2012 年普通高等学校招生考试（江西卷）

文科数学

一、选择题

1. 若复数 $z=1+\mathrm{i}$ (i 为虚数单位), $\overline{z}$ 是 z 的共轭复数, 则 $z^2+\overline{z}^2$ 的虚部为 ( )

(A) 0　(B) -1　(C) 1　(D) -2

2. 若全集 $U=\{x\in\mathbf{R}\mid x^2\leqslant 4\}$, 则集合 $A=\{x\in\mathbf{R}\mid |x+1|\leqslant 1\}$ 的补集 $\complement_U A$ 为 ( )

(A) $\{x\in\mathbf{R}\mid 0<x<2\}$　(B) $\{x\in\mathbf{R}\mid 0\leqslant x<2\}$

(C) $\{x\in\mathbf{R}\mid 0<x\leqslant 2\}$　(D) $\{x\in\mathbf{R}\mid 0\leqslant x\leqslant 2\}$

3. 设函数 $f(x)=\begin{cases}x^2+1, & x\leqslant 1\\ \dfrac{2}{x}, & x>1\end{cases}$, 则 $f(f(3))=$ ( )

(A) $\dfrac{1}{5}$　(B) 3　(C) $\dfrac{2}{3}$　(D) $\dfrac{13}{9}$

4. 若 $\dfrac{\sin\alpha+\cos\alpha}{\sin\alpha-\cos\alpha}=\dfrac{1}{2}$, 则 $\tan 2\alpha=$ ( )

(A) $-\dfrac{3}{4}$　(B) $\dfrac{3}{4}$　(C) $-\dfrac{4}{3}$　(D) $\dfrac{4}{3}$

5. 观察下列事实: $|x|+|y|=1$ 的不同整数解 (x,y) 的个数为 4, $|x|+|y|=2$ 的不同整数解 (x,y) 的个数为 8, $|x|+|y|=3$ 的不同整数解 (x,y) 的个数为 12, $\cdots$, 则 $|x|+|y|=20$ 的不同整数解 (x,y) 的个数为 ( )

(A) 76　(B) 80　(C) 86　(D) 92

6. 小波一星期的总开支分布如图 1 所示, 一星期的食品开支如图 2 所示, 则小波一星期的鸡蛋开支占总开支的百分比为 ( )

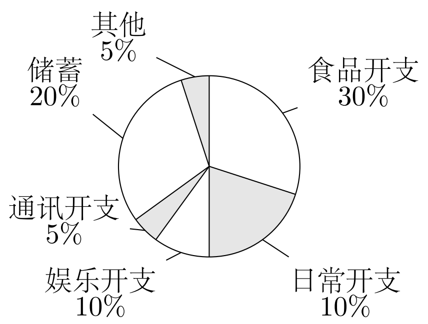


图 1

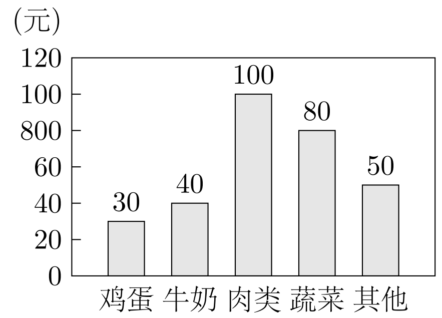
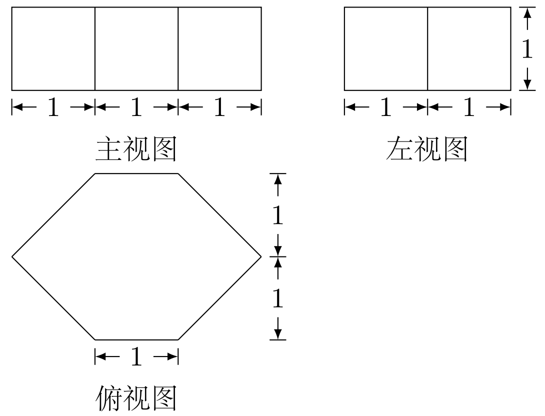


图 2

(A) 30%　(B) 10%　(C) 3%　(D) 不能确定

7. 若一个几何体的三视图如图所示, 则此几何体的体积为 ( )



