

2009 年普通高等学校招生考试 (浙江卷)

理科数学

一、选择题

1. 设 $U = \mathbf{R}$, $A = \{x|x > 0\}$, $B = \{x|x > 1\}$, 则 $A \cap \complement_U B =$ ()

- (A) $\{x|0 \leq x < 1\}$ (B) $\{x|0 < x \leq 1\}$ (C) $\{x|x < 0\}$ (D) $\{x|x > 1\}$

2. 已知 a, b 是实数, 则“ $a > 0$ 且 $b > 0$ ”是“ $a + b > 0$ 且 $ab > 0$ ”的 ()

- (A) 充分而不必要条件 (B) 必要而不充分条件
(C) 充分必要条件 (D) 既不充分也不必要条件

3. 设 $z = 1 + i$ (i 是虚数单位), 则 $\frac{2}{z} + z^2 =$ ()

- (A) $-1 - i$ (B) $-1 + i$ (C) $1 - i$ (D) $1 + i$

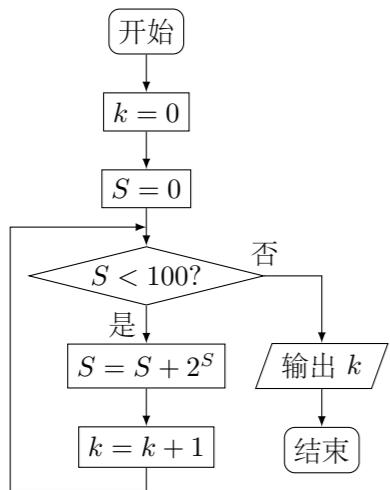
4. 在二项式 $\left(x^2 - \frac{1}{x}\right)^5$ 的展开式中, 含 x^4 的项的系数是 ()

- (A) -10 (B) 10 (C) -5 (D) 5

5. 在三棱柱 $ABC - A_1B_1C_1$ 中, 各棱长相等, 侧棱垂直于底面, 点 D 是侧面 BB_1C_1C 的中心, 则 AD 与平面 BB_1C_1C 所成角的大小是 ()

- (A) 30° (B) 45° (C) 60° (D) 90°

6. 某程序框图如图所示, 该程序运行后输出的 k 的值是 ()

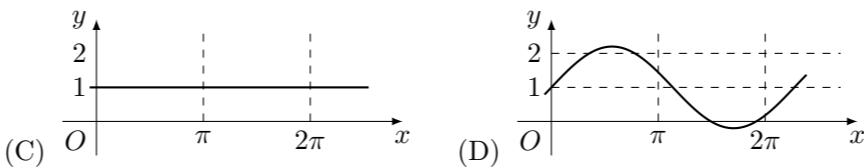
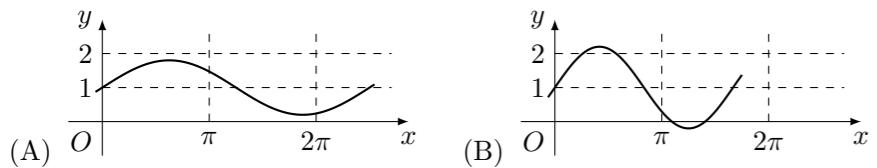


- (A) 4 (B) 5 (C) 6 (D) 7

7. 设向量 \mathbf{a}, \mathbf{b} 满足: $|\mathbf{a}| = 3$, $|\mathbf{b}| = 4$, $\mathbf{a} \cdot \mathbf{b} = 0$. 以 $\mathbf{a}, \mathbf{b}, \mathbf{a} - \mathbf{b}$ 的模为边长构成三角形, 则它的边与半径为 1 的圆的公共点个数最多为 ()

- (A) 3 (B) 4 (C) 5 (D) 6

8. 已知 a 是实数, 则函数 $f(x) = 1 + a \sin ax$ 的图象不可能是 ()



9. 过双曲线 $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($a > 0, b > 0$) 的右顶点 A 作斜率为 -1 的直线, 该直线与双曲线的两条渐近线的交点分别为 B, C . 若 $\overrightarrow{AB} = \frac{1}{2}\overrightarrow{BC}$, 则双曲线的离心率是 ()

