

2009 年普通高等学校招生考试 (重庆卷)

文科数学

一、选择题

1. 圆心在 y 轴上, 半径为 1, 且过点 $(1, 2)$ 的圆的方程为 ()
 (A) $x^2 + (y - 2)^2 = 1$ (B) $x^2 + (y + 2)^2 = 1$
 (C) $(x - 1)^2 + (y - 3)^2 = 1$ (D) $x^2 + (y - 3)^2 = 1$
2. 命题“若一个数是负数, 则它的平方是正数”的逆命题是 ()
 (A) “若一个数是负数, 则它的平方不是正数”
 (B) “若一个数的平方是正数, 则它是负数”
 (C) “若一个数不是负数, 则它的平方不是正数”
 (D) “若一个数的平方不是正数, 则它不是负数”
3. $(x + 2)^6$ 的展开式中 x^3 的系数是 ()
 (A) 20 (B) 40 (C) 80 (D) 160
4. 已知向量 $\mathbf{a} = (1, 1)$, $\mathbf{b} = (2, x)$. 若 $\mathbf{a} + \mathbf{b}$ 与 $4\mathbf{b} - 2\mathbf{a}$ 平行, 则实数 x 的值是 ()
 (A) -2 (B) 0 (C) 1 (D) 2
5. 设 $\{a_n\}$ 是公差不为 0 的等差数列, $a_1 = 2$ 且 a_1, a_3, a_6 成等比数列, 则 $\{a_n\}$ 的前 n 项和 S_n = ()
 (A) $\frac{n^2}{4} + \frac{7n}{4}$ (B) $\frac{n^2}{3} + \frac{5n}{3}$ (C) $\frac{n^2}{2} + \frac{3n}{4}$ (D) $n^2 + n$
6. 下列关系式中正确的是 ()
 (A) $\sin 11^\circ < \cos 10^\circ < \sin 168^\circ$ (B) $\sin 168^\circ < \sin 11^\circ < \cos 10^\circ$
 (C) $\sin 11^\circ < \sin 168^\circ < \cos 10^\circ$ (D) $\sin 168^\circ < \cos 10^\circ < \sin 11^\circ$
7. 已知 $a > 0, b > 0$, 则 $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + 2\sqrt{ab}$ 的最小值是 ()
 (A) 2 (B) $2\sqrt{2}$ (C) 4 (D) 5
8. 12 个篮球队中有 3 个强队, 将这 12 个队任意分成 3 个组 (每组 4 个队), 则 3 个强队恰好被分在同一组的概率为 ()
 (A) $\frac{1}{55}$ (B) $\frac{3}{55}$ (C) $\frac{1}{4}$ (D) $\frac{1}{3}$
9. 在正四棱柱 $ABCD - A_1B_1C_1D_1$ 中, 顶点 B_1 到对角线 BD_1 和到平面 A_1BCD_1 的距离分别为 h 和 d , 则下列命题中正确的是 ()
 (A) 若侧棱的长小于底面的边长, 则 $\frac{h}{d}$ 的取值范围为 $(0, 1)$
 (B) 若侧棱的长小于底面的边长, 则 $\frac{h}{d}$ 的取值范围为 $\left(\frac{\sqrt{2}}{2}, \frac{2\sqrt{3}}{3}\right)$
 (C) 若侧棱的长大于底面的边长, 则 $\frac{h}{d}$ 的取值范围为 $\left(\frac{2\sqrt{3}}{3}, \sqrt{2}\right)$
 (D) 若侧棱的长大于底面的边长, 则 $\frac{h}{d}$ 的取值范围为 $\left(\frac{2\sqrt{3}}{3}, +\infty\right)$

10. 把函数 $f(x) = x^3 - 3x$ 的图象 C_1 向右平移 u 个单位长度, 再向下平移 v 个单位长度后得到图象 C_2 . 若对任意的 $u > 0$, 曲线 C_1 与 C_2 至多只有一个交点, 则 v 的最小值为 ()

(A) 2 (B) 4 (C) 6 (D) 8

二、填空题

11. 若 $U = \{n | n \text{ 是小于 } 9 \text{ 的正整数}\}$, $A = \{n \in U | n \text{ 是奇数}\}$, $B = \{n \in U | n \text{ 是 } 3 \text{ 的倍数}\}$, 则 $C_U(A \cup B) = \underline{\hspace{2cm}}$.

