

## 文科数学

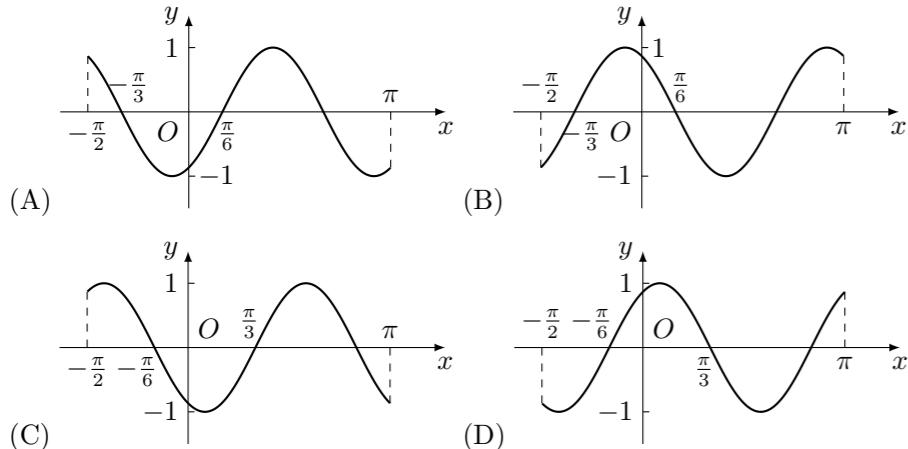
## 一、选择题

1. 设集合  $A = \{x|x > -1\}$ ,  $B = \{x|-2 < x < 2\}$ , 则  $A \cup B =$  ( )

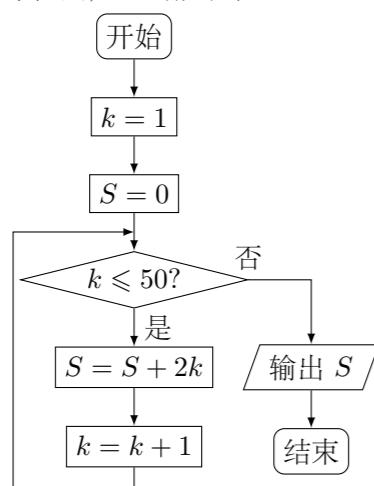
- (A)  $\{x|x > -2\}$  (B)  $\{x|x > -1\}$   
 (C)  $\{x|-2 < x < -1\}$  (D)  $\{x|-1 < x < 2\}$

2. 已知命题  $p: \forall x \in \mathbf{R}, \sin x \leqslant 1$ , 则 ( )

- (A)  $\neg p: \exists x \in \mathbf{R}, \sin x \geqslant 1$  (B)  $\neg p: \forall x \in \mathbf{R}, \sin x \geqslant 1$   
 (C)  $\neg p: \exists x \in \mathbf{R}, \sin x > 1$  (D)  $\neg p: \forall x \in \mathbf{R}, \sin x > 1$

3. 函数  $y = \sin\left(2x - \frac{\pi}{3}\right)$  在区间  $[-\frac{\pi}{2}, \pi]$  的简图是 ( )4. 已知平面向量  $\mathbf{a} = (1, 1)$ ,  $\mathbf{b} = (1, -1)$ , 则向量  $\frac{1}{2}\mathbf{a} - \frac{3}{2}\mathbf{b} =$  ( )

- (A)  $(-2, -1)$  (B)  $(-2, 1)$  (C)  $(-1, 0)$  (D)  $(-1, 2)$

5. 如果执行下面的程序框图, 那么输出的  $S =$  ( )

- (A) 2450 (B) 2500 (C) 2550 (D) 2652

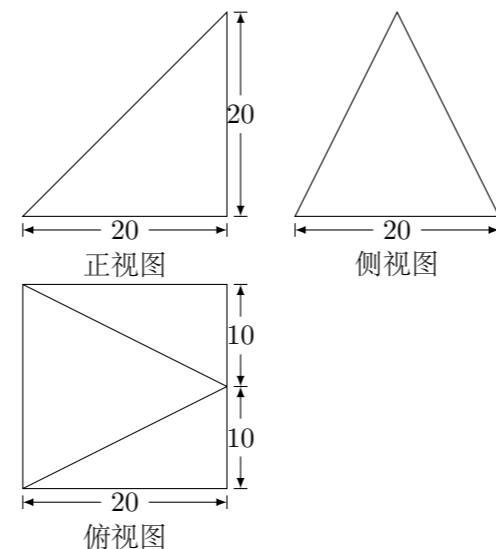
6. 已知  $a, b, c, d$  成等比数列, 且曲线  $y = x^2 - 2x + 3$  的顶点是  $(b, c)$ , 则  $ad$  等于 ( )