- (A) $\sqrt{2}$ (B) $\sqrt{3}$ (C) $\sqrt{5}$ (D) $\sqrt{10}$

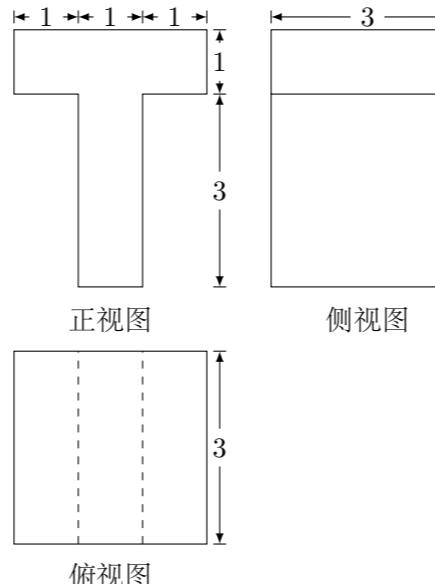
10. 对于正实数 α , 记 M_α 为满足下述条件的函数 $f(x)$ 构成的集合: $\forall x_1, x_2 \in \mathbf{R}$ 且 $x_2 > x_1$, 有 $-\alpha(x_2 - x_1) < f(x_2) - f(x_1) < \alpha(x_2 - x_1)$. 下列结论中正确的是 ()

- (A) 若 $f(x) \in M_{\alpha_1}$, $g(x) \in M_{\alpha_2}$, 则 $f(x) \cdot g(x) \in M_{\alpha_1 \cdot \alpha_2}$
(B) 若 $f(x) \in M_{\alpha_1}$, $g(x) \in M_{\alpha_2}$ 且 $g(x) \neq 0$, 则 $\frac{f(x)}{g(x)} \in M_{\frac{\alpha_1}{\alpha_2}}$
(C) 若 $f(x) \in M_{\alpha_1}$, $g(x) \in M_{\alpha_2}$, 则 $f(x) + g(x) \in M_{\alpha_1 + \alpha_2}$
(D) 若 $f(x) \in M_{\alpha_1}$, $g(x) \in M_{\alpha_2}$ 且 $\alpha_1 > \alpha_2$, 则 $f(x) - g(x) \in M_{\alpha_1 - \alpha_2}$

二、填空题

11. 设等比数列 $\{a_n\}$ 的公比 $q = \frac{1}{2}$, 前 n 项和为 S_n , 则 $\frac{S_4}{a_4} =$ _____.

12. 若某几何体的三视图 (单位: cm) 如图所示, 则此几何体的体积是 _____ cm³.



高峰时间段用电价格表	
高峰月用电量 (单位: 千瓦时)	高峰电价 (单位: 元/千瓦时)
50 及以下的部分	0.568
超过 50 至 200 的部分	0.598
超过 200 的部分	0.668

低谷时间段用电价格表

低谷月用电量 (单位: 千瓦时)	低谷电价 (单位: 元/千瓦时)
50 及以下的部分	0.288
超过 50 至 200 的部分	0.318
超过 200 的部分	0.388

若某家庭 5 月份的高峰时间段用电量为 200 千瓦时, 低谷时间段用电量为 100 千瓦时, 则按这种计费方式该家庭本月应付的电费为 _____ 元. (用数字作答)

15. 观察下列等式:

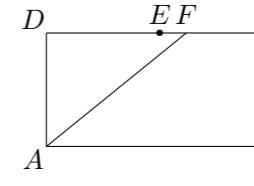
$$\begin{aligned} C_5^1 + C_5^5 &= 2^3 - 2, \\ C_9^1 + C_9^5 + C_9^9 &= 2^7 + 2^3, \\ C_{13}^1 + C_{13}^5 + C_{13}^9 + C_{13}^{13} &= 2^{11} - 2^5, \\ C_{17}^1 + C_{17}^5 + C_{17}^9 + C_{17}^{13} + C_{17}^{17} &= 2^{15} + 2^7, \\ \dots\dots \end{aligned}$$

