

## 文科数学

## 一、选择题

1. 若集合  $M = \{-1, 0, 1, 2\}$ ,  $N = \{x|x(x-1) = 0\}$ , 则  $M \cap N =$  ( )  
(A)  $\{-1, 0, 1, 2\}$  (B)  $\{0, 1, 2\}$  (C)  $\{-1, 0, 1\}$  (D)  $\{0, 1\}$
2. 不等式  $|2x^2 - 1| \leq 1$  的解集为 ( )  
(A)  $\{x|-1 \leq x \leq 1\}$  (B)  $\{x|-2 \leq x \leq 2\}$   
(C)  $\{x|0 \leq x \leq 2\}$  (D)  $\{x|-2 \leq x \leq 0\}$
3. 已知  $F_1$ 、 $F_2$  为椭圆  $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$  ( $a > b > 0$ ) 的焦点,  $M$  为椭圆上一点,  $MF_1$  垂直于  $x$  轴, 且  $\angle F_1MF_2 = 60^\circ$ , 则椭圆的离心率为 ( )  
(A)  $\frac{1}{2}$  (B)  $\frac{\sqrt{2}}{2}$  (C)  $\frac{\sqrt{3}}{3}$  (D)  $\frac{\sqrt{3}}{2}$
4. 已知向量  $\vec{a} = (1, 2)$ ,  $\vec{b} = (2, 3)$ ,  $\vec{c} = (3, 4)$ , 且  $\vec{c} = \lambda_1 \vec{a} + \lambda_2 \vec{b}$ , 则  $\lambda_1, \lambda_2$  的值分别是 ( )  
(A)  $-2, 1$  (B)  $1, -2$  (C)  $2, -1$  (D)  $-1, 2$
5. 等边三角形  $ABC$  的边长为 4,  $M$ 、 $N$  分别为  $AB$ 、 $AC$  的中点, 沿  $MN$  将  $\triangle AMN$  折起, 使得面  $AMN$  与面  $MNCB$  所处的二面角为  $30^\circ$ , 则四棱锥  $A-MNCB$  的体积为 ( )  
(A)  $\frac{3}{2}$  (B)  $\frac{\sqrt{3}}{2}$  (C)  $\sqrt{3}$  (D) 3
6. 已知数列  $\{a_n\}$  满足  $a_0 = 1$ ,  $a_n = a_0 + a_1 + \cdots + a_{n-1}$  ( $n \geq 1$ ), 则当  $n \geq 1$  时,  $a_n =$  ( )  
(A)  $2^n$  (B)  $\frac{n(n+1)}{2}$  (C)  $2^{n-1}$  (D)  $2^n - 1$
7. 若二面角  $\alpha - l - \beta$  为  $120^\circ$ , 直线  $m \perp \alpha$ , 则  $\beta$  所在平面内的直线与  $m$  所成角的取值范围是 ( )  
(A)  $(0^\circ, 90^\circ]$  (B)  $[30^\circ, 60^\circ]$  (C)  $[60^\circ, 90^\circ]$  (D)  $[30^\circ, 90^\circ]$
8. 若  $\sin 2\alpha = \frac{24}{25}$ , 则  $\sqrt{2} \cos\left(\frac{\pi}{4} - \alpha\right)$  的值为 ( )  
(A)  $\frac{1}{5}$  (B)  $\frac{7}{5}$  (C)  $\pm \frac{1}{5}$  (D)  $\pm \frac{7}{5}$
9. 直角坐标  $xOy$  平面上, 平行直线  $x = n$  ( $n = 0, 1, 2, \dots, 5$ ) 与平行直线  $y = n$  ( $n = 0, 1, 2, \dots, 5$ ) 组成的图形中, 矩形共有 ( )  
(A) 25 个 (B) 36 个 (C) 100 个 (D) 225 个
10. 若直线  $ax + y = 1$  与圆  $(x - \sqrt{3})^2 + (y - 2)^2 = 1$  有两个不同的交点, 则  $a$  的取值范围是 ( )  
(A)  $(1, \sqrt{3})$  (B)  $(-\sqrt{3}, 0)$  (C)  $(\sqrt{3}, +\infty)$  (D)  $(-\infty, -\sqrt{3})$
11. 若  $f(\sin x) = 2 - \cos 2x$ , 则  $f(\cos x) =$  ( )  
(A)  $2 - \sin 2x$  (B)  $2 + \sin 2x$  (C)  $2 - \cos 2x$  (D)  $2 + \cos 2x$

