

文科数学

一、选择题

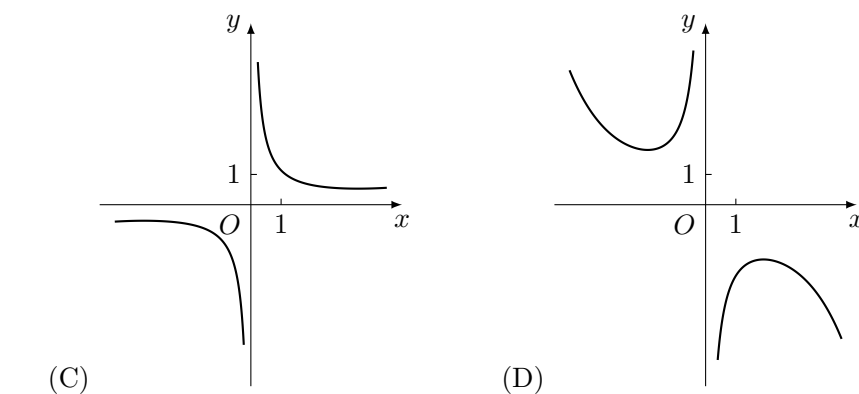
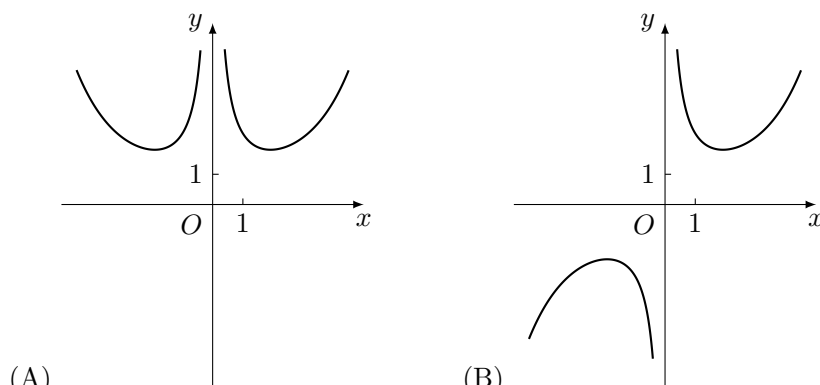
1. $i(2 + 3i) =$ ()

- (A) $3 - 2i$ (B) $3 + 2i$ (C) $-3 - 2i$ (D) $-3 + 2i$

2. 已知集合 $A = \{1, 3, 5, 7\}$, $B = \{2, 3, 4, 5\}$, 则 $A \cap B =$ ()

- (A) $\{3\}$ (B) $\{5\}$
(C) $\{3, 5\}$ (D) $\{1, 2, 3, 4, 5, 7\}$

3. 函数 $f(x) = \frac{e^x - e^{-x}}{x^2}$ 的图象大致为 ()



4. 已知向量 \mathbf{a}, \mathbf{b} 满足 $|\mathbf{a}| = 1, \mathbf{a} \cdot \mathbf{b} = -1$, 则 $\mathbf{a} \cdot (2\mathbf{a} - \mathbf{b}) =$ ()

- (A) 4 (B) 3 (C) 2 (D) 0

5. 从 2 名男同学和 3 名女同学中任选 2 人参加社区服务, 则选中的 2 人都是女同学的概率为 ()

- (A) 0.6 (B) 0.5 (C) 0.4 (D) 0.3

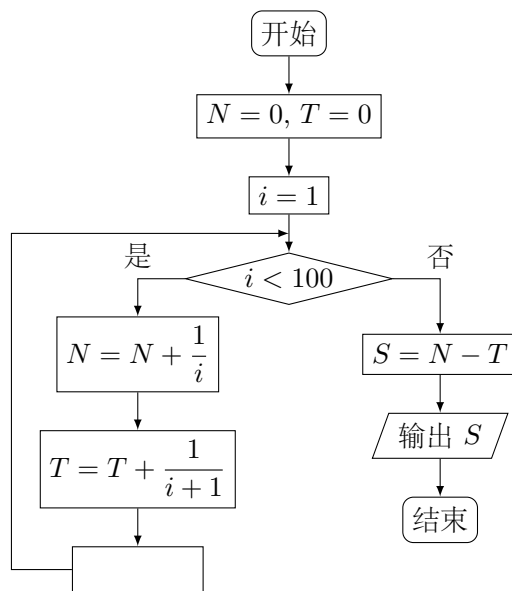
6. 双曲线 $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($a > 0, b > 0$) 的离心率为 $\sqrt{3}$, 则其渐近线方程为 ()

