2012 年普通高等学校招生考试（陕西卷）

文科数学

一、选择题

1. 集合 $M=\{x\mid \lg x>0\}$, $N=\{x\mid x^2\leqslant 4\}$, 则 $M\cap N=$ （　）

(A) $(1,2)$　(B) $[1,2)$　(C) $(1,2]$　(D) $[1,2]$

2. 下列函数中, 既是奇函数又是增函数的为 （　）

(A) $y=x+1$　(B) $y=-x^3$　(C) $y=\dfrac{1}{x}$　(D) $y=x|x|$

3. 对某商店一个月内每天的顾客人数进行了统计, 得到样本的茎叶图 (如图所示), 则该样本的中位数、众数、极差分别是 （　）

1	2 5
2	0 2 3 3
3	1 2 4 4 8 9
4	5 5 5 7 7 8 8 9
5	0 0 1 1 4 7 9
6	1 7 8

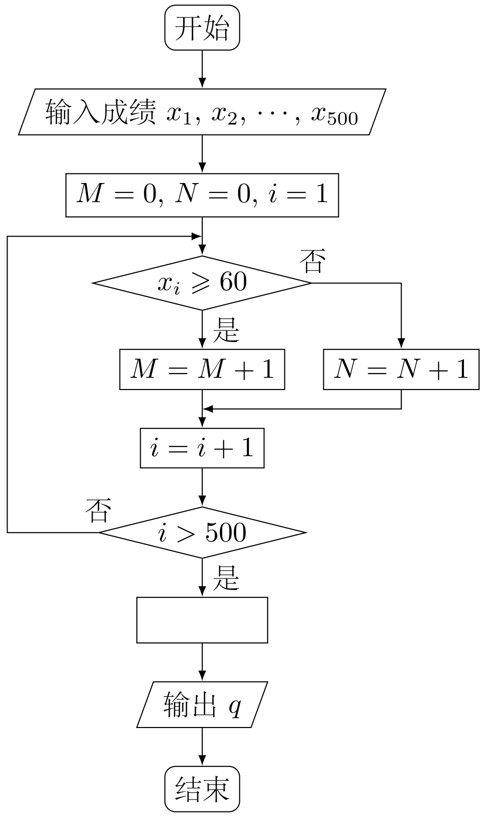
(A) 46, 45, 56　(B) 46, 45, 53　(C) 47, 45, 56　(D) 45, 47, 53

4. 设 $a, b\in \mathbf{R}$, i 是虚数单位, 则“$ab=0$”是“复数 $a+\dfrac{b}{\mathrm{i}}$ 为纯虚数”的 （　）

(A) 充分不必要条件　(B) 必要不充分条件

(C) 充分必要条件　(D) 既不充分也不必要条件

5. 如图所示是计算某年级 500 名学生期末考试 (满分为 100 分) 及格率 q 的程序框图, 则图中空白框内应填入 （　）



(A) $q=\dfrac{N}{M}$　(B) $q=\dfrac{M}{N}$　(C) $q=\dfrac{N}{M+N}$　(D) $q=\dfrac{M}{M+N}$

6. 已知圆 $C: x^2+y^2-4x=0$, l 是过点 $P(3,0)$ 的直线, 则 （　）

(A) l 与 C 相交　(B) l 与 C 相切

(C) l 与 C 相离　(D) 以上三个选项均有可能

7. 设向量 $\boldsymbol{a}=(1,\cos\theta)$ 与 $\boldsymbol{b}=(-1,2\cos\theta)$ 垂直, 则 $\cos 2\theta$ 等于 （　）

