

2017 年普通高等学校招生考试 (北京卷)

理科数学

一、选择题

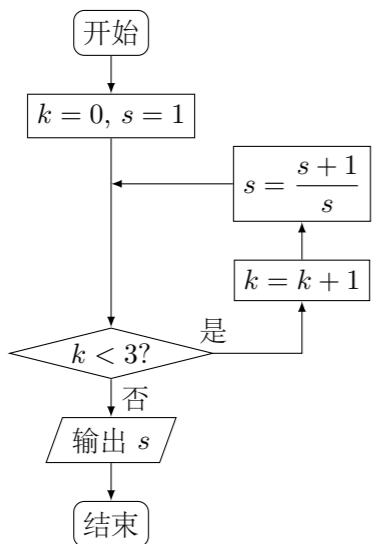
1. 若集合 $A = \{x \mid -2 < x < 1\}$, $B = \{x \mid x < -1 \text{ 或 } x > 3\}$, 则 $A \cap B = (\)$

- (A) $\{x \mid -2 < x < -1\}$ (B) $\{x \mid -2 < x < 3\}$
 (C) $\{x \mid -1 < x < 1\}$ (D) $\{x \mid 1 < x < 3\}$

2. 若复数 $(1-i)(a+i)$ 在复平面内对应的点在第二象限, 则实数 a 的取值范围是 ()

- (A) $(-\infty, 1)$ (B) $(-\infty, -1)$ (C) $(1, +\infty)$ (D) $(-1, +\infty)$

3. 执行如图所示的程序框图, 输出的 S 值为 ()



- (A) 2 (B) $\frac{3}{2}$ (C) $\frac{5}{3}$ (D) $\frac{8}{5}$

4. 若 x, y 满足 $\begin{cases} x \leq 3 \\ x+y \geq 2 \\ y \leq x \end{cases}$, 则 $x+2y$ 的最大值为 ()

- (A) 1 (B) 3 (C) 5 (D) 9

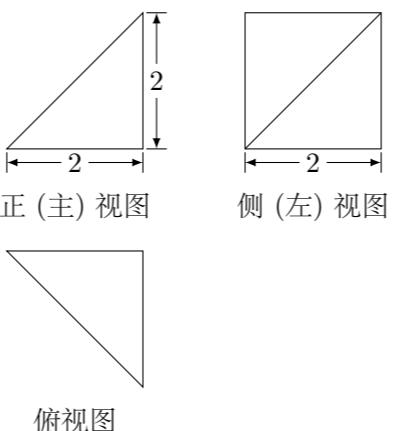
5. 已知函数 $f(x) = 3^x - \left(\frac{1}{3}\right)^x$, 则 $f(x)$ ()

- (A) 是奇函数, 且在 \mathbf{R} 上是增函数 (B) 是偶函数, 且在 \mathbf{R} 上是增函数
 (C) 是奇函数, 且在 \mathbf{R} 上是减函数 (D) 是偶函数, 且在 \mathbf{R} 上是减函数

6. 设 \mathbf{m}, \mathbf{n} 为非零向量, 则“存在负数 λ , 使得 $\mathbf{m} = \lambda\mathbf{n}$ ”是“ $\mathbf{m} \cdot \mathbf{n} < 0$ ”的()

- (A) 充分而不必要条件 (B) 必要而不充分条件
 (C) 充分必要条件 (D) 既不充分也不必要条件

7. 某四棱锥的三视图如图所示, 则该四棱锥的最长棱的长度为 ()



三、解答题

15. 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle A = 60^\circ$, $c = \frac{3}{7}a$.

- (1) 求 $\sin C$ 的值;
 (2) 若 $a = 7$, 求 $\triangle ABC$ 的面积.

8. 根据有关资料, 围棋状态空间复杂度的上限 M 约为 3^{361} , 而可观测宇宙中普通物质的原子总数 N 约为 10^{80} , 则下列各数中与 $\frac{M}{N}$ 最接近的是 ()

- (参考数据: $\lg 3 \approx 0.48$)
 (A) 10^{33} (B) 10^{53} (C) 10^{73} (D) 10^{93}

二、填空题

9. 若双曲线 $x^2 - \frac{y^2}{m} = 1$ 的离心率为 $\sqrt{3}$, 则实数 $m = \underline{\hspace{2cm}}$.

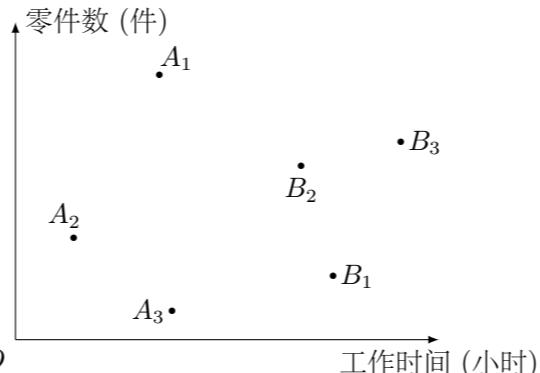
10. 若等差数列 $\{a_n\}$ 和等比数列 $\{b_n\}$ 满足 $a_1 = b_1 = -1$, $a_4 = b_4 = 8$, 则 $\frac{a_2}{b_2} = \underline{\hspace{2cm}}$.

11. 在极坐标系中, 点 A 在圆 $\rho^2 - 2\rho \cos \theta - 4\rho \sin \theta + 4 = 0$ 上, 点 P 的坐标为 $(1, 0)$, 则 $|AP|$ 的最小值为 $\underline{\hspace{2cm}}$.

