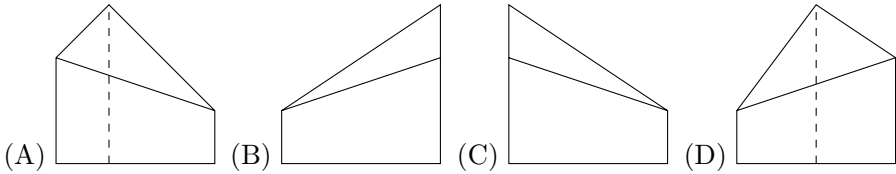
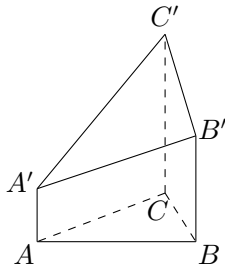


文科数学

一、选择题

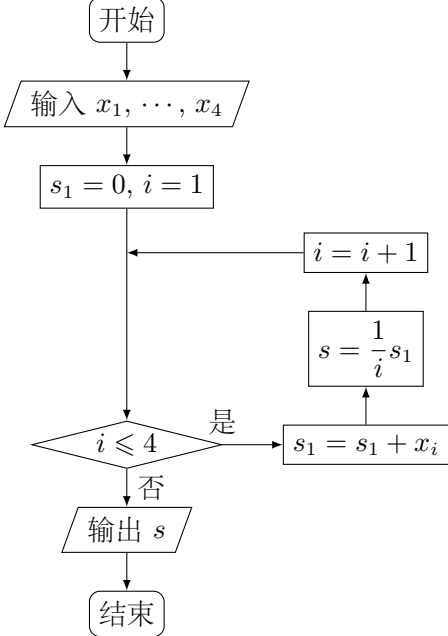
1. 若集合 $A = \{0, 1, 2, 3\}$, $B = \{1, 2, 4\}$, 则集合 $A \cup B =$ ()
(A) $\{0, 1, 2, 3, 4\}$ (B) $\{1, 2, 3, 4\}$ (C) $\{1, 2\}$ (D) $\{0\}$
2. 函数 $f(x) = \lg(x - 1)$ 的定义域是 ()
(A) $(2, +\infty)$ (B) $(1, +\infty)$ (C) $[1, +\infty)$ (D) $[2, +\infty)$
3. 若函数 $f(x) = 3^x + 3^{-x}$ 与 $g(x) = 3^x - 3^{-x}$ 的定义域均为 \mathbf{R} , 则 ()
(A) $f(x)$ 与 $g(x)$ 均为偶函数 (B) $f(x)$ 为奇函数, $g(x)$ 为偶函数
(C) $f(x)$ 与 $g(x)$ 均为奇函数 (D) $f(x)$ 为偶函数, $g(x)$ 为奇函数
4. 已知数列 $\{a_n\}$ 为等比数列, S_n 是它的前 n 项和, 若 $a_2 \cdot a_3 = 2a_1$, 且 a_4 与 $2a_7$ 的等差中项为 $\frac{5}{4}$, 则 $S_5 =$ ()
(A) 35 (B) 33 (C) 31 (D) 29
5. 若向量 $\mathbf{a} = (1, 1)$, $\mathbf{b} = (2, 5)$, $\mathbf{c} = (3, x)$ 满足条件 $(8\mathbf{a} - \mathbf{b}) \cdot \mathbf{c} = 30$, 则 $x =$ ()
(A) 6 (B) 5 (C) 4 (D) 3
6. 若圆心在 x 轴上、半径为 $\sqrt{5}$ 的圆 O 位于 y 轴左侧, 且与直线 $x + 2y = 0$ 相切, 则圆 O 的方程是 ()
(A) $(x - \sqrt{5})^2 + y^2 = 5$ (B) $(x + \sqrt{5})^2 + y^2 = 5$
(C) $(x - 5)^2 + y^2 = 5$ (D) $(x + 5)^2 + y^2 = 5$
7. 若一个椭圆长轴的长度、短轴的长度和焦距成等差数列, 则该椭圆的离心率是 ()
(A) $\frac{4}{5}$ (B) $\frac{3}{5}$ (C) $\frac{2}{5}$ (D) $\frac{1}{5}$
8. “ $x > 0$ ”是“ $\sqrt[3]{x^2} > 0$ ”的 ()
(A) 充分非必要条件 (B) 必要非充分条件
(C) 非充分非必要条件 (D) 充要条件
9. 如图, $\triangle ABC$ 为正三角形, $AA' \parallel BB' \parallel CC'$, $CC' \perp$ 平面 ABC , 且 $3AA' = \frac{3}{2}BB' = CC' = AB$, 则多面体 $ABC - A'B'C'$ 的正视图 (也称主视图) 是 ()