(A) $\dfrac{11}{2}$　(B) 5　(C) $\dfrac{9}{2}$　(D) 4

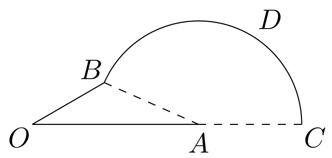
8. 椭圆 $\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1\ (a>b>0)$ 的左、右顶点分别是 A, B, 左、右焦点分别是 F_1, F_2. 若 $|AF_1|$, $|F_1F_2|$, $|F_1B|$ 成等比数列, 则此椭圆的离心率为( )

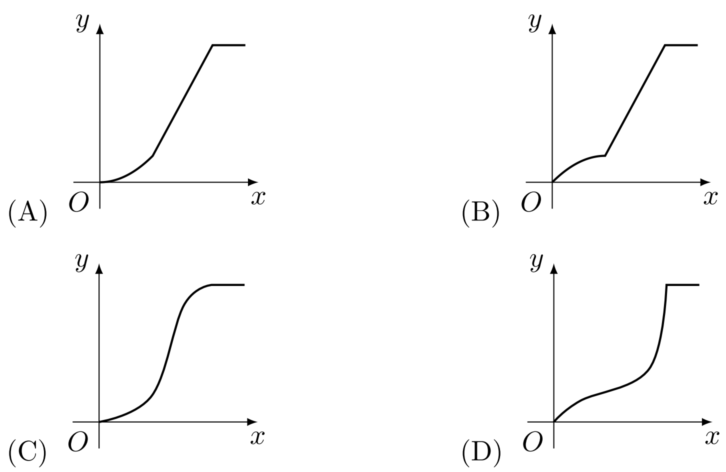
(A) $\dfrac{1}{4}$　(B) $\dfrac{\sqrt{5}}{5}$　(C) $\dfrac{1}{2}$　(D) $\sqrt{5}-2$

9. 已知 $f(x)=\sin^2\left(x+\dfrac{\pi}{4}\right)$. 若 $a=f(\lg 5)$, $b=f\left(\lg\dfrac{1}{5}\right)$, 则 ( )

(A) $a+b=0$　(B) $a-b=0$　(C) $a+b=1$　(D) $a-b=1$

10. 如图, $|OA|=2$ (单位: m), $|OB|=1$ (单位: m), OA 与 OB 的夹角为 $\dfrac{\pi}{6}$, 以 A 为圆心, AB 为半径作圆弧 $\overset{\frown}{BDC}$ 与线段 OA 的延长线交于点 C. 甲、乙两质点同时从点 O 出发, 甲先以速率 1 (单位: m/s) 沿线段 OB 行至点 B, 再以速率 3 (单位: m/s) 沿圆弧 $\overset{\frown}{BDC}$ 行至点 C 后停止; 乙以速率 2 (单位: m/s) 沿线段 OA 行至点 A 后停止. 设 t 时刻甲、乙所到达的两点连线与它们经过的路径所围成图形的面积为 $S(t)$ $(S(0)=0)$, 则函数 $y=S(t)$ 的图象大致是 ( )





二、填空题

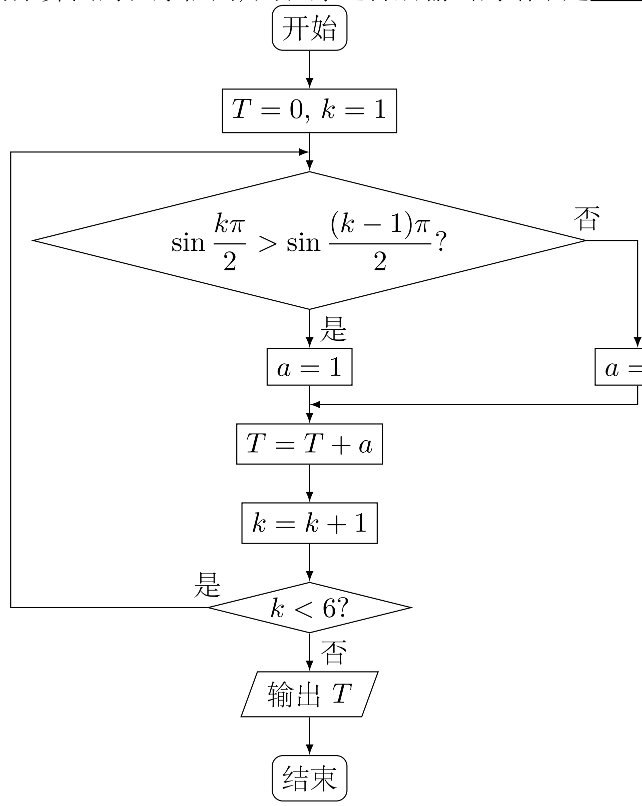
11. 不等式 $\dfrac{x^2-9}{x-2}>0$ 的解集是______.

