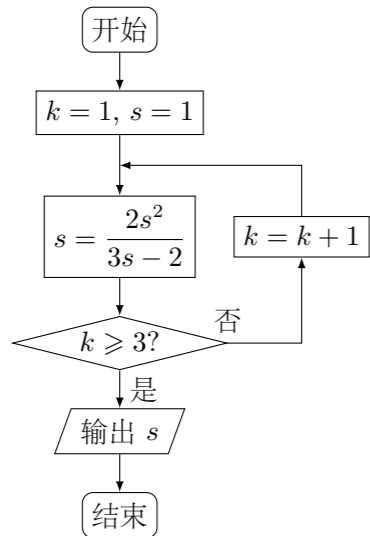


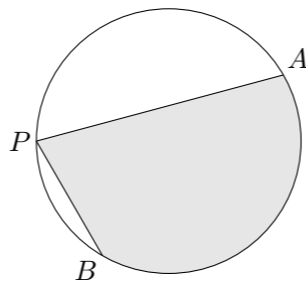
文科数学

一、选择题

1. 已知集合 $A = \{x \mid -1 < x < 2\}$, $B = \{x \mid x > 1\}$, 则 $A \cup B =$ ()
(A) $(-1, 1)$ (B) $(1, 2)$ (C) $(-1, +\infty)$ (D) $(1, +\infty)$
2. 已知复数 $z = 2 + i$, 则 $z \cdot \bar{z} =$ ()
(A) $\sqrt{3}$ (B) $\sqrt{5}$ (C) 3 (D) 5
3. 下列函数中, 在区间 $(0, +\infty)$ 上单调递增的是 ()
(A) $y = x^{\frac{1}{2}}$ (B) $y = 2^{-x}$ (C) $y = \log_{\frac{1}{2}} x$ (D) $y = \frac{1}{x}$
4. 执行如图所示的程序框图, 输出的 s 值为 ()



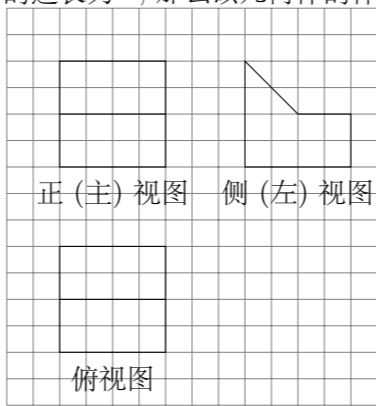
- (A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4
5. 已知双曲线 $\frac{x^2}{a^2} - y^2 = 1$ ($a > 0$) 的离心率是 $\sqrt{5}$, 则 $a =$ ()
(A) $\sqrt{6}$ (B) 4 (C) 2 (D) $\frac{1}{2}$
6. 设函数 $f(x) = \cos x + b \sin x$ (b 为常数), 则“ $b = 0$ ”是“ $f(x)$ 为偶函数”的 ()
(A) 充分而不必要条件 (B) 必要而不充分条件
(C) 充分必要条件 (D) 既不充分也不必要条件
7. 在天文学中, 天体的明暗程度可以用星等或亮度来描述. 两颗星的星等与亮度满足 $m_2 - m_1 = \frac{5}{2} \lg \frac{E_1}{E_2}$, 其中星等为 m_k 的星的亮度为 E_k ($k = 1, 2$). 已知太阳的星等是 -26.7 , 天狼星的星等是 -1.45 , 则太阳与天狼星的亮度的比值为 ()
(A) $10^{10.1}$ (B) 10.1 (C) $\lg 10.1$ (D) $10^{-10.1}$
8. 如图, A, B 是半径为 2 的圆周上的定点, P 为圆周上的动点, $\angle APB$ 是锐角, 大小为 β . 图中阴影区域的面积的最大值为 ()



- (A) $4\beta + 4 \cos \beta$ (B) $4\beta + 4 \sin \beta$ (C) $2\beta + 2 \cos \beta$ (D) $2\beta + 2 \sin \beta$

二、填空题

9. 已知向量 $\mathbf{a} = (-4, 3)$, $\mathbf{b} = (6, m)$, 且 $\mathbf{a} \perp \mathbf{b}$, 则 $m =$ _____.
10. 若 x, y 满足 $\begin{cases} x \leq 2 \\ y \geq -1 \\ 4x - 3y + 1 \geq 0 \end{cases}$, 则 $y - x$ 的最小值为_____, 最大值为_____.
11. 设抛物线 $y^2 = 4x$ 的焦点为 F , 准线为 l . 则以 F 为圆心, 且与 l 相切的圆的方程为_____.
12. 某几何体是由一个正方体去掉一个四棱柱所得, 其三视图如图所示. 如果网格纸上小正方形的边长为 1, 那么该几何体的体积为_____.



