2010 年普通高等学校招生考试（重庆卷）

文科数学

一、选择题

1. $(x+1)^4$ 的展开式中 x^2 的系数为 ( )

(A) 4 (B) 6 (C) 10 (D) 20

2. 在等差数列 $\{a_n\}$ 中, $a_1+a_9=10$, 则 a_5 的值为 ( )

(A) 5 (B) 6 (C) 8 (D) 10

3. 若向量 $\boldsymbol{a}=(3,m)$, $\boldsymbol{b}=(2,-1)$, $\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}=0$, 则实数 m 的值为 ( )

(A) $-\dfrac{3}{2}$ (B) $\dfrac{3}{2}$ (C) 2 (D) 6

4. 函数 $y=\sqrt{16-4^x}$ 的值域是 ( )

(A) $[0,+\infty)$ (B) $[0,4]$ (C) $[0,4)$ (D) $(0,4)$

5. 某单位有职工 750 人, 其中青年职工 350 人, 中年职工 250 人, 老年职工 150 人, 为了了解该单位职工的健康情况, 用分层抽样的方法从中抽取样本. 若样本中的青年职工为 7 人, 则样本容量为 ( )

(A) 7 (B) 15 (C) 25 (D) 35

6. 下列函数中, 周期为 π, 且在 $\left[\dfrac{\pi}{4},\dfrac{\pi}{2}\right]$ 上为减函数的是 ( )

(A) $y=\sin\left(2x+\dfrac{\pi}{2}\right)$ (B) $y=\cos\left(2x+\dfrac{\pi}{2}\right)$

(C) $y=\sin\left(x+\dfrac{\pi}{2}\right)$ (D) $y=\cos\left(x+\dfrac{\pi}{2}\right)$

7. 设变量 x, y 满足约束条件 $\begin{cases}x\geqslant 0\\ x-y\geqslant 0\\ 2x-y-2\leqslant 0\end{cases}$, 则 $z=3x-2y$ 的最大值为 ( )

(A) 0 (B) 2 (C) 4 (D) 6

8. 若直线 $y=x-b$ 与曲线 $\begin{cases}x=2+\cos\theta\\ y=\sin\theta\end{cases}$ $(\theta\in[0,2\pi))$ 有两个不同的公共点, 则实数 b 的取值范围为 ( )

(A) $\left(2-\sqrt{2},1\right)$ (B) $\left[2-\sqrt{2},2+\sqrt{2}\right]$

(C) $\left(-\infty,2-\sqrt{2}\right)\cup\left(2+\sqrt{2},+\infty\right)$ (D) $\left(2-\sqrt{2},2+\sqrt{2}\right)$

9. 到两互相垂直的异面直线的距离相等的点 ( )

(A) 只有 1 个 (B) 恰有 3 个 (C) 恰有 4 个 (D) 有无穷多个

10. 某单位拟安排 6 位员工在今年 6 月 14 日至 16 日 (端午节假期) 值班, 每天安排 2 人, 每人值班 1 天. 若 6 位员工中的甲不值 14 日, 乙不值 16 日, 则不同的安排方法共有 ( )

(A) 30 种 (B) 36 种 (C) 42 种 (D) 48 种

二、填空题

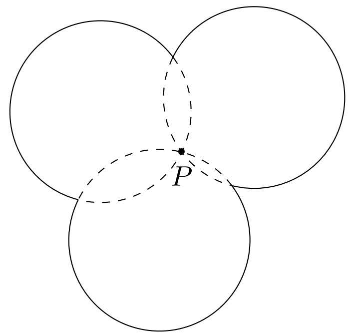
11. 设 $A=\{x\mid x+1>0\}$, $B=\{x\mid x<0\}$, 则 $A\cap B=$______.

12. 已知 $t>0$, 则函数 $y=\dfrac{t^2-4t+1}{t}$ 的最小值为______.

13. 已知过抛物线 $y^2=4x$ 的焦点 F 的直线交该抛物线于 A、B 两点, $|AF|=2$, 则 $|BF|=$______.