12. 设单位向量 $\boldsymbol{m}=(x,y)$, $\boldsymbol{b}=(2,-1)$. 若 $\boldsymbol{m}\perp\boldsymbol{b}$, 则 $|x+2y|=$______.

13. 等比数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n, 公比不为 1. 若 $a_1=1$, 且对任意的 $n\in\mathbf{N}^*$, 都有 $a_{n+2}+a_{n+1}-2a_n=0$, 则 $S_5=$______.

14. 过直线 $x+y-2\sqrt{2}=0$ 上的点 P 作圆 $x^2+y^2=1$ 的两条切线, 若两条切线的夹角是 60°, 则点 P 的坐标是______.

15. 如图为某算法的程序框图, 则程序运行后输出的结果是______.



三、解答题

16. 在 $\triangle ABC$ 中, 角 A, B, C 的对边分别为 a, b, c. 已知 $3\cos(B-C)-1=6\cos B\cos C$.

(1) 求 $\cos A$;

(2) 若 $a=3$, $\triangle ABC$ 的面积为 $2\sqrt{2}$, 求 b, c.

17. 已知数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和 $S_n = kc^n - k$ (其中 c, k 为常数), 且 $a_2 = 4$, $a_6 = 8a_3$.

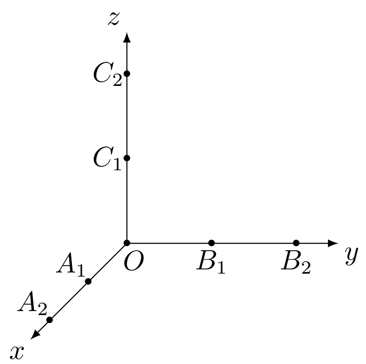
(1) 求 a_n;

(2) 求数列 $\{na_n\}$ 的前 n 项和 T_n.

18. 如图, 从 $A_1(1,0,0)$, $A_2(2,0,0)$, $B_1(0,1,0)$, $B_2(0,2,0)$, $C_1(0,0,1)$, $C_2(0,0,2)$ 这 6 个点中随机选取 3 个点.

(1) 求这 3 点与原点 O 恰好是正三棱锥的四个顶点的概率;

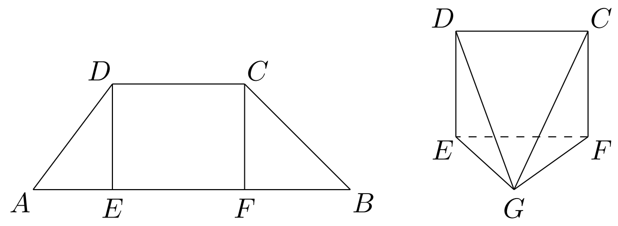
(2) 求这 3 点与原点 O 共面的概率.



19. 如图, 在梯形 $ABCD$ 中, $AB \parallel CD$, E, F 是线段 AB 上的两点, 且 $DE \perp AB$, $CF \perp AB$, $AB = 12$, $AD = 5$, $BC = 4\sqrt{2}$, $DE = 4$. 现将 $\triangle ADE$, $\triangle CFB$ 分别沿 DE, CF 折起, 使 A, B 两点重合于点 G, 得到多面体 $CDEFG$.

(1) 求证: 平面 $DEG \perp$ 平面 CFG;

(2) 求多面体 $CDEFG$ 的体积.



20. 已知三点 $O(0,0)$, $A(-2,1)$, $B(2,1)$, 曲线 C 上任意一点 $M(x,y)$ 满足 $\left|\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}\right| = \overrightarrow{OM}\cdot\left(\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OB}\right)+2$.

(1) 求曲线 C 的方程;

(2) 点 $Q(x_0,y_0)$ $(-2 < x_0 < 2)$ 是曲线 C 上的动点, 曲线 C 在点 Q 处的切线为 l, 点 P 的坐标是 $(0,-1)$, l 与 PA, PB 分别交于点 D, E, 求 $\triangle QAB$ 与 $\triangle PDE$ 的面积之比.

21. 已知函数 $f(x) = (ax^2 + bx + c)\mathrm{e}^x$ 在 $[0,1]$ 上单调递减且满足 $f(0) = 1$, $f(1) = 0$.

(1) 求 a 的取值范围;

(2) 设 $g(x) = f(x) - f'(x)$, 求 $g(x)$ 在 $[0,1]$ 上的最大值和最小值.