

文科数学

一、选择题

1. $\sin 585^\circ$ 的值为 ()
(A) $-\frac{\sqrt{2}}{2}$ (B) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ (C) $-\frac{\sqrt{3}}{2}$ (D) $\frac{\sqrt{3}}{2}$
2. 设集合 $A = \{4, 5, 7, 9\}$, $B = \{3, 4, 7, 8, 9\}$, 全集 $U = A \cup B$, 则集合 $\complement_U(A \cap B)$ 中的元素共有 ()
(A) 3 个 (B) 4 个 (C) 5 个 (D) 6 个
3. 不等式 $\left| \frac{x+1}{x-1} \right| < 1$ 的解集为 ()
(A) $\{x|0 < x < 1\} \cup \{x|x > 1\}$ (B) $\{x|0 < x < 1\}$
(C) $\{x|-1 < x < 0\}$ (D) $\{x|x < 0\}$
4. 已知 $\tan \alpha = 4$, $\cot \beta = \frac{1}{3}$, 则 $\tan(\alpha + \beta) =$ ()
(A) $\frac{7}{11}$ (B) $-\frac{7}{11}$ (C) $\frac{7}{13}$ (D) $-\frac{7}{13}$
5. 设双曲线 $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($a > 0, b > 0$) 的渐近线与抛物线 $y = x^2 + 1$ 相切, 则该双曲线的离心率等于 ()
(A) $\sqrt{3}$ (B) 2 (C) $\sqrt{5}$ (D) $\sqrt{6}$
6. 已知函数 $f(x)$ 的反函数为 $g(x) = 1 + 2 \lg x$ ($x > 0$), 则 $f(1) + g(1) =$ ()
(A) 0 (B) 1 (C) 2 (D) 4
7. 甲组有 5 名男同学, 3 名女同学; 乙组有 6 名男同学、2 名女同学. 若从甲、乙两组中各选出 2 名同学, 则选出的 4 人中恰有 1 名女同学的不同选法共有 ()
(A) 150 种 (B) 180 种 (C) 300 种 (D) 345 种
8. 设非零向量 \mathbf{a} 、 \mathbf{b} 、 \mathbf{c} 满足 $|\mathbf{a}| = |\mathbf{b}| = |\mathbf{c}|$, $\mathbf{a} + \mathbf{b} = \mathbf{c}$, 则 $\langle \mathbf{a}, \mathbf{b} \rangle =$ ()
(A) 150° (B) 120° (C) 60° (D) 30°
9. 已知三棱柱 $ABC - A_1B_1C_1$ 的侧棱与底面边长都相等, A_1 在底面 ABC 上的射影为 BC 的中点, 则异面直线 AB 与 CC_1 所成的角的余弦值为 ()
(A) $\frac{\sqrt{3}}{4}$ (B) $\frac{\sqrt{5}}{4}$ (C) $\frac{\sqrt{7}}{4}$ (D) $\frac{3}{4}$
10. 如果函数 $y = 3 \cos(2x + \varphi)$ 的图象关于点 $\left(\frac{4\pi}{3}, 0\right)$ 中心对称, 那么 $|\varphi|$ 的最小值为 ()
(A) $\frac{\pi}{6}$ (B) $\frac{\pi}{4}$ (C) $\frac{\pi}{3}$ (D) $\frac{\pi}{2}$
11. 已知二面角 $\alpha - l - \beta$ 为 60° , 动点 P 、 Q 分别在面 α 、 β 内, P 到 β 的距离为 $\sqrt{3}$, Q 到 α 的距离为 $2\sqrt{3}$, 则 P 、 Q 两点之间距离的最小值为 ()
(A) $\sqrt{2}$ (B) 2 (C) $2\sqrt{3}$ (D) 4

