

2010 年普通高等学校招生考试 (陕西卷)

文科数学

一、选择题

1. 集合 $A = \{x | -1 \leq x \leq 2\}$, $B = \{x | x < 1\}$, 则 $A \cap B =$ ()

- (A) $\{x | x < 1\}$ (B) $\{x | -1 \leq x \leq 2\}$
 (C) $\{x | -1 \leq x \leq 1\}$ (D) $\{x | -1 \leq x < 1\}$

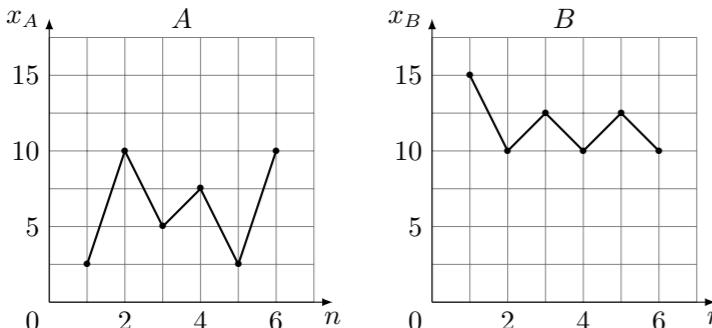
2. 复数 $z = \frac{i}{1+i}$ 在复平面上对应的点位于 ()

- (A) 第一象限 (B) 第二象限 (C) 第三象限 (D) 第四象限

3. 函数 $f(x) = 2 \sin x \cos x$ 是 ()

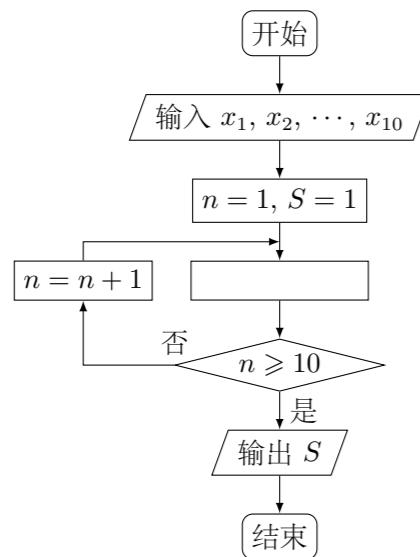
- (A) 最小正周期为 2π 的奇函数 (B) 最小正周期为 2π 的偶函数
 (C) 最小正周期为 π 的奇函数 (D) 最小正周期为 π 的偶函数

4. 如图, 样本 A 和 B 分别取自两个不同的总体, 它们的样本平均数分别为 \bar{x}_A 和 \bar{x}_B , 样本标准差分别为 s_A 和 s_B , 则 ()



- (A) $\bar{x}_A > \bar{x}_B$, $s_A > s_B$ (B) $\bar{x}_A < \bar{x}_B$, $s_A > s_B$
 (C) $\bar{x}_A > \bar{x}_B$, $s_A < s_B$ (D) $\bar{x}_A < \bar{x}_B$, $s_A < s_B$

5. 如图是求 x_1, x_2, \dots, x_{10} 的乘积 S 的程序框图, 图中空白框中应填入的内容为 ()



- (A) $S = S * (n + 1)$ (B) $S = S * x_{n+1}$ (C) $S = S * n$ (D) $S = S * x_n$

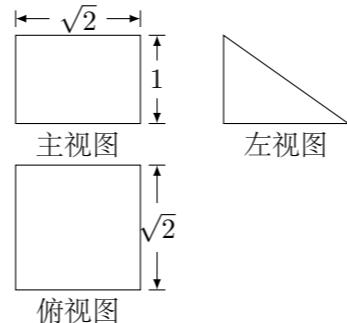
6. “ $a > 0$ ”是“ $|a| > 0$ ”的 ()

- (A) 充分不必要条件 (B) 必要不充分条件
 (C) 充要条件 (D) 既不充分也不必要条件

7. 下列四类函数中, 具有性质“对任意的 $x > 0, y > 0$, 函数 $f(x)$ 满足 $f(x+y) = f(x)f(y)$ ”的是 ()

- (A) 幂函数 (B) 对数函数 (C) 指数函数 (D) 余弦函数

8. 若某空间几何体的三视图如图所示, 则该几何体的体积是 ()



