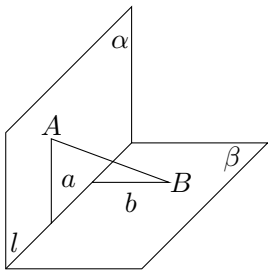


文科数学

一、选择题

1. $\sin 330^\circ$ 等于 ()
- (A) $-\frac{\sqrt{3}}{2}$ (B) $-\frac{1}{2}$ (C) $\frac{1}{2}$ (D) $\frac{\sqrt{3}}{2}$
2. 已知全集 $U = \{1, 2, 3, 4, 5\}$, 集合 $A = \{1, 3\}$, $B = \{3, 4, 5\}$, 则集合 $\complement_U(A \cap B) =$ ()
- (A) $\{3\}$ (B) $\{4, 5\}$ (C) $\{3, 4, 5\}$ (D) $\{1, 2, 4, 5\}$
3. 某林场有树苗 30000 棵, 其中松树苗 4000 棵. 为调查树苗的生长情况, 采用分层抽样的方法抽取一个容量为 150 的样本, 则样本中松树苗的数量为 ()
- (A) 30 (B) 25 (C) 20 (D) 15
4. 已知 $\{a_n\}$ 是等差数列, $a_1 + a_2 = 4$, $a_7 + a_8 = 28$, 则该数列前 10 项和 S_{10} 等于 ()
- (A) 64 (B) 100 (C) 110 (D) 120
5. 直线 $\sqrt{3}x - y + m = 0$ 与圆 $x^2 + y^2 - 2x - 2 = 0$ 相切, 则实数 m 等于()
- (A) $-3\sqrt{3}$ 或 $\sqrt{3}$ (B) $-3\sqrt{3}$ 或 $3\sqrt{3}$ (C) $\sqrt{3}$ 或 $-\sqrt{3}$ (D) $-\sqrt{3}$ 或 $3\sqrt{3}$
6. “ $a = \frac{1}{8}$ ”是“对任意的正数 x , $2x + \frac{a}{x} \geq 1$ ”的 ()
- (A) 充分不必要条件 (B) 必要不充分条件
- (C) 充要条件 (D) 既不充分也不必要条件
7. 已知函数 $f(x) = 2^{x+3}$, $f^{-1}(x)$ 是 $f(x)$ 的反函数, 若 $mn = 16$ ($m, n \in \mathbf{R}^+$), 则 $f^{-1}(m) + f^{-1}(n)$ 的值为 ()
- (A) 10 (B) 4 (C) 1 (D) -2
8. 长方体 $ABCD - A_1B_1C_1D_1$ 的各顶点都在半径为 1 的球面上, 其中 $AB : AD : AA_1 = 2 : 1 : \sqrt{3}$, 则两 A, B 点的球面距离为 ()
- (A) $\frac{\pi}{4}$ (B) $\frac{\pi}{3}$ (C) $\frac{\pi}{2}$ (D) $\frac{2\pi}{3}$
9. 双曲线 $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($a > 0, b > 0$) 的左、右焦点分别是 F_1, F_2 , 过 F_1 作倾斜角为 30° 的直线交双曲线右支于 M 点. 若 MF_2 垂直于 x 轴, 则双曲线的离心率为 ()
- (A) $\sqrt{6}$ (B) $\sqrt{3}$ (C) $\sqrt{2}$ (D) $\frac{\sqrt{3}}{3}$
10. 如图, $\alpha \perp \beta$, $\alpha \cap \beta = l$, $A \in \alpha$, $B \in \beta$, A, B 到 l 的距离分别是 a 和 b , AB 与 α, β 所成的角分别是 θ 和 φ , AB 在 α, β 内的射影分别是 m 和 n , 若 $a > b$, 则 ()



- (A) $\theta > \varphi, m < n$ (B) $\theta > \varphi, m > n$
- (C) $\theta < \varphi, m < n$ (D) $\theta < \varphi, m > n$
11. 定义在 \mathbf{R} 上的函数 $f(x)$ 满足 $f(x + y) = f(x) + f(y) + 2xy$ ($x, y \in \mathbf{R}$), $f(1) = 2$, 则 $f(-2)$ 等于 ()
- (A) 2 (B) 3 (C) 6 (D) 9
12. 为提高信息在传输中的抗干扰能力, 通常在原信息中按一定规则加入相关数据组成传输信息. 设定原信息为 $a_0a_1a_2$, $a_i \in \{0, 1\}$ ($i = 0, 1, 2$), 传输信息为 $h_0a_0a_1a_2h_1$, 其中 $h_0 = a_0 \oplus a_1$, $h_1 = h_0 \oplus a_2$, \oplus 运算规则为: $0 \oplus 0 = 0, 0 \oplus 1 = 1, 1 \oplus 0 = 1, 1 \oplus 1 = 0$. 例如原信息为 111, 则传输信息为 01111. 传输信息在传输过程中受到干扰可能导致接收信息出错, 则下列接收信息一定有误的是 ()
- (A) 11010 (B) 01100 (C) 10111 (D) 00011

