

文科数学

一、选择题

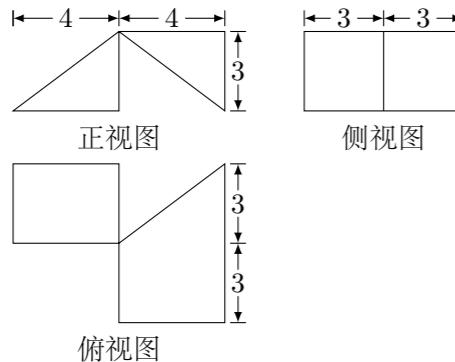
1. 设集合 $S = \{x | x \geq 2\}$, $T = \{x | x \leq 5\}$, 则 $S \cap T =$ ()

- (A)
- $(-\infty, 5]$
- (B)
- $[2, +\infty)$
- (C)
- $(2, 5)$
- (D)
- $[2, 5]$

2. 设四边形 $ABCD$ 的两条对角线为 AC, BD , 则“四边形 $ABCD$ 为菱形”是“ $AC \perp BD$ ”的 ()

- (A) 充分不必要条件 (B) 必要不充分条件
-
- (C) 充分必要条件 (D) 既不充分也不必要条件

3. 某几何体的三视图 (单位: cm) 如图所示, 则该几何体的体积是 ()



- (A)
- 72 cm^3
- (B)
- 90 cm^3
- (C)
- 108 cm^3
- (D)
- 138 cm^3

4. 为了得到函数 $y = \sin 3x + \cos 3x$ 的图象, 可以将函数 $y = \sqrt{2} \cos 3x$ 的图象 ()

- (A) 向右平移
- $\frac{\pi}{4}$
- 个单位 (B) 向左平移
- $\frac{\pi}{4}$
- 个单位
-
- (C) 向右平移
- $\frac{\pi}{12}$
- 个单位 (D) 向左平移
- $\frac{\pi}{12}$
- 个单位

5. 已知圆 $x^2 + y^2 + 2x - 2y + a = 0$ 截直线 $x + y + 2 = 0$ 所得弦的长度为 4, 则实数 a 的值为 ()

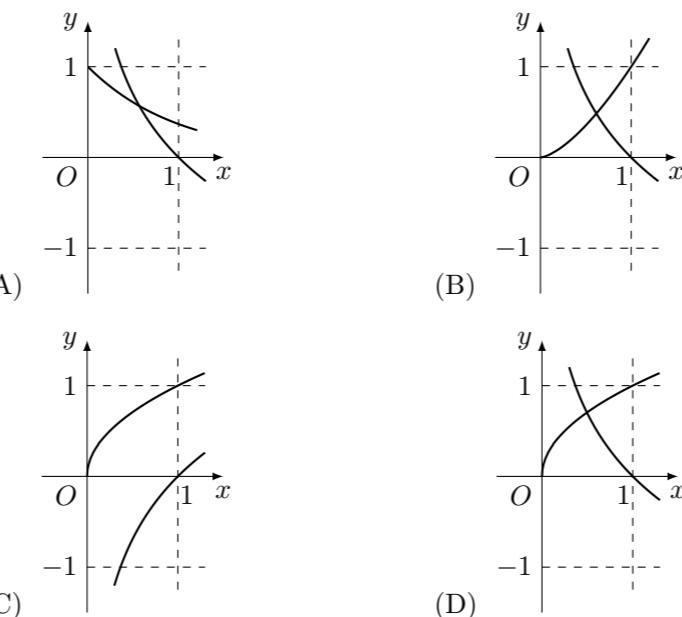
- (A)
- -2
- (B)
- -4
- (C)
- -6
- (D)
- -8

6. 设 m, n 是两条不同的直线, α, β 是两个不同的平面 ()

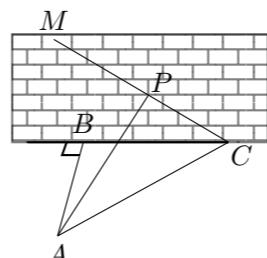
- (A) 若
- $m \perp n, n \parallel \alpha$
- , 则
- $m \perp \alpha$
-
- (B) 若
- $m \parallel \beta, \beta \perp \alpha$
- , 则
- $m \perp \alpha$
-
- (C) 若
- $m \perp \beta, n \perp \beta, n \perp \alpha$
- , 则
- $m \perp \alpha$
-
- (D) 若
- $m \perp n, n \perp \beta, \beta \perp \alpha$
- , 则
- $m \perp \alpha$

7. 已知函数 $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$, 且 $0 < f(-1) = f(-2) = f(-3) \leq 3$, 则 ()

- (A)
- $c \leq 3$
- (B)
- $3 < c \leq 6$
- (C)
- $6 < c \leq 9$
- (D)
- $c > 9$

8. 在同一直角坐标系中, 函数 $f(x) = x^a$ ($x \geq 0$), $g(x) = \log_a x$ 的图象可能是 ()9. 设 θ 为两个非零向量 \mathbf{a}, \mathbf{b} 的夹角. 已知对任意实数 t , $|\mathbf{b} + t\mathbf{a}|$ 的最小值为 1. 则 ()

