2016 年普通高等学校招生考试（北京卷）

文科数学

一、选择题

1. 已知集合 $A=\{x|2<x<4\}$, $B=\{x|x<3$ 或 $x>5\}$, 则 $A\cap B=$(　)

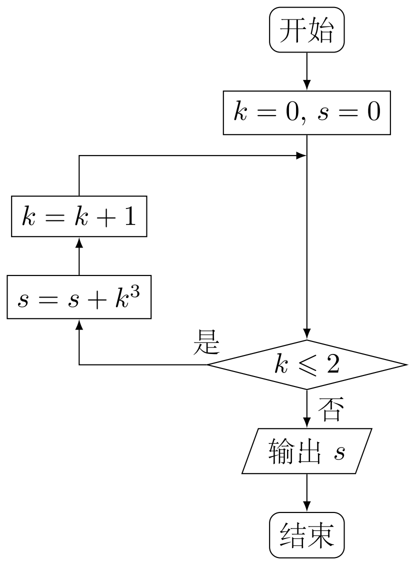
(A) $\{x|2<x<5\}$　(B) $\{x|x<4$ 或 $x>5\}$

(C) $\{x|2<x<3\}$　(D) $\{x|x<2$ 或 $x>5\}$

2. 复数 $\dfrac{1+2\mathrm{i}}{2-\mathrm{i}}=$　(　)

(A) i　(B) $1+\mathrm{i}$　(C) $-\mathrm{i}$　(D) $1-\mathrm{i}$

3. 执行如图所示的程序框图, 输出的 s 值为　(　)



(A) 8　(B) 9　(C) 27　(D) 36

4. 下列函数中, 在区间 $(-1,1)$ 上为减函数的是　(　)

(A) $y=\dfrac{1}{1-x}$　(B) $y=\cos x$　(C) $y=\ln(x+1)$　(D) $y=2^{-x}$

5. 圆 $(x+1)^2+y^2=2$ 的圆心到直线 $y=x+3$ 的距离为　(　)

(A) 1　(B) 2　(C) $\sqrt{2}$　(D) $2\sqrt{2}$

6. 从甲、乙等 5 名学生中随机选出 2 人, 则甲被选中的概率为　(　)

(A) $\dfrac{1}{5}$　(B) $\dfrac{2}{5}$　(C) $\dfrac{8}{25}$　(D) $\dfrac{9}{25}$

7. 已知 $A(2,5)$, $B(4,1)$. 若点 $P(x,y)$ 在线段 AB 上, 则 $2x-y$ 的最大值为　(　)

(A) -1　(B) 3　(C) 7　(D) 8

8. 某学校运动会的立定跳远和 30 秒跳绳两个单项比赛分成预赛和决赛两个阶段, 下表为 10 名学生的预赛成绩, 其中有三个数据模糊.

学生序号	1	2	3	4	5
立定跳远 (单位: 米)	1.96	1.92	1.82	1.80	1.78
30 秒跳绳 (单位: 次)	63	a	75	60	63
学生序号	6	7	8	9	10
立定跳远 (单位: 米)	1.76	1.74	1.72	1.68	1.60
30 秒跳绳 (单位: 次)	72	70	$a-1$	b	65

在这 10 名学生中, 进入立定跳远决赛的有 8 人, 同时进入立定跳远决赛和 30 秒跳绳决赛的有 6 人, 则　(　)

(A) 2 号学生进入 30 秒跳绳决赛　(B) 5 号学生进入 30 秒跳绳决赛

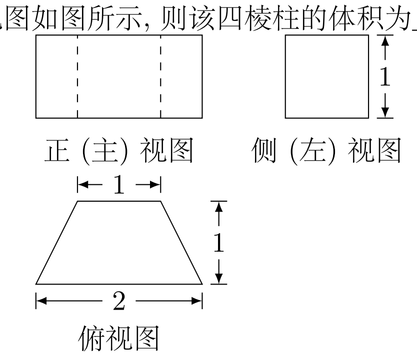
(C) 8 号学生进入 30 秒跳绳决赛　(D) 9 号学生进入 30 秒跳绳决赛

二、填空题

9. 已知向量 $\boldsymbol{a}=(1,\sqrt{3})$, $\boldsymbol{b}=(\sqrt{3},1)$ 则 $\boldsymbol{a}$ 与 $\boldsymbol{b}$ 夹角的大小为______.

10. 函数 $f(x)=\dfrac{x}{x-1}$ $(x\geqslant 2)$ 的最大值为______.

11. 某四棱柱的三视图如图所示, 则该四棱柱的体积为______.



12. 已知双曲线 $\dfrac{x^2}{a^2}-\dfrac{y^2}{b^2}=1$ $(a>0,\ b>0)$ 的一条渐近线为 $2x+y=0$, 一个焦点为 $(\sqrt{5},0)$, 则 $a=$______; $b=$______.

