

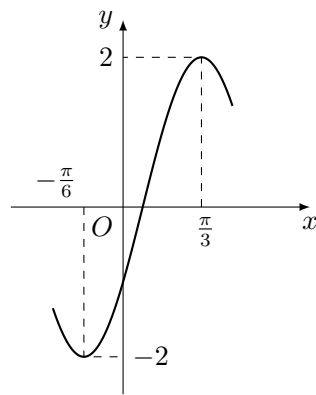
# 文科数学

## 一、选择题

1. 已知集合  $A = \{1, 2, 3\}$ ,  $B = \{x \mid x^2 < 9\}$ , 则  $A \cap B =$  ( )
- (A)  $\{-2, -1, 0, 1, 2, 3\}$  (B)  $\{-2, -1, 0, 1, 2\}$
- (C)  $\{1, 2, 3\}$  (D)  $\{1, 2\}$

2. 设复数  $z$  满足  $z + i = 3 - i$ , 则  $\bar{z} =$  ( )
- (A)  $-1 + 2i$  (B)  $1 - 2i$  (C)  $3 + 2i$  (D)  $3 - 2i$

3. 函数  $y = A \sin(\omega x + \varphi)$  的部分图象如图所示, 则 ( )



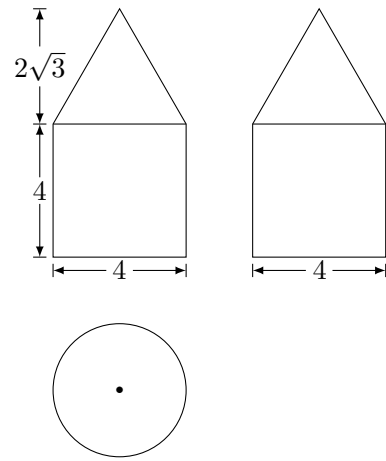
- (A)  $y = 2 \sin\left(2x - \frac{\pi}{6}\right)$  (B)  $y = 2 \sin\left(2x - \frac{\pi}{3}\right)$
- (C)  $y = 2 \sin\left(x + \frac{\pi}{6}\right)$  (D)  $y = 2 \sin\left(x + \frac{\pi}{3}\right)$

4. 体积为 8 的正方体的顶点都在同一球面上, 则该球面的表面积为 ( )
- (A)  $12\pi$  (B)  $\frac{32}{3}\pi$  (C)  $8\pi$  (D)  $4\pi$

5. 设  $F$  为抛物线  $C: y^2 = 4x$  的焦点, 曲线  $y = \frac{k}{x}$  ( $k > 0$ ) 与  $C$  交于点  $P$ ,  $PF \perp x$ , 则  $k =$  ( )
- (A)  $\frac{1}{2}$  (B) 1 (C)  $\frac{3}{2}$  (D) 2

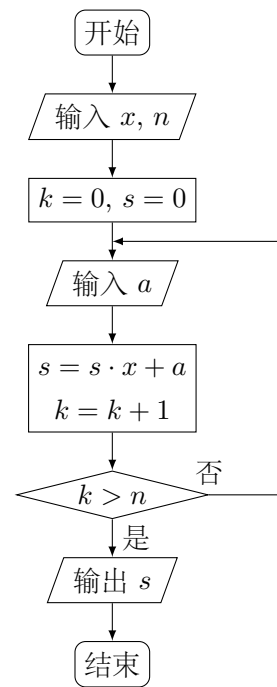
6. 圆  $x^2 + y^2 - 2x - 8y + 13 = 0$  的圆心到直线  $ax + y - 1 = 0$  的距离为 1, 则  $a =$  ( )
- (A)  $-\frac{4}{3}$  (B)  $-\frac{3}{4}$  (C)  $\sqrt{3}$  (D) 2

7. 如图是由圆柱与圆锥组合而成的几何体的三视图, 则该几何体的表面积为 ( )



