2012 年普通高等学校招生考试（大纲卷）

理科数学

一、选择题

1. 复数 $\dfrac{-1+3\mathrm{i}}{1+\mathrm{i}}=$ ( )

(A) $2+\mathrm{i}$ (B) $2-\mathrm{i}$ (C) $1+2\mathrm{i}$ (D) $1-2\mathrm{i}$

2. 已知集合 $A=\{1,3,\sqrt{m}\}$, $B=\{1,m\}$, $A\cup B=A$, 则 $m=$ ( )

(A) 0 或 $\sqrt{3}$ (B) 0 或 3 (C) 1 或 $\sqrt{3}$ (D) 1 或 3

3. 椭圆的中心在原点, 焦距为 4, 一条准线为 $x=-4$, 则该椭圆的方程为( )

(A) $\dfrac{x^2}{16}+\dfrac{y^2}{12}=1$ (B) $\dfrac{x^2}{12}+\dfrac{y^2}{8}=1$ (C) $\dfrac{x^2}{8}+\dfrac{y^2}{4}=1$ (D) $\dfrac{x^2}{12}+\dfrac{y^2}{4}=1$

4. 已知正四棱柱 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中, $AB=2$, $CC_1=2\sqrt{2}$, E 为 CC_1 的中点, 则直线 AC_1 到平面 BED 的距离为 ( )

(A) 2 (B) $\sqrt{3}$ (C) $\sqrt{2}$ (D) 1

5. 已知等差数列 $\{a_n\}$ 前 n 项和为 S_n. $a_5=5$, $S_5=15$, 则数列 $\left\{\dfrac{1}{a_na_{n+1}}\right\}$ 的前 100 项和为 ( )

(A) $\dfrac{100}{101}$ (B) $\dfrac{99}{101}$ (C) $\dfrac{99}{100}$ (D) $\dfrac{101}{100}$

6. $\triangle ABC$ 中, AB 边的高为 CD, 若 $\overrightarrow{CB}=\boldsymbol{a}$, $\overrightarrow{CA}=\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}=0$, $|\boldsymbol{a}|=1$, $|\boldsymbol{b}|=2$, 则 $\overrightarrow{AD}=$ ( )

(A) $\dfrac{1}{3}\boldsymbol{a}-\dfrac{1}{3}\boldsymbol{b}$ (B) $\dfrac{2}{3}\boldsymbol{a}-\dfrac{2}{3}\boldsymbol{b}$ (C) $\dfrac{3}{5}\boldsymbol{a}-\dfrac{3}{5}\boldsymbol{b}$ (D) $\dfrac{4}{5}\boldsymbol{a}-\dfrac{4}{5}\boldsymbol{b}$

7. 已知 α 为第二象限角, $\sin\alpha+\cos\alpha=\dfrac{\sqrt{3}}{3}$, 则 $\cos 2\alpha=$ ( )

(A) $-\dfrac{\sqrt{5}}{3}$ (B) $-\dfrac{\sqrt{5}}{9}$ (C) $\dfrac{\sqrt{5}}{9}$ (D) $\dfrac{\sqrt{5}}{3}$

8. 已知 F_1、F_2 为双曲线 $C: x^2-y^2=2$ 的左、右焦点, 点 P 在 C 上, $|PF_1|=2|PF_2|$, 则 $\cos\angle F_1PF_2=$ ( )

(A) $\dfrac{1}{4}$ (B) $\dfrac{3}{5}$ (C) $\dfrac{3}{4}$ (D) $\dfrac{4}{5}$

9. 已知 $x=\ln\pi$, $y=\log_5 2$, $z=\mathrm{e}^{-\frac{1}{2}}$, 则 ( )

(A) $x<y<z$ (B) $z<x<y$ (C) $z<y<x$ (D) $y<z<x$

10. 已知函数 $y=x^3-3x+c$ 的图象与 x 轴恰有两个公共点, 则 $c=$ ( )

(A) -2 或 2 (B) -9 或 3 (C) -1 或 1 (D) -3 或 1

11. 将字母 a, a, b, b, c, c 排成三行两列, 要求每行的字母互不相同, 每列的字母也互不相同, 则不同的排列方法共有 ( )

