2006 年普通高等学校招生考试（江西卷）

文科数学

一、选择题

1. 已知集合 $P=\{x|x(x-1)\geqslant 0\}$, $Q=\left\{x\left|\dfrac{1}{x-1}>0\right.\right\}$, 则 $P\cap Q$ 等于(　)

(A) $\varnothing$　(B) $\{x|x\geqslant 1\}$

(C) $\{x|x>1\}$　(D) $\{x|x\geqslant 1$ 或 $x<0\}$

2. 函数 $y=4\sin\left(2x+\dfrac{\pi}{3}\right)+1$ 的最小正周期为　(　)

(A) $\dfrac{\pi}{2}$　(B) π　(C) 2π　(D) 4π

3. 在各项均不为零的等差数列 $\{a_n\}$ 中, 若 $a_{n+1}-a_n^2+a_{n-1}=0$ $(n\geqslant 2)$, 则 $S_{2n-1}-4n=$　(　)

(A) -2　(B) 0　(C) 1　(D) 2

4. 下列四个条件中, p 是 q 的必要不充分条件的是　(　)

(A) $p: a>b$, $q: a^2>b^2$

(B) $p: a>b$, $q: 2^a>2^b$

(C) $p: ax^2+by^2=c$ 为双曲线, $q: ab<0$

(D) $p: ax^2+bx+c>0$, $q: \dfrac{c}{x^2}+\dfrac{b}{x}+a>0$

5. 对于 $\mathbf{R}$ 上可导的任意函数 $f(x)$, 若满足 $(x-1)f'(x)\geqslant 0$, 则必有　(　)

(A) $f(0)+f(2)<2f(1)$　(B) $f(0)+f(2)\leqslant 2f(1)$

(C) $f(0)+f(2)\geqslant 2f(1)$　(D) $f(0)+f(2)>2f(1)$

6. 若不等式 $x^2+ax+1\geqslant 0$ 对一切 $x\in\left(0,\dfrac{1}{2}\right]$ 成立, 则 a 的最小值为(　)

(A) 0　(B) -2　(C) $-\dfrac{5}{2}$　(D) -3

7. 在 $\left(\sqrt{x}+\dfrac{2}{x}\right)^n$ 的二项展开式中, 若常数项为 60, 则 n 等于　(　)

(A) 3　(B) 6　(C) 9　(D) 12

8. 袋中有 40 个小球, 其中红色球 16 个、蓝色球 12 个、白色球 8 个、黄色球 4 个, 从中随机抽取 10 个球作成一个样本, 则这个样本恰好是按分层抽样方法得到的概率为　(　)

(A) $\dfrac{C_4^1C_8^2C_{12}^3C_{16}^4}{C_{40}^{10}}$　(B) $\dfrac{C_4^2C_8^1C_{12}^3C_{16}^4}{C_{40}^{10}}$

(C) $\dfrac{C_4^2C_8^3C_{12}^1C_{16}^4}{C_{40}^{10}}$　(D) $\dfrac{C_4^1C_8^3C_{12}^4C_{16}^2}{C_{40}^{10}}$

9. 如果四棱锥的四条侧棱都相等, 就称它为"等腰四棱锥", 四条侧棱称为它的腰. 以下 4 个命题中, 假命题的是　(　)

(A) 等腰四棱锥的腰与底面所成的角都相等

(B) 等腰四棱锥的侧面与底面所成的二面角都相等或互补

(C) 等腰四棱锥的底面四边形必存在外接圆

(D) 等腰四棱锥的各顶点必在同一球面上

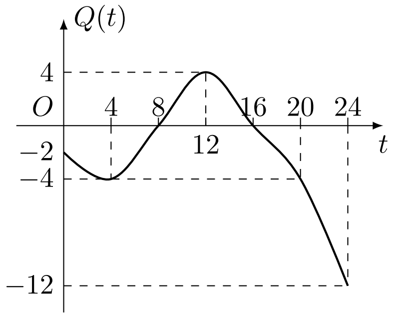
10. 已知等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n, 若 $\overrightarrow{OB}=a_1\overrightarrow{OA}+a_{200}\overrightarrow{OC}$, 且 A、B、C 三点共线 (该直线不过点 O), 则 S_{200} 等于　(　)