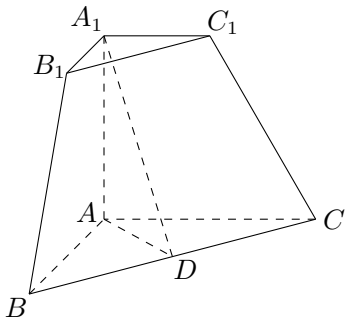
二、填空题

13. $\triangle ABC$ 的内角 A, B, C 的对边分别为 a, b, c , 若 $c = \sqrt{2}$, $b = \sqrt{6}$, $B = 120^\circ$, 则 $a =$ _____.
14. $\left(1 - \frac{2}{x}\right)^7$ 的展开式中 $\frac{1}{x^2}$ 的系数为_____. (用数字作答)
15. 关于平面向量 $\mathbf{a}, \mathbf{b}, \mathbf{c}$. 有下列三个命题:
- ① 若 $\mathbf{a} \cdot \mathbf{b} = \mathbf{a} \cdot \mathbf{c}$, 则 $\mathbf{b} = \mathbf{c}$;
- ② 若 $\mathbf{a} = (1, k)$, $\mathbf{b} = (-2, 6)$, $\mathbf{a} \parallel \mathbf{b}$, 则 $k = -3$;
- ③ 非零向量 \mathbf{a} 和 \mathbf{b} 满足 $|\mathbf{a}| = |\mathbf{b}| = |\mathbf{a} - \mathbf{b}|$, 则 \mathbf{a} 与 $\mathbf{a} + \mathbf{b}$ 的夹角为 60° .
- 其中真命题的序号为_____. (写出所有真命题的序号)
16. 某地奥运火炬接力传递路线共分 6 段, 传递活动分别由 6 名火炬手完成. 如果第一棒火炬手只能从甲、乙、丙三人中产生, 最后一棒火炬手只能从甲、乙两人中产生, 则不同的传递方案共有_____种. (用数字作答)

三、解答题

17. 已知函数 $f(x) = 2 \sin \frac{x}{4} \cos \frac{x}{4} + \sqrt{3} \cos \frac{x}{2}$.
- (1) 求函数 $f(x)$ 的最小正周期及最值;
- (2) 令 $g(x) = f\left(x + \frac{\pi}{3}\right)$, 判断函数 $g(x)$ 的奇偶性, 并说明理由.

18. 一个口袋中装有大小相同的 2 个红球, 3 个黑球和 4 个白球, 从口袋中一次摸出一个球, 摸出的球不再放回.
- (1) 连续摸球 2 次, 求第一次摸出黑球, 第二次摸出白球的概率;
- (2) 如果摸出红球, 则停止摸球, 求摸球次数不超过 3 次的概率.



20. 已知数列 $\{a_n\}$ 的首项 $a_1 = \frac{2}{3}$, $a_{n+1} = \frac{2a_n}{a_n + 1}$, $n = 1, 2, \dots$.
- (1) 证明: 数列 $\left\{\frac{1}{a_n} - 1\right\}$ 是等比数列;
 - (2) 数列 $\left\{\frac{n}{a_n}\right\}$ 的前 n 项和 S_n .
21. 已知抛物线 $C: y = 2x^2$, 直线 $y = kx + 2$ 交 C 于 A, B 两点, M 是线段 AB 的中点, 过 M 作 x 轴的垂线交 C 于点 N .
- (1) 证明: 抛物线 C 在点 N 处的切线与 AB 平行;
 - (2) 是否存在实数 k 使 $\overrightarrow{NA} \cdot \overrightarrow{NB} = 0$, 若存在, 求 k 的值; 若不存在, 说明理由.
22. 设函数 $f(x) = x^3 + ax^2 - a^2x + 1$, $g(x) = ax^2 - 2x + 1$, 其中实数 $a \neq 0$.
- (1) 若 $a > 0$, 求函数 $f(x)$ 的单调区间;
 - (2) 当函数 $y = f(x)$ 与 $y = g(x)$ 的图象只有一个公共点且 $g(x)$ 存在最小值时, 记 $g(x)$ 的最小值为 $h(a)$, 求 $h(a)$ 的值域;
 - (3) 若 $f(x)$ 与 $g(x)$ 在区间 $(a, a + 2)$ 内均为增函数, 求 a 的取值范围.