- (A) $y = \pm\sqrt{2}x$ (B) $y = \pm\sqrt{3}x$ (C) $y = \pm\frac{\sqrt{2}}{2}x$ (D) $y = \pm\frac{\sqrt{3}}{2}x$

7. 在 $\triangle ABC$ 中, $\cos \frac{C}{2} = \frac{\sqrt{5}}{5}, BC = 1, AC = 5$, 则 $AB =$ ()

- (A) $4\sqrt{2}$ (B) $\sqrt{30}$ (C) $\sqrt{29}$ (D) $2\sqrt{5}$

8. 为计算 $S = 1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \cdots + \frac{1}{99} - \frac{1}{100}$, 设计了如图的程序框图, 则在空白框中应填入 ()



- (A) $i = i + 1$ (B) $i = i + 2$ (C) $i = i + 3$ (D) $i = i + 4$

9. 在正方体 $ABCD - A_1B_1C_1D_1$ 中, E 为棱 CC_1 的中点, 则异面直线 AE 与 CD 所成角的正切值为 ()

- (A) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ (B) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ (C) $\frac{\sqrt{5}}{2}$ (D) $\frac{\sqrt{7}}{2}$

10. 若 $f(x) = \cos x - \sin x$ 在 $[0, a]$ 是减函数, 则 a 的最大值是 ()

- (A) $\frac{\pi}{4}$ (B) $\frac{\pi}{2}$ (C) $\frac{3\pi}{4}$ (D) π

11. 已知 F_1, F_2 是椭圆 C 的两个焦点, P 是 C 上的一点, 若 $PF_1 \perp PF_2$, 且 $\angle PF_2F_1 = 60^\circ$, 则 C 的离心率为 ()

- (A) $1 - \frac{\sqrt{3}}{2}$ (B) $2 - \sqrt{3}$ (C) $\frac{\sqrt{3} - 1}{2}$ (D) $\sqrt{3} - 1$

12. 已知 $f(x)$ 是定义域为 $(-\infty, +\infty)$ 的奇函数, 满足 $f(1 - x) = f(1 + x)$. 若 $f(1) = 2$, 则 $f(1) + f(2) + f(3) + \cdots + f(50) =$ ()

- (A) -50 (B) 0 (C) 2 (D) 50

二、填空题

13. 曲线 $y = 2 \ln x$ 在点 $(1, 0)$ 处的切线方程为_____.

14. 若变量 x, y 满足约束条件 $\begin{cases} x + 2y - 5 \geq 0 \\ x - 2y + 3 \geq 0 \\ x - 5 \leq 0 \end{cases}$, 则 $z = x + y$ 的最大值为_____.

15. 已知 $\tan\left(\alpha - \frac{5\pi}{4}\right) = \frac{1}{5}$, 则 $\tan \alpha =$ _____.

16. 已知圆锥的顶点为 S , 母线 SA, SB 互相垂直, SA 与圆锥底面所成角为 30° , 若 $\triangle SAB$ 的面积为 8, 则该圆锥的体积为_____.

