2009 年普通高等学校招生考试（湖北卷）

文科数学

一、选择题

1. 若向量 $\boldsymbol{a}=(1,1)$, $\boldsymbol{b}=(-1,1)$, $\boldsymbol{c}=(4,2)$, 则 $\boldsymbol{c}=$ （　）

(A) $3\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}$　(B) $3\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b}$　(C) $-\boldsymbol{a}+3\boldsymbol{b}$　(D) $\boldsymbol{a}+3\boldsymbol{b}$

2. 函数 $y=\dfrac{1-2x}{1+2x}$ $\left(x\in\mathbf{R},\ x\neq-\dfrac{1}{2}\right)$ 的反函数是 （　）

(A) $y=\dfrac{1+2x}{1-2x}$ $\left(x\in\mathbf{R},\ x\neq\dfrac{1}{2}\right)$　(B) $y=\dfrac{1-2x}{1+2x}$ $\left(x\in\mathbf{R},\ x\neq-\dfrac{1}{2}\right)$

(C) $y=\dfrac{1+x}{2(1-x)}$ $(x\in\mathbf{R},\ x\neq1)$　(D) $y=\dfrac{1-x}{2(1+x)}$ $(x\in\mathbf{R},\ x\neq-1)$

3. “$\sin\alpha=\dfrac{1}{2}$”是“$\cos2\alpha=\dfrac{1}{2}$”的 （　）

(A) 充分而不必要条件　(B) 必要而不充分条件

(C) 充要条件　(D) 既不充分也不必要条件

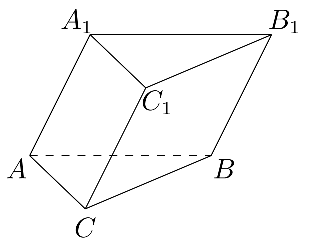
4. 从 5 名志愿者中选派 4 人在星期五、星期六、星期日参加公益活动, 每人一天. 要求星期五有一人参加, 星期六有两人参加, 星期日有一人参加, 则不同的选派方法共有 （　）

(A) 120 种　(B) 96 种　(C) 60 种　(D) 48 种

5. 已知双曲线 $\dfrac{x^2}{2}-\dfrac{y^2}{2}=1$ 的准线经过椭圆 $\dfrac{x^2}{4}+\dfrac{y^2}{b^2}=1$ $(b>0)$ 的焦点, 则 $b=$ （　）

(A) 3　(B) $\sqrt{5}$　(C) $\sqrt{3}$　(D) $\sqrt{2}$

6. 如图, 在三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 中, $\angle ACB=90^\circ$, $\angle ACC_1=60^\circ$, $\angle BCC_1=45^\circ$, 侧棱 CC_1 的长为 1, 则该三棱柱的高等于 （　）



(A) $\dfrac{1}{2}$　(B) $\dfrac{\sqrt{2}}{2}$　(C) $\dfrac{\sqrt{3}}{2}$　(D) $\dfrac{\sqrt{3}}{3}$

7. 函数 $y=\cos\left(2x+\dfrac{\pi}{6}\right)-2$ 的图象 F 按向量 $\boldsymbol{a}$ 平移到 F', F' 的解析式 $y=f(x)$, 当 $y=f(x)$ 为奇函数时, 向量 $\boldsymbol{a}$ 可以等于 （　）

(A) $\left(\dfrac{\pi}{6},-2\right)$　(B) $\left(\dfrac{\pi}{6},2\right)$　(C) $\left(-\dfrac{\pi}{6},-2\right)$　(D) $\left(-\dfrac{\pi}{6},2\right)$

8. 在“家电下乡”活动中, 某厂要将 100 台洗衣机运往邻近的乡镇, 现有 4 辆甲型货车和 8 辆乙型货车可供使用, 每辆甲型货车运输费用 400 元, 可装洗衣机 20 台; 每辆乙型货车运输费用 300 元, 可装洗衣机 10 台, 若每辆至多只运一次, 则该厂所花的最少运输费用为 （　）

