2015 年普通高等学校招生考试（重庆卷）

理科数学

一、选择题

1. 已知集合 $A=\{1,2,3\}$, $B=\{2,3\}$, 则

(A) $A=B$　　(B) $A\cap B=\varnothing$　　(C) $A\subsetneqq B$　　(D) $B\subsetneqq A$

2. 在等差数列 $\{a_n\}$ 中, 若 $a_2=4$, $a_4=2$, 则 $a_6=$　　(　)

(A) -1　　(B) 0　　(C) 1　　(D) 6

3. 重庆市 2013 年各月的平均气温 (°C) 数据的茎叶图如下:

0	8　9
1	2　5　8
2	0　0　3　3　8
3	1　2

则这组数据的中位数是　　(　)

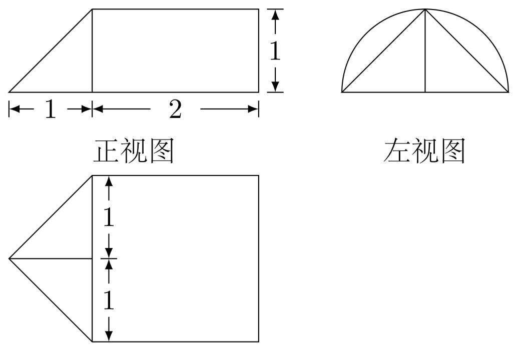
(A) 19　　(B) 20　　(C) 21.5　　(D) 23

4. “$x>1$”是“$\log_{\frac{1}{2}}(x+2)<0$”的　　(　)

(A) 充要条件　　(B) 充分不必要条件

(C) 必要而不充分条件　　(D) 既不充分也不必要条件

5. 某几何体的三视图如图所示, 则该几何体的体积　　(　)



正视图　　左视图

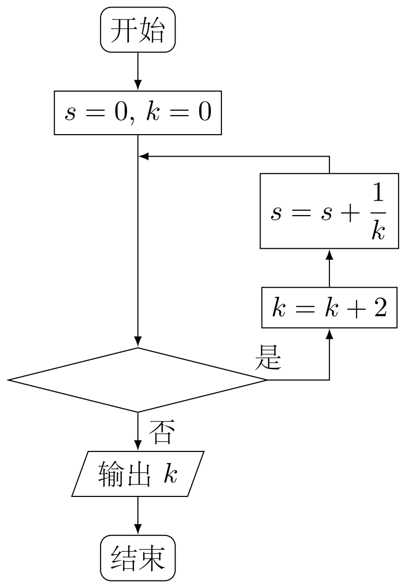
俯视图

(A) $\dfrac{1}{3}+\pi$　　(B) $\dfrac{2}{3}+\pi$　　(C) $\dfrac{1}{3}+2\pi$　　(D) $\dfrac{2}{3}+2\pi$

6. 若非零向量 $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$ 满足 $|\boldsymbol{a}|=\dfrac{2\sqrt{2}}{3}|\boldsymbol{b}|$, 且 $(\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b})\perp(3\boldsymbol{a}+2\boldsymbol{b})$, 则 $\boldsymbol{a}$ 与 $\boldsymbol{b}$ 的夹角为　　(　)

(A) $\dfrac{\pi}{4}$　　(B) $\dfrac{\pi}{2}$　　(C) $\dfrac{3\pi}{4}$　　(D) π

7. 执行如图所示的程序框图, 若输出 k 的值为 8, 则判断框内可填入的条件是　　(　)



(A) $s\leqslant\dfrac{3}{4}$　　(B) $s\leqslant\dfrac{5}{6}$　　(C) $s\leqslant\dfrac{11}{12}$　　(D) $s\leqslant\dfrac{25}{24}$

8. 已知直线 l: $x+ay-1=0$ $(a\in\mathbf{R})$ 是圆 C: $x^2+y^2-4x-2y+1=0$ 的对称轴. 过点 $A(-4,a)$ 作圆 C 的一条切线, 切点为 B, 则 $|AB|=$　(　)

(A) 2　　(B) $4\sqrt{2}$　　(C) 6　　(D) $2\sqrt{10}$

9. 若 $\tan\alpha=2\tan\dfrac{\pi}{5}$, 则 $\dfrac{\cos\left(\alpha-\frac{3\pi}{10}\right)}{\sin\left(\alpha-\frac{\pi}{5}\right)}=$　　(　)

(A) 1　　(B) 2　　(C) 3　　(D) 4

10. 设双曲线 $\dfrac{x^2}{a^2}-\dfrac{y^2}{b^2}=1$ $(a>0,\ b>0)$ 的右焦点为 F, 右顶点为 A, 过 F 作 AF 的垂线与双曲线交于 B, C 两点, 过 B, C 分别作 AC, AB 的垂线, 两垂线交于点 D. 若 D 到直线 BC 的距离小于 $a+\sqrt{a^2+b^2}$, 则该双曲线的渐近线斜率的取值范围是　　(　)

(A) $(-1,0)\cup(0,1)$　　(B) $(-\infty,-1)\cup(1,+\infty)$

(C) $(-\sqrt{2},0)\cup(0,\sqrt{2})$　　(D) $(-\infty,-\sqrt{2})\cup(\sqrt{2},+\infty)$

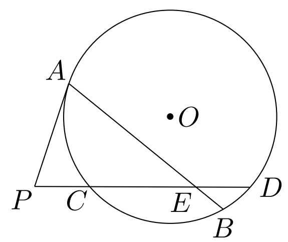
二、填空题

11. 设复数 $a+b\mathrm{i}$ $(a,\ b\in\mathbf{R})$ 的模为 $\sqrt{3}$, 则 $(a+b\mathrm{i})(a-b\mathrm{i})=$______.

