

## 文科数学

## 一、选择题

1. 已知向量  $\mathbf{a} = (4, 2)$ , 向量  $\mathbf{b} = (x, 3)$ , 且  $\mathbf{a} \parallel \mathbf{b}$ , 则  $x =$  ( )  
 (A) 9 (B) 6 (C) 5 (D) 3

2. 已知集合  $M = \{x|x < 3\}$ ,  $N = \{x|\log_2 x > 1\}$ , 则  $M \cap N =$  ( )  
 (A)  $\emptyset$  (B)  $\{x|0 < x < 3\}$  (C)  $\{x|1 < x < 3\}$  (D)  $\{x|2 < x < 3\}$

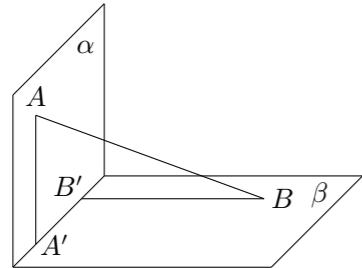
3. 函数  $y = \sin 2x \cos 2x$  的最小正周期是 ( )  
 (A)  $2\pi$  (B)  $4\pi$  (C)  $\frac{\pi}{4}$  (D)  $\frac{\pi}{2}$

4. 如果函数  $y = f(x)$  的图象与函数  $y = 3 - 2x$  的图象关于坐标原点对称, 则  $y = f(x)$  的表达式为 ( )  
 (A)  $y = 2x - 3$  (B)  $y = 2x + 3$  (C)  $y = -2x + 3$  (D)  $y = -2x - 3$

5. 已知  $\triangle ABC$  的顶点  $B, C$  在椭圆  $\frac{x^2}{3} + y^2 = 1$  上, 顶点  $A$  是椭圆的一个焦点, 且椭圆的另外一个焦点在  $BC$  边上, 则  $\triangle ABC$  的周长是 ( )  
 (A)  $2\sqrt{3}$  (B) 6 (C)  $4\sqrt{3}$  (D) 12

6. 已知等差数列  $\{a_n\}$  中,  $a_2 = 7$ ,  $a_4 = 15$ , 则前 10 项的和  $S_{10} =$  ( )  
 (A) 100 (B) 210 (C) 380 (D) 400

7. 如图, 平面  $\alpha \perp$  平面  $\beta$ ,  $A \in \alpha$ ,  $B \in \beta$ ,  $AB$  与两平面  $\alpha, \beta$  所成的角分别为  $\frac{\pi}{4}$  和  $\frac{\pi}{6}$ . 过  $A, B$  分别作两平面交线的垂线, 垂足为  $A', B'$ , 若  $AB = 12$ , 则  $A'B' =$  ( )



- (A) 4 (B) 6 (C) 8 (D) 9

8. 已知函数  $f(x) = \ln x + 1$  ( $x > 0$ ), 则  $f(x)$  的反函数为 ( )

- (A)  $y = e^{x+1}$  ( $x \in \mathbf{R}$ ) (B)  $y = e^{x-1}$  ( $x \in \mathbf{R}$ )  
 (C)  $y = e^{x+1}$  ( $x > 1$ ) (D)  $y = e^{x-1}$  ( $x > 1$ )

9. 已知双曲线  $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$  的一条渐近线方程为  $y = \frac{4}{3}x$ , 则双曲线的离心率为 ( )

- (A)  $\frac{5}{3}$  (B)  $\frac{4}{3}$  (C)  $\frac{5}{4}$  (D)  $\frac{3}{2}$

10. 若  $f(\sin x) = 3 - \cos 2x$ , 则  $f(\cos x) =$  ( )  
 (A)  $3 - \cos 2x$  (B)  $3 - \sin 2x$  (C)  $3 + \cos 2x$  (D)  $3 + \sin 2x$

11. 过点  $(-1, 0)$  作抛物线  $y = x^2 + x + 1$  的切线, 则其中一条切线为 ( )  
 (A)  $2x + y + 2 = 0$  (B)  $3x - y + 3 = 0$   
 (C)  $x + y + 1 = 0$  (D)  $x - y + 1 = 0$

18. 记等比数列  $\{a_n\}$  的前  $n$  项和为  $S_n$ , 已知  $S_4 = 1$ ,  $S_8 = 17$ , 求  $\{a_n\}$  的通项公式.

