2011 年普通高等学校招生考试（湖北卷）

# 文科数学

## 一、选择题

1. 已知 $U=\{1,2,3,4,5,6,7,8\}$, $A=\{1,3,5,7\}$, $B=\{2,4,5\}$, 则 $\complement_U(A\cup B)=$ ( )

(A) $\{6,8\}$ (B) $\{5,7\}$ (C) $\{4,6,7\}$ (D) $\{1,3,5,6,8\}$

2. 若向量 $\boldsymbol{a}=(1,2)$, $\boldsymbol{b}=(1,-1)$, 则 $2\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}$ 与 $\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b}$ 的夹角等于 ( )

(A) $-\dfrac{\pi}{4}$ (B) $\dfrac{\pi}{6}$ (C) $\dfrac{\pi}{4}$ (D) $\dfrac{3\pi}{4}$

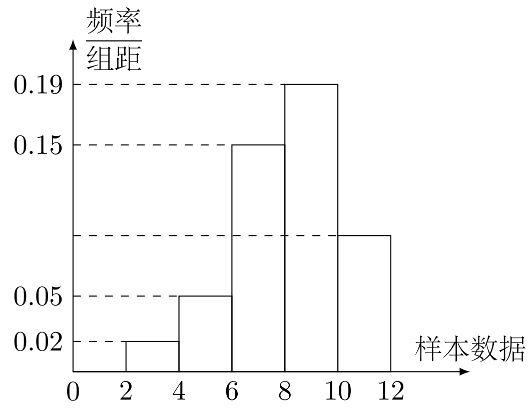
3. 若定义在 $\mathbf{R}$ 上的偶函数 $f(x)$ 和奇函数 $g(x)$ 满足 $f(x)+g(x)=\mathrm{e}^x$, 则 $g(x)=$ ( )

(A) $\mathrm{e}^x-\mathrm{e}^{-x}$ (B) $\dfrac{1}{2}(\mathrm{e}^x+\mathrm{e}^{-x})$ (C) $\dfrac{1}{2}(\mathrm{e}^{-x}-\mathrm{e}^x)$ (D) $\dfrac{1}{2}(\mathrm{e}^x-\mathrm{e}^{-x})$

4. 将两个顶点在抛物线 $y^2=2px\ (p>0)$ 上, 另一个顶点是此抛物线焦点的正三角形个数记为 $n$, 则 ( )

(A) $n=0$ (B) $n=1$ (C) $n=2$ (D) $n\geqslant 3$

5. 有一个容量为 200 的样本, 其频率分布直方图如图所示, 根据样本的频率分布直方图估计, 样本数据落在区间 $[10,12)$ 内的频数为 ( )




(A) 18 (B) 36 (C) 54 (D) 72

6. 已知函数 $f(x)=\sqrt{3}\sin x-\cos x$, $x\in\mathbf{R}$. 若 $f(x)\geqslant 1$, 则 $x$ 的取值范围为 ( )

(A) $\left\{x\mid 2k\pi+\dfrac{\pi}{3}\leqslant x\leqslant 2k\pi+\pi,\ k\in\mathbf{Z}\right\}$

(B) $\left\{x\mid k\pi+\dfrac{\pi}{3}\leqslant x\leqslant k\pi+\pi,\ k\in\mathbf{Z}\right\}$

(C) $\left\{x\mid 2k\pi+\dfrac{\pi}{6}\leqslant x\leqslant 2k\pi+\dfrac{5\pi}{6},\ k\in\mathbf{Z}\right\}$

(D) $\left\{x\mid k\pi+\dfrac{\pi}{6}\leqslant x\leqslant k\pi+\dfrac{5\pi}{6},\ k\in\mathbf{Z}\right\}$

7. 设球的体积为 $V_1$, 它的内接正方体的体积为 $V_2$, 下列说法中最合适的是 ( )

(A) $V_1$ 比 $V_2$ 大约多一半 (B) $V_1$ 比 $V_2$ 大约多两倍半

(C) $V_1$ 比 $V_2$ 大约多一倍 (D) $V_1$ 比 $V_2$ 大约多一倍半

8. 直线 $2x+y-10=0$ 与不等式组 $\begin{cases}x\geqslant 0\\ y\geqslant 0\\ x-y\geqslant -2\\ 4x+3y\leqslant 20\end{cases}$ 表示的平面区域的公共点有 ( )

(A) 0 个 (B) 1 个 (C) 2 个 (D) 无数个

9. 《九章算术》“竹九节”问题: 现有一根 9 节的竹子, 自上而下各节的容积成等差数列, 上面 4 节的容积共 3 升, 下面 3 节的容积共 4 升, 则第 5 节的容积为 ( )

(A) 1 升 (B) $\dfrac{67}{66}$ 升 (C) $\dfrac{47}{44}$ 升 (D) $\dfrac{37}{33}$ 升

10. 若实数 $a$, $b$ 满足 $a\geqslant 0$, $b\geqslant 0$, 且 $ab=0$, 则称 $a$ 与 $b$ 互补. 记 $\varphi(a,b)=\sqrt{a^2+b^2}-a-b$, 那么 $\varphi(a,b)=0$ 是 $a$ 与 $b$ 互补的 ( )

(A) 必要而不充分条件 (B) 充分而不必要条件

(C) 充要条件 (D) 既不充分也不必要条件

## 二、填空题

11. 某市有大型超市 200 家、中型超市 400 家、小型超市 1400 家. 为掌握各类超市的营业情况, 现按分层抽样方法抽取一个容量为 100 的样本, 应抽取中型超市______家.