12. $\left(x^3+\dfrac{1}{2\sqrt{x}}\right)^5$ 的展开式中 x^8 的系数是______. (用数字作答)

13. 在 $\triangle ABC$ 中, $B=120^\circ$, $AB=\sqrt{2}$, A 的角平分线 $AD=\sqrt{3}$, 则 $AC=$______.

14. 如图, 圆 O 的弦 AB, CD 相交于点 E, 过点 A 作圆 O 的切线与 DC 的延长线交于点 P, 若 $PA=6$, $AE=9$, $PC=3$, $CE:ED=2:1$, 则 $BE=$______.



15. 已知直线 l 的参数方程为 $\begin{cases}x=-1+t\\y=1+t\end{cases}$ (t 为参数), 以坐标原点为极点, x 轴的正半轴为极轴建立极坐标系, 曲线 C 的极坐标方程为 $\rho^2\cos2\theta=4\left(\rho>0,\ \dfrac{3\pi}{4}<\theta<\dfrac{5\pi}{4}\right)$, 则直线 l 与曲线 C 的交点的极坐标为______.

16. 若函数 $f(x)=|x+1|+2|x-a|$ 的最小值为 5, 则实数 $a=$______.

三、解答题

17. 端午节吃粽子是我国的传统习俗. 设一盘中装有 10 个粽子, 其中豆沙粽 2 个, 肉粽 3 个, 白粽 5 个, 这三种粽子的外观完全相同从中任意选取 3 个.

(1) 求三种粽子各取到 1 个的概率;

(2) 设 X 表示取到的豆沙粽个数, 求 X 的分布列与数学期望.

18. 已知函数 $f(x)=\sin\left(\dfrac{\pi}{2}-x\right)\sin x-\sqrt{3}\cos^2 x$.

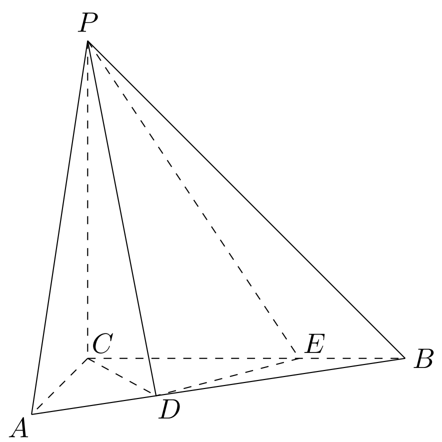
(1) 求 $f(x)$ 的最小正周期和最大值;

(2) 讨论 $f(x)$ 在 $\left[\dfrac{\pi}{6},\dfrac{2\pi}{3}\right]$ 上的单调性.

19. 如图, 三棱锥 $P-ABC$ 中, $PC\perp$ 平面 ABC, $PC=3$, $\angle ACB=\dfrac{\pi}{2}$. D, E 分别为线段 AB, BC 上的点, 且 $CD=DE=\sqrt{2}$, $CE=2EB=2$.

(1) 证明: $DE\perp$ 平面 PCD;

(2) 求二面角 $A-PD-C$ 的余弦值.



20. 设函数 $f(x)=\dfrac{3x^2+ax}{\mathrm{e}^x}$ $(a\in\mathbf{R})$.

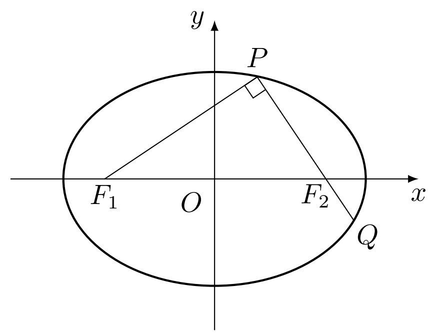
(1) 若 $f(x)$ 在 $x=0$ 处取得极值, 确定 a 的值, 并求此时曲线 $y=f(x)$ 在点 $(1,f(1))$ 处的切线方程;

(2) 若 $f(x)$ 在 $[3,+\infty)$ 上为减函数, 求 a 的取值范围.

21. 如图, 椭圆 $\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1$ $(a>b>0)$ 的左、右焦点分别为 F_1, F_2, 过 F_2 的直线交椭圆于 P, Q 两点, 且 $PQ\perp PF_1$.

(1) 若 $|PF_1|=2+\sqrt{2}$, $|PF_2|=2-\sqrt{2}$, 求椭圆标准方程;

(2) 若 $|PF_1|=|PQ|$, 求椭圆的离心率 e.



22. 在数列 $\{a_n\}$ 中, $a_1=3$, $a_{n+1}a_n+\lambda a_{n+1}+\mu a_n^2=0$ $(n\in\mathbf{N}_+)$.

(1) 若 $\lambda=0$, $\mu=-2$, 求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式;

(2) 若 $\lambda=\dfrac{1}{k_0}$ $(k_0\in\mathbf{N}_+,\ k_0\geqslant 2)$, $\mu=-1$, 证明: $2+\dfrac{1}{3k_0+1}<a_{k_0+1}<2+\dfrac{1}{2k_0+1}$.