

2007 年普通高等学校招生考试 (大纲卷 II)

文科数学

一、选择题

1.  $\cos 330^\circ =$  ( )  
 (A)  $\frac{1}{2}$       (B)  $-\frac{1}{2}$       (C)  $\frac{\sqrt{3}}{2}$       (D)  $-\frac{\sqrt{3}}{2}$
2. 设集合  $U = \{1, 2, 3, 4\}$ ,  $A = \{1, 2\}$ ,  $B = \{2, 4\}$ , 则  $C_U(A \cup B) =$  ( )  
 (A)  $\{2\}$       (B)  $\{3\}$       (C)  $\{1, 2, 4\}$       (D)  $\{1, 4\}$
3. 函数  $f(x) = |\sin x|$  的一个单调递增区间是 ( )  
 (A)  $(-\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{4})$       (B)  $(\frac{\pi}{4}, \frac{3\pi}{4})$       (C)  $(\pi, \frac{3\pi}{2})$       (D)  $(\frac{3\pi}{2}, 2\pi)$
4. 以下四个数中的最大者是 ( )  
 (A)  $(\ln 2)^2$       (B)  $\ln(\ln 2)$       (C)  $\ln \sqrt{2}$       (D)  $\ln 2$
5. 不等式  $\frac{x-2}{x+3} > 0$  的解集是 ( )  
 (A)  $(-3, 2)$       (B)  $(2, +\infty)$   
 (C)  $(-\infty, -3) \cup (2, +\infty)$       (D)  $(-\infty, -2) \cup (3, +\infty)$
6. 在  $\triangle ABC$  中, 已知  $D$  是  $AB$  边上一点, 若  $\overrightarrow{AD} = 2\overrightarrow{DB}$ ,  $\overrightarrow{CD} = \frac{1}{3}\overrightarrow{CA} + \lambda\overrightarrow{CB}$ , 则  $\lambda =$  ( )  
 (A)  $\frac{2}{3}$       (B)  $\frac{1}{3}$       (C)  $-\frac{1}{3}$       (D)  $-\frac{2}{3}$
7. 已知正三棱锥的侧棱长与底面边长的 2 倍, 则侧棱与底面所成角的余弦值等于 ( )  
 (A)  $\frac{\sqrt{3}}{6}$       (B)  $\frac{\sqrt{3}}{4}$       (C)  $\frac{\sqrt{2}}{2}$       (D)  $\frac{\sqrt{3}}{2}$
8. 已知曲线  $y = \frac{x^2}{4}$  的一条切线的斜率为  $\frac{1}{2}$ , 则切点的横坐标为 ( )  
 (A) 1      (B) 2      (C) 3      (D) 4
9. 把函数  $y = e^x$  的图象按向量  $a = (2, 0)$  平移, 得到  $y = f(x)$  的图象, 则  $f(x) =$  ( )  
 (A)  $e^x + 2$       (B)  $e^x - 2$       (C)  $e^{x-2}$       (D)  $e^{x+2}$
10. 5 位同学报名参加两上课外活动小组, 每位同学限报其中的一个小组, 则不同的报名方法共有 ( )  
 (A) 10 种      (B) 20 种      (C) 25 种      (D) 32 种
11. 已知椭圆的长轴长是短轴长的 2 倍, 则椭圆的离心率为 ( )  
 (A)  $\frac{1}{3}$       (B)  $\frac{\sqrt{3}}{3}$       (C)  $\frac{1}{2}$       (D)  $\frac{\sqrt{3}}{2}$
12. 设  $F_1, F_2$  分别是双曲线  $x^2 - \frac{y^2}{9} = 1$  的左、右焦点, 若点  $P$  在双曲线上, 且  $\overrightarrow{PF_1} \cdot \overrightarrow{PF_2} = 0$ , 则  $|\overrightarrow{PF_1} + \overrightarrow{PF_2}| =$  ( )  
 (A)  $\sqrt{10}$       (B)  $2\sqrt{10}$       (C)  $\sqrt{5}$       (D)  $2\sqrt{5}$

二、填空题

13. 一个总体含有 100 个个体, 以简单随机抽样方式从该总体中抽取一个容量为 5 的样本, 则指定的某个个体被抽到的概率为\_\_\_\_\_.
14. 已知数列的通项  $a_n = -5n + 2$ , 则其前  $n$  项和为  $S_n =$  \_\_\_\_\_.
15. 一个正四棱柱的各个顶点在一个直径为 2 cm 的球面上. 如果正四棱柱的底面边长为 1 cm, 那么该棱柱的表面积为\_\_\_\_\_cm<sup>2</sup>.
16.  $(1 + 2x^2) \left( x + \frac{1}{x} \right)^8$  的展开式中常数项为\_\_\_\_\_. (用数字作答)

三、解答题

17. 设等比数列  $\{a_n\}$  的公比  $q < 1$ , 前  $n$  项和为  $S_n$ . 已知  $a_3 = 2$ ,  $S_4 = 5S_2$ , 求  $\{a_n\}$  的通项公式.

19. 从某批产品中, 有放回地抽取产品二次, 每次随机抽取 1 件, 假设事件  $A$ : “取出的 2 件产品中至多有 1 件是二等品”的概率  $P(A) = 0.96$ .  
 (1) 求从该批产品中任取 1 件是二等品的概率  $p$ ;  
 (2) 若该批产品共有 100 件, 从中任意抽取 2 件, 求事件  $B$ : “取出的 2 件产品中至少有一件二等品”的概率  $P(B)$ .

20. 如图, 在四棱锥  $S-ABCD$  中, 底面  $ABCD$  为正方形, 侧棱  $SD \perp$  底面  $ABCD$ ,  $E, F$  分别是  $AB, SC$  的中点.
- 求证:  $EF \parallel$  平面  $SAD$ ;
  - 设  $SD = 2CD$ , 求二面角  $A-EF-D$  的大小.
21. 在直角坐标系  $xOy$  中, 以  $O$  为圆心的圆与直线  $x - \sqrt{3}y = 4$  相切.
- 求圆  $O$  的方程;
  - 圆  $O$  与  $x$  轴相交于  $A, B$  两点, 圆内的动点  $P$  使  $|PA|, |PO|, |PB|$  成等比数列, 求  $\overrightarrow{PA} \cdot \overrightarrow{PB}$  的取值范围.
22. 已知函数  $f(x) = \frac{1}{3}ax^3 - bx^2 + (2-b)x + 1$  在  $x = x_1$  处取得极大值, 在  $x = x_2$  处取得极小值, 且  $0 < x_1 < 1 < x_2 < 2$ .
- 证明  $a > 0$ ;
  - 若  $z = a + 2b$ , 求  $z$  的取值范围.