12. $\left(x-\dfrac{1}{3\sqrt{x}}\right)^{18}$ 的展开式中含 $x^{15}$ 的项的系数为______. (结果用数值表示)

13. 在 30 瓶饮料中, 有 3 瓶已过了保质期. 从这 30 瓶饮料中任取 2 瓶, 则至少取到 1 瓶已过保质期饮料的概率为______. (结果用最简分数表示)

14. 过点 $(-1,-2)$ 的直线 $l$ 被圆 $x^2+y^2-2x-2y+1=0$ 截得的弦长为 $\sqrt{2}$, 则直线 $l$ 的斜率为______.

15. 里氏震级 $M$ 的计算公式为: $M=\lg A-\lg A_0$, 其中 $A$ 是测震仪记录的地震曲线的最大振幅, $A_0$ 是相应的标准地震的振幅. 假设在一次地震中, 测震仪记录的最大振幅是 1000, 此时标准地震的振幅为 0.001, 则此次地震的震级为______级; 9 级地震的最大的振幅是 5 级地震最大振幅的______倍.

## 三、解答题

16. 设 $\triangle ABC$ 的内角 $A$, $B$, $C$ 所对的边分别为 $a$, $b$, $c$. 已知 $a=1$, $b=2$, $\cos C=\dfrac{1}{4}$.

(1) 求 $\triangle ABC$ 的周长;

(2) 求 $\cos(A-C)$ 的值.

17. 成等差数列的三个正数的和等于 15, 并且这三个数分别加上 2, 5, 13 后成为等比数列 $\{b_n\}$ 中的 $b_3$, $b_4$, $b_5$.

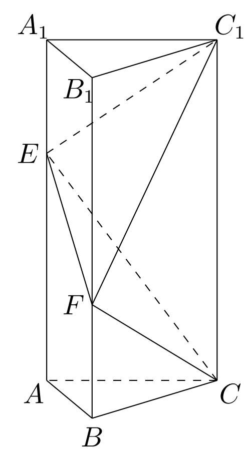
(1) 求数列 $\{b_n\}$ 的通项公式;

(2) 数列 $\{b_n\}$ 的前 $n$ 项和为 $S_n$, 求证: 数列 $\left\{S_n+\dfrac{5}{4}\right\}$ 是等比数列.

18. 如图, 已知正三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 的底面边长为 2, 侧棱长为 $3\sqrt{2}$, 点 $E$ 在侧棱 $AA_1$ 上, 点 $F$ 在侧棱 $BB_1$ 上, 且 $AE=2\sqrt{2}$, $BF=\sqrt{2}$.

(1) 求证: $CF\perp C_1E$;

(2) 求二面角 $E-CF-C_1$ 的大小.



19. 提高过江大桥的车辆通行能力可改善整个城市的交通状况. 在一般情况下, 大桥上的车流速度 $v$ (单位: 千米/小时) 是车流密度 $x$ (单位: 辆/千米) 的函数. 当桥上的车流密度达到 200 辆/千米时, 造成堵塞, 此时车流速度为 0; 当车流密度不超过 20 辆/千米时, 车流速度为 60 千米/小时. 研究表明: 当 $20 \leqslant x \leqslant 200$ 时, 车流速度 $v$ 是车流密度 $x$ 的一次函数.
(1) 当 $0 \leqslant x \leqslant 200$ 时, 求函数 $v(x)$ 的表达式;
(2) 当车流密度 $x$ 为多大时, 车流量 (单位时间内通过桥上某观测点的车辆数, 单位: 辆/小时) $f(x) = x \cdot v(x)$ 可以达到最大, 并求出最大值. (精确到 1 辆/小时)

20. 设函数 $f(x) = x^3 + 2ax^2 + bx + a$, $g(x) = x^2 - 3x + 2$, 其中 $x \in \mathbf{R}$, $a$, $b$ 为常数, 已知曲线 $y = f(x)$ 与 $y = g(x)$ 在点 $(2,0)$ 处有相同的切线 $l$.
(1) 求 $a$, $b$ 的值, 并写出切线 $l$ 的方程;
(2) 若方程 $f(x) + g(x) = mx$ 有三个互不相同的实根 0, $x_1$, $x_2$, 其中 $x_1 < x_2$, 且对任意的 $x \in [x_1, x_2]$, $f(x) + g(x) < m(x-1)$ 恒成立, 求实数 $m$ 的取值范围.

21. 平面内与两定点 $A_1(-a,0)$, $A_2(a,0)$ $(a>0)$ 连线的斜率之积等于非零常数 $m$ 的点的轨迹, 加上 $A_1$, $A_2$ 两点所成的曲线 $C$ 可以是圆、椭圆或双曲线.
(1) 求曲线 $C$ 的方程, 并讨论 $C$ 的形状与 $m$ 值的关系;
(2) 当 $m = -1$ 时, 对应的曲线为 $C_1$; 对给定的 $m \in (-1,0) \cup (0,+\infty)$, 对应的曲线为 $C_2$. 设 $F_1$, $F_2$ 是 $C_2$ 的两个焦点. 试问: 在 $C_1$ 上, 是否存在点 $N$, 使得 $\triangle F_1NF_2$ 的面积 $S = |m|a^2$? 若存在, 求 $\tan\angle F_1NF_2$ 的值; 若不存在, 请说明理由.