

2004 年普通高等学校招生考试（湖北卷）

文科数学

一、选择题

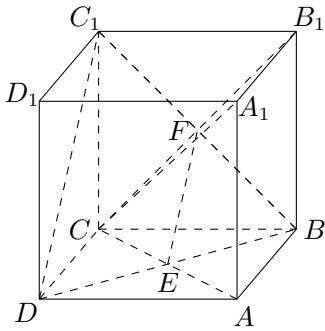
1. 设  $A = \{x|x = \sqrt{5k+1}, k \in \mathbf{N}\}$ ,  $B\{x|x \leqslant 6, x \in \mathbf{Q}\}$ , 则  $A \cap B$  等于( )
- (A) {1, 4} (B) {1, 6} (C) {4, 6} (D) {1, 4, 6}
2. 已知点  $M_1(6, 2)$  和  $M_2(1, 7)$ . 直线  $y = mx - 7$  与线段  $M_1M_2$  的交点  $M$  分有向线段  $M_1M_2$  的比为  $3:2$ , 则  $m$  的值为 ( )
- (A)  $-\frac{3}{2}$  (B)  $-\frac{2}{3}$  (C)  $\frac{1}{4}$  (D) 4
3. 已知函数  $f(x)$  在  $x = 1$  处的导数为 3, 则  $f(x)$  的解析式可能为 ( )
- (A)  $f(x) = (x - 1)^2 + 3(x - 1)$  (B)  $f(x) = 2(x - 1)$
- (C)  $f(x) = 2(x - 1)^2$  (D)  $f(x) = x - 1$
4. 两个圆  $C_1: x^2 + y^2 + 2x + 2y - 2 = 0$  与  $C_2: x^2 + y^2 - 4x - 2y + 1 = 0$  的公切线有且仅有 ( )
- (A) 1 条 (B) 2 条 (C) 3 条 (D) 4 条
5. 若函数  $f(x) = a^x + b - 1$  ( $a > 0, a \neq 1$ ) 的图象经过第二、三、四象限, 则一定有 ( )
- (A)  $0 < a < 1$ , 且  $b > 0$  (B)  $a > 1$ , 且  $b > 0$
- (C)  $0 < a < 1$ , 且  $b < 0$  (D)  $a > 1$ , 且  $b < 0$
6. 四面体  $ABCD$  四个面的重心分别为  $E, F, G, H$ , 则四面体  $EFGH$  的表面积与四面体  $ABCD$  的表面积的值是 ( )
- (A)  $\frac{1}{27}$  (B)  $\frac{1}{16}$  (C)  $\frac{1}{9}$  (D)  $\frac{1}{8}$
7. 已知  $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$  为非零的平面向量. 甲:  $\vec{a} \cdot \vec{b} = \vec{a} \cdot \vec{c}$ , 乙:  $\vec{b} = \vec{c}$ , 则( )
- (A) 甲是乙的充分条件但不是必要条件
- (B) 甲是乙的必要条件但不是充分条件
- (C) 甲是乙的充要条件
- (D) 甲既不是乙的充分条件也不是乙的必要条件
8. 已知  $x \geqslant \frac{5}{2}$ , 则  $f(x) = \frac{x^2 - 4x + 5}{2x - 4}$  有 ( )
- (A) 最大值  $\frac{5}{4}$  (B) 最小值  $\frac{5}{4}$  (C) 最大值 1 (D) 最小值 1
9. 设数列  $\{a_n\}$  的前  $n$  项和  $S_n = a \left[ 2 - \left( \frac{1}{2} \right)^{n-1} \right] - b \left[ 2 - (n+1) \left( \frac{1}{2} \right)^{n-1} \right]$  ( $n = 1, 2, \cdots$ ), 其中  $a, b$  是非零常数. 则存在数列  $\{x_n\}, \{y_n\}$  使得( )
- (A)  $a_n = x_n + y_n$ , 其中  $\{x_n\}$  为等差数列,  $\{y_n\}$  为等比数列
- (B)  $a_n = x_n + y_n$ , 其中  $\{x_n\}$  和  $\{y_n\}$  都为等差数列
- (C)  $a_n = x_n \cdot y_n$ , 其中  $\{x_n\}$  为等差数是列,  $\{y_n\}$  为等比数列
- (D)  $a_n = x_n \cdot y_n$ , 其中  $\{x_n\}$  和  $\{y_n\}$  都为等比数列

