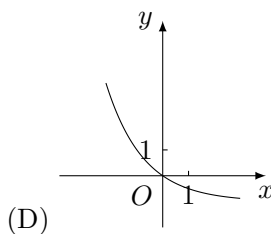
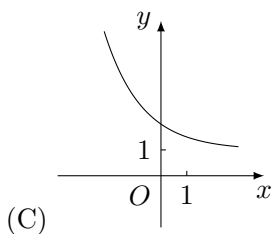
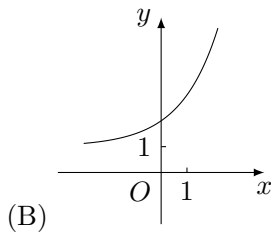
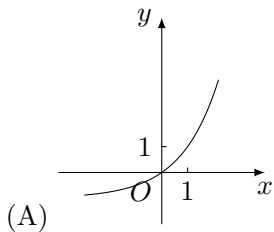


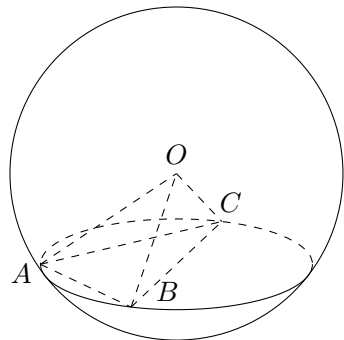
# 文科数学

## 一、选择题

1. 设集合  $U = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ ,  $A = \{1, 3, 5\}$ ,  $B = \{2, 3, 5\}$ , 则  $\complement_U(A \cap B)$  等于 ( )  
(A)  $\{1, 2, 4\}$  (B)  $\{4\}$  (C)  $\{3, 5\}$  (D)  $\emptyset$
2.  $\tan 15^\circ + \cot 15^\circ$  的值是 ( )  
(A) 2 (B)  $2 + \sqrt{3}$  (C) 4 (D)  $\frac{4\sqrt{3}}{3}$
3. 命题  $p$ : 若  $a, b \in \mathbf{R}$ , 则  $|a| + |b| > 1$  是  $|a + b| > 1$  的充要条件. 命题  $q$ : 函数  $y = \sqrt{|x - 1| - 2}$  的定义域是  $(-\infty, -1] \cup [3, +\infty)$ . 则 ( )  
(A) “ $p$  或  $q$ ”为假 (B) “ $p$  且  $q$ ”为真 (C)  $p$  真  $q$  假 (D)  $p$  假  $q$  真
4. 已知  $F_1, F_2$  是椭圆的两个焦点, 过  $F_1$  且与椭圆长轴垂直的直线交椭圆于  $A, B$  两点, 若  $\triangle ABF_2$  是正三角形, 则这个椭圆的离心率是 ( )  
(A)  $\frac{\sqrt{2}}{3}$  (B)  $\frac{\sqrt{3}}{3}$  (C)  $\frac{\sqrt{2}}{2}$  (D)  $\frac{\sqrt{3}}{2}$
5. 设  $S_n$  是等差数列  $\{a_n\}$  的前  $n$  项和, 若  $\frac{a_5}{a_3} = \frac{5}{9}$ , 则  $\frac{S_9}{S_5} =$  ( )  
(A) 1 (B) -1 (C) 2 (D)  $\frac{1}{2}$
6. 已知  $m, n$  是不重合的直线,  $\alpha, \beta$  是不重合的平面, 有下列命题:  
① 若  $m \subset \alpha, n \parallel \alpha$ , 则  $m \parallel n$ ;  
② 若  $m \parallel \alpha, m \parallel \beta$ , 则  $\alpha \parallel \beta$ ;  
③ 若  $\alpha \cap \beta = n, m \parallel n$ , 则  $m \parallel \alpha$  且  $m \parallel \beta$ ;  
④ 若  $m \perp \alpha, m \perp \beta$ , 则  $\alpha \parallel \beta$ .  
其中真命题的个数是 ( )  
(A) 0 (B) 1 (C) 2 (D) 3
7. 已知函数  $y = \log_2 x$  的反函数是  $y = f^{-1}(x)$ , 则函数  $y = f^{-1}(1 - x)$  的图象是 ( )



