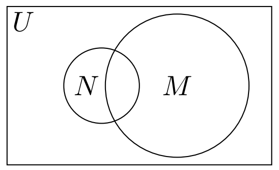
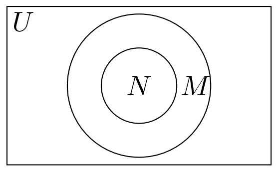
2009 年普通高等学校招生考试（广东卷）

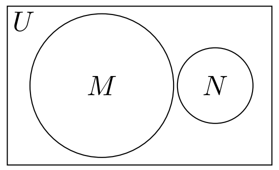
文科数学

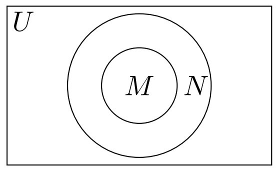
一、选择题

1. 已知全集 $U=\mathbf{R}$, 则正确表示集合 $M=\{-1,0,1\}$ 和 $N=\{x\,|x^2+x=0\}$ 关系的韦恩 (Venn) 图是 （ ）

(A) 

(B) 

(C) 

(D) 

2. 下列 n 的取值中, 使 $\mathrm{i}^n=1$ (i 是虚数单位) 的是 （ ）

(A) $n=2$ (B) $n=3$ (C) $n=4$ (D) $n=5$

3. 已知平面向量 $\boldsymbol{a}=(x,1)$, $\boldsymbol{b}=(-x,x^2)$, 则向量 $\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}$ （ ）

(A) 平行于 x 轴 (B) 平行于第一、三象限的角平分线

(C) 平行于 y 轴 (D) 平行于第二、四象限的角平分线

4. 若函数 $y=f(x)$ 是函数 $y=a^x$ $(a>0$, 且 $a\neq 1)$ 的反函数, 且 $f(2)=1$, 则 $f(x)=$ （ ）

(A) $\log_2 x$ (B) $\dfrac{1}{2^x}$ (C) $\log_{\frac{1}{2}} x$ (D) 2^{x-2}

5. 已知等比数列 $\{a_n\}$ 的公比为正数, 且 $a_3\cdot a_9=2{a_5}^2$, $a_2=1$, 则 $a_1=$（ ）

(A) $\dfrac{1}{2}$ (B) $\dfrac{\sqrt{2}}{2}$ (C) $\sqrt{2}$ (D) 2

6. 给定下列四个命题:

① 若一个平面内的两条直线与另一个平面都平行, 那么这两个平面相互平行;

② 若一个平面经过另一个平面的垂线, 那么这两个平面相互垂直;

③ 垂直于同一直线的两条直线相互平行;

④ 若两个平面垂直, 那么一个平面内与它们的交线不垂直的直线与另一个平面也不垂直.

其中, 为真命题的是 （ ）

(A) ①和② (B) ②和③ (C) ③和④ (D) ②和④

7. 已知 $\triangle ABC$ 中, $\angle A$, $\angle B$, $\angle C$ 的对边分别为 a, b, c. 若 $a=c=\sqrt{6}+\sqrt{2}$, 且 $\angle A=75^\circ$, 则 $b=$ （ ）

(A) 2 (B) $4+2\sqrt{3}$ (C) $4-2\sqrt{3}$ (D) $\sqrt{6}-\sqrt{2}$

8. 函数 $f(x)=(x-3)\mathrm{e}^x$ 的单调递增区间是 （ ）

(A) $(-\infty,2)$ (B) $(0,3)$ (C) $(1,4)$ (D) $(2,+\infty)$

9. 函数 $y=2\cos^2\left(x-\dfrac{\pi}{4}\right)-1$ 是 （ ）

(A) 最小正周期为 π 的奇函数 (B) 最小正周期为 π 的偶函数

(C) 最小正周期为 $\dfrac{\pi}{2}$ 的奇函数 (D) 最小正周期为 $\dfrac{\pi}{2}$ 的偶函数

10. 广州 2010 年亚运会火炬传递在 A, B, C, D, E 五个城市之间进行, 各城市之间的距离 (单位: 百公里) 见下表. 若以 A 为起点, E 为终点, 每个城市经过且只经过一次, 那么火炬传递的最短路线距离是 （ ）

