

# 文科数学

## 一、选择题

1. 圆心在  $y$  轴上, 半径为 1, 且过点  $(1, 2)$  的圆的方程为 ( )  
 (A)  $x^2 + (y - 2)^2 = 1$  (B)  $x^2 + (y + 2)^2 = 1$   
 (C)  $(x - 1)^2 + (y - 3)^2 = 1$  (D)  $x^2 + (y - 3)^2 = 1$
2. 命题“若一个数是负数, 则它的平方是正数”的逆命题是 ( )  
 (A) “若一个数是负数, 则它的平方不是正数”  
 (B) “若一个数的平方是正数, 则它是负数”  
 (C) “若一个数不是负数, 则它的平方不是正数”  
 (D) “若一个数的平方不是正数, 则它不是负数”
3.  $(x + 2)^6$  的展开式中  $x^3$  的系数是 ( )  
 (A) 20 (B) 40 (C) 80 (D) 160
4. 已知向量  $\mathbf{a} = (1, 1)$ ,  $\mathbf{b} = (2, x)$ . 若  $\mathbf{a} + \mathbf{b}$  与  $4\mathbf{b} - 2\mathbf{a}$  平行, 则实数  $x$  的值是 ( )  
 (A)  $-2$  (B) 0 (C) 1 (D) 2
5. 设  $\{a_n\}$  是公差不为 0 的等差数列,  $a_1 = 2$  且  $a_1, a_3, a_6$  成等比数列, 则  $\{a_n\}$  的前  $n$  项和  $S_n =$  ( )  
 (A)  $\frac{n^2}{4} + \frac{7n}{4}$  (B)  $\frac{n^2}{3} + \frac{5n}{3}$  (C)  $\frac{n^2}{2} + \frac{3n}{4}$  (D)  $n^2 + n$
6. 下列关系式中正确的是 ( )  
 (A)  $\sin 11^\circ < \cos 10^\circ < \sin 168^\circ$  (B)  $\sin 168^\circ < \sin 11^\circ < \cos 10^\circ$   
 (C)  $\sin 11^\circ < \sin 168^\circ < \cos 10^\circ$  (D)  $\sin 168^\circ < \cos 10^\circ < \sin 11^\circ$
7. 已知  $a > 0, b > 0$ , 则  $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + 2\sqrt{ab}$  的最小值是 ( )  
 (A) 2 (B)  $2\sqrt{2}$  (C) 4 (D) 5
8. 12 个篮球队中有 3 个强队, 将这 12 个队任意分成 3 个组 (每组 4 个队), 则 3 个强队恰好被分在同一组的概率为 ( )  
 (A)  $\frac{1}{55}$  (B)  $\frac{3}{55}$  (C)  $\frac{1}{4}$  (D)  $\frac{1}{3}$
9. 在正四棱柱  $ABCD - A_1B_1C_1D_1$  中, 顶点  $B_1$  到对角线  $BD_1$  和到平面  $A_1BCD_1$  的距离分别为  $h$  和  $d$ , 则下列命题中正确的是 ( )  
 (A) 若侧棱的长小于底面的边长, 则  $\frac{h}{d}$  的取值范围为  $(0, 1)$   
 (B) 若侧棱的长小于底面的边长, 则  $\frac{h}{d}$  的取值范围为  $\left(\frac{\sqrt{2}}{2}, \frac{2\sqrt{3}}{3}\right)$   
 (C) 若侧棱的长大于底面的边长, 则  $\frac{h}{d}$  的取值范围为  $\left(\frac{2\sqrt{3}}{3}, \sqrt{2}\right)$   
 (D) 若侧棱的长大于底面的边长, 则  $\frac{h}{d}$  的取值范围为  $\left(\frac{2\sqrt{3}}{3}, +\infty\right)$

10. 把函数  $f(x) = x^3 - 3x$  的图象  $C_1$  向右平移  $u$  个单位长度, 再向下平移  $v$  个单位长度后得到图象  $C_2$ . 若对任意的  $u > 0$ , 曲线  $C_1$  与  $C_2$  至多只有一个交点, 则  $v$  的最小值为 ( )  
 (A) 2 (B) 4 (C) 6 (D) 8

