

2014 年普通高等学校招生考试 (重庆卷)

# 理科数学

一、选择题

1. 在复平面内表示复数  $i(1-2i)$  的点位于 ( )

- (A) 第一象限 (B) 第二象限 (C) 第三象限 (D) 第四象限

2. 对任意等比数列  $\{a_n\}$ , 下列说法一定正确的是 ( )

- (A)  $a_1, a_3, a_9$  成等比数列 (B)  $a_2, a_3, a_6$  成等比数列  
(C)  $a_2, a_4, a_8$  成等比数列 (D)  $a_3, a_6, a_9$  成等比数列

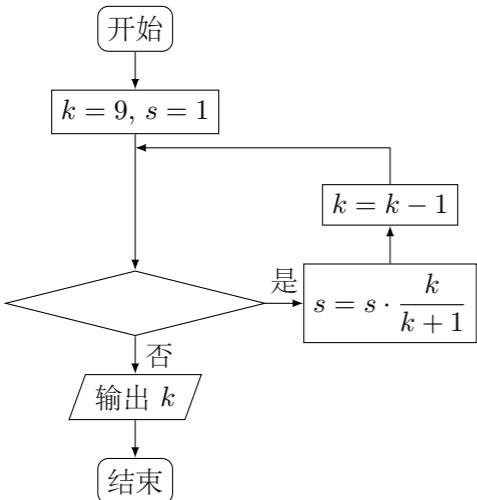
3. 已知变量  $x$  与  $y$  正相关, 且由观测数据算得样本平均数  $\bar{x} = 3, \bar{y} = 3.5$ , 则由该观测数据算得的线性回归方程可能是 ( )

- (A)  $\hat{y} = 0.4x + 2.3$  (B)  $\hat{y} = 2x - 2.4$   
(C)  $\hat{y} = -2x + 9.5$  (D)  $\hat{y} = -0.3x + 4.4$

4. 已知向量  $\mathbf{a} = (k, 3), \mathbf{b} = (1, 4), \mathbf{c} = (2, 1)$ , 且  $(2\mathbf{a} - 3\mathbf{b}) \perp \mathbf{c}$ , 则实数  $k =$  ( )

- (A)  $-\frac{9}{2}$  (B) 0 (C) 3 (D)  $\frac{15}{2}$

5. 执行如图所示的程序框图, 若输出  $k$  的值为 6, 则判断框内可填入的条件是 ( )

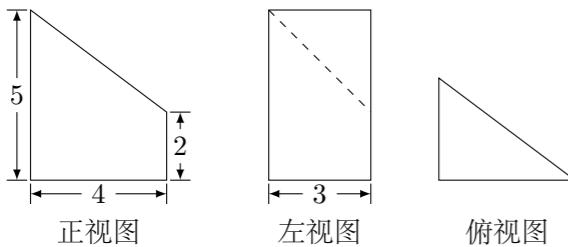


- (A)  $s > \frac{1}{2}$  (B)  $s > \frac{3}{5}$  (C)  $s > \frac{7}{10}$  (D)  $s > \frac{4}{5}$

6. 已知命题  $p$ : 对任意  $x \in \mathbf{R}$ , 总有  $2^x > 0$ ;  $q$ : “ $x > 1$ ”是“ $x > 2$ ”的充分不必要条件. 则下列命题为真命题的是 ( )

- (A)  $p \wedge q$  (B)  $\neg p \wedge \neg q$  (C)  $\neg p \wedge q$  (D)  $p \wedge \neg q$

7. 某几何体的三视图如图所示, 则该几何体的表面积为 ( )



(A) 54

(B) 60

(C) 66

(D) 72

8. 设  $F_1, F_2$  分别为双曲线  $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$  的左、右焦点, 双曲线上存在一点  $P$  使得  $|PF_1| + |PF_2| = 3b, |PF_1| \cdot |PF_2| = \frac{9}{4}ab$ , 则该双曲线的离心率为 ( )

- (A)  $\frac{4}{3}$  (B)  $\frac{5}{3}$  (C)  $\frac{9}{4}$  (D) 3

9. 某次联欢会要安排 3 个歌舞类节目, 2 个小品类节目和 1 个相声类节目的演出顺序, 则同类节目不相邻的排法种数是 ( )

- (A) 72 (B) 120 (C) 144 (D) 168

10. 已知  $\triangle ABC$  的内角  $A, B, C$  满足  $\sin 2A + \sin(A - B + C) = \sin(C - A - B) + \frac{1}{2}$ , 面积  $S$  满足  $1 \leq S \leq 2$ , 记  $a, b, c$  分别为  $A, B, C$  所对的边, 则下列不等式一定成立的是 ( )

- (A)  $bc(b+c) > 8$  (B)  $ab(a+b) > 16\sqrt{2}$   
(C)  $6 \leq abc \leq 12$  (D)  $12 \leq abc \leq 24$

二、填空题

11. 设全集  $U = \{n \in \mathbf{N} \mid 1 \leq n \leq 10\}, A = \{1, 2, 3, 5, 8\}, B = \{1, 3, 5, 7, 9\}$ , 则  $(\complement_U A) \cap B =$  \_\_\_\_\_.

