2008 年普通高等学校招生考试（安徽卷）

理科数学

一、选择题

1. 复数 $\mathrm{i}^3(1+\mathrm{i})^2=$ （　）

(A) 2　(B) -2　(C) $2\mathrm{i}$　(D) $-2\mathrm{i}$

2. 集合 $A=\{y\in\mathbf{R}|y=\lg x,x>1\}$, $B=\{-2,-1,1,2\}$ 则下列结论正确的是 （　）

(A) $A\cap B=\{-2,-1\}$　(B) $(\complement_{\mathbf{R}}A)\cup B=(-\infty,0)$

(C) $A\cup B=(0,+\infty)$　(D) $(\complement_{\mathbf{R}}A)\cap B=\{-2,-1\}$

3. 在平行四边形 $ABCD$ 中, AC 为一条对角线, 若 $\overrightarrow{AB}=(2,4)$, $\overrightarrow{AC}=(1,3)$, 则 $\overrightarrow{BD}=$ （　）

(A) $(-2,-4)$　(B) $(-3,-5)$　(C) $(3,5)$　(D) $(2,4)$

4. 已知 m, n 是两条不同直线, α, β, γ 是三个不同平面, 下列命题中正确的是 （　）

(A) 若 $m\parallel\alpha$, $n\parallel\alpha$, 则 $m\parallel n$　(B) 若 $\alpha\perp\gamma$, $\beta\perp\gamma$, 则 $\alpha\parallel\beta$

(C) 若 $m\parallel\alpha$, $m\parallel\beta$, 则 $\alpha\parallel\beta$　(D) 若 $m\perp\alpha$, $n\perp\alpha$, 则 $m\parallel n$

5. 将函数 $y=\sin\left(2x+\dfrac{\pi}{3}\right)$ 的图象按向量 $\boldsymbol{a}$ 平移后所得的图象关于点 $\left(-\dfrac{\pi}{12},0\right)$ 中心对称, 则向量 $\boldsymbol{a}$ 的坐标可能为 （　）

(A) $\left(-\dfrac{\pi}{12},0\right)$　(B) $\left(-\dfrac{\pi}{6},0\right)$　(C) $\left(\dfrac{\pi}{12},0\right)$　(D) $\left(\dfrac{\pi}{6},0\right)$

6. 设 $(1+x)^8=a_0+a_1x+\cdots+a_8x^8$, 则 a_0, a_1, $\cdots$, a_8 中奇数的个数为（　）

(A) 2　(B) 3　(C) 4　(D) 5

7. $a<0$ 是方程 $ax^2+2x+1=0$ 至少有一个负数根的 （　）

(A) 必要不充分条件　(B) 充分不必要条件

(C) 充分必要条件　(D) 既不充分也不必要条件

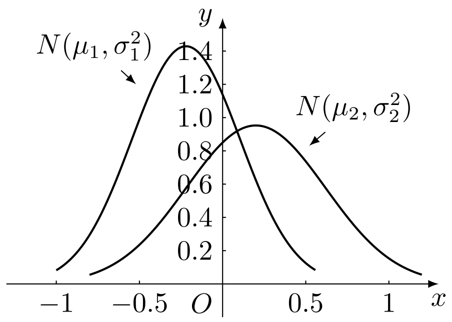
8. 若过点 $A(4,0)$ 的直线 l 与曲线 $(x-2)^2+y^2=1$ 有公共点, 则直线 l 的斜率的取值范围为 （　）

(A) $[-\sqrt{3},\sqrt{3}]$　(B) $(-\sqrt{3},\sqrt{3})$　(C) $\left[-\dfrac{\sqrt{3}}{3},\dfrac{\sqrt{3}}{3}\right]$　(D) $\left(-\dfrac{\sqrt{3}}{3},\dfrac{\sqrt{3}}{3}\right)$

9. 在同一平面直角坐标系中, 函数 $y=g(x)$ 的图象与 $y=\mathrm{e}^x$ 的图象关于直线 $y=x$ 对称. 而函数 $y=f(x)$ 的图象与 $y=g(x)$ 的图象关于 y 轴对称. 若 $f(m)=-1$, 则 m 的值是 （　）

(A) $-\mathrm{e}$　(B) $-\dfrac{1}{\mathrm{e}}$　(C) e　(D) $\dfrac{1}{\mathrm{e}}$

10. 设两个正态分布 $N(\mu_1,\sigma_1^2)$ $(\sigma_1>0)$ 和 $N(\mu_2,\sigma_2^2)$ $(\sigma_2>0)$ 的密度函数图象如图所示, 则有 （　）



(A) $\mu_1<\mu_2$, $\sigma_1<\sigma_2$　(B) $\mu_1<\mu_2$, $\sigma_1>\sigma_2$

(C) $\mu_1>\mu_2$, $\sigma_1<\sigma_2$　(D) $\mu_1>\mu_2$, $\sigma_1>\sigma_2$

11. 若函数 $f(x)$, $g(x)$ 分别是 $\mathbf{R}$ 上的奇函数、偶函数, 且满足 $f(x)-g(x)=\mathrm{e}^x$, 则有 （　）

(A) $f(2)<f(3)<g(0)$　(B) $g(0)<f(3)<f(2)$

(C) $f(2)<g(0)<f(3)$　(D) $g(0)<f(2)<f(3)$

12. 12 名同学合影, 站成前排 4 人后排 8 人, 现摄影师要从后排 8 人中抽 2 人调整到前排, 若其他人的相对顺序不变, 则不同调整方法的总数是 （　）

(A) $\mathrm{C}_8^2\mathrm{A}_3^2$　(B) $\mathrm{C}_8^2\mathrm{A}_6^6$　(C) $\mathrm{C}_8^2\mathrm{A}_6^2$　(D) $\mathrm{C}_8^2\mathrm{A}_5^2$

二、填空题

13. 函数 $f(x)=\dfrac{\sqrt{|x-2|-1}}{\log_2(x-1)}$ 的定义域为______.

