2013 年普通高等学校招生考试（陕西卷）

理科数学

一、选择题

1. 设全集为 $\mathbf{R}$, 函数 $f(x)=\sqrt{1-x^2}$ 的定义域为 M, 则 $\complement_{\mathbf{R}}M$ 为 ( )

(A) $[-1,1]$　(B) $(-1,1)$

(C) $(-\infty,-1]\cup[1,+\infty)$　(D) $(-\infty,-1)\cup(1,+\infty)$

2. 根据下列算法语句, 当输入 x 为 60 时, 输出 y 的值为 ( )

```
输入 x;
If x ⩽ 50 Then
    y = 0.5 * x
Else
    y = 25 + 0.6 * (x − 50)
End If
输出 y.
```

(A) 25　(B) 30　(C) 31　(D) 61

3. 设 $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$ 为向量, 则“$|\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}|=|\boldsymbol{a}|\,|\boldsymbol{b}|$”是“$\boldsymbol{a}\parallel\boldsymbol{b}$”的 ( )

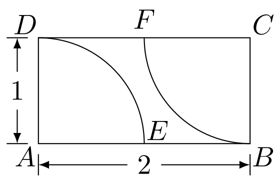
(A) 充分不必要条件　(B) 必要不充分条件

(C) 充分必要条件　(D) 既不充分也不必要条件

4. 某单位有 840 名职工, 现采用系统抽样方法, 抽取 42 人做问卷调查, 将 840 人按 1, 2, $\cdots$, 840 随机编号, 则抽取的 42 人中, 编号落入区间 $[481,720]$ 的人数为 ( )

(A) 11　(B) 12　(C) 13　(D) 14

5. 如图, 在矩形区域 $ABCD$ 的 A, C 两点处各有一个通信基站, 假设其信号覆盖范围分别是扇形区域 ADE 和扇形区域 CBF (该矩形区域内无其他信号来源, 基站工作正常). 若在该矩形区域内随机地选一地点, 则该地点无信号的概率是 ( )



(A) $1-\dfrac{\pi}{4}$　(B) $\dfrac{\pi}{2}-1$　(C) $2-\dfrac{\pi}{2}$　(D) $\dfrac{\pi}{4}$

6. 设 z_1, z_2 是复数, 则下列命题中的假命题是 ( )

(A) 若 $|z_1-z_2|=0$, 则 $\overline{z_1}=\overline{z_2}$　(B) 若 $z_1=\overline{z_2}$, 则 $\overline{z_1}=z_2$

(C) 若 $|z_1|=|z_2|$, 则 $z_1\cdot\overline{z_1}=z_2\cdot\overline{z_2}$　(D) 若 $|z_1|=|z_2|$, 则 ${z_1}^2={z_2}^2$

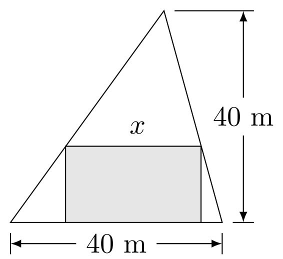
7. 设 $\triangle ABC$ 的内角 A, B, C 所对的边分别为 a, b, c, 若 $b\cos C+c\cos B=a\sin A$, 则 $\triangle ABC$ 的形状为 ( )

(A) 锐角三角形　(B) 直角三角形　(C) 钝角三角形　(D) 不确定

8. 设函数 $f(x)=\begin{cases}\left(x-\dfrac{1}{x}\right)^6, & x<0\\ -\sqrt{x}, & x\geqslant 0\end{cases}$, 则当 $x>0$ 时, $f[f(x)]$ 表达式的展开式中常数项为 ( )

(A) -20　(B) 20　(C) -15　(D) 15

9. 在如图所示的锐角三角形空地中, 欲建一个面积不小于 300 m^2 的内接矩形花园 (阴影部分), 则其边长 x (单位 m) 的取值范围是 ( )



(A) $[15,20]$　(B) $[12,25]$　(C) $[10,30]$　(D) $[20,30]$

10. 设 $[x]$ 表示不大于 x 的最大整数, 则对任意实数 x, y, 有 ( )

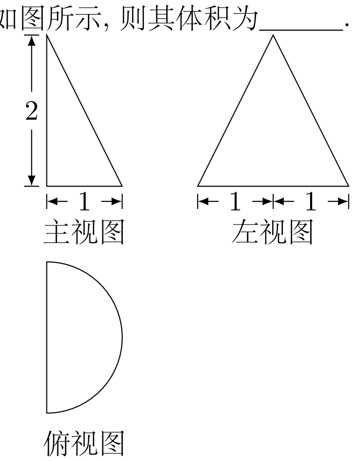
(A) $[-x]=-[x]$　(B) $[2x]=2[x]$

(C) $[x+y]\leqslant[x]+[y]$　(D) $[x-y]\leqslant[x]-[y]$

二、填空题

11. 双曲线 $\dfrac{x^2}{16}-\dfrac{y^2}{m}=1$ 的离心率为 $\dfrac{5}{4}$, 则 m 等于______.

12. 某几何体的三视图如图所示, 则其体积为______.