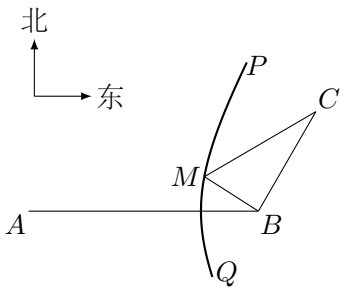
8. 已知  $\mathbf{a}, \mathbf{b}$  是非零向量且满足  $(\mathbf{a} - 2\mathbf{b}) \perp \mathbf{a}$ ,  $(\mathbf{b} - 2\mathbf{a}) \perp \mathbf{b}$ , 则  $\mathbf{a}$  与  $\mathbf{b}$  的夹角是 ( )  
(A)  $\frac{\pi}{6}$  (B)  $\frac{\pi}{3}$  (C)  $\frac{2\pi}{3}$  (D)  $\frac{5\pi}{6}$
9. 已知  $\left(x - \frac{a}{x}\right)^8$  展开式中常数项为 1120, 其中实数  $a$  是常数, 则展开式中各项系数的和是 ( )  
(A)  $2^8$  (B)  $3^8$  (C) 1 或  $3^8$  (D) 1 或  $2^8$
10. 如图,  $A, B, C$  是表面积为  $48\pi$  的球面上三点,  $AB = 2$ ,  $BC = 4$ ,  $\angle ABC = 60^\circ$ ,  $O$  为球心, 则直线  $OA$  与截面  $ABC$  所成的角是 ( )



- (A)  $\arcsin \frac{\sqrt{3}}{6}$  (B)  $\arccos \frac{\sqrt{3}}{6}$  (C)  $\arcsin \frac{\sqrt{3}}{3}$  (D)  $\arccos \frac{\sqrt{3}}{3}$

11. 定义在  $\mathbf{R}$  上的偶函数  $f(x)$  满足  $f(x) = f(x + 2)$ , 当  $x \in [3, 4]$  时,  $f(x) = x - 2$ , 则 ( )  
(A)  $f\left(\sin \frac{1}{2}\right) < f\left(\cos \frac{1}{2}\right)$  (B)  $f\left(\sin \frac{\pi}{3}\right) > f\left(\cos \frac{\pi}{3}\right)$   
(C)  $f(\sin 1) < f(\cos 1)$  (D)  $f\left(\sin \frac{3}{2}\right) > f\left(\cos \frac{3}{2}\right)$

12. 如图,  $B$  地在  $A$  地的正东方向 4 km 处,  $C$  地在  $B$  地的北偏东  $30^\circ$  方向 2 km 处, 河流的没岸  $PQ$  (曲线) 上任意一点到  $A$  的距离比到  $B$  的距离远 2 km. 现要在曲线  $PQ$  上选一处  $M$  建一座码头, 向  $B, C$  两地转运货物. 经测算, 从  $M$  到  $B, C$  两地修建公路的费用分别是  $a$  万元/km、 $2a$  万元/km, 那么修建这两条公路的总费用最低是 ( )



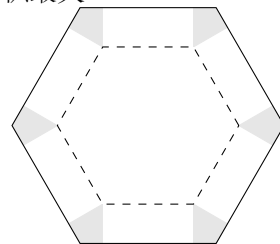
- (A)  $(\sqrt{7} + 1)a$  万元 (B)  $(2\sqrt{7} - 2)a$  万元  
(C)  $2\sqrt{7}a$  万元 (D)  $(\sqrt{7} - 1)a$  万元

## 二、填空题

13. 直线  $x + 2y = 0$  被曲线  $x^2 + y^2 - 6x - 2y - 15 = 0$  所截得的弦长等于\_\_\_\_\_.

14. 设函数  $f(x) = \begin{cases} \frac{1}{2}x - 1 & (x \geq 0) \\ \frac{1}{x} & (x < 0) \end{cases}$ . 若  $f(a) > a$ , 则实数  $a$  的取值范围是\_\_\_\_\_.

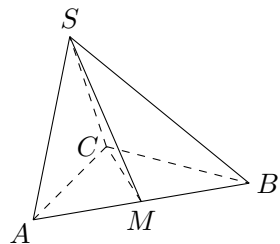
15. 一个总体中有 100 个个体, 随机编号 0, 1, 2,  $\dots$ , 99, 依编号顺序平均分成 10 个小组, 组号依次为 1, 2, 3,  $\dots$ , 10. 现用系统抽样方法抽取一个容量为 10 的样本, 规定如果在第 1 组随机抽取的号码为  $m$ , 那么在第  $k$  组中抽取的号码个位数字与  $m + k$  的个位数字相同, 若  $m = 6$ , 则在第 7 组中抽取的号码是\_\_\_\_\_.
16. 如图, 将边长为 1 的正六边形铁皮的六个角各切去一个全等的四边形, 再沿虚线折起, 做成一个无盖的正六棱柱容器. 当这个正六棱柱容器的底面边长为\_\_\_\_\_时, 其容积最大.