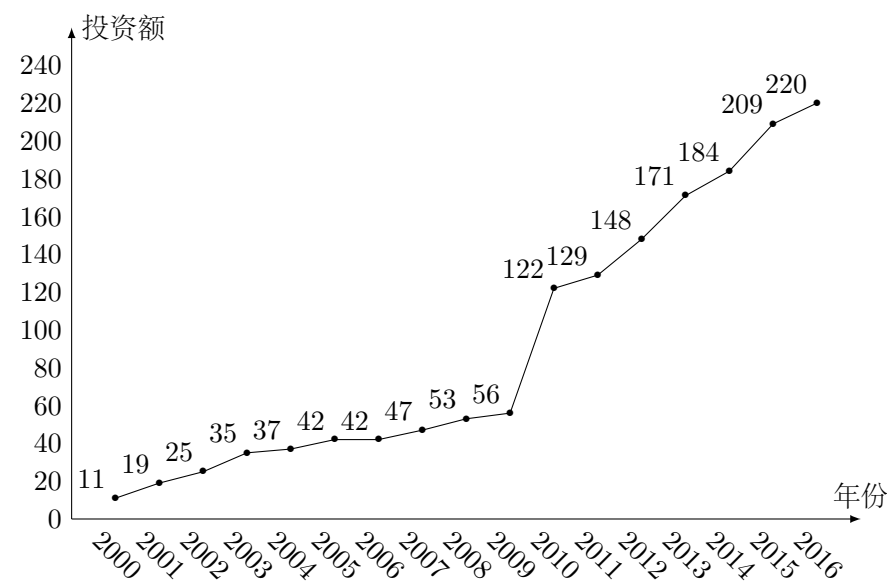
三、解答题

17. 记 S_n 为等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和, 已知 $a_1 = -7, S_3 = -15$.

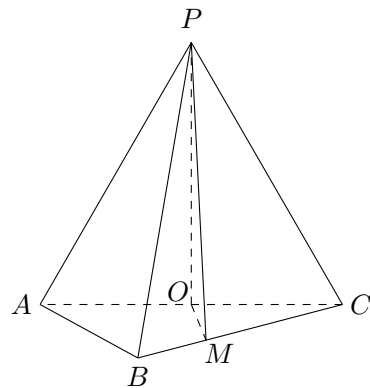
- (1) 求 $\{a_n\}$ 的通项公式;
(2) 求 S_n , 并求 S_n 的最小值.

18. 如图是某地区 2000 年至 2016 年环境基础设施投资额 y (单位: 亿元) 的折线图. 为了预测该地区 2018 年的环境基础设施投资额, 建立了 y 与时间变量 t 的两个线性回归模型. 根据 2000 年至 2016 年的数据 (时间变量 t 的值依次为 $1, 2, \dots, 17$) 建立模型①: $\hat{y} = -30.4 + 13.5t$; 根据 2010 年至 2016 年的数据 (时间变量 t 的值依次为 $1, 2, \dots, 7$) 建立模型②: $\hat{y} = 99 + 17.5t$.

- (1) 分别利用这两个模型, 求该地区 2018 年的环境基础设施投资额的预测值;
(2) 你认为用哪个模型得到的预测值更可靠? 并说明理由.



19. 如图, 在三棱锥 $P-ABC$ 中, $AB = BC = 2\sqrt{2}$, $PA = PB = PC = AC = 4$, O 为 AC 的中点.
- (1) 证明: $PO \perp$ 平面 ABC ;
- (2) 若点 M 在棱 BC 上, 且 $MC = 2MB$, 求点 C 到平面 POM 的距离.



21. 已知函数 $f(x) = \frac{1}{3}x^3 - a(x^2 + x + 1)$.
- (1) 若 $a = 3$, 求 $f(x)$ 的单调区间;
- (2) 证明: $f(x)$ 只有一个零点.

22. 在直角坐标系 xOy 中, 曲线 C 的参数方程为 $\begin{cases} x = 2\cos\theta \\ y = 4\sin\theta \end{cases}$ (θ 为参数),

直线 l 的参数方程为 $\begin{cases} x = 1 + t\cos\alpha \\ y = 2 + t\sin\alpha \end{cases}$ (t 为参数).

- (1) 求 C 和 l 的直角坐标方程;
- (2) 若曲线 C 截直线 l 所得线段的中点坐标为 $(1, 2)$, 求 l 的斜率.

20. 设抛物线 $C: y^2 = 4x$ 的焦点为 F , 过 F 且斜率为 k ($k > 0$) 的直线 l 与 C 交于 A, B 两点, $|AB| = 8$.
- (1) 求 l 的方程;
- (2) 求过点 A, B 且与 C 的准线相切的圆的方程.

23. 设函数 $f(x) = 5 - |x + a| - |x - 2|$.
- (1) 当 $a = 1$ 时, 求不等式 $f(x) \geq 0$ 的解集;
- (2) 若 $f(x) \leq 1$, 求 a 的取值范围.