2001 年普通高等学校招生考试（广东卷）

数学试卷

一、选择题

1. 不等式 $\dfrac{x-1}{x-3}>0$ 的解集为（ ）

(A) $\{x|x<1\}$ (B) $\{x|x>3\}$

(C) $\{x|x<1$ 或 $x>3\}$ (D) $\{x|1<x<3\}$

2. 若一个圆锥的轴截面是等边三角形, 其面积为 $\sqrt{3}$, 则这个圆锥的全面积是（ ）

(A) 3π (B) $3\sqrt{3}\pi$ (C) 6π (D) 9π

3. 极坐标方程 $\rho^2\cos 2\theta=1$ 所表示的曲线是（ ）

(A) 两条相交直线 (B) 圆 (C) 椭圆 (D) 双曲线

4. 若定义在区间 $(-1,1)$ 内的函数 $f(x)=\log_{2a}(x+1)$ 满足 $f(x)>0$, 则 a 的取值范围是（ ）

(A) $\left(0,\dfrac{1}{2}\right)$ (B) $\left(0,\dfrac{1}{2}\right]$ (C) $\left(\dfrac{1}{2},+\infty\right)$ (D) $(0,+\infty)$

5. 已知复数 $z=\sqrt{2}+\sqrt{6}\mathrm{i}$, 则 $\arg\dfrac{1}{z}$ 是

(A) $\dfrac{\pi}{3}$ (B) $\dfrac{5\pi}{3}$ (C) $\dfrac{\pi}{6}$ (D) $\dfrac{11\pi}{6}$

6. 函数 $y=2^{-x}+1\ (x>0)$ 的反函数是

(A) $y=\log_2\dfrac{1}{x-1}, x\in(1,2)$ (B) $y=-\log_2\dfrac{1}{x-1}, x\in(1,2)$

(C) $y=\log_2\dfrac{1}{x-1}, x\in(1,2]$ (D) $y=-\log_2\dfrac{1}{x-1}, x\in(1,2]$

7. 若 $0<\alpha<\beta<\dfrac{\pi}{4}$, $\sin\alpha+\cos\alpha=a$, $\sin\beta+\cos\beta=b$, 则（ ）

(A) $a>b$ (B) $a<b$ (C) $ab<1$ (D) $ab>2$

8. 在正三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 中, 若 $AB=\sqrt{2}BB_1$, 则 AB_1 与 C_1B 所成的角的大小为（ ）

(A) 60° (B) 90° (C) 45° (D) 120°

9. 设 $f(x)$, $g(x)$ 都是单调函数, 有如下四个命题中, 正确的命题是（ ）

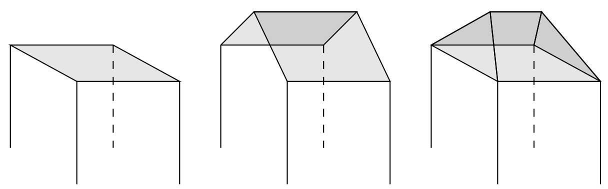
① 若 $f(x)$ 单调递增, $g(x)$ 单调递增, 则 $f(x)-g(x)$ 单调递增;
② 若 $f(x)$ 单调递增, $g(x)$ 单调递减, 则 $f(x)-g(x)$ 单调递增;
③ 若 $f(x)$ 单调递减, $g(x)$ 单调递增, 则 $f(x)-g(x)$ 单调递减;
④ 若 $f(x)$ 单调递减, $g(x)$ 单调递减, 则 $f(x)-g(x)$ 单调递减.

(A) ①③ (B) ①④ (C) ②③ (D) ②④

10. 对于抛物线 $y^2=4x$ 上任意一点 Q, 点 $P(a,0)$ 都满足 $|PQ|\geqslant|a|$, 则 a 的取值范围是（ ）

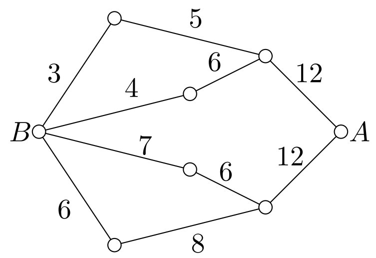
(A) $(-\infty,0)$ (B) $(-\infty,2]$ (C) $[0,2]$ (D) $(0,2)$

