

文科数学

一、选择题

1. 已知集合 $M = \{x | -3 < x \leq 5\}$, $N = \{x | x < -5 \text{ 或 } x > 5\}$, 则 $M \cup N =$ ()

- (A) $\{x | x < -5 \text{ 或 } x > -3\}$ (B) $\{x | -5 < x < 5\}$
 (C) $\{x | -3 < x < 5\}$ (D) $\{x | x < -3 \text{ 或 } x > 5\}$

2. 已知复数 $z = 1 - 2i$, 那么 $\frac{1}{z} =$ ()

- (A) $\frac{\sqrt{5}}{5} + \frac{2\sqrt{5}}{5}i$ (B) $\frac{\sqrt{5}}{5} - \frac{2\sqrt{5}}{5}i$ (C) $\frac{1}{5} + \frac{2}{5}i$ (D) $\frac{1}{5} - \frac{2}{5}i$

3. $\{a_n\}$ 为等差数列, 且 $a_7 - 2a_4 = -1$, $a_3 = 0$, 则公差 $d =$ ()

- (A) -2 (B) $-\frac{1}{2}$ (C) $\frac{1}{2}$ (D) 2

4. 平面向量 \mathbf{a} 与 \mathbf{b} 的夹角为 60° , $\mathbf{a} = (2, 0)$, $|\mathbf{b}| = 1$, 则 $|\mathbf{a} + 2\mathbf{b}| =$ ()

- (A) $\sqrt{3}$ (B) $2\sqrt{3}$ (C) 4 (D) 12

5. 如果把地球看成一个球体, 则地球上北纬 60° 纬线长和赤道线长的比值为 ()

- (A) 0.8 (B) 0.75 (C) 0.5 (D) 0.25

6. 已知函数 $f(x)$ 满足: 当 $x \geq 4$ 时, $f(x) = \left(\frac{1}{2}\right)^x$; 当 $x < 4$ 时, $f(x) = f(x+1)$. 则 $f(2+\log_2 3) =$ ()

- (A) $\frac{1}{24}$ (B) $\frac{1}{12}$ (C) $\frac{1}{8}$ (D) $\frac{3}{8}$

7. 已知圆 C 与直线 $x-y=0$ 及 $x-y-4=0$ 都相切, 圆心在直线 $x+y=0$ 上, 则圆 C 的方程为 ()

- (A) $(x+1)^2 + (y-1)^2 = 2$ (B) $(x-1)^2 + (y+1)^2 = 2$
 (C) $(x-1)^2 + (y-1)^2 = 2$ (D) $(x+1)^2 + (y+1)^2 = 2$

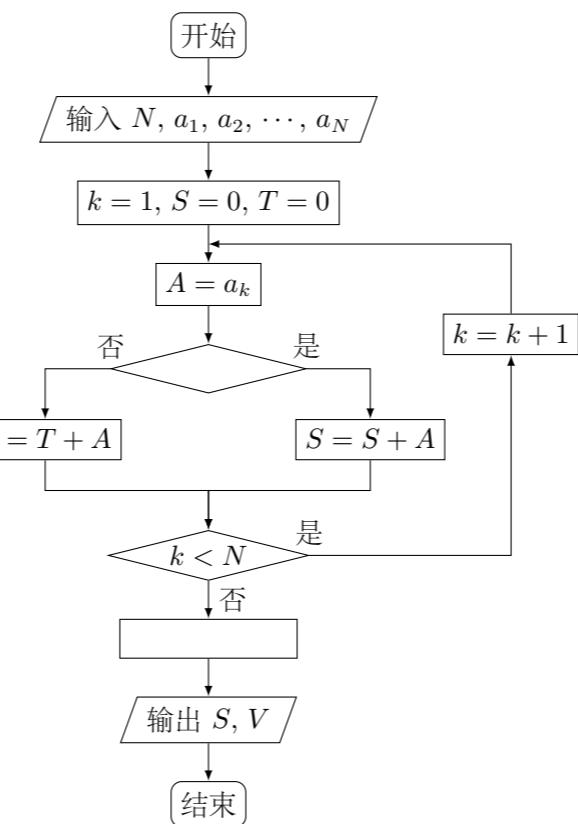
8. 已知 $\tan \theta = 2$, 则 $\sin^2 \theta + \sin \theta \cos \theta - 2\cos^2 \theta =$ ()

