

2015 年普通高等学校招生考试 (重庆卷)

文科数学

一、选择题

1. 已知集合 $A = \{1, 2, 3\}$, $B = \{1, 3\}$, 则 $A \cap B =$ ()
 (A) $\{2\}$ (B) $\{1, 2\}$ (C) $\{1, 3\}$ (D) $\{1, 2, 3\}$

2. “ $x = 1$ ”是“ $x^2 - 2x + 1 = 0$ ”的 ()
 (A) 充要条件 (B) 充分而不必要条件
 (C) 必要而不充分条件 (D) 既不充分也不必要条件

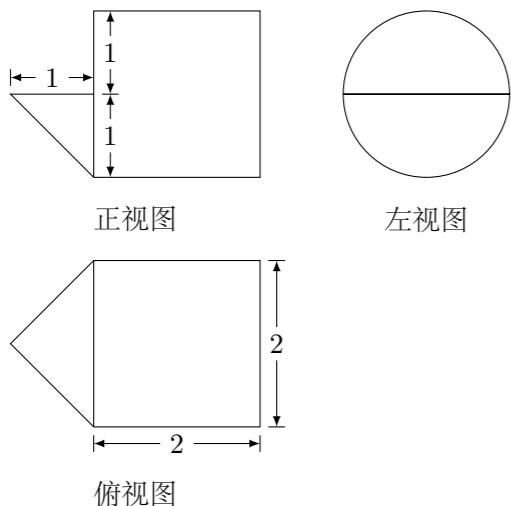
3. 函数 $f(x) = \log_2(x^2 + 2x - 3)$ 的定义域是 ()
 (A) $[-3, 1]$ (B) $(-3, 1)$
 (C) $(-\infty, -3] \cup [1, +\infty)$ (D) $(-\infty, -3) \cup (1, +\infty)$

4. 重庆市 2013 年各月的平均气温 ($^{\circ}\text{C}$) 数据的茎叶图如下:

0	8	9
1	2	5 8
2	0	0 3 3 8
3	1	2

- 则这组数据的中位数是 ()
 (A) 19 (B) 20 (C) 21.5 (D) 23

5. 某几何体的三视图如图所示, 则该几何体的体积 ()



- (A) $\frac{1}{3} + 2\pi$ (B) $\frac{13\pi}{6}$ (C) $\frac{7\pi}{3}$ (D) $\frac{5\pi}{2}$

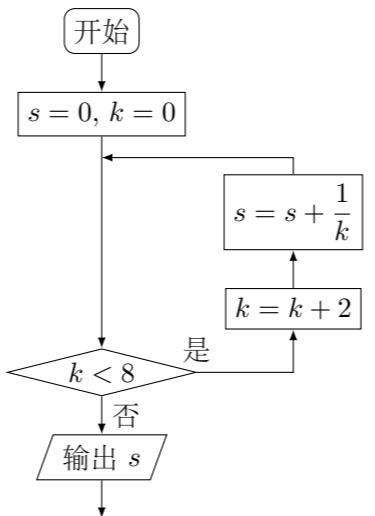
6. 若 $\tan \alpha = \frac{1}{3}$, $\tan(\alpha + \beta) = \frac{1}{2}$, 则 $\tan \beta =$ ()

- (A) $\frac{1}{7}$ (B) $\frac{1}{6}$ (C) $\frac{5}{7}$ (D) $\frac{5}{6}$

7. 已知非零向量 \mathbf{a}, \mathbf{b} 满足 $|\mathbf{b}| = 4|\mathbf{a}|$, 且 $\mathbf{a} \perp (2\mathbf{a} + \mathbf{b})$, 则 \mathbf{a} 与 \mathbf{b} 的夹角为 ()

- (A) $\frac{\pi}{3}$ (B) $\frac{\pi}{2}$ (C) $\frac{2\pi}{3}$ (D) $\frac{5\pi}{6}$

8. 执行如图所示的程序框图, 则输出 s 的值为 ()



- (A) $\frac{3}{4}$ (B) $\frac{5}{6}$ (C) $\frac{11}{12}$ (D) $\frac{25}{24}$

9. 设双曲线 $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($a > 0, b > 0$) 的右焦点是 F , 左、右顶点分别是 A_1, A_2 , 过 F 作 A_1A_2 的垂线与双曲线交于 B, C 两点. 若 $A_1B \perp A_2C$, 则该双曲线的渐近线的斜率为 ()

- (A) $\pm \frac{1}{2}$ (B) $\pm \frac{\sqrt{2}}{2}$ (C) ± 1 (D) $\pm \sqrt{2}$

10. 若不等式组 $\begin{cases} x+y-2 \leqslant 0 \\ x+2y-2 \geqslant 0 \\ x-y+2m \geqslant 0 \end{cases}$ 表示的平面区域为三角形, 且其面积等于 $\frac{4}{3}$, 则 m 的值为 ()

- (A) -3 (B) 1 (C) $\frac{4}{3}$ (D) 3

二、填空题

11. 复数 $(1+2i)i$ 的实部为_____.

