

2015 年普通高等学校招生考试 (福建卷)

文科数学

一、选择题

1. 若 $(1+i) + (2-3i) = a+bi$ ($a, b \in \mathbb{R}$, i 是虚数单位), 则 a, b 的值分别等于 ()

(A) 3, -2 (B) 3, 2 (C) 3, -3 (D) -1, 4

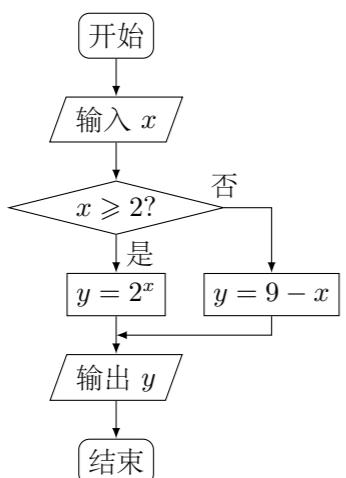
2. 若集合 $M = \{x \mid -2 \leq x < 2\}$, $N = \{0, 1, 2\}$, 则 $M \cap N$ 等于 ()

(A) {0} (B) {1} (C) {0, 1, 2} (D) {0, 1}

3. 下列函数为奇函数的是 ()

(A) $y = \sqrt{x}$ (B) $y = e^x$ (C) $y = \cos x$ (D) $y = e^x - e^{-x}$

4. 阅读如图所示的程序框图, 运行相应的程序, 若输入 x 的值为 1, 则输出 y 的值为 ()



(A) 2 (B) 7 (C) 8 (D) 128

5. 若直线 $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$ ($a > 0, b > 0$) 过点 $(1, 1)$, 则 $a+b$ 的最小值等于 ()

(A) 2 (B) 3 (C) 4 (D) 5

6. 若 $\sin \alpha = -\frac{5}{13}$, 且 α 为第四象限角, 则 $\tan \alpha$ 的值等于 ()

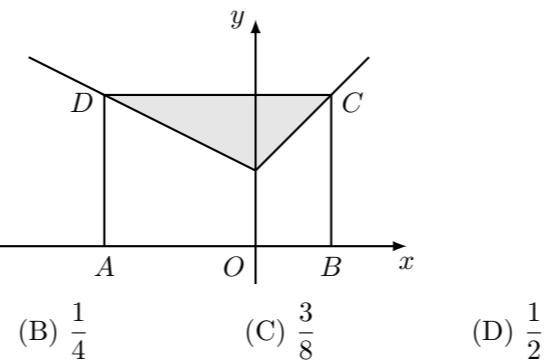
(A) $\frac{12}{5}$ (B) $-\frac{12}{5}$ (C) $\frac{5}{12}$ (D) $-\frac{5}{12}$

7. 设 $\mathbf{a} = (1, 2)$, $\mathbf{b} = (1, 1)$, $\mathbf{c} = \mathbf{a} + k\mathbf{b}$. 若 $\mathbf{b} \perp \mathbf{c}$, 则实数 k 的值等于 ()

(A) $-\frac{3}{2}$ (B) $-\frac{5}{3}$ (C) $\frac{5}{3}$ (D) $\frac{3}{2}$

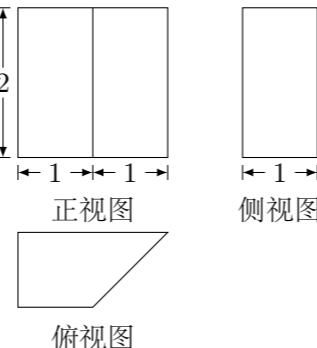
8. 如图, 矩形 $ABCD$ 中, 点 A 在 x 轴上, 点 B 的坐标为 $(1, 0)$, 且点 C 与点

D 在函数 $f(x) = \begin{cases} x+1, & x \geq 0 \\ -\frac{1}{2}x+1, & x < 0 \end{cases}$ 的图象上. 若在矩形 $ABCD$ 内随机取一点, 则此点取自阴影部分的概率等于 ()



(A) $\frac{1}{6}$ (B) $\frac{1}{4}$ (C) $\frac{3}{8}$ (D) $\frac{1}{2}$

9. 某几何体的三视图如图所示, 则该几何体的表面积等于 ()



(A) $8 + 2\sqrt{2}$ (B) $11 + 2\sqrt{2}$ (C) $14 + 2\sqrt{2}$ (D) 15

10. 变量 x, y 满足约束条件 $\begin{cases} x+y \geq 0 \\ x-2y+2 \geq 0 \\ mx-y \leq 0 \end{cases}$, 若 $z = 2x-y$ 的最大值为 2, 则实数 m 等于 ()

