2011 年普通高等学校招生考试（湖南卷）

文科数学

一、选择题

1. 设全集 $U=M\cup N=\{1,2,3,4,5\}$, $M\cap \complement_U N=\{2,4\}$, 则 $N=$ （ ）

(A) $\{1,2,3\}$　(B) $\{1,3,5\}$　(C) $\{1,4,5\}$　(D) $\{2,3,4\}$

2. 若 $a, b\in \mathbf{R}$, i 为虚数单位, 且 $(a+\mathrm{i})\,\mathrm{i}=b+\mathrm{i}$, 则 （ ）

(A) $a=1$, $b=1$　(B) $a=-1$, $b=1$

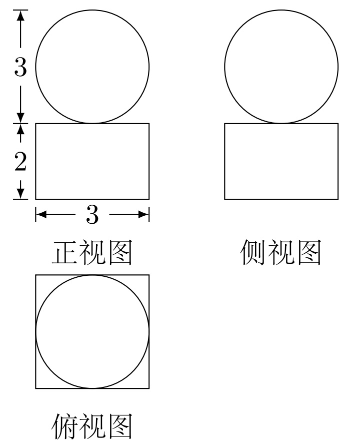
(C) $a=1$, $b=-1$　(D) $a=-1$, $b=-1$

3. “$x>1$”是“$|x|>1$”的 （ ）

(A) 充分不必要条件　(B) 必要不充分条件

(C) 充分必要条件　(D) 既不充分又不必要条件

4. 如图是某几何体的三视图, 则该几何体的体积为 （ ）



(A) $9\pi+42$　(B) $36\pi+18$　(C) $\dfrac{9}{2}\pi+12$　(D) $\dfrac{9}{2}\pi+18$

5. 通过随机询问 110 名性别不同的大学生是否爱好某项运动, 得到如下的列联表:

	男	女	总计
爱好	40	20	60
不爱好	20	30	50
总计	60	50	110

由 $K^2=\dfrac{n(ad-bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}$ 算得,

$K^2=\dfrac{110\times(40\times 30-20\times 20)^2}{60\times 50\times 60\times 50}\approx 7.8$.

附表:

$P(K^2\geqslant k)$	0.050	0.010	0.001
k	3.841	6.635	10.828

参照附表, 得到的正确结论是 （ ）

(A) 有 99% 以上的把握认为“爱好该项运动与性别有关”

(B) 有 99% 以上的把握认为“爱好该项运动与性别无关”

(C) 在犯错误的概率不超过 0.1% 的前提下, 认为“爱好该项运动与性别有关”

(D) 在犯错误的概率不超过 0.1% 的前提下, 认为“爱好该项运动与性别无关”

6. 设双曲线 $\dfrac{x^2}{a^2}-\dfrac{y^2}{9}=1\ (a>0)$ 的渐近线方程为 $3x\pm 2y=0$, 则 a 的值为 （ ）

(A) 4　(B) 3　(C) 2　(D) 1

7. 曲线 $y=\dfrac{\sin x}{\sin x+\cos x}-\dfrac{1}{2}$ 在点 $M\left(\dfrac{\pi}{4},0\right)$ 处的切线的斜率为 （ ）

(A) $-\dfrac{1}{2}$　(B) $\dfrac{1}{2}$　(C) $-\dfrac{\sqrt{2}}{2}$　(D) $\dfrac{\sqrt{2}}{2}$

8. 已知函数 $f(x)=\mathrm{e}^x-1$, $g(x)=-x^2+4x-3$, 若有 $f(a)=g(b)$, 则 b 的取值范围为 （ ）

(A) $\left[2-\sqrt{2},2+\sqrt{2}\right]$　(B) $\left(2-\sqrt{2},2+\sqrt{2}\right)$

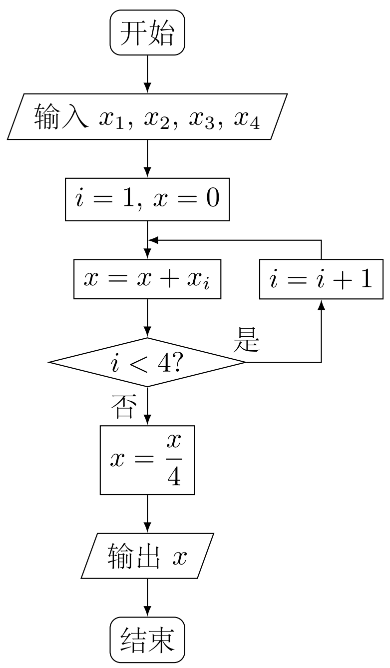
(C) $[1,3]$　(D) $(1,3)$

二、填空题

9. 在直角坐标系 xOy 中, 曲线 C_1 的参数方程为 $\begin{cases}x=2\cos\alpha\\ y=\sqrt{3}\sin\alpha\end{cases}$ (α 为参数), 在极坐标系 (与直角坐标系 xOy 取相同的长度单位, 且以原点 O 为极点, 以 x 轴正半轴为极轴) 中, 曲线 C_2 的方程为 $\rho(\cos\theta-\sin\theta)+1=0$, 则 C_1 与 C_2 的交点个数为______.

10. 已知某试验范围为 $[10,90]$, 若用分数法进行 4 次优选试验, 则第二次试点可以是______.