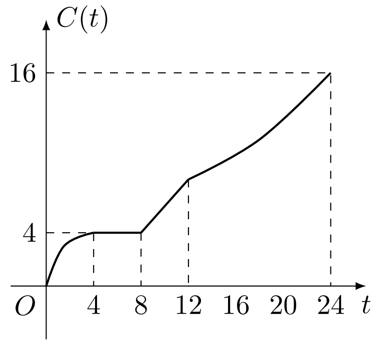
(A) 100　(B) 101　(C) 200　(D) 201

11. P 为双曲线 $\dfrac{x^2}{9}-\dfrac{y^2}{16}=1$ 的右支上一点, M N 分别是圆 $(x+5)^2+y^2=4$ 和 $(x-5)^2+y^2=1$ 上的点, 则 $|PM|-|PN|$ 的最大值为　(　)

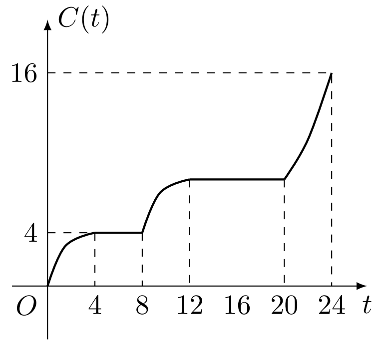
(A) 6　(B) 7　(C) 8　(D) 9

12. 某地一天内的气温 $Q(t)$ (单位: °C) 与时刻 t (单位: 时) 之间的关系如图所示, 令 $C(t)$ 表示时间段 $[0,t]$ 内的温差 (即时间段 $[0,t]$ 内的最高气温与最低气温的差). $C(t)$ 与 t 之间的函数关系用下列图象表示, 则正确的图象大致是　(　)

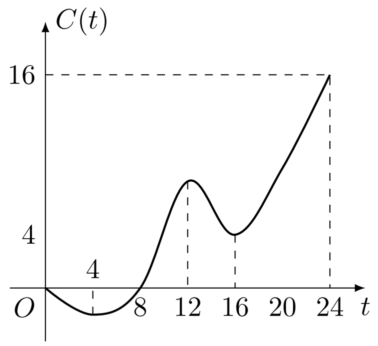




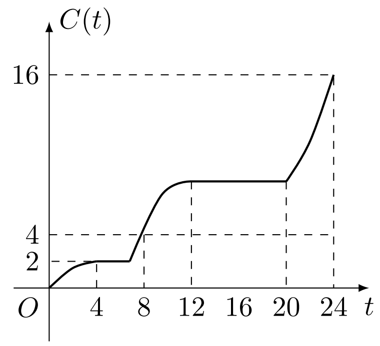
(A)



(B)



(C)



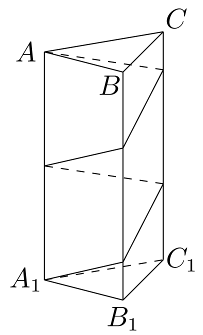
(D)

二、填空题

13. 已知向量 $\vec{a}=(1,\sin\theta)$, $\vec{b}=(1,\cos\theta)$, 则 $\left|\vec{a}-\vec{b}\right|$ 的最大值为______.

14. 设 $f(x)=\log_3(x+6)$ 的反函数为 $f^{-1}(x)$, 若 $[f^{-1}(m)+6]\cdot[f^{-1}(n)+6]=27$, 则 $f(m+n)=$______.

15. 如图, 已知正三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 的底面边长为 1, 高为 8, 一质点自 A 点出发, 沿着三棱柱的侧面绕行两周到达 A_1 点的最短路线长为______.



16. 已知 F_1、F_2 为双曲线 $\dfrac{x^2}{a^2}-\dfrac{y^2}{b^2}=1$ $(a>0,\ b>0$ 且 $a\neq b)$ 的两个焦点, P 为双曲线右支上异于顶点的任意一点, 点 O 为坐标原点. 下面四个命题:

① $\triangle PF_1F_2$ 的内切圆的圆心必在直线 $x=a$ 上;

② $\triangle PF_1F_2$ 的内切圆的圆心必在直线 $x=b$ 上;

③ $\triangle PF_1F_2$ 的内切圆的圆心必在直线 OP 上;

④ $\triangle PF_1F_2$ 的内切圆必通过点 $(a,0)$.

