2007 年普通高等学校招生考试（安徽卷）

文科数学

一、选择题

1. 若 $A=\{x|x^2=1\}$, $B=\{x|x^2-2x-3=0\}$, 则 $A\cap B=$ （ ）

(A) $\{3\}$ (B) $\{1\}$ (C) $\varnothing$ (D) $\{-1\}$

2. 椭圆 $x^2+4y^2=1$ 的离心率为 （ ）

(A) $\dfrac{\sqrt{3}}{2}$ (B) $\dfrac{3}{4}$ (C) $\dfrac{\sqrt{2}}{2}$ (D) $\dfrac{2}{3}$

3. 等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n. 若 $a_2=1$, $a_3=3$, $S_4=$ （ ）

(A) 12 (B) 10 (C) 8 (D) 6

4. 下列函数中, 反函数是其自身的函数为 （ ）

(A) $f(x)=x^2$, $x\in[0,+\infty)$ (B) $f(x)=x^3$, $x\in(-\infty,+\infty)$

(C) $f(x)=\mathrm{e}^x$, $x\in(-\infty,+\infty)$ (D) $f(x)=\dfrac{1}{x}$, $x\in(0,+\infty)$

5. 若圆 $x^2+y^2-2x-4y=0$ 的圆心到直线 $x-y+a=0$ 的距离为 $\dfrac{\sqrt{2}}{2}$, 则 a 的值为 （ ）

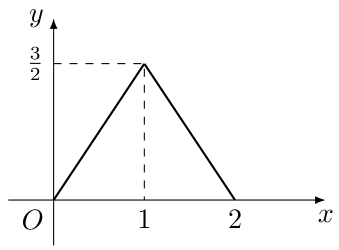
(A) -2 或 2 (B) $\dfrac{1}{2}$ 或 $\dfrac{3}{2}$ (C) 2 或 0 (D) -2 或 0

6. 设 l, m, n 均为直线, 其中 m, n 在平面 α 内, “$l\perp\alpha$”是“$l\perp m$ 且 $l\perp n$”的 （ ）

(A) 充分不必要条件 (B) 必要不充分条件

(C) 充分必要条件 (D) 既不充分也不必要条件

7. 图中的图象所表示的函数的解析式为 （ ）



(A) $y=\dfrac{3}{2}|x-1|$ $(0\leqslant x\leqslant 2)$ (B) $y=\dfrac{3}{2}-\dfrac{3}{2}|x-1|$ $(0\leqslant x\leqslant 2)$

(C) $y=\dfrac{3}{2}-|x-1|$ $(0\leqslant x\leqslant 2)$ (D) $y=1-|x-1|$ $(0\leqslant x\leqslant 2)$

8. 设 $a>1$, 且 $m=\log_a(a^2+1)$, $n=\log_a(a-1)$, $p=\log_a(2a)$, 则 m, n, p 的大小关系为 （ ）

(A) $n>m>p$ (B) $m>p>n$ (C) $m>n>p$ (D) $p>m>n$

9. 如果点 P 在平面区域 $\begin{cases}2x-y+2\geqslant 0\\ x+y-2\leqslant 0\\ 2y-1\geqslant 0\end{cases}$ 上, 点 Q 在曲线 $x^2+(y+2)^2=1$ 上, 那么 $|PQ|$ 的最小值为 （ ）

(A) $\dfrac{3}{2}$ (B) $\dfrac{4}{\sqrt{5}}-1$ (C) $2\sqrt{2}-1$ (D) $\sqrt{2}-1$

10. 把边长为 $\sqrt{2}$ 的正方形 $ABCD$ 沿对角线 AC 折成直二面角, 折成直二面角后, 在 A, B, C, D 四点所在的球面上, B 与 D 两点之间的球面距离为 （ ）

(A) $\sqrt{2}\pi$ (B) π (C) $\dfrac{\pi}{2}$ (D) $\dfrac{\pi}{3}$

11. 定义在 $\mathbf{R}$ 上的函数 $f(x)$ 既是奇函数, 又是周期函数, T 是它的一个正周期. 若将方程 $f(x)=0$ 在闭区间 $[-T,T]$ 上的根的个数记为 n, 则 n 可能为 （ ）

(A) 0 (B) 1 (C) 3 (D) 5

二、填空题

12. 已知 $(1-x)^5=a_0+a_1x+a_2x^2+a_3x^3+a_4x^4+a_5x^5$, 则 $(a_0+a_2+a_4)(a_1+a_3+a_5)$ 的值等于______.

