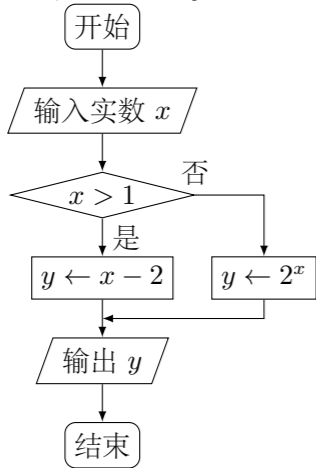


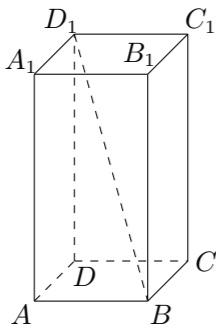
# 文科数学

## 一、填空题

- 函数  $f(x) = x^3 + 1$  的反函数  $f^{-1}(x) =$ \_\_\_\_\_.
- 已知集合  $A = \{x|x \leq 1\}$ ,  $B = \{x|x \geq a\}$ , 且  $A \cup B = \mathbf{R}$ , 则实数  $a$  的取值范围是\_\_\_\_\_.
- 若行列式  $\begin{vmatrix} 4 & 5 & x \\ 1 & x & 3 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix}$  中, 元素 4 的代数余子式大于 0, 则  $x$  满足的条件是\_\_\_\_\_.
- 某算法的程序框如图所示, 则输出量  $y$  与输入量  $x$  满足的关系式是\_\_\_\_\_.



- 如图, 若正四棱柱  $ABCD - A_1B_1C_1D_1$  的底面边长为 2, 高为 4, 则异面直线  $BD_1$  与  $AD$  所成角的大小是\_\_\_\_\_.



- 若球  $O_1$ 、 $O_2$  表面积之比  $\frac{S_1}{S_2} = 4$ , 则它们的半径之比  $\frac{R_1}{R_2} =$ \_\_\_\_\_.

- 已知实数  $x$ 、 $y$  满足  $\begin{cases} y \leq 2x \\ y \geq -2x \\ x \leq 3 \end{cases}$ , 则目标函数  $z = x - 2y$  的最小值是\_\_\_\_\_.

- 若等腰直角三角形的直角边长为 2, 则以一直角边所在的直线为轴旋转一周所成的几何体体积是\_\_\_\_\_.

- 过点  $A(1, 0)$  作倾斜角为  $\frac{\pi}{4}$  的直线, 与抛物线  $y^2 = 2x$  交于  $M$ 、 $N$  两点, 则  $|MN| =$ \_\_\_\_\_.

- 函数  $y = 2\cos^2 x + \sin 2x$  的最小值是\_\_\_\_\_.

- 若某学校要从 5 名男生和 2 名女生中选出 3 人作为上海世博会的志愿者, 则选出的志愿者中男女生均不少于 1 名的概率是\_\_\_\_\_.

- 已知  $F_1$ 、 $F_2$  是椭圆  $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$  ( $a > b > 0$ ) 的两个焦点,  $P$  为椭圆  $C$  上一点, 且  $\overrightarrow{PF_1} \perp \overrightarrow{PF_2}$ . 若  $\triangle PF_1F_2$  的面积为 9, 则  $b =$ \_\_\_\_\_.

- 已知函数  $f(x) = \sin x + \tan x$ . 项数为 27 的等差数列  $\{a_n\}$  满足  $a_n \in \left(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right)$ , 且公差  $d \neq 0$ . 若  $f(a_1) + f(a_2) + \dots + f(a_{27}) = 0$ , 则当  $k =$ \_\_\_\_\_时,  $f(a_k) = 0$ .

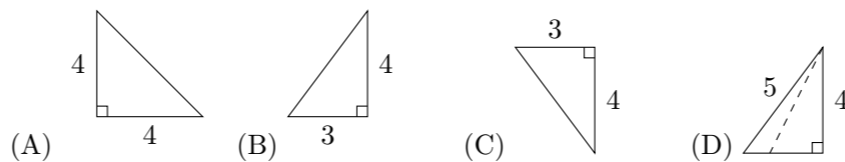
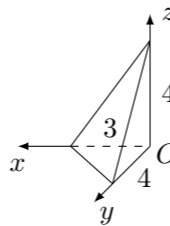
- 某地街道呈现东—西、南—北向的网格状, 相邻街距都为 1, 两街道相交的点称为格点. 若以互相垂直的两条街道为轴建立直角坐标系, 现有下述格点  $(-2, 2)$ ,  $(3, 1)$ ,  $(3, 4)$ ,  $(-2, 3)$ ,  $(4, 5)$  为报刊零售点. 请确定一个格点\_\_\_\_\_为发行站, 使 5 个零售点沿街道到发行站之间路程的和最短.

