2015 年普通高等学校招生考试（陕西卷）

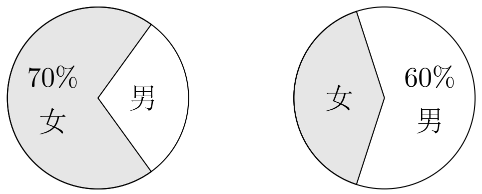
文科数学

一、选择题

1. 设集合 $M=\{x\mid x^2=x\}$, $N=\{x\mid \lg x\leqslant 0\}$, 则 $M\cup N=$ ( )

(A) $[0,1]$ (B) $(0,1]$ (C) $[0,1)$ (D) $(-\infty,1]$

2. 某中学初中部共有 110 名教师, 高中部共有 150 名教师, 其性别比例如图所示, 则该校女教师的人数为 ( )



(初中部) (高中部)

(A) 93 (B) 123 (C) 137 (D) 167

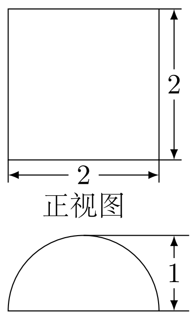
3. 已知抛物线 $y^2=2px$ $(p>0)$ 的准线经过点 $(-1,1)$, 则该抛物线焦点坐标为 ( )

(A) $(-1,0)$ (B) $(1,0)$ (C) $(0,-1)$ (D) $(0,1)$

4. 设 $f(x)=\begin{cases}1-\sqrt{x},\ x\geqslant 0\\ 2^x,\ x<0\end{cases}$, 则 $f(f(-2))=$ ( )

(A) -1 (B) $\dfrac{1}{4}$ (C) $\dfrac{1}{2}$ (D) $\dfrac{3}{2}$

5. 一个几何体的三视图如图所示, 则该几何体的表面积为 ( )



正视图 左视图

俯视图

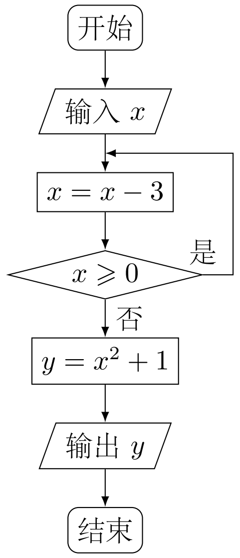
(A) 3π (B) 4π (C) $2\pi+4$ (D) $3\pi+4$

6. "$\sin\alpha=\cos\alpha$"是"$\cos 2\alpha=0$"的 ( )

(A) 充分不必要条件 (B) 必要不充分条件

(C) 充分必要条件 (D) 既不充分也不必要

7. 根据框图, 当输入 x 为 6 时, 输出的 $y=$ ( )



(A) 1 (B) 2 (C) 5 (D) 10

8. 对任意向量 $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, 下列关系式中不恒成立的是 ( )

(A) $|\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}|\leqslant|\boldsymbol{a}|\,|\boldsymbol{b}|$ (B) $|\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b}|\leqslant\big||\boldsymbol{a}|-|\boldsymbol{b}|\big|$

(C) $(\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b})^2=|\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}|^2$ (D) $(\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b})\cdot(\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b})=\boldsymbol{a}^2-\boldsymbol{b}^2$

9. 设 $f(x)=x-\sin x$, 则 $f(x)$ ( )

(A) 既是奇函数又是减函数 (B) 既是奇函数又是增函数

(C) 是有零点的减函数 (D) 是没有零点的奇函数

10. 设 $f(x)=\ln x$, $0<a<b$, 若 $p=f\left(\sqrt{ab}\right)$, $q=f\left(\dfrac{a+b}{2}\right)$, $r=\dfrac{1}{2}(f(a)+f(b))$, 则下列关系式中正确的是 ( )

(A) $q=r<p$ (B) $q=r>p$ (C) $p=r<q$ (D) $p=r>q$

11. 某企业生产甲、乙两种产品均需用 A, B 两种原料, 已知生产 1 吨每种产品所需原料及每天原料的可用限额如表所示. 如果生产 1 吨甲、乙产品可获利润分别为 3 万元、4 万元, 则该企业每天可获得最大利润为 ( )