由以上等式推测到一个一般的结论:

$$\text{对于 } n \in \mathbf{N}^*, C_{4n+1}^1 + C_{4n+1}^5 + C_{4n+1}^9 + \dots + C_{4n+1}^{4n+1} = \text{_____}.$$

16. 甲、乙、丙 3 人站到共有 7 级的台阶上, 若每级台阶最多站 2 人, 同一级台阶上的人不区分站的位置, 则不同的站法种数是 _____. (用数字作答)

17. 如图, 在长方形 $ABCD$ 中, $AB = 2$, $BC = 1$, E 为 DC 的中点, F 为线段 EC (端点除外) 上一动点. 现将 $\triangle AFD$ 沿 AF 折起, 使平面 $ABD \perp$ 平面 ABC . 在平面 ABD 内过点 D 作 $DK \perp AB$, K 为垂足. 设 $AK = t$, 则 t 的取值范围是 _____.



三、解答题

18. 在 $\triangle ABC$ 中, 角 A, B, C 所对的边分别为 a, b, c , 且满足 $\cos \frac{A}{2} = \frac{2\sqrt{5}}{5}$, $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = 3$.

- (1) 求 $\triangle ABC$ 的面积;
(2) 若 $b + c = 6$, 求 a 的值.

13. 若实数 x, y 满足不等式组 $\begin{cases} x + y \geq 2 \\ 2x - y \leq 4 \\ x - y \geq 0 \end{cases}$, 则 $2x + 3y$ 的最小值是 _____.

14. 某地区居民生活用电分为高峰和低谷两个时间段进行分时计价. 该地区的电网销售电价表如下:

19. 在 $1, 2, 3, \dots, 9$ 这 9 个自然数中, 任取 3 个数.

(1) 求这 3 个数中恰有 1 个是偶数的概率;

(2) 设 ξ 为这 3 个数中两数相邻的组数 (例如: 若取出的数为 $1, 2, 3$, 则有两组相邻的数 $1, 2$ 和 $2, 3$, 此时 ξ 的值是 2). 求随机变量 ξ 的分布列及其数学期望 $E\xi$.

21. 已知椭圆 $C_1: \frac{y^2}{a^2} + \frac{x^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 的右顶点为 $A(1, 0)$, 过 C_1 的焦点且垂直长轴的弦长为 1.

(1) 求椭圆 C_1 的方程;

(2) 设点 P 在抛物线 $C_2: y = x^2 + h (h \in \mathbf{R})$ 上, C_2 在点 P 处的切线与 C_1 交于点 M, N . 当线段 AP 的中点与 MN 的中点的横坐标相等时, 求 h 的最小值.

22. 已知函数 $f(x) = x^3 - (k^2 - k + 1)x^2 + 5x - 2, g(x) = k^2x^2 + kx + 1$, 其中 $k \in \mathbf{R}$.

(1) 设函数 $p(x) = f(x) + g(x)$. 若 $p(x)$ 在区间 $(0, 3)$ 上不单调, 求 k 的取值范围;

(2) 设函数 $q(x) = \begin{cases} g(x), & x \geq 0 \\ f(x), & x < 0 \end{cases}$. 是否存在 k , 对任意给定的非零实数 x_1 , 存在唯一的非零实数 $x_2 (x_2 \neq x_1)$, 使得 $q'(x_2) = q'(x_1)$ 成立? 若存在, 求 k 的值; 若不存在, 请说明理由.

20. 如图, 平面 $PAC \perp$ 平面 ABC , $\triangle ABC$ 是以 AC 为斜边的等腰直角三角形, E, F, O 分别为 PA, PB, AC 的中点, $AC = 16, PA = PC = 10$.

(1) 设 G 是 OC 的中点, 证明: $FG \parallel$ 平面 BOE ;

(2) 证明: 在 $\triangle ABO$ 内存在一点 M , 使 $FM \perp$ 平面 BOE , 并求点 M 到 OA, OB 的距离.

