

文科数学

一、选择题

二、填空题

9. 抛物线 $y^2 = 4x$ 的准线方程是_____，焦点坐标是_____.

10. $\left(x - \frac{1}{x}\right)^6$ 的展开式中的常数项是_____. (用数字作答)

11. 函数 $f(x) = \sqrt{x+1} + \frac{1}{2-x}$ 的定义域为_____.

12. 在 $\triangle ABC$ 中, $AC = \sqrt{3}$, $\angle A = 45^\circ$, $\angle C = 75^\circ$, 则 BC 的长为_____.

13. 对于函数 $f(x)$ 定义域中任意的 x_1, x_2 ($x_1 \neq x_2$), 有如下结论:
 ① $f(x_1 + x_2) = f(x_1) \cdot f(x_2)$;
 ② $f(x_1 \cdot x_2) = f(x_1) + f(x_2)$;
 ③ $\frac{f(x_1) - f(x_2)}{x_1 - x_2} > 0$;
 ④ $f\left(\frac{x_1 + x_2}{2}\right) < \frac{f(x_1) + f(x_2)}{2}$.

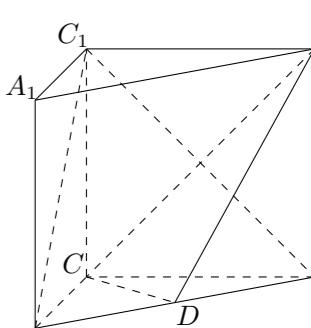
当 $f(x) = \lg x$ 时, 上述结论中正确结论的序号是_____.

14. 已知 n 次式项式 $P_n(x) = a_0x^n + a_1x^{n-1} + \cdots + a_{n-1}x + a_n$.
 如果在一种算法中, 计算 x_0^k ($k = 2, 3, 4, \dots, n$) 的值需要 $k-1$ 次乘法,
 计算 $P_3(x_0)$ 的值共需要 9 次运算 (6 次乘法, 3 次加法), 那么计算 $P_{10}(x_0)$
 的值共需要_____次运算.
 下面给出一种减少运算次数的算法: $P_0(x) = a_0$, $P_{k+1}(x) = xP_k(x) + a_{k+1}$ ($k = 0, 1, 2, \dots, n-1$). 利用该算法, 计算 $P_3(x_0)$ 的值共需要 6
 次运算, 计算 $P_{10}(x_0)$ 的值共需要_____次运算.

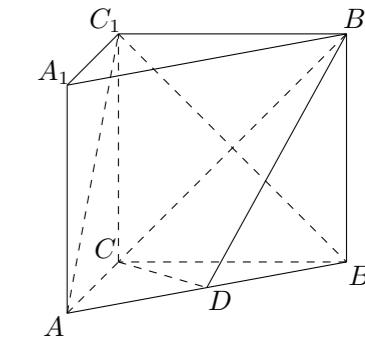
三、解答题

15. 已知 $\tan \frac{\alpha}{2} = 2$, 求:
 (1) $\tan\left(\alpha + \frac{\pi}{4}\right)$ 的值;
 (2) $\frac{6\sin\alpha + \cos\alpha}{3\sin\alpha - 2\cos\alpha}$ 的值.

16. 如图, 在直三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 中, $AC = 3$, $BC = 4$, $AB = 5$, $AA_1 = 4$,
 点 D 是 AB 的中点.
 (1) 求证: $AC \perp BC_1$;
 (2) 求证: $AC_1 \parallel$ 平面 CDB_1 ;
 (3) 求异面直线 AC_1 与 B_1C 所成角的余弦值.



17. 数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n , 且 $a_1 = 1$, $a_{n+1} = \frac{1}{3}S_n$, $n = 1, 2, 3, \dots$, 求:
 (1) a_2, a_3, a_4 的值及数列 $\{a_n\}$ 的通项公式;
 (2) $a_2 + a_4 + a_6 + \cdots + a_{2n}$ 的值.



18. 甲、乙两人各进行 3 次射击, 甲每次击中目标的概率为 $\frac{1}{2}$, 乙每次击中目标的概率为 $\frac{2}{3}$.
 (1) 甲恰好击中目标 2 次的概率;
 (2) 乙至少击中目标 2 次的概率;
 (3) 乙恰好比甲多击中目标 2 次的概率.
19. 已知函数 $f(x) = -x^3 + 3x^2 + 9x + a$.
 (1) 求 $f(x)$ 的单调减区间;
 (2) 若 $f(x)$ 在区间 $[-2, 2]$ 上的最大值为 20, 求它在该区间上的最小值.
20. 如图, 直线 $l_1 : y = kx$ ($k > 0$) 与直线 $l_2 : y = -kx$ 之间的阴影区域 (不含边界) 记为 W , 其左半部分记为 W_1 , 右半部分记为 W_2 .
 (1) 分别用不等式组表示 W_1 和 W_2 ;
 (2) 若区域 W 中的动点 $P(x, y)$ 到 l_1, l_2 的距离之积等于 d^2 , 求点 P 的轨迹 C 的方程;
 (3) 设不过原点 O 的直线 l 与 (2) 中的曲线 C 相交于 M_1, M_2 两点, 且与 l_1, l_2 分别交于 M_3, M_4 两点. 求证: $\triangle OM_1M_2$ 的重心与 $\triangle OM_3M_4$ 的重心重合.

