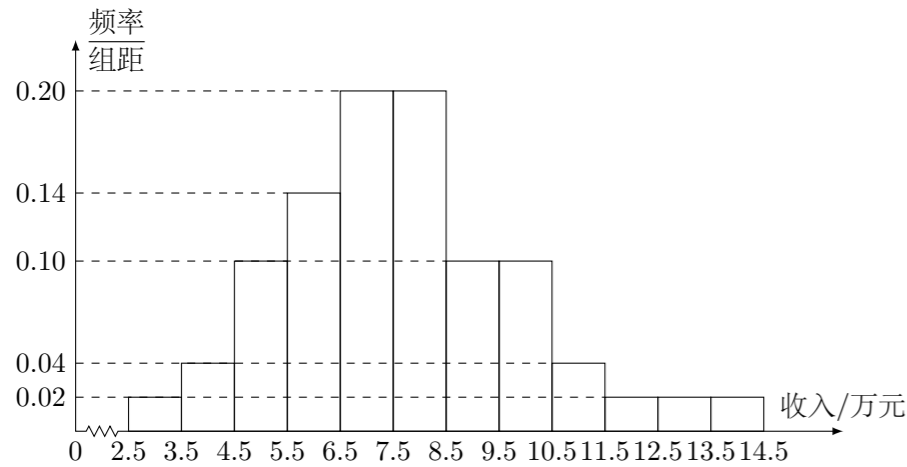


文科数学

一、选择题

- 设集合 $M = \{1, 3, 5, 7, 9\}$, $N = \{x|2x > 7\}$, 则 $M \cap N =$ ()
(A) $\{7, 9\}$ (B) $\{5, 7, 9\}$ (C) $\{3, 5, 7, 9\}$ (D) $\{1, 3, 5, 7, 9\}$
- 为了解某地农村经济情况, 对该地农户家庭年收入进行抽样调查, 将农户家庭年收入的调查数据整理得到如下频率分布直方图:



- 根据此频率分布直方图, 下面结论中不正确的是 ()
- 该地农户家庭年收入低于 4.5 万元的农户比率估计为 6%
 - 该地农户家庭年收入不低于 10.5 万元的农户比率估计为 10%
 - 估计该地农户家庭年收入的平均值不超过 6.5 万元
 - 估计该地有一半以上的农户, 其家庭年收入介于 4.5 万元至 8.5 万元之间

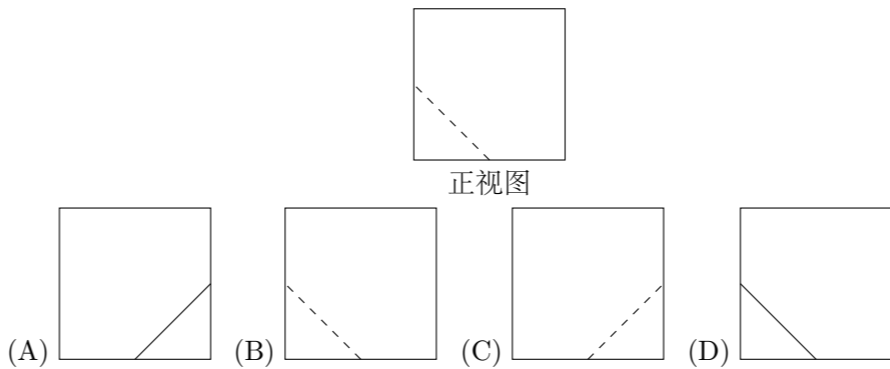
- 已知 $(1 - i)^2 z = 3 + 2i$, 则 $z =$ ()
(A) $-1 - \frac{3}{2}i$ (B) $-1 + \frac{3}{2}i$ (C) $-\frac{3}{2} + i$ (D) $-\frac{3}{2} - i$

- 下列函数中是增函数的为 ()
(A) $f(x) = -x$ (B) $f(x) = \left(\frac{2}{3}\right)^x$ (C) $f(x) = x^2$ (D) $f(x) = \sqrt[3]{x}$

- 点 $(3, 0)$ 到双曲线 $\frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{9} = 1$ 的一条渐近线的距离为 ()
(A) $\frac{9}{5}$ (B) $\frac{8}{5}$ (C) $\frac{6}{5}$ (D) $\frac{4}{5}$

- 青少年视力是社会普遍关注的问题, 视力情况可借助视力表测量. 通常用五分记录法和小数记录法记录视力数据, 五分记录法的数据 L 和小数记录法的数据 V 满足 $L = 5 + \lg V$. 已知某同学视力的五分记录分的数据为 4.9, 则其视力的小数记录法的数据约为 ($\sqrt[10]{10} \approx 1.259$) ()
(A) 1.5 (B) 1.2 (C) 0.8 (D) 0.6

- 在一个正方体中, 过顶点 A 的三条棱的中点分别为 E, F, G . 该正方体截去三棱锥 $A - EFG$ 后, 所得多面体的三视图中, 正视图如图所示, 则相应的侧视图是 ()



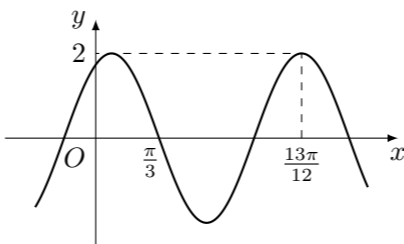
- 在 $\triangle ABC$ 中, 已知 $B = 120^\circ$, $AC = \sqrt{19}$, $AB = 2$, 则 $BC =$ ()
(A) 1 (B) $\sqrt{2}$ (C) $\sqrt{5}$ (D) 3
- 记 S_n 为等比数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和. 若 $S_2 = 4$, $S_4 = 6$, 则 $S_6 =$ ()
(A) 7 (B) 8 (C) 9 (D) 10
- 将 3 个 1 和 2 个 0 随机排成一行, 则 2 个 0 不相邻的概率为 ()
(A) 0.3 (B) 0.5 (C) 0.6 (D) 0.8

