2016 年普通高等学校招生考试（浙江卷）

理科数学

一、选择题

1. 已知集合 $P=\{x\in\mathbf{R}\,|\,1\leqslant x\leqslant 3\}$, $Q=\{x\in\mathbf{R}\,|\,x^2\geqslant 4\}$, 则 $P\cup(\complement_{\mathbf{R}}Q)=$ （　）
   (A) $[2,3]$　　(B) $(-2,3]$
   (C) $[1,2)$　　(D) $(-\infty,-2]\cup[1,+\infty)$

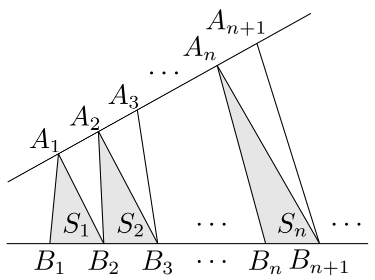
2. 已知互相垂直的平面 α, β 交于直线 l, 若直线 m, n 满足 $m\,/\!/\,\alpha$, $n\perp\beta$, 则 （　）
   (A) $m\,/\!/\,l$　　(B) $m\,/\!/\,n$　　(C) $n\perp l$　　(D) $m\perp n$

3. 在平面上, 过点 P 作直线 l 的垂线所得的垂足称为点 P 在直线 l 上的投影. 由区域 $\begin{cases}x-2\leqslant 0\\ x+y\geqslant 0\\ x-3y+4\geqslant 0\end{cases}$ 中的点在直线 $x+y-2=0$ 上的投影构成的线段记为 AB, 则 $|AB|=$（　）
   (A) $2\sqrt{2}$　　(B) 4　　(C) $3\sqrt{2}$　　(D) 6

4. 命题"$\forall x\in\mathbf{R}$, $\exists n\in\mathbf{N}^*$, 使得 $n\geqslant x^2$"的否定形式是 （　）
   (A) $\forall x\in\mathbf{R}$, $\exists n\in\mathbf{N}^*$, 使得 $n<x^2$　　(B) $\forall x\in\mathbf{R}$, $\forall n\in\mathbf{N}^*$, 使得 $n<x^2$
   (C) $\exists x\in\mathbf{R}$, $\exists n\in\mathbf{N}^*$, 使得 $n<x^2$　　(D) $\exists x\in\mathbf{R}$, $\forall n\in\mathbf{N}^*$, 使得 $n<x^2$

5. 设函数 $f(x)=\sin^2 x+b\sin x+c$, 则 $f(x)$ 的最小正周期 （　）
   (A) 与 b 有关, 且与 c 有关　　(B) 与 b 有关, 但与 c 无关
   (C) 与 b 无关, 且与 c 无关　　(D) 与 b 无关, 但与 c 有关

6. 如图, 点列 $\{A_n\}$, $\{B_n\}$ 分别在某锐角的两边上, 且 $|A_nA_{n+1}|=|A_{n+1}A_{n+2}|$, $A_n\neq A_{n+2}$, $n\in\mathbf{N}^*$, $|B_nB_{n+1}|=|B_{n+1}B_{n+2}|$, $B_n\neq B_{n+2}$, $n\in\mathbf{N}^*$ ($P\neq Q$ 表示点 P 与 Q 不重合). 若 $d_n=|A_nB_n|$, S_n 为 $\triangle A_nB_nB_{n+1}$ 的面积, 则 （　）



   (A) $\{S_n\}$ 是等差数列　　(B) $\{S_n^2\}$ 是等差数列
   (C) $\{d_n\}$ 是等差数列　　(D) $\{d_n^2\}$ 是等差数列

7. 已知椭圆 $C_1:\dfrac{x^2}{m^2}+y^2=1\ (m>1)$ 与双曲线 $C_2:\dfrac{x^2}{n^2}-y^2=1\ (n>0)$ 的焦点重合, e_1, e_2 分别为 C_1, C_2 的离心率, 则 （　）
   (A) $m>n$ 且 $e_1e_2>1$　　(B) $m>n$ 且 $e_1e_2<1$
   (C) $m<n$ 且 $e_1e_2>1$　　(D) $m<n$ 且 $e_1e_2<1$

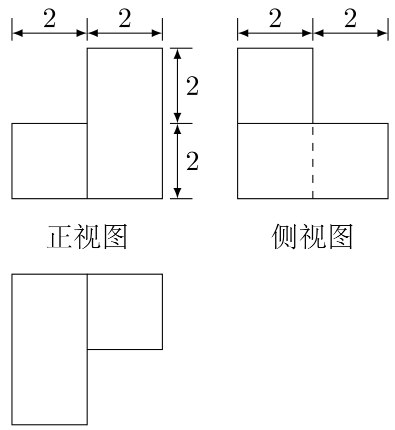
8. 已知实数 a, b, c. （　）
   (A) 若 $|a^2+b+c|+|a+b^2+c|\leqslant 1$, 则 $a^2+b^2+c^2<100$
   (B) 若 $|a^2+b+c|+|a^2+b-c|\leqslant 1$, 则 $a^2+b^2+c^2<100$
   (C) 若 $|a+b+c^2|+|a+b-c^2|\leqslant 1$, 则 $a^2+b^2+c^2<100$
   (D) 若 $|a^2+b+c|+|a+b^2-c|\leqslant 1$, 则 $a^2+b^2+c^2<100$

二、填空题

9. 若抛物线 $y^2=4x$ 上的点 M 到焦点的距离为 10, 则 M 到 y 轴的距离是______.