- (A) 2 (B) 1 (C) $\frac{2}{3}$ (D) $\frac{1}{3}$

9. 已知抛物线 $y^2 = 2px$ ($p > 0$) 的准线与圆 $(x-3)^2 + y^2 = 16$ 相切, 则 p 的值为 ()

- (A) $\frac{1}{2}$ (B) 1 (C) 2 (D) 4

10. 某学校要招开学生代表大会, 规定各班每 10 人推选一名代表, 当各班人数除以 10 的余数大于 6 时再增选一名代表. 那么, 各班可推选代表人数 y 与该班人数 x 之间的函数关系用取整函数 $y = [x]$ ($[x]$ 表示不大于 x 的最大整数) 可以表示为 ()

- (A) $y = \left[\frac{x}{10} \right]$ (B) $y = \left[\frac{x+3}{10} \right]$ (C) $y = \left[\frac{x+4}{10} \right]$ (D) $y = \left[\frac{x+5}{10} \right]$

二、填空题

11. 观察下列等式: $1^3 + 2^3 = 3^2$, $1^3 + 2^3 + 3^3 = 6^2$, $1^3 + 2^3 + 3^3 + 4^3 = 10^2$, \dots , 根据上述规律, 第四个等式为_____.

12. 已知向量 $\mathbf{a} = (2, -1)$, $\mathbf{b} = (-1, m)$, $\mathbf{c} = (-1, 2)$, 若 $(\mathbf{a} + \mathbf{b}) \parallel \mathbf{c}$, 则 $m =$ _____.

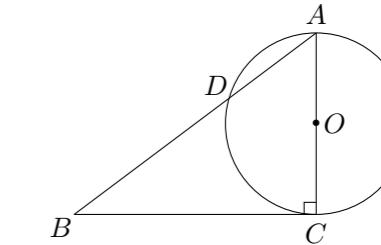
13. 已知函数 $f(x) = \begin{cases} 3x+2, & x < 1 \\ x^2+ax, & x \geq 1 \end{cases}$, 若 $f(f(0)) = 4a$, 则实数 $a =$ _____.

14. 设 x, y 满足约束条件 $\begin{cases} x+2y \leq 4 \\ x-y \leq 1 \\ x+2 \geq 0 \end{cases}$, 则目标函数 $z = 3x-y$ 的最大值为_____.

15. 三选一.

- 【A】不等式 $|2x-1| < 3$ 的解集为_____.

【B】如图, 已知 Rt $\triangle ABC$ 的两条直角边 AC, BC 的长分别为 3 cm, 4 cm, 以 AC 为直径的圆与 AB 交于点 D , 则 $BD =$ _____.



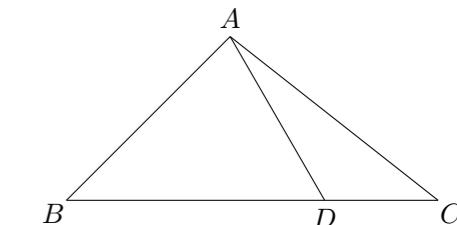
【C】参数方程 $\begin{cases} x = \cos \alpha \\ y = 1 + \sin \alpha \end{cases}$ (α 为参数) 化成普通方程为_____.

三、解答题

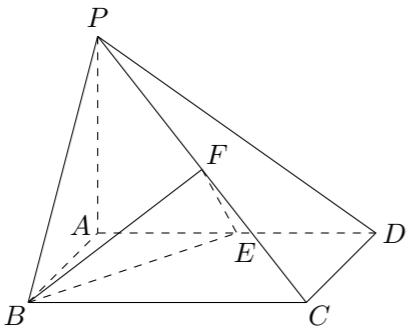
16. 已知 $\{a_n\}$ 是公差不为零的等差数列, $a_1 = 1$ 且 a_1, a_3, a_9 成等比数列.

- (1) 求数列 $\{a_n\}$ 的通项;
 (2) 求数列 $\{2^{a_n}\}$ 的前 n 项和 S_n .

