

2011 年普通高等学校招生考试 (上海卷)

文科数学

一、填空题

1. 若全集 $U = \mathbf{R}$, 集合 $A = \{x \mid x \geq 1\}$, 则 $\complement_U A = \underline{\hspace{2cm}}$.

2. $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 - \frac{3n}{n+3}\right) = \underline{\hspace{2cm}}.$

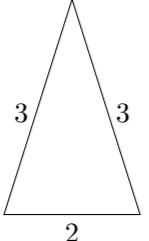
3. 若函数 $f(x) = 2x + 1$ 的反函数为 $f^{-1}(x)$, 则 $f^{-1}(-2) = \underline{\hspace{2cm}}.$

4. 函数 $y = 2 \sin x - \cos x$ 的最大值为 $\underline{\hspace{2cm}}.$

5. 若直线 l 过点 $(3, 4)$, 且 $(1, 2)$ 是它的一个法向量, 则直线 l 的方程为 $\underline{\hspace{2cm}}.$

6. 不等式 $\frac{1}{x} < 1$ 的解集为 $\underline{\hspace{2cm}}.$

7. 若一个圆锥的主视图 (如图所示) 是边长为 3, 3, 2 的三角形, 则该圆锥的侧面积为 $\underline{\hspace{2cm}}.$



8. 在相距 2 千米的 A, B 两点处测量目标点 C , 若 $\angle CAB = 75^\circ$, $\angle CBA = 60^\circ$, 则 A, C 两点之间的距离是千米 $\underline{\hspace{2cm}}.$

9. 若变量 x, y 满足条件 $\begin{cases} 3x - y \leq 0 \\ x - 3y + 5 \geq 0 \end{cases}$, 则 $z = x + y$ 的最大值为 $\underline{\hspace{2cm}}.$

10. 课题组进行城市空气质量调查, 按地域把 24 个城市分成甲、乙、丙三组, 对应的城市数分别为 4、12、8, 若用分层抽样抽取 6 个城市, 则丙组中应抽取的城市数为 $\underline{\hspace{2cm}}.$

11. 行列式 $\begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix}$ ($a, b, c, d \in \{-1, 1, 2\}$) 所有可能的值中, 最大的是 $\underline{\hspace{2cm}}.$

12. 在正三角形 ABC 中, D 是 BC 上的点. 若 $AB = 3$, $BD = 1$, 则 $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AD} = \underline{\hspace{2cm}}.$

13. 随机抽取的 9 位同学中, 至少有 2 位同学在同一月份出生的概率为 $\underline{\hspace{2cm}}.$
(默认每个月的天数相同, 结果精确到 0.001)

14. 设 $g(x)$ 是定义在 \mathbf{R} 上, 以 1 为周期的函数, 若函数 $f(x) = x + g(x)$ 在区间 $[0, 1]$ 上的值域为 $[-2, 5]$, 则 $f(x)$ 在区间 $[0, 3]$ 上的值域为 $\underline{\hspace{2cm}}.$

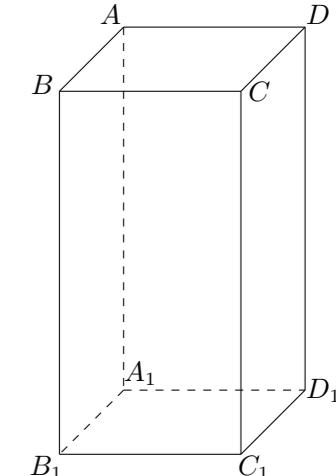
二、选择题

15. 下列函数中, 既是偶函数, 又在区间 $(0, +\infty)$ 上单调递减的是 ()
(A) $y = x^{-2}$ (B) $y = x^{-1}$ (C) $y = x^2$ (D) $y = x^{\frac{1}{3}}$

16. 若 $a, b \in \mathbf{R}$, 且 $ab > 0$, 则下列不等式中, 恒成立的是 ()
(A) $a^2 + b^2 > 2ab$ (B) $a + b \geq 2\sqrt{ab}$
(C) $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} > \frac{2}{\sqrt{ab}}$ (D) $\frac{b}{a} + \frac{a}{b} \geq 2$
17. 若三角方程 $\sin x = 0$ 与 $\sin 2x = 0$ 的解集分别为 E, F , 则 ()
(A) $E \subsetneq F$ (B) $E \supsetneq F$ (C) $E = F$ (D) $E \cap F = \emptyset$
18. 设 A_1, A_2, A_3, A_4 是平面上给定的 4 个不同点, 则使 $\overrightarrow{MA_1} + \overrightarrow{MA_2} + \overrightarrow{MA_3} + \overrightarrow{MA_4} = \vec{0}$ 成立的点 M 的个数为 ()
(A) 0 (B) 1 (C) 2 (D) 4

三、解答题

19. 已知复数 z_1 满足 $(z_1 - 2)(1 + i) = 1 - i$ (i 为虚数单位), 复数 z_2 的虚部为 2, 且 $z_1 \cdot z_2$ 是实数, 求 z_2 .



21. 已知函数 $f(x) = a \cdot 2^x + b \cdot 3^x$, 其中常数 a, b 满足 $a \cdot b \neq 0$.
- 若 $a \cdot b > 0$, 判断函数 $f(x)$ 的单调性;
 - 若 $a \cdot b < 0$, 求 $f(x+1) > f(x)$ 时的 x 的取值范围.
22. 已知椭圆 $C: \frac{x^2}{m^2} + y^2 = 1$ (常数 $m > 1$), P 是曲线 C 上的动点, M 是曲线 C 的右顶点, 定点 A 的坐标为 $(2, 0)$.
- 若 M 与 A 重合, 求曲线 C 的焦点坐标;
 - 若 $m = 3$, 求 $|PA|$ 的最大值与最小值;
 - 若 $|PA|$ 的最小值为 $|MA|$, 求实数 m 的取值范围.
23. 已知数列 $\{a_n\}$ 和 $\{b_n\}$ 的通项公式分别为 $a_n = 3n + 6$, $b_n = 2n + 7$ ($n \in \mathbf{N}^*$), 将集合 $\{x | x = a_n, n \in \mathbf{N}^*\} \cup \{x | x = b_n, n \in \mathbf{N}^*\}$ 中的元素从小到大依次排列, 构成数列 $c_1, c_2, c_3, \dots, c_n, \dots$
- 求三个最小的数, 使它们既是数列 $\{a_n\}$ 中的项, 又是数列 $\{b_n\}$ 中的项;
 - 数列 $c_1, c_2, c_3, \dots, c_{40}$ 中有多少项不是数列 $\{b_n\}$ 中的项? 请说明理由;
 - 求数列 $\{c_n\}$ 的前 $4n$ 项和 S_{4n} ($n \in \mathbf{N}^*$).