其中真命题的代号是______. (写出所有真命题的代号)

三、解答题

17. 已知函数 $f(x)=x^3+ax^2+bx+c$ 在 $x=-\dfrac{2}{3}$ 与 $x=1$ 时都取得极值.

(1) 求 a、b 的值与函数 $f(x)$ 的单调区间;

(2) 若对 $x\in[-1,2]$, 不等式 $f(x)<c^2$ 恒成立, 求 c 的取值范围.

18. 某商场举行抽奖促销互动, 抽奖规则是: 从装有 9 个白球、1 个红球的箱子中每次随机地摸出一个球, 记下颜色后放回, 摸出一个红球可获得二等奖; 摸出两个红球可获得一等奖. 现有甲、乙两位顾客, 规定: 甲摸一次, 乙摸两次. 求:

(1) 甲、乙两人都没有中奖的概率;

(2) 甲、两人中至少有一人获二等奖的概率.

19. 在锐角 $\triangle ABC$ 中, 角 A、B、C 所对的边分别为 a、b、c, 已知 $\sin A=\dfrac{2\sqrt{2}}{3}$.

(1) 求 $\tan^2\dfrac{B+C}{2}+\sin^2\dfrac{A}{2}$ 的值;

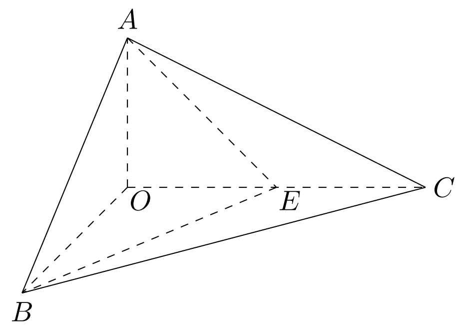
(2) 若 $a=2$, $S_{\triangle ABC}=\sqrt{2}$, 求 b 的值.

20. 如图, 已知三棱锥 $O-ABC$ 的侧棱 OA、OB、OC 两两垂直, 且 $OA=1$, $OB=OC=2$, E 是 OC 的中点.

(1) 求 O 点到面 ABC 的距离;

(2) 求异面直线 BE 与 AC 所成的角;

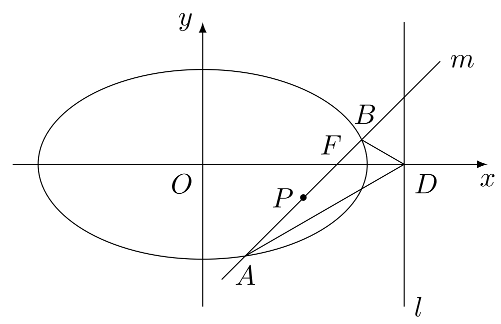
(3) 求二面角 $E-AB-C$ 的大小.



21. 如图, 椭圆 $Q:\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1\ (a>b>0)$ 的右焦点为 $F(c,0)$, 过点 F 的一动直线 m 绕点 F 转动, 并且交椭圆于 A、B 两点, P 为线段 AB 的中点.

(1) 求点 P 的轨迹 H 的方程;

(2) 在 Q 的方程中, 令 $a^2=1+\cos\theta+\sin\theta$, $b^2=\sin\theta$ $\left(0<\theta\leqslant\dfrac{\pi}{2}\right)$, 设轨迹 H 的最高点和最低点分别为 M 和 N. 当 θ 为何值时, $\triangle MNF$ 为一个正三角形?



22. 已知各项均为正数的数列 $\{a_n\}$ 满足: $a_1=3$, 且 $\dfrac{2a_{n+1}-a_n}{2a_n-a_{n+1}}=a_na_{n+1}$, $n\in\mathbf{N}^*$.

(1) 求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式;

(2) 设 $S_n=a_1^2+a_2^2+\cdots+a_n^2$, $T_n=\dfrac{1}{a_1^2}+\dfrac{1}{a_2^2}+\cdots+\dfrac{1}{a_n^2}$, 求 S_n+T_n, 并确定最小正整数 n, 使 S_n+T_n 为整数.