

## 文科数学

## 一、选择题

1. 已知集合  $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$ ,  $A = \{2, 4, 5, 7\}$ ,  $B = \{3, 4, 5\}$ , 则  $(\complement_U A) \cup (\complement_U B) =$

- (A)  $\{1, 6\}$  (B)  $\{4, 5\}$  (C)  $\{2, 3, 4, 5, 7\}$  (D)  $\{1, 2, 3, 6, 7\}$

2. 在等比数列  $\{a_n\}$  中, 若  $a_n > 0$  且  $a_3 a_7 = 64$ , 则  $a_5$  的值为

- (A) 2 (B) 4 (C) 6 (D) 8

3. 以点  $(2, -1)$  为圆心且与直线  $3x - 4y + 5 = 0$  相切的圆的方程为

- (A)  $(x - 2)^2 + (y + 1)^2 = 3$  (B)  $(x + 2)^2 + (y - 1)^2 = 3$   
 (C)  $(x - 2)^2 + (y + 1)^2 = 9$  (D)  $(x + 2)^2 + (y - 1)^2 = 9$

4. 若  $P$  是平面  $\alpha$  外一点, 则下列命题正确的是

- (A) 过  $P$  只能作一条直线与平面  $\alpha$  相交  
 (B) 过  $P$  可作无数条直线与平面  $\alpha$  垂直  
 (C) 过  $P$  只能作一条直线与平面  $\alpha$  平行  
 (D) 过  $P$  可作无数条直线与平面  $\alpha$  平行

5.  $(2x - 3)^5$  的展开式中  $x^2$  项的系数为

- (A) -2160 (B) -1080 (C) 1080 (D) 2160

6. 设函数  $y = f(x)$  的反函数为  $y = f^{-1}(x)$ , 且  $y = f(2x - 1)$  的图象过点  $\left(\frac{1}{2}, 1\right)$ , 则  $y = f^{-1}(x)$  的图象必过点

- (A)  $\left(\frac{1}{2}, 1\right)$  (B)  $\left(1, \frac{1}{2}\right)$  (C)  $(1, 0)$  (D)  $(0, 1)$

7. 某地区有 300 家商店, 其中大型商店有 30 家, 中型商店有 75 家, 小型商店有 195 家. 为了掌握各商店的营业情况, 要从中抽取一个容量为 20 的样本. 若采用分层抽样的方法, 抽取的中型商店数是

- (A) 2 (B) 3 (C) 5 (D) 13

8. 已知三点  $A(2, 3)$ ,  $B(-1, -1)$ ,  $C(6, k)$ , 其中  $k$  为常数. 若  $|\overrightarrow{AB}| = |\overrightarrow{AC}|$ , 则  $\overrightarrow{AB}$  与  $\overrightarrow{AC}$  的夹角为

- (A)  $\arccos\left(-\frac{24}{25}\right)$  (B)  $\frac{\pi}{2}$  或  $\arccos\frac{24}{25}$   
 (C)  $\arccos\frac{24}{25}$  (D)  $\frac{\pi}{2}$  或  $\pi - \arccos\frac{24}{25}$

9. 高三(一)班需要安排毕业晚会的 4 个音乐节目, 2 个舞蹈节目和 1 个曲艺节目的演出顺序, 要求两个舞蹈节目不连排, 则不同排法的种数是

- (A) 1800 (B) 3600 (C) 4320 (D) 5040

10. 若  $\alpha, \beta \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right)$ ,  $\cos\left(\alpha - \frac{\beta}{2}\right) = \frac{\sqrt{3}}{2}$ ,  $\sin\left(\frac{\alpha}{2} - \beta\right) = -\frac{1}{2}$ , 则  $\cos(\alpha + \beta)$  的值等于

- (A)  $-\frac{\sqrt{3}}{2}$  (B)  $-\frac{1}{2}$  (C)  $\frac{1}{2}$  (D)  $\frac{\sqrt{3}}{2}$

11. 设  $A(x_1, y_1)$ ,  $B\left(4, \frac{9}{5}\right)$ ,  $C(x_2, y_2)$  是右焦点为  $F$  的椭圆  $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{9} = 1$  上三个不同的点, 则“ $|AF|, |BF|, |CF|$  成等差数列”是“ $x_1 + x_2 = 8$ ”的 ( )  
 (A) 充要条件 (B) 必要而不充分条件  
 (C) 充分而不必要条件 (D) 既不充分也不必要条件