13. 在四面体 $O-ABC$ 中, $\overrightarrow{AB}=\boldsymbol{a}$, $\overrightarrow{OB}=\boldsymbol{b}$, $\overrightarrow{OC}=\boldsymbol{c}$, D 为 BC 的中点, E 为 AD 的中点, 则 $\overrightarrow{OE}=$______. (用 $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$ 表示)

14. 在正方体上任意选择两条棱, 则这两条棱相互平行的概率为______.

15. 函数 $f(x)=3\sin\left(2x-\dfrac{\pi}{3}\right)$ 的图象为 C, 如下结论中正确的是______. (写出所有正确结论的编号)

① 图象 C 关于直线 $x=\dfrac{11}{12}\pi$ 对称;

② 图象 C 关于点 $\left(\dfrac{2\pi}{3},0\right)$ 对称;

③ 函数 $f(x)$ 在区间 $\left(-\dfrac{\pi}{12},\dfrac{5\pi}{12}\right)$ 内是增函数;

④ 由 $y=3\sin 2x$ 的图象向右平移 $\dfrac{\pi}{3}$ 个单位长度可以得到图象 C.

三、解答题

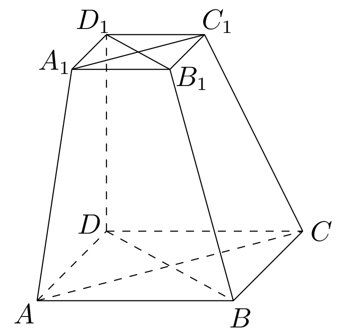
16. 解不等式: $(|3x-1|-1)(\sin x-2)>0$.

17. 如图, 在六面体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中, 四边形 $ABCD$ 是边长为 2 的正方形, 四边形 $A_1B_1C_1D_1$ 是边长为 1 的正方形, $DD_1\perp$ 平面 $A_1B_1C_1D_1$, $DD_1\perp$ 平面 $ABCD$, $DD_1=2$.

(1) 求证: A_1C_1 与 AC 共面, B_1D_1 与 BD 共面;

(2) 求证: 平面 $A_1ACC_1\perp$ 平面 B_1BDD_1;

(3) 求二面角 $A-BB_1-C$ 的大小. (用反三角函数值表示)



18. 设 F 是抛物线 G: $x^2=4y$ 的焦点.

(1) 过点 $P(0,-4)$ 作抛物线 G 的切线, 求切线方程;

(2) 设 A, B 为抛物线 G 上异于原点的两点, 且满足 $\overrightarrow{FA}\cdot\overrightarrow{FB}=0$, 延长 AF, BF 分别交抛物线 G 于点 C, D, 求四边形 $ABCD$ 面积的最小值.

19. 在医学生物学试验中, 经常以果蝇作为试验对象, 一个关有 6 只果蝇的笼子里, 不慎混入了两只苍蝇 (此时笼内共有 8 只蝇子: 6 只果蝇和 2 只苍蝇), 只好把笼子打开一个小孔, 让蝇子一只一只地往外飞, 直到两只苍蝇都飞出, 再关闭小孔.
(1) 求笼内恰好剩下 1 只果蝇的概率;
(2) 求笼内至少剩下 5 只果蝇的概率.

20. 设函数 $f(x)=-\cos^2 x-4t\sin\dfrac{x}{2}\cos\dfrac{x}{2}+4t^3+t^2-3t+4$, $x\in\mathbf{R}$, 其中 $|t|\leqslant 1$. 将 $f(x)$ 的最小值记为 $g(t)$.
(1) 求 $g(t)$ 的表达式;
(2) 讨论 $g(t)$ 在区间 $(-1,1)$ 内的单调性并求极值.

21. 某国采用养老储备金制度. 公民在就业的第一年就交纳养老储备金, 数目为 a_1, 以后每年交纳的数目均比上一年增加 d $(d>0)$, 因此, 历年所交纳的储务金数目 a_1, a_2, $\cdots$ 是一个公差为 d 的等差数列, 与此同时, 国家给予优惠的计息政策, 不仅采用固定利率, 而且计算复利. 这就是说, 如果固定年利率为 r $(r>0)$, 那么, 在第 n 年末, 第一年所交纳的储备金就变为 $a_1(1+r)^{n-1}$, 第二年所交纳的储备金就变为 $a_2(1+r)^{n-2}$, $\cdots$. 以 T_n 表示到第 n 年末所累计的储备金总额.
(1) 写出 T_n 与 T_{n-1} $(n\geqslant 2)$ 的递推关系式;
(2) 求证: $T_n=A_n+B_n$, 其中 $\{A_n\}$ 是一个等比数列, $\{B_n\}$ 是一个等差数列.