2006 年普通高等学校招生考试（四川卷）

理科数学

一、选择题

1. 已知集合 $A=\{x|x^2-5x+6\leqslant 0\}$, 集合 $B=\{x||2x-1|>3\}$, 则集合 $A\cap B=$ （ ）

(A) $\{x|2\leqslant x\leqslant 3\}$ (B) $\{x|2\leqslant x<3\}$

(C) $\{x|2<x\leqslant 3\}$ (D) $\{x|-1<x<3\}$

2. 复数 $(1-\mathrm{i})^3$ 的虚部为 （ ）

(A) 3 (B) -3 (C) 2 (D) -2

3. 已知 $f(x)=\begin{cases}2x+3,\ x\neq 1\\ 2,\ x=1\end{cases}$, 下面结论正确的是 （ ）

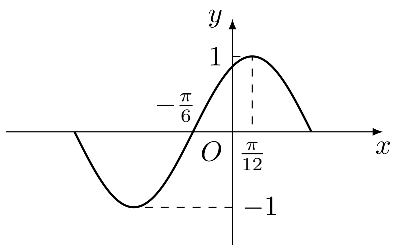
(A) $f(x)$ 在 $x=1$ 处连续 (B) $f(1)=5$

(C) $\lim\limits_{x\to 1^-}f(x)=2$ (D) $\lim\limits_{x\to 1^+}f(x)=5$

4. 已知二面角 $\alpha-l-\beta$ 的大小为 60°, m、n 为异面直线, 且 $m\perp\alpha$, $n\perp\beta$, 则 m、n 所成的角为 （ ）

(A) 30° (B) 60° (C) 90° (D) 120°

5. 下列函数中, 图象的一部分如图所示的是 （ ）



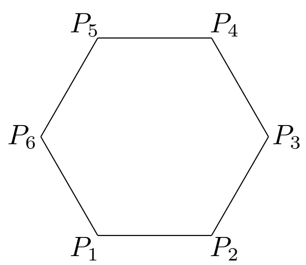
(A) $y=\sin\left(x+\dfrac{\pi}{6}\right)$ (B) $y=\sin\left(2x-\dfrac{\pi}{6}\right)$

(C) $y=\cos\left(4x-\dfrac{\pi}{3}\right)$ (D) $y=\cos\left(2x-\dfrac{\pi}{6}\right)$

6. 已知两定点 $A(-2,0)$、$B(1,0)$, 如果动点 P 满足 $|PA|=2|PB|$, 则点 P 的轨迹所包围的图形的面积等于 （ ）

(A) π (B) 4π (C) 8π (D) 9π

7. 如图, 已知正六边形 $P_1P_2P_3P_4P_5P_6$, 下列向量的数量积中最大的是 （ ）



(A) $\overrightarrow{P_1P_2}\cdot\overrightarrow{P_1P_3}$ (B) $\overrightarrow{P_1P_2}\cdot\overrightarrow{P_1P_4}$ (C) $\overrightarrow{P_1P_2}\cdot\overrightarrow{P_1P_5}$ (D) $\overrightarrow{P_1P_2}\cdot\overrightarrow{P_1P_6}$

8. 某厂生产甲产品每千克需用原料 A 和原料 B 分别为 a_1、b_1 千克, 生产乙产品每千克需用原料 A 和原料 B 分别为 a_2、b_2 千克. 甲、乙产品每千克可获利润分别为 d_1、d_2 元. 月初一次性购进本月用原料 A、B 各 c_1、c_2 千克. 要计划本月生产甲产品和乙产品各多少千克才能使月利润总额达到最大. 在这个问题中, 设全月生产甲、乙两种产品分别为 x 千克、y 千克, 月利润总额为 z 元, 那么, 用于求使总利润 $z=d_1x+d_2y$ 最大的数学模型中, 约束条件为 （ ）

(A) $\begin{cases}a_1x+a_2y\geqslant c_1\\ b_1x+b_2y\geqslant c_2\\ x\geqslant 0\\ y\geqslant 0\end{cases}$ (B) $\begin{cases}a_1x+b_1y\leqslant c_1\\ a_2x+b_2y\leqslant c_2\\ x\geqslant 0\\ y\geqslant 0\end{cases}$