## 二、选择题

- 已知直线  $l_1: (k-3)x + (4-k)y + 1 = 0$  与  $l_2: 2(k-3)x - 2y + 3 = 0$  平行, 则  $k$  的值是 ( )

(A) 1 或 3 (B) 1 或 5 (C) 3 或 5 (D) 1 或 2

- 如图, 已知三棱锥的底面是直角三角形, 直角边长分别为 3 和 4, 过直角顶点的侧棱长为 4, 且垂直于底面, 该三棱锥的主视图是 ( )



- 点  $P(4, -2)$  与圆  $x^2 + y^2 = 4$  上任一点连续的中点轨迹方程是 ( )

(A)  $(x-2)^2 + (y+1)^2 = 1$  (B)  $(x-2)^2 + (y+1)^2 = 4$   
(C)  $(x+4)^2 + (y-2)^2 = 4$  (D)  $(x+2)^2 + (y-1)^2 = 1$

- 在发生某公共卫生事件期间, 有专业机构认为该事件在一段时间没有发生在规模群体感染的标志为“连续 10 天, 每天新增疑似病例不超过 7 人”. 根据过去 10 天甲、乙、丙、丁四地新增疑似病例数据, 一定符合该标志的是 ( )

(A) 甲地: 总体均值为 3, 中位数为 4  
(B) 乙地: 总体均值为 1, 总体方差大于 0  
(C) 丙地: 中位数为 2, 众数为 3  
(D) 丁地: 总体均值为 2, 总体方差为 3

## 三、解答题

- 已知复数  $z = a + bi$  ( $a, b \in \mathbf{R}^+$ ) ( $i$  是虚数单位) 是方程  $x^2 - 4x + 5 = 0$  的根. 复数  $w = u + 3i$  ( $u \in \mathbf{R}$ ) 满足  $|w - z| < 2\sqrt{5}$ , 求  $u$  的取值范围.

- 已知  $\triangle ABC$  的角  $A$ 、 $B$ 、 $C$  所对的边分别是  $a$ 、 $b$ 、 $c$ , 设向量  $\mathbf{m} = (a, b)$ ,  $\mathbf{n} = (\sin B, \sin A)$ ,  $\mathbf{p} = (b-2, a-2)$ .

- (1) 若  $\mathbf{m} \parallel \mathbf{n}$ , 求证:  $\triangle ABC$  为等腰三角形;  
(2) 若  $\mathbf{m} \perp \mathbf{p}$ , 边长  $c = 2$ , 角  $C = \frac{\pi}{3}$ , 求  $\triangle ABC$  的面积.

21. 有时可用函数  $f(x) = \begin{cases} 0.1 + 15 \ln \frac{a}{a-x}, & x \leq 6 \\ \frac{x-4.4}{x-4}, & x > 6 \end{cases}$  描述学习某学科知识的掌握程度, 其中  $x$  表示某学科知识的学习次数 ( $x \in \mathbf{N}^*$ ),  $f(x)$  表示对该学科知识的掌握程度, 正实数  $a$  与学科知识有关.
- (1) 证明: 当  $x \geq 7$  时, 掌握程度的增加量  $f(x+1) - f(x)$  总是下降;
- (2) 根据经验, 学科甲、乙、丙对应的  $a$  的取值区间分别为 (115, 121], (121, 127], (121, 133]. 当学习某学科知识 6 次时, 掌握程度是 85%, 请确定相应的学科.

22. 已知双曲线  $C$  的中心是原点, 右焦点为  $F(\sqrt{3}, 0)$ , 一条渐近线  $m: x + \sqrt{2}y = 0$ , 设过点  $A(-3\sqrt{2}, 0)$  的直线  $l$  的方向向量  $\mathbf{e} = (1, k)$ .
- (1) 求双曲线  $C$  的方程;
- (2) 若过原点的直线  $a \parallel l$ , 且  $a$  与  $l$  的距离为  $\sqrt{6}$ , 求  $k$  的值;
- (3) 证明: 当  $k > \frac{\sqrt{2}}{2}$  时, 在双曲线  $C$  的右支上不存在点  $Q$ , 使之到直线  $l$  的距离为  $\sqrt{6}$ .

23. 已知  $\{a_n\}$  是公差为  $d$  的等差数列,  $\{b_n\}$  是公比为  $q$  的等比数列.
- (1) 若  $a_n = 3n + 1$ , 是否存在  $m, k \in \mathbf{N}^*$ , 有  $a_m + a_{m+1} = a_k$ ? 请说明理由;
- (2) 若  $b_n = aq^n$  ( $a, q$  为常数, 且  $aq \neq 0$ ), 对任意  $m$  存在  $k$ , 有  $b_m \cdot b_{m+1} = b_k$ , 试求  $a, q$  满足的充要条件;
- (3) 若  $a_n = 2n + 1, b_n = 3^n$ , 试确定所有的  $p$ , 使数列  $\{b_n\}$  中存在某个连续  $p$  项的和是数列  $\{a_n\}$  中的一项, 请证明.