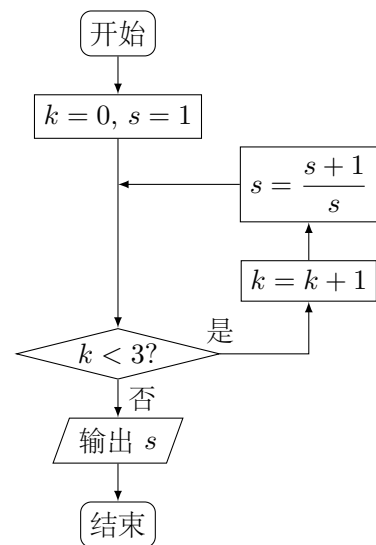


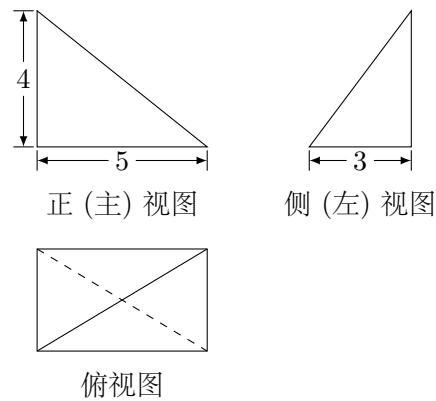
# 文科数学

## 一、选择题

- 已知全集  $U = \mathbf{R}$ , 集合  $A = \{x | x < -2 \text{ 或 } x > 2\}$ , 则  $\complement_U A =$  ( )  
 (A)  $(-2, 2)$  (B)  $(-\infty, -2) \cup (2, +\infty)$   
 (C)  $[-2, 2]$  (D)  $(-\infty, -2] \cup [2, +\infty)$
- 若复数  $(1 - i)(a + i)$  在复平面内对应的点在第二象限, 则实数  $a$  的取值范围是 ( )  
 (A)  $(-\infty, 1)$  (B)  $(-\infty, -1)$  (C)  $(1, +\infty)$  (D)  $(-1, +\infty)$
- 执行如图所示的程序框图, 输出的  $S$  值为 ( )



- (A) 2 (B)  $\frac{3}{2}$  (C)  $\frac{5}{3}$  (D)  $\frac{8}{5}$
- 若  $x, y$  满足  $\begin{cases} x \leq 3 \\ x + y \geq 2 \\ y \leq x \end{cases}$ , 则  $x + 2y$  的最大值为 ( )  
 (A) 1 (B) 3 (C) 5 (D) 9
- 已知函数  $f(x) = 3^x - \left(\frac{1}{3}\right)^x$ , 则  $f(x)$  ( )  
 (A) 是偶函数, 且在  $\mathbf{R}$  上是增函数  
 (B) 是奇函数, 且在  $\mathbf{R}$  上是增函数  
 (C) 是偶函数, 且在  $\mathbf{R}$  上是减函数  
 (D) 是奇函数, 且在  $\mathbf{R}$  上是减函数
- 某三棱锥的三视图如图所示, 则该三棱锥的体积为 ( )



- (A) 60 (B) 30 (C) 20 (D) 10
- 设  $\mathbf{m}, \mathbf{n}$  为非零向量, 则“存在负数  $\lambda$ , 使得  $\mathbf{m} = \lambda \mathbf{n}$ ”是“ $\mathbf{m} \cdot \mathbf{n} < 0$ ”的 ( )  
 (A) 充分而不必要条件 (B) 必要而不充分条件  
 (C) 充分必要条件 (D) 既不充分也不必要条件
- 根据有关资料, 围棋状态空间复杂度的上限  $M$  约为  $3^{361}$ , 而可观测宇宙中普通物质的原子总数  $N$  约为  $10^{80}$ , 则下列各数中与  $\frac{M}{N}$  最接近的是 ( )  
 (参考数据:  $\lg 3 \approx 0.48$ )  
 (A)  $10^{33}$  (B)  $10^{53}$  (C)  $10^{73}$  (D)  $10^{93}$

