2006 年普通高等学校招生考试（湖北卷）

文科数学

一、选择题

1. 集合 $P=\{x|x^2-16<0\}$, $Q=\{x|x=2n,n\in\mathbf{Z}\}$, 则 $P\cap Q=$ （ ）
   (A) $\{-2,2\}$ (B) $\{-2,2,-4,4\}$
   (C) $\{-2,0,2\}$ (D) $\{-2,2,0,-4,4\}$

2. 已知非零向量 $\vec{a}$, $\vec{b}$, 若 $\vec{a}+2\vec{b}$ 与 $\vec{a}-2\vec{b}$ 互相垂直, 则 $\dfrac{|\vec{a}|}{|\vec{b}|}=$ （ ）
   (A) $\dfrac{1}{4}$ (B) 4 (C) $\dfrac{1}{2}$ (D) 2

3. 已知 $\sin 2\alpha=\dfrac{2}{3}$, $\alpha\in(0,\pi)$, 则 $\sin\alpha+\cos\alpha=$ （ ）
   (A) $\dfrac{\sqrt{15}}{3}$ (B) $-\dfrac{\sqrt{15}}{3}$ (C) $\dfrac{5}{3}$ (D) $-\dfrac{5}{3}$

4. 在等比数列 $\{a_n\}$ 中, $a_1=1$, $a_{10}=3$, 则 $a_2a_3a_4a_5a_6a_7a_8a_9=$ （ ）
   (A) 81 (B) $27\sqrt[5]{27}$ (C) $\sqrt{3}$ (D) 243

5. 甲: A_1、A_2 是互斥事件; 乙: A_1、A_2 是对立事件. 那么 （ ）
   (A) 甲是乙的充分条件但不是必要条件
   (B) 甲是乙的必要条件但不是充分条件
   (C) 甲是乙的充要条件
   (D) 甲既不是乙的充分条件, 也不是乙的必要条件

6. 关于直线 m, n 与平面 α, β, 有以下四个命题:
   ① 若 $m\parallel\alpha$, $n\parallel\beta$ 且 $\alpha\parallel\beta$, 则 $m\parallel n$;
   ② 若 $m\perp\alpha$, $n\perp\beta$ 且 $\alpha\perp\beta$, 则 $m\perp n$;
   ③ 若 $m\perp\alpha$, $n\parallel\beta$ 且 $\alpha\parallel\beta$, 则 $m\perp n$;
   ④ 若 $m\parallel\alpha$, $n\perp\beta$ 且 $\alpha\perp\beta$, 则 $m\parallel n$.
   其中真命题的序号是 （ ）
   (A) ①② (B) ③④ (C) ①④ (D) ②③

7. 设 $f(x)=\lg\dfrac{2+x}{2-x}$, 则 $f\left(\dfrac{x}{2}\right)+f\left(\dfrac{2}{x}\right)$ 的定义域为 （ ）
   (A) $(-4,0)\cup(0,4)$ (B) $(-4,-1)\cup(1,4)$
   (C) $(-2,-1)\cup(1,2)$ (D) $(-4,-2)\cup(2,4)$

8. 在 $\left(\sqrt{x}-\dfrac{1}{\sqrt[3]{x}}\right)^{24}$ 的展开式中, x 的幂的指数是整数的项共有 （ ）
   (A) 3 项 (B) 4 项 (C) 5 项 (D) 9 项

9. 设过点 $P(x,y)$ 的直线分别与 x 轴的正半轴和 y 轴的正半轴交于 A, B 两点, 点 Q 与点 P 关于 y 轴对称, O 为坐标原点, 若 $\overrightarrow{BP}=2\overrightarrow{PA}$ 且 $\overrightarrow{OQ}\cdot\overrightarrow{AB}=1$, 则点 P 的轨迹方程是 （ ）
   (A) $3x^2+\dfrac{3}{2}y^2=1\ (x>0,\ y>0)$ (B) $3x^2-\dfrac{3}{2}y^2=1\ (x>0,\ y>0)$
   (C) $\dfrac{3}{2}x^2-3y^2=1\ (x>0,\ y>0)$ (D) $\dfrac{3}{2}x^2+3y^2=1\ (x>0,\ y>0)$

10. 关于 x 的方程 $(x^2-1)^2-|x^2-1|+k=0$, 给出下列四个命题:
    ① 存在实数 k, 使得方程恰有 2 个不同的实根;
    ② 存在实数 k, 使得方程恰有 4 个不同的实根;
    ③ 存在实数 k, 使得方程恰有 5 个不同的实根;
    ④ 存在实数 k, 使得方程恰有 8 个不同的实根.
    其中假命题的个数是 （ ）
    (A) 0 (B) 1 (C) 2 (D) 3

二、填空题

11. 在 $\triangle ABC$ 中, 已知 $a=\dfrac{4\sqrt{3}}{3}$, $b=4$, $A=30^\circ$, 则 $\sin B=$______.