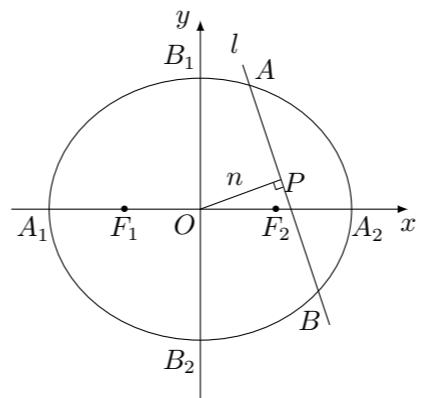
17. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, 已知 $\angle B = 45^\circ$, D 是 BC 边上的一点, $AD = 10$, $AC = 14$, $DC = 6$, 求 AB 的长.



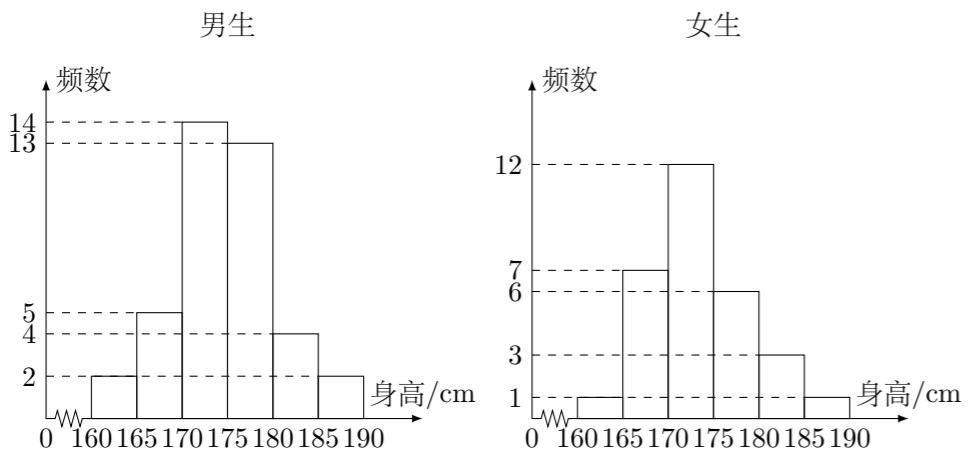
18. 如图, 在四棱锥 $P-ABCD$ 中, 底面 $ABCD$ 是矩形, $PA \perp$ 平面 $ABCD$, $AP = AB = 2$, $BC = 2\sqrt{2}$, E, F 分别是 AD, PC 的中点.
- 证明: $PC \perp$ 平面 BEF ;
 - 求平面 BEF 与平面 BAP 夹角的大小.



20. 如图, 椭圆 $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ 的顶点为 A_1, A_2, B_1, B_2 , 焦点为 F_1, F_2 , $|A_1B_1| = \sqrt{7}$, $S_{\square A_1B_1A_2B_2} = 2S_{\square B_1F_1B_2F_2}$.
- 求椭圆 C 的方程;
 - 设 n 是过原点的直线, l 是与 n 垂直相交于 P 点、与椭圆相交于 A, B 两点的直线, $|\overrightarrow{OP}| = 1$. 是否存在上述直线 l 使 $\overrightarrow{AP} \cdot \overrightarrow{PB} = 1$ 成立? 若存在, 求出直线 l 的方程; 若不存在, 请说明理由.



19. 为了解学生身高情况, 某校以 10% 的比例对全校 700 名学生按性别进行分层抽样调查, 测得身高情况的统计图如下:
- 估计该校男生的人数;
 - 估计该校学生身高在 $170 \sim 185$ cm 之间的概率;
 - 从样本中身高在 $165 \sim 180$ cm 之间的女生中任选 2 人, 求至少有 1 人身高在 $170 \sim 180$ cm 之间的概率.



21. 已知函数 $f(x) = \sqrt{x}$, $g(x) = a \ln x$, $a \in \mathbf{R}$.
- 若曲线 $y = f(x)$ 与曲线 $y = g(x)$ 相交, 且在交点处有共同的切线, 求 a 的值和该切线方程;
 - 设函数 $h(x) = f(x) - g(x)$, 当 $h(x)$ 存在最小值时, 求其最小值 $\varphi(a)$ 的解析式;
 - 对 (2) 中的 $\varphi(a)$ 和任意的 $a > 0$, $b > 0$, 证明: $\varphi'\left(\frac{a+b}{2}\right) \leq \frac{\varphi'(a) + \varphi'(b)}{2} \leq \varphi'\left(\frac{2ab}{a+b}\right)$.