12. 已知椭圆 $C: \frac{x^2}{2} + y^2 = 1$ 的右焦点为 F , 右准线 l , 点 $A \in l$, 线段 AF 交 C 于点 B . 若 $\overrightarrow{FA} = 3\overrightarrow{FB}$, 则 $|\overrightarrow{AF}| =$ ()
(A) $\sqrt{2}$ (B) 2 (C) $\sqrt{3}$ (D) 3
13. 已知椭圆 $C: \frac{x^2}{2} + y^2 = 1$ 的右焦点为 F , 右准线为 l , 点 $A \in l$, 线段 AF 交 C 于点 B . 若 $\overrightarrow{FA} = 3\overrightarrow{FB}$, 则 $|\overrightarrow{AF}| =$ ()
(A) $\sqrt{2}$ (B) 2 (C) $\sqrt{3}$ (D) 3

二、填空题

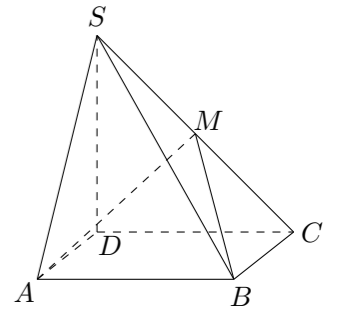
14. $(x - y)^{10}$ 的展开式中, x^7y^3 的系数与 x^3y^7 的系数之和等于_____.
15. 设等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n , 若 $S_9 = 72$, 则 $a_2 + a_4 + a_9 =$ _____.
16. 已知 OA 为球 O 的半径, 过 OA 的中点 M 且垂直于 OA 的平面截球面得到圆 M . 若圆 M 的面积为 3π , 则球 O 的表面积等于_____.
17. 若直线 m 被两平行线 $l_1: x - y + 1 = 0$ 与 $l_2: x - y + 3 = 0$ 所截得的线段的长为 $2\sqrt{2}$, 则 m 的倾斜角可以是
① 15° ② 30° ③ 45° ④ 60° ⑤ 75°
其中正确答案的序号是_____. (写出所有正确答案的序号)

三、解答题

18. 设等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 l , 公比是正数的等比数列 $\{b_n\}$ 的前 n 项和为 T_n , 已知 $a_1 = 1$, $b_1 = 3$, $a_3 + b_3 = 17$, $T_3 - S_3 = 12$, 求 $\{a_n\}$, $\{b_n\}$ 的通项公式.

19. 在 $\triangle ABC$ 中, 内角 A 、 B 、 C 的对边长分别为 a 、 b 、 c , 已知 $a^2 - c^2 = 2b$, 且 $\sin B = 4 \cos A \sin C$, 求 b .

20. 如图, 四棱锥 $S - ABCD$ 中, 底面 $ABCD$ 为矩形, $SD \perp$ 底面 $ABCD$, $AD = \sqrt{2}$, $DC = SD = 2$, 点 M 在侧棱 SC 上, $\angle ABM = 60^\circ$.
(1) 证明: M 是侧棱 SC 的中点;
(2) 求二面角 $S - AM - B$ 的大小.



21. 甲、乙二人进行一次围棋比赛, 约定先胜 3 局者获得这次比赛的胜利, 比赛结束, 假设在一局中, 甲获胜的概率为 0.6, 乙获胜的概率为 0.4, 各局比赛结果相互独立, 已知前 2 局中, 甲、乙各胜 1 局.
- (1) 求再赛 2 局结束这次比赛的概率;
 - (2) 求甲获得这次比赛胜利的概率.

22. 已知函数 $f(x) = x^4 - 3x^2 + 6$.
- (1) 讨论 $f(x)$ 的单调性;
 - (2) 设点 P 在曲线 $y = f(x)$ 上, 若该曲线在点 P 处的切线 l 通过坐标原点, 求 l 的方程.

23. 如图, 已知抛物线 $E: y^2 = x$ 与圆 $M: (x - 4)^2 + y^2 = r^2$ ($r > 0$) 相交于 A 、 B 、 C 、 D 四个点.
- (1) 求 r 的取值范围;
 - (2) 当四边形 $ABCD$ 的面积最大时, 求对角线 AC 、 BD 的交点 P 坐标.

