

2010 年普通高等学校招生考试（湖北卷）

文科数学

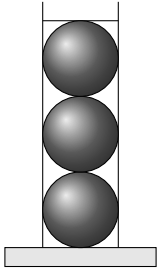
一、选择题

1. 设集合  $M = \{1, 2, 4, 8\}$ ,  $N = \{x \mid x \text{ 是 } 2 \text{ 的倍数}\}$ , 则  $M \cap N =$  ( )  
(A)  $\{2, 4\}$  (B)  $\{1, 2, 4\}$  (C)  $\{2, 4, 8\}$  (D)  $\{1, 2, 4, 8\}$
2. 函数  $f(x) = \sqrt{3} \sin\left(\frac{x}{2} - \frac{\pi}{4}\right)$ ,  $x \in \mathbf{R}$  的最小正周期为 ( )  
(A)  $\frac{\pi}{2}$  (B)  $\pi$  (C)  $2\pi$  (D)  $4\pi$
3. 已知函数  $f(x) = \begin{cases} \log_3 x, & x > 0 \\ 2^x, & x \leq 0 \end{cases}$ , 则  $f\left(f\left(\frac{1}{9}\right)\right) =$  ( )  
(A) 4 (B)  $\frac{1}{4}$  (C)  $-4$  (D)  $-\frac{1}{4}$
4. 用  $a$ 、 $b$ 、 $c$  表示三条不同的直线,  $\gamma$  表示平面, 给出下列命题:  
① 若  $a \parallel b$ ,  $b \parallel c$ , 则  $a \parallel c$ ;  
② 若  $a \perp b$ ,  $b \perp c$ , 则  $a \perp c$ ;  
③ 若  $a \parallel \gamma$ ,  $b \parallel \gamma$ , 则  $a \parallel b$ ;  
④ 若  $a \perp \gamma$ ,  $b \perp \gamma$ , 则  $a \parallel b$ .  
正确的有 ( )  
(A) ①② (B) ②③ (C) ①④ (D) ③④
5. 函数  $y = \frac{1}{\sqrt{\log_{0.5}(4x-3)}}$  的定义域为 ( )  
(A)  $\left(\frac{3}{4}, 1\right)$  (B)  $\left(\frac{3}{4}, +\infty\right)$   
(C)  $(1, +\infty)$  (D)  $\left(\frac{3}{4}, 1\right) \cup (1, +\infty)$
6. 现有 6 名同学去听同时进行的 5 个课外知识讲座, 每名同学可自由选择其中的一个讲座, 不同选法的种数是 ( )  
(A)  $5^6$  (B)  $6^5$   
(C)  $\frac{5 \times 6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2}{2}$  (D)  $6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2$
7. 已知等比数列  $\{a_n\}$  中, 各项都是正数, 且  $a_1, \frac{1}{2}a_3, 2a_2$  成等差数列, 则  $\frac{a_9 + a_{10}}{a_7 + a_8} =$  ( )  
(A)  $1 + \sqrt{2}$  (B)  $1 - \sqrt{2}$  (C)  $3 + 2\sqrt{2}$  (D)  $3 - 2\sqrt{2}$
8. 已知  $\triangle ABC$  和点  $M$  满足  $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} = \mathbf{0}$ . 若存在实数  $m$  使得  $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} = m\overrightarrow{AM}$  成立, 则  $m =$  ( )  
(A) 2 (B) 3 (C) 4 (D) 5
9. 若直线  $y = x + b$  与曲线  $y = 3 - \sqrt{4x - x^2}$  有公共点, 则  $b$  的取值范围是 ( )  
(A)  $[1 - 2\sqrt{2}, 1 + 2\sqrt{2}]$  (B)  $[1 - \sqrt{2}, 3]$   
(C)  $[-1, 1 + 2\sqrt{2}]$  (D)  $[1 - 2\sqrt{2}, 3]$

10. 记实数  $x_1, x_2, \dots, x_n$  中的最大数为  $\max\{x_1, x_2, \dots, x_n\}$ , 最小数为  $\min\{x_1, x_2, \dots, x_n\}$ . 已知  $\triangle ABC$  的三边边长为  $a, b, c$  ( $a \leq b \leq c$ ), 定义它的倾斜度为  $t = \max\left\{\frac{a}{b}, \frac{b}{c}, \frac{c}{a}\right\} \cdot \min\left\{\frac{a}{b}, \frac{b}{c}, \frac{c}{a}\right\}$ , 则“ $t = 1$ ”是“ $\triangle ABC$  为等边三角形”的 ( )  
(A) 必要而不充分的条件 (B) 充分而不必要的条件  
(C) 充要条件 (D) 既不充分也不必要的条件

二、填空题

11. 在  $(1 - x^2)^{10}$  的展开中,  $x^4$  的系数为\_\_\_\_\_.
12. 已知  $z = 2x - y$ , 式中变量  $x, y$  满足约束条件  $\begin{cases} y \leq x \\ x + y \geq 1 \\ x \leq 2 \end{cases}$ , 则  $z$  的最大值为\_\_\_\_\_.
13. 一个病人服用某种新药后被治愈的概率为 0.9. 则服用这种新药的 4 个病人中至少 3 人被治愈的概率为\_\_\_\_\_. (用数字作答)
14. 圆柱形容器内部盛有高度为 8 cm 的水, 若放入三个相同的球 (球的半径与圆柱的底面半径相同) 后, 水恰好淹没最上面的球 (如图所示), 则球的半径是\_\_\_\_\_cm.

