

文科数学

一、选择题

1. 在等比数列 $\{a_n\}$ 中, $a_2 = 8$, $a_1 = 64$, 则公比 q 为 ()
 (A) 2 (B) 3 (C) 4 (D) 8
2. 设全集 $U = \{a, b, c, d\}$, $A = \{a, c\}$, $B = \{b\}$, 则 $A \cap (\complement_U B) =$ ()
 (A) \emptyset (B) $\{a\}$ (C) $\{c\}$ (D) $\{a, c\}$
3. 垂直于同一平面的两条直线 ()
 (A) 平行 (B) 垂直 (C) 相交 (D) 异面
4. $(2x - 1)^6$ 展开式中 x^2 的系数为 ()
 (A) 15 (B) 60 (C) 120 (D) 240
5. “ $-1 < x < 1$ ”是“ $x^2 < 1$ ”的 ()
 (A) 充分必要条件 (B) 充分但不必要条件
 (C) 必要但不充分条件 (D) 既不充分也不必要条件
6. 下列各式中, 值为 $\frac{\sqrt{3}}{2}$ 的是 ()
 (A) $2 \sin 15^\circ \cos 15^\circ$ (B) $\cos^2 15^\circ - \sin^2 15^\circ$
 (C) $2 \sin^2 15^\circ - 1$ (D) $\sin^2 15^\circ + \cos^2 15^\circ$
7. 从 5 张 100 元, 3 张 200 元, 2 张 300 元的奥运预赛门票中任取 3 张, 则所取 3 张中至少有 2 张价格相同的概率为 ()
 (A) $\frac{1}{4}$ (B) $\frac{79}{120}$ (C) $\frac{3}{4}$ (D) $\frac{23}{24}$
8. 若直线 $y = kx + 1$ 与圆 $x^2 + y^2 = 1$ 相交于 P, Q 两点, 且 $\angle POQ = 120^\circ$ (其中 O 为原点), 则 k 的值为 ()
 (A) $-\sqrt{3}$ 或 $\sqrt{3}$ (B) $\sqrt{3}$ (C) $-\sqrt{2}$ 或 $\sqrt{2}$ (D) $\sqrt{2}$
9. 已知向量 $\overrightarrow{OA} = (4, 6)$, $\overrightarrow{OB} = (3, 5)$, 且 $\overrightarrow{OC} \perp \overrightarrow{OA}$, $\overrightarrow{AC} \parallel \overrightarrow{OB}$, 则向量 $\overrightarrow{OC} =$ ()
 (A) $\left(-\frac{3}{7}, \frac{2}{7}\right)$ (B) $\left(-\frac{2}{7}, \frac{4}{21}\right)$ (C) $\left(\frac{3}{7}, -\frac{2}{7}\right)$ (D) $\left(\frac{2}{7}, -\frac{4}{21}\right)$
10. 设 $P(3, 1)$ 为二次函数 $f(x) = ax^2 - 2ax + b$ ($x \geq 1$) 的图象与其反函数 $y = f^{-1}(x)$ 的图象的一个交点, 则 ()
 (A) $a = \frac{1}{2}$, $b = \frac{5}{2}$ (B) $a = \frac{1}{2}$, $b = -\frac{5}{2}$
 (C) $a = -\frac{1}{2}$, $b = \frac{5}{2}$ (D) $a = -\frac{1}{2}$, $b = -\frac{5}{2}$
11. 设 $\sqrt{3}b$ 是 $1 - a$ 和 $1 + a$ 的等比中项, 则 $a + 3b$ 的最大值为 ()
 (A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4
12. 已知以 $F_1(-2, 0)$, $F_2(2, 0)$ 为焦点的椭圆与直线 $x + \sqrt{3}y + 4 = 0$ 有且仅有一个交点, 则椭圆的长轴长为 ()
 (A) $3\sqrt{2}$ (B) $2\sqrt{6}$ (C) $2\sqrt{7}$ (D) $4\sqrt{2}$

二、填空题

13. 在
- $\triangle ABC$
- 中,
- $AB = 1$
- ,
- $BC = 2$
- ,
- $B = 60^\circ$
- , 则
- $AC =$
- _____.

