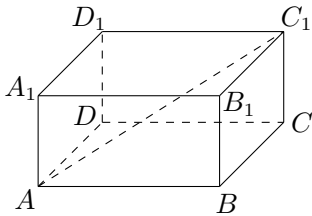


文科数学

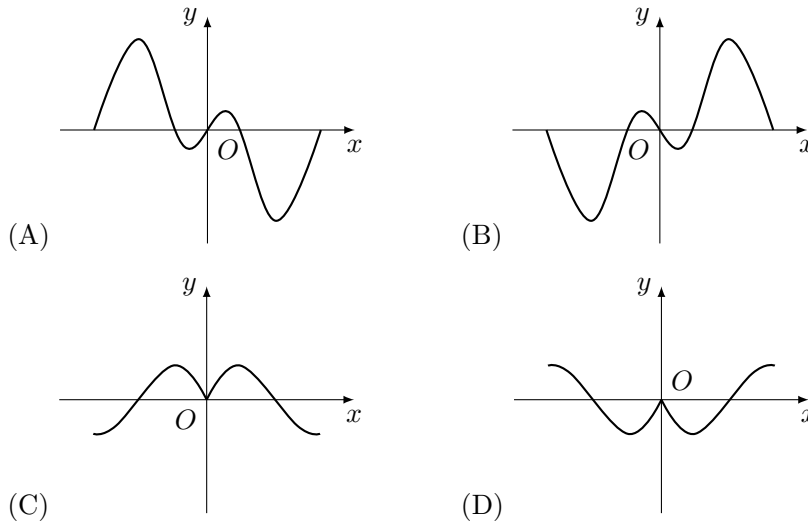
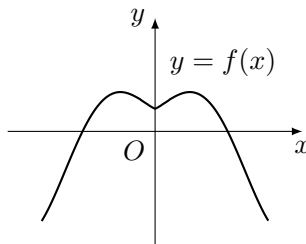
一、选择题

1. 若集合 $A = \{x|x^2 - x < 0\}$, $B = \{x|0 < x < 3\}$, 则 $A \cap B$ 等于 ()
(A) $\{x|0 < x < 1\}$ (B) $\{x|0 < x < 3\}$ (C) $\{x|1 < x < 3\}$ (D) \emptyset
2. “ $a = 1$ ”是“直线 $x + y = 0$ 和直线 $x - ay = 0$ 互相垂直”的 ()
(A) 充分而不必要条件 (B) 必要而不充分条件
(C) 充要条件 (D) 既不充分也不必要条件
3. 设 $\{a_n\}$ 是等差数列, 若 $a_2 = 3$, $a_1 = 13$, 则数列 $\{a_n\}$ 前 8 项的和为 ()
(A) 128 (B) 80 (C) 64 (D) 56
4. 函数 $f(x) = x^3 + \sin x + 1$ ($x \in \mathbf{R}$), 若 $f(a) = 2$, 则 $f(-a)$ 的值为 ()
(A) 3 (B) 0 (C) -1 (D) -2
5. 某一批花生种子, 如果每 1 粒发芽的概率为 $\frac{4}{5}$, 那么播下 3 粒种子恰有 2 粒发芽的概率是 ()
(A) $\frac{12}{125}$ (B) $\frac{16}{125}$ (C) $\frac{48}{125}$ (D) $\frac{96}{125}$
6. 如图, 在长方体 $ABCD - A_1B_1C_1D_1$ 中, $AB = BC = 2$, $AA_1 = 1$, 则 AC_1 与平面 $A_1B_1C_1D_1$ 所成角的正弦值为 ()



- (A) $\frac{2\sqrt{2}}{3}$ (B) $\frac{2}{3}$ (C) $\frac{\sqrt{2}}{4}$ (D) $\frac{1}{3}$
7. 函数 $y = \cos x$ ($x \in \mathbf{R}$) 的图象向左平移 $\frac{\pi}{2}$ 个单位后, 得到函数 $y = g(x)$ 的图象, 则 $g(x)$ 的解析式为 ()
(A) $-\sin x$ (B) $\sin x$ (C) $-\cos x$ (D) $\cos x$
8. 在 $\triangle ABC$ 中, 角 A 、 B 、 C 的对边分别为 a 、 b 、 c , 若 $a^2 + c^2 - b^2 = \sqrt{3}ac$, 则角 B 的值为 ()
(A) $\frac{\pi}{6}$ (B) $\frac{\pi}{3}$ (C) $\frac{\pi}{6}$ 或 $\frac{5\pi}{6}$ (D) $\frac{\pi}{3}$ 或 $\frac{2\pi}{3}$
9. 某班级要从 4 名男生、2 名女生中选派 4 人参加某次社区服务, 如果要求至少有 1 名女生, 那么不同的选派方案种数为 ()
(A) 14 (B) 24 (C) 28 (D) 48
10. 若实数 x 、 y 满足 $\begin{cases} x - y + 1 \leq 0 \\ x > 0 \\ y \leq 2 \end{cases}$, 则 $\frac{y}{x}$ 的取值范围是 ()
(A) $(0, 2)$ (B) $(0, 2]$ (C) $(2, +\infty)$ (D) $[2, +\infty)$

