

2015 年普通高等学校招生考试（北京卷）

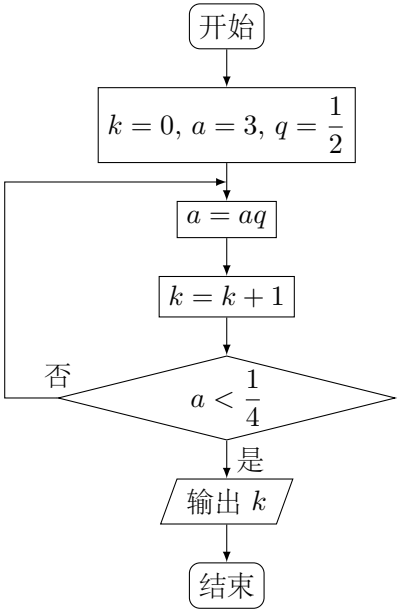
文科数学

一、选择题

1. 若集合  $A = \{x \mid -5 < x < 2\}$ ,  $B = \{x \mid -3 < x < 3\}$ , 则  $A \cap B =$  ( )  
(A)  $\{x \mid -3 < x < 2\}$  (B)  $\{x \mid -5 < x < 2\}$   
(C)  $\{x \mid -3 < x < 3\}$  (D)  $\{x \mid -5 < x < 3\}$
2. 圆心为  $(1, 1)$  且过原点的圆的方程是 ( )  
(A)  $(x - 1)^2 + (y - 1)^2 = 1$  (B)  $(x + 1)^2 + (y + 1)^2 = 1$   
(C)  $(x + 1)^2 + (y + 1)^2 = 2$  (D)  $(x - 1)^2 + (y - 1)^2 = 2$
3. 下列函数中为偶函数的是 ( )  
(A)  $y = x^2 \sin x$  (B)  $y = x^2 \cos x$   
(C)  $y = |\ln x|$  (D)  $y = 2^{-x}$
4. 某校老年、中年和青年教师的人数见下表, 采用分层抽样的方法调查教师的身体状况, 在抽取的样本中, 青年教师有 320 人, 则该样本中的老年教师人数为 ( )

类别	人数
老年教师	900
中年教师	1800
青年教师	1600
合计	4300

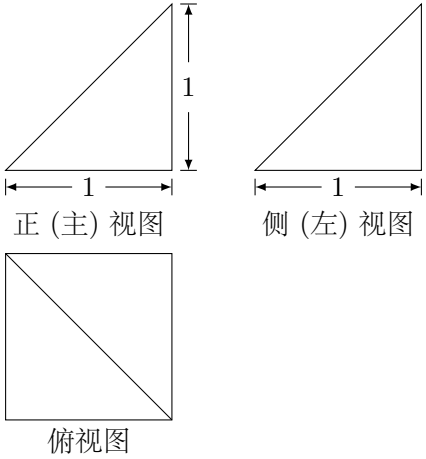
- (A) 90 (B) 100 (C) 180 (D) 300
5. 执行如图所示的程序框图, 输出  $k$  的值为 ( )



- (A) 3 (B) 4 (C) 5 (D) 6

6. 设  $\boldsymbol{a}, \boldsymbol{b}$  是非零向量, “ $\boldsymbol{a} \cdot \boldsymbol{b} = |\boldsymbol{a}| |\boldsymbol{b}|$ ”是“ $\boldsymbol{a} \parallel \boldsymbol{b}$ ”的 ( )  
(A) 充分而不必要条件 (B) 必要而不充分条件  
(C) 充分必要条件 (D) 既不充分也不必要条件

7. 某四棱锥的三视图如图所示, 该四棱锥最长棱的棱长为 ( )



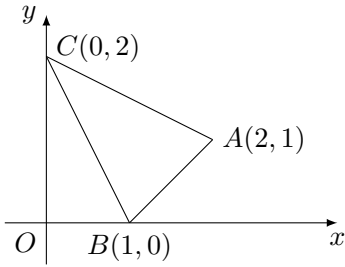
- (A) 1 (B)  $\sqrt{2}$  (C)  $\sqrt{3}$  (D) 2
8. 某辆汽车每次加油都把油箱加满, 下表记录了该车相邻两次加油时的情况

加油时间	加油量 (升)	加油时的累计里程 (千米)
2015 年 5 月 1 日	12	35000
2015 年 5 月 15 日	48	35600

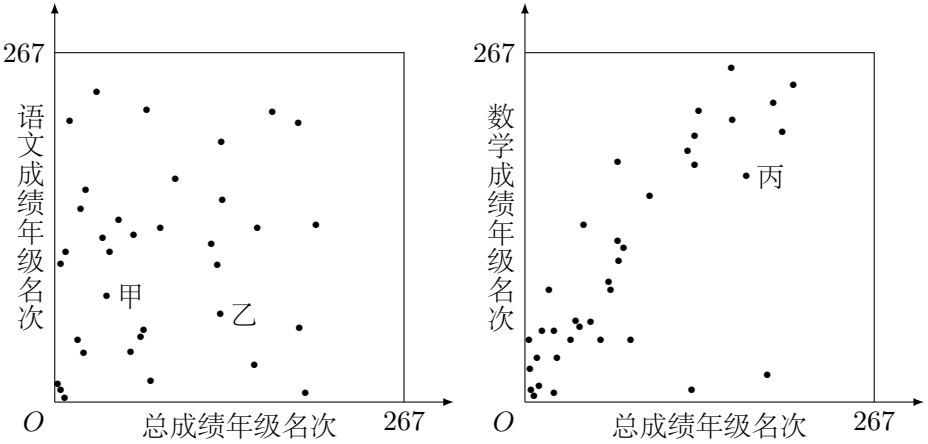
- 注: “累计里程”指汽车从出厂开始累计行驶的路程.
- 在这段时间内, 该车每 100 千米平均耗油量为 ( )
- (A) 6 升 (B) 8 升 (C) 10 升 (D) 12 升