- (A)  $20\pi$  (B)  $24\pi$  (C)  $28\pi$  (D)  $32\pi$
8. 某路口人行横道的信号灯为红灯和绿灯交替出现, 红灯持续时间为 40 秒. 若一名行人来到该路口遇到红灯, 则至少需要等待 15 秒才出现绿灯的概率为 ( )
- (A)  $\frac{7}{10}$  (B)  $\frac{5}{8}$  (C)  $\frac{3}{8}$  (D)  $\frac{3}{10}$

9. 中国古代有计算多项式值的秦九韶算法, 如图是实现该算法的程序框图. 执行该程序框图, 若输入的  $x = 2$ ,  $n = 2$ , 依次输入的  $a$  为 2, 2, 5, 则输出的  $s =$  ( )



- (A) 7 (B) 12 (C) 17 (D) 34
10. 下列函数中, 其定义域和值域分别与函数  $y = 10^{\lg x}$  的定义域和值域相同的是 ( )
- (A)  $y = x$  (B)  $y = \lg x$  (C)  $y = 2^x$  (D)  $y = \frac{1}{\sqrt{x}}$

11. 函数  $f(x) = \cos 2x + 6 \cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right)$  的最大值为 ( )
- (A) 4 (B) 5 (C) 6 (D) 7

12. 已知函数  $f(x)$  ( $x \in \mathbf{R}$ ) 满足  $f(x) = f(2 - x)$ , 若函数  $y = |x^2 - 2x - 3|$  与  $y = f(x)$  图象的交点为  $(x_1, y_1), (x_2, y_2), \dots, (x_m, y_m)$ , 则  $\sum_{i=1}^m x_i =$  ( )
- (A) 0 (B)  $m$  (C)  $2m$  (D)  $4m$

## 二、填空题

13. 已知向量  $\mathbf{a} = (m, 4)$ ,  $\mathbf{b} = (3, -2)$ , 且  $\mathbf{a} \parallel \mathbf{b}$ , 则  $m =$ \_\_\_\_\_.
14. 若  $x, y$  满足约束条件  $\begin{cases} x - y + 1 \geq 0 \\ x + y - 3 \geq 0 \\ x - 3 \leq 0 \end{cases}$ , 则  $z = x - 2y$  的最小值为\_\_\_\_\_.
15.  $\triangle ABC$  的内角  $A, B, C$  的对边分别为  $a, b, c$ , 若  $\cos A = \frac{4}{5}$ ,  $\cos C = \frac{5}{13}$ ,  $a = 1$ , 则  $b =$ \_\_\_\_\_.
16. 有三张卡片, 分别写有 1 和 2, 1 和 3, 2 和 3. 甲, 乙, 丙三人各取走一张卡片, 甲看了乙的卡片后说: “我与乙的卡片上相同的数字不是 2”, 乙看了丙的卡片后说: “我与丙的卡片上相同的数字不是 1”, 丙说: “我的卡片上的数字之和不是 5”, 则甲的卡片上的数字是\_\_\_\_\_.

## 三、解答题

17. 等差数列  $\{a_n\}$  中,  $a_3 + a_4 = 4$ ,  $a_5 + a_7 = 6$ .
- (1) 求  $\{a_n\}$  的通项公式;
- (2) 设  $b_n = [a_n]$ , 求数列  $\{b_n\}$  的前 10 项和, 其中  $[x]$  表示不超过  $x$  的最大整数, 如  $[0.9] = 0$ ,  $[2.6] = 2$ .

18. 某险种的基本保费为  $a$  (单位: 元), 继续购买该险种的投保人称为续保人, 续保人本年度的保费与其上年度出险次数的关联如下:

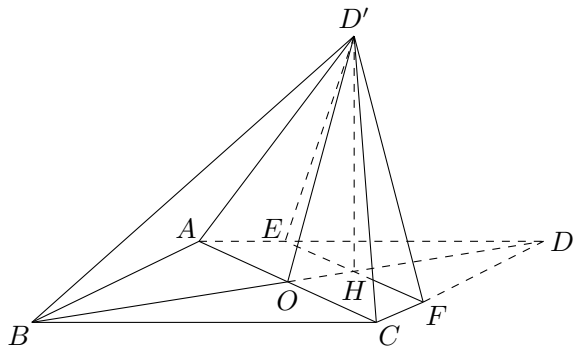
上年度出险次数	0	1	2	3	4	$\geq 5$
保费	$0.85a$	$a$	$1.25a$	$1.5a$	$1.75a$	$2a$