12. 接种某疫苗后, 出现发热反应的概率为 0.80, 现有 5 人接种该疫苗, 至少有 3 人出现发热反应的概率为______. (精确到 0.01)

13. 若直线 $y=kx+2$ 与圆 $(x-2)^2+(y-3)^2=1$ 有两个不同的交点, 则 k 的取值范围是______.

14. 安排 5 名歌手的演出顺序时, 要求某名歌手不第一个出场, 另一名歌手不最后一个出场, 不同排法的总数是______. (用数字作答)

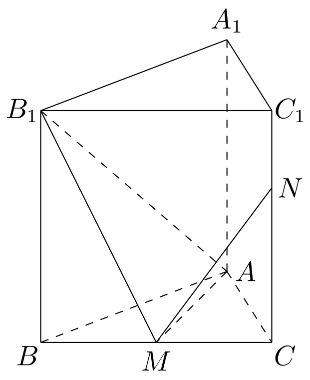
15. 半径为 r 的圆的面积 $S(r)=\pi r^2$, 周长 $C(r)=2\pi r$, 若将 r 看作 $(0,+\infty)$ 上的变量, 则 $(\pi r^2)'=2\pi r$ ①, ①式可以用语言叙述为: 圆的面积函数的导数等于圆的周长函数. 对于半径为 R 的球, 若将 R 看作 $(0,+\infty)$ 上的变量, 请你写出类似于①的式子: ________________②, ②式可以用语言叙述为: ________________________________.

三、解答题

16. 设向量 $\vec{a}=(\sin x,\cos x)$, $\vec{b}=(\cos x,\cos x)$, $x\in\mathbf{R}$, 函数 $f(x)=\vec{a}\cdot(\vec{a}+\vec{b})$.
    (1) 求函数 $f(x)$ 的最大值与最小正周期;
    (2) 求使不等式 $f(x)\geqslant\dfrac{3}{2}$ 成立的 x 的取值集.

17. 某单位最近组织了一次健身活动, 活动分为登山组和游泳组, 且每个职工至多参加了其中一组. 在参加活动的职工中, 青年人占 42.5%, 中年人占 47.5%, 老年人占 10%. 登山组的职工占参加活动总人数的 $\dfrac{1}{4}$, 且该组中, 青年人占 50%, 中年人占 40%, 老年人占 10%. 为了了解各组不同年龄层次的职工对本次活动的满意程度, 现用分层抽样的方法从参加活动的全体职工中抽取一个容量为 200 的样本. 试确定:
    (1) 游泳组中, 青年人、中年人、老年人分别所占的比例;
    (2) 游泳组中, 青年人、中年人、老年人分别应抽取的人数.

18. 如图, 已知正三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 的侧棱长和底面边长均为 1, M 是底面 BC 边上的中点, N 是侧棱 CC_1 上的点, 且 $CN=2C_1N$.
    (1) 求二面角 B_1-AM-N 的平面角的余弦值;
    (2) 求点 B_1 到平面 AMN 的距离.



19. 设函数 $f(x)=x^3-ax^2+bx+c$ 在 $x=1$ 处取得极值 -2, 试用 c 表示 a 和 b, 并求 $f(x)$ 的单调区间.

20. 设数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n, 点 $\left(n,\dfrac{S_n}{n}\right)$ $(n\in\mathbf{N}^*)$ 均在函数 $y=3x-2$ 的图像上.

(1) 求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式;

(2) 设 $b_n=\dfrac{3}{a_na_{n+1}}$, T_n 是数列 $\{b_n\}$ 的前 n 项和, 求使得 $T_n<\dfrac{m}{20}$ 对所有 $n\in\mathbf{N}^*$ 都成立的最小正整数 m.

21. 设 A、B 分别为椭圆 $\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1$ $(a,\ b>0)$ 的左、右顶点, 椭圆长半轴的长等于焦距, 且 $x=4$ 为它的右准线.

(1) 求椭圆的方程;

(2) 设 P 为右准线上不同于点 $(4,0)$ 的任意一点, 若直线 AP, BP 分别与椭圆相交于异于 A, B 的点 M、N, 证明点 B 在以 MN 为直径的圆内.