

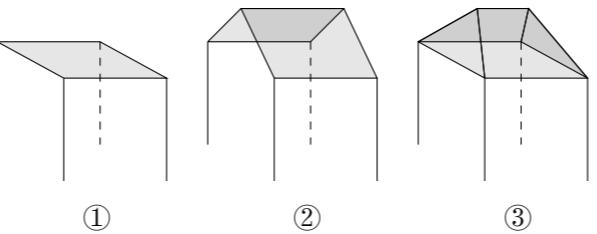
2001 年普通高等学校招生考试 (全国卷)

# 文科数学

一、选择题

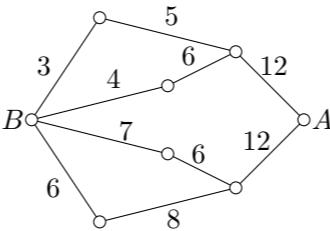
1.  $\tan 300^\circ + \cot 405^\circ$  的值为 ( )  
 (A)  $1 + \sqrt{3}$     (B)  $1 - \sqrt{3}$     (C)  $-1 - \sqrt{3}$     (D)  $-1 + \sqrt{3}$
2. 过点  $A(1, -1), B(-1, 1)$  且圆心在直线  $x + y - 2 = 0$  上的圆的方程是 ( )  
 (A)  $(x - 3)^2 + (y + 1)^2 = 4$     (B)  $(x + 3)^2 + (y - 1)^2 = 4$   
 (C)  $(x - 1)^2 + (y - 1)^2 = 4$     (D)  $(x + 1)^2 + (y + 1)^2 = 4$
3. 若一个圆锥的轴截面是等边三角形, 其面积为  $\sqrt{3}$ , 则这个圆锥的全面积是 ( )  
 (A)  $3\pi$     (B)  $3\sqrt{3}\pi$     (C)  $6\pi$     (D)  $9\pi$
4. 若定义在区间  $(-1, 0)$  内的函数  $f(x) = \log_{2a}(x + 1)$  满足  $f(x) > 0$ , 则  $a$  的取值范围是 ( )  
 (A)  $\left(0, \frac{1}{2}\right)$     (B)  $\left[0, \frac{1}{2}\right]$     (C)  $\left(\frac{1}{2}, +\infty\right)$     (D)  $(0, +\infty)$
5. 已知复数  $z = \sqrt{2} + \sqrt{6}i$ , 则  $\arg \frac{1}{z}$  是  
 (A)  $\frac{\pi}{3}$     (B)  $\frac{5\pi}{3}$     (C)  $\frac{\pi}{6}$     (D)  $\frac{11\pi}{6}$
6. 函数  $y = 2^{-x} + 1$  ( $x > 0$ ) 的反函数是  
 (A)  $y = \log_2 \frac{1}{x-1}$ ,  $x \in (1, 2)$     (B)  $y = -\log_2 \frac{1}{x-1}$ ,  $x \in (1, 2)$   
 (C)  $y = \log_2 \frac{1}{x-1}$ ,  $x \in (1, 2]$     (D)  $y = -\log_2 \frac{1}{x-1}$ ,  $x \in (1, 2]$
7. 若椭圆经过原点, 且焦点为  $F_1(1, 0), F_2(3, 0)$ , 则其离心率为 ( )  
 (A)  $\frac{3}{4}$     (B)  $\frac{2}{3}$     (C)  $\frac{1}{2}$     (D)  $\frac{1}{4}$
8. 若  $0 < \alpha < \beta < \frac{\pi}{4}$ ,  $\sin \alpha + \cos \alpha = a$ ,  $\sin \beta + \cos \beta = b$ , 则 ( )  
 (A)  $a > b$     (B)  $a < b$     (C)  $ab < 1$     (D)  $ab > 2$
9. 在正三棱柱  $ABC - A_1B_1C_1$  中, 若  $AB = \sqrt{2}BB_1$ , 则  $AB_1$  与  $C_1B$  所成的角的大小为 ( )  
 (A)  $60^\circ$     (B)  $90^\circ$     (C)  $45^\circ$     (D)  $120^\circ$
10. 设  $f(x), g(x)$  都是单调函数, 有如下四个命题中, 正确的命题是 ( )  
 ① 若  $f(x)$  单调递增,  $g(x)$  单调递增, 则  $f(x) - g(x)$  单调递增;  
 ② 若  $f(x)$  单调递增,  $g(x)$  单调递减, 则  $f(x) - g(x)$  单调递增;  
 ③ 若  $f(x)$  单调递减,  $g(x)$  单调递增, 则  $f(x) - g(x)$  单调递减;  
 ④ 若  $f(x)$  单调递减,  $g(x)$  单调递减, 则  $f(x) - g(x)$  单调递减.  
 (A) ①③    (B) ①④    (C) ②③    (D) ②④