	甲	乙	原料限额
A (吨)	3	2	12
B (吨)	1	2	8

(A) 12 万元 (B) 16 万元 (C) 17 万元 (D) 18 万元

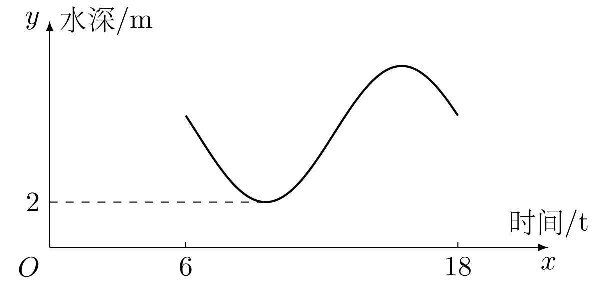
12. 设复数 $z=(x-1)+y\mathrm{i}$ $(x,\ y\in\mathbf{R})$, 若 $|z|\leqslant 1$, 则 $y\geqslant x$ 的概率为 ( )

(A) $\dfrac{3}{4}+\dfrac{1}{2\pi}$ (B) $\dfrac{1}{2}+\dfrac{1}{\pi}$ (C) $\dfrac{1}{4}-\dfrac{1}{2\pi}$ (D) $\dfrac{1}{2}-\dfrac{1}{\pi}$

二、填空题

13. 中位数为 1010 的一组数构成等差数列, 其末项为 2015, 则该数列的首项为______.

14. 如图, 某港口一天 6 时到 18 时的水深变化曲线近似满足函数 $y=3\sin\left(\dfrac{\pi}{6}x+\varphi\right)+k$. 据此函数可知, 这段时间水深 (单位: m) 的最大值为______.



15. 函数 $y=x\mathrm{e}^x$ 在其极值点处的切线方程为______.

16. 观察下列等式:

$1-\dfrac{1}{2}=\dfrac{1}{2}$,

$1-\dfrac{1}{2}+\dfrac{1}{3}-\dfrac{1}{4}=\dfrac{1}{3}+\dfrac{1}{4}$,

$1-\dfrac{1}{2}+\dfrac{1}{3}-\dfrac{1}{4}+\dfrac{1}{5}-\dfrac{1}{6}=\dfrac{1}{4}+\dfrac{1}{5}+\dfrac{1}{6}$,

$\cdots\cdots$,

据此规律, 第 n 个等式可为______.

三、解答题

17. $\triangle ABC$ 的内角 A, B, C 所对的边分别为 a, b, c. 向量 $\boldsymbol{m}=\left(a,\sqrt{3}b\right)$ 与 $\boldsymbol{n}=(\cos A,\sin B)$ 平行.

(1) 求 A;

(2) 若 $a=\sqrt{7}$, $b=2$, 求 $\triangle ABC$ 的面积.

18. 如图 1, 在直角梯形 $ABCD$ 中, $AD\,/\!/\,BC$, $\angle BAD=\dfrac{\pi}{2}$, $AB=BC=\dfrac{1}{2}AD=a$, E 是 AD 的中点, O 是 AC 与 BE 的交点. 将 $\triangle ABE$ 沿 BE 折起到图 2 中 $\triangle A_1BE$ 的位置, 得到四棱锥 A_1-BCDE.

(1) 证明: $CD\perp$ 平面 A_1OC;

(2) 若平面 $A_1BE\perp$ 平面 $BCDE$, 四棱锥 A_1-BCDE 的体积为 $36\sqrt{2}$, 求 a 的值.

