

2015 年普通高等学校招生考试 (安徽卷)

文科数学

一、选择题

1. 设 i 是虚数单位, 则复数 $(1-i)(1+2i) =$ ()

- (A) $3+3i$ (B) $-1+3i$ (C) $3+i$ (D) $-1+i$

2. 设全集 $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$, $A = \{1, 2\}$, $B = \{2, 3, 4\}$, 则 $A \cap (\complement_U B) =$ ()

- (A) $\{1, 2, 5, 6\}$ (B) $\{1\}$ (C) $\{2\}$ (D) $\{1, 2, 3, 4\}$

3. 设 $p: x < 3$, $q: -1 < x < 3$, 则 p 是 q 成立的 ()

- (A) 充分必要条件 (B) 充分不必要条件
 (C) 必要不充分条件 (D) 既不充分也不必要条件

4. 下列函数中, 既是偶函数又存在零点的是 ()

- (A) $y = \cos x$ (B) $y = \sin x$ (C) $y = \ln x$ (D) $y = x^2 + 1$

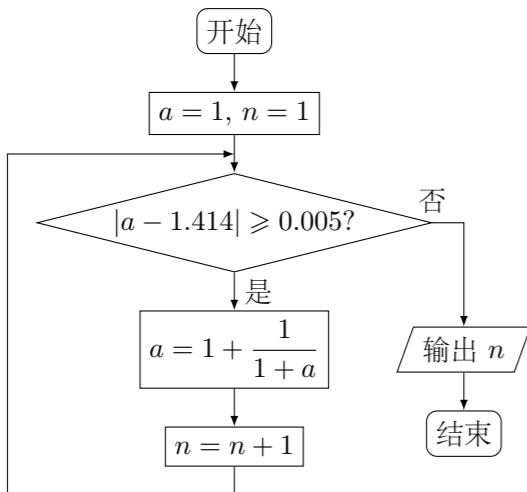
5. 已知 x, y 满足约束条件 $\begin{cases} x - y \geqslant 0 \\ x + y - 4 \leqslant 0 \\ y \geqslant 1 \end{cases}$, 则 $z = -2x + y$ 的最大值是 ()

- (A) -1 (B) -2 (C) -5 (D) 1

6. 下列双曲线中, 渐近线方程为 $y = \pm 2x$ 的是 ()

- (A) $x^2 - \frac{y^2}{4} = 1$ (B) $\frac{x^2}{4} - y^2 = 1$
 (C) $x^2 - \frac{y^2}{2} = 1$ (D) $\frac{x^2}{2} - y^2 = 1$

7. 执行如图所示的程序框图 (算法流程图), 输出的 n 为 ()

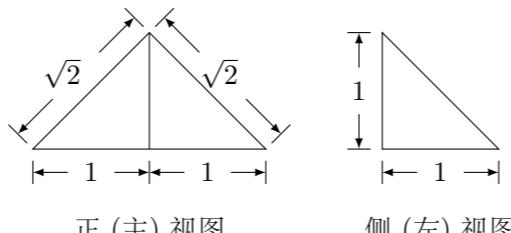


- (A) 3 (B) 4 (C) 5 (D) 6

8. 直线 $3x + 4y = b$ 与圆 $x^2 + y^2 - 2x - 2y + 1 = 0$ 相切, 则 b 的值是 ()

- (A) -2 或 12 (B) 2 或 -12 (C) -2 或 -12 (D) 2 或 12

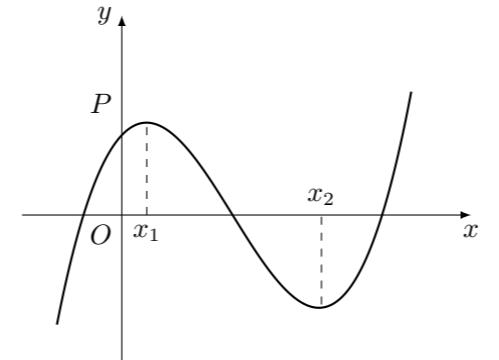
9. 一个四面体的三视图如图所示, 则该四面体的表面积是 ()



16. 已知函数 $f(x) = (\sin x + \cos x)^2 + \cos 2x$.

- (1) 求 $f(x)$ 最小正周期;
 (2) 求 $f(x)$ 在区间 $[0, \frac{\pi}{2}]$ 上的最大值和最小值.

