

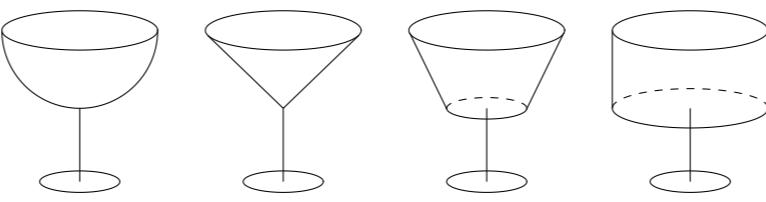
2007 年普通高等学校招生考试 (江西卷)

# 文科数学

一、选择题

1. 若集合  $M = \{0, 1\}$ ,  $I = \{0, 1, 2, 3, 4, 5\}$ , 则  $\complement_I M$  为 ( )  
 (A)  $\{0, 1\}$       (B)  $\{2, 3, 4, 5\}$       (C)  $\{0, 2, 3, 4, 5\}$       (D)  $\{1, 2, 3, 4, 5\}$
2. 函数  $y = 5 \tan(2x + 1)$  的最小正周期为 ( )  
 (A)  $\frac{\pi}{4}$       (B)  $\frac{\pi}{2}$       (C)  $\pi$       (D)  $2\pi$
3. 函数  $f(x) = \lg \frac{1-x}{x-4}$  的定义域为 ( )  
 (A)  $(1, 4)$       (B)  $[1, 4)$   
 (C)  $(-\infty, 1) \cup (4, +\infty)$       (D)  $(-\infty, 1] \cup (4, +\infty)$
4. 若  $\tan \alpha = 3$ ,  $\tan \beta = \frac{4}{3}$ , 则  $\tan(\alpha - \beta)$  等于 ( )  
 (A)  $-3$       (B)  $-\frac{1}{3}$       (C)  $3$       (D)  $\frac{1}{3}$
5. 设  $(x^2 + 1)(2x + 1)^9 = a_0 + a_1(x + 2) + a_2(x + 2)^2 + \dots + a_{11}(x + 2)^{11}$ , 则  $a_0 + a_1 + a_2 + \dots + a_{11}$  的值为 ( )  
 (A)  $-2$       (B)  $-1$       (C)  $1$       (D)  $2$
6. 一袋中装有大小相同, 编号分别为  $1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8$  的八个球, 从中有放回地每次取一个球, 共取 2 次, 则取得两个球的编号和不小于 15 的概率为 ( )  
 (A)  $\frac{1}{32}$       (B)  $\frac{1}{64}$       (C)  $\frac{3}{32}$       (D)  $\frac{3}{64}$
7. 连接抛物线  $x^2 = 4y$  的焦点  $F$  与点  $M(1, 0)$  所得的线段与抛物线交于点  $A$ , 设点  $O$  为坐标原点, 则三角形  $OAM$  的面积为 ( )  
 (A)  $-1 + \sqrt{2}$       (B)  $\frac{3}{2} - \sqrt{2}$       (C)  $1 + \sqrt{2}$       (D)  $\frac{3}{2} + \sqrt{2}$
8. 若  $0 < x < \frac{\pi}{2}$ , 则下列命题正确的是 ( )  
 (A)  $\sin x < \frac{2}{\pi}x$       (B)  $\sin x > \frac{2}{\pi}x$       (C)  $\sin x < \frac{3}{\pi}x$       (D)  $\sin x > \frac{3}{\pi}x$
9. 四面体  $ABCD$  外接球球心在  $CD$  上, 且  $CD = 2$ ,  $AB = \sqrt{3}$ , 在外接球面上两点  $A$ 、 $B$  间的球面距离是 ( )  
 (A)  $\frac{\pi}{6}$       (B)  $\frac{\pi}{3}$       (C)  $\frac{2\pi}{3}$       (D)  $\frac{5\pi}{6}$
10. 设  $p: f(x) = x^3 + 2x^2 + mx + 1$  在  $(-\infty, +\infty)$  内单调递增,  $q: m \geq \frac{4}{3}$ , 则  $p$  是  $q$  的 ( )  
 (A) 充分不必要条件      (B) 必要不充分条件  
 (C) 充分必要条件      (D) 既不充分也不必要条件
11. 四位好朋友在一次聚会上, 他们按照各自的爱好选择了形状不同、内空高度相等、杯口半径相等的圆口酒杯, 如图所示, 盛满酒后他们约定: 先各自

饮杯中酒的一半. 设剩余酒的高度从左到右依次为  $h_1, h_2, h_3, h_4$ , 则它们的大小关系正确的是 ( )



- (A)  $h_2 > h_1 > h_4$       (B)  $h_1 > h_2 > h_3$       (C)  $h_3 > h_2 > h_4$       (D)  $h_2 > h_4 > h_1$

12. 设椭圆  $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$  ( $a > b > 0$ ) 的离心率为  $e = \frac{1}{2}$ , 右焦点为  $F(c, 0)$ , 方程  $ax^2 + bx - c = 0$  的两个实根分别为  $x_1$  和  $x_2$ , 则点  $P(x_1, x_2)$  ( )

- (A) 必在圆  $x^2 + y^2 = 2$  上      (B) 必在圆  $x^2 + y^2 = 2$  外  
 (C) 必在圆  $x^2 + y^2 = 2$  内      (D) 以上三种情形都有可能

二、填空题

13. 在平面直角坐标系中, 正方形  $OABC$  的对角线  $OB$  的两端点分别为  $O(0, 0)$ ,  $B(1, 1)$ , 则  $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = \underline{\hspace{2cm}}$ .