10. 在集合 $\{a, b, c, d\}$ 上定义两种运算 \oplus 和 \otimes 如下:
- | | | | | |
|----------|-----|-----|-----|-----|
| \oplus | a | b | c | d |
| a | a | b | c | d |
| b | b | b | b | b |
| c | c | b | c | b |
| d | d | b | b | d |
- | | | | | |
|-----------|-----|-----|-----|-----|
| \otimes | a | b | c | d |
| a | a | a | a | a |
| b | a | b | c | d |
| c | a | c | c | a |
| d | a | d | a | d |
- 那么 $d \otimes (a \oplus c) =$ ()
(A) a (B) b (C) c (D) d

二、填空题

11. 某城市缺水问题比较突出, 为了制定节水管理办法, 对全市居民某年的月均用水量进行了抽样调查, 其中 4 位居民的月均用水量分别为 x_1, \dots, x_4 (单位: 吨). 根据如图所示的程序框图, 若 x_1, x_2, x_3, x_4 分别为 1, 1.5, 1.5, 2, 则输出的结果 s 为_____.

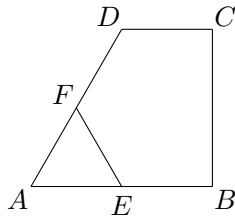


12. 某市居民 2005 - 2009 年家庭年平均收入 x (单位: 万元) 与年平均支出 Y (单位: 万元) 的统计资料如下表所示:

年份	2005	2006	2007	2008	2009
收入 x	11.5	12.1	13	13.3	15
支出 Y	6.8	8.8	9.8	10	12

根据统计资料, 居民家庭年平均收入的中位数是_____, 家庭年平均收入与年平均支出有_____ (填“正”或“负”) 线性相关关系.

13. 已知 a, b, c 分别是 $\triangle ABC$ 的三个内角 A, B, C 所对的边. 若 $a = 1$, $b = \sqrt{3}$, $A + C = 2B$, 则 $\sin A =$ _____.
14. 如图, 在直角梯形 $ABCD$ 中, $DC \parallel AB$, $CB \perp AB$, $AB = AD = a$, $CD = \frac{a}{2}$, 点 E, F 分别为线段 AB, AD 的中点, 则 $EF =$ _____.



15. 在极坐标系 (ρ, θ) ($0 \leq \theta < 2\pi$) 中, 曲线 $\rho(\cos \theta + \sin \theta) = 1$ 与 $\rho(\sin \theta - \cos \theta) = 1$ 的交点的极坐标为_____.

三、解答题

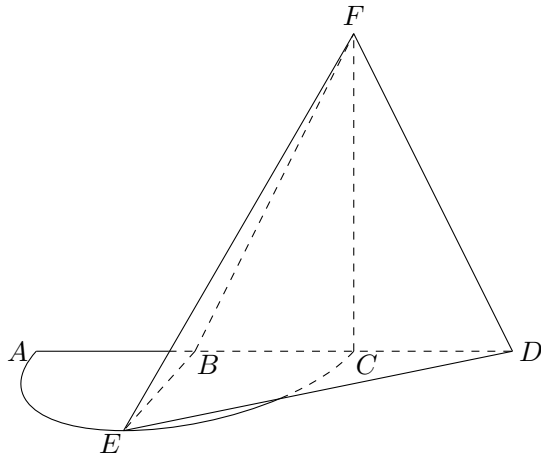
16. 设函数 $f(x) = 3 \sin\left(\omega x + \frac{\pi}{6}\right)$, $\omega > 0$, $x \in (-\infty, +\infty)$, 且以 $\frac{\pi}{2}$ 为最小正周期.
- (1) 求 $f(0)$;
- (2) 求 $f(x)$ 的解析式;
- (3) 已知 $f\left(\frac{\alpha}{4} + \frac{\pi}{12}\right) = \frac{9}{5}$, 求 $\sin \alpha$ 的值.