10. 函数 $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ 的图象如图所示, 则下列结论成立的是 ()



- (A) $a > 0, b < 0, c > 0, d > 0$ (B) $a > 0, b < 0, c < 0, d > 0$

- (C) $a < 0, b < 0, c > 0, d > 0$ (D) $a > 0, b > 0, c > 0, d < 0$

二、填空题

11. 计算: $\lg \frac{5}{2} + 2 \lg 2 - \left(\frac{1}{2}\right)^{-1} =$ _____.
 (注: $\lg 2 \approx 0.3010$)

12. 在 $\triangle ABC$ 中, $AB = \sqrt{6}$, $\angle A = 75^\circ$, $\angle B = 45^\circ$, 则 $AC =$ _____.
 (注: $\sin 75^\circ = \frac{\sqrt{6} + \sqrt{2}}{4}$)

13. 已知数列 $\{a_n\}$ 中, $a_1 = 1$, $a_n = a_{n-1} + \frac{1}{2}$ ($n \geqslant 2$), 则数列 $\{a_n\}$ 的前 9 项和等于 _____.
 (注: $\sin 75^\circ = \frac{\sqrt{6} + \sqrt{2}}{4}$)

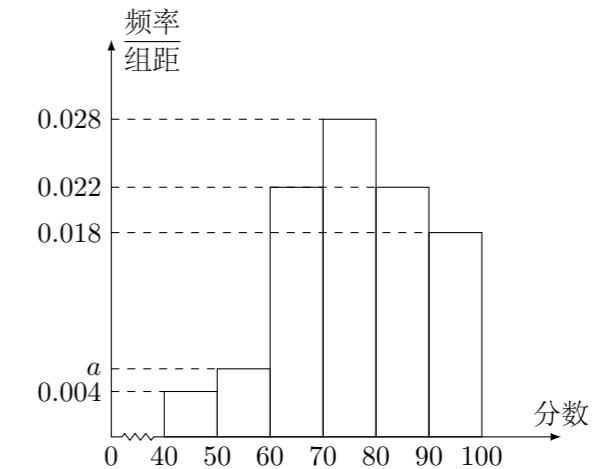
14. 在平面直角坐标系 xOy 中, 若直线 $y = 2a$ 与函数 $y = |x - a| - 1$ 的图象只有一个交点, 则 a 的值为 _____.
 (注: $\sin 75^\circ = \frac{\sqrt{6} + \sqrt{2}}{4}$)

15. $\triangle ABC$ 是边长为 2 的等边三角形, 已知向量 \mathbf{a}, \mathbf{b} 满足 $\overrightarrow{AB} = 2\mathbf{a}$, $\overrightarrow{AC} = 2\mathbf{a} + \mathbf{b}$, 则下列结论中正确的是 _____. (写出所有正确结论的序号)

- ① \mathbf{a} 为单位向量; ② \mathbf{b} 为单位向量; ③ $\mathbf{a} \perp \mathbf{b}$;
 ④ $\mathbf{b} \parallel \overrightarrow{BC}$; ⑤ $(4\mathbf{a} + \mathbf{b}) \perp \overrightarrow{BC}$.

三、解答题

17. 某企业为了解下属某部门对本企业职工的服务情况, 随机访问 50 名职工, 根据这 50 名职工对该部门的评分, 绘制频率分布直方图 (如图所示), 其中样本数据分组区间为: $[40, 50)$, $[50, 60)$, \dots , $[80, 90)$, $[90, 100]$.



- (1) 求频率分布直方图中 a 的值;
 (2) 估计该企业的职工对该部门评分不低于 80 的概率;
 (3) 从评分在 $[40, 60)$ 的受访职工中, 随机抽取 2 人, 求此 2 人评分都在 $[40, 50)$ 的概率.

18. 已知数列 $\{a_n\}$ 是递增的等比数列, 且 $a_1 + a_4 = 9$, $a_2 a_3 = 8$.

(1) 求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式;

(2) 设 S_n 为数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和, $b_n = \frac{a_{n+1}}{S_n S_{n+1}}$, 求数列 $\{b_n\}$ 的前 n 项和 T_n .

20. 设椭圆 E 的方程为 $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($a > b > 0$), 点 O 为坐标原点, 点 A 的坐标为 $(a, 0)$, 点 B 的坐标为 $(0, b)$, 点 M 在线段 AB 上, 满足 $|BM| = 2|MA|$, 直线 OM 的斜率为 $\frac{\sqrt{5}}{10}$.

(1) 求 E 的离心率 e ;

(2) 设点 C 的坐标为 $(0, -b)$, N 为线段 AC 的中点, 证明: $MN \perp AB$.

21. 已知函数 $f(x) = \frac{ax}{(x+r)^2}$ ($a > 0, r > 0$).

(1) 求 $f(x)$ 的定义域, 并讨论 $f(x)$ 的单调性;

(2) 若 $\frac{a}{r} = 400$, 求 $f(x)$ 在 $(0, +\infty)$ 内的极值.

19. 如图, 三棱锥 $P-ABC$ 中, $PA \perp$ 平面 ABC , $PA = 1$, $AB = 1$, $AC = 2$,

$\angle BAC = 60^\circ$,

(1) 求三棱锥 $P-ABC$ 的体积;

(2) 证明: 在线段 PC 上存在点 M , 使得 $AC \perp BM$, 并求 $\frac{PM}{MC}$ 的值.