11. 如果函数 $y = f(x)$ 的图象如下图, 那么导函数 $y = f'(x)$ 的图象可能是 ()



12. 双曲线 $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($a > 0$, $b > 0$) 的两个焦点为 F_1 、 F_2 , 若 P 为其上一点, 且 $|PF_1| = 2|PF_2|$, 则双曲线离心率的取值范围为 ()
(A) $(1, 3)$ (B) $(1, 3]$ (C) $(3, +\infty)$ (D) $[3, +\infty)$

二、填空题

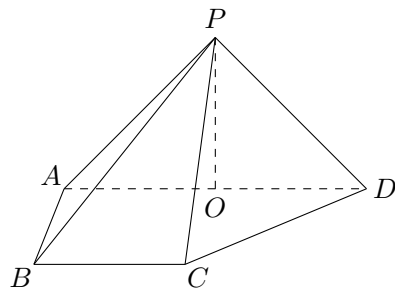
13. $\left(x + \frac{1}{x}\right)^9$ 展开式中 x^2 的系数是_____. (用数字作答)
14. 若直线 $3x + 4y + m = 0$ 与圆 $x^2 + y^2 - 2x + 4y + 4 = 0$ 没有公共点, 则实数 m 的取值范围是_____.
15. 若三棱锥的三个侧面两两垂直, 且侧棱长均为 $\sqrt{3}$, 则其外接球的表面积是_____.
16. 设 P 是一个数集, 且至少含有两个数, 若对任意 $a, b \in P$, 都有 $a + b$ 、 $a - b$ 、 ab 、 $\frac{a}{b} \in P$ (除数 $b \neq 0$), 则称 P 是一个数域. 例如有理数集 \mathbf{Q} 是数域. 有下列命题: ① 数域必含有 0, 1 两个数; ② 整数集是数域; ③ 若有理数集 $\mathbf{Q} \subseteq M$, 则数集 M 必为数域; ④ 数域必为无限集. 其中正确的命题的序号是_____. (把你认为正确的命题的序号填填上)

三、解答题

17. 已知向量 $\mathbf{m} = (\sin A, \cos A)$, $\mathbf{n} = (1, -2)$, 且 $\mathbf{m} \cdot \mathbf{n} = 0$.
(1) 求 $\tan A$ 的值;
(2) 求函数 $f(x) = \cos 2x + 4 \cos A \sin x$ ($x \in \mathbf{R}$) 的值域.

18. 三人独立破译同一份密码. 已知三人各自破译出密码的概率分别为 $\frac{1}{5}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{3}$, 且他们是否破译出密码互不影响.
(1) 求恰有二人破译出密码的概率;
(2) “密码被破译”与“密码未被破译”的概率哪个大? 说明理由.

19. 如图, 在四棱锥 $P-ABCD$ 中, 侧面 $PAD \perp$ 底面 $ABCD$, 侧棱 $PA = PD = \sqrt{2}$, 底面 $ABCD$ 为直角梯形, 其中 $BC \parallel AD$, $AB \perp AD$, $AD = 2AB = 2BC = 2$, O 为 AD 中点.
- (1) 求证: $PO \perp$ 平面 $ABCD$;
 - (2) 求异面直线 PB 与 CD 所成角的余弦值;
 - (3) 求点 A 到平面 PCD 的距离.



21. 已知函数 $f(x) = x^3 + mx^2 + nx - 2$ 的图象过点 $(-1, -6)$, 且函数 $g(x) = f'(x) + 6x$ 的图象关于 y 轴对称.
- (1) 求 m 、 n 的值及函数 $y = f(x)$ 的单调区间;
 - (2) 若 $a > 0$, 求函数 $y = f(x)$ 在区间 $(a-1, a+1)$ 内的极值.

20. 已知 $\{a_n\}$ 是正数组成的数列, $a_1 = 1$, 且点 $(\sqrt{a_n}, a_{n+1})$ ($n \in \mathbf{N}^*$) 在函数 $y = x^2 + 1$ 的图象上.
- (1) 求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式;
 - (2) 若列数 $\{b_n\}$ 满足 $b_1 = 1$, $b_{n+1} = b_n + 2^{a_n}$, 求证: $b_n \cdot b_{n+2} < b_{n+1}^2$.

22. 如图, 椭圆 $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($a > b > 0$) 的一个焦点为 $F(1, 0)$, 且过点 $(2, 0)$.
- (1) 求椭圆 C 的方程;
 - (2) 若 AB 为垂直于 x 轴的动弦, 直线 $l: x = 4$ 与 x 轴交于点 N , 直线 AF 与 BN 交于点 M .
 - ① 求证: 点 M 恒在椭圆 C 上;
 - ② 求 $\triangle AMN$ 面积的最大值.