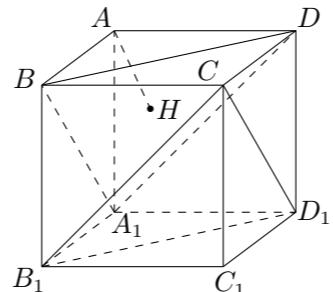
14. 已知等差数列  $\{a_n\}$  的前  $n$  项和为  $S_n$ , 若  $S_{12} = 21$ , 则  $a_2 + a_5 + a_8 + a_{11} = \underline{\hspace{2cm}}$ .

15. 已知函数  $y = f(x)$  存在反函数  $y = f^{-1}(x)$ , 若函数  $y = f(1+x)$  的图像经过点  $(3, 1)$ , 则函数  $y = f^{-1}(x)$  的图像必经过点  $\underline{\hspace{2cm}}$ .

16. 如图, 正方体  $AC_1$  的棱长为 1, 过点  $A$  作平面  $A_1BD$  的垂线, 垂足为点  $H$ . 有下列四个命题:

- A. 点  $H$  是  $\triangle A_1BD$  的垂心;
- B.  $AH$  垂直平面  $CB_1D_1$ ;
- C. 二面角  $C-B_1D_1-C_1$  的正切值为  $\sqrt{2}$ ;
- D. 点  $H$  到平面  $A_1B_1C_1D_1$  的距离为  $\frac{3}{4}$ .

其中真命题的代号是  $\underline{\hspace{2cm}}$ . (写出所有真命题的代号)



三、解答题

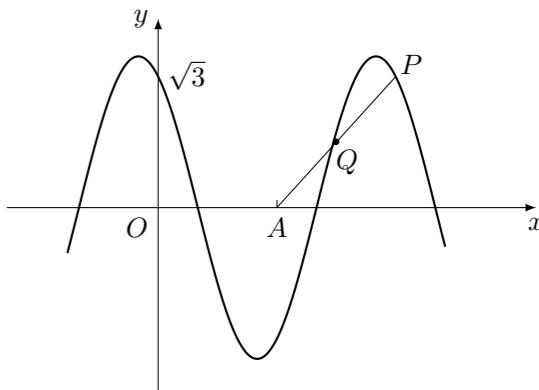
17. 已知函数  $f(x) = \begin{cases} cx + 1, & 0 < x < c \\ 2^{-\frac{x}{c^2}} + 1, & c \leq x < 1 \end{cases}$

在区间  $(0, 1)$  内连续, 且

$$f(c^2) = \frac{9}{8}.$$

- (1) 求常数  $c$  的值;

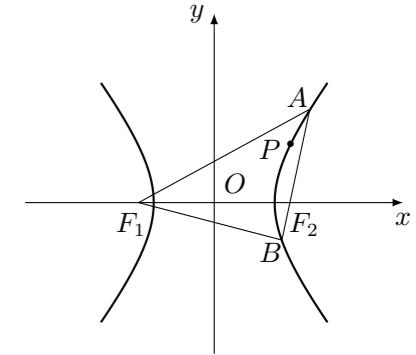
- (2) 解不等式  $f(x) > \frac{\sqrt{2}}{8} + 1$ .



19. 栽培甲、乙两种果树，先要培育成苗，然后再进行移栽。已知甲、乙两种果树成苗的概率分别为 0.6, 0.5，移栽后成活的概率分别为 0.7, 0.9。  
 (1) 求甲、乙两种果树至少有一种果树成苗的概率；  
 (2) 求恰好一种果树能栽培成苗且移栽成活的概率。

21. 设  $\{a_n\}$  为等比数列,  $a_1 = 1, a_2 = 3$ .  
 (1) 求最小的自然数  $n$ , 使  $a_n \geq 2007$ ;  
 (2) 求和:  $T_{2n} = \frac{1}{a_1} - \frac{2}{a_2} + \frac{3}{a_3} - \dots - \frac{2n}{a_{2n}}$ .

22. 设动点  $P$  到两定点  $F_1(-1, 0)$  和  $F_2(1, 0)$  的距离分别为  $d_1$  和  $d_2$ ,  $\angle F_1PF_2 = 2\theta$ , 且存在常数  $\lambda$  ( $0 < \lambda < 1$ ), 使得  $d_1d_2 \sin^2 \theta = \lambda$ .  
 (1) 证明: 动点  $P$  的轨迹  $C$  为双曲线, 并求出  $C$  的方程;  
 (2) 如图, 过点  $F_2$  的直线与双曲线  $C$  的右支交于  $A, B$  两点. 问: 是否存在  $\lambda$ , 使  $\triangle F_1AB$  是以点  $B$  为直角顶点的等腰直角三角形? 若存在, 求出  $\lambda$  的值; 若不存在, 说明理由.



20. 如图是一个直三棱柱 (以  $A_1B_1C_1$  为底面) 被一平面所截得到的几何体, 截面为  $ABC$ . 已知  $A_1B_1 = B_1C_1 = 1$ ,  $\angle A_1B_1C_1 = 90^\circ$ ,  $AA_1 = 4$ ,  $BB_1 = 2$ ,  $CC_1 = 3$ .  
 (1) 设点  $O$  是  $AB$  的中点, 证明:  $OC \parallel$  平面  $A_1B_1C_1$ ;  
 (2) 求  $AB$  与平面  $AA_1C_1C$  所成的角的大小;  
 (3) 求此几何体的体积.