14. 在数列 $\{a_n\}$ 在中, $a_n=4n-\dfrac{5}{2}$, $a_1+a_2+\cdots a_n=an^2+bn$, $n\in\mathbf{N}^*$, 其中 a, b 为常数, 则 $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{a^n-b^n}{a^n+b^n}$ 的值是______.

15. 若 A 为不等式组 $\begin{cases}x\leqslant 0\\ y\geqslant 0\\ y-x\leqslant 2\end{cases}$ 表示的平面区域, 则当 a 从 -2 连续变化到 1 时, 动直线 $x+y=a$ 扫过 A 中的那部分区域的面积为______.

16. 已知 A, B, C, D 在同一个球面上, $AB\perp$ 平面 BCD, $BC\perp CD$, 若 $AB=6$, $AC=2\sqrt{13}$, $AD=8$, 则 B, C 两点间的球面距离是______.

三、解答题

17. 已知函数 $f(x)=\cos\left(2x-\dfrac{\pi}{3}\right)+2\sin\left(x-\dfrac{\pi}{4}\right)\sin\left(x+\dfrac{\pi}{4}\right)$.

(1) 求函数 $f(x)$ 的最小正周期和图象的对称轴方程;

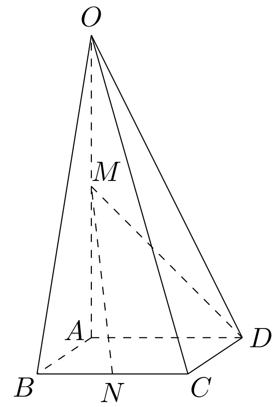
(2) 求函数 $f(x)$ 在区间 $\left[-\dfrac{\pi}{12},\dfrac{\pi}{2}\right]$ 上的值域.

18. 如图, 在四棱锥 $O-ABCD$ 中, 底面 $ABCD$ 四边长为 1 的菱形, $\angle ABC=\dfrac{\pi}{4}$. $OA\perp$ 底面 $ABCD$, $OA=2$, M 为 OA 的中点, N 为 BC 的中点.

(1) 证明: 直线 $MN\parallel$ 平面 OCD;

(2) 求异面直线 AB 与 MD 所成角的大小;

(3) 求点 B 到平面 OCD 的距离.



19. 为防止风沙危害, 某地决定建设防护绿化带, 种植杨树、沙柳等植物. 某人一次种植了 n 株沙柳, 各株沙柳成活与否是相互独立的, 成活率为 p, 设 ξ 为成活沙柳的株数, 数学期望 $E\xi=3$, 标准差 $\sigma\xi$ 为 $\dfrac{\sqrt{6}}{2}$.

(1) 求 n, p 的值, 并写出 ξ 的分布列;

(2) 若有 3 株或 3 株以上的沙柳未成活, 则需要补种, 求需要补种沙柳的概率.

20. 设函数 $f(x)=\dfrac{1}{x\ln x}$ $(x>0$ 且 $x\neq 1)$.

(1) 求函数 $f(x)$ 的单调区间;

(2) 已知 $2^{\frac{1}{x}}>x^a$ 对任意 $x\in(0,1)$ 成立, 求实数 a 的取值范围.

21. 设数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_0=0$, $a_{n+1}=ca_n^3+1-c$, $n\in\mathbf{N}^*$, 其中 c 为实数.

(1) 证明: $a_n\in[0,1]$ 对任意 $n\in\mathbf{N}^*$ 成立的充分必要条件是 $c\in[0,1]$;

(2) 设 $0<c<\dfrac{1}{3}$, 证明: $a_n\geqslant 1-(3c)^{n-1}$, $n\in\mathbf{N}^*$;

(3) 设 $0<c<\dfrac{1}{3}$, 证明: $a_1^2+a_2^2+\cdots+a_n^2>n+1-\dfrac{2}{1-3c}$, $n\in\mathbf{N}^*$

22. 设椭圆 C: $\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1$ $(a>b>0)$ 过点 $M\left(\sqrt{2},1\right)$, 且左焦点为 $F_1\left(-\sqrt{2},0\right)$.

(1) 求椭圆 C 的方程;

(2) 当过点 $P(4,1)$ 的动直线 l 与椭圆 C 相交与两不同点 A, B 时, 在线段 AB 上取点 Q, 满足 $\left|\overrightarrow{AP}\right|\cdot\left|\overrightarrow{QB}\right|=\left|\overrightarrow{AQ}\right|\cdot\left|\overrightarrow{PB}\right|$, 证明: 点 Q 总在某定直线上.