2008 年普通高等学校招生考试（上海卷）

文科数学

一、填空题

1. 不等式 $|x-1|<1$ 的解集是______.

2. 若集合 $A=\{x|x\leqslant 2\}$、$B=\{x|x\geqslant a\}$ 满足 $A\cap B=\{2\}$, 则实数 $a=$______.

3. 若复数 z 满足 $z=\mathrm{i}(2-z)$ (i 是虚数单位), 则 $z=$______.

4. 若函数 $f(x)$ 的反函数为 $f^{-1}(x)=\log_2 x$, 则 $f(x)=$______.

5. 若向量 $\boldsymbol{a}$、$\boldsymbol{b}$ 满足 $|\boldsymbol{a}|=1$, $|\boldsymbol{b}|=2$, 且 $\boldsymbol{a}$ 与 $\boldsymbol{b}$ 的夹角为 $\dfrac{\pi}{3}$, 则 $|\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}|=$______.

6. 若直线 $ax-y+1=0$ 经过抛物线 $y^2=4x$ 的焦点, 则实数 $a=$______.

7. 若 z 是实系数方程 $x^2+2x+p=0$ 的一个虚根, 且 $|z|=2$, 则 $p=$______.

8. 在平面直角坐标系中, 从五个点: $A(0,0)$、$B(2,0)$、$C(1,1)$、$D(0,2)$、$E(2,2)$ 中任取三个, 这三点能构成三角形的概率是______. (结果用分数表示)

9. 若函数 $f(x)=(x+a)(bx+2a)$ (常数 $a,b\in\mathbf{R}$) 是偶函数, 且它的值域为 $(-\infty,4]$, 则该函数的解析式 $f(x)=$______.

10. 已知总体的各个体的值由小到大依次为 2, 3, 3, 7, a, b, 12, 13.7, 18.3, 20, 且总体的中位数为 10.5. 若要使该总体的方差最小, 则 a、b 的取值分别是______.

11. 在平面直角坐标系中, 点 A、B、C 的坐标分别为 $(0,1)$、$(4,2)$、$(2,6)$. 如果 $P(x,y)$ 是 $\triangle ABC$ 围成的区域 (含边界) 上的点, 那么当 $w=xy$ 取到最大值时, 点 P 的坐标是______.

二、选择题

12. 设 P 是椭圆 $\dfrac{x^2}{25}+\dfrac{y^2}{16}=1$ 上的点. 若 F_1、F_2 是椭圆的两个焦点, 则 $|PF_1|+|PF_2|$ 等于 ( )

(A) 4 (B) 5 (C) 8 (D) 10

13. 给定空间中的直线 l 及平面 α, 条件"直线 l 与平面 α 内无数条直线都垂直"是"直线 l 与平面 α 垂直"的 ( )

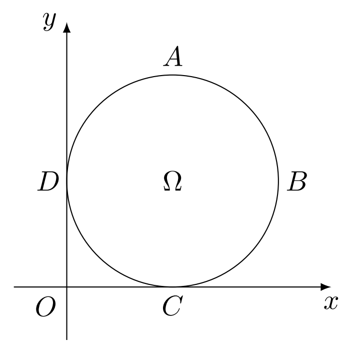
(A) 充分非必要条件 (B) 必要非充分条件

(C) 充要条件 (D) 既非充分又非必要条件

14. 若数列 $\{a_n\}$ 是首项为 1, 公比为 $a-\dfrac{3}{2}$ 的无穷等比数列, 且 $\{a_n\}$ 各项的和为 a, 则 a 的值是 ( )