	A	B	C	D	E
A	0	5	4	5	6
B	5	0	7	6	2
C	4	7	0	9	8.6
D	5	6	9	0	5
E	6	2	8.6	5	0

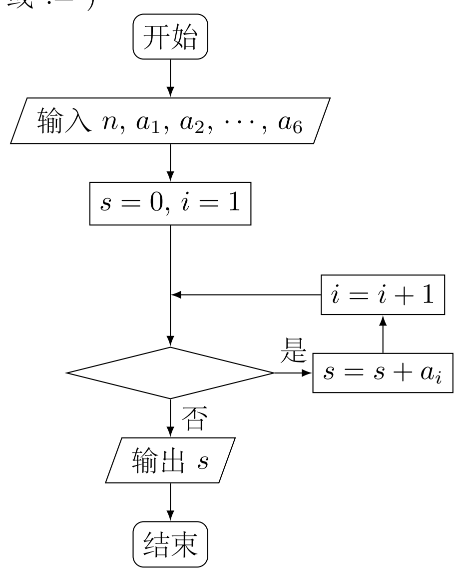
(A) 20.6 (B) 21 (C) 22 (D) 23

二、填空题

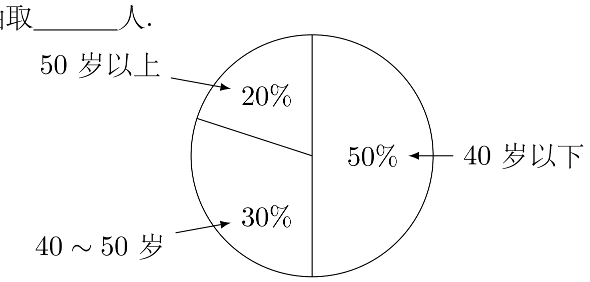
11. 某篮球队 6 名主力队员在最近三场比赛中投进的三分球个数如下表所示:

队员 i	1	2	3	4	5	6
三分球个数	a_1	a_2	a_3	a_4	a_5	a_6

如图是统计该 6 名队员在最近三场比赛中投进的三分球总数的程序框图, 则图中判断框应填______, 输出的 s=______. (注: 框图中的赋值符号“=”也可以写成“←”或“:=”)



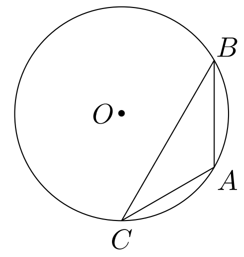
12. 某单位 200 名职工的年龄分布情况如图, 现要从中抽取 40 名职工作样本. 用系统抽样法, 将全体职工随机按 1 ~ 200 编号, 并按编号顺序平均分为 40 组 (1 ~ 5 号, 6 ~ 10 号, $\cdots$, 196 ~ 200 号). 若第 5 组抽出的号码为 22, 则第 8 组抽出的号码应是______. 若用分层抽样方法, 则 40 岁以下年龄段应抽取______人.



13. 以点 $(2,-1)$ 为圆心且与直线 $x+y=6$ 相切的圆的方程是______.

14. 若直线 $\begin{cases}x=1-2t\\ y=2+3t\end{cases}$ (t 为参数) 与直线 $4x+ky=1$ 垂直, 则常数 $k=$______.

15. 如图, 点 A, B, C 是圆 O 上的点, 且 $AB=4$, $\angle ACB=30^\circ$, 则圆 O 的面积等于______.



三、解答题

16. 已知向量 $\boldsymbol{a}=(\sin\theta,-2)$ 与 $\boldsymbol{b}=(1,\cos\theta)$ 互相垂直, 其中 $\theta\in\left(0,\dfrac{\pi}{2}\right)$.

(1) 求 $\sin\theta\cos\theta$ 的值;

(2) 若 $5\cos(\theta-\varphi)=3\sqrt{5}\cos\varphi$, $0<\varphi<\dfrac{\pi}{2}$, 求 $\cos\varphi$ 的值.