(C) $\begin{cases}a_1x+a_2y\leqslant c_1\\ b_1x+b_2y\leqslant c_2\\ x\geqslant 0\\ y\geqslant 0\end{cases}$ (D) $\begin{cases}a_1x+a_2y=c_1\\ b_1x+b_2y=c_2\\ x\geqslant 0\\ y\geqslant 0\end{cases}$

9. 直线 $y=x-3$ 与抛物线 $y^2=4x$ 交于 A、B 两点, 过 A、B 两点向抛物线的准线作垂线, 垂足分别为 P、Q, 则梯形 $APQB$ 的面积为 （ ）

(A) 48 (B) 56 (C) 64 (D) 72

10. 已知球 O 的半径是 1, A、B、C 三点都在球面上, A、B 两点和 A、C 两点的球面距离都是 $\dfrac{\pi}{4}$, B、C 两点的球面距离是 $\dfrac{\pi}{3}$, 则二面角 $B-OA-C$ 的大小是 （ ）

(A) $\dfrac{\pi}{4}$ (B) $\dfrac{\pi}{3}$ (C) $\dfrac{\pi}{2}$ (D) $\dfrac{2\pi}{3}$

11. 设 a、b、c 分别是 $\triangle ABC$ 的三个内角 A、B、C 所对的边, 则 $a^2=b(b+c)$ 是 $A=2B$ 的 （ ）

(A) 充要条件 (B) 充分而不必要条件

(C) 必要而不充分条件 (D) 既不充分也不必要条件

12. 从 0 到 9 这 10 个数字中任取 3 个数字组成一个没有重复数字的三位数, 这个数不能被 3 整除的概率为 （ ）

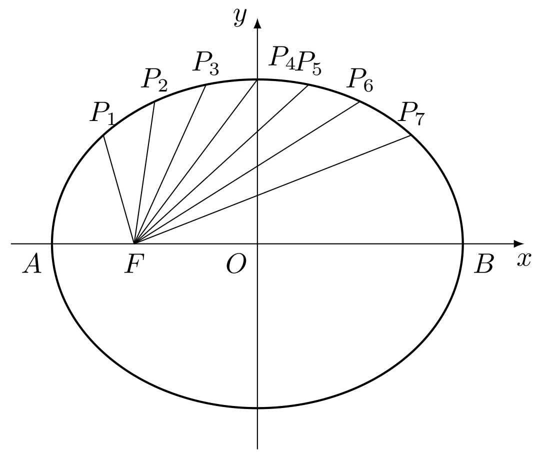
(A) $\dfrac{19}{54}$ (B) $\dfrac{35}{54}$ (C) $\dfrac{38}{54}$ (D) $\dfrac{41}{60}$

二、填空题

13. 在三棱锥 $O-ABC$ 中, 三条棱 OA、OB、OC 两两互相垂直, 且 $OA=OB=OC$, M 是 AB 边的中点, 则 OM 与平面 ABC 所成角的大小是______. (用反三角函数表示)

14. 设离散型随机变量 ξ 可能取的值为 1, 2, 3, 4. $P(\xi=k)=ak+b$ ($k=1, 2, 3, 4$). 又 ξ 的数学期望 $E\xi=3$, 则 $a+b=$______.

15. 如图, 把椭圆 $\dfrac{x^2}{25}+\dfrac{y^2}{16}=1$ 的长轴 AB 分成 8 等分, 过每个分点作 x 轴的垂线交椭圆的上半部分于 P_1、P_2、$\cdots$、P_7 七个点, F 是椭圆的一个焦点, 则 $|P_1F|+|P_2F|+\cdots+|P_7F|=$______.



16. 非空集合 G 关于运算 $\oplus$ 满足: (1) 对任意 a、$b\in G$, 都有 $a\oplus b\in G$; (2) 存在 $e\in G$, 使得对一切 $a\in G$, 都有 $a\oplus e=e\oplus a=a$, 则称 G 关于运算 $\oplus$ 为“融洽集”. 现给出下列集合和运算:

① $G=${非负整数}, $\oplus$ 为整数的加法;
② $G=${偶数}, $\oplus$ 为整数的乘法;
③ $G=${平面向量}, $\oplus$ 为平面向量的加法;
④ $G=${二次三项式}, $\oplus$ 为多项式的加法;
⑤ $G=${虚数}, $\oplus$ 为复数的乘法.