(A) $\dfrac{\sqrt{2}}{2}$　(B) $\dfrac{1}{2}$　(C) 0　(D) -1

8. 将正方体 (如图 1 所示) 截去两个三棱锥, 得到图 2 所示的几何体, 则该几何体的左视图为 （　）

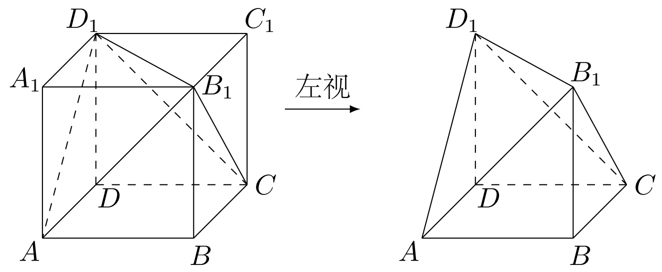
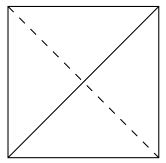
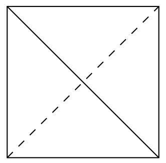
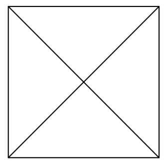
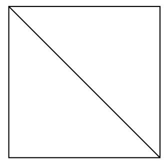


图 1　　图 2

(A) 　(B) 　(C) 　(D) 

9. 设函数 $f(x)=\dfrac{2}{x}+\ln x$, 则 （　）

(A) $x=\dfrac{1}{2}$ 为 $f(x)$ 的极大值点　(B) $x=\dfrac{1}{2}$ 为 $f(x)$ 的极小值点

(C) $x=2$ 为 $f(x)$ 的极大值点　(D) $x=2$ 为 $f(x)$ 的极小值点

10. 小王从甲地到乙地的往返时速分别为 a 和 b $(a<b)$, 其全程的平均时速为 v, 则 （　）

(A) $a<v<\sqrt{ab}$　(B) $v=\sqrt{ab}$

(C) $\sqrt{ab}<v<\dfrac{a+b}{2}$　(D) $v=\dfrac{a+b}{2}$

二、填空题

11. 设函数 $f(x)=\begin{cases}\sqrt{x}, & x\geqslant 0\\ \left(\dfrac{1}{2}\right)^x, & x<0\end{cases}$, 则 $f(f(-4))=$______.

12. 观察下列不等式:

$1+\dfrac{1}{2^2}<\dfrac{3}{2}$,

$1+\dfrac{1}{2^2}+\dfrac{1}{3^2}<\dfrac{5}{3}$,

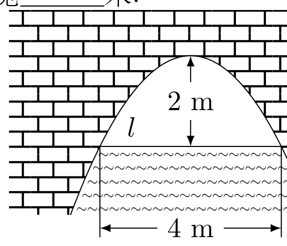
$1+\dfrac{1}{2^2}+\dfrac{1}{3^2}+\dfrac{1}{4^2}<\dfrac{7}{4}$,

……

照此规律, 第五个不等式为______.

13. 在 $\triangle ABC$ 中, 角 A, B, C 所对应的边长分别为 a, b, c, 若 $a=2, B=\dfrac{\pi}{6}, c=2\sqrt{3}$, 则 $b=$______.

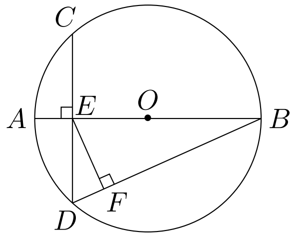
14. 如图是抛物线形拱桥, 当水面在 l 时, 拱顶离水面 2 米, 水面宽 4 米, 水位下降 1 米后, 水面宽______米.



15. 三选一.

【A】若存在实数 x 使 $|x-a|+|x-1|\leqslant 3$ 成立, 则实数 a 的取值范围是______.

【B】如图, 在圆 O 中, 直径 AB 与弦 CD 垂直, 垂足为 E, $EF\perp DB$, 垂足为 F, 若 $AB=6$, $AE=1$, 则 $DF\cdot DB=$______.



【C】直线 $2\rho\cos\theta=1$ 与圆 $\rho=2\cos\theta$ 相交的弦长为______.

三、解答题

16. 已知等比数列 $\{a_n\}$ 的公比为 $q=-\dfrac{1}{2}$.