- (A) 3 (B) 2 (C) 1 (D) -2

7. 已知抛物线  $y^2 = 2px$  ( $p > 0$ ) 的焦点为  $F$ , 点  $P_1(x_1, y_1)$ ,  $P_2(x_2, y_2)$ ,  $P_3(x_3, y_3)$  在抛物线上, 且  $2x_2 = x_1 + x_3$ , 则有 ( )

- (A)  $|FP_1| + |FP_2| = |FP_3|$  (B)  $|FP_1|^2 + |FP_2|^2 = |FP_3|^2$   
 (C)  $2|FP_2| = |FP_1| + |FP_3|$  (D)  $|FP_2|^2 = |FP_1| \cdot |FP_3|$

8. 已知某个几何体的三视图如下, 根据图中标出的尺寸 (单位: cm), 可得这个几何体的体积是 ( )



- (A)  $\frac{4000}{3}\text{cm}^3$  (B)  $\frac{8000}{3}\text{cm}^3$  (C)  $2000\text{cm}^3$  (D)  $4000\text{cm}^3$

9. 若  $\frac{\cos 2\alpha}{\sin(\alpha - \frac{\pi}{4})} = -\frac{\sqrt{2}}{2}$ , 则  $\cos \alpha + \sin \alpha$  的值为 ( )

- (A)  $-\frac{\sqrt{7}}{2}$  (B)  $-\frac{1}{2}$  (C)  $\frac{1}{2}$  (D)  $\frac{\sqrt{7}}{2}$

10. 曲线  $y = e^x$  在点  $(2, e^2)$  处的切线与坐标轴所围三角形的面积为 ( )

- (A)  $\frac{9}{4}e^2$  (B)  $2e^2$  (C)  $e^2$  (D)  $\frac{e^2}{2}$

11. 已知三棱锥  $S-ABC$  的各顶点都在一个半径为  $r$  的球面上, 球心  $O$  在  $AB$  上,  $SO \perp$  底面  $ABC$ ,  $AC = \sqrt{2}r$ , 则球的体积与三棱锥体积之比是 ( )

- (A)  $\pi$  (B)  $2\pi$  (C)  $3\pi$  (D)  $4\pi$

12. 甲、乙、丙三名射箭运动员在某次测试中各射箭 20 次, 三人的测试成绩如下表

甲的成绩				乙的成绩				丙的成绩						
环数	7	8	9	10	环数	7	8	9	10	环数	7	8	9	10
频数	5	5	5	5	频数	6	4	4	6	频数	4	6	6	4

 $s_1, s_2, s_3$  分别表示甲、乙、丙三名运动员这次测试成绩的标准差, 则有 ( )

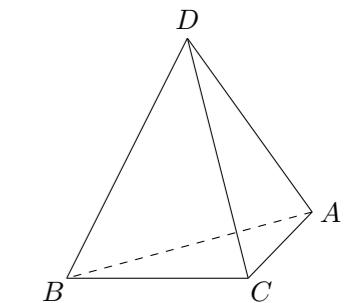
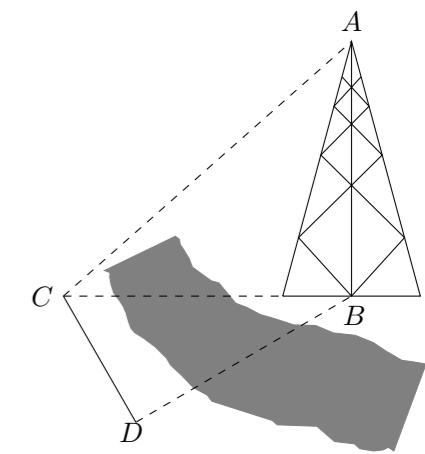
- (A)  $s_3 > s_1 > s_2$  (B)  $s_2 > s_1 > s_3$  (C)  $s_1 > s_2 > s_3$  (D)  $s_2 > s_3 > s_1$

## 二、填空题

13. 已知双曲线的顶点到渐近线的距离为 2, 焦点到渐近线的距离为 6, 则该双曲线的离心率为\_\_\_\_\_.