(A) 1 (B) 2 (C) $\dfrac{1}{2}$ (D) $\dfrac{5}{4}$

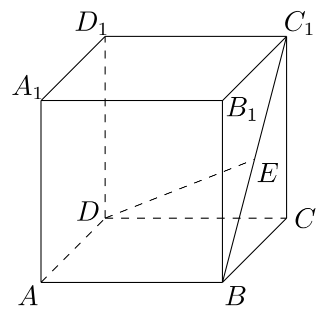
15. 如图, 在平面直角坐标系中, Ω 是一个与 x 轴的正半轴、y 轴的正半轴分别相切于点 C、D 的定圆所围成区域 (含边界), A、B、C、D 是该圆的四等分点. 若点 $P(x,y)$、点 $P'(x',y')$ 满足 $x\leqslant x'$ 且 $y\geqslant y'$, 则称 P 优于 P'. 如果 Ω 中的点 Q 满足: 不存在 Ω 中的其它点优于 Q, 那么所有这样的点 Q 组成的集合是劣弧 ( )



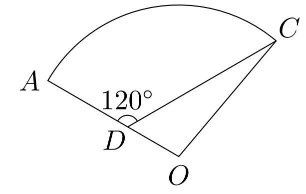
(A) $\widehat{AB}$ (B) $\widehat{BC}$ (C) $\widehat{CD}$ (D) $\widehat{DA}$

三、解答题

16. 如图, 在棱长为 2 的正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中, E 是 BC_1 的中点. 求直线 DE 与平面 $ABCD$ 所成角的大小. (结果用反三角函数表示)



17. 如图, 某住宅小区的平面图呈扇形 AOC. 小区的两个出入口设置在点 A 及点 C 处, 小区里有两条笔直的小路 AD、DC, 且拐弯处的转角为 120°. 已知某人从 C 沿 CD 走到 D 用了 10 分钟, 从 D 沿 DA 走到 A 用了 6 分钟. 若此人步行的速度为每分钟 50 米, 求该扇形的半径 OA 的长. (精确到 1 米)



18. 已知函数 $f(x)=\sin 2x$, $g(x)=\cos\left(2x+\dfrac{\pi}{6}\right)$, 直线 $x=t$ $(t\in\mathbf{R})$ 与函数 $f(x)$、$g(x)$ 的图象分别交于 M、N 两点.

(1) 当 $t=\dfrac{\pi}{4}$ 时, 求 $|MN|$ 的值;

(2) 求 $|MN|$ 在 $t\in\left[0,\dfrac{\pi}{2}\right]$ 时的最大值.

19. 已知函数 $f(x)=2^x-\dfrac{1}{2^{|x|}}$.

(1) 若 $f(x)=2$, 求 x 的值;

(2) 若 $2^tf(2t)+mf(t)\geqslant 0$ 对于 $t\in[1,2]$ 恒成立, 求实数 m 的取值范围.

20. 已知双曲线 C: $\dfrac{x^2}{2}-y^2=1$.

(1) 求双曲线 C 的渐近线方程;

(2) 已知点 M 的坐标为 $(0,1)$. 设 P 是双曲线 C 上的点, Q 是点 P 关于原点的对称点. 记 $\lambda=\overrightarrow{MP}\cdot\overrightarrow{MQ}$, 求 λ 的取值范围;

(3) 已知点 D、E、M 的坐标分别为 $(-2,-1)$、$(2,-1)$、$(0,1)$, P 为双曲线 C 上在第一象限内的点. 记 l 为经过原点与点 P 的直线, s 为 $\triangle DEM$ 截直线 l 所得线段的长. 试将 s 表示为直线 l 的斜率 k 的函数.

21. 已知数列 $\{a_n\}$: $a_1=1$, $a_2=2$, $a_3=r$, $a_{n+3}=a_n+2$ (n 是正整数), 与数列 $\{b_n\}$: $b_1=1$, $b_2=0$, $b_3=-1$, $b_4=0$, $b_{n+4}=b_n$ (n 是正整数). 记 $T_n=b_1a_1+b_2a_2+b_3a_3+\cdots+b_na_n$.

(1) 若 $a_1+a_2+a_3+\cdots+a_{12}=64$, 求 r 的值;

(2) 求证: 当 n 是正整数时, $T_{12n}=-4n$;

(3) 已知 $r>0$, 且存在正整数 m, 使得在 T_{12m+1}, T_{12m+2}, $\cdots$, T_{12m+12} 中有 4 项为 100, 求 r 的值, 并指出哪 4 项为 100.