12. 函数  $f(x) = \log_2 \sqrt{x} \cdot \log_{\sqrt{2}}(2x)$  的最小值为 \_\_\_\_\_.

13. 已知直线  $ax + y - 2 = 0$  与圆心为  $C$  的圆  $(x - 1)^2 + (y - a)^2 = 4$  相交于  $A, B$  两点, 且  $\triangle ABC$  为等边三角形, 则实数  $a =$  \_\_\_\_\_.

14. 过圆外一点  $P$  作圆的切线  $PA$  ( $A$  为切点), 再作割线  $PBC$  依次交圆于  $B, C$ , 若  $PA = 6, AC = 8, BC = 9$ , 则  $AB =$  \_\_\_\_\_.

15. 已知直线  $l$  的参数方程为  $\begin{cases} x = 2 + t \\ y = 3 + t \end{cases}$  ( $t$  为参数), 以坐标原点为极点,  $x$  轴的正半轴为极轴建立极坐标系, 曲线  $C$  的极坐标方程为  $\rho \sin^2 \theta - 4 \cos \theta = 0 (\rho \geq 0, 0 \leq \theta < 2\pi)$ , 则直线  $l$  与曲线  $C$  的公共点的极径  $\rho =$  \_\_\_\_\_.

16. 若不等式  $|2x - 1| + |x + 2| \geq a^2 + \frac{1}{2}a + 2$  对任意实数  $x$  恒成立, 则实数  $a$  的取值范围是 \_\_\_\_\_.

三、解答题

17. 已知函数  $f(x) = \sqrt{3} \sin(\omega x + \varphi) (\omega > 0, -\frac{\pi}{2} \leq \varphi < \frac{\pi}{2})$  的图象关于直线  $x = \frac{\pi}{3}$  对称, 且图象上相邻两个最高点的距离为  $\pi$ .

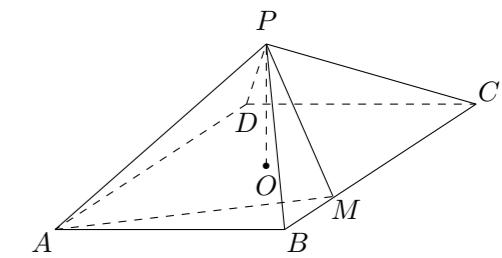
(1) 求  $\omega$  和  $\varphi$  的值;

(2) 若  $f\left(\frac{\alpha}{2}\right) = \frac{\sqrt{3}}{4} \left(\frac{\pi}{6} < \alpha < \frac{2\pi}{3}\right)$ , 求  $\cos\left(\alpha + \frac{3\pi}{2}\right)$  的值.

18. 一盒中装有 9 张各写有一个数字的卡片, 其中 4 张卡片上的数字是 1, 3 张卡片上的数字是 2, 2 张卡片上的数字是 3, 从盒中任取 3 张卡片.

(1) 求所取 3 张卡片上的数字完全相同的概率;

(2)  $X$  表示所取 3 张卡片上的数字的中位数, 求  $X$  的分布列与数学期望.  
(注: 若三个数  $a, b, c$  满足  $a \leq b \leq c$ , 则称  $b$  为这三个数的中位数)



19. 如图, 四棱锥  $P-ABCD$  中, 底面是以  $O$  为中心的菱形,  $PO \perp$  底面  $ABCD, AB = 2, \angle BAD = \frac{\pi}{3}, M$  为  $BC$  上一点, 且  $BM = \frac{1}{2}, MP \perp AP$ .

(1) 求  $PO$  的长;

(2) 求二面角  $A-PM-C$  的正弦值.

20. 已知函数  $f(x) = ae^{2x} - be^{-2x} - cx$  ( $a, b, c \in \mathbf{R}$ ) 的导函数  $f'(x)$  为偶函数, 且曲线  $y = f(x)$  在点  $(0, f(0))$  处的切线的斜率为  $4 - c$ .

- (1) 确定  $a, b$  的值;
- (2) 若  $c = 3$ , 判断  $f(x)$  的单调性;
- (3) 若  $f(x)$  有极值, 求  $c$  的取值范围.

21. 设椭圆  $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$  ( $a > b > 0$ ) 的左、右焦点分别为  $F_1, F_2$ , 点  $D$  在椭圆上,  $DF_1 \perp F_1F_2$ ,  $\frac{|F_1F_2|}{|DF_1|} = 2\sqrt{2}$ ,  $\triangle DF_1F_2$  的面积为  $\frac{\sqrt{2}}{2}$ .

- (1) 求该椭圆的标准方程;
- (2) 设圆心在  $y$  轴上的圆与椭圆在  $x$  轴的上方有两个交点, 且圆在这两个交点处的两条切线相互垂直并分别过不同的焦点, 求圆的半径.

22. 设  $a_1 = 1, a_{n+1} = \sqrt{a_n^2 - 2a_n + 2} + b$  ( $n \in \mathbf{N}^*$ ).

- (1) 若  $b = 1$ , 求  $a_2, a_3$  及数列  $\{a_n\}$  的通项公式;
- (2) 若  $b = -1$ , 问: 是否存在实数  $c$ , 使得  $a_{2n} < c < a_{2n+1}$  对所有  $n \in \mathbf{N}^*$  成立? 证明你的结论.

