2011 年普通高等学校招生考试（北京卷）

文科数学

一、选择题

1. 已知全集 $U=\mathbf{R}$, 集合 $P=\{x\mid x^2\leqslant 1\}$, 那么 $\complement_U P=$ （ ）

(A) $(-\infty,-1)$　(B) $(1,+\infty)$

(C) $(-1,1)$　(D) $(-\infty,-1)\cup(1,+\infty)$

2. 复数 $\dfrac{\mathrm{i}-2}{1+2\mathrm{i}}=$ （ ）

(A) i　(B) $-\mathrm{i}$　(C) $-\dfrac{4}{5}-\dfrac{3}{5}\mathrm{i}$　(D) $-\dfrac{4}{5}+\dfrac{3}{5}\mathrm{i}$

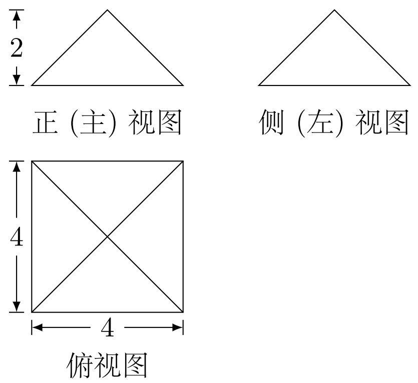
3. 如果 $\log_{\frac{1}{2}}x<\log_{\frac{1}{2}}y<0$, 那么 （ ）

(A) $y<x<1$　(B) $x<y<1$　(C) $1<x<y$　(D) $1<y<x$

4. 若 p 是真命题, q 是假命题, 则 （ ）

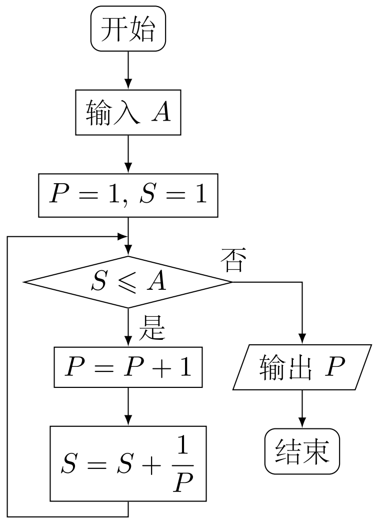
(A) $p\wedge q$ 是真命题(B) $p\vee q$ 是假命题(C) $\neg p$ 是真命题　(D) $\neg q$ 是真命题

5. 某四棱锥的三视图如图所示, 该四棱锥的表面积是 （ ）



(A) 32　(B) $16+16\sqrt{2}$　(C) 48　(D) $16+32\sqrt{2}$

6. 执行如图所示的程序框图, 若输入 A 的值为 2, 则输出的 P 的值为 （ ）



(A) 2　(B) 3　(C) 4　(D) 5

7. 某车间分批生产某种产品, 每批的生产准备费用为 800 元. 若每批生产 x 件, 则平均仓储时间为 $\dfrac{x}{8}$ 天, 且每件产品每天的仓储费用为 1 元. 为使平均到每件产品的生产准备费用与仓储费用之和最小, 每批应生产产品( )

(A) 60 件　(B) 80 件　(C) 100 件　(D) 120 件

8. 已知点 $A(0,2)$, $B(2,0)$. 若点 C 在函数 $y=x^2$ 的图象上, 则使得 $\triangle ABC$ 的面积为 2 的点 C 的个数为 （ ）

(A) 4　(B) 3　(C) 2　(D) 1

二、填空题

9. 在 $\triangle ABC$ 中, 若 $b=5$, $\angle B=\dfrac{\pi}{4}$, $\sin A=\dfrac{1}{3}$, 则 $a=$______.

10. 已知双曲线 $x^2-\dfrac{y^2}{b^2}=1\ (b>0)$ 的一条渐近线的方程为 $y=2x$, 则 $b=$______.

11. 已知向量 $\boldsymbol{a}=\left(\sqrt{3},1\right)$, $\boldsymbol{b}=(0,-1)$, $\boldsymbol{c}=\left(k,\sqrt{3}\right)$. 若 $\boldsymbol{a}-2\boldsymbol{b}$ 与 $\boldsymbol{c}$ 共线, 则 $k=$______.