13. 若点 (x,y) 位于曲线 $y=|x-1|$ 与 $y=2$ 所围成的封闭区域, 则 $2x-y$ 的最小值为______.

14. 观察下列等式:

$1^2=1$

$1^2-2^2=-3$

$1^2-2^2+3^2=6$

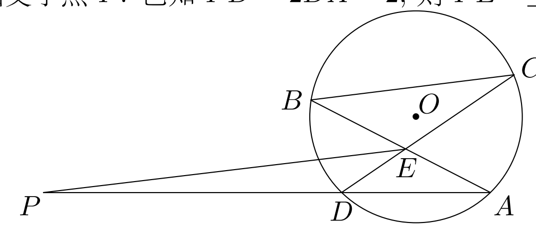
$1^2-2^2+3^2-4^2=-10$

$\cdots\cdots$

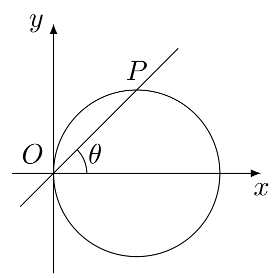
照此规律, 第 n 个等式可为______.

15. 已知 a, b, m, n 均为正数, 且 $a+b=1$, $mn=2$, 则 $(am+bn)(bm+an)$ 的最小值为______.

16. 如图, 弦 AB 与 CD 相交于 $\odot O$ 内一点 E, 过 E 作 BC 的平行线与 AD 的延长线相交于点 P. 已知 $PD=2DA=2$, 则 $PE=$______.



17. 如图, 以过原点的直线的倾斜角 θ 为参数, 则圆 $x^2+y^2-x=0$ 的参数方程为______.



三、解答题

18. 已知向量 $\boldsymbol{a}=\left(\cos x,-\dfrac{1}{2}\right)$, $\boldsymbol{b}=(\sqrt{3}\sin x,\cos 2x)$, $x\in\mathbf{R}$, 设函数 $f(x)=\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}$.

(1) 求 $f(x)$ 的最小正周期.

(2) 求 $f(x)$ 在 $\left[0,\dfrac{\pi}{2}\right]$ 上的最大值和最小值.

19. 设 $\{a_n\}$ 是公比为 q 的等比数列.

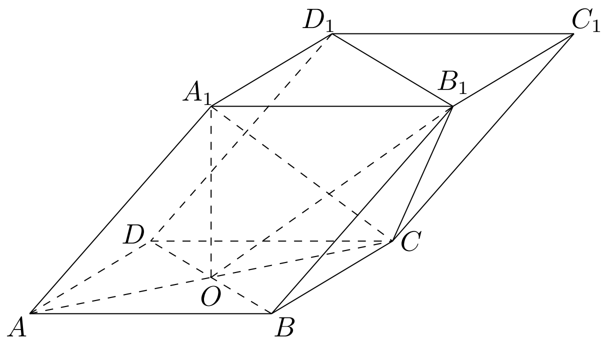
(1) 推导 $\{a_n\}$ 的前 n 项和公式;

(2) 设 $q\neq 1$, 证明数列 $\{a_n+1\}$ 不是等比数列.

20. 如图, 四棱柱 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 的底面 $ABCD$ 是正方形, O 为底面中心, $A_1O\perp$ 平面 $ABCD$, $AB=AA_1=\sqrt{2}$.

(1) 证明: $A_1C\perp$ 平面 BB_1D_1D;

(2) 求平面 OCB_1 与平面 BB_1D_1D 的夹角 θ 的大小.



21. 在一场娱乐晚会上, 有 5 位民间歌手 (1 至 5 号) 登台演唱, 由现场数百名观众投票选出最受欢迎歌手. 各位观众须彼此独立地在选票上选 3 名歌手, 其中观众甲是 1 号歌手的歌迷, 他必选 1 号, 不选 2 号, 另在 3 至 5 号中随机选 2 名. 观众乙和丙对 5 位歌手的演唱没有偏爱, 因此在 1 至 5 号中随机选 3 名歌手.

(1) 求观众甲选中 3 号歌手且观众乙未选中 3 号歌手的概率;

(2) X 表示 3 号歌手得到观众甲、乙、丙的票数之和, 求 X 的分布列和数学期望.

22. 已知动圆过定点 $A(4,0)$, 且在 y 轴上截得的弦 MN 的长为 8.

(1) 求动圆圆心的轨迹 C 的方程;

(2) 已知点 $B(-1,0)$, 设不垂直于 x 轴的直线 l 与轨迹 C 交于不同的两点 P, Q, 若 x 轴是 $\angle PBQ$ 的角平分线, 证明直线 l 过定点.

23. 已知函数 $f(x)=\mathrm{e}^x$, $x\in\mathbf{R}$.

(1) 若直线 $y=kx+1$ 与 $f(x)$ 的反函数的图象相切, 求实数 k 的值;

(2) 设 $x>0$, 讨论曲线 $y=f(x)$ 与曲线 $y=mx^2\ (m>0)$ 公共点的个数;

(3) 设 $a<b$, 比较 $\dfrac{f(a)+f(b)}{2}$ 与 $\dfrac{f(b)-f(a)}{b-a}$ 的大小, 并说明理由.