12. 若  $a, b, c > 0$  且  $a^2 + 2ab + 2ac + 4bc = 12$ , 则  $a + b + c$  的最小值是 ( )  
 (A)  $2\sqrt{3}$  (B) 3 (C) 2 (D)  $\sqrt{3}$

## 二、填空题

13. 已知  $\sin \alpha = \frac{2\sqrt{5}}{5}$ ,  $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$ , 则  $\tan \alpha =$  \_\_\_\_\_.

14. 在数列  $\{a_n\}$  中, 若  $a_1 = 1$ ,  $a_{n+1} = a_n + 2$  ( $n \geq 1$ ), 则该数列的通项  $a_n =$  \_\_\_\_\_.

15. 设  $a > 0$ ,  $a \neq 1$ , 函数  $f(x) = \log_a(x^2 - 2x + 3)$  有最小值, 则不等式  $\log_a(x - 1) > 0$  的解集为 \_\_\_\_\_.

16. 已知变量  $x, y$  满足约束条件  $\begin{cases} x + 2y - 3 \leq 0 \\ x + 3y - 3 \geq 0 \\ y - 1 \leq 0 \end{cases}$ , 若目标函数  $z = ax + y$  (其中  $a > 0$ ) 仅在点  $(3, 0)$  处取得最大值, 则  $a$  的取值范围为 \_\_\_\_\_.

## 三、解答题

17. 甲、乙、丙三人在同一办公室工作, 办公室里只有一部电话机, 设经该机打进的电话是打给甲、乙、丙的概率依次为  $\frac{1}{6}, \frac{1}{3}, \frac{1}{2}$ . 若在一段时间内打进三个电话, 且各个电话相互独立. 求:

- (1) 这三个电话是打给同一个人的概率;  
 (2) 这三个电话中恰有两个是打给甲的概率.

18. 设函数  $f(x) = \sqrt{3} \cos^2 \omega x + \sin \omega x \cos \omega x + a$  (其中  $\omega > 0$ ,  $a \in \mathbf{R}$ ), 且  $f(x)$  的图象在  $y$  轴右侧的第一个最高点的横坐标为  $\frac{\pi}{6}$ .

- (1) 求  $\omega$  的值;  
 (2) 如果  $f(x)$  在区间  $\left[-\frac{\pi}{3}, \frac{5\pi}{6}\right]$  上的最小值为  $\sqrt{3}$ , 求  $a$  的值.

20. 如图, 在正四棱柱  $ABCD - A_1B_1C_1D_1$  中,  $AB = 1$ ,  $BB_1 = \sqrt{3} + 1$ ,  $E$  为  $BB_1$  上使  $B_1E = 1$  的点, 平面  $AEC_1$  交  $DD_1$  于  $F$ , 交  $A_1D_1$  的延长线于  $G$ . 求:  
(1) 异面直线  $AD$  与  $C_1G$  所成角的大小;  
(2) 二面角  $A - C_1G - A_1$  的正切值.
21. 已知定义域为  $\mathbf{R}$  的函数  $f(x) = \frac{-2^x + b}{2^{x+1} + a}$  是奇函数.  
(1) 求  $a, b$  的值;  
(2) 若对任意的  $t \in \mathbf{R}$ , 不等式  $f(t^2 - 2t) + f(2t^2 - k) < 0$  恒成立, 求  $k$  的取值范围.
22. 如图, 对每个正整数  $n$ ,  $A_n(x_n, y_n)$  是抛物线  $x^2 = 4y$  上的点, 过焦点  $F$  的直线  $FA_n$  交抛物线于另一点  $B_n(s_n, t_n)$ .  
(1) 试证:  $x_n s_n = -4$  ( $n \geq 1$ );  
(2) 取  $x_n = 2^n$ , 并记  $C_n$  为抛物线上分别以  $A_n$  与  $B_n$  为切点的两条切线的交点. 试证:  $|FC_1| + |FC_2| + \dots + |FC_n| = 2^n - 2^{-n+1} + 1$ .