- 若 $\alpha \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right)$, $\tan 2\alpha = \frac{\cos \alpha}{2 - \sin \alpha}$, 则 $\tan \alpha =$ ()
(A) $\frac{\sqrt{15}}{15}$ (B) $\frac{\sqrt{5}}{5}$ (C) $\frac{\sqrt{5}}{3}$ (D) $\frac{\sqrt{15}}{5}$

- 设 $f(x)$ 是定义域为 \mathbf{R} 的奇函数, 且 $f(1+x) = f(-x)$. 若 $f\left(-\frac{1}{3}\right) = \frac{1}{3}$, $f\left(\frac{5}{3}\right) =$ ()
(A) $-\frac{5}{3}$ (B) $-\frac{1}{3}$ (C) $\frac{1}{3}$ (D) $\frac{5}{3}$

二、填空题

- 若向量 \mathbf{a}, \mathbf{b} 满足 $|\mathbf{a}| = 3$, $|\mathbf{a} - \mathbf{b}| = 5$, $\mathbf{a} \cdot \mathbf{b} = 1$, 则 $|\mathbf{b}| =$ _____.
- 已知一个圆锥的底面半径为 6, 其体积为 30π , 则该圆锥的侧面积为_____.
- 已知函数 $f(x) = 2 \cos(\omega x + \varphi)$ 的部分图像如图所示, 则 $f\left(\frac{\pi}{2}\right) =$ _____.



- 已知 F_1, F_2 为椭圆 $C: \frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{4} = 1$ 的两个焦点, P, Q 为 C 上关于坐标原点对称的两点, 且 $|PQ| = |F_1 F_2|$, 则四边形 $P F_1 Q F_2$ 的面积为_____.

三、解答题

- 甲、乙两台机床生产同种产品, 产品质量分为一级品和二级品, 为了比较两台机床产品的质量, 分别用两台机床各生产了 200 件产品, 产品的质量情况统计如下表:

	一级品	二级品	合计
甲机床	150	50	200
乙机床	120	80	200
合计	270	130	400

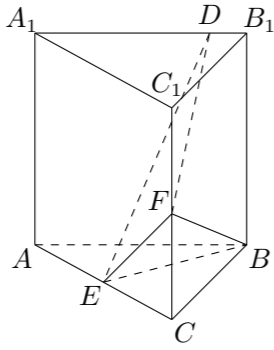
- 甲机床、乙机床生产的产品中一级品的频率分别是多少?
- 能否有 99% 的把握认为甲机床的产品质量与乙机床的产品质量有差异?

附: $K^2 = \frac{n(ad - bc)^2}{(a + b)(c + d)(a + c)(b + d)}$,

$P(K^2 \geq k)$	0.050	0.010	0.001
k	3.841	6.635	10.828

- 记 S_n 为数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和. 已知 $a_n > 0$, $a_2 = 3a_1$, 且数列 $\{\sqrt{S_n}\}$ 是等差数列, 证明: $\{a_n\}$ 是等差数列.

19. 已知直三棱柱 $ABC - A_1B_1C_1$ 中, 侧面 AA_1B_1B 为正方形, $AB = BC = 2$, E, F 分别为 AC 和 CC_1 的中点, $BF \perp A_1B_1$.
- (1) 求三棱锥 $F - EBC$ 的体积;
- (2) 已知 D 为棱 A_1B_1 上的点, 证明: $BF \perp DE$.



21. 抛物线 C 的顶点为坐标原点 O , 焦点在 x 轴上, 直线 $l: x = 1$ 交 C 于 P, Q 两点, 且 $OP \perp OQ$. 已知点 $M(2, 0)$, 且 $\odot M$ 与 l 相切.
- (1) 求 $C, \odot M$ 的方程;
- (2) 设 A_1, A_2, A_3 是 C 上的三个点, 直线 A_1A_2, A_1A_3 均与 $\odot M$ 相切. 判断 A_2A_3 与 $\odot M$ 的位置关系, 并说明理由.

22. 在直角坐标系 xOy 中, 以坐标原点为极点, x 轴正半轴为极轴建立极坐标系, 曲线 C 的极坐标方程为 $\rho = 2\sqrt{2}\cos\theta$.
- (1) 将 C 的极坐标方程化为直角坐标方程;
- (2) 设点 A 的直角坐标为 $(1, 0)$, M 为 C 上的动点, 点 P 满足 $\overrightarrow{AP} = \sqrt{2}\overrightarrow{AM}$, 写出 P 的轨迹 C_1 的参数方程, 并判断 C 与 C_1 是否有公共点.

20. 设函数 $f(x) = a^2x^2 + ax - 3\ln x + 1$. 其中 $a > 0$.
- (1) 讨论 $f(x)$ 的单调性;
- (2) 若 $y = f(x)$ 的图像与 x 轴没有公共点, 求 a 的取值范围.

23. 已知函数 $f(x) = |x - 2|$, $g(x) = |2x + 3| - |2x - 1|$.
- (1) 画出 $y = f(x)$ 和 $y = g(x)$ 的图像;
- (2) 若 $f(x + a) \geq g(x)$, 求 a 的取值范围.