13. 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle A=\dfrac{2\pi}{3}$, $a=\sqrt{3}c$, 则 $\dfrac{b}{c}=$______.

14. 某网店统计了连续三天售出商品的种类情况: 第一天售出 19 种商品, 第二天售出 13 种商品, 第三天售出 18 种商品; 前两天都售出的商品有 3 种, 后两天都售出的商品有 4 种, 则该网店

① 第一天售出但第二天未售出的商品有______种;

② 这三天售出的商品最少有______种.

三、解答题

15. 已知 $\{a_n\}$ 是等差数列, $\{b_n\}$ 是等比数列, 且 $b_2=3$, $b_3=9$, $a_1=b_1$, $a_{14}=b_4$.

(1) 求 $\{a_n\}$ 的通项公式;

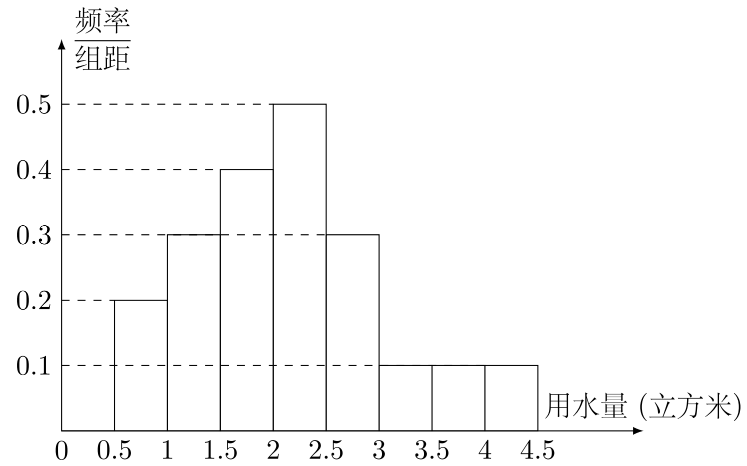
(2) 设 $c_n=a_n+b_n$, 求数列 $\{c_n\}$ 的前 n 项和.

16. 已知函数 $f(x)=2\sin\omega x\cos\omega x+\cos 2\omega x$ $(\omega>0)$ 的最小正周期为 π.

(1) 求 ω 的值;

(2) 求 $f(x)$ 的单调递增区间.

17. 某市居民用水拟实行阶梯水价, 每人每月用水量中不超过 w 立方米的部分按 4 元/立方米收费, 超出 w 立方米的部分按 10 元/立方米收费, 从该市随机调查了 10000 位居民, 获得了他们某月的用水量数据, 整理得到如图频率分布直方图:



(1) 如果 w 为整数, 那么根据此次调查, 为使 80% 以上居民在该月的用水价格为 4 元/立方米, w 至少定为多少?

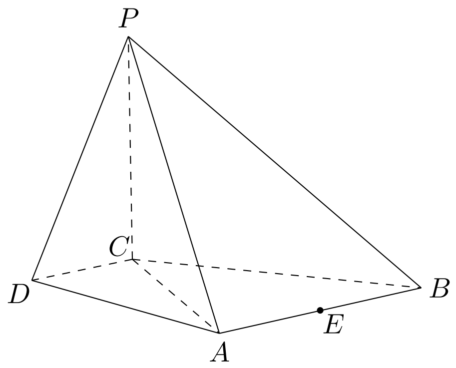
(2) 假设同组中的每个数据用该组区间的右端点值代替, 当 $w=3$ 时, 估计该市居民该月的人均水费.

18. 如图, 在四棱锥 $P-ABCD$ 中, $PC\perp$ 平面 $ABCD$, $AB\parallel DC$, $DC\perp AC$.

(1) 求证: $DC\perp$ 平面 PAC;

(2) 求证: 平面 $PAB\perp$ 平面 PAC;

(3) 设点 E 为 AB 的中点. 在棱 PB 上是否存在点 F, 使得 $PA\parallel$ 平面 CEF? 说明理由.



19. 已知椭圆: $C:\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1$ 过点 $A(2,0)$, $B(0,1)$ 两点.

(1) 求椭圆 C 的方程及离心率;

(2) 设 P 为第三象限内一点且在椭圆 C 上, 直线 PA 与 y 轴交于点 M, 直线 PB 与 x 轴交于点 N, 求证: 四边形 $ABNM$ 的面积为定值.

20. 设函数 $f(x)=x^3+ax^2+bx+c$.

(1) 求曲线 $y=f(x)$ 在点 $(0,f(0))$ 处的切线方程;

(2) 设 $a=b=4$, 若函数 $f(x)$ 有三个不同零点, 求 c 的取值范围;

(3) 求证: $a^2-3b>0$ 是 $f(x)$ 有三个不同零点的必要而不充分条件.