  上的最大值与最小值之差为  $\frac{1}{2}$ , 则  $a =$  ( )

- (A)  $\sqrt{2}$  (B) 2 (C)  $2\sqrt{2}$  (D) 4

9.  $f(x), g(x)$  是定义在  $\mathbf{R}$  上的函数,  $h(x) = f(x) + g(x)$ , 则“ $f(x), g(x)$  均为偶函数”是“ $h(x)$  为偶函数”的 ( )

- (A) 充要条件 (B) 充分而不必要的条件  
(C) 必要而不充分的条件 (D) 既不充分也不必要的条件

10.  $\left(x^2 - \frac{1}{x}\right)^n$  的展开式中, 常数项为 15, 则  $n =$  ( )

- (A) 3 (B) 4 (C) 5 (D) 6

11. 抛物线  $y^2 = 4x$  的焦点为  $F$ , 准线为  $l$ , 经过  $F$  且斜率为  $\sqrt{3}$  的直线与抛物线在  $x$  轴上方的部分相交于点  $A$ ,  $AK \perp l$ , 垂足为  $K$ , 且  $\triangle AKF$  的面积是 ( )

- (A) 4 (B)  $3\sqrt{3}$  (C)  $4\sqrt{3}$  (D) 8

12. 函数  $f(x) = \cos^2 x - 2\cos^2 \frac{x}{2}$  的一个单调增区间是 ( )

- (A)  $\left(\frac{\pi}{3}, \frac{2\pi}{3}\right)$  (B)  $\left(\frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{2}\right)$  (C)  $\left(0, \frac{\pi}{3}\right)$  (D)  $\left(-\frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{6}\right)$

**二、填空题**

13. 从班委会 5 名成员中选出 3 名, 分别担任班级学习委员、文娱委员与体育委员, 其中甲、乙二人不能担任文娱委员, 则不同的选法共有\_\_\_\_种. (用数字作答)

14. 函数  $y = f(x)$  的图像与函数  $y = \log_3 x$  ( $x > 0$ ) 的图像关于直线  $y = x$  对称, 则  $f(x) =$  \_\_\_\_.

15. 等比数列  $\{a_n\}$  的前  $n$  项和  $S_n$ , 已知  $S_1, 2S_2, 3S_3$  成等差数列, 则  $\{a_n\}$  的公比为\_\_\_\_.

16. 一个等腰直角三角形的三个顶点分别在正三棱柱的三条侧棱上. 已知正三棱柱的底面边长为 2, 则该三角形的斜边长为\_\_\_\_.

**三、解答题**

17. 设锐角三角形  $ABC$  的内角  $A, B, C$  的对边分别为  $a, b, c$ ,  $a = 2b \sin A$ .

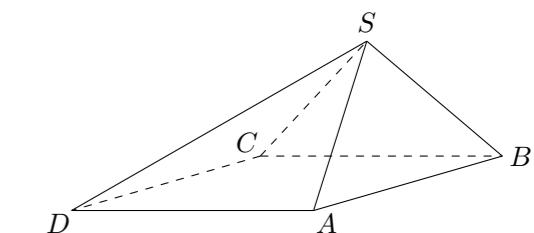
- (1) 求  $B$  的大小;  
(2) 求  $\cos A + \sin C$  的取值范围.

18. 某商场经销某商品, 根据以往资料统计, 顾客采用的付款期为  $\xi$  的分布列为

$\xi$	1	2	3	4	5
$P$	0.4	0.2	0.2	0.1	0.1

商场经销一件该商品, 采用 1 期付款, 基利润为 200 元; 分 2 期或 3 期付款, 基利润为 250 元; 分 4 期或 5 期付款, 其利润为 300 元.  $\eta$  表示经销一件该商品的利润.

- (1) 求事件  $A$ : “购买该商品的 3 位顾客中, 至少有 1 位采用 1 期付款”的概率  $P(A)$ ;  
(2) 求  $\eta$  的分布列及期望  $E\eta$ .



20. 设函数  $f(x) = e^x - e^{-x}$ .

(1) 证明:  $f(x)$  的导数  $f'(x) \geq 2$ ;

(2) 若对所有  $x \geq 0$  都有  $f(x) \geq ax$ , 求  $a$  的取值范围.

21. 已知椭圆  $\frac{x^2}{3} + \frac{y^2}{2} = 1$  的左、右焦点分别为  $F_1$ 、 $F_2$ , 过  $F_1$  的直线交椭圆于  $B$ 、 $D$  两点, 过  $F_2$  的直线交椭圆于  $A$ 、 $C$  两点, 且  $AC \perp BD$ , 垂足为  $P$ .

(1) 设  $P$  点的坐标为  $(x_0, y_0)$ , 证明:  $\frac{x_0^2}{3} + \frac{y_0^2}{2} < 1$ ;

(2) 求四边形  $ABCD$  的面积的最小值.

22. 已知数列  $\{a_n\}$  中  $a_1 = 2$ ,  $a_{n+1} = (\sqrt{2} - 1)(a_n + 2)$ ,  $n = 1, 2, 3, \dots$ .

(1) 求  $\{a_n\}$  的通项公式;

(2) 若数列  $\{b_n\}$  中  $b_1 = 2$ ,  $b_{n+1} = \frac{3b_n + 4}{2b_n + 3}$ ,  $n = 1, 2, 3, \dots$ , 证明:  
 $\sqrt{2} < b_n \leq a_{4n-3}$ ,  $n = 1, 2, 3, \dots$ .