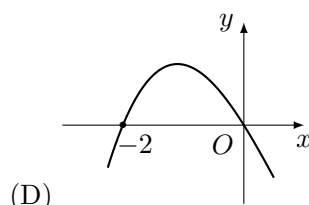
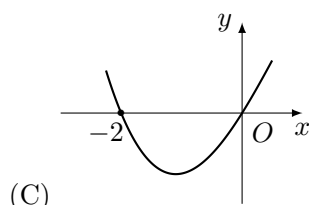
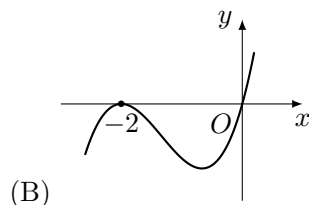
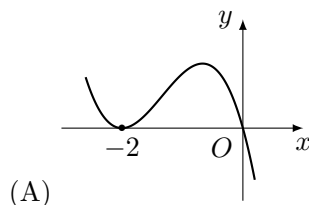


## 文科数学

## 一、选择题

- 命题“若  $p$  则  $q$ ”的逆命题是 ( )  
 (A) 若  $q$  则  $p$  (B) 若  $\neg p$  则  $\neg q$   
 (C) 若  $\neg q$  则  $\neg p$  (D) 若  $p$  则  $\neg q$
- 不等式  $\frac{x-1}{x+2} < 0$  的解集为 ( )  
 (A)  $(1, +\infty)$  (B)  $(-\infty, -2)$   
 (C)  $(-2, 1)$  (D)  $(-\infty, -2) \cup (1, +\infty)$
- 设  $A, B$  为直线  $y = x$  与圆  $x^2 + y^2 = 1$  的两个交点, 则  $|AB| =$  ( )  
 (A) 1 (B)  $\sqrt{2}$  (C)  $\sqrt{3}$  (D) 2
- $(1-3x)^5$  的展开式中  $x^3$  的系数为 ( )  
 (A) -270 (B) -90 (C) 90 (D) 270
- $\frac{\sin 47^\circ - \sin 17^\circ \cos 30^\circ}{\cos 17^\circ} =$  ( )  
 (A)  $-\frac{\sqrt{3}}{2}$  (B)  $-\frac{1}{2}$  (C)  $\frac{1}{2}$  (D)  $\frac{\sqrt{3}}{2}$
- 设  $x \in \mathbf{R}$ , 向量  $\mathbf{a} = (x, 1)$ ,  $\mathbf{b} = (1, -2)$ , 且  $\mathbf{a} \perp \mathbf{b}$ , 则  $|\mathbf{a} + \mathbf{b}| =$  ( )  
 (A)  $\sqrt{5}$  (B)  $\sqrt{10}$  (C)  $2\sqrt{5}$  (D) 10
- 已知  $a = \log_2 3 + \log_2 \sqrt{3}$ ,  $b = \log_2 9 - \log_2 \sqrt{3}$ ,  $c = \log_3 2$ , 则  $a, b, c$  的大小关系是 ( )  
 (A)  $a = b < c$  (B)  $a = b > c$  (C)  $a < b < c$  (D)  $a > b > c$
- 设函数  $f(x)$  在  $\mathbf{R}$  上可导, 其导函数为  $f'(x)$ , 且函数  $f(x)$  在  $x = -2$  处取得极小值, 则函数  $y = xf'(x)$  的图象可能是 ( )



- 设四面体的六条棱的长分别为 1, 1, 1, 1,  $\sqrt{2}$  和  $a$ , 且长为  $a$  的棱与长为  $\sqrt{2}$  的棱异面, 则  $a$  的取值范围是 ( )  
 (A)  $(0, \sqrt{2})$  (B)  $(0, \sqrt{3})$  (C)  $(1, \sqrt{2})$  (D)  $(1, \sqrt{3})$

- 设函数  $f(x) = x^2 - 4x + 3$ ,  $g(x) = 3^x - 2$ , 集合  $M = \{x \in \mathbf{R} \mid f(g(x)) > 0\}$ ,  $N = \{x \in \mathbf{R} \mid g(x) < 2\}$ , 则  $M \cap N$  为 ( )  
 (A)  $(1, +\infty)$  (B)  $(0, 1)$  (C)  $(-1, 1)$  (D)  $(-\infty, 1)$

