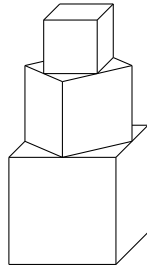


## 文科数学

### 一、选择题

- 圆  $(x+2)^2 + y^2 = 5$  关于原点  $(0,0)$  对称的圆的方程为 ( )  
 (A)  $(x-2)^2 + y^2 = 5$  (B)  $x^2 + (y-2)^2 = 5$   
 (C)  $(x+2)^2 + (y+2)^2 = 5$  (D)  $x^2 + (y+2)^2 = 5$
- $\left(\cos \frac{\pi}{12} - \sin \frac{\pi}{12}\right) \left(\cos \frac{\pi}{12} + \sin \frac{\pi}{12}\right) =$  ( )  
 (A)  $-\frac{\sqrt{3}}{2}$  (B)  $-\frac{1}{2}$  (C)  $\frac{1}{2}$  (D)  $\frac{\sqrt{3}}{2}$
- 若函数  $f(x)$  是定义在  $\mathbf{R}$  上的偶函数, 在  $(-\infty, 0]$  上是减函数, 且  $f(2) = 0$ , 则使得  $f(x) < 0$  的  $x$  的取值范围是 ( )  
 (A)  $(-\infty, 2)$  (B)  $(2, +\infty)$   
 (C)  $(-\infty, -2) \cup (2, +\infty)$  (D)  $(-2, 2)$
- 设向量  $\mathbf{a} = (-1, 2)$ ,  $\mathbf{b} = (2, -1)$ , 则  $(\mathbf{a} \cdot \mathbf{b})(\mathbf{a} + \mathbf{b})$  等于 ( )  
 (A)  $(1, 1)$  (B)  $(-4, -4)$  (C)  $-4$  (D)  $(-2, -2)$
- 不等式组  $\begin{cases} |x-2| < 2 \\ \log_2(x^2-1) > 1 \end{cases}$  的解集为 ( )  
 (A)  $(0, \sqrt{3})$  (B)  $(\sqrt{3}, 2)$  (C)  $(\sqrt{3}, 4)$  (D)  $(2, 4)$
- 已知  $\alpha, \beta$  均为锐角, 若  $p: \sin \alpha < \sin(\alpha + \beta)$ ,  $q: \alpha + \beta < \frac{\pi}{2}$ , 则  $p$  是  $q$  的 ( )  
 (A) 充分而不必要条件 (B) 必要而不充分条件  
 (C) 充要条件 (D) 既不充分也不必要条件
- 对于不重合的两个平面  $\alpha$  与  $\beta$ , 给定下列条件:  
 ① 存在平面  $\gamma$ , 使得  $\alpha, \beta$  都垂直于  $\gamma$ ;  
 ② 存在平面  $\gamma$ , 使得  $\alpha, \beta$  都平行于  $\gamma$ ;  
 ③ 存在直线  $l \subset \alpha$ , 直线  $m \subset \alpha$ , 使得  $l \parallel m$ ;  
 ④ 存在异面直线  $l, m$ , 使得  $l \parallel \alpha, l \parallel \beta, m \parallel \alpha, m \parallel \beta$ .  
 其中, 可以判定  $\alpha$  与  $\beta$  平行的条件有 ( )  
 (A) 1 个 (B) 2 个 (C) 3 个 (D) 4 个
- 若  $(1+2x)^n$  展开式中含  $x^3$  项的系数等于含  $x$  项的系数的 8 倍, 则  $n$  等于 ( )  
 (A) 5 (B) 7 (C) 9 (D) 11
- 若动点  $(x, y)$  在曲线  $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{b^2} = 1$  ( $b > 0$ ) 上变化, 则  $x^2 + 2y$  的最大值为 ( )  
 (A)  $\begin{cases} \frac{b^2}{4} + 4, & 0 < b < 4, \\ 2b, & b \geq 4 \end{cases}$  (B)  $\begin{cases} \frac{b^2}{4} + 4, & 0 < b < 2, \\ 2b, & b \geq 2 \end{cases}$   
 (C)  $\frac{b^2}{4} + 4$  (D)  $2b$

- 有一塔形几何体由若干个正方体构成, 构成方式如图所示, 上层正方体下底面的四个顶点是下层正方体上底面各连接中点, 已知最底层正方体的棱长为 2, 且该塔形的表面积 (含最底层正方体的底面面积) 超过 39, 则该塔形中正方体的个数至少是 ( )



