

文科数学

一、选择题

1. 复数 $\frac{2}{1-i}$ 等于 ()

- (A) $1+i$ (B) $1-i$ (C) $-1+i$ (D) $-1-i$

2. 下列命题中的假命题是 ()

- (A) $\exists x \in \mathbf{R}, \lg x = 0$ (B) $\exists x \in \mathbf{R}, \tan x = 1$
 (C) $\forall x \in \mathbf{R}, x^3 > 0$ (D) $\forall x \in \mathbf{R}, 2^x > 0$

3. 某商品销售量 y (件) 与销售价格 x (元/件) 负相关, 则其回归方程可能是 ()

- (A) $\hat{y} = -10x + 200$ (B) $\hat{y} = 10x + 200$
 (C) $\hat{y} = -10x - 200$ (D) $\hat{y} = 10x - 200$

4. 极坐标 $\rho = \cos \theta$ 和参数方程 $\begin{cases} x = -1 - t \\ y = 2 + t \end{cases}$ (t 为参数) 所表示的图形分别是 ()

- (A) 直线、直线 (B) 直线、圆 (C) 圆、圆 (D) 圆、直线

5. 设抛物线 $y^2 = 8x$ 上一点 P 到 y 轴的距离是 4, 则点 P 到该抛物线焦点的距离是 ()

- (A) 4 (B) 6 (C) 8 (D) 12

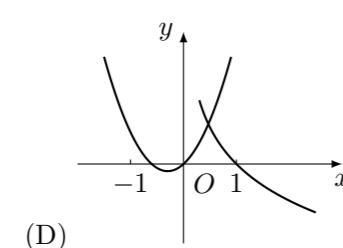
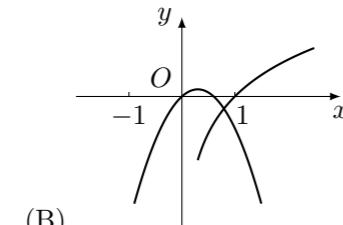
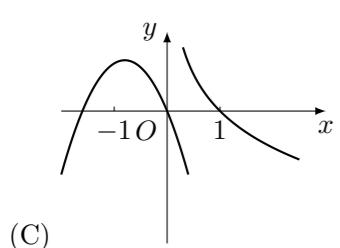
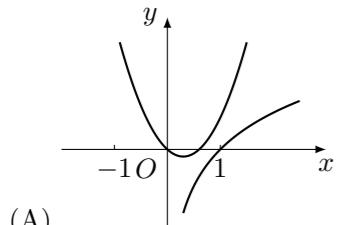
6. 若非零向量 \mathbf{a}, \mathbf{b} 满足 $|\mathbf{a}| = |\mathbf{b}|$, $(2\mathbf{a} + \mathbf{b}) \cdot \mathbf{b} = 0$, 则 \mathbf{a} 与 \mathbf{b} 的夹角为 ()

- (A) 30° (B) 60° (C) 120° (D) 150°

7. 在 $\triangle ABC$ 中, 角 A, B, C 所对的边长分别为 a, b, c , 若 $\angle C = 120^\circ$, $c = \sqrt{2}a$, 则 ()

- (A) $a > b$ (B) $a < b$
 (C) $a = b$ (D) a 与 b 的大小关系不能确定

8. 函数 $y = ax^2 + bx$ 与 $y = \log_{|\frac{b}{a}|} x$ ($ab \neq 0$, $|a| \neq |b|$) 在同一直角坐标系中的图像可能是 ()



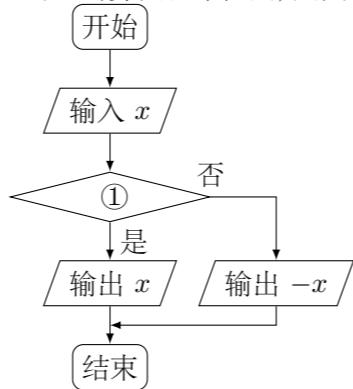
二、填空题

9. 已知集合 $A = \{1, 2, 3\}$, $B = \{2, m, 4\}$, $A \cap B = \{2, 3\}$, 则 $m = \underline{\hspace{2cm}}$.

10. 已知一种材料的最佳加入量在 100 g 到 200 g 之间. 若用 0.618 法安排实验, 则第一次试点的加入量可以是 $\underline{\hspace{2cm}}$ g.

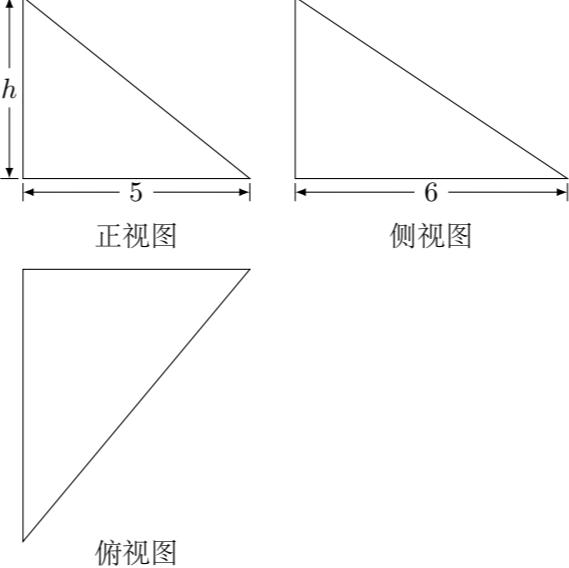
11. 在区间 $[-1, 2]$ 上随机取一个数 x , 则 $x \in [0, 1]$ 的概率为 $\underline{\hspace{2cm}}$.

12. 下图是求实数 x 的绝对值的算法程序框图, 则判断框①中可填 $\underline{\hspace{2cm}}$.