(A) 2000 元　(B) 2200 元　(C) 2400 元　(D) 2800 元

9. 设 $x\in\mathbf{R}$, 记不超过 x 的最大整数为 $[x]$, 令 $\{x\}=x-[x]$, 则 $\left\{\dfrac{\sqrt{5}+1}{2}\right\}$, $\left[\dfrac{\sqrt{5}+1}{2}\right]$, $\dfrac{\sqrt{5}+1}{2}$ （　）

(A) 是等差数列但不是等比数列　(B) 是等比数列但不是等差数列

(C) 既是等差数列又是等比数列　(D) 既不是等差数列也不是等比数列

10. 古希腊人常用小石子在沙滩上摆成各种性状来研究数, 例如:

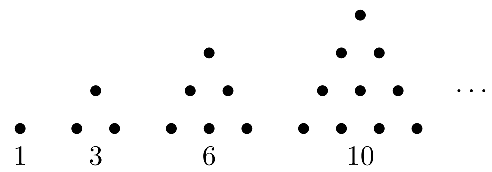


图 1

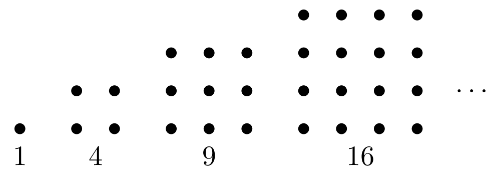


图 2

他们研究过图 1 中的 1, 3, 6, 10, $\cdots$, 由于这些数能够表示成三角形, 将其称为三角形数; 类似地, 称图 2 中的 1, 4, 9, 16$\cdots$ 这样的数成为正方形数. 下列数中及时三角形数又是正方形数的是 （　）

(A) 289　(B) 1024　(C) 1225　(D) 1378

二、填空题

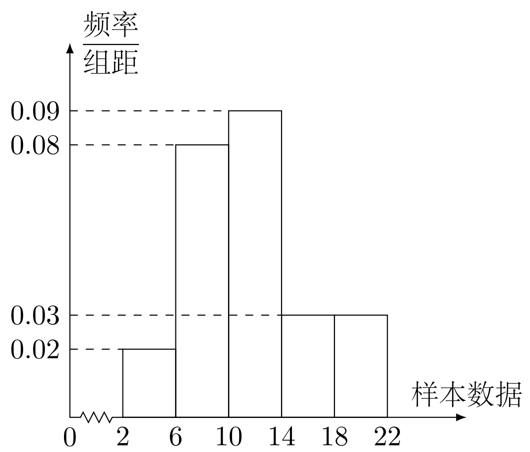
11. 已知 $(1+ax)^5=1+10x+bx^2+\cdots+a^5x^5$, 则 $b=$______.

12. 甲、乙、丙三人将参加某项测试, 他们能达标的概率分别是 0.8、0.6、0.5, 则三人都达标的概率是______, 三人中至少有一人达标的概率是______.

13. 设集合 $A=\{x\ \log_2x<1\}$, $B=\left\{x\ \dfrac{x-1}{x+2}<1\right\}$, 则 $A\cap B=$______.

14. 过原点 O 作圆 $x^2+y^2-6x-8y+20=0$ 的两条切线, 设切点分别为 P、Q, 则线段 PQ 的长为______.

15. 下图是样本容量为 200 的频率分布直方图.



根据样本的频率分布直方图估计, 样本数据落在 $[6,10)$ 内的频数为______, 数据落在 $[2,10)$ 内的概率约为______.

三、解答题

16. 在锐角 $\triangle ABC$ 中, a、b、c 分别为角 A、B、C 所对的边, 且 $\sqrt{3}a=2c\sin A$.

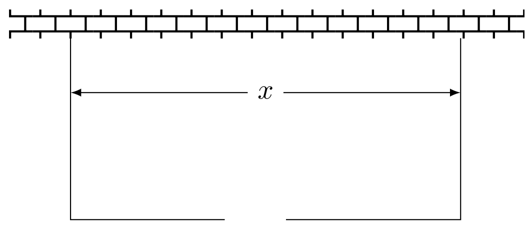
(1) 确定角 C 的大小:

(2) 若 $c=\sqrt{7}$, 且 $\triangle ABC$ 的面积为 $\dfrac{3\sqrt{3}}{2}$, 求 $a+b$ 的值.

