2011 年普通高等学校招生考试（江西卷）

理科数学

一、选择题

1. 若 $z=\dfrac{1+2\mathrm{i}}{\mathrm{i}}$, 则复数 $\overline{z}=$ （ ）

(A) $-2-\mathrm{i}$ (B) $-2+\mathrm{i}$ (C) $2-\mathrm{i}$ (D) $2+\mathrm{i}$

2. 若集合 $A=\{x\mid -1\leqslant 2x+1\leqslant 3\}$, $B=\left\{x\mid \dfrac{x-2}{x}\leqslant 0\right\}$, 则 $A\cap B=$（ ）

(A) $\{x\mid -1\leqslant x<0\}$ (B) $\{x\mid 0<x\leqslant 1\}$

(C) $\{x\mid 0\leqslant x\leqslant 2\}$ (D) $\{x\mid 0\leqslant x\leqslant 1\}$

3. 若 $f(x)=\dfrac{1}{\sqrt{\log_{\frac{1}{2}}(2x+1)}}$, 则 $f(x)$ 定义域为 （ ）

(A) $\left(-\dfrac{1}{2},0\right)$ (B) $\left(-\dfrac{1}{2},0\right]$ (C) $\left(-\dfrac{1}{2},+\infty\right)$ (D) $(0,+\infty)$

4. 若 $f(x)=x^2-2x-4\ln x$, 则 $f'(x)>0$ 的解集为 （ ）

(A) $(0,+\infty)$ (B) $(-1,0)\cup(2,+\infty)$

(C) $(2,+\infty)$ (D) $(-1,0)$

5. 已知数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和 S_n 满足: $S_n+S_m=S_{n+m}$, 且 $a_1=1$, 那么 $a_{10}=$ （ ）

(A) 1 (B) 9 (C) 10 (D) 55

6. 变量 X 与 Y 相对应的一组数据为 $(10,1)$, $(11.3,2)$, $(11.8,3)$, $(12.5,4)$, $(13,5)$; 变量 U 与 V 相对应的一组数据为 $(10,5)$, $(11.3,4)$, $(11.8,3)$, $(12.5,2)$, $(13,1)$. r_1 表示变量 Y 与 X 之间的线性相关系数, r_2 表示变量 V 与 U 之间的线性相关系数, 则 （ ）

(A) $r_2<r_1<0$ (B) $0<r_2<r_1$ (C) $r_2<0<r_1$ (D) $r_2=r_1$

7. 观察下列各式: $5^5=3125$, $5^6=15625$, $5^7=78125$, $\cdots$, 则 5^{2011} 的末四位数字为 （ ）

(A) 3125 (B) 5625 (C) 0625 (D) 8125

8. 已知 α_1, α_2, α_3 是三个相互平行的平面, 平面 α_1, α_2 之间的距离为 d_1, 平面 α_2, α_3 之间的距离为 d_2. 直线 l 与 α_1, α_2, α_3 分别交于 P_1, P_2, P_3. 那么"$P_1P_2=P_2P_3$"是"$d_1=d_2$"的

(A) 充分不必要条件 (B) 必要不充分条件

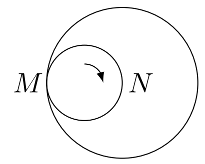
(C) 充分必要条件 (D) 既不充分也不必要条件

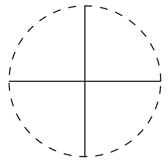
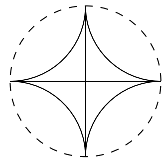
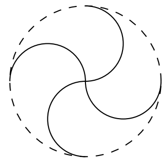
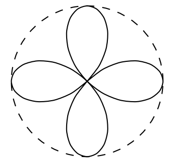
9. 若曲线 C_1: $x^2+y^2-2x=0$ 与曲线 C_2: $y(y-mx-m)=0$ 有四个不同的交点, 则实数 m 的取值范围是 （ ）

(A) $\left(-\dfrac{\sqrt{3}}{3},\dfrac{\sqrt{3}}{3}\right)$ (B) $\left(-\dfrac{\sqrt{3}}{3},0\right)\cup\left(0,\dfrac{\sqrt{3}}{3}\right)$

(C) $\left[-\dfrac{\sqrt{3}}{3},\dfrac{\sqrt{3}}{3}\right]$ (D) $\left(-\infty,-\dfrac{\sqrt{3}}{3}\right)\cup\left(\dfrac{\sqrt{3}}{3},+\infty\right)$

10. 如图, 一个直径为 1 的小圆沿着直径为 2 的大圆内壁逆时针方向滚动, M 和 N 是小圆的一条固定直径的两个端点. 那么, 当小圆这样滚过大圆内壁一周, 点 M, N 在大圆内所绘出的图形大致是 （ ）



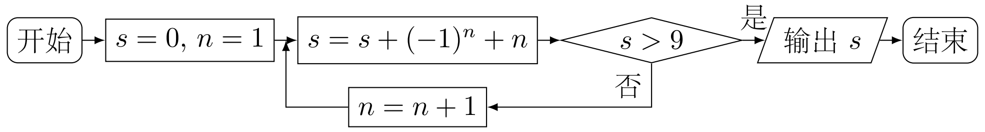

(A)

(B)

(C)

(D)

二、填空题

11. 已知 $|\boldsymbol{a}|=|\boldsymbol{b}|=2$, $(\boldsymbol{a}+2\boldsymbol{b})\cdot(\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b})=-2$, 则 $\boldsymbol{a}$ 与 $\boldsymbol{b}$ 的夹角为______.

