

文科数学

一、选择题

1. 已知集合 $A = \{x \mid -1 < x < 2\}$, $B = \{x \mid x > 1\}$, 则 $A \cup B =$ ()

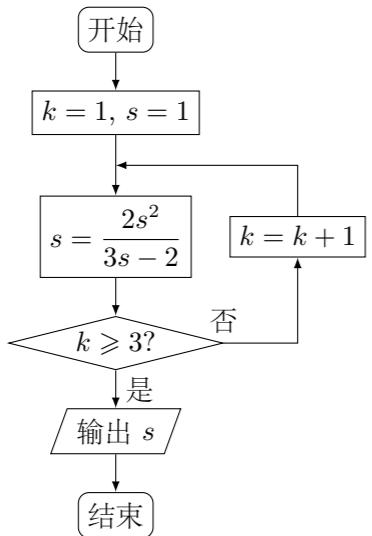
- (A)
- $(-1, 1)$
- (B)
- $(1, 2)$
- (C)
- $(-1, +\infty)$
- (D)
- $(1, +\infty)$

2. 已知复数 $z = 2 + i$, 则 $z \cdot \bar{z} =$ ()

- (A)
- $\sqrt{3}$
- (B)
- $\sqrt{5}$
- (C) 3 (D) 5

3. 下列函数中, 在区间 $(0, +\infty)$ 上单调递增的是 ()

- (A)
- $y = x^{\frac{1}{2}}$
- (B)
- $y = 2^{-x}$
- (C)
- $y = \log_{\frac{1}{2}}x$
- (D)
- $y = \frac{1}{x}$

4. 执行如图所示的程序框图, 输出的 s 值为 ()

- (A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4

5. 已知双曲线 $\frac{x^2}{a^2} - y^2 = 1 (a > 0)$ 的离心率是 $\sqrt{5}$, 则 $a =$ ()

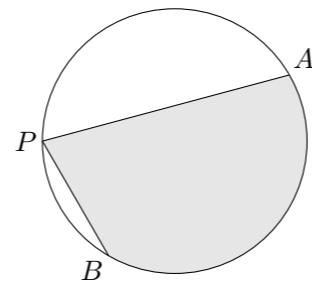
- (A)
- $\sqrt{6}$
- (B) 4 (C) 2 (D)
- $\frac{1}{2}$

6. 设函数 $f(x) = \cos x + b \sin x$ (b 为常数), 则“ $b = 0$ ”是“ $f(x)$ 为偶函数”的 ()

- (A) 充分而不必要条件 (B) 必要而不充分条件
-
- (C) 充分必要条件 (D) 既不充分也不必要条件

7. 在天文学中, 天体的明暗程度可以用星等或亮度来描述. 两颗星的星等与亮度满足 $m_2 - m_1 = \frac{5}{2} \lg \frac{E_1}{E_2}$, 其中星等为 m_k 的星的亮度为 E_k ($k = 1, 2$). 已知太阳的星等是 -26.7 , 天狼星的星等是 -1.45 , 则太阳与天狼星的亮度的比值为 ()

- (A)
- $10^{10.1}$
- (B) 10.1 (C)
- $\lg 10.1$
- (D)
- $10^{-10.1}$

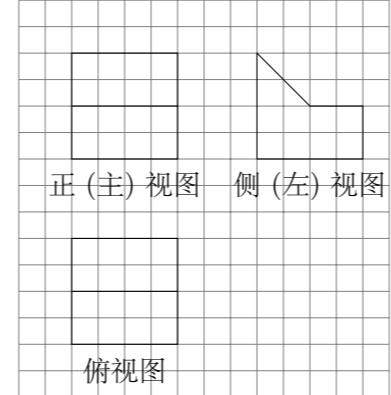
8. 如图, A, B 是半径为 2 的圆周上的定点, P 为圆周上的动点, $\angle APB$ 是锐角, 大小为 β . 图中阴影区域的面积的最大值为 ()

- (A)
- $4\beta + 4 \cos \beta$
- (B)
- $4\beta + 4 \sin \beta$
- (C)
- $2\beta + 2 \cos \beta$
- (D)
- $2\beta + 2 \sin \beta$

二、填空题

9. 已知向量 $\mathbf{a} = (-4, 3)$, $\mathbf{b} = (6, m)$, 且 $\mathbf{a} \perp \mathbf{b}$, 则 $m =$ _____.10. 若 x, y 满足 $\begin{cases} x \leq 2 \\ y \geq -1 \\ 4x - 3y + 1 \geq 0 \end{cases}$, 则 $y - x$ 的最小值为 _____, 最大值为 _____.11. 设抛物线 $y^2 = 4x$ 的焦点为 F , 准线为 l . 则以 F 为圆心, 且与 l 相切的圆的方程为 _____.