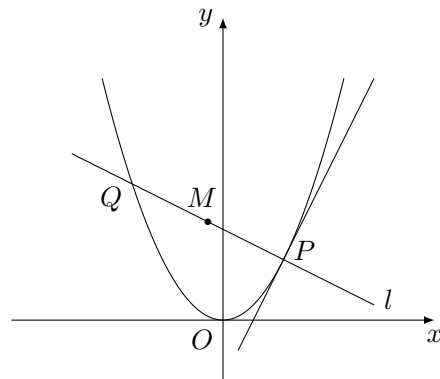
## 三、解答题

17. 设函数  $f(x) = \mathbf{a} \cdot \mathbf{b}$ , 其中向量  $\mathbf{a} = (2 \cos x, 1)$ ,  $\mathbf{b} = (\cos x, \sqrt{3} \sin 2x)$ ,  $x \in \mathbf{R}$ .  
(1) 若  $f(x) = 1 - \sqrt{3}$  且  $x \in \left[-\frac{\pi}{3}, \frac{\pi}{3}\right]$ , 求  $x$ ;  
(2) 若函数  $y = 2 \sin 2x$  的图象按向量  $\mathbf{c} = (m, n)$  ( $|m| < \frac{\pi}{2}$ ) 平移后得到函数  $y = f(x)$  的图象, 求实数  $m, n$  的值.
18. 甲、乙两人参加一次英语口语考试, 已知在备选的 10 道试题中, 甲能答对其中的 6 题, 乙能答对其中的 8 题. 规定每次考试都从备选题中随机抽出 3 题进行测试, 至少答对 2 题才算合格.  
(1) 分别求甲、乙两人考试合格的概率;  
(2) 求甲、乙两人至少有一人考试合格的概率.

19. 在三棱锥  $S-ABC$  中,  $\triangle ABC$  是边长为 4 的正三角形, 平面  $SAC \perp$  平面  $ABC$ ,  $SA = SC = 2\sqrt{2}$ ,  $M$  为  $AB$  的中点.
- (1) 证明:  $AC \perp SB$ ;
  - (2) 求二面角  $S-CM-B$  的大小;
  - (3) 求点  $B$  到平面  $SCM$  的距离.



21. 如图,  $P$  是抛物线  $C: y = \frac{1}{2}x^2$  上一点, 直线  $l$  过点  $P$  并与抛物线  $C$  在点  $P$  的切线垂直,  $l$  与抛物线  $C$  相交于另一点  $Q$ .
- (1) 当点  $P$  的横坐标为 2 时, 求直线  $l$  的方程;
  - (2) 当点  $P$  在抛物线  $C$  上移动时, 求线段  $PQ$  中点  $M$  的轨迹方程, 并求点  $M$  到  $x$  轴的最短距离.



22. 已知  $f(x) = 4x + ax^2 - \frac{2}{3}x^3$  ( $x \in \mathbf{R}$ ) 在区间  $[-1, 1]$  上是增函数.
- (1) 求实数  $a$  的值组成的集合  $A$ ;
  - (2) 设关于  $x$  的方程  $f(x) = 2x + \frac{1}{3}x^3$  的两个非零实根为  $x_1, x_2$ . 试问: 是否存在实数  $m$ , 使得不等式  $m^2 + tm + 1 \geq |x_1 - x_2|$  对任意  $a \in A$  及  $t \in [-1, 1]$  恒成立? 若存在, 求  $m$  的取值范围; 若不存在, 请说明理由.

20. 某企业 2003 年的纯利润为 500 万元, 因设备老化等原因, 企业的生产能力将逐年下降. 若不能进行技术改造, 预测从今年起每年比上一年纯利润减少 20 万元, 今年初该企业一次性投入资金 600 万元进行技术改造, 预测在未扣除技术改造资金的情况下, 第  $n$  年 (今年为第一年) 的利润为  $500 \left(1 + \frac{1}{2^n}\right)$  万元 ( $n$  为正整数).
- (1) 设从今年起的前  $n$  年, 若该企业不进行技术改造的累计纯利润为  $A_n$  万元, 进行技术改造后的累计纯利润为  $B_n$  万元 (须扣除技术改造资金), 求  $A_n, B_n$  的表达式;
  - (2) 依上述预测, 从今年起该企业至少经过多少年, 进行技术改造后的累计纯利润超过不进行技术改造的累计纯利润?