12. 记 $f(x) = \log_3(x + 1)$ 的反函数为 $y = f^{-1}(x)$, 则方程 $f^{-1}(x) = 8$ 的解 $x = \underline{\hspace{2cm}}$.

13. 5 个人站成一排, 其中甲、乙两人不相邻的排法有 $\underline{\hspace{2cm}}$ 种. (用数字作答)

14. 从一堆苹果中任取 5 只, 称得它们的质量如下 (单位: 克)

125 124 121 123 127

则该样本标准差 $s = \underline{\hspace{2cm}}$ (克). (用数字作答)

15. 已知椭圆 $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 的左、右焦点分别为 $F_1(-c, 0), F_2(c, 0)$. 若椭圆上存在一点 P 使 $\frac{a}{\sin \angle PF_1F_2} = \frac{c}{\sin \angle PF_2F_1}$, 则该椭圆的离心率的取值范围为 $\underline{\hspace{2cm}}$.

三、解答题

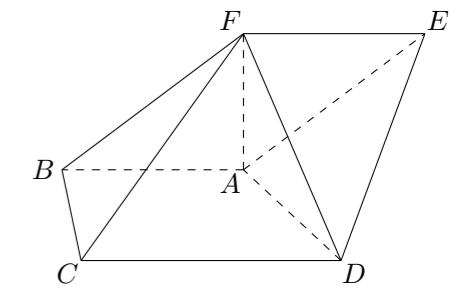
16. 设函数 $f(x) = (\sin \omega x + \cos \omega x)^2 + 2\cos^2 \omega x (\omega > 0)$ 的最小正周期为 $\frac{2\pi}{3}$.
 (1) 求 ω 的最小正周期.
 (2) 若函数 $y = g(x)$ 的图象是由 $y = f(x)$ 的图象向右平移 $\frac{\pi}{2}$ 个单位长度得到, 求 $y = g(x)$ 的单调增区间.

17. 某单位为绿化环境, 移栽了甲、乙两种大树各 2 株. 设甲、乙两种大树移栽的成活率分别为 $\frac{5}{6}$ 和 $\frac{4}{5}$, 且各株大树是否成活互不影响. 求移栽的 4 株大树中:

- (1) 至少有 1 株成活的概率;
- (2) 两种大树各成活 1 株的概率.

18. 如图, 在五面体 $ABCDEF$ 中, $AB \parallel DC$, $\angle BAD = \frac{\pi}{2}$, $CD = AD = 2$, 四边形 $ABFE$ 为平行四边形, $FA \perp$ 平面 $ABCD$, $FC = 3$, $ED = \sqrt{7}$. 求:

- (1) 直线 AB 到平面 $EFCD$ 的距离;
- (2) 二面角 $F - AD - E$ 的平面角的正切值.



19. 已知 $f(x) = x^2 + bx + c$ 为偶函数, 曲线 $y = f(x)$ 过点 $(2, 5)$,
 $g(x) = (x+a)f(x)$.

- (1) 求曲线 $y = g(x)$ 有斜率为 0 的切线, 求实数 a 的取值范围;
(2) 若当 $x = -1$ 时函数 $y = g(x)$ 取得极值, 确定 $y = g(x)$ 的单调区间.

20. 已知以原点 O 为中心的双曲线的一条准线方程为 $x = \frac{\sqrt{5}}{5}$, 离心率 $e = \sqrt{5}$.

- (1) 求该双曲线的方程;
(2) 如图, 点 A 的坐标为 $(-\sqrt{5}, 0)$, B 是圆 $x^2 + (y - \sqrt{5})^2 = 1$ 上的点, 点 M 在双曲线右支上, 求 $|MA| + |MB|$ 的最小值, 并求此时 M 点的坐标.

21. 已知 $a_1 = 1, a_2 = 4, a_{n+2} = 4a_{n+1} + a_n, b_n = \frac{a_{n+1}}{a_n}, n \in \mathbb{N}^*$.

- (1) 求 b_1, b_2, b_3 的值;
(2) 设 $c_n = b_n b_{n+1}, S_n$ 为数列 $\{c_n\}$ 的前 n 项和, 求证: $S_n \geq 17n$;
(3) 求证: $|b_{2n} - b_n| < \frac{1}{64} \cdot \frac{1}{17^{n-2}}$.