(A) 12 种 (B) 18 种 (C) 24 种 (D) 36 种

12. 正方形 $ABCD$ 的边长为 1, 点 E 在边 AB 上, 点 F 在边 BC 上, $AE=BF=\dfrac{3}{7}$. 动点 P 从 E 出发沿直线向 F 运动, 每当碰到正方形的边时反弹, 反弹时反射角等于入射角, 当点 P 第一次碰到 E 时, P 与正方形的边碰撞的次数为 ( )

(A) 16 (B) 14 (C) 12 (D) 10

二、填空题

13. 若 x、y 满足约束条件 $\begin{cases}x-y+1\geqslant 0\\ x+y-3\leqslant 0\\ x+3y-3\geqslant 0\end{cases}$, 则 $z=3x-y$ 的最小值为______.

14. 当函数 $y=\sin x-\sqrt{3}\cos x$ $(0\leqslant x<2\pi)$ 取得最大值时, $x=$______.

15. 若 $\left(x+\dfrac{1}{x}\right)^n$ 的展开式中第 3 项与第 7 项的二项式系数相等, 则该展开式中 $\dfrac{1}{x^2}$ 的系数为______.

16. 三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 中, 底面边长和侧棱长都相等, $\angle BAA_1=\angle CAA_1=60^\circ$, 则异面直线 AB_1 与 BC_1 所成角的余弦值为______.

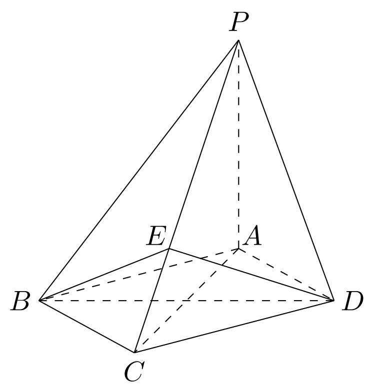
三、解答题

17. $\triangle ABC$ 的内角 A、B、C 的对边分别为 a、b、c, 已知 $\cos(A-C)+\cos B=1$, $a=2c$, 求 C.

18. 如图, 四棱锥 $P-ABCD$ 中, 底面 $ABCD$ 为菱形, $PA\perp$ 底面 $ABCD$, $AC=2\sqrt{2}$, $PA=2$, E 是 PC 上的一点, $PE=2EC$.

(1) 证明: $PC\perp$ 平面 BED;

(2) 设二面角 $A-PB-C$ 为 90°, 求 PD 与平面 PBC 所成角的大小.



19. 乒乓球比赛规则规定: 一局比赛, 双方比分在 10 平前, 一方连续发球 2 次后, 对方再连续发球 2 次, 依次轮换. 每次发球, 胜方得 1 分, 负方得 0 分. 设在甲、乙的比赛中, 每次发球, 发球方得 1 分的概率为 0.6, 各次发球的胜负结果相互独立. 甲、乙的一局比赛中, 甲先发球.

(1) 求开始第 4 次发球时, 甲、乙的比分为 1 比 2 的概率;

(2) ξ 表示开始第 4 次发球时乙的得分, 求 ξ 的期望.

20. 设函数 $f(x)=ax+\cos x$, $x\in[0,\pi]$.

(1) 讨论 $f(x)$ 的单调性;

(2) 设 $f(x)\leqslant 1+\sin x$, 求 a 的取值范围.

21. 已知抛物线 $C: y=(x+1)^2$ 与圆 $M:(x-1)^2+\left(y-\dfrac{1}{2}\right)^2=r^2\ (r>0)$ 有一个公共点 A, 且在 A 处两曲线的切线为同一直线 l.

(1) 求 r;

(2) 设 m、n 是异于 l 且与 C 及 M 都相切的两条直线, m、n 的交点为 D, 求 D 到 l 的距离.

22. 函数 $f(x)=x^2-2x-3$, 定义数列 $\{x_n\}$ 如下: $x_1=2$, x_{n+1} 是过两点 $P(4,5)$, $Q_n(x_n,f(x_n))$ 的直线 PQ_n 与 x 轴交点的横坐标.

(1) 证明: $2\leqslant x_n<x_{n+1}<3$;

(2) 求数列 $\{x_n\}$ 的通项公式.