14. 加工某一零件需经过三道工序, 设第一、二、三道工序的次品率分别为 $\dfrac{1}{70}$、$\dfrac{1}{69}$、$\dfrac{1}{68}$, 且各道工序互不影响, 则加工出来的零件的次品率为______.

15. 如图, 图中的实线是由三段圆弧连接而成的一条封闭曲线 C, 各段弧所在的圆经过同一点 P (点 P 不在 C 上) 且半径相等. 设第 i 段弧所对的圆心角 α_i $(i=1,2,3)$, 则 $\cos\dfrac{\alpha_1}{3}\cos\dfrac{\alpha_2+\alpha_3}{3}-\sin\dfrac{\alpha_1}{3}\sin\dfrac{\alpha_2+\alpha_3}{3}=$______.



三、解答题

16. 已知 $\{a_n\}$ 是首项为 19, 公差为 -2 的等差数列, S_n 为 $\{a_n\}$ 的前 n 项和.

(1) 求通项 a_n 及 S_n;

(2) 设 $\{b_n-a_n\}$ 是首项为 1, 公比为 3 的等比数列, 求数列 $\{b_n\}$ 的通项公式及前 n 项和 T_n.

17. 在甲、乙等 6 个单位参加的一次“唱读讲传”演出活动中, 每个单位的节目集中安排在一起. 若采用抽签的方式随机确定各单位的演出顺序 (序号为 1, 2, $\cdots$, 6), 求:

(1) 甲、乙两单位的演出序号均为偶数的概率;

(2) 甲、乙两单位的演出序号不相邻的概率.

18. 设 $\triangle ABC$ 的内角 A, B, C 的对边长分别为 a, b, c, 且 $3b^2+3c^2-3a^2=4\sqrt{2}bc$.

(1) 求 $\sin A$ 的值;

(2) 求 $\dfrac{2\sin\left(A+\dfrac{\pi}{4}\right)\sin\left(B+C+\dfrac{\pi}{4}\right)}{1-\cos 2A}$ 的值.

19. 已知函数 $f(x)=ax^3+x^2+bx$ (其中常数 $a, b\in\mathbf{R}$), $g(x)=f(x)+f'(x)$ 是奇函数.

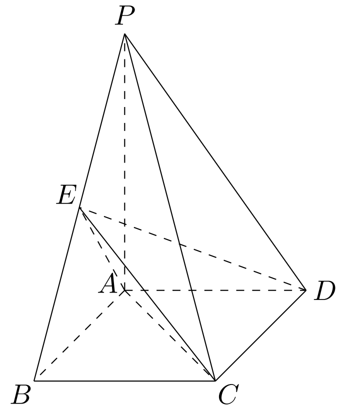
(1) 求 $f(x)$ 的表达式;

(2) 讨论 $g(x)$ 的单调性, 并求 $g(x)$ 在区间 $[1,2]$ 上的最大值和最小值.

20. 如图, 四棱锥 $P-ABCD$ 中, 底面 $ABCD$ 为矩形, $PA\perp$ 底面 $ABCD$, $PA=AB=\sqrt{2}$, 点 E 是棱 PB 的中点.

(1) 证明: $AE\perp$ 平面 PBC;

(2) 若 $AD=1$, 求二面角 $B-EC-D$ 的平面角的余弦值.



21. 已知以原点 O 为中心, $F\left(\sqrt{5},0\right)$ 为右焦点的双曲线 C 的离心率 $e=\dfrac{\sqrt{5}}{2}$.

(1) 求双曲线 C 的标准方程及其渐近线方程;

(2) 如图, 已知过点 $M(x_1,y_1)$ 的直线 l_1: $x_1x+4y_1y=4$ 与过点 $N(x_2,y_2)$ (其中 $x_2\neq x_1$) 的直线 l_2: $x_2x+4y_2y=4$ 的交点 E 在双曲线 C 上, 直线 MN 与两条渐近线分别交于 G、H 两点, 求 $\overrightarrow{OG}\cdot\overrightarrow{OH}$ 的值.