17. 某电视台在一次对收看文艺节目和新闻节目观众的抽样调查中, 随机抽取了 100 名电视观众, 相关的数据如下表所示:

	文艺节目	新闻节目	总计
20 到 40 岁	40	18	58
大于 40 岁	15	27	42
总计	55	45	100

- (1) 由表中数据直观分析, 收看新闻节目的观众是否与年龄有关?
- (2) 用分层抽样方法在收看新闻节目的观众中随机抽取 5 名, 大于 40 岁的观众应该抽取几名?
- (3) 在上述抽取的 5 名观众中任取 2 名, 求恰有 1 名观众的年龄为 20 至 40 岁的概率.

18. 如图, \widehat{AEC} 是半径为 a 的半圆, AC 为直径, 点 E 为 \widehat{AC} 的中点, 点 B 和点 C 为线段 AD 的三等分点, 平面 AEC 外一点 F 满足 $FC \perp$ 平面 BED , $FB = \sqrt{5}a$. .
- (1) 证明: $EB \perp FD$;
- (2) 求点 B 到平面 FED 的距离.



20. 已知函数 $f(x)$ 对任意实数 x 均有 $f(x) = kf(x+2)$, 其中常数 k 为负数, 且 $f(x)$ 在区间 $[0, 2]$ 上有表达式 $f(x) = x(x-2)$.
- (1) 求 $f(-1)$, $f(2.5)$ 的值;
- (2) 写出 $f(x)$ 在 $[-3, 3]$ 上的表达式, 并讨论函数 $f(x)$ 在 $[-3, 3]$ 上的单调性;
- (3) 求出 $f(x)$ 在 $[-3, 3]$ 上的最小值与最大值, 并求出相应的自变量的取值.
21. 已知曲线 $C_n: y = nx^2$, 点 $P_n(x_n, y_n)$ ($x_n > 0, y_n > 0$) 是曲线 C_n 上的点 ($n = 1, 2, \dots$).
- (1) 试写出曲线 C_n 在点 P_n 处的切线 l_n 的方程, 并求出 l_n 与 y 轴的交点 Q_n 的坐标;
- (2) 若原点 $O(0, 0)$ 到 l_n 的距离与线段 P_nQ_n 的长度之比取得最大值, 试求点 P_n 的坐标 (x_n, y_n) ;
- (3) 设 m 与 k 为两个给定的不同的正整数, x_n 与 y_n 是满足 (2) 中条件的点 P_n 的坐标, 证明: $\sum_{n=1}^s \left| \sqrt{\frac{(m+1)x_n}{2}} - \sqrt{(k+1)y_n} \right| < \left| \sqrt{ms} - \sqrt{ks} \right|$ ($s = 1, 2, \dots$).

19. 某营养师要为某个儿童预定午餐和晚餐. 已知一个单位的午餐含 12 个单位的碳水化合物, 6 个单位的蛋白质和 6 个单位的维生素 C; 一个单位的晚餐含 8 个单位的碳水化合物, 6 个单位的蛋白质和 10 个单位的维生素 C. 另外, 该儿童这两餐需要的营养中至少含 64 个单位的碳水化合物, 42 个单位的蛋白质和 54 个单位的维生素 C. 如果一个单位的午餐、晚餐的费用分别是 2.5 元和 4 元, 那么要满足上述的营养要求, 并且花费最少, 应当为该儿童分别预订多少个单位的午餐和晚餐?