其中 G 关于运算 $\oplus$ 为“融洽集”的是______. (写出所有“融洽集”的序号)

三、解答题

17. 已知 A、B、C 是 $\triangle ABC$ 三内角, 向量 $\boldsymbol{m}=(-1,\sqrt{3})$, $\boldsymbol{n}=(\cos A,\sin A)$, 且 $\boldsymbol{m}\cdot\boldsymbol{n}=1$.

(1) 求角 A;

(2) 若 $\dfrac{1+\sin 2B}{\cos^2 B-\sin^2 B}=-3$, 求 $\tan C$.

18. 某课程考核分理论和实验两部分进行, 每部分考核成绩只记“合格”与“不合格”, 两部分考核都“合格”则该课程考核“合格”. 甲、乙、丙三人在理论考核中合格的概率分别为 0.9、0.8、0.7; 在实验考核中合格的概率分别为 0.8、0.7、0.9. 所有考核是否合格互相之间没有影响.

(1) 求甲、乙、丙三人在理论考核中至少有两人合格的概率;

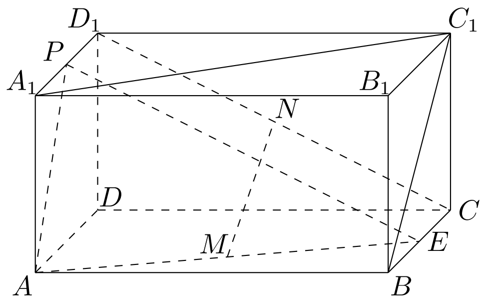
(2) 求这三人该课程考核都合格的概率. (结果保留三位小数)

19. 如图, 在长方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中, E、P 分别是 BC、A_1D_1 的中点, M N 分别是 AE CD_1 的中点, $AD=AA_1=a$, $AB=2a$.

(1) 求证: $MN \parallel$ 面 ADD_1A_1;

(2) 求二面角 $P-AE-D$ 的大小;

(3) 求三棱锥 $P-DEN$ 的体积.



20. 已知数列 $\{a_n\}$, 其中 $a_1=1$, $a_2=3$, $2a_n=a_{n+1}+a_{n-1}$ $(n \geqslant 2)$. 记数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n, 数列 $\{\ln S_n\}$ 的前 n 项和为 U_n.

(1) 求 U_n;

(2) 设 $F_n(x)=\dfrac{\mathrm{e}^{U_n}}{2n(n!)^2}x^{2n}$ $(x>0)$, $T_n(x)=\displaystyle\sum_{k=1}^{n}F'_k(x)$ (其中 $F'_k(x)$ 为 $F_k(x)$ 的导函数), 计算 $\displaystyle\lim_{n\to\infty}\frac{T_n(x)}{T_{n+1}(x)}$.

21. 已知两定点 $F_1(-\sqrt{2},0)$, $F_2(\sqrt{2},0)$, 满足条件 $\left|\overrightarrow{PF_2}\right|-\left|\overrightarrow{PF_1}\right|=2$ 的点 P 的轨迹是曲线 E, 直线 $y=kx-1$ 与曲线 E 交于 A、B 两点. 如果 $\left|\overrightarrow{AB}\right|=6\sqrt{3}$, 且曲线 E 上存在点 C, 使 $\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OB}=m\overrightarrow{OC}$, 求 m 的值和 $\triangle ABC$ 的面积 S.

22. 已知函数 $f(x)=x^2+\dfrac{2}{x}+a\ln x$ $(x>0)$, $f(x)$ 的导函数是 $f'(x)$. 对任意两个不相等的正数 x_1、x_2, 证明:

(1) 当 $a\leqslant 0$ 时, $\dfrac{f(x_1)+f(x_2)}{2}>f\left(\dfrac{x_1+x_2}{2}\right)$;

(2) 当 $a\leqslant 4$ 时, $|f'(x_1)-f'(x_2)|>|x_1-x_2|$.