12. 在平面直角坐标系 xOy 中, 角 α 与角 β 均以 Ox 为始边, 它们的终边关于 y 轴对称, 若 $\sin \alpha = \frac{1}{3}$, 则 $\cos(\alpha - \beta) = \underline{\hspace{2cm}}$.

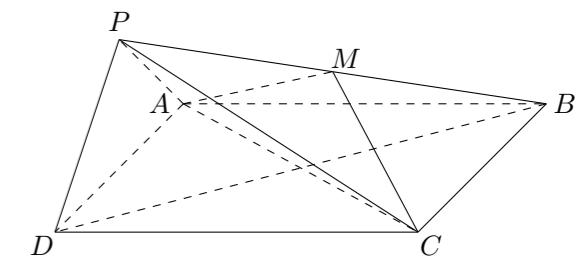
13. 能够说明“设 a, b, c 是任意实数. 若 $a > b > c$, 则 $a+b > c$ ”是假命题的一组整数 a, b, c 的值依次为 $\underline{\hspace{2cm}}$.

14. 三名工人加工同一种零件, 他们在一天中的工作情况如图所示, 其中 A_i 的横、纵坐标分别为第 i 名工人上午的工作时间和加工的零件数, 点 B_i 的横、纵坐标分别为第 i 名工人下午的工作时间和加工的零件数, $i = 1, 2, 3$.



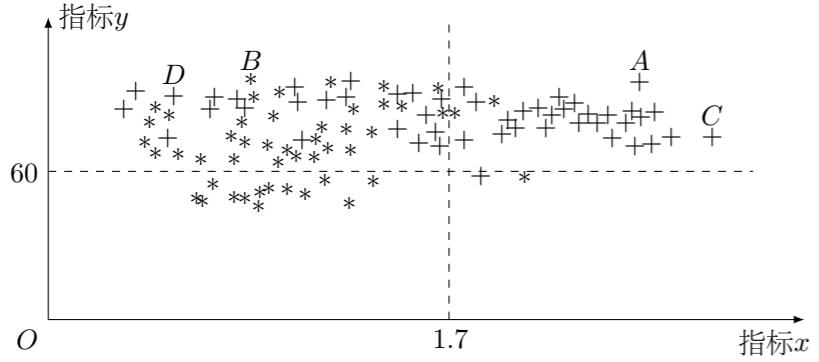
16. 如图, 在四棱锥 $P-ABCD$ 中, 底面 $ABCD$ 为正方形, 平面 $PAD \perp$ 平面 $ABCD$, 点 M 在线段 PB 上, $PD \parallel$ 平面 MAC , $PA = PD = \sqrt{6}$, $AB = 4$.

- (1) 求证: M 为 PB 的中点;
 (2) 求二面角 $B-PD-A$ 的大小;
 (3) 求直线 MC 与平面 BDP 所成角的正弦值.



- (1) 记 Q_i 为第 i 名工人在这一天中加工的零件总数, 则 Q_1, Q_2, Q_3 中最大的是 $\underline{\hspace{2cm}}$;
 (2) 记 p_i 为第 i 名工人在这一天中平均每小时加工的零件数, 则 p_1, p_2, p_3 中最大的是 $\underline{\hspace{2cm}}$.

17. 为了研究一种新药的疗效, 选 100 名患者随机分成两组, 每组各 50 名, 一组服药, 另一组不服药. 一段时间后, 记录了两组患者的生理指标 x 和 y 的数据, 并制成如图, 其中“*”表示服药者, “+”表示未服药者.
19. 已知函数 $f(x) = e^x \cos x - x$.
- (1) 求曲线 $y = f(x)$ 在点 $(0, f(0))$ 处的切线方程;
 - (2) 求函数 $f(x)$ 在区间 $[0, \frac{\pi}{2}]$ 上的最大值和最小值.
20. 设 $\{a_n\}$ 和 $\{b_n\}$ 是两个等差数列, 记 $c_n = \max\{b_1 - a_1 n, b_2 - a_2 n, \dots, b_n - a_n n\}$ ($n = 1, 2, 3, \dots$), 其中 $\max\{x_1, x_2, \dots, x_s\}$ 表示 x_1, x_2, \dots, x_s 这 s 个数中最大的数.
- (1) 若 $a_n = n$, $b_n = 2n - 1$, 求 c_1, c_2, c_3 的值, 并证明 $\{c_n\}$ 是等差数列;
 - (2) 证明: 或者对任意正数 M , 存在正整数 m , 当 $n \geq m$ 时, $\frac{c_n}{n} > M$; 或者存在正整数 m , 使得 $c_m, c_{m+1}, c_{m+2}, \dots$ 是等差数列.



- (1) 从服药的 50 名患者中随机选出一人, 求此人指标 y 的值小于 60 的概率;
- (2) 从图中 A, B, C, D 四人中随机选出两人, 记 ξ 为选出的两人中指标 x 的值大于 1.7 的人数, 求 ξ 的分布列和数学期望 $E(\xi)$;
- (3) 试判断这 100 名患者中服药者指标 y 数据的方差与未服药者指标 y 数据的方差的大小. (只需写出结论)

18. 已知抛物线 $C: y^2 = 2px$ 过点 $P(1, 1)$. 过点 $\left(0, \frac{1}{2}\right)$ 作直线 l 与抛物线 C 交于不同的两点 M, N , 过点 M 作 x 轴的垂线分别与直线 OP, ON 交于点 A, B , 其中 O 为原点.
- (1) 求抛物线 C 的方程, 并求其焦点坐标和准线方程;
 - (2) 求证: A 为线段 BM 的中点.