17. 某高速公路收费站入口处的安全标识墩如图 1 所示. 墩的上半部分是正四棱锥 $P-EFGH$, 下半部分是长方体 $ABCD-EFGH$. 图 2、图 3 分别是该标识墩的正 (主) 视图和俯视图 (单位: cm).

(1) 请画出该安全标识墩的侧 (左) 视图;

(2) 求该安全标识墩的体积;

(3) 证明: 直线 $BD\perp$ 平面 PEG.

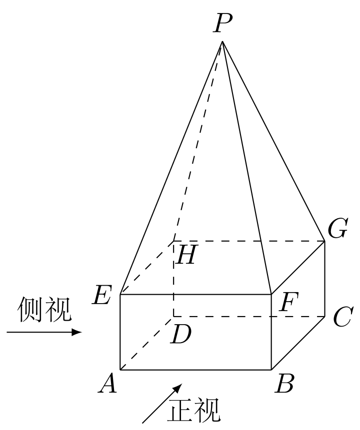


图 1

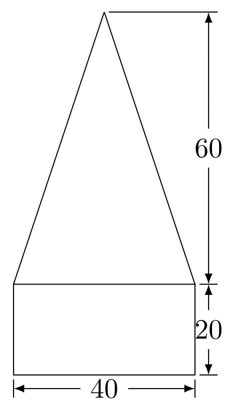


图 2

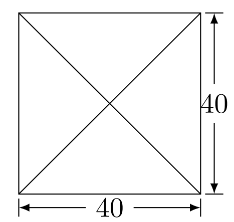


图 3

18. 随机抽取某中学甲、乙两班各 10 名同学, 测量他们的身高 (单位: cm), 获得身高数据的茎叶图如图.

(1) 根据茎叶图判断哪个班的平均身高较高;

(2) 计算甲班的样本方差;

(3) 现从乙班这 10 名同学中随机抽取两名身高不低于 173 cm 的同学, 求身高为 176 cm 的同学被抽中的概率.

甲班		乙班
2	18	1
9 9 1 0	17	0 3 6 8 9
8 8 3 2	16	2 5 8
8	15	9

19. 已知椭圆 G 的中心在坐标原点, 长轴在 x 轴上, 离心率为 $\frac{\sqrt{3}}{2}$, 两个焦点分别为 F_1 和 F_2, 椭圆 G 上一点到 F_1 和 F_2 的距离之和为 12. 圆 C_k: $x^2+y^2+2kx-4y-21=0$ $(k\in\mathbf{R})$ 的圆心为点 A_k.

(1) 求椭圆 G 的方程;

(2) 求 $\triangle A_kF_1F_2$ 面积;

(3) 问是否存在圆 C_k 包围椭圆 G? 请说明理由.

20. 已知点 $\left(1,\frac{1}{3}\right)$ 是函数 $f(x)=a^x$ $(a>0,\ a\neq 1)$ 的图象上一点. 等比数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 $f(n)-c$. 数列 $\{b_n\}$ $(b_n>0)$ 的首项为 c, 且前 n 项和 S_n 满足 $S_n-S_{n-1}=\sqrt{S_n}+\sqrt{S_{n-1}}$ $(n\geqslant 2)$.

(1) 求数列 $\{a_n\}$ 和 $\{b_n\}$ 的通项公式;

(2) 若数列 $\left\{\frac{1}{b_nb_{n+1}}\right\}$ 的前 n 项和为 T_n, 问满足 $T_n>\frac{1000}{2009}$ 的最小正整数 n 是多少?

21. 已知二次函数 $y=g(x)$ 的导函数的图象与直线 $y=2x$ 平行, 且 $y=g(x)$ 在 $x=-1$ 处取得极小值 $m-1$ $(m\neq 0)$. 设 $f(x)=\frac{g(x)}{x}$.

(1) 若曲线 $y=f(x)$ 上的点 P 到点 $Q(0,2)$ 的距离的最小值为 $\sqrt{2}$, 求 m 的值;

(2) k $(k\in\mathbf{R})$ 如何取值时, 函数 $y=f(x)-kx$ 存在零点, 并求出零点.