## 二、填空题

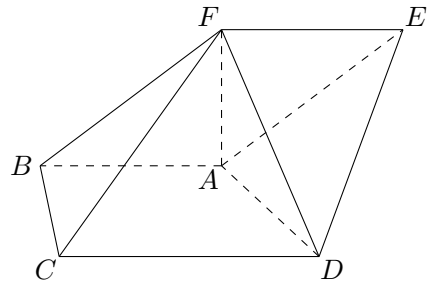
11. 若  $U = \{n | n \text{ 是小于 } 9 \text{ 的正整数}\}$ ,  $A = \{n \in U | n \text{ 是奇数}\}$ ,  $B = \{n \in U | n \text{ 是 } 3 \text{ 的倍数}\}$ , 则  $\complement_U(A \cup B) =$ \_\_\_\_\_.
12. 记  $f(x) = \log_3(x + 1)$  的反函数为  $y = f^{-1}(x)$ , 则方程  $f^{-1}(x) = 8$  的解  $x =$ \_\_\_\_\_.
13. 5 个人站成一排, 其中甲、乙两人不相邻的排法有\_\_\_\_\_种. (用数字作答)
14. 从一堆苹果中任取 5 只, 称得它们的质量如下 (单位: 克)  
 125    124    121    123    127  
 则该样本标准差  $s =$ \_\_\_\_\_ (克). (用数字作答)
15. 已知椭圆  $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$  ( $a > b > 0$ ) 的左、右焦点分别为  $F_1(-c, 0)$ ,  $F_2(c, 0)$ . 若椭圆上存在一点  $P$  使  $\frac{a}{\sin \angle PF_1F_2} = \frac{c}{\sin \angle PF_2F_1}$ , 则该椭圆的离心率的取值范围为\_\_\_\_\_.

## 三、解答题

16. 设函数  $f(x) = (\sin \omega x + \cos \omega x)^2 + 2\cos^2 \omega x$  ( $\omega > 0$ ) 的最小正周期为  $\frac{2\pi}{3}$ .  
 (1) 求  $\omega$  的最小正周期.  
 (2) 若函数  $y = g(x)$  的图象是由  $y = f(x)$  的图象向右平移  $\frac{\pi}{2}$  个单位长度得到, 求  $y = g(x)$  的单调增区间.

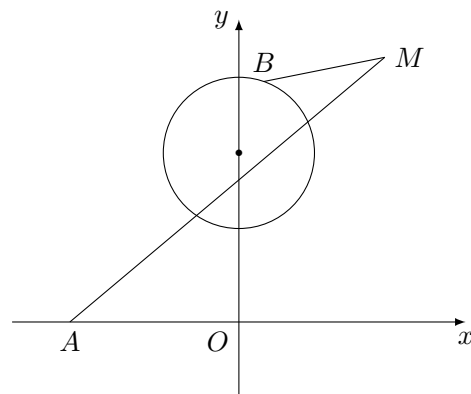
17. 某单位为绿化环境, 移栽了甲、乙两种大树各 2 株. 设甲、乙两种大树移栽的成活率分别为  $\frac{5}{6}$  和  $\frac{4}{5}$ , 且各株大树是否成活互不影响. 求移栽的 4 株大树中:  
 (1) 至少有 1 株成活的概率;  
 (2) 两种大树各成活 1 株的概率.

18. 如图, 在五面体  $ABCDEF$  中,  $AB \parallel DC$ ,  $\angle BAD = \frac{\pi}{2}$ ,  $CD = AD = 2$ , 四边形  $ABFE$  为平行四边形,  $FA \perp$  平面  $ABCD$ ,  $FC = 3$ ,  $ED = \sqrt{7}$ . 求:  
 (1) 直线  $AB$  到平面  $EFCD$  的距离;  
 (2) 二面角  $F - AD - E$  的平面角的正切值.



19. 已知  $f(x) = x^2 + bx + c$  为偶函数, 曲线  $y = f(x)$  过点  $(2, 5)$ ,  $g(x) = (x + a)f(x)$ .
- (1) 求曲线  $y = g(x)$  有斜率为 0 的切线, 求实数  $a$  的取值范围;
- (2) 若当  $x = -1$  时函数  $y = g(x)$  取得极值, 确定  $y = g(x)$  的单调区间.

20. 已知以原点  $O$  为中心的双曲线的一条准线方程为  $x = \frac{\sqrt{5}}{5}$ , 离心率  $e = \sqrt{5}$ .
- (1) 求该双曲线的方程;
- (2) 如图, 点  $A$  的坐标为  $(-\sqrt{5}, 0)$ ,  $B$  是圆  $x^2 + (y - \sqrt{5})^2 = 1$  上的点, 点  $M$  在双曲线右支上, 求  $|MA| + |MB|$  的最小值, 并求此时  $M$  点的坐标.



21. 已知  $a_1 = 1$ ,  $a_2 = 4$ ,  $a_{n+2} = 4a_{n+1} + a_n$ ,  $b_n = \frac{a_{n+1}}{a_n}$ ,  $n \in \mathbf{N}^*$ .
- (1) 求  $b_1, b_2, b_3$  的值;
- (2) 设  $c_n = b_n b_{n+1}$ ,  $S_n$  为数列  $\{c_n\}$  的前  $n$  项和, 求证:  $S_n \geq 17n$ ;
- (3) 求证:  $|b_{2n} - b_n| < \frac{1}{64} \cdot \frac{1}{17^{n-2}}$ .