## 二、填空题

- 首项为 1, 公比为 2 的等比数列的前 4 项和  $S_4 =$ \_\_\_\_\_.
- 若  $f(x) = (x+a)(x-4)$  为偶函数, 则实数  $a =$ \_\_\_\_\_.
- 设  $\triangle ABC$  的内角  $A, B, C$  的对边分别为  $a, b, c$ , 且  $a = 1, b = 2$ ,  $\cos C = \frac{1}{4}$ , 则  $\sin B =$ \_\_\_\_\_.
- 设  $P$  为直线  $y = \frac{b}{3a}x$  与双曲线  $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$  ( $a > 0, b > 0$ ) 左支的交点,  $F_1$  是左焦点,  $PF_1$  垂直于  $x$  轴, 则双曲线的离心率  $e =$ \_\_\_\_\_.
- 某艺校在一天的 6 节课中随机安排语文、数学、外语三门文化课和其他三门艺术课各 1 节, 则在课表上的相邻两节文化课之间至少间隔 1 节艺术课的概率为\_\_\_\_\_. (用数字作答)

## 三、解答题

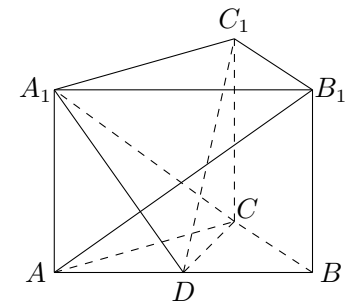
- 已知  $\{a_n\}$  为等差数列, 且  $a_1 + a_3 = 8$ ,  $a_2 + a_4 = 12$ .  
 (1) 求  $\{a_n\}$  的通项公式;  
 (2) 记  $\{a_n\}$  的前  $n$  项和为  $\{S_n\}$ , 若  $a_1, a_k, a_{k+2}$  成等比数列, 求正整数  $k$  的值.

- 已知函数  $f(x) = ax^3 + bx + c$  在点  $x = 2$  处取得极值  $c - 16$ .  
 (1) 求  $a, b$  的值;  
 (2) 若  $f(x)$  有极大值 28, 求  $f(x)$  在  $[-3, 3]$  上的最小值.

- 甲、乙两人轮流投篮, 每人每次投一球. 约定甲先投且先投中者获胜, 一直到有人获胜或每人都已投球 3 次时投篮结束. 设甲每次投篮投中的概率为  $\frac{1}{3}$ , 乙每次投篮投中的概率为  $\frac{1}{2}$ , 且各次投篮互不影响.  
 (1) 求乙获胜的概率;  
 (2) 求投篮结束时乙只投了 2 个球的概率.

19. 设函数  $f(x) = A \sin(\omega x + \varphi)$  (其中  $A > 0, \omega > 0, -\pi < \varphi \leq \pi$ ) 在  $x = \frac{\pi}{6}$  处取得最大值 2, 其图象与  $x$  轴的相邻两个交点的距离为  $\frac{\pi}{2}$ .
- (1) 求  $f(x)$  的解析式;
- (2) 求函数  $g(x) = \frac{6 \cos^4 x - \sin^2 x - 1}{f\left(x + \frac{\pi}{6}\right)}$  的值域.

20. 如图, 在直三棱柱  $ABC - A_1B_1C_1$  中,  $AB = 4, AC = BC = 3, D$  为  $AB$  的中点.
- (1) 求异面直线  $CC_1$  和  $AB$  的距离;
- (2) 若  $AB_1 \perp A_1C$ , 求二面角  $A_1 - CD - B_1$  的平面角的余弦值.



21. 如图, 设椭圆的中心为原点  $O$ , 长轴在  $x$  轴上, 上顶点为  $A$ , 左、右焦点分别为  $F_1, F_2$ , 线段  $OF_1, OF_2$  的中点分别为  $B_1, B_2$ , 且  $\triangle AB_1B_2$  是面积为 4 的直角三角形.
- (1) 求该椭圆的离心率和标准方程;
- (2) 过  $B_1$  作直线交椭圆于  $P, Q$  两点, 使  $PB_2 \perp QB_2$ , 求  $\triangle PB_2Q$  的面积.