随机调查了该险种的 200 名续保人在一年内的出险情况, 得到如下统计表:

上年度出险次数	0	1	2	3	4	$\geq 5$
频数	60	50	30	30	20	10

- (1) 记  $A$  为事件: “一续保人本年度的保费不高于基本保费”. 求  $P(A)$  的估计值;
- (2) 记  $B$  为事件: “一续保人本年度的保费高于基本保费但不高于基本保费的 160%”. 求  $P(B)$  的估计值;
- (2) 求续保人本年度的平均保费估计值.

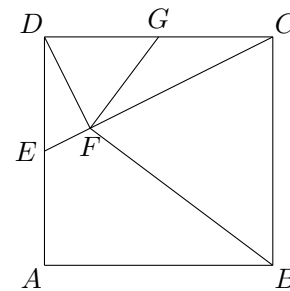
19. 如图, 菱形  $ABCD$  的对角线  $AC$  与  $BD$  交于点  $O$ , 点  $E, F$  分别在  $AD, CD$  上,  $AE = CF$ ,  $EF$  交  $BD$  于点  $H$ , 将  $\triangle DEF$  沿  $EF$  折到  $\triangle D'EF$  的位置.
- (1) 证明:  $AC \perp HD'$ ;
- (2) 若  $AB = 5, AC = 6, AE = \frac{5}{4}, OD' = 2\sqrt{2}$ , 求五棱锥  $D' - ABCFE$  的体积.



20. 已知函数  $f(x) = (x+1)\ln x - a(x-1)$ .
- (1) 当  $a = 4$  时, 求曲线  $y = f(x)$  在点  $(1, f(1))$  处的切线方程;
- (2) 若当  $x \in (1, +\infty)$  时,  $f(x) > 0$ , 求  $a$  的取值范围.

21. 已知点  $A$  是椭圆  $E: \frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{3} = 1$  的左顶点, 斜率为  $k$  ( $k > 0$ ) 的直线交椭圆  $E$  于  $A, M$  两点, 点  $N$  在  $E$  上,  $MA \perp NA$ .
- (1) 当  $|AM| = |AN|$  时, 求三角形  $AMN$  的面积;
- (2) 当  $2|AM| = |AN|$  时, 证明:  $\sqrt{3} < k < 2$ .

22. 如图, 在正方形  $ABCD$  中,  $E, G$  分别在边  $DA, DC$  上 (不与端点重合), 且  $DE = DG$ , 过  $D$  点作  $DF \perp CE$ , 垂足为  $F$ .
- (1) 证明:  $B, C, G, F$  四点共圆;
- (2) 若  $AB = 1, E$  为  $DA$  的中点, 求四边形  $BCGF$  的面积.



23. 在直角坐标系  $xOy$  中, 圆  $C$  的方程为  $(x+6)^2 + y^2 = 25$ .
- (1) 以坐标原点为极点,  $x$  轴正半轴为极轴建立极坐标系, 求圆  $C$  的极坐标方程;
- (2) 直线  $l$  的参数方程是  $\begin{cases} x = t \cos \alpha \\ y = t \sin \alpha \end{cases}$  ( $t$  为参数), 直线  $l$  与圆  $C$  交于  $A, B$  两点,  $|AB| = \sqrt{10}$ , 求  $l$  的斜率.

24. 已知函数  $f(x) = \left|x - \frac{1}{2}\right| + \left|x + \frac{1}{2}\right|$ ,  $M$  为不等式  $f(x) < 2$  的解集.
- (1) 求  $M$ ;
- (2) 证明: 当  $a, b \in M$  时,  $|a+b| < |1+ab|$ .