2009 年普通高等学校招生考试（大纲卷 I）

理科数学

一、选择题

1. 设集合 $A=\{4,5,7,9\}$, $B=\{3,4,7,8,9\}$, 全集 $U=A\cup B$, 则集合 $\complement_U(A\cap B)$ 中的元素共有 ( )

(A) 3 个 (B) 4 个 (C) 5 个 (D) 6 个

2. 已知 $\dfrac{\overline{z}}{1+\mathrm{i}}=2+\mathrm{i}$, 则复数 $z=$ ( )

(A) $-1+3\mathrm{i}$ (B) $1-3\mathrm{i}$ (C) $3+\mathrm{i}$ (D) $3-\mathrm{i}$

3. 不等式 $\left|\dfrac{x+1}{x-1}\right|<1$ 的解集为 ( )

(A) $\{x|0<x<1\}\cup\{x|x>1\}$ (B) $\{x|0<x<1\}$

(C) $\{x|-1<x<0\}$ (D) $\{x|x<0\}$

4. 设双曲线 $\dfrac{x^2}{a^2}-\dfrac{y^2}{b^2}=1$ $(a>0,\,b>0)$ 的渐近线与抛物线 $y=x^2+1$ 相切, 则该双曲线的离心率等于 ( )

(A) $\sqrt{3}$ (B) 2 (C) $\sqrt{5}$ (D) $\sqrt{6}$

5. 甲组有 5 名男同学, 3 名女同学; 乙组有 6 名男同学、2 名女同学. 若从甲、乙两组中各选出 2 名同学, 则选出的 4 人中恰有 1 名女同学的不同选法共有 ( )

(A) 150 种 (B) 180 种 (C) 300 种 (D) 345 种

6. 设 $\boldsymbol{a}$、$\boldsymbol{b}$、$\boldsymbol{c}$ 是单位向量, 且 $\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}=0$, 则 $(\boldsymbol{a}-\boldsymbol{c})\cdot(\boldsymbol{b}-\boldsymbol{c})$ 的最小值为( )

(A) -2 (B) $\sqrt{2}-2$ (C) -1 (D) $1-\sqrt{2}$

7. 已知三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 的侧棱与底面边长都相等, A_1 在底面 ABC 上的射影为 BC 的中点, 则异面直线 AB 与 CC_1 所成的角的余弦值为( )

(A) $\dfrac{\sqrt{3}}{4}$ (B) $\dfrac{\sqrt{5}}{4}$ (C) $\dfrac{\sqrt{7}}{4}$ (D) $\dfrac{3}{4}$

8. 如果函数 $y=3\cos(2x+\varphi)$ 的图象关于点 $\left(\dfrac{4\pi}{3},0\right)$ 中心对称, 那么 $|\varphi|$ 的最小值为 ( )

(A) $\dfrac{\pi}{6}$ (B) $\dfrac{\pi}{4}$ (C) $\dfrac{\pi}{3}$ (D) $\dfrac{\pi}{2}$

9. 已知直线 $y=x+1$ 与曲线 $y=\ln(x+a)$ 相切, 则 a 的值为 ( )

(A) 1 (B) 2 (C) -1 (D) -2

10. 已知二面角 $\alpha-l-\beta$ 为 $60°$, 动点 P、Q 分别在面 α、β 内, P 到 β 的距离为 $\sqrt{3}$, Q 到 α 的距离为 $2\sqrt{3}$, 则 P、Q 两点之间距离的最小值为 ( )

(A) $\sqrt{2}$ (B) 2 (C) $2\sqrt{3}$ (D) 4

11. 函数 $f(x)$ 的定义域为 $\mathbf{R}$, 若 $f(x+1)$ 与 $f(x-1)$ 都是奇函数, 则 ( )

(A) $f(x)$ 是偶函数 (B) $f(x)$ 是奇函数

(C) $f(x)=f(x+2)$ (D) $f(x+3)$ 是奇函数

12. 已知椭圆 C: $\dfrac{x^2}{2}+y^2=1$ 的右焦点为 F, 右准线为 l, 点 $A\in l$, 线段 AF 交 C 于点 B. 若 $\overrightarrow{FA}=3\overrightarrow{FB}$, 则 $\left|\overrightarrow{AF}\right|=$ ( )

(A) $\sqrt{2}$ (B) 2 (C) $\sqrt{3}$ (D) 3

二、填空题

13. $(x-y)^{10}$ 的展开式中, x^7y^3 的系数与 x^3y^7 的系数之和等于______.