12. 小波通过做游戏的方式来确定周末活动, 他随机地往单位圆内投掷一点, 若此点到圆心的距离大于 $\dfrac{1}{2}$, 则周末去看电影; 若此点到圆心的距离小于 $\dfrac{1}{4}$, 则去打篮球; 否则, 在家看书. 则小波周末不在家看书的概率为______.

13. 下图是某算法程序框图, 则程序运行后输出的结果是______.



14. 若椭圆 $\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1$ 的焦点在 x 轴上, 过点 $\left(1,\dfrac{1}{2}\right)$ 作圆 $x^2+y^2=1$ 的切线, 切点分别为 A, B, 直线 AB 恰好经过椭圆的右焦点和上顶点, 则椭圆方程是______.

15. 二选一.

【A】若曲线的极坐标方程为 $\rho=2\sin\theta+4\cos\theta$, 以极点为原点, 极轴为 x 轴正半轴建立直角坐标系, 则该曲线的直角坐标方程为______.

【B】对于实数 x, y, 若 $|x-1|\leqslant 1$, $|y-2|\leqslant 1$, 则 $|x-2y+1|$ 的最大值为______.

三、解答题

16. 某饮料公司招聘一名员工, 现对其进行一项测试, 以便确定工资级别. 公司准备了两种不同的饮料共 8 杯, 其颜色完全相同, 并且其中 4 杯为 A 饮料, 另外 4 杯为 B 饮料, 公司要求此员工一一品尝后, 从 8 杯饮料中选出 4 杯 A 饮料. 若 4 杯都选对, 则月工资定为 3500 元; 若 4 杯选对 3 杯, 则月工资定为 2800 元; 否则月工资定为 2100 元. 令 X 表示此人选对 A 饮料的杯数. 假设此人对 A 和 B 两种饮料没有鉴别能力.

(1) 求 X 的分布列;

(2) 求此员工月工资的期望.

17. 在 $\triangle ABC$ 中, 角 A, B, C 的对边分别是 a, b, c, 已知 $\sin C+\cos C=1-\sin\dfrac{C}{2}$.

(1) 求 $\sin C$ 的值;

(2) 若 $a^2+b^2=4(a+b)-8$, 求边 c 的值.

18. 已知两个等比数列 $\{a_n\}$, $\{b_n\}$, 满足 $a_1=a\ (a>0)$, $b_1-a_1=1$, $b_2-a_2=2$, $b_3-a_3=3$.

(1) 若 $a=1$, 求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式;

(2) 若数列 $\{a_n\}$ 唯一, 求 a 的值.

19. 设 $f(x)=-\frac{1}{3}x^3+\frac{1}{2}x^2+2ax$.

(1) 若 $f(x)$ 在 $\left(\frac{2}{3},+\infty\right)$ 上存在单调递增区间, 求 a 的取值范围;

(2) 当 $0<a<2$ 时, $f(x)$ 在 $[1,4]$ 上的最小值为 $-\frac{16}{3}$, 求 $f(x)$ 在该区间上的最大值.

20. $P(x_0,y_0)$ $(x_0\neq\pm a)$ 是双曲线 E: $\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1$ $(a>0,\ b>0)$ 上一点, M, N 分别是双曲线 E 的左、右顶点, 直线 PM, PN 的斜率之积为 $\frac{1}{5}$.

(1) 求双曲线的离心率;

(2) 过双曲线 E 的右焦点且斜率为 1 的直线交双曲线于 A, B 两点, O 为坐标原点, C 为双曲线上的一点, 满足 $\overrightarrow{OC}=\lambda\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OB}$, 求 λ 的值.

21. (1) 如图, 对于任一给定的四面体 $A_1A_2A_3A_4$, 找出依次排列的四个相互平行的平面 α_1, α_2, α_3, α_4, 使得 $A_i\in\alpha_i$ $(i=1,\ 2,\ 3,\ 4)$, 且其中每相邻两个平面间的距离都相等;

(2) 给定依次排列的四个相互平行的平面 α_1, α_2, α_3, α_4, 其中每相邻两个平面间的距离都为 1, 若一个正四面体 $A_1A_2A_3A_4$ 的四个顶点满足: $A_i\in\alpha_i$ $(i=1,\ 2,\ 3,\ 4)$, 求该正四面体 $A_1A_2A_3A_4$ 的体积.