

2005 年普通高等学校招生考试 (福建卷)

文科数学

一、选择题

1. 已知集合 $P = \{x|x-1| \leq 1, x \in \mathbf{R}\}$, 集合 $Q = \{x|x \in \mathbf{N}\}$, 则 $P \cap Q$ 等于 ()

(A) P (B) Q (C) $\{1, 2\}$ (D) $\{0, 1, 2\}$

2. 不等式 $\frac{2x-1}{3x+1} > 0$ 的解集是 ()

(A) $\left\{x \left| x < -\frac{1}{3} \text{ 或 } x > \frac{1}{2}\right.\right\}$ (B) $\left\{x \left| -\frac{1}{3} < x < \frac{1}{2}\right.\right\}$
 (C) $\left\{x \left| x > \frac{1}{2}\right.\right\}$ (D) $\left\{x \left| x > -\frac{1}{3}\right.\right\}$

3. 已知等差数列 $\{a_n\}$ 中, $a_7 + a_9 = 16$, $a_4 = 1$, 则 a_{12} 的值是 ()

(A) 15 (B) 30 (C) 31 (D) 64

4. 函数 $y = \cos 2x$ 在下列哪个区间上是减函数 ()

(A) $[-\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{4}]$ (B) $[\frac{\pi}{4}, \frac{3\pi}{4}]$ (C) $[0, \frac{\pi}{2}]$ (D) $[\frac{\pi}{2}, \pi]$

5. 下列结论正确的是 ()

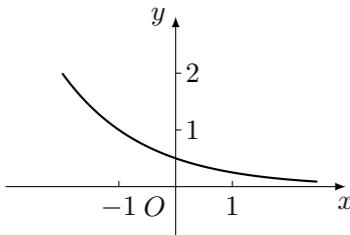
(A) 当 $x > 0$ 且 $x \neq 1$ 时, $\lg x + \frac{1}{\lg x} \geq 2$

(B) 当 $x > 0$ 时, $\sqrt{x} + \frac{1}{\sqrt{x}} \geq 2$

(C) 当 $x \geq 2$ 时, $x + \frac{1}{x}$ 的最小值为 2

(D) 当 $0 < x \leq 2$ 时, $x - \frac{1}{x}$ 无最大值

6. 若函数 $f(x) = a^{x-b}$ 的图象如图, 其中 a 、 b 为常数, 则下列结论正确的是 ()



(A) $a > 1$, $b < 0$ (B) $a > 1$, $b > 0$
 (C) $0 < a < 1$, $b > 0$ (D) $0 < a < 1$, $b < 0$

7. 已知直线 m 、 n 与平面 α 、 β , 给出下列三个命题:

- ① 若 $m \parallel \alpha$, $n \parallel \alpha$, 则 $m \parallel n$;
 ② 若 $m \parallel \alpha$, $n \perp \alpha$, 则 $n \perp m$;
 ③ 若 $m \perp \alpha$, $m \parallel \beta$, 则 $\alpha \perp \beta$.

其中真命题的个数是 ()

(A) 0 (B) 1 (C) 2 (D) 3

8. 已知 $p: a \neq 0$, $q: ab \neq 0$, 则 p 是 q 的 ()

(A) 充分不必要条件 (B) 必要不充分条件
 (C) 充要条件 (D) 既不充分也不必要条件

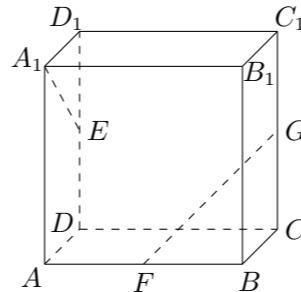
9. 已知定点 A 、 B 且 $|AB| = 4$, 动点 P 满足 $|PA| - |PB| = 3$, 则 $|PA|$ 的最小值是 ()

(A) $\frac{1}{2}$ (B) $\frac{3}{2}$ (C) $\frac{7}{2}$ (D) 5

10. 从 6 人中选 4 人分别到巴黎、伦敦、悉尼、莫斯科四个城市游览, 要求每个城市有一人游览, 每人只游览一个城市, 且这 6 人中甲、乙两人不去巴黎游览, 则不同的选择方案共有 ()

(A) 300 种 (B) 240 种 (C) 144 种 (D) 96 种

11. 如图, 长方体 $ABCD - A_1B_1C_1D_1$ 中, $AA_1 = AB = 2$, $AD = 1$, 点 E 、 F 、 G 分别是 DD_1 、 AB 、 CC_1 的中点, 则异面直线 A_1E 与 GF 所成的角是 ()