- (A) $-\frac{4}{3}$ (B) $\frac{5}{4}$ (C) $-\frac{3}{4}$ (D) $\frac{4}{5}$

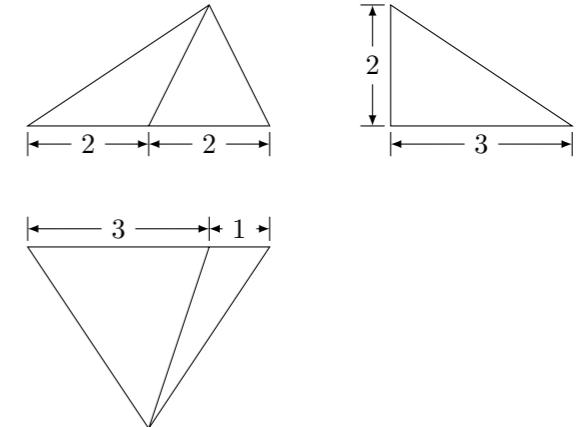
9. $ABCD$ 为长方形, $AB = 2$, $BC = 1$, O 为 AB 的中点. 在长方形 $ABCD$ 内随机取一点, 取到的点到 O 的距离大于 1 的概率为 ()

- (A) $\frac{\pi}{4}$ (B) $1 - \frac{\pi}{4}$ (C) $\frac{\pi}{8}$ (D) $1 - \frac{\pi}{8}$

10. 某店一个月的收入和支出总共记录了 N 个数据 a_1, a_2, \dots, a_N , 其中收入记为正数, 支出记为负数. 该店用下边的程序框图计算月总收入 S 和月净盈利 V , 那么在图中空白的判断框和处理框中, 应分别填入下列四个选项中的 ()



16. 设某几何体的三视图如下 (尺寸的长度单位为 m). 则该几何体的体积为 $\underline{\hspace{2cm}}$ m^3 .



三、解答题

17. 等比数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n . 已知 S_1, S_3, S_2 成等差数列.

- (1) 求 $\{a_n\}$ 的公比 q ;
 (2) 求 $a_1 - a_3 = 3$, 求 S_n .

- (A) $A > 0, V = S - T$ (B) $A < 0, V = S - T$

- (C) $A > 0, V = S + T$ (D) $A < 0, V = S + T$

11. 下列 4 个命题

$$p_1: \exists x \in (0, +\infty), \left(\frac{1}{2}\right)^x < \left(\frac{1}{3}\right)^x \quad p_2: \exists x \in (0, 1), \log_{\frac{1}{2}} x > \log_{\frac{1}{3}} x$$

$$p_3: \forall x \in (0, +\infty), \left(\frac{1}{2}\right)^x > \log_{\frac{1}{2}} x \quad p_4: \forall x \in (0, \frac{1}{3}), \left(\frac{1}{2}\right)^x < \log_{\frac{1}{3}} x$$

其中的真命题是 ()

- (A) p_1, p_3 (B) p_1, p_4 (C) p_2, p_3 (D) p_2, p_4

12. 已知偶函数 $f(x)$ 在区间 $[0, +\infty)$ 单调增加, 则满足 $f(2x-1) < f\left(\frac{1}{3}\right)$ 的 x 取值范围是 ()

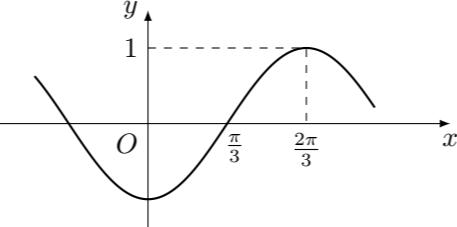
- (A) $\left(\frac{1}{3}, \frac{2}{3}\right)$ (B) $\left[\frac{1}{3}, \frac{2}{3}\right)$ (C) $\left(\frac{1}{2}, \frac{2}{3}\right)$ (D) $\left[\frac{1}{2}, \frac{2}{3}\right)$

二、填空题

13. 在平面直角坐标系 xOy 中, 四边形 $ABCD$ 的边 $AB \parallel DC$, $AD \parallel BC$.