13. 图中的三个直角三角形是一个体积为 20 cm^3 的几何体的三视图, 则

$$h = \underline{\hspace{2cm}} \text{ cm.}$$



14. 若不同两点 P, Q 的坐标分别为 $(a, b), (3-b, 3-a)$, 则线段 PQ 的垂直平分线 l 的斜率为, 圆 $(x-2)^2 + (y-3)^2 = 1$ 关于直线 l 对称的圆的方程为 $\underline{\hspace{2cm}}$.

15. 若规定 $E = \{a_1, a_2, \dots, a_{10}\}$ 的子集 $\{a_{i_1}, a_{i_2}, \dots, a_{i_n}\}$ 为 E 的第 k 个子集, 其中 $k = 2^{i_1-1} + 2^{i_2-1} + 2^{i_3-1} + \dots + 2^{i_n-1}$, 则

- (1) $\{a_1, a_3\}$ 是 E 的第 $\underline{\hspace{2cm}}$ 个子集;
 (2) E 的第 211 个子集是 $\underline{\hspace{2cm}}$.

三、解答题

16. 已知函数 $f(x) = \sin 2x - 2\sin^2 x$.

- (1) 求函数 $f(x)$ 的最小正周期;
 (2) 求函数 $f(x)$ 的最大值及 $f(x)$ 取最大值时 x 的集合.

17. 为了对某课题进行研究, 用分层抽样方法从三所高校 A, B, C 的相关人员中, 抽取若干人组成研究小组, 有关数据见下表 (单位: 人):

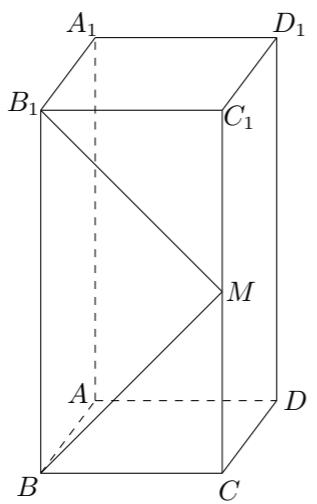
高校	相关人数	抽取人数
A	18	x
B	36	2
C	54	y

- (1) 求 x, y ;
 (2) 若从高校 B, C 抽取的人中选 2 人作专题发言, 求这二人来自高校 C 的概率.

18. 如图所示, 在长方体 $ABCD - A_1B_1C_1D_1$ 中, $AB = AD = 1$, $AA_1 = 2$,

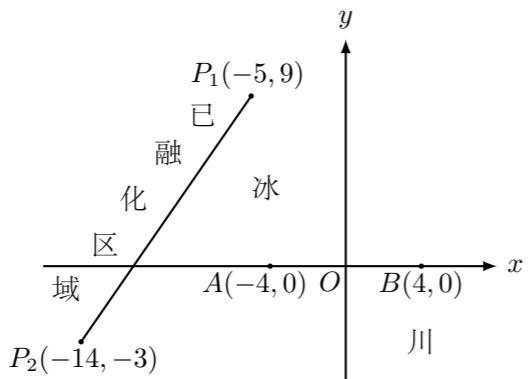
M 是棱 CC_1 的中点.

- (1) 求异面直线 A_1M 和 C_1D_1 所成的角的正切值;
- (2) 证明: 平面 $ABM \perp$ 平面 A_1B_1M .



19. 为了考察冰川的融化状况, 一支科考队在某冰川上相距 8 km 的 A , B 两点各建一个考察基地. 视冰川面为平面形, 以过 A , B 两点的直线为 x 轴, 线段 AB 的垂直平分线为 y 轴建立平面直角坐标系 (下图). 考察范围到 A , B 两点的距离之和不超过 10km 的区域.

- (1) 求考察区域边界曲线的方程;
- (2) 如图所示, 设线段 P_1P_2 是冰川的部分边界线 (不考虑其他边界), 当冰川融化时, 边界线沿与其垂直的方向朝考察区域平行移动, 第一年移动 0.2 km, 以后每年移动的距离为前一年的 2 倍. 问: 经过多长时间, 点 A 恰好在冰川边界线上?



20. 给出下面的数表序列:

表 1	表 2	表 3	...
1	1	3	1 3 5
	4	4	8
		12	

其中表 n ($n = 1, 2, 3, \dots$) 有 n 行, 第 1 行的 n 个数是 $1, 3, 5, \dots, 2n-1$, 从第 2 行起, 每行中的每个数都等于它肩上的两数之和.

- (1) 写出表 4, 验证表 4 各行中数的平均数按从上到下的顺序构成等比数列, 并将结论推广到表 n ($n \geq 3$) (不要求证明);
- (2) 每个数列中最后一行都只有一个数, 它们构成数列 $1, 4, 12, \dots$, 记此数列为 $\{b_n\}$, 求和: $\frac{b_3}{b_1 b_2} + \frac{b_4}{b_2 b_3} + \dots + \frac{b_{n+2}}{b_n b_{n+1}}$ ($n \in \mathbb{N}^*$).

21. 已知函数 $f(x) = \frac{a}{x} + x + (a-1) \ln x + 15a$, 其中 $a < 0$, 且 $a \neq -1$.

- (1) 讨论函数 $f(x)$ 的单调性;
- (2) 设函数 $g(x) = \begin{cases} (-2x^3 + 3ax^2 + 6ax - 4a^2 - 6a)e^x, & x \leq 1 \\ e \cdot f(x), & x > 1 \end{cases}$ (e 是自然数的底数). 是否存在 a , 使 $g(x)$ 在 $[a, -a]$ 上为减函数? 若存在, 求 a 的取值范围; 若不存在, 请说明理由.