12. 在等比数列 $\{a_n\}$ 中, $a_1=\dfrac{1}{2}$, $a_4=-4$, 则公比 $q=$______; $a_1+a_2+\cdots+a_n=$______.

13. 已知函数 $f(x)=\begin{cases}\dfrac{2}{x},\ x\geqslant 2\\ (x-1)^3,\ x<2\end{cases}$, 若关于 x 的方程 $f(x)=k$ 有两个不同的实根, 则实数 k 的取值范围是______.

14. 设 $A(0,0)$, $B(4,0)$, $C(t+4,3)$, $D(t,3)$ $(t\in\mathbf{R})$. 记 $N(t)$ 为平行四边形 $ABCD$ 内部 (不含边界) 的整点的个数, 其中整点是指横、纵坐标都是整数的点, 则 $N(0)=$______; $N(t)$ 的所有可能取值为______.

三、解答题

15. 已知函数 $f(x)=4\cos x\sin\left(x+\dfrac{\pi}{6}\right)-1$.

(1) 求 $f(x)$ 的最小正周期;

(2) 求 $f(x)$ 在区间 $\left[-\dfrac{\pi}{6},\dfrac{\pi}{4}\right]$ 上的最大值和最小值.

16. 以下茎叶图记录了甲、乙两组各四名同学的植树棵数. 乙组记录中有一个数据模糊, 无法确认, 在图中以 X 表示.

甲组			乙组		
9	9	0	X	8	9
1	1	1	0		

(1) 如果 $X=8$, 求乙组同学植树棵数的平均数和方差;

(2) 如果 $X=9$, 分别从甲、乙两组中随机选取一名同学, 求这两名同学的植树总棵数为 19 的概率.

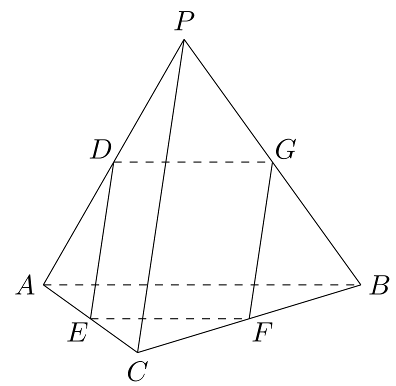
(注: 方差 $s^2=\dfrac{1}{n}\left[(x_1-\overline{x})^2+(x_2-\overline{x})^2+\ldots+(x_n-\overline{x})^2\right]$, 其中 $\overline{x}$ 为 x_1, x_2, $\cdots$, x_n 的平均数)

17. 如图, 在四面体 $PABC$ 中, $PC\perp AB$, $PA\perp BC$, 点 D, E, F, G 分别是棱 AP, AC, BC, PB 的中点.

(1) 求证: $DE\parallel$ 平面 BCP;

(2) 求证: 四边形 $DEFG$ 为矩形;

(3) 是否存在点 Q, 到四面体 $PABC$ 六条棱的中点的距离相等? 说明理由.



18. 已知函数 $f(x)=(x-k)\mathrm{e}^x$.

(1) 求 $f(x)$ 的单调区间;

(2) 求 $f(x)$ 在区间 $[0,1]$ 上的最小值.

19. 已知椭圆 $G:\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1\ (a>b>0)$ 的离心率为 $\dfrac{\sqrt{6}}{3}$, 右焦点为 $\left(2\sqrt{2},0\right)$, 斜率为 1 的直线 l 与椭圆 G 交于 A, B 两点, 以 AB 为底边作等腰三角形, 顶点为 $P(-3,2)$.

(1) 求椭圆 G 的方程;

(2) 求 $\triangle PAB$ 的面积.

20. 若数列 A_n: a_1, a_2, $\cdots$, a_n $(n\geqslant 2)$ 满足 $|a_{n+1}-a_k|=1$ $(k=1, 2, \cdots, n-1)$, 则称 A_n 为 E 数列. 记 $S(A_n)=a_1+a_2+\cdots+a_n$.

(1) 写出一个 E 数列 A_5 满足 $a_1=a_3=0$;

(2) 若 $a_1=12$, $n=2000$, 证明: E 数列 A_n 是递增数列的充要条件是 $a_n=2011$;

(3) 在 $a_1=4$ 的 E 数列 A_n 中, 求使得 $S(A_n)=0$ 成立的 n 的最小值.