

2008 年普通高等学校招生考试 (浙江卷)

文科数学

一、选择题

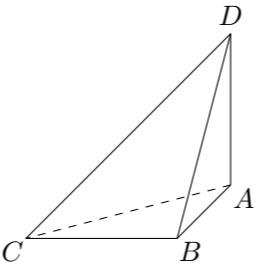
1. 已知集合 $A = \{x|x > 0\}$, $B = \{x|-1 \leq x \leq 2\}$, 则 $A \cup B =$ ()
 (A) $\{x|x \geq -1\}$ (B) $\{x|x \leq 2\}$
 (C) $\{x|0 < x \leq 2\}$ (D) $\{x|-1 \leq x \leq 2\}$
2. 函数 $y = (\sin x + \cos x)^2 + 1$ 的最小正周期是 ()
 (A) $\frac{\pi}{2}$ (B) π (C) $\frac{3\pi}{2}$ (D) 2π
3. 已知 a, b 都是实数, 那么 “ $a^2 > b^2$ ” 是 “ $a > b$ ” 的 ()
 (A) 充分而不必要条件 (B) 必要而不充分条件
 (C) 充分必要条件 (D) 既不充分也不必要条件
4. 已知 $\{a_n\}$ 是等比数列, $a_2 = 2$, $a_5 = \frac{1}{4}$, 则公比 $q =$ ()
 (A) $-\frac{1}{2}$ (B) -2 (C) 2 (D) $\frac{1}{2}$
5. 已知 $a \geq 0$, $b \geq 0$, 且 $a + b = 2$, 则 ()
 (A) $ab \leq \frac{1}{2}$ (B) $ab \geq \frac{1}{2}$ (C) $a^2 + b^2 \geq 2$ (D) $a^2 + b^2 \leq 3$
6. 在 $(x-1)(x-2)(x-3)(x-4)(x-5)$ 的展开式中, 含 x^4 的项的系数是 ()
 (A) -15 (B) 85 (C) -120 (D) 274
7. 在同一平面直角坐标系中, 函数 $y = \cos\left(\frac{x}{2} + \frac{3\pi}{2}\right)$ ($x \in [0, 2\pi]$) 的图象和直线 $y = \frac{1}{2}$ 的交点个数是 ()
 (A) 0 (B) 1 (C) 2 (D) 4
8. 若双曲线 $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ 的两个焦点到一条准线的距离之比为 $3:2$, 则双曲线的离心率是 ()
 (A) 3 (B) 5 (C) $\sqrt{3}$ (D) $\sqrt{5}$
9. 对两条不相交的空间直线 a 与 b , 必存在平面 α , 使得 ()
 (A) $a \subset \alpha$, $b \subset \alpha$ (B) $a \subset \alpha$, $b \parallel \alpha$ (C) $a \perp \alpha$, $b \perp \alpha$ (D) $a \subset \alpha$, $b \perp \alpha$
10. 若 $a \geq 0$, $b \geq 0$, 且当 $\begin{cases} x \geq 0 \\ y \geq 0 \\ x + y \leq 1 \end{cases}$ 时, 恒有 $ax + by \leq 1$, 则以 a , b 为坐标的点 $P(a, b)$ 所形成的平面区域的面积是 ()
 (A) $\frac{1}{2}$ (B) $\frac{\pi}{4}$ (C) 1 (D) $\frac{\pi}{2}$

二、填空题

11. 已知函数 $f(x) = x^2 + |x - 2|$, 则 $f(1) =$ _____.

12. 若 $\sin\left(\frac{\pi}{2} + \theta\right) = \frac{3}{5}$, 则 $\cos 2\theta =$ _____.
13. 已知 F_1 , F_2 为椭圆 $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{9} = 1$ 的两个焦点, 过 F_1 的直线交椭圆于 A , B 两点. 若 $|F_2 A| + |F_2 B| = 12$, 则 $|AB| =$ _____.
14. 在 $\triangle ABC$ 中, 角 A , B , C 所对的边分别为 a , b , c , 若 $(\sqrt{3}b - c)\cos A = a\cos C$, 则 $\cos A =$ _____.

15. 如图, 已知球 O 的面上四点 A , B , C , D , $DA \perp$ 平面 ABC , $AB \perp BC$, $DA = AB = BC = \sqrt{3}$, 则球 O 的体积等于 _____.



16. 已知 \mathbf{a} 是平面内的单位向量, 若向量 \mathbf{b} 满足 $\mathbf{b} \cdot (\mathbf{a} - \mathbf{b}) = 0$, 则 $|\mathbf{b}|$ 的取值范围是 _____.

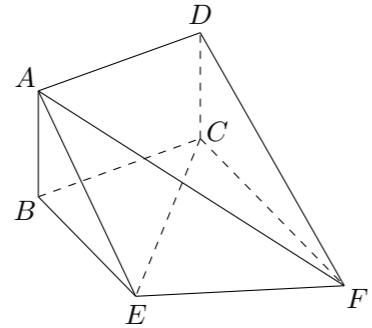
17. 用 1, 2, 3, 4, 5, 6 组成六位数 (没有重复数字), 要求任何相邻两个数字的奇偶性不同, 且 1 和 2 相邻, 这样的六位数的个数是 _____. (用数字作答)

三、解答题

18. 已知数列 $\{x_n\}$ 的首项 $x_1 = 3$, 通项 $x_n = 2^n p + nq$ ($n \in \mathbb{N}^*$, p, q 为常数), 且 x_1, x_4, x_5 成等差数列. 求:
 (1) p, q 的值;
 (2) 数列 $\{x_n\}$ 前 n 项和 S_n 的公式.

19. 一个袋中装有大小相同的黑球、白球和红球, 已知袋中共有 10 个球, 从中任意摸出 1 个球, 得到黑球的概率是 $\frac{2}{5}$; 从中任意摸出 2 个球, 至少得到 1 个白球的概率是 $\frac{7}{9}$. 求:
 (1) 从中任意摸出 2 个球, 得到的都是黑球的概率;
 (2) 袋中白球的个数.

20. 如图, 矩形 $ABCD$ 和梯形 $BEFC$ 所在平面互相垂直, $BE \parallel CF$, $\angle BCF = \angle CEF = 90^\circ$, $AD = \sqrt{3}$, $EF = 2$.
(1) 求证: $AE \parallel$ 平面 DCF ;
(2) 当 AB 的长为何值时, 二面角 $A - EF - C$ 的大小为 60° ?



21. 已知 a 是实数, 函数 $f(x) = x^2(x - a)$.
(1) 若 $f'(1) = 3$, 求 a 的值及曲线 $y = f(x)$ 在点 $(1, f(1))$ 处的切线方程;
(2) 求 $f(x)$ 在区间 $[0, 2]$ 上的最大值.

22. 已知曲线 C 是到点 $P\left(-\frac{1}{2}, \frac{3}{8}\right)$ 和到直线 $y = -\frac{5}{8}$ 距离相等的点的轨迹.
 l 是过点 $Q(-1, 0)$ 的直线, M 是 C 上 (不在 l 上) 的动点; A, B 在 l 上, $MA \perp l$, $MB \perp x$ 轴 (如图).
(1) 求曲线 C 的方程;
(2) 求出直线 l 的方程, 使得 $\frac{|QB|^2}{|QA|}$ 为常数.