二、填空题

9. 复数  $i(1 + i)$  的实部为\_\_\_\_\_.
10.  $2^{-3}$ ,  $3^{\frac{1}{2}}$ ,  $\log_2 5$  三个数中最大的数是\_\_\_\_\_.
11. 在  $\triangle ABC$  中,  $a = 3$ ,  $b = \sqrt{6}$ ,  $\angle A = \frac{2\pi}{3}$ , 则  $\angle B =$ \_\_\_\_\_.
12. 已知  $(2, 0)$  是双曲线  $x^2 - \frac{y^2}{b^2} = 1$  ( $b > 0$ ) 的一个焦点, 则  $b =$ \_\_\_\_\_.
13. 如图,  $\triangle ABC$  及其内部的点组成的集合记为  $D$ ,  $P(x, y)$  为  $D$  中任意一点, 则  $z = 2x + 3y$  的最大值为\_\_\_\_\_.



14. 高三年级 267 位学生参加期末考试, 某班 37 位学生的语文成绩、数学成绩与总成绩在全年级中的排名情况如图所示, 甲、乙、丙为该班三位学生.



- 从这次考试成绩看,
- ① 在甲、乙两人中, 其语文成绩名次比其总成绩名次靠前的学生是\_\_\_\_\_;
- ② 在语文和数学两个科目中, 丙同学的成绩名次更靠前的科目是\_\_\_\_\_.

三、解答题

15. 已知函数  $f(x) = \sin x - 2\sqrt{3} \sin^2 \frac{x}{2}$ .
- (1) 求  $f(x)$  的最小正周期;
- (2) 求  $f(x)$  在区间  $\left[0, \frac{2\pi}{3}\right]$  上的最小值.
16. 已知等差数列  $\{a_n\}$  满足  $a_1 + a_2 = 10$ ,  $a_4 - a_3 = 2$ .
- (1) 求  $\{a_n\}$  的通项公式;
- (2) 设等比数列  $\{b_n\}$  满足  $b_2 = a_3$ ,  $b_3 = a_7$ , 问:  $b_6$  与数列  $\{a_n\}$  的第几项相等?

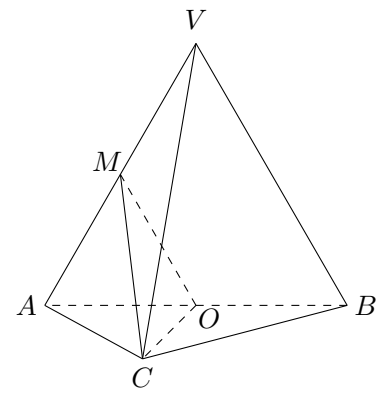
17. 某超市随机选取 1000 位顾客, 记录了他们购买甲、乙、丙、丁四种商品的情况, 整理成如下统计表, 其中“√”表示购买, “×”表示未购买.

顾客人数 \ 商品	甲	乙	丙	丁
100	√	×	√	√
217	×	√	×	√
200	√	√	√	×
300	√	×	√	×
85	√	×	×	×
98	×	√	×	×

- 估计顾客同时购买乙和丙的概率;
- 估计顾客在甲、乙、丙、丁中同时购买 3 种商品的概率;
- 如果顾客购买了甲, 则该顾客同时购买乙、丙、丁中哪种商品的可能性最大?

18. 如图, 在三棱锥  $V-ABC$  中, 平面  $VAB \perp$  平面  $ABC$ ,  $\triangle VAB$  为等边三角形,  $AC \perp BC$  且  $AC = BC = \sqrt{2}$ ,  $O, M$  分别为  $AB, VA$  的中点.

- 求证:  $VB \parallel$  平面  $MOC$ ;
- 求证: 平面  $MOC \perp$  平面  $VAB$ ;
- 求三棱锥  $V-ABC$  的体积.



19. 设函数  $f(x) = \frac{x^2}{2} - k \ln x, k > 0$ .
- 求  $f(x)$  的单调区间和极值;
  - 证明: 若  $f(x)$  存在零点, 则  $f(x)$  在区间  $(1, \sqrt{e}]$  上仅有一个零点.

20. 已知椭圆  $C: x^2 + 3y^2 = 3$ , 过点  $D(1, 0)$  且不过点  $E(2, 1)$  的直线与椭圆  $C$  交于  $A, B$  两点, 直线  $AE$  与直线  $x = 3$  交于点  $M$ .

- 求椭圆  $C$  的离心率;
- 若直线  $AB$  垂直于  $x$  轴, 求直线  $BM$  的斜率;
- 试判断直线  $BM$  与直线  $DE$  的位置关系, 并说明理由.