12. 某几何体是由一个正方体去掉一个四棱柱所得, 其三视图如图所示. 如果网格纸上小正方形的边长为 1, 那么该几何体的体积为 _____.

15. 在 $\triangle ABC$ 中, $a = 3$, $b - c = 2$, $\cos B = -\frac{1}{2}$.

- (1) 求
- b, c
- 的值;
-
- (2) 求
- $\sin(B + C)$
- 的值.

16. 设 $\{a_n\}$ 是等差数列, $a_1 = -10$, 且 $a_2 + 10, a_3 + 8, a_4 + 6$ 成等比数列.

- (1) 求
- $\{a_n\}$
- 的通项公式;
-
- (2) 记
- $\{a_n\}$
- 的前
- n
- 项和为
- S_n
- , 求
- S_n
- 的最小值.

13. 已知 l, m 是平面 α 外的两条不同直线. 给出下列三个论断:

- ① $l \perp m$;
② $m \parallel \alpha$;
③ $l \perp \alpha$.

以其中的两个论断作为条件, 余下的一个论断作为结论, 写出一个正确的命题: _____.

14. 李明自主创业, 在网上经营一家水果店, 销售的水果中有草莓、京白梨、西瓜、桃, 价格依次为 60 元/盒、65 元/盒、80 元/盒、90 元/盒. 为增加销量, 李明对这四种水果进行促销: 一次购买水果的总价达到 120 元, 顾客就少付 x 元. 每笔订单顾客网上支付成功后, 李明会得到支付款的 80%.

- ① 当 $x = 10$ 时, 顾客一次购买草莓和西瓜各 1 盒, 需要支付 _____ 元;
② 在促销活动中, 为保证李明每笔订单得到的金额均不低于促销前总价的七折, 则 x 的最大值为 _____.

三、解答题

17. 改革开放以来,人们的支付方式发生了巨大转变.近年来,移动支付已成为主要支付方式之一.为了解某校学生上个月A,B两种移动支付方式的使用情况,从全校所有的1000名学生中随机抽取了100人,发现样本中A,B两种支付方式都不使用的有5人,样本中仅使用A和仅使用B的学生的支付金额分布情况如下:

支付金额 支付方式	不大于2000元	大于2000元
仅使用A	27人	3人
仅使用B	24人	1人

- (1) 估计该校学生中上个月A,B两种支付方式都使用的人数;
- (2) 从样本仅使用B的学生中随机抽取1人,求该学生上个月支付金额大于2000元的概率;
- (3) 已知上个月样本学生的支付方式在本月没有变化.现从样本仅使用B的学生中随机抽查1人,发现他本月的支付金额大于2000元.结合(2)的结果,能否认为样本仅使用B的学生中本月支付金额大于2000元的人数有变化?说明理由.

19. 已知椭圆 $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ 的右焦点为 $(1, 0)$,且经过点 $A(0, 1)$.

- (1) 求椭圆C的方程;
- (2) 设O为原点,直线 $l: y = kx + t (t \neq \pm 1)$ 与椭圆C交于两个不同点P,Q,直线AP与x轴交于点M,直线AQ与x轴交于点N,若 $|OM| \cdot |ON| = 2$,求证:直线l经过定点.

20. 已知函数 $f(x) = \frac{1}{4}x^3 - x^2 + x$.

- (1) 求曲线 $y = f(x)$ 的斜率为1的切线方程;
- (2) 当 $x \in [-2, 4]$ 时,求证: $x - 6 \leq f(x) \leq x$;
- (3) 设 $F(x) = |f(x) - (x + a)| (a \in \mathbf{R})$,记 $F(x)$ 在区间 $[-2, 4]$ 上的最大值为 $M(a)$.当 $M(a)$ 最小时,求a的值.

18. 如图,在四棱锥 $P-ABCD$ 中, $PA \perp$ 平面 $ABCD$,底部 $ABCD$ 为菱形,
 E 为 CD 的中点.

- (1) 求证: $BD \perp$ 平面 PAC ;
- (2) 若 $\angle ABC = 60^\circ$,求证: $PAB \perp$ 平面 PAE ;
- (3) 棱 PB 上是否存在点F,使得 $CF \parallel$ 平面 PAE ?说明理由.