14. 已知
- $\begin{cases} 2x + 3y \leqslant 6 \\ x - y \geqslant 0 \\ y \geqslant 0 \end{cases}$
- , 则
- $z = 3x - y$
- 的最大值为 _____.

15. 要排出某班一天中语文、数学、政治、英语、体育、艺术 6 门课各一节的课程表, 要求数学课排在前 3 节, 英语课不排在第 6 节, 则不同的排法种数为 _____. (以数字作答)

16. 函数
- $f(x) = \sqrt{x^2 - 2x} + 2^{\sqrt{x^2 - 5x + 4}}$
- 的最小值为 _____.

三、解答题

17. 设甲、乙两人每次射击命中目标的概率分别为
- $\frac{3}{4}$
- 和
- $\frac{4}{5}$
- , 且各次射击相互独立.

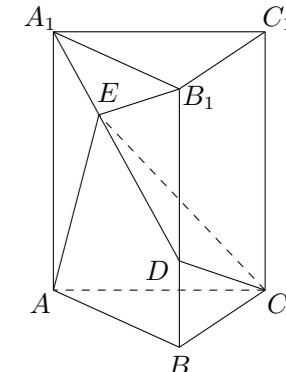
- (1) 若甲、乙各射击一次, 求甲命中但乙未命中目标的概率;
-
- (2) 若甲、乙各射击两次, 求两人命中目标的次数相等的概率.

18. 已知函数
- $f(x) = \frac{1 + \sqrt{2} \cos\left(2x - \frac{\pi}{4}\right)}{\sin\left(x + \frac{\pi}{2}\right)}$
- .

- (1) 求
- $f(x)$
- 的定义域;
-
- (2) 若角
- α
- 在第一象限且
- $\cos \alpha = \frac{3}{5}$
- , 求
- $f(\alpha)$
- .

19. 如图, 在直三棱柱
- $ABC - A_1B_1C_1$
- 中,
- $\angle ABC = 90^\circ$
- ,
- $AB = 1$
- ,
- $BC = \frac{3}{2}$
- ,
- $AA_1 = 2$
- ; 点
- D
- 在棱
- BB_1
- 上,
- $BD = \frac{1}{3}BB_1$
- ;
- $B_1E \perp A_1D$
- , 垂足为
- E
- . 求:

- (1) 异面直线
- A_1D
- 与
- B_1C_1
- 的距离;
-
- (2) 四棱锥
- $C - ABDE$
- 的体积.



20. 用长为 18 m 的钢条围成一个长方体形状的框架, 要求长方体的长与宽之比为 2 : 1, 问该长方体的长、宽、高各为多少时, 其体积最大? 最大体积是多少?
21. 如图, 倾斜角为 α 的直线经过抛物线 $y^2 = 8x$ 的焦点 F , 且与抛物线交于 A 、 B 两点.
 (1) 求抛物线的焦点 F 的坐标及准线 l 方程;
 (2) 若 α 为锐角, 作线段 AB 的垂直平分线 m 交 x 轴于点 P , 证明 $|FP| - |FP| \cos 2\alpha$ 为定值, 并求此定值.
22. 已知各项均为正数的数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和 S_n 满足 $S_1 > 1$, 且 $6S_n = (a_n + 1)(a_n + 2)$, $n \in \mathbf{N}_+$.
 (1) 求 $\{a_n\}$ 的通项公式;
 (2) 设数列 $\{b_n\}$ 满足 $a_n(2^{b_n} - 1) = 1$, 并记 T_n 为 $\{b_n\}$ 的前 n 项和, 求证: $3T_n + 1 > \log_2(a_n + 3)$, $n \in \mathbf{N}_+$.