## 二、填空题

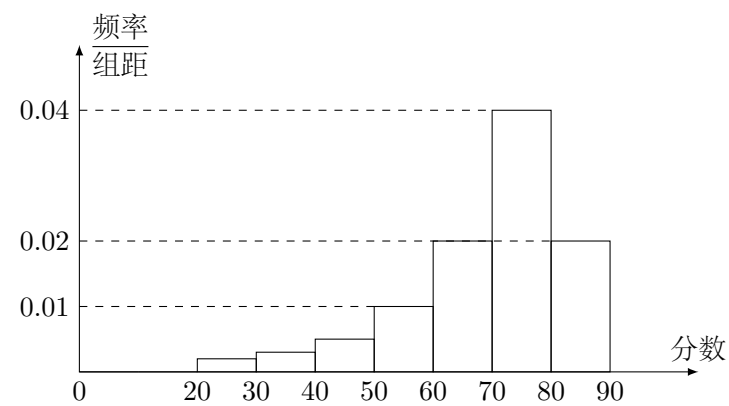
- 在平面直角坐标系  $xOy$  中, 角  $\alpha$  与角  $\beta$  均以  $Ox$  为始边, 它们的终边关于  $y$  轴对称, 若  $\sin \alpha = \frac{1}{3}$ , 则  $\sin \beta =$ \_\_\_\_\_.
- 若双曲线  $x^2 - \frac{y^2}{m} = 1$  的离心率为  $\sqrt{3}$ , 则实数  $m =$ \_\_\_\_\_.
- 已知  $x \geq 0, y \geq 0$ , 且  $x + y = 1$ , 则  $x^2 + y^2$  的取值范围是\_\_\_\_\_.
- 已知点  $P$  在圆  $x^2 + y^2 = 1$  上, 点  $A$  的坐标为  $(-2, 0)$ ,  $O$  为原点, 则  $\overrightarrow{AO} \cdot \overrightarrow{AP}$  的最大值为\_\_\_\_\_.
- 能够说明“设  $a, b, c$  是任意实数. 若  $a > b > c$ , 则  $a + b > c$ ”是假命题的一组整数  $a, b, c$  的值依次为\_\_\_\_\_.
- 某学习小组由学生和教师组成, 人员构成同时满足以下三个条件:  
 ① 男学生人数多于女学生人数;  
 ② 女学生人数多于教师人数;  
 ③ 教师人数的两倍多于男学生人数.  
 (1) 若教师人数为 4, 则女学生人数的最大值为\_\_\_\_\_;  
 (2) 该小组人数的最小值为\_\_\_\_\_.

## 三、解答题

- 已知等差数列  $\{a_n\}$  和等比数列  $\{b_n\}$  满足  $a_1 = b_1 = 1, a_2 + a_4 = 10, b_2 b_4 = a_5$ .  
 (1) 求  $\{a_n\}$  的通项公式;  
 (2) 求和:  $b_1 + b_3 + b_5 + \cdots + b_{2n-1}$ .

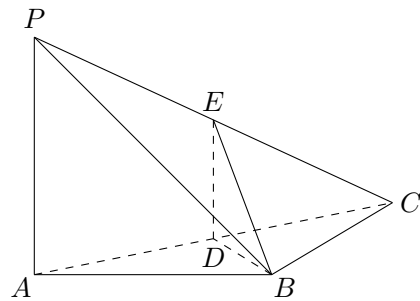
- 已知函数  $f(x) = \sqrt{3} \cos\left(2x - \frac{\pi}{3}\right) - 2 \sin x \cos x$ .  
 (1) 求  $f(x)$  的最小正周期;  
 (2) 求证: 当  $x \in \left[-\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{4}\right]$  时,  $f(x) \geq -\frac{1}{2}$ .

17. 某大学艺术专业 400 名学生参加某次测评, 根据男女学生人数比例, 使用分层抽样的方法从中随机抽取了 100 名学生, 记录他们的分数, 将数据分成 7 组:  $[20, 30)$ ,  $[30, 40)$ ,  $\dots$ ,  $[80, 90]$ , 并整理得到如下频率分布直方图:



- (1) 从总体的 400 名学生中随机抽取一人, 估计其分数小于 70 的概率;  
 (2) 已知样本中分数小于 40 的学生有 5 人, 试估计总体中分数在区间  $[40, 50)$  内的人数;  
 (3) 已知样本中有一半男生的分数不小于 70, 且样本中分数不小于 70 的男女生人数相等. 试估计总体中男生和女生人数的比例.

18. 如图, 在三棱锥  $P-ABC$  中,  $PA \perp AB$ ,  $PA \perp BC$ ,  $AB \perp BC$ ,  $PA = AB = BC = 2$ ,  $D$  为线段  $AC$  的中点,  $E$  为线段  $PC$  上一点.
- (1) 求证:  $PA \perp BD$ ;  
 (2) 求证: 平面  $BDE \perp$  平面  $PAC$ ;  
 (3) 当  $PA \parallel$  平面  $BDE$  时, 求三棱锥  $E-BCD$  的体积.



19. 已知椭圆  $C$  的两个顶点分别为  $A(-2, 0)$ ,  $B(2, 0)$ , 焦点在  $x$  轴上, 离心率为  $\frac{\sqrt{3}}{2}$ .
- (1) 求椭圆  $C$  的方程;  
 (2) 点  $D$  为  $x$  轴上一点, 过  $D$  作  $x$  轴的垂线交椭圆  $C$  于不同的两点  $M$ ,  $N$ , 过  $D$  作  $AM$  的垂线交  $BN$  于点  $E$ . 求证:  $\triangle BDE$  与  $\triangle BDN$  的面积之比为  $4:5$ .

20. 已知函数  $f(x) = e^x \cos x - x$ .
- (1) 求曲线  $y = f(x)$  在点  $(0, f(0))$  处的切线方程;  
 (2) 求函数  $f(x)$  在区间  $\left[0, \frac{\pi}{2}\right]$  上的最大值和最小值.