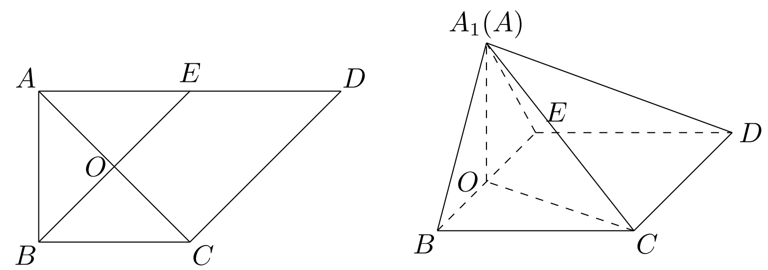


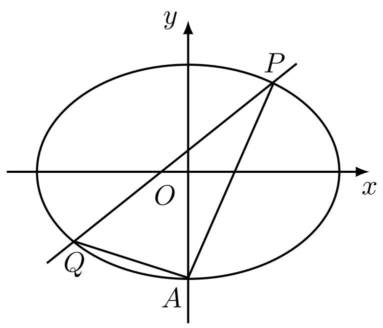
图 1 图 2

19. 随机抽取一个年份, 对西安市该年 4 月份的天气情况进行统计, 结果如下:

日期	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
天气	晴	雨	阴	阴	阴	雨	阴	晴	晴	晴
日期	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
天气	阴	晴	晴	晴	晴	晴	阴	雨	阴	阴
日期	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
天气	晴	阴	晴	晴	晴	阴	晴	晴	晴	雨

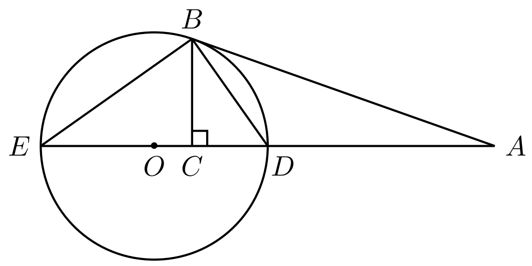
(1) 在 4 月份任取一天, 估计西安市在该天不下雨的概率;
(2) 西安市某学校拟从 4 月份的一个晴天开始举行连续 2 天的运动会, 估计运动会期间不下雨的概率.

20. 如图, 椭圆 E: $\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1$ $(a>b>0)$ 经过点 $A(0,-1)$, 且离心率为 $\dfrac{\sqrt{2}}{2}$.
(1) 求椭圆 E 的方程;
(2) 经过点 $(1,1)$, 且斜率为 k 的直线与椭圆 E 交于不同的两点 P, Q (均异于点 A), 证明: 直线 AP 与 AQ 的斜率之和为 2.



21. 设 $f_n(x)=x+x^2+\cdots+x^n-1$, $x\geqslant 0$, $n\in\mathbf{N}$, $n\geqslant 2$.
(1) 求 $f_n'(2)$;
(2) 证明: $f_n(x)$ 在 $\left(0,\dfrac{2}{3}\right)$ 内有且仅有一个零点 (记为 a_n), 且 $0<a_n-\dfrac{1}{2}<\dfrac{1}{3}\left(\dfrac{2}{3}\right)^n$.

22. 如图, AB 切 $\odot O$ 于点 B, 直线 AO 交 $\odot O$ 于 D, E 两点, $BC\perp DE$, 垂足为 C.
(1) 证明: $\angle CBD=\angle DBA$;
(2) 若 $AD=3DC$, $BC=\sqrt{2}$, 求 $\odot O$ 的直径.



23. 在直角坐标系 xOy 中, 直线 l 的参数方程为 $\begin{cases}x=3+\dfrac{1}{2}t\\ y=\dfrac{\sqrt{3}}{2}t\end{cases}$ (t 为参数), 以原点为极点, x 轴正半轴为极轴建立极坐标系, $\odot C$ 的极坐标方程为 $\rho=2\sqrt{3}\sin\theta$.
(1) 写出 $\odot C$ 的直角坐标方程;
(2) P 为直线 l 上一动点, 当 P 到圆心 C 的距离最小时, 求 P 的直角坐标.

24. 已知关于 x 的不等式 $|x+a|<b$ 的解集为 $\{x\mid 2<x<4\}$.
(1) 求实数 a, b 的值;
(2) 求 $\sqrt{at+12}+\sqrt{bt}$ 的最大值.