12. 已知直线  $l: x - y - 1 = 0$ ,  $l_1: 2x - y - 2 = 0$ . 若直线  $l_2$  与  $l_1$  关于  $l$  对称, 则  $l_2$  的方程是 ( )  
(A)  $x - 2y + 1 = 0$  (B)  $x - 2y - 1 = 0$   
(C)  $x + y - 1 = 0$  (D)  $x + 2y - 1 = 0$

## 二、填空题

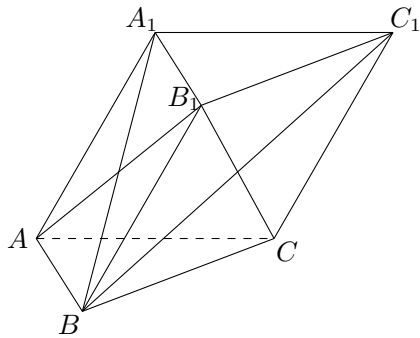
13. 抛物线  $y^2 = 6x$  的准线方程为\_\_\_\_\_.
14. 在 5 名学生 (3 名男生, 2 名女生) 中安排 2 名学生值日, 其中至少有 1 名女生的概率是\_\_\_\_\_.
15. 函数  $y = x - x^2$  ( $x \in \mathbf{R}$ ) 的最大值为\_\_\_\_\_.
16. 若  $\left(x + \frac{1}{x} - 2\right)^n$  的展开式中常数项为  $-20$ , 则自然数  $n =$ \_\_\_\_\_.

## 三、解答题

17. 解关于  $x$  的不等式:  $\log_a^2 x < 2\log_a x$  ( $a > 0$  且  $a \neq 1$ ).

18. 已知数列  $\{b_n\}$  的首项  $b_1 = 1$ . 其前  $n$  项和  $B_n = \frac{1}{4}(b_n + 1)^2$ , 求  $\{b_n\}$  的通项公式.

20. 已知三棱柱  $ABC-A_1B_1C_1$  中, 底面边长和侧棱长均为  $a$ , 侧面  $A_1ACC_1 \perp$  底面  $ABC$ ,  $A_1B = \frac{\sqrt{6}}{2}a$ .
- (1) 求异面直线  $AC$  与  $BC_1$  所成角的余弦值;
- (2) 求证:  $A_1B \perp$  面  $AB_1C$ .



21. 某商场从生产厂家以每件 20 元购进一批商品, 若该商品零售价定为  $p$  元, 则销售量  $Q$  (单位: 件) 与零售价  $p$  (单位: 元) 有如下关系  $Q = 8300 - 170p - p^2$ . 问该商品零售价定为多少时毛利润  $L$  最大, 并求出最大毛利润. (毛利润 = 销售收入 - 进货支出).

22. 已知抛物线  $C: y = x^2 + 4x + \frac{2}{7}$ , 过  $C$  上一点  $M$ , 且与  $M$  处的切线垂直的直线称为  $C$  在点  $M$  的法线.
- (1) 若  $C$  在点  $M$  的法线的斜率为  $-\frac{1}{2}$ , 求点  $M$  的坐标  $(x_0, y_0)$ ;
- (2) 设  $P(-2, a)$  为  $C$  对称轴上的一点, 在  $C$  上是否存在点, 使得  $C$  在该点的法线通过点  $P$ ? 若有, 求出这些点, 以及  $C$  在这些点的法线方程; 若没有, 请说明理由.