(A) $\arccos \frac{\sqrt{15}}{5}$ (B) $\frac{\pi}{4}$ (C) $\arccos \frac{\sqrt{10}}{5}$ (D) $\frac{\pi}{2}$

12. $f(x)$ 是定义在 \mathbf{R} 上的以 3 为周期的偶函数, 且 $f(2) = 0$, 则方程 $f(x) = 0$ 在区间 $(0, 6)$ 内解的个数的最小值是 ()

(A) 5 (B) 4 (C) 3 (D) 2

二、填空题

13. $\left(2\sqrt{x} - \frac{1}{x}\right)^6$ 展开式中的常数项是_____. (用数字作答)

14. 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle C = 90^\circ$, $\overrightarrow{AB} = (k, 1)$, $\overrightarrow{AC} = (2, 3)$, 则 k 的值是_____.

15. 非负实数 x , y 满足 $\begin{cases} 2x+y \leq 0 \\ x+y-3 \leq 0 \end{cases}$, 则 $x+3y$ 的最大值为_____.

16. 把下面不完整的命题补充完整, 并使之成为真命题:

若函数 $f(x) = 3 + \log_2 x$ 的图象与 $g(x)$ 的图象关于____对称, 则函数 $g(x) =$ _____.

注: 填上你认为可以成为真命题的一件情形即可, 不必考虑所有可能的情形.

三、解答题

17. 已知 $-\frac{\pi}{2} < x < 0$, $\sin x + \cos x = \frac{1}{5}$.

- (1) 求 $\sin x - \cos x$ 的值;
 (2) 求 $\frac{\sin 2x + 2\sin^2 x}{1 - \tan x}$ 的值.

18. 甲、乙两人在罚球线投球命中的概率分别为 $\frac{1}{2}$ 与 $\frac{2}{5}$, 投不中得 0 分.

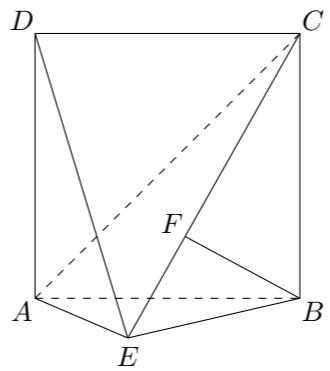
- (1) 甲、乙两人在罚球线各投球一次, 求两人得分之和 ξ 的数学期望;
 (2) 甲、乙两人在罚球线各投球二次, 求这四次投球中至少一次命中的概率.

19. 已知 $\{a_n\}$ 是公比为 q 的等比数列, 且 a_1, a_3, a_2 成等差数列.

- (1) 求 q 的值;
- (2) 设 $\{b_n\}$ 是以 2 为首项, q 为公差的等差数列, 其前 n 项和为 S_n , 当 $n \geq 2$ 时, 比较 S_n 与 b_n 的大小, 并说明理由.

21. 如图, 直二面角 $D - AB - E$ 中, 四边形 $ABCD$ 是边长为 2 的正方形, $AE = EB$, F 为 CE 上的点, 且 $BF \perp$ 平面 ACE .

- (1) 求证 $AE \perp$ 平面 BCE ;
- (2) 求二面角 $B - AC - E$ 的大小;
- (3) 求点 D 到平面 ACE 的距离.



20. 已知函数 $f(x) = x^3 + bx^2 + ax + d$ 的图象过点 $P(0, 2)$, 且在点 $M(-1, f(-1))$ 处的切线方程为 $6x - y + 7 = 0$.

- (1) 求函数 $y = f(x)$ 的解析式;
- (2) 求函数 $y = f(x)$ 的单调区间.

22. 已知方向向量为 $\vec{v} = (1, \sqrt{3})$ 的直线 l 过点 $(0, -2\sqrt{3})$ 和椭圆 $C : \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 的焦点, 且椭圆 C 的中心关于直线 l 的对称点在椭圆 C 的右准线上.

- (1) 求椭圆 C 的方程;
- (2) 是否存在过点 $E(-2, 0)$ 的直线 m 交椭圆 C 于点 M, N , 满足 $\overrightarrow{OM} \cdot \overrightarrow{ON} = \frac{4}{3}\sqrt{6} \cot \angle MON \neq 0$ (O 为原点). 若存在, 求直线 m 的方程; 若不存在, 请说明理由.