14. 设函数  $f(x) = (x+1)(x+a)$  为偶函数, 则  $a =$ \_\_\_\_\_.15.  $i$  是虚数单位,  $i + 2i^2 + 3i^3 + \dots + 8i^8 =$ \_\_\_\_\_. (用  $a+bi$  的形式表示,  $a, b \in \mathbf{R}$ )16. 已知  $\{a_n\}$  是等差数列,  $a_4 + a_6 = 6$ , 其前 5 项和  $S_5 = 10$ , 则其公差  $d =$ \_\_\_\_\_.

## 三、解答题

17. 如图, 测量河对岸的塔高  $AB$  时, 可以选与塔底  $B$  在同一水平面内的两个测点  $C$  与  $D$ . 现测得  $\angle BCD = \alpha$ ,  $\angle BDC = \beta$ ,  $CD = s$ , 并在点  $C$  测得塔顶  $A$  的仰角为  $\theta$ , 求塔高  $AB$ .18. 如图,  $A, B, C, D$  为空间四点. 在  $\triangle ABC$  中,  $AB = 2$ ,  $AC = BC = \sqrt{2}$ , 等边三角形  $ADB$  以  $AB$  为轴运动.

- (1) 当平面  $ADB \perp$  平面  $ABC$  时, 求  $CD$ ;  
 (2) 当  $\triangle ADB$  转动时, 是否总有  $AB \perp CD$ ? 证明你的结论.

19. 设函数  $f(x) = \ln(2x+3) + x^2$ .
- 讨论  $f(x)$  的单调性;
  - 求  $f(x)$  在区间  $\left[-\frac{3}{4}, \frac{1}{4}\right]$  的最大值和最小值.
21. 在平面直角坐标系  $xOy$  中, 已知圆  $x^2 + y^2 - 12x + 32 = 0$  的圆心为  $Q$ , 过点  $P(0, 2)$  且斜率为  $k$  的直线与圆  $Q$  相交于不同的交点  $A, B$ .
- 求  $k$  的取值范围;
  - 是否存在常数  $k$ , 使得向量  $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB}$  与  $\overrightarrow{PQ}$  共线? 如果存在, 求  $k$  值; 如果不存在, 请说明理由.
23.  $\odot O_1$  和  $\odot O_2$  的极坐标方程分别为  $\rho = 4 \cos \theta$ ,  $\rho = -4 \sin \theta$ .
- 把  $\odot O_1$  和  $\odot O_2$  的极坐标方程化为直角坐标方程;
  - 求经过  $\odot O_1, \odot O_2$  交点的直线的直角坐标方程.
20. 设有关于  $x$  的一元二次方程  $x^2 + 2ax + b^2 = 0$ .
- 若  $a$  是从  $0, 1, 2, 3$  四个数中任取的一个数,  $b$  是从  $0, 1, 2$  三个数中任取的一个数, 求上述方程有实根的概率;
  - 若  $a$  是从区间  $[0, 3]$  任取的一个数,  $b$  是从区间  $[0, 2]$  任取的一个数, 求上述方程有实根的概率.
22. 如图, 已知  $AP$  是  $\odot O$  的切线,  $P$  为切点,  $AC$  是  $\odot O$  的割线, 与  $\odot O$  交于  $B, C$  两点, 圆心  $O$  在  $\angle PAC$  的内部, 点  $M$  是  $BC$  的中点.
- 证明  $A, P, O, M$  四点共圆;
  - 求  $\angle OAM + \angle APM$  的大小.
24. 设函数  $f(x) = |2x+1| - |x-4|$ .
- 解不等式  $f(x) > 2$ ;
  - 求函数  $y = f(x)$  的最小值.