17. 围建一个面积为 360 m^2 的矩形场地, 要求矩形场地的一面利用旧墙 (利用旧墙需维修), 其它三面围墙要新建, 在旧墙的对面的新墙上要留一个宽度为 2 m 的进出口. 如图所示, 已知旧墙的维修费用为 45 元/m, 新墙的造价为 180 元/m. 设利用的旧墙的长度为 x (单位: m), 修建此矩形场地围墙的总费用为 y (单位: 元).

(1) 将 y 表示为 x 的函数:

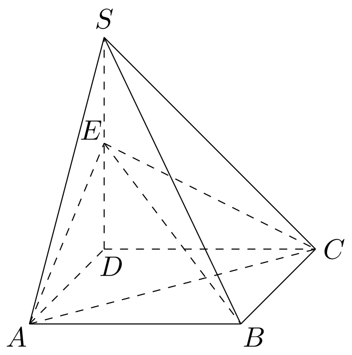
(2) 试确定 x, 使修建此矩形场地围墙的总费用最小, 并求出最小总费用.



18. 如图, 四棱锥 $S-ABCD$ 的底面是正方形, $SD\perp$ 平面 $ABCD$, $SD=AD=a$, 点 E 是 SD 上的点, 且 $DE=\lambda a\ (0<\lambda\leqslant 1)$.

(1) 求证: 对任意的 $\lambda\in(0,1]$, 都有 $AC\perp BE$;

(2) 若二面角 $C-AE-D$ 的大小为 60°, 求 λ 的值.



19. 已知 $\{a_n\}$ 是一个公差大于 0 的等差数列, 且满足 $a_3a_6=55$, $a_2+a_7=16$.

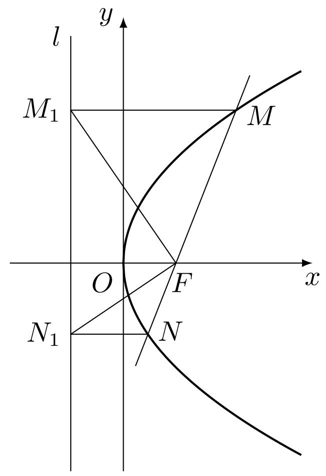
(1) 求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式;

(2) 若数列 $\{a_n\}$ 和数列 $\{b_n\}$ 满足等式: $a_n=\frac{b_1}{2}+\frac{b_2}{2^2}+\frac{b_3}{2^3}+\cdots+\frac{b_n}{2^n}$ (n 为正整数), 求数列 $\{b_n\}$ 的前 n 项和 S_n.

20. 如图, 过抛物线 $y^2=2px\ (p>0)$ 的焦点 F 的直线与抛物线相交于 M、N 两点, 自 M、N 向准线 l 作垂线, 垂足分别为 M_1、N_1.

(1) 求证: $FM_1\perp FN_1$;

(2) 记 $\triangle FMM_1$、$\triangle FM_1N_1$、$\triangle FNN_1$ 的面积分别为 S_1、S_2、S_3, 试判断 $S_2^2=4S_1S_3$ 是否成立, 并证明你的结论.



21. 已知关于 x 的函数 $f(x)=-\frac{1}{3}x_3+bx^2+cx+bc$, 其导函数为 $f'(x)$. 令 $g(x)=|f'(x)|$, 记函数 $g(x)$ 在区间 $[-1,1]$ 上的最大值为 M.

(1) 如果函数 $f(x)$ 在 $x=1$ 处有极值 $-\frac{4}{3}$, 试确定 b、c 的值;

(2) 若 $|b|>1$, 证明对任意的 c, 都有 $M>2$;

(3) 若 $M\geqslant k$ 对任意的 b、c 恒成立, 试求 k 的最大值.