11. 若执行如图所示的框图, 输入 $x_1=1$, $x_2=2$, $x_3=4$, $x_4=8$, 则输出的数等于______.



12. 已知 $f(x)$ 为奇函数, $g(x)=f(x)+9$, $g(-2)=3$, 则 $f(2)=$______.

13. 设向量 $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$ 满足 $|\boldsymbol{a}|=2\sqrt{5}$, $\boldsymbol{b}=(2,1)$, 且 $\boldsymbol{a}$ 与 $\boldsymbol{b}$ 的方向相反, 则 $\boldsymbol{a}$ 的坐标为______.

14. 设 $m>1$, 在约束条件 $\begin{cases}y\geqslant x\\ y\leqslant mx\\ x+y\leqslant 1\end{cases}$ 下, 目标函数 $z=x+5y$ 的最大值为 4, 则 m 的值为______.

15. 已知圆 $C: x^2+y^2=12$, 直线 $l: 4x+3y=25$.

(1) 圆 C 的圆心到直线 l 的距离为______;

(2) 圆 C 上任意一点 A 到直线 l 的距离小于 2 的概率为______.

16. 给定 $k\in\mathbf{N}^*$, 设函数 $f:\mathbf{N}^*\to\mathbf{N}^*$ 满足: 对于任意大于 k 的正整数 n, $f(n)=n-k$.

(1) 设 $k=1$, 则其中一个函数 f 在 $n=1$ 处的函数值为______;

(2) 设 $k=4$, 且当 $n\leqslant 4$ 时, $2\leqslant f(n)\leqslant 3$, 则不同的函数 f 的个数为______.

三、解答题

17. 在 $\triangle ABC$ 中, 角 A, B, C 所对的边分别为 a, b, c, 且满足 $c\sin A=a\cos C$.

(1) 求角 C 的大小;

(2) 求 $\sqrt{3}\sin A-\cos\left(B+\dfrac{\pi}{4}\right)$ 的最大值, 并求取得最大值时角 A, B 的大小.

18. 某河流上的一座水力发电站, 每年六月份的发电量 Y (单位: 万千瓦时) 与该河上游在六月份的降雨量 X (单位: 毫米) 有关, 据统计, 当 $X=70$ 时, $Y=460$; X 每增加 10, Y 增加 5. 已知近 20 年 X 的值为: 140, 110, 160, 70, 200, 160, 140, 160, 220, 200, 110, 160, 160, 200, 140, 110, 160, 220, 140, 160.

(1) 完成如下的频率分布表:

近 20 年六月份降雨量频率分布表

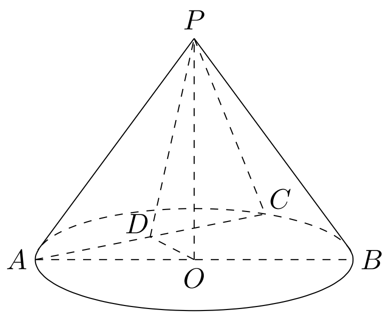
降雨量	70	110	140	160	200	220
频率	$\frac{1}{20}$		$\frac{4}{20}$			$\frac{2}{20}$

(2) 假定今年六月份的降雨量与近 20 年六月份降雨量的分布规律相同, 并将频率视为概率, 求今年六月份该水力发电站的发电量低于 490 (万千瓦时) 或超过 530 (万千瓦时) 的概率.

19. 如图, 在圆锥 PO 中, 已知 $PO=\sqrt{2}$, $\odot O$ 的直径 $AB=2$, 点 C 在 $\overset{\frown}{AB}$ 上, 且 $\angle CAB=30^\circ$, D 为 AC 的中点.

(1) 证明: $AC\perp$ 平面 POD;

(2) 求直线 OC 和平面 PAC 所成角的正弦值.



20. 某企业在第 1 年初购买一台价值为 120 万元的设备 M, M 的价值在使用过程中逐年减少. 从第 2 年到第 6 年, 每年初 M 的价值比上年初减少 10 万元; 从第 7 年开始, 每年初 M 的价值为上年初的 75%.

(1) 求第 n 年初 M 的价值 a_n 的表达式;

(2) 设 $A_n=\dfrac{a_1+a_2+\cdots+a_n}{n}$, 若 A_n 大于 80 万元, 则 M 继续使用, 否则须在第 n 年初对 M 更新. 证明: 须在第 9 年初对 M 更新.

21. 已知平面内一动点 P 到点 $F(1,0)$ 的距离与点 P 到 y 轴的距离的差等于 1.

(1) 求动点 P 的轨迹 C 的方程;

(2) 过点 F 作两条斜率存在且互相垂直的直线 l_1, l_2, 设 l_1 与轨迹 C 相交于点 A, B, l_2 与轨迹 C 相交于点 D, E, 求 $\overrightarrow{AD}\cdot\overrightarrow{EB}$ 的最小值.

22. 设函数 $f(x)=x-\dfrac{1}{x}-a\ln x$ $(a\in\mathbf{R})$.

(1) 讨论函数 $f(x)$ 的单调性.

(2) 若 $f(x)$ 有两个极值点 x_1 和 x_2, 记过点 $A(x_1,f(x_1))$, $B(x_2,f(x_2))$ 的直线斜率为 k. 问: 是否存在 a, 使得 $k=2-a$? 若存在, 求出 a 的值; 若不存在, 请说明理由.