

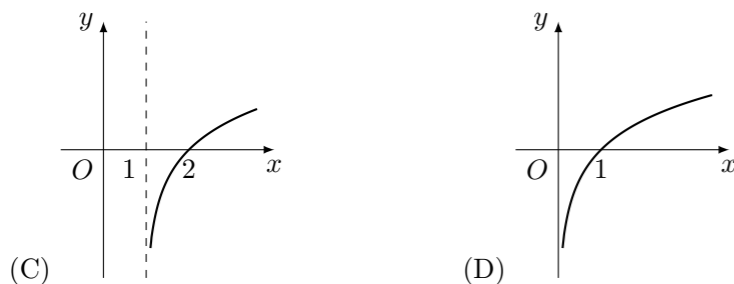
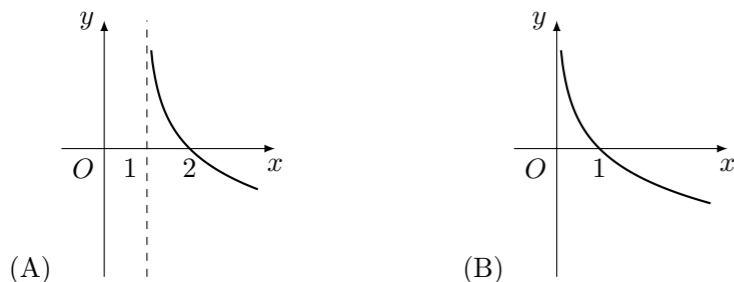
# 文科数学

## 一、选择题

1. 定义集合运算:  $A \odot B = \{z | z = xy(x+y), x \in A, y \in B\}$ , 设集合  $A = \{0, 1\}$ ,  $B = \{2, 3\}$ , 则集合  $A \odot B$  的所有元素之和为 ( )
- (A) 0 (B) 6 (C) 12 (D) 18

2. 设  $f(x) = \begin{cases} 2e^{x-1}, & x < 2 \\ \log_3(x^2 - 1), & x \geq 2 \end{cases}$ , 则  $f(f(2))$  的值为 ( )
- (A) 0 (B) 1 (C) 2 (D) 3

3. 函数  $y = 1 + a^x$  ( $0 < a < 1$ ) 的反函数的图象大致是 ( )



- (C)
- 
- (D)
- 

4. 设向量  $\mathbf{a} = (1, -3)$ ,  $\mathbf{b} = (-2, 4)$ , 若表示向量  $4\mathbf{a}$ ,  $3\mathbf{b} - 2\mathbf{a}$ ,  $\mathbf{c}$  的有向线段首尾相接能构成三角形, 则向量  $\mathbf{c}$  为 ( )
- (A)  $(1, -1)$  (B)  $(-1, 1)$  (C)  $(-4, 6)$  (D)  $(4, -6)$

5. 已知定义在  $\mathbf{R}$  上的奇函数  $f(x)$  满足  $f(x+2) = -f(x)$ , 则  $f(6)$  的值为 ( )
- (A) -1 (B) 0 (C) 1 (D) 2

6. 在  $\triangle ABC$  中, 角  $A, B, C$  的对边分别为  $a, b, c$ , 已知  $A = \frac{\pi}{3}$ ,  $a = \sqrt{3}$ ,  $b = 1$ , 则  $c =$  ( )
- (A) 1 (B) 2 (C)  $\sqrt{3} - 1$  (D)  $\sqrt{3}$

7. 在给定双曲线中, 过焦点且垂直于实轴的弦长为  $\sqrt{2}$ , 焦点到相应准线的距离为  $\frac{1}{2}$ , 则该双曲线的离心率为 ( )
- (A)  $\frac{\sqrt{2}}{2}$  (B) 2 (C)  $\sqrt{2}$  (D)  $2\sqrt{2}$
8. 正方体的内切球与其外接球的体积之比为 ( )
- (A)  $1 : \sqrt{3}$  (B)  $1 : 3$  (C)  $1 : 3\sqrt{3}$  (D)  $1 : 9$

9. 设  $p : x^2 - x - 2 < 0$ ,  $q : \frac{1+x}{|x|-2} < 0$ , 则  $p$  是  $q$  的 ( )
- (A) 充分不必要条件 (B) 必要不充分条件
- (C) 充要条件 (D) 既不充分也不必要条件

10. 已知  $\left(x^2 - \frac{1}{\sqrt{x}}\right)^n$  的展开式中第三项与第五项的系数之比为  $\frac{3}{14}$ , 则展开式中常数项是 ( )
- (A) -1 (B) 1 (C) -45 (D) 45

11. 已知集合  $A = \{5\}$ ,  $B = \{1, 2\}$ ,  $C = \{1, 3, 4\}$ , 从这三个集合各取一个元素构成空间直角坐标系中点的坐标, 则确定的不同点的个数为 ( )
- (A) 33 (B) 34 (C) 35 (D) 36

12. 已知  $x$  和  $y$  是正整数, 且满足约束条件  $\begin{cases} x+y \leq 10 \\ x-y \leq 2 \\ 2x \geq 7 \end{cases}$ , 则  $z = 2x + 3y$  的最小值是 ( )
- (A) 24 (B) 14 (C) 13 (D) 11.5

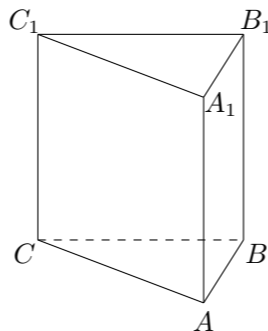
## 二、填空题

13. 某学校共有师生 2400 人, 现用分层抽样的方法, 从所有师生中抽取一个容量为 160 的样本. 已知从学生中抽取的人数为 150, 那么该学校的教师人数是\_\_\_\_\_.

14. 设  $S_n$  为等差数列  $\{a_n\}$  的前  $n$  项和,  $S_4 = 14$ ,  $S_{10} - S_7 = 30$ , 则  $S_9 =$ \_\_\_\_\_.

15. 已知抛物线  $y^2 = 4x$ , 过点  $P(4, 0)$  的直线与抛物线相交于  $A(x_1, y_1)$ ,  $B(x_2, y_2)$  两点, 则  $y_1^2 + y_2^2$  的最小值是\_\_\_\_\_.

16. 如图, 在正三棱柱  $ABC - A_1B_1C_1$  中, 所有棱长均为 1, 则点  $B_1$  到平面  $ABC_1$  的距离为\_\_\_\_\_.

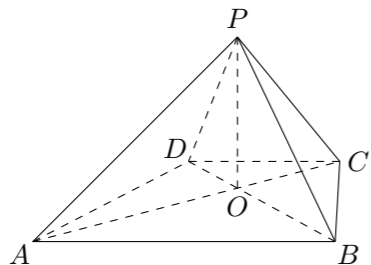


## 三、解答题

17. 设函数  $f(x) = 2x^3 - 3(a-1)x^2 + 1$ , 其中  $a \geq 1$ .
- (1) 求  $f(x)$  的单调区间;
- (2) 讨论  $f(x)$  的极值.

18. 已知函数  $f(x) = A \sin^2(\omega x + \varphi)$  ( $A > 0$ ,  $\omega > 0$ ,  $0 < \varphi < \frac{\pi}{2}$ ), 且  $y = f(x)$  的最大值为 2, 其图象相邻两对称轴间的距离为 2, 并过点  $(1, 2)$ .
- (1) 求  $\varphi$ ;
- (2) 计算  $f(1) + f(2) + \dots + f(2008)$ .

20. 如图, 已知四棱锥  $P-ABCD$