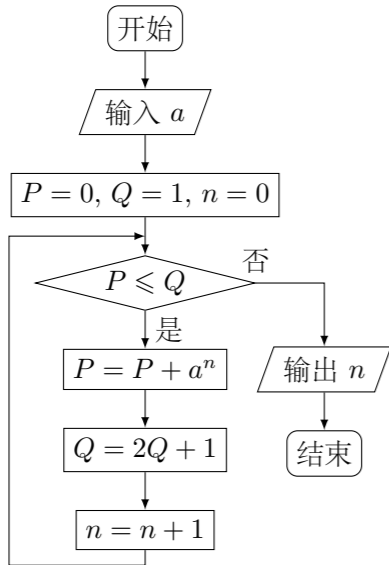


文科数学

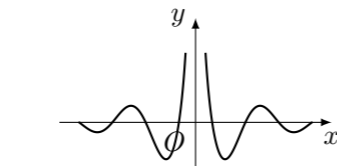
一、选择题

- 若复数 z 满足 $z(2-i) = 11+7i$ (i 为虚数单位), 则 z 为 ()
(A) $3+5i$ (B) $3-5i$ (C) $-3+5i$ (D) $-3-5i$
- 已知全集 $U = \{0,1,2,3,4\}$, 集合 $A = \{1,2,3\}$, $B = \{2,4\}$, 则 $(\complement_U A) \cup B =$ ()
(A) $\{1,2,4\}$ (B) $\{2,3,4\}$ (C) $\{0,2,4\}$ (D) $\{0,2,3,4\}$
- 函数 $f(x) = \frac{1}{\ln(x+1)} + \sqrt{4-x^2}$ 的定义域为 ()
(A) $[-2,0) \cup (0,2]$ (B) $(-1,0) \cup (0,2]$
(C) $[-2,2]$ (D) $(-1,2]$
- 在某次测量中得到的 A 样本数据如下: 82, 84, 84, 86, 86, 86, 88, 88, 88, 88. 若 B 样本数据恰好是 A 样本数据每个都加 2 后所得数据, 则 A, B 两样本的下列数字特征对应相同的是 ()
(A) 众数 (B) 平均数 (C) 中位数 (D) 标准差
- 设命题 p : 函数 $y = \sin 2x$ 的最小正周期为 $\frac{\pi}{2}$; 命题 q : 函数 $y = \cos x$ 的图象关于直线 $x = \frac{\pi}{2}$ 对称. 则下列判断正确的是 ()
(A) p 为真 (B) $\neg q$ 为假 (C) $p \wedge q$ 为假 (D) $p \vee q$ 为真
- 设变量 x, y 满足约束条件 $\begin{cases} x+2y \geq 2 \\ 2x+y \leq 4 \\ 4x-y \geq -1 \end{cases}$, 则目标函数 $z = 3x-y$ 的取值范围是 ()
(A) $\left[-\frac{3}{2}, 6\right]$ (B) $\left[-\frac{3}{2}, -1\right]$ (C) $[-1, 6]$ (D) $\left[-6, \frac{3}{2}\right]$
- 执行如图所示的程序框图, 如果输入 $a = 4$, 那么输出的 n 的值为 ()

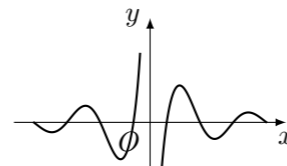


- (A) 2 (B) 3 (C) 4 (D) 5

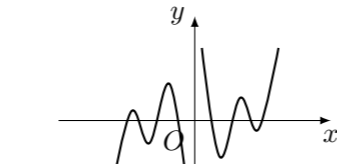
- 函数 $y = 2 \sin\left(\frac{\pi x}{6} - \frac{\pi}{3}\right)$ ($0 \leq x \leq 9$) 的最大值与最小值之和为 ()
(A) $2 - \sqrt{3}$ (B) 0 (C) -1 (D) $-1 - \sqrt{3}$
- 圆 $(x+2)^2 + y^2 = 4$ 与圆 $(x-2)^2 + (y-1)^2 = 9$ 的位置关系为 ()
(A) 内切 (B) 相交 (C) 外切 (D) 相离
- 函数 $f(x) = \frac{\cos 6x}{2^x - 2^{-x}}$ 的图象大致为 ()



