

2011 年普通高等学校招生考试 (安徽卷)

理科数学

一、选择题

1. 设 i 是虚数单位, 复数 $\frac{1+ai}{2-i}$ 为纯虚数, 则实数 a 为 ()

- (A) 2 (B) -2 (C) $-\frac{1}{2}$ (D) $\frac{1}{2}$

2. 双曲线 $2x^2 - y^2 = 8$ 的实轴长是 ()

- (A) 2 (B) $2\sqrt{2}$ (C) 4 (D) $4\sqrt{2}$

3. 设 $f(x)$ 是定义在 \mathbf{R} 上的奇函数, 当 $x \leq 0$ 时, $f(x) = 2x^2 - x$, 则 $f(1) =$ ()

- (A) -3 (B) -1 (C) 1 (D) 3

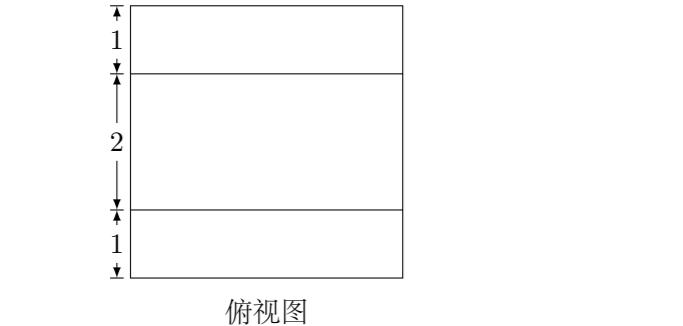
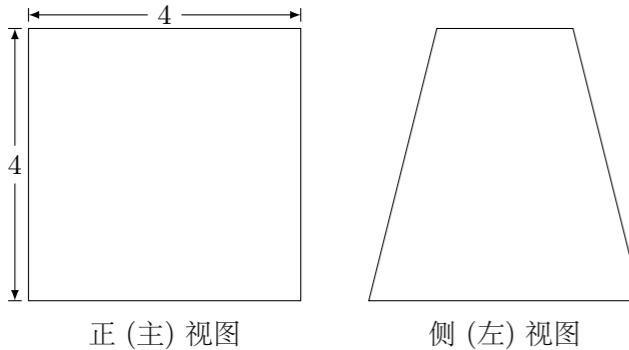
4. 设变量 x, y 满足 $|x| + |y| \leq 1$, 则 $x + 2y$ 的最大值和最小值分别为 ()

- (A) 1, -1 (B) 2, -2 (C) 1, -2 (D) 2, -1

5. 在极坐标系中, 点 $\left(2, \frac{\pi}{3}\right)$ 到圆 $\rho = 2\cos\theta$ 的圆心的距离为 ()

- (A) 2 (B) $\sqrt{4 + \frac{\pi^2}{9}}$ (C) $\sqrt{1 + \frac{\pi^2}{9}}$ (D) $\sqrt{3}$

6. 一个空间几何体的三视图如图所示, 则该几何体的表面积为 ()



- (A) 48 (B) $32 + 8\sqrt{17}$ (C) $48 + 8\sqrt{17}$ (D) 80

7. 命题“所有能被 2 整除的整数都是偶数”的否定是 ()

- (A) 所有不能被 2 整除的整数都是偶数
 (B) 所有能被 2 整除的整数都不是偶数
 (C) 存在一个不能被 2 整除的整数是偶数
 (D) 存在一个能被 2 整除的整数不是偶数

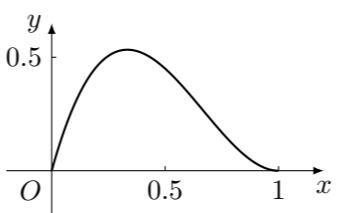
8. 设集合 $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$, $B = \{4, 5, 6, 7, 8\}$, 则满足 $S \subseteq A$ 且 $S \cap B \neq \emptyset$ 的集合 S 的个数是 ()

- (A) 57 (B) 56 (C) 49 (D) 8

9. 已知函数 $f(x) = \sin(2x + \varphi)$, 其中 φ 为实数, 若 $f(x) \leq |f(\frac{\pi}{6})|$ 对 $x \in \mathbf{R}$ 恒成立, 且 $f(\frac{\pi}{2}) > f(\pi)$, 则 $f(x)$ 的单调递增区间是 ()

- (A) $[k\pi - \frac{\pi}{3}, k\pi + \frac{\pi}{6}]$ ($k \in \mathbf{Z}$) (B) $[k\pi, k\pi + \frac{\pi}{2}]$ ($k \in \mathbf{Z}$)
 (C) $[k\pi + \frac{\pi}{6}, k\pi + \frac{2\pi}{3}]$ ($k \in \mathbf{Z}$) (D) $[k\pi - \frac{\pi}{2}, k\pi]$ ($k \in \mathbf{Z}$)

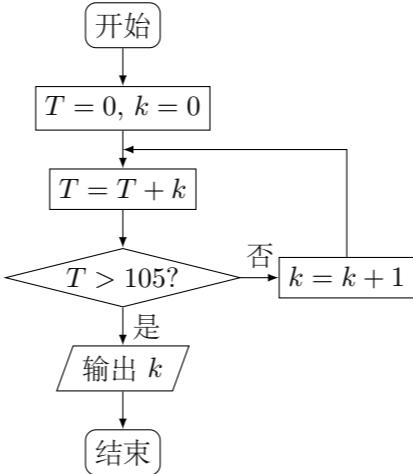
10. 函数 $f(x) = ax^m(1-x)^n$ 在区间 $[0, 1]$ 上的图象如图所示, 则 m, n 的值可能是 ()



- (A) $m = 1, n = 1$ (B) $m = 1, n = 2$ (C) $m = 2, n = 1$ (D) $m = 3, n = 1$

二、填空题

11. 如图所示, 程序框图 (算法流程图) 的输出结果是_____.