11. 一间民房的屋顶有如图三种不同的盖法: ① 单向倾斜; ② 双向倾斜; ③ 四向倾斜. 记三种盖法屋顶面积分别为  $P_1, P_2, P_3$ . 若屋顶斜面与水平面所成的角都是  $\alpha$ , 则 ( )



- (A)  $P_3 > P_2 > P_1$  (B)  $P_3 > P_2 = P_1$  (C)  $P_3 = P_2 > P_1$  (D)  $P_3 = P_2 = P_1$

12. 如图, 小圆圈表示网络的结点, 结点之间的连线表示它们有网线相联. 连线标注的数字表示该段网线单位时间内可以传递的最大信息量. 现从结点  $A$  向结点  $B$  传递信息, 信息可以分开沿不同的路线同时传递. 则单位时间内传递的最大信息量为 ( )



- (A) 26    (B) 24    (C) 20    (D) 19

二、填空题

13.  $\left(\frac{1}{2}x + 1\right)^{10}$  的二项展开式中  $x^3$  的系数为\_\_\_\_\_.

14. 双曲线  $\frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{16} = 1$  的两个焦点为  $F_1, F_2$ , 点  $P$  在双曲线上, 若  $PF_1 \perp PF_2$ , 则点  $P$  到  $x$  轴的距离为\_\_\_\_\_.

15. 设  $\{a_n\}$  是公比为  $q$  的等比数列,  $S_n$  是它的前  $n$  项和. 若  $\{S_n\}$  是等差数列, 则  $q =$ \_\_\_\_\_.

16. 圆周上有  $2n$  个等分点 ( $n > 1$ ), 以其中三个点为顶点的直角三角形的个数为\_\_\_\_\_.

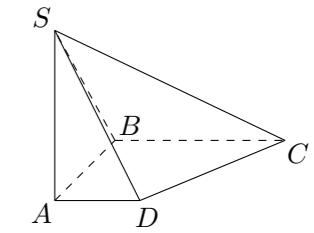
三、解答题

17. 已知等差数列前三项为  $a, 4, 3a$ , 前  $n$  项的和为  $S_n$ ,  $S_k = 2550$ .

- (1) 求  $a$  及  $k$  的值;  
 (2) 求  $\lim_{n \rightarrow \infty} \left( \frac{1}{S_1} + \frac{1}{S_2} + \cdots + \frac{1}{S_n} \right)$ .

18. 如图, 在底面是直角梯形的四棱锥  $S - ABCD$  中,  $\angle ABC = 90^\circ$ ,  $SA \perp$  面  $ABCD$ ,  $SA = AB = BC = 1$ ,  $AD = \frac{1}{2}$ .

- (1) 求四棱锥  $S - ABCD$  的体积;  
 (2) 求面  $SCD$  与面  $SBA$  所成的二面角的正切值.



20. 设抛物线  $y^2 = 2px$  ( $p > 0$ ) 的焦点为  $F$ , 经过点  $F$  的直线交抛物线于  $A, B$  两点. 点  $C$  在抛物线的准线上, 且  $BC \parallel x$  轴. 证明直线  $AC$  经过原点  $O$ .
21. 设计一幅宣传画, 要求画面面积为  $4840 \text{ cm}^2$ , 画面的宽与高的比为  $\lambda$  ( $\lambda < 1$ ), 画面的上、下各留  $8 \text{ cm}$  空白, 左、右各留  $5 \text{ cm}$  空白. 怎样确定画面的高与宽尺寸, 能使宣传画所用纸张面积最小?
22. 设  $f(x)$  是定义在  $\mathbf{R}$  上的偶函数, 其图象关于直线  $x = 1$  对称, 对任意  $x_1, x_2 \in \left[0, \frac{1}{2}\right]$ , 都有  $f(x_1 + x_2) = f(x_1) \cdot f(x_2)$ .
- (1) 求  $f\left(\frac{1}{2}\right), f\left(\frac{1}{4}\right)$ ;
  - (2) 证明设  $f(x)$  是周期函数.