14. 设等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n, 若 $S_9=72$, 则 $a_2+a_4+a_9=$______.

15. 直三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 的各顶点都在同一球面上. 若 $AB=AC=AA_1=2$, $\angle BAC=120°$, 则此球的表面积等于______.

16. 若 $\dfrac{\pi}{4}<x<\dfrac{\pi}{2}$, 则函数 $y=\tan 2x\tan^3 x$ 的最大值为______.

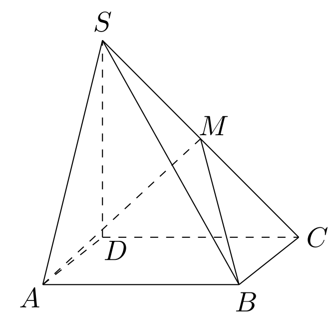
三、解答题

17. 在 $\triangle ABC$ 中, 内角 A、B、C 的对边长分别为 a、b、c, 已知 $a^2-c^2=2b$, 且 $\sin A\cos C=3\cos A\sin C$, 求 b.

18. 如图, 四棱锥 $S-ABCD$ 中, 底面 $ABCD$ 为矩形, $SD\perp$ 底面 $ABCD$, $AD=\sqrt{2}$, $DC=SD=2$, 点 M 在侧棱 SC 上, $\angle ABM=60°$.

(1) 证明: M 是侧棱 SC 的中点;

(2) 求二面角 $S-AM-B$ 的大小.



19. 甲、乙二人进行一次围棋比赛, 约定先胜 3 局者获得这次比赛的胜利, 比赛结束, 假设在一局中, 甲获胜的概率为 0.6, 乙获胜的概率为 0.4, 各局比赛结果相互独立, 已知前 2 局中, 甲、乙各胜 1 局.

(1) 求甲获得这次比赛胜利的概率;

(2) 设 ξ 表示从第 3 局开始到比赛结束所进行的局数, 求 ξ 得分布列及数学期望.

20. 在数列 $\{a_n\}$ 中, $a_1=1$, $a_{n+1}=\left(1+\dfrac{1}{n}\right)a_n+\dfrac{n+1}{2^n}$.

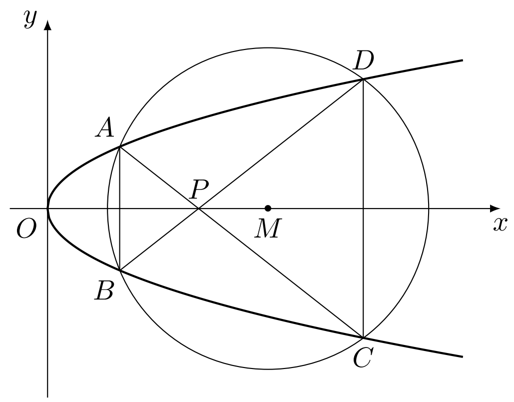
(1) 设 $b_n=\dfrac{a_n}{n}$, 求数列 $\{b_n\}$ 的通项公式;

(2) 求数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和 S_n.

21. 如图, 已知抛物线 E: $y^2=x$ 与圆 M: $(x-4)^2+y^2=r^2$ $(r>0)$ 相交于 A、B、C、D 四个点.

(1) 求 r 的取值范围;

(2) 当四边形 $ABCD$ 的面积最大时, 求对角线 AC、BD 的交点 P 坐标.



22. 设函数 $f(x)=x^3+3bx^2+3cx$ 在两个极值点 x_1、x_2, 且 $x_1\in[-1,0]$, $x_2\in[1,2]$.

(1) 求 b、c 满足的约束条件, 并在下面的坐标平面内, 画出满足这些条件的点 (b,c) 的区域;

(2) 证明: $-10\leqslant f(x_2)\leqslant-\dfrac{1}{2}$.