12. 若点 $P(1, 2)$ 在以坐标原点为圆心的圆上, 则该圆在点 P 处的切线方程为_____.

13. 设 $\triangle ABC$ 的内角 A, B, C 的对边分别为 a, b, c , 且 $a = 2$, $\cos C = -\frac{1}{4}$, $3\sin A = 2\sin B$, 则 $c =$ _____.

14. 设 $a, b > 0$, $a+b=5$, 则 $\sqrt{a+1}+\sqrt{b+3}$ 的最大值为_____.

15. 在区间 $[0, 5]$ 上随机地选择一个数 p , 则方程 $x^2 + 2px + 3p - 2 = 0$ 有两个负根的概率为_____.

三、解答题

16. 已知等差数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_3 = 2$, 前 3 项和 $S_3 = \frac{9}{2}$. (1) 求 $\{a_n\}$ 的通项公式;

- (2) 设等比数列 $\{b_n\}$ 满足 $b_1 = a_1$, $b_4 = a_{15}$, 求 $\{b_n\}$ 的前 n 项和 T_n .

17. 随着我国经济的发展, 居民的储蓄存款逐年增长. 设某地区城乡居民人民币储蓄存款 (年底余额) 如下表:

年份	2010	2011	2012	2013	2014
时间代号 t	1	2	3	4	5
储蓄存款 y (千亿元)	5	6	7	8	10

- (1) 求 y 关于 t 的回归方程 $\hat{y} = \hat{b}t + \hat{a}$;

- (2) 用所求回归方程预测该地区 2015 年 ($t=6$) 的人民币储蓄存款.

附: 回归方程 $\hat{y} = \hat{b}t + \hat{a}$ 中, $\hat{b} = \frac{\sum_{i=1}^n t_i y_i - n\bar{t}\bar{y}}{\sum_{i=1}^n t_i^2 - n\bar{t}^2}$, $\hat{a} = \bar{y} - \hat{b}\bar{t}$.

18. 已知函数 $f(x) = \frac{1}{2} \sin 2x - \sqrt{3} \cos^2 x$.

(1) 求 $f(x)$ 的最小正周期和最小值;

(2) 将函数 $f(x)$ 的图象上每一点的横坐标伸长到原来的两倍, 纵坐标不变, 得到函数 $g(x)$ 的图象, 当 $x \in \left[\frac{\pi}{2}, \pi\right]$ 时, 求 $g(x)$ 的值域.

20. 如图, 三棱锥 $P-ABC$ 中, 平面 $PAC \perp$ 平面 ABC , $\angle ABC = \frac{\pi}{2}$, 点 D, E 在线段 AC 上, 且 $AD = DE = EC = 2$, $PD = PC = 4$, 点 F 在线段 AB 上, 且 $EF \parallel BC$.

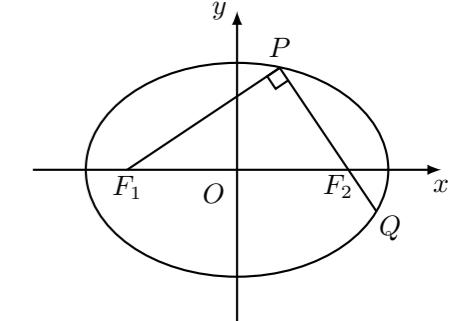
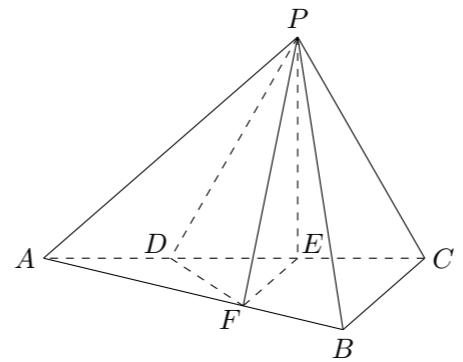
(1) 证明: $AB \perp$ 平面 PFE ;

(2) 若四棱锥 $P-DFBC$ 的体积为 7, 求线段 BC 的长.

21. 如图, 椭圆 $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($a > b > 0$) 的左、右焦点分别为 F_1, F_2 , 过 F_2 的直线交椭圆于 P, Q 两点, 且 $PQ \perp PF_1$.

(1) 若 $|PF_1| = 2 + \sqrt{2}$, $|PF_2| = 2 - \sqrt{2}$, 求椭圆标准方程;

(2) 若 $|PQ| = \lambda |PF_1|$, 且 $\frac{3}{4} \leq \lambda < \frac{4}{3}$, 试确定椭圆离心率 e 的取值范围.



19. 已知函数 $f(x) = ax^3 + x^2$ ($a \in \mathbf{R}$) 在 $x = -\frac{4}{3}$ 处取得极值.

(1) 确定 a 的值;

(2) 若 $g(x) = f(x) e^x$, 讨论 $g(x)$ 的单调性.