10. 已知 $2\cos^2 x+\sin 2x=A\sin(\omega x+\varphi)+b\ (A>0)$, 则 $A=$______, $b=$______.

11. 某几何体的三视图如图所示 (单位: cm), 则该几何体的表面积是______ cm^2, 体积是______cm^3.



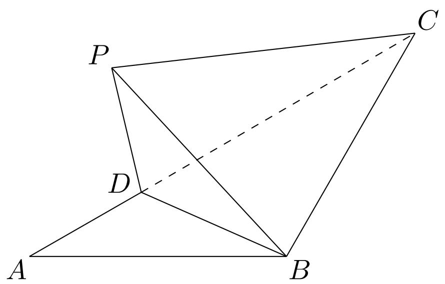
正视图　　侧视图

俯视图

12. 已知 $a>b>1$. 若 $\log_a b+\log_b a=\dfrac{5}{2}$, $a^b=b^a$, 则 $a=$______, $b=$______.

13. 设数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n. 若 $S_2=4$, $a_{n+1}=2S_n+1$, $n\in\mathbf{N}^*$, 则 $a_1=$______, $S_5=$______.

14. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $AB=BC=2$, $\angle ABC=120^\circ$. 若平面 ABC 外的点 P 和线段 AC 上的点 D, 满足 $PD=DA$, $PB=BA$, 则四面体 $PBCD$ 的体积的最大值是______.

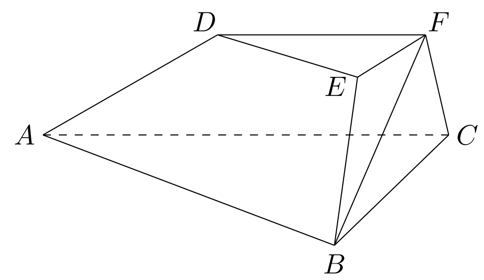


15. 已知向量 $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $|\boldsymbol{a}|=1$, $|\boldsymbol{b}|=2$, 若对任意单位向量 $\boldsymbol{e}$, 均有 $|\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{e}|+|\boldsymbol{b}\cdot\boldsymbol{e}|\leqslant\sqrt{6}$, 则 $\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}$ 的最大值是______.

三、解答题

16. 在 $\triangle ABC$ 中, 内角 A, B, C 所对的边分别为 a, b, c. 已知 $b+c=2a\cos B$.
   (1) 证明: $A=2B$;
   (2) 若 $\triangle ABC$ 的面积 $S=\dfrac{a^2}{4}$, 求角 A 的大小.

17. 如图, 在三棱台 $ABC-DEF$ 中, 平面 $BCFE\perp$ 平面 ABC, $\angle ACB=90^\circ$, $BE=EF=FC=1$, $BC=2$, $AC=3$.
   (1) 求证: $BF\perp$ 平面 $ACFD$;
   (2) 求二面角 $B-AD-F$ 的平面角的余弦值.



18. 已知 $a \geqslant 3$, 函数 $F(x) = \min\{2|x-1|, x^2-2ax+4a-2\}$, 其中 $\min\{p,q\} = \begin{cases} p, & p \leqslant q \\ q, & p > q \end{cases}$.

(1) 求使得等式 $F(x) = x^2-2ax+4a-2$ 成立的 x 的取值范围;

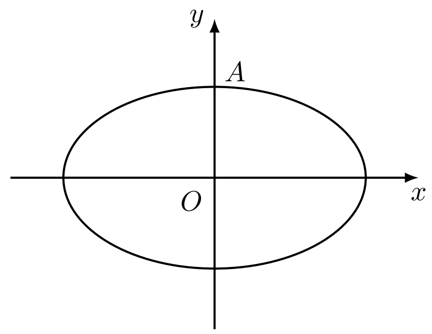
(2) ① 求 $F(x)$ 的最小值 $m(a)$;

② 求 $F(x)$ 在区间 $[0,6]$ 上的最大值 $M(a)$.

19. 如图, 设椭圆 $\dfrac{x^2}{a^2}+y^2=1\ (a>1)$.

(1) 求直线 $y=kx+1$ 被椭圆截得的线段长 (用 a, k 表示);

(2) 若任意以点 $A(0,1)$ 为圆心的圆与椭圆至多有 3 个公共点, 求椭圆离心率的取值范围.



20. 设数列 $\{a_n\}$ 满足 $\left|a_n-\dfrac{a_{n+1}}{2}\right| \leqslant 1$, $n \in \mathbf{N}^*$.

(1) 证明: $|a_n| \geqslant 2^{n-1}(|a_1|-2)$, $n \in \mathbf{N}^*$;

(2) 若 $|a_n| \leqslant \left(\dfrac{3}{2}\right)^n$, $n \in \mathbf{N}^*$, 证明: $|a_n| \leqslant 2$, $n \in \mathbf{N}^*$.