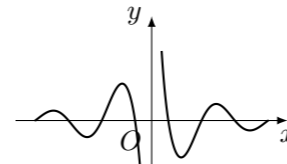
(A)



(B)



(C)

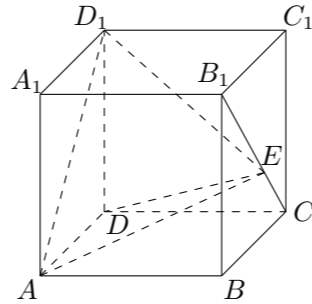


(D)

- 已知双曲线 $C_1: \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($a > 0, b > 0$) 的离心率为 2, 若抛物线 $C_2: x^2 = 2py$ ($p > 0$) 的焦点到双曲线 C_1 的渐近线的距离为 2, 则抛物线 C_2 的方程为 ()
(A) $x^2 = \frac{8\sqrt{3}}{3}y$ (B) $x^2 = \frac{16\sqrt{3}}{3}y$ (C) $x^2 = 8y$ (D) $x^2 = 16y$
- 设函数 $f(x) = \frac{1}{x}$, $g(x) = -x^2 + bx$. 若 $y = f(x)$ 的图象与 $y = g(x)$ 的图象有且仅有两个不同的公共点 $A(x_1, y_1), B(x_2, y_2)$, 则下列判断正确的是 ()
(A) $x_1 + x_2 > 0, y_1 + y_2 > 0$ (B) $x_1 + x_2 > 0, y_1 + y_2 < 0$
(C) $x_1 + x_2 < 0, y_1 + y_2 > 0$ (D) $x_1 + x_2 < 0, y_1 + y_2 < 0$

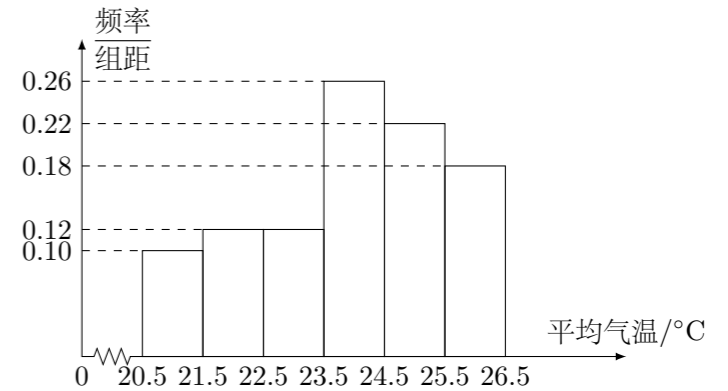
二、填空题

- 如图, 正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 的棱长为 1, E 为线段 B_1C 上的一点, 则三棱锥 $A-DED_1$ 的体积为_____.

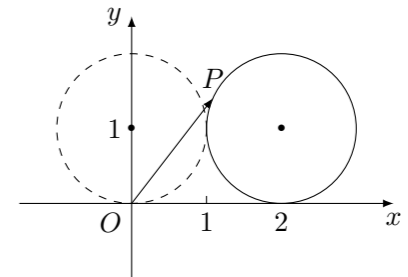


- 如图是根据部分城市某年 6 月份的平均气温 (单位: °C) 数据得到的样本频率分布直方图, 其中平均气温的范围是 $[20.5, 26.5]$, 样本数据的分组为

$[20.5, 21.5), [21.5, 22.5), [22.5, 23.5), [23.5, 24.5), [24.5, 25.5), [25.5, 26.5]$. 已知样本中平均气温低于 22.5°C 的城市个数为 11, 则样本中平均气温不低于 25.5°C 的城市个数为_____.