13. 已知 l, m 是平面 α 外的两条不同直线. 给出下列三个论断:
① $l \perp m$;
② $m \parallel \alpha$;
③ $l \perp \alpha$.
以其中的两个论断作为条件, 余下的一个论断作为结论, 写出一个正确的命题: _____.
14. 李明自主创业, 在网上经营一家水果店, 销售的水果中有草莓、京白梨、西瓜、桃, 价格依次为 60 元/盒、65 元/盒、80 元/盒、90 元/盒. 为增加销量, 李明对这四种水果进行促销: 一次购买水果的总价达到 120 元, 顾客就少付 x 元. 每笔订单顾客网上支付成功后, 李明会得到支付款的 80%.
① 当 $x = 10$ 时, 顾客一次购买草莓和西瓜各 1 盒, 需要支付_____元;
② 在促销活动中, 为保证李明每笔订单得到的金额均不低于促销前总价的七折, 则 x 的最大值为_____.

三、解答题

15. 在 $\triangle ABC$ 中, $a = 3$, $b - c = 2$, $\cos B = -\frac{1}{2}$.
(1) 求 b, c 的值;
(2) 求 $\sin(B + C)$ 的值.

17. 改革开放以来, 人们的支付方式发生了巨大转变. 近年来, 移动支付已成为主要支付方式之一. 为了解某校学生上个月 A, B 两种移动支付的使用情况, 从全校所有的 1000 名学生中随机抽取了 100 人, 发现样本中 A, B 两种支付方式都不使用的有 5 人, 样本中仅使用 A 和仅使用 B 的学生的支付金额分布情况如下:

支付方式 \ 支付金额	不大于 2000 元	大于 2000 元
仅使用 A	27 人	3 人
仅使用 B	24 人	1 人

- 估计该校学生中上个月 A, B 两种支付方式都使用的人数;
- 从样本仅使用 B 的学生中随机抽取 1 人, 求该学生上个月支付金额大于 2000 元的概率;
- 已知上个月样本学生的支付方式在本月没有变化. 现从样本仅使用 B 的学生中随机抽查 1 人, 发现他本月的支付金额大于 2000 元. 结合 (2) 的结果, 能否认为样本仅使用 B 的学生中本月支付金额大于 2000 元的人数有变化? 说明理由.

19. 已知椭圆 $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ 的右焦点为 $(1, 0)$, 且经过点 $A(0, 1)$.
- 求椭圆 C 的方程;
 - 设 O 为原点, 直线 $l: y = kx + t$ ($t \neq \pm 1$) 与椭圆 C 交于两个不同点 P, Q , 直线 AP 与 x 轴交于点 M , 直线 AQ 与 x 轴交于点 N , 若 $|OM| \cdot |ON| = 2$, 求证: 直线 l 经过定点.

20. 已知函数 $f(x) = \frac{1}{4}x^3 - x^2 + x$.
- 求曲线 $y = f(x)$ 的斜率为 1 的切线方程;
 - 当 $x \in [-2, 4]$ 时, 求证: $x - 6 \leq f(x) \leq x$;
 - 设 $F(x) = |f(x) - (x + a)|$ ($a \in \mathbf{R}$), 记 $F(x)$ 在区间 $[-2, 4]$ 上的最大值为 $M(a)$. 当 $M(a)$ 最小时, 求 a 的值.

18. 如图, 在四棱锥 $P - ABCD$ 中, $PA \perp$ 平面 $ABCD$, 底部 $ABCD$ 为菱形, E 为 CD 的中点.
- 求证: $BD \perp$ 平面 PAC ;
 - 若 $\angle ABC = 60^\circ$, 求证: $PAB \perp$ 平面 PAE ;
 - 棱 PB 上是否存在点 F , 使得 $CF \parallel$ 平面 PAE ? 说明理由.