11. 一间民房的屋顶有如图三种不同的盖法: ① 单向倾斜; ② 双向倾斜; ③ 四向倾斜. 记三种盖法屋顶面积分别为 P_1, P_2, P_3. 若屋顶斜面与水平面所成的角都是 α, 则（ ）



(A) $P_3>P_2>P_1$ (B) $P_3>P_2=P_1$ (C) $P_3=P_2>P_1$ (D) $P_3=P_2=P_1$

12. 如图, 小圆圈表示网络的结点, 结点之间的连线表示它们有网线相联. 连线标注的数字表示该段网线单位时间内可以通过的最大信息量. 现从结点 A 向结点 B 传递信息, 信息可以分开沿不同的路线同时传递. 则单位时间内传递的最大信息量为（ ）



(A) 26 (B) 24 (C) 20 (D) 19

二、填空题

13. 已知甲、乙两组各有 8 人, 现从每组抽取 4 人进行计算机知识竞赛, 比赛人员的组成共有______种可能. (用数字作答)

14. 双曲线 $\dfrac{x^2}{9}-\dfrac{y^2}{16}=1$ 的两个焦点为 F_1, F_2, 点 P 在双曲线上, 若 $PF_1\perp PF_2$, 则点 P 到 x 轴的距离为______.

15. 设 $\{a_n\}$ 是公比为 q 的等比数列, S_n 是它的前 n 项和. 若 $\{S_n\}$ 是等差数列, 则 $q=$______.

16. 圆周上有 $2n$ 个等分点 $(n>1)$, 以其中三个点为顶点的直角三角形的个数为______.

三、解答题

17. 求函数 $y=(\sin x+\cos x)^2+2\cos^2 x$ 的最小正周期.

18. 已知等差数列前三项为 a, 4, $3a$, 前 n 项的和为 S_n, $S_k=2550$.

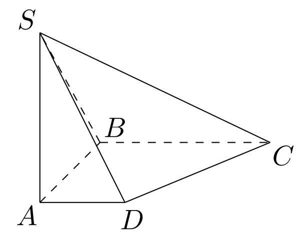
(1) 求 a 及 k 的值;

(2) 求 $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\dfrac{1}{S_1}+\dfrac{1}{S_2}+\cdots+\dfrac{1}{S_n}\right)$.

19. 如图, 在底面是直角梯形的四棱锥 $S-ABCD$ 中, $\angle ABC=90^\circ$, $SA\perp$ 面 $ABCD$, $SA=AB=BC=1$, $AD=\dfrac{1}{2}$.

(1) 求四棱锥 $S-ABCD$ 的体积;

(2) 求面 SCD 与面 SBA 所成的二面角的正切值.



20. 设计一幅宣传画, 要求画面面积为 4840 cm^2, 画面的宽与高的比为 λ ($\lambda < 1$), 画面的上、下各留 8 cm 空白, 左、右各留 5 cm 空白. 怎样确定画面的高与宽尺寸, 能使宣传画所用纸张面积最小? 如果要求 $\lambda \in \left[\dfrac{2}{3}, \dfrac{3}{4}\right]$, 那么 λ 为何值时, 能使宣传画所用纸张面积最小?

21. 已知椭圆 $\dfrac{x^2}{2} + y^2 = 1$ 的右准线 l 与 x 轴相交于点 E, 过椭圆右焦点 F 的直线与椭圆相交于 A, B 两点, 点 C 在右准线 l 上, 且 $BC \parallel x$ 轴, 求证: 直线 AC 经过线段 EF 的中点.

22. 设 $f(x)$ 是定义在 $\mathbf{R}$ 上的偶函数, 其图象关于直线 $x = 1$ 对称, 对任意 x_1, $x_2 \in \left[0, \dfrac{1}{2}\right]$, 都有 $f(x_1 + x_2) = f(x_1) \cdot f(x_2)$, 且 $f(1) = a > 0$.

(1) 求 $f\left(\dfrac{1}{2}\right)$, $f\left(\dfrac{1}{4}\right)$;

(2) 证明设 $f(x)$ 是周期函数;

(3) 记 $a_n = f\left(2n + \dfrac{1}{2n}\right)$, 求 $\lim\limits_{n\to\infty} (\ln a_n)$.