

# 文科数学

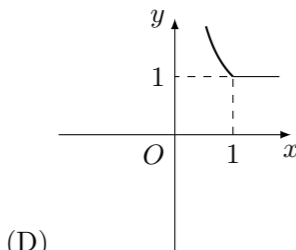
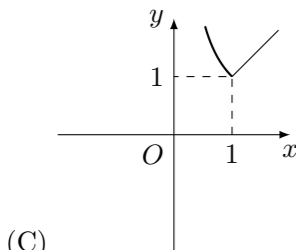
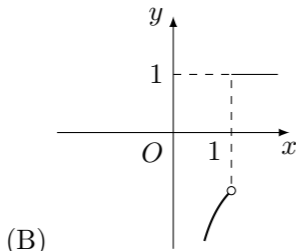
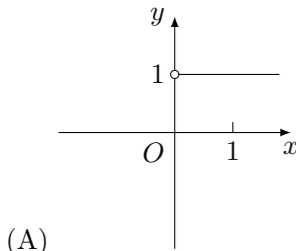
## 一、选择题

1. 设  $P$ 、 $Q$  为两个非空实数集合, 定义集合  $P + Q = \{a + b | a \in P, b \in Q\}$ , 若  $P = \{0, 2, 5\}$ ,  $Q = \{1, 2, 6\}$ , 则  $P + Q$  中元素的个数是 ( )
- (A) 9 (B) 8 (C) 7 (D) 6

2. 对任意实数  $a, b, c$ , 给出下列命题:
- ① “ $a = b$ ”是“ $ac = bc$ ”充要条件;  
 ② “ $a + 5$  是无理数”是“ $a$  是无理数”的充要条件;  
 ③ “ $a > b$ ”是“ $a^2 > b^2$ ”的充分条件;  
 ④ “ $a < 5$ ”是“ $a < 3$ ”的必要条件.
- 其中真命题的个数是 ( )
- (A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4

3. 已知向量  $\vec{a} = (-2, 2)$ ,  $\vec{b} = (5, k)$ . 若  $|\vec{a} + \vec{b}|$  不超过 5, 则  $k$  的取值范围是 ( )
- (A)  $[-4, 6]$  (B)  $[-6, 4]$  (C)  $[-6, 2]$  (D)  $[-2, 6]$

4. 函数  $y = e^{|\ln x|} - |x - 1|$  的图象大致是 ( )



5. 木星的体积约是地球体积的  $240\sqrt{30}$  倍, 则它的表面积约是地球表面积的 ( )
- (A) 60 倍 (B)  $60\sqrt{30}$  倍 (C) 120 倍 (D)  $120\sqrt{30}$  倍

6. 双曲线  $\frac{x^2}{m} - \frac{y^2}{n} = 1$  ( $mn \neq 0$ ) 离心率为 2, 有一个焦点与抛物线  $y^2 = 4x$  的焦点重合, 则  $mn$  的值为 ( )
- (A)  $\frac{3}{16}$  (B)  $\frac{3}{8}$  (C)  $\frac{16}{3}$  (D)  $\frac{8}{3}$

7. 在  $y = 2^x$ ,  $y = \log_2 x$ ,  $y = x^2$ ,  $y = \cos 2x$  这四个函数中, 当  $0 < x_1 < x_2 < 1$  时, 使  $f\left(\frac{x_1 + x_2}{2}\right) > \frac{f(x_1) + f(x_2)}{2}$  恒成立的函数的个数是 ( )
- (A) 0 (B) 1 (C) 2 (D) 3

8. 已知  $a$ 、 $b$ 、 $c$  是直线,  $\beta$  是平面, 给出下列命题:
- ① 若  $a \perp b$ ,  $b \perp c$ , 则  $a \parallel c$ ;  
 ② 若  $a \parallel b$ ,  $b \perp c$ , 则  $a \perp c$ ;  
 ③ 若  $a \parallel \beta$ ,  $b \subset \beta$ , 则  $a \parallel b$ ;  
 ④ 若  $a$  与  $b$  异面, 且  $a \parallel \beta$ , 则  $b \perp \beta$  相交;  
 ⑤ 若  $a$  与  $b$  异面, 则至多有一条直线与  $a, b$  都垂直.
- 其中真命题的个数是 ( )
- (A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4

9. 把一同排 6 张座位编号为 1, 2, 3, 4, 5, 6 的电影票全部分给 4 个人, 每人至少分 1 张, 至多分 2 张, 且这两张票具有连续的编号, 那么不同的分法种数是 ( )
- (A) 168 (B) 96 (C) 72 (D) 144

10. 若  $\sin \alpha + \cos \alpha = \tan \alpha$  ( $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$ ), 则  $\alpha \in$  ( )
- (A)  $(0, \frac{\pi}{6})$  (B)  $(\frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{4})$  (C)  $(\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{3})$  (D)  $(\frac{\pi}{3}, \frac{\pi}{2})$

11. 在函数  $y = x^3 - 8x$  的图象上, 其切线的倾斜角小于  $\frac{\pi}{4}$  的点中, 坐标为整数的点的个数是 ( )
- (A) 3 (B) 2 (C) 1 (D) 0