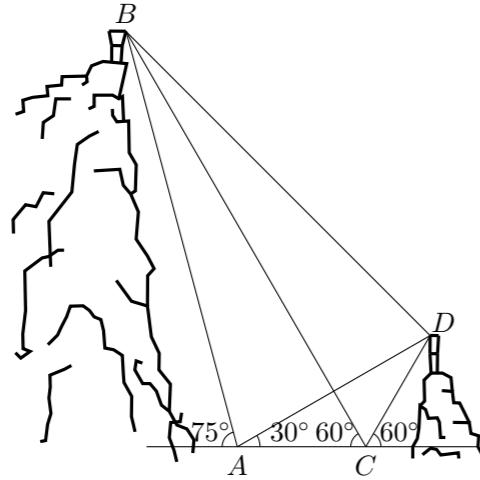
已知点 $A(-2, 0)$, $B(6, 8)$, $C(8, 6)$, 则 D 点的坐标为 _____.

14. 已知函数 $f(x) = \sin(\omega x + \varphi)$ ($\omega > 0$) 的图象如图所示, 则 $\omega =$ _____.



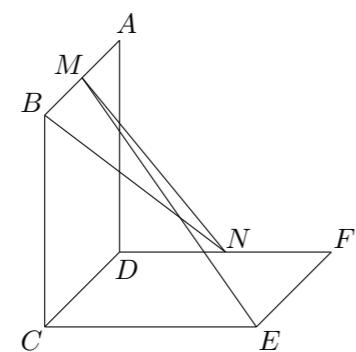
15. 若函数 $f(x) = \frac{x^2 + a}{x + 1}$ 在 $x = 1$ 处取极值, 则 $a =$ _____.

18. 如图, A, B, C, D 都在同一个与水平面垂直的平面内, B, D 为两岛上的两座灯塔的塔顶. 测量船于水面 A 处测得 B 点和 D 点的仰角分别为 $75^\circ, 30^\circ$, 于水面 C 处测得 B 点和 D 点的仰角均为 60° , $AC = 0.1$ km. 试探究图中 B, D 间距离与另外哪两点间距离相等, 然后求 B, D 的距离. (计算结果精确到 0.01 km, $\sqrt{2} \approx 1.414$, $\sqrt{6} \approx 2.449$)



19. 如图, 已知两个正方形 $ABCD$ 和 $DCEF$ 不在同一平面内, M, N 分别为 AB, DF 的中点.

- (1) 若 $CD = 2$, 平面 $ABCD \perp$ 平面 $DCEF$, 求直线 MN 的长;
(2) 用反证法证明: 直线 ME 与 BN 是两条异面直线.



20. 某企业有两个分厂生产某种零件, 按规定内径尺寸 (单位: mm) 的值落在 $[29.94, 30.06]$ 的零件为优质品. 从两个分厂生产的零件中各抽出 500 件, 量其内径尺寸, 得结果如下表:

甲厂		乙厂	
分组	频数	分组	频数
[29.86, 29.90)	12	[29.86, 29.90)	29
[29.90, 29.94)	63	[29.90, 29.94)	71
[29.84, 29.98)	86	[29.84, 29.98)	85
[29.98, 30.02)	182	[29.98, 30.02)	159
[30.02, 30.06)	92	[30.02, 30.06)	76
[30.06, 30.10)	61	[30.06, 30.10)	62
[30.10, 30.14)	4	[30.10, 30.14)	18

21. 设 $f(x) = e^x(ax^2 + x + 1)$, 且曲线 $y = f(x)$ 在 $x = 1$ 处的切线与 x 轴平行.
(1) 求 a 的值, 并讨论 $f(x)$ 的单调性;
(2) 证明: 当 $\theta \in [0, \frac{\pi}{2}]$ 时, $|f(\cos \theta) - f(\sin \theta)| < 2$.

- (1) 试分别估计两个分厂生产的零件的优质品率;
(2) 由于以上统计数据填下面 2×2 列联表, 并问是否有 99% 的把握认为“两个分厂生产的零件的质量有差异”.

	甲厂	乙厂	合计
优质品			
非优质品			
合计			

$$\text{附: } \chi^2 = \frac{n(n_{11}n_{22} - n_{12}n_{21})^2}{n_1+n_2+n_{+1}n_{+2}}, \quad \begin{array}{c|cc} P(\chi^2 \geq k) & 0.05 & 0.01 \\ \hline k & 3.841 & 6.635 \end{array}$$

22. 已知椭圆 C 过点 $A\left(1, \frac{3}{2}\right)$, 两个焦点为 $(-1, 0), (1, 0)$.

- (1) 求椭圆 C 的方程;
(2) E, F 是椭圆 C 上的两个动点, 如果直线 AE 的斜率与 AF 的斜率互为相反数, 证明直线 EF 的斜率为定值, 并求出这个定值.