- 若函数 $f(x) = a^x$ ($a > 0$, 且 $a \neq 1$) 在 $[-1, 2]$ 上的最大值为 4, 最小值为 m , 且函数 $g(x) = (1-4m)\sqrt{x}$ 在 $[0, +\infty)$ 上是增函数, 则 $a =$ _____.
- 如图, 在平面直角坐标系 xOy 中, 一单位圆的圆心的初始位置在 $(0, 1)$, 此时圆上一点 P 的位置在 $(0, 0)$, 圆在 x 轴上沿正向滚动. 当圆滚动到圆心位于 $(2, 1)$ 时, \overrightarrow{OP} 的坐标为_____.

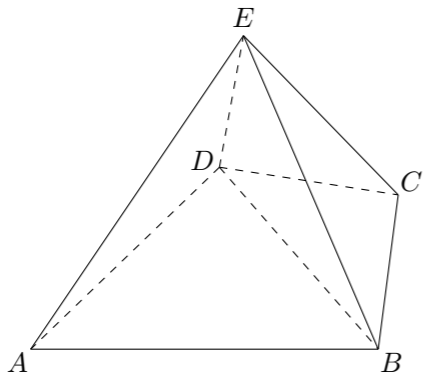


三、解答题

- 在 $\triangle ABC$ 中, 内角 A, B, C 所对的边分别为 a, b, c , 已知 $\sin B(\tan A + \tan C) = \tan A \tan C$.
(1) 求证: a, b, c 成等比数列;
(2) 若 $a = 1, c = 2$, 求 $\triangle ABC$ 的面积 S .

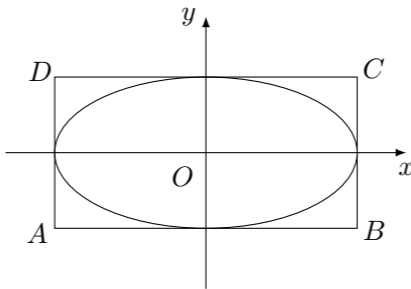
18. 袋中有五张卡片, 其中红色卡片三张, 标号分别为 1, 2, 3; 蓝色卡片两张, 标号分别为 1, 2.
- (1) 从以上五张卡片中任取两张, 求这两张卡片颜色不同且标号之和小于 4 的概率;
- (2) 现袋中再放入一张标号为 0 的绿色卡片, 从这六张卡片中任取两张, 求这两张卡片颜色不同且标号之和小于 4 的概率.

19. 如图, 几何体 $E-ABCD$ 是四棱锥, $\triangle ABD$ 为正三角形, $CB = CD$, $EC \perp BD$.
- (1) 求证: $BE = DE$;
- (2) 若 $\angle BCD = 120^\circ$, M 为线段 AE 的中点, 求证: $DM \parallel$ 平面 BEC .



20. 已知等差数列 $\{a_n\}$ 的前 5 项和为 105, 且 $a_{10} = 2a_5$.
- (1) 求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式;
- (2) 对任意 $m \in \mathbf{N}^*$, 将数列 $\{a_n\}$ 中不大于 7^{2m} 的项的个数记为 b_m . 求数列 $\{b_m\}$ 的前 m 项和 S_m .

21. 如图, 椭圆 $M: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($a > b > 0$) 的离心率为 $\frac{\sqrt{3}}{2}$, 直线 $x = \pm a$ 和 $y = \pm b$ 所围成的矩形 $ABCD$ 的面积为 8.
- (1) 求椭圆 M 的标准方程;
- (2) 设直线 $l: y = x + m$ ($m \in \mathbf{R}$) 与椭圆 M 有两个不同的交点 P, Q , l 与矩形 $ABCD$ 有两个不同的交点 S, T . 求 $\frac{|PQ|}{|ST|}$ 的最大值及取得最大值时 m 的值.



22. 已知函数 $f(x) = \frac{\ln x + k}{e^x}$ (k 为常数, $e = 2.71828 \dots$ 是自然对数的底数), 曲线 $y = f(x)$ 在点 $(1, f(1))$ 处的切线与 x 轴平行.
- (1) 求 k 的值;
- (2) 求 $f(x)$ 的单调区间;
- (3) 设 $g(x) = xf'(x)$, 其中 $f'(x)$ 为 $f(x)$ 的导函数. 证明: 对任意 $x > 0$, $g(x) < 1 + e^{-2}$.