12. 某初级中学有学生 270 人, 其中一年级 108 人, 二、三年级各 81 人, 现要利用抽样方法抽取 10 人参加某项调查, 考虑选用简单随机抽样、分层抽样和系统抽样三种方案, 使用简单随机抽样和分层抽样时, 将学生按一、二、三年级依次统一编号为 1, 2,  $\dots$ , 270; 使用系统抽样时, 将学生统一随机编号 1, 2,  $\dots$ , 270, 并将整个编号依次分为 10 段. 如果抽得号码有下列四种情况:
- ① 7, 34, 61, 88, 115, 142, 169, 196, 223, 250;  
 ② 5, 9, 100, 107, 111, 121, 180, 195, 200, 265;  
 ③ 11, 38, 65, 92, 119, 146, 173, 200, 227, 254;  
 ④ 30, 57, 84, 111, 138, 165, 192, 219, 246, 270;
- 关于上述样本的下列结论中, 正确的是 ( )

- (A) ②、③都不能为系统抽样 (B) ②、④都不能为分层抽样  
 (C) ①、④都可能为系统抽样 (D) ①、③都可能为分层抽样

## 二、填空题

13. 函数  $f(x) = \frac{\sqrt{x-2}}{x-3} \lg \sqrt{4-x}$  的定义域是\_\_\_\_\_.
14.  $\left(x^3 - \frac{2}{x}\right)^4 + \left(x + \frac{1}{x}\right)^8$  的展开式中整理后的常数项等于\_\_\_\_\_.
15. 函数  $y = |\sin x| \cos x - 1$  的最小正周期与最大值的和为\_\_\_\_\_.

16. 某实验室需购某种化工原料 106 千克, 现在市场上该原料有两种包装, 一种是每袋 35 千克, 价格为 140 元; 另一种是每袋 24 千克, 价格为 120 元. 在满足需要的条件下, 最少要花费\_\_\_\_\_元.

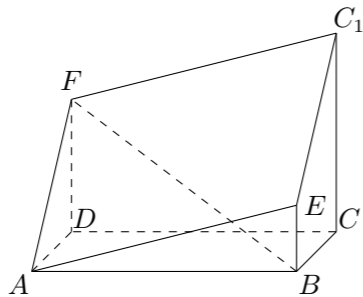
## 三、解答题

17. 已知向量  $\vec{a} = (x^2, x + 1)$ ,  $\vec{b} = (1 - x, t)$ , 若函数  $f(x) = \vec{a} \cdot \vec{b}$  在区间  $(-1, 1)$  上是增函数, 求  $t$  的取值范围.

18. 在  $\triangle ABC$  中, 已知  $\tan B = \sqrt{3}$ ,  $\cos C = \frac{1}{3}$ ,  $AC = 3\sqrt{6}$ , 求  $\triangle ABC$  的面积.

19. 设数列  $\{a_n\}$  的前  $n$  项和为  $S_n = 2n^2$ ,  $\{b_n\}$  为等比数列, 且  $a_1 = b_1$ ,  $b_2(a_2 - a_1) = b_1$ .
- (1) 求数列  $\{a_n\}$  和  $\{b_n\}$  的通项公式;
  - (2) 设  $c_n = \frac{a_n}{b_n}$ , 求数列  $\{c_n\}$  的前  $n$  项和  $T_n$ .

20. 如图所示的多面体是由底面为  $ABCD$  的长方体被截面  $AEC_1F$  所截面而得到的, 其中  $AB = 4$ ,  $BC = 2$ ,  $CC_1 = 3$ ,  $BE = 1$ .
- (1) 求  $BF$  的长;
  - (2) 求点  $C$  到平面  $AEC_1F$  的距离.



21. 某会议室用 5 盏灯照明, 每盏灯各使用灯泡一只, 且型号相同. 假定每盏灯能否正常照明只与灯泡的寿命有关, 该型号的灯泡寿命为 1 年以上的概率为  $p_1$ , 寿命为 2 年以上的概率为  $p_2$ . 从使用之日起每满 1 年进行一次灯泡更换工作, 只更换已坏的灯泡, 平时不换.
- (1) 在第一次灯泡更换工作中, 求不需要换灯泡的概率和更换 2 只灯泡的概率;
  - (2) 在第二次灯泡更换工作中, 对其中的某一盏灯来说, 求该盏灯需要更换灯泡的概率;
  - (3) 当  $p_1 = 0.8$ ,  $p_2 = 0.3$  时, 求在第二次灯泡更换工作, 至少需要更换 4 只灯泡的概率. (结果保留两个有效数字)

22. 设  $A$ 、 $B$  是椭圆  $3x^2 + y^2 = \lambda$  上的两点, 点  $N(1, 3)$  是线段  $AB$  的中点, 线段  $AB$  的垂直平分线与椭圆相交于  $C$ 、 $D$  两点.
- (1) 确定  $\lambda$  的取值范围, 并求直线  $AB$  的方程;
  - (2) 试判断是否存在这样的  $\lambda$ , 使得  $A$ 、 $B$ 、 $C$ 、 $D$  四点在同一个圆上? 并说明理由.