- (A) 若
- θ
- 确定, 则
- $|\mathbf{a}|$
- 唯一确定
-
- (B) 若
- θ
- 确定, 则
- $|\mathbf{b}|$
- 唯一确定
-
- (C) 若
- $|\mathbf{a}|$
- 确定, 则
- θ
- 唯一确定
-
- (D) 若
- $|\mathbf{b}|$
- 确定, 则
- θ
- 唯一确定

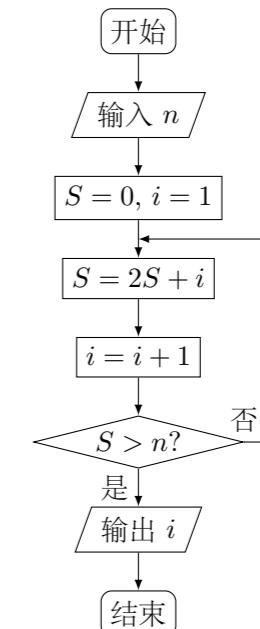
10. 如图, 某人在垂直于水平地面 ABC 的墙面前的点 A 处进行射击训练, 已知点 A 到墙面的距离为 AB , 某目标点 P 沿墙面上的射线 CM 移动, 此人为了准确瞄准目标点 P , 需计算由点 A 观察点 P 的仰角 θ 的大小 (仰角 θ 为直线 AP 与平面 ABC 所成的角), 若 $AB = 15 \text{ m}$, $AC = 25 \text{ m}$, $\angle BCM = 30^\circ$, 则 $\tan \theta$ 的最大值是 ()

- (A)
- $\frac{\sqrt{30}}{5}$
- (B)
- $\frac{\sqrt{30}}{10}$
- (C)
- $\frac{4\sqrt{3}}{9}$
- (D)
- $\frac{5\sqrt{3}}{9}$

二、填空题

11. 已知 i 是虚数单位, 计算 $\frac{1-i}{(1+i)^2} =$ _____.12. 若实数 x, y 满足 $\begin{cases} x+2y-4 \leq 0 \\ x-y-1 \leq 0 \\ x \geq 1 \end{cases}$, 则 $x+y$ 的取值范围是 _____.

13. 若某程序框图如图所示, 当输入 50 时, 则该程序运行后输出的结果是 _____.



14. 在 3 张奖券中有一、二等奖各一张, 另 1 张无奖. 甲、乙两人各抽取一张, 两人都中奖的概率为 _____.

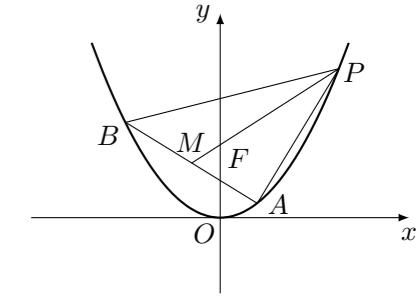
15. 设函数 $f(x) = \begin{cases} x^2 + 2x + 2, & x \leq 0 \\ -x^2, & x > 0 \end{cases}$, 若 $f(f(a)) = 2$, 则 $a =$ _____.16. 已知实数 a, b, c 满足 $a + b + c = 0$, $a^2 + b^2 + c^2 = 1$, 则 a 的最大值是 _____.17. 设直线 $x - 3y + m = 0$ ($m \neq 0$) 与双曲线 $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($a > 0, b > 0$) 的两条渐近线分别交于点 A, B . 若点 $P(m, 0)$ 满足 $|PA| = |PB|$, 则该双曲线的离心率是 _____.

三、解答题

18. 在 $\triangle ABC$ 中, 内角 A, B, C 所对的边分别为 a, b, c , 已知 $4\sin^2 \frac{A-B}{2} + 4\sin A \sin B = 2 + \sqrt{2}$.

- (1) 求角
- C
- 的大小;
-
- (2) 已知
- $b = 4$
- ,
- $\triangle ABC$
- 的面积为 6, 求边长
- c
- 的值.

19. 已知等差数列 $\{a_n\}$ 的公差 $d > 0$, 设 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n , $a_1 = 1$, $S_2 \cdot S_3 = 36$.
 (1) 求 d 及 S_n ;
 (2) 求 m, k ($m, k \in \mathbf{N}^*$) 的值, 使得 $a_m + a_{m+1} + a_{m+2} + \dots + a_{m+k} = 65$.
21. 已知函数 $f(x) = x^3 + 3|x - a|$ ($a > 0$), 若 $f(x)$ 在 $[-1, 1]$ 上的最小值记为 $g(a)$.
 (1) 求 $g(a)$;
 (2) 证明: 当 $x \in [-1, 1]$ 时, 恒有 $f(x) \leq g(a) + 4$.
22. 已知 $\triangle ABP$ 的三个顶点都在抛物线 $C: x^2 = 4y$ 上, F 为抛物线 C 的焦点, 点 M 为 AB 的中点, $\overrightarrow{PF} = 3\overrightarrow{FM}$.
 (1) 若 $|PF| = 3$, 求点 M 的坐标;
 (2) 求 $\triangle ABP$ 面积的最大值.



20. 如图, 在四棱锥 $A - BCDE$ 中, 平面 $ABC \perp$ 平面 $BCDE$, $\angle CDE = \angle BED = 90^\circ$, $AB = CD = 2$, $DE = BE = 1$, $AC = \sqrt{2}$.
 (1) 证明: $AC \perp$ 平面 $BCDE$;
 (2) 求直线 AE 与平面 ABC 所成的角的正切值.