12. 5 名志愿者分到 3 所学校支教, 要求每所学校至少去 1 名志愿者, 则不同的分法共有 ( )

- (A) 150 种 (B) 180 种 (C) 200 种 (D) 280 种

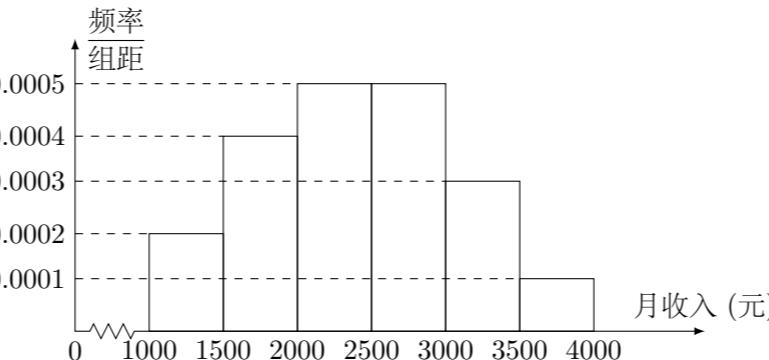
## 二、填空题

13. 在  $\left(x^4 + \frac{1}{x}\right)^{10}$  的展开式中常数项是 \_\_\_\_\_. (用数字作答)

14. 已知圆  $O_1$  是半径为  $R$  的球  $O$  的小圆, 若圆  $O_1$  的面积与球  $O$  的表面积的比值为  $\frac{2}{9}$ , 则线段  $OO_1$  与  $R$  的比值为 \_\_\_\_\_.

15. 过点  $(1, \sqrt{2})$  的直线  $l$  将圆  $(x - 2)^2 + y^2 = 4$  分成两段弧, 当劣弧所对的圆心角最小时, 直线  $l$  的斜率  $k =$  \_\_\_\_\_.

16. 一个社会调查机构就某地居民的月收入调查了 10000 人, 并根据所得数据画了样本的频率分布直方图 (如图). 为了分析居民的收入与年龄、学历、职业等方面的关系, 要从这 10000 人中再用分层抽样方法抽出 100 人作进一步调查, 则在  $[2500, 3000)$  (元) 月收入段应抽出 \_\_\_\_\_. 人.



## 三、解答题

17. 已知  $\triangle ABC$  中,  $\angle B = 45^\circ$ ,  $AC = \sqrt{10}$ ,  $\cos C = \frac{2\sqrt{5}}{5}$ .

- (1) 求  $BC$  边的长;  
 (2) 记  $AB$  的中点为  $D$ , 求中线  $CD$  的长度.

19. 某批产品成箱包装, 每箱 5 件, 一用户在购进该批产品前先取出 3 箱, 再从每箱中任意取出 2 件产品进行检验. 设取出的第一, 二, 三箱中分别有 0 件, 1 件, 2 件二等品, 其余为一等品.

- (1) 求抽检的 6 件产品中恰有一件二等品的概率;  
 (2) 若抽检的 6 件产品中有 2 件或 2 件以上二等品, 用户就拒绝购买这批产品, 求这批产品被用户拒绝购买的概率.

20. 如图, 在直三棱柱  $ABC - A_1B_1C_1$  中,  $AB = BC$ ,  $D, E$  分别为  $BB_1, AC_1$  的中点.  
 (1) 证明:  $ED$  为异面直线  $BB_1$  与  $AC_1$  的公垂线;  
 (2) 设  $AA_1 = AC = \sqrt{2}AB$ , 求二面角  $A_1 - AD - C_1$  的大小.
21. 已知  $a \in \mathbf{R}$ , 二次函数  $f(x) = ax^2 - 2x - 2a$ . 设不等式  $f(x) > 0$  的解集为  $A$ , 又知集合  $B = \{x|1 < x < 3\}$ . 若  $A \cap B \neq \emptyset$ , 求  $a$  的取值范围.
22. 已知抛物线  $x^2 = 4y$  的焦点为  $F$ ,  $A, B$  是抛物线上的两动点, 且  $\overrightarrow{AF} = \lambda \overrightarrow{FB}$  ( $\lambda > 0$ ). 过  $A, B$  两点分别作抛物线的切线, 设其交点为  $M$ .  
 (1) 证明  $\overrightarrow{FM} \cdot \overrightarrow{AB}$  为定值;  
 (2) 设  $\triangle ABM$  的面积为  $S$ , 写出  $S = f(\lambda)$  的表达式, 并求  $S$  的最小值.