12. 设 $(x-1)^{21} = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \dots + a_{21}x^{21}$, 则 $a_{10} + a_{11} =$ _____.

13. 已知向量 \mathbf{a}, \mathbf{b} 满足 $(\mathbf{a} + 2\mathbf{b}) \cdot (\mathbf{a} - \mathbf{b}) = -6$, 且 $|\mathbf{a}| = 1, |\mathbf{b}| = 2$, 则 \mathbf{a} 与 \mathbf{b} 的夹角为 _____.

14. 已知 $\triangle ABC$ 的一个内角为 120° , 并且三边长构成公差为 4 的等差数列, 则 $\triangle ABC$ 的面积为 _____.

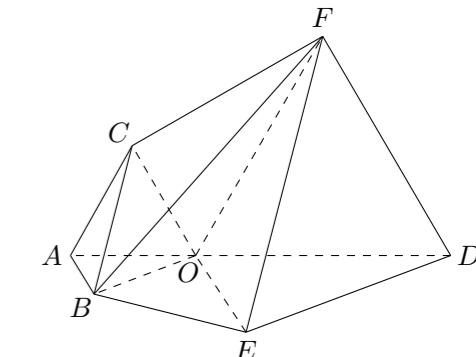
15. 在平面直角坐标系中, 如果 x 与 y 都是整数, 就称点 (x, y) 为整点, 下列命题中正确的是 _____. (写出所有正确命题的编号)

- ① 存在这样的直线, 既不与坐标轴平行又不经过任何整点;
 ② 如果 k 与 b 都是无理数, 则直线 $y = kx + b$ 不经过任何整点;
 ③ 直线 l 经过无穷多个整点, 当且仅当 l 经过两个不同的整点;
 ④ 直线 $y = kx + b$ 经过无穷多个整点的充分必要条件是: k 与 b 都是有理数;
 ⑤ 存在恰经过一个整点的直线.

三、解答题

16. 设 $f(x) = \frac{e^x}{1+ax^2}$, 其中 a 为正实数.

- (1) 当 $a = \frac{4}{3}$ 时, 求 $f(x)$ 的极值点;
 (2) 若 $f(x)$ 为 \mathbf{R} 上的单调函数, 求 a 的取值范围.



17. 如图, $ABEDFC$ 为多面体, 平面 $ABED$ 与平面 $ACDF$ 垂直, 点 O 在线段 AD 上, $OA = 1, OD = 2$. $\triangle OAB, \triangle OAC, \triangle ODE, \triangle ODF$ 都是正三角形.

- (1) 证明直线 $BC \parallel EF$;
 (2) 求棱锥 $F - OBED$ 的体积.

18. 在数 1 和 100 之间插入 n 个实数, 使得这 $n+2$ 个数构成递增的等比数列, 将这 $n+2$ 个数的乘积记作 T_n , 再令 $a_n = \lg T_n$, $n \geq 1$.
- 求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式;
 - 设 $b_n = \tan a_n \cdot \tan a_{n+1}$, 求数列 $\{b_n\}$ 的前 n 项和 S_n .
20. 工作人员需进入核电站完成某项具有高辐射危险的任务, 每次只派一个人进去, 且每个人只派一次, 工作时间不超过 10 分钟, 如果前一个人 10 分钟内不能完成任务则撤出, 再派下一个人. 现在一共只有甲、乙、丙三个人可派, 他们各自能完成任务的概率分别 p_1, p_2, p_3 , 假设 p_1, p_2, p_3 互不相等, 且假定各人能否完成任务的事件相互独立.
- 如果按甲最先, 乙次之, 丙最后的顺序派人, 求任务能被完成的概率. 若改变三个人被派出的先后顺序, 任务能被完成的概率是否发生变化?
 - 若按某指定顺序派人, 这三个人各自能完成任务的概率依次为 q_1, q_2, q_3 , 其中 q_1, q_2, q_3 是 p_1, p_2, p_3 的一个排列, 求所需派出人员数目 X 的分布列和均值 (数学期望) EX ;
 - 假定 $1 > p_1 > p_2 > p_3$, 试分析以怎样的先后顺序派出人员, 可使所需派出的人员数目的均值 (数学期望) 达到最小.
21. 设 $\lambda > 0$, 点 A 的坐标为 $(1, 1)$, 点 B 在抛物线 $y = x^2$ 上运动, 点 Q 满足 $\overrightarrow{BQ} = \lambda \overrightarrow{QA}$, 经过点 Q 与 x 轴垂直的直线交抛物线于点 M , 点 P 满足 $\overrightarrow{QM} = \lambda \overrightarrow{MP}$, 求点 P 的轨迹方程.
-

19. (1) 设 $x \geq 1, y \geq 1$, 证明 $x + y + \frac{1}{xy} \leq \frac{1}{x} + \frac{1}{y} + xy$;
- (2) $1 < a \leq b \leq c$, 证明 $\log_a b + \log_b c + \log_c a \leq \log_b a + \log_c b + \log_a c$.