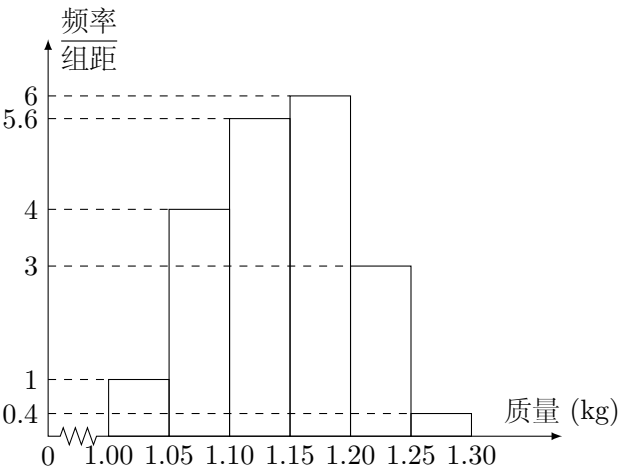


15. 已知椭圆  $C: \frac{x^2}{2} + y^2 = 1$  的两焦点为  $F_1, F_2$ , 点  $P(x_0, y_0)$  满足  $0 < \frac{x_0^2}{2} + y_0^2 < 1$ , 则  $|PF_1| + |PF_2|$  的取值范围为, 直线  $\frac{x_0x}{2} + y_0y = 1$  与椭圆  $C$  的公共点个数为\_\_\_\_\_.

三、解答题

16. 已经函数  $f(x) = \frac{\cos^2 x - \sin^2 x}{2}$ ,  $g(x) = \frac{1}{2} \sin 2x - \frac{1}{4}$ .  
(1) 函数  $f(x)$  的图象可由函数  $g(x)$  的图象经过怎样变化得出?  
(2) 求函数  $h(x) = f(x) - g(x)$  的最小值, 并求使用  $h(x)$  取得最小值的  $x$  的集合.

17. 为了了解一个小水库中养殖的鱼的有关情况, 从这个水库中多个不同位置捕捞出 100 条鱼, 称得每条鱼的质量 (单位: 千克), 并将所得数据分组, 画出频率分布直方图 (如图所示).

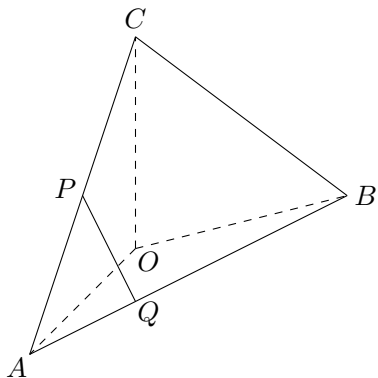


(1) 在下面表格中填写相应的频率;

分组	频率
[1.00, 1.05)	
[1.05, 1.10)	
[1.10, 1.15)	
[1.15, 1.20)	
[1.20, 1.25)	
[1.25, 1.30)	

- (2) 估计数据落在  $[1.15, 1.30)$  中的概率为多少;  
(3) 将上面捕捞的 100 条鱼分别作一记号后再放回水库, 几天后再从水库的多处不同位置捕捞出 120 条鱼, 其中带有记号的鱼有 6 条, 请根据这一情况来估计该水库中鱼的总条数.

18. 如图, 在四面体  $ABOC$  中,  $OC \perp OA$ ,  $OC \perp OB$ ,  $\angle AOB = 120^\circ$ , 且  $OA = OB = OC = 1$ .
- (1) 设  $P$  为  $AC$  的中点,  $Q$  在  $AB$  上且  $AB = 3AQ$ , 证明:  $PQ \perp OA$ ;
- (2) 求二面角  $O - AC - B$  的平面角的余弦值.



20. 已知一条曲线  $C$  在  $y$  轴的右边,  $C$  上每一点到点  $F(1, 0)$  的距离减去它到  $y$  轴距离的差都是 1.
- (1) 求曲线  $C$  的方程;
- (2) 是否存在正数  $m$ , 对于过点  $M(m, 0)$  且与曲线  $C$  有两个交点  $A$ 、 $B$  的任一直线, 都有  $\overrightarrow{FA} \cdot \overrightarrow{FB} < 0$ ? 若存在, 求出  $m$  的取值范围; 若不存在, 请说明理由.

21. 设函数  $f(x) = \frac{1}{3}x^3 - \frac{a}{2}x^2 + bx + c$ , 其中  $a > 0$ , 曲线  $y = f(x)$  在点  $P(0, f(0))$  处的切线方程为  $y = 1$ .
- (1) 确定  $b, c$  的值;
- (2) 设曲线  $y = f(x)$  在点  $(x_1, f(x_1))$  及  $(x_2, f(x_2))$  处的切线都过点  $(0, 2)$ . 证明: 当  $x_1 \neq x_2$  时,  $f'(x_1) \neq f'(x_2)$ ;
- (3) 若过点  $(0, 2)$  可作曲线  $y = f(x)$  的三条不同切线, 求  $a$  的取值范围.

19. 已知某地今年年初拥有居民住房的总面积为  $a$  (单位:  $\text{m}^2$ ), 其中有部分旧住房需要拆除. 当地有关部门决定每年以当年年初住房面积的 10% 建设新住房, 同时也拆除面积为  $b$  (单位:  $\text{m}^2$ ) 的旧住房.
- (1) 分别写出第一年末和第二年末的实际住房面积的表达式;
- (2) 如果第五年末该地的住房面积正好比今年年初的住房面积增加了 30%, 则每年拆除的旧住房面积  $b$  是多少? (计算时取  $1.1^5 = 1.6$ )