(1) 若 $a_3=\dfrac{1}{4}$, 求数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和;

(2) 证明: 对任意 $k\in\mathbf{N}_+$, a_k, a_{k+2}, a_{k+1} 成等差数列.

17. 函数 $f(x)=A\sin\left(\omega x-\dfrac{\pi}{6}\right)+1\ (A>0,\ \omega>0)$ 的最大值为 3, 其图象相邻两条对称轴之间的距离为 $\dfrac{\pi}{2}$.

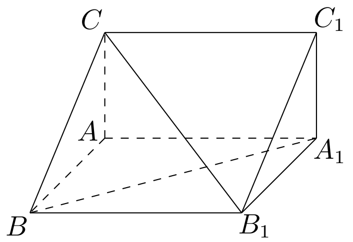
(1) 求函数 $f(x)$ 的解析式;

(2) 设 $\alpha\in\left(0,\dfrac{\pi}{2}\right)$, $f\left(\dfrac{\alpha}{2}\right)=2$, 求 α 的值.

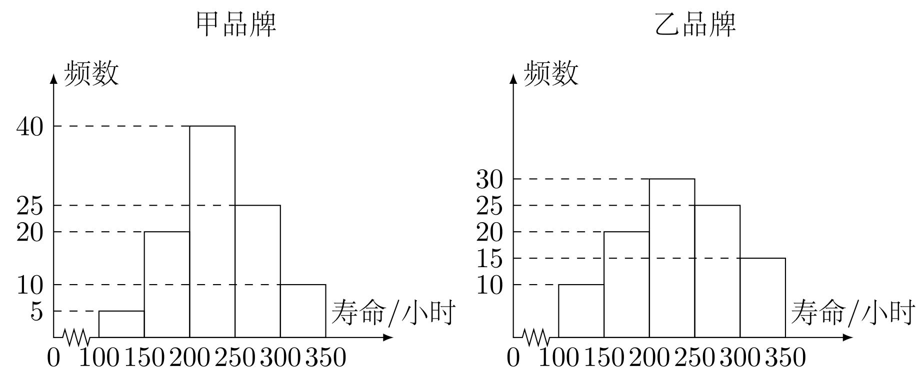
18. 直三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 中, $AB=AA_1$, $\angle CAB=\dfrac{\pi}{2}$.

(1) 证明: $CB_1\perp BA_1$;

(2) 已知 $AB=2$, $BC=\sqrt{5}$, 求三棱锥 C_1-ABA_1 的体积.



19. 假设甲乙两种品牌的同类产品在某地区市场上销售量相等, 为了解他们的使用寿命, 现从两种品牌的产品中分别随机抽取 100 个进行测试, 结果统计如下:



(1) 估计甲品牌产品寿命小于 200 小时的概率;

(2) 这两种品牌产品中, 某个产品已使用了 200 小时, 试估计该产品是甲品牌的概率.

20. 已知椭圆 $C_1:\dfrac{x^2}{4}+y^2=1$, 椭圆 C_2 以 C_1 的长轴为短轴, 且与 C_1 有相同的离心率.

(1) 求椭圆 C_2 的方程;

(2) 设 O 为坐标原点, 点 A, B 分别在椭圆 C_1 和 C_2 上, $\overrightarrow{OB}=2\overrightarrow{OA}$, 求直线 AB 的方程.

21. 设函数 $f_n(x)=x^n+bx+c\ (n\in\mathbf{N}_+,\ b,\ c\in\mathbf{R})$.

(1) 设 $n\geqslant 2$, $b=1$, $c=-1$, 证明: $f_n(x)$ 在区间 $\left(\dfrac{1}{2},1\right)$ 内存在唯一零点;

(2) 设 n 为偶数, $|f(-1)|\leqslant 1$, $|f(1)|\leqslant 1$, 求 $b+3c$ 的最小值和最大值;

(3) 设 $n=2$, 若对任意 x_1, $x_2\in[-1,1]$, 有 $|f_2(x_1)-f_2(x_2)|\leqslant 4$, 求 b 的取值范围.