- (A) 4 (B) 5 (C) 6 (D) 7

### 二、填空题

- 若集合  $A = \{x \in \mathbf{R} | x^2 - 4x + 3 < 0\}$ , 集合  $B = \{x \in \mathbf{R} | (x-2)(x-5) < 0\}$ , 则  $A \cap B =$ \_\_\_\_\_.
- 曲线  $y = x^3$  在点  $(1, 1)$  处的切线与  $x$  轴、直线  $x = 2$  所围成的三角形的面积为\_\_\_\_\_.
- 已知  $\alpha, \beta$  均为锐角, 且  $\cos(\alpha + \beta) = \sin(\alpha - \beta)$ , 则  $\tan \alpha =$ \_\_\_\_\_.
- 若  $x^2 + y^2 = 4$ , 则  $x - y$  的最大值是\_\_\_\_\_.
- 若 10 把钥匙中只有 2 把能打开某锁, 则从中任取 2 把能将该锁打开的概率为\_\_\_\_\_.
- 已知  $A\left(-\frac{1}{2}, 0\right)$ ,  $B$  是圆  $F: \left(x - \frac{1}{2}\right)^2 + y^2 = 4$  ( $F$  为圆心) 上一动点, 线段  $AB$  的垂直平分线交  $BF$  于  $P$ , 则动点  $P$  的轨迹方程为\_\_\_\_\_.

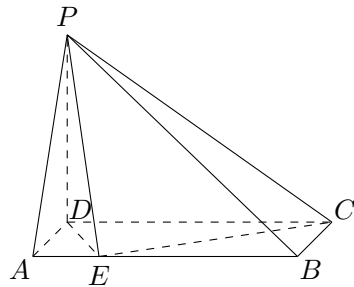
### 三、解答题

- 若函数  $f(x) = \frac{1 + \cos 2x}{2 \sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right)} + \sin x + a^2 \sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right)$  的最大值为  $\sqrt{2} + 3$ , 试确定常数  $a$  的值.

- 加工某种零件需经过三道工序, 设第一、二、三道工序的合格率分别为  $\frac{9}{10}$ 、 $\frac{8}{9}$ 、 $\frac{7}{8}$ , 且各道工序互不影响.  
 (1) 求该种零件的合格率;  
 (2) 从该种零件中任取 3 件, 求恰好取到一件合格品的概率和至少取到一件合格品的概率.

- 设函数  $f(x) = 2x^3 - 3(a+1)x^2 + 6ax + 8$ , 其中  $a \in \mathbf{R}$ .  
 (1) 若  $f(x)$  在  $x = 3$  处取得极值, 求常数  $a$  的值;  
 (2) 若  $f(x)$  在  $(-\infty, 0)$  上为增函数, 求  $a$  的取值范围.

20. 如图, 在四棱锥  $P-ABCD$  中, 底面  $ABCD$  为矩形,  $PD \perp$  底面  $ABCD$ ,  $E$  是  $AB$  上一点,  $PE \perp EC$ . 已知  $PD = \sqrt{2}$ ,  $CD = 2$ ,  $AE = \frac{1}{2}$ , 求:
- (1) 异面直线  $PD$  与  $EC$  的距离;
  - (2) 二面角  $E-PC-D$  的大小.



21. 已知中心在原点的双曲线  $C$  的右焦点为  $(2, 0)$ , 右顶点为  $(\sqrt{3}, 0)$ .
- (1) 求双曲线  $C$  的方程;
  - (2) 若直线  $l: y = kx + \sqrt{2}$  与双曲线  $C$  恒有两个不同的交点  $A$  和  $B$ , 且  $\vec{OA} \cdot \vec{OB} > 2$  (其中  $O$  为原点). 求  $k$  的取值范围.

22. 数列  $\{a_n\}$  满足  $a_1 = 1$  且  $8a_{n+1}a_n - 16a_{n+1} + 2a_n + 5 = 0$  ( $n \geq 1$ ). 记  $b_n = \frac{1}{a_n - \frac{1}{2}}$  ( $n \geq 1$ ).
- (1) 求  $b_1$ 、 $b_2$ 、 $b_3$ 、 $b_4$  的值;
  - (2) 求数列  $\{b_n\}$  的通项公式及数列  $\{a_nb_n\}$  的前  $n$  项和  $S_n$ .