10. 若  $1 < \frac{1}{a} < \frac{1}{b}$ , 则下列结论中不正确的是 ( )
- (A)  $\log_a b > \log_b a$
- (B)  $|\log_a b + \log_b a| > 2$
- (C)  $(\log_b a)^2 < 1$
- (D)  $|\log_a b| + |\log_b a| > |\log_a b + \log_b a|$
11. 将标号为  $1, 2, \cdots, 10$  的 10 个球放入标号为  $1, 2, \cdots, 10$  的 10 个盒子里, 每个盒内放一个球, 恰好 3 个球的标号与其在盒子的标号不一致的放入方法种数为 ( )
- (A) 120 (B) 240 (C) 360 (D) 720
12. 设  $y = f(t)$  是某港口水的深度  $y$  (米) 关于时间  $t$  (时) 的函数, 其中  $0 \leqslant t \leqslant 24$ , 下表是该港口某一天从 0 时至 24 时记录的时间  $t$  与水深  $y$  的关系:
- |     |    |      |      |     |      |      |      |     |      |
|-----|----|------|------|-----|------|------|------|-----|------|
| $t$ | 0  | 3    | 6    | 9   | 12   | 15   | 18   | 21  | 24   |
| $y$ | 12 | 15.1 | 12.1 | 9.1 | 11.9 | 14.9 | 11.9 | 8.9 | 12.1 |
- 经长期观察, 函数  $y = f(t)$  的图象可以近似地看成函数  $y = k + A \sin(\omega t + \varphi)$  的图象. 下面的函数中, 最能近似表示表中数据间对应关系的函数是 ( )
- (A)  $y = 12 + 3 \sin \frac{\pi}{6} t, t \in [0, 24]$
- (B)  $y = 12 + 3 \sin \left( \frac{\pi}{6} t + \pi \right), t \in [0, 24]$
- (C)  $y = 12 + 3 \sin \frac{\pi}{12} t, t \in [0, 24]$
- (D)  $y = 12 + 3 \sin \left( \frac{\pi}{12} t + \frac{\pi}{2} \right), t \in [0, 24]$
- 二、填空题
13.  $\tan 2010^\circ$  的值为\_\_\_\_\_.
14. 已知  $\left( x^{\frac{1}{2}} + x^{-\frac{1}{2}} \right)^n$  的展开式中各项系数的和是 128, 则展开式中  $x^5$  的系数是\_\_\_\_\_. (以数字作答)
15. 某校有老师 200 人, 男学生 1200 人, 女学生 1000 人. 现用分层抽样的方法从所有师生中抽取一个容量为  $n$  的样本; 已知从女学生中抽取的人数为 80 人, 则  $n =$ \_\_\_\_\_.
16. 设  $A, B$  为两个集合. 下列四个命题:
- ①  $A \not\subseteq B \Leftrightarrow$  对任意  $x \in A$ , 有  $x \notin B$ ;
- ②  $A \not\subseteq B \Leftrightarrow A \cap B = \varnothing$ ;
- ③  $A \not\subseteq B \Leftrightarrow A \not\supseteq B$ ;
- ④  $A \not\subseteq B \Leftrightarrow$  存在  $x \in A$ , 使得  $x \notin B$ .
- 其中真命题的序号是\_\_\_\_\_. (把符合要求的命题序号都填上)

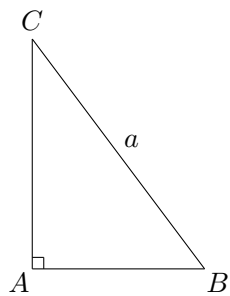
三、解答题

17. 已知  $6 \sin^2 \alpha + \sin \alpha \cos \alpha - 2 \cos^2 \alpha = 0, \alpha \in \left[ \frac{\pi}{2}, \pi \right]$ , 求  $\sin \left( 2\alpha + \frac{\pi}{3} \right)$  的值.

18. 如图, 在棱长为 1 的正方体  $ABCD - A_1B_1C_1D_1$  中,  $AC$  与  $BD$  交于点  $E, C_1B$  与  $CB_1$  交于点  $F$ .
- (1) 求证:  $A_1C \perp$  平面  $BDC_1$ ;
- (2) 求二面角  $B - EF - C$  的大小. (结果用反三角函数值表示)



19. 如图, 在  $\text{Rt}\triangle ABC$  中, 已知  $BC = a$ , 若长为  $2a$  的线段  $PQ$  以点  $A$  为中点, 问  $\overrightarrow{PQ}$  与  $\overrightarrow{BC}$  的夹角  $\theta$  取何值时  $\overrightarrow{BP} \cdot \overrightarrow{CQ}$  的值最大? 并求出这个最大值.



21. 为防止某突发事件发生, 有甲、乙、丙、丁四种相互独立的预防措施可供采用, 单独采用甲、乙、丙、丁预防措施后此突发事件不发生的概率 (记为  $P$ ) 和所需费用如下表:

预防措施	甲	乙	丙	丁
$P$	0.9	0.8	0.7	0.6
费用 (万元)	90	60	30	10

预防方案可单独采用一种预防措施或联合采用几种预防措施, 在总费用不超过 120 万元的前提下, 请确定一个预防方案, 使得此突发事件不发生的概率最大.

22. 已知  $b > -1$ ,  $c > 0$ , 函数  $f(x) = x + b$  的图象与函数  $g(x) = x^2 + bx + c$  的图象相切.

- (1) 求  $b$  与  $c$  的关系式 (用  $c$  表示  $b$ );  
 (2) 设函数  $F(x) = f(x)g(x)$  在  $(-\infty, +\infty)$  内有极值点, 求  $c$  的取值范围.

20. 直线  $l: y = kx + 1$  与双曲线  $C: 2x^2 - y^2 = 1$  的右支交于不同的两点  $A$ 、 $B$ .  
 (1) 求实数  $k$  的取值范围;  
 (2) 是否存在实数  $k$ , 使得以线段  $AB$  为直径的圆经过双曲线  $C$  的右焦点  $F$ ? 若存在, 求出  $k$  的值. 若不存在, 说明理由.