(A) -2 (B) -1 (C) 1 (D) 2

11. 已知椭圆 $E: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($a > b > 0$) 的右焦点为 F , 短轴的一个端点为 M , 直线 $l: 3x-4y=0$ 交椭圆 E 于 A, B 两点. 若 $|AF| + |BF| = 4$, 点 M 到直线 l 的距离不小于 $\frac{4}{5}$, 则椭圆 E 的离心率的取值范围是 ()

(A) $\left(0, \frac{\sqrt{3}}{2}\right]$ (B) $\left(0, \frac{3}{4}\right]$ (C) $\left[\frac{\sqrt{3}}{2}, 1\right)$ (D) $\left[\frac{3}{4}, 1\right)$

12. “对任意 $x \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right)$, $k \sin x \cos x < x$ ”是“ $k < 1$ ”的 ()

(A) 充分而不必要条件 (B) 必要而不充分条件
(C) 充分必要条件 (D) 既不充分也不必要条件

二、填空题

13. 某校高一年级有 900 名学生, 其中女生 400 名, 按男女比例用分层抽样的方法, 从该年级学生中抽取一个容量为 45 的样本, 则应抽取的男生人数为 ____.

14. 若 $\triangle ABC$ 中, $AC = \sqrt{3}$, $A = 45^\circ$, $C = 75^\circ$, 则 $BC = \underline{\hspace{2cm}}$.

15. 若函数 $f(x) = 2^{|x-a|}$ ($a \in \mathbb{R}$) 满足 $f(1+x) = f(1-x)$, 且 $f(x)$ 在 $[m, +\infty)$ 上单调递增, 则实数 m 的最小值等于 ____.

16. 若 a, b 是函数 $f(x) = x^2 - px + q$ ($p > 0, q > 0$) 的两个不同的零点, 且 $a, b, -2$ 这三个数可适当排序后成等差数列, 也可适当排序后成等比数列, 则 $p+q$ 的值等于 ____.

三、解答题

17. 等差数列 $\{a_n\}$ 中, $a_2 = 4$, $a_4 + a_7 = 15$.

(1) 求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式;
(2) 设 $b_n = 2^{a_n-2} + n$, 求 $b_1 + b_2 + b_3 + \dots + b_{10}$ 的值.

组号	分组	频数
1	[4, 5)	2
2	[5, 6)	8
3	[6, 7)	7
4	[7, 8]	3

(1) 现从融合指数在 [4, 5] 和 [7, 8] 内的“省级卫视新闻台”中随机抽取 2 家进行调研, 求至少有 1 家的融合指数在 [7, 8] 内的概率;

(2) 根据分组统计表求这 20 家“省级卫视新闻台”的融合指数的平均数.

19. 已知点 F 为抛物线 $E: y^2 = 2px$ ($p > 0$) 的焦点, 点 $A(2, m)$ 在抛物线 E 上, 且 $|AF| = 3$.

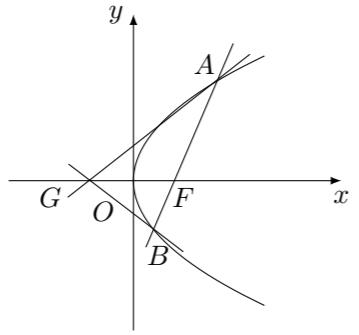
 - (1) 求抛物线 E 的方程;
 - (2) 已知点 $G(-1, 0)$, 延长 AF 交抛物线 E 于点 B , 证明: 以点 F 为圆心且与直线 GA 相切的圆, 必与直线 GB 相切.

21. 已知函数 $f(x) = 10\sqrt{3}\sin\frac{x}{2}\cos\frac{x}{2} + 10\cos^2\frac{x}{2}$.

 - (1) 求函数 $f(x)$ 的最小正周期;
 - (2) 将函数 $f(x)$ 的图象向右平移 $\frac{\pi}{6}$ 个单位长度, 再向下平移 a ($a > 0$) 个单位长度后得到函数 $g(x)$ 的图象, 且函数 $g(x)$ 的最大值为 2.
 - (1) 求函数 $g(x)$ 的解析式;

22. 已知函数 $f(x) = \ln x - \frac{(x-1)^2}{2}$.

 - (1) 求函数 $f(x)$ 的单调递增区间;
 - (2) 证明: 当 $x > 1$ 时, $f(x) < x - 1$;
 - (3) 确定实数 k 的所有可能取值, 使得存在 $x_0 > 1$, 当 $x \in (1, x_0)$, 恒有 $f(x) > k(x-1)$.



20. 如图, AB 是圆 O 的直径, 点 C 是圆 O 上异于 A, B 的点, PO 垂直于圆 O 所在的平面, 且 $PO = OB = 1$.

 - 若 D 为线段 AC 的中点, 求证: $AC \perp$ 平面 PDO ;
 - 求三棱锥 $P - ABC$ 体积的最大值;
 - 若 $BC = \sqrt{2}$, 点 E 在线段 PB 上, 求 $CE + OE$ 的最小值.

