2004 年普通高等学校春季招生考试（安徽卷）

理科数学

一、选择题

1. $\dfrac{5(4+\mathrm{i})^2}{\mathrm{i}(2+\mathrm{i})}=$ （ ）

(A) $5(1-38\mathrm{i})$ (B) $5(1+38\mathrm{i})$ (C) $1+38\mathrm{i}$ (D) $1-38\mathrm{i}$

2. 不等式 $|2x^2-1|\leqslant 1$ 的解集为 （ ）

(A) $\{x|-1\leqslant x\leqslant 1\}$ (B) $\{x|-2\leqslant x\leqslant 2\}$

(C) $\{x|0\leqslant x\leqslant 2\}$ (D) $\{x|-2\leqslant x\leqslant 0\}$

3. 已知 F_1、F_2 为椭圆 $\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1\ (a>b>0)$ 的焦点, M 为椭圆上一点, MF_1 垂直于 x 轴, 且 $\angle F_1MF_2=60^\circ$, 则椭圆的离心率为 （ ）

(A) $\dfrac{1}{2}$ (B) $\dfrac{\sqrt{2}}{2}$ (C) $\dfrac{\sqrt{3}}{3}$ (D) $\dfrac{\sqrt{3}}{2}$

4. $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{(n-2)^2(2+3n)^3}{(1-n)^5}=$ （ ）

(A) 0 (B) 32 (C) -27 (D) 27

5. 等边三角形 ABC 的边长为 4, M、N 分别为 AB、AC 的中点, 沿 MN 将 $\triangle AMN$ 折起, 使得面 AMN 与面 $MNCB$ 所处的二面角为 30°, 则四棱锥 $A-MNCB$ 的体积为 （ ）

(A) $\dfrac{3}{2}$ (B) $\dfrac{\sqrt{3}}{2}$ (C) $\sqrt{3}$ (D) 3

6. 已知数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_0=1$, $a_n=a_0+a_1+\cdots+a_{n-1}\ (n\geqslant 1)$, 则当 $n\geqslant 1$ 时, $a_n=$ （ ）

(A) 2^n (B) $\dfrac{n(n+1)}{2}$ (C) 2^{n-1} (D) 2^n-1

7. 若二面角 $\alpha-l-\beta$ 为 120°, 直线 $m\perp\alpha$, 则 β 所在平面内的直线与 m 所成角的取值范围是 （ ）

(A) $(0^\circ,90^\circ]$ (B) $[30^\circ,60^\circ]$ (C) $[60^\circ,90^\circ]$ (D) $[30^\circ,90^\circ]$

8. 若 $f(\sin x)=2-\cos 2x$, 则 $f(\cos x)$= （ ）

(A) $2-\sin 2x$ (B) $2+\sin 2x$ (C) $2-\cos 2x$ (D) $2+\cos 2x$

9. 直角坐标 xOy 平面上, 平行直线 $x=n\ (n=0,\ 1,\ 2,\ \cdots,\ 5)$ 与平行直线 $y=n\ (n=0,\ 1,\ 2,\ \cdots,\ 5)$ 组成的图形中, 矩形共有 （ ）

(A) 25 个 (B) 36 个 (C) 100 个 (D) 225 个

10. 已知直线 $l: x-y-1=0$, $l_1: 2x-y-2=0$. 若直线 l_2 与 l_1 关于 l 对称, 则 l_2 的方程是 （ ）

(A) $x-2y+1=0$ (B) $x-2y-1=0$

(C) $x+y-1=0$ (D) $x+2y-1=0$

11. 已知向量集合 $M=\{\vec{a}|\vec{a}=(1,2)+\lambda(3,4),\ \lambda\in\mathbf{R}\}$, $N=\{\vec{a}|\vec{a}=(-2,-2)+\lambda(4,5),\ \lambda\in\mathbf{R}\}$, 则 $M\cap N=$

(A) $\{(1,1)\}$ (B) $\{(1,1),\ (-2,-2)\}$

(C) $\{(-2,-2)\}$ (D) $\varnothing$

12. 函数 $y=\sin^4 x+\cos^4 x$ 的最小正周期为 （ ）

(A) $\dfrac{\pi}{4}$ (B) $\dfrac{\pi}{2}$ (C) π (D) 2π

二、填空题

13. 抛物线 $y^2=6x$ 的准线方程为______.

14. 在 5 名学生 (3 名男生, 2 名女生) 中安排 2 名学生值日, 其中至少有 1 名女生的概率是______.

15. 函数 $y=\sqrt{x}-x\ (x\geqslant 0)$ 的最大值为______.

16. 若 $\left(x+\dfrac{1}{x}-2\right)^n$ 的展开式中常数项为 -20, 则自然数 $n=$______.

三、解答题

17. 解关于 x 的不等式: $\log_a^3 x<3\log_a x\ (a>0$ 且 $a\neq 1)$.

18. 已知正项数列 $\{b_n\}$ 的前 n 项和 $B_n=\dfrac{1}{4}(b_n+1)^2$, 求 $\{b_n\}$ 的通项公式.

19. 已知 $k>0$, 直线 $l_1: y=kx$, $l_2: y=-kx$.

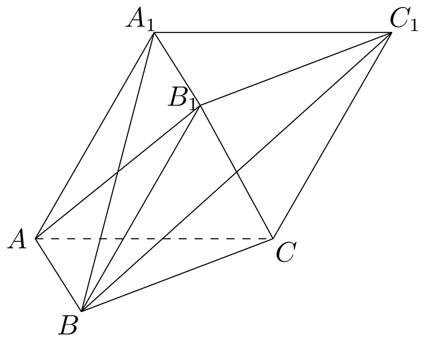
(1) 证明: 到 l_1、l_2 的距离的平方和为定值 $a\ (a>0)$ 的点的轨迹是圆或椭圆;

(2) 求到 l_1、l_2 的距离之和为定值 $c\ (c>0)$ 的点的轨迹.

20. 已知三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 中, 底面边长和侧棱长均为 a, 侧面 $A_1ACC_1 \perp$ 底面 ABC, $A_1B = \dfrac{\sqrt{6}}{2}a$.

(1) 求异面直线 AC 与 BC_1 所成角的余弦值;

(2) 求证: $A_1B \perp$ 面 AB_1C.



21. 已知盒中有 10 个灯泡, 其中 8 个正品, 2 个次品. 现需要从中取出 2 个正品, 每次取出 1 个, 取出后不放回, 直到取出 2 个正品为止. 设 ξ 为取出的次数, 求 ξ 的分布列及 $E\xi$.

22. 已知抛物线 $C: y = x^2 + 4x + \dfrac{2}{7}$, 过 C 上一点 M, 且与 M 处的切线垂直的直线称为 C 在点 M 的法线.

(1) 若 C 在点 M 的法线的斜率为 $-\dfrac{1}{2}$, 求点 M 的坐标 (x_0, y_0);

(2) 设 $P(-2, a)$ 为 C 对称轴上的一点, 在 C 上是否存在点, 使得 C 在该点的法线通过点 P? 若有, 求出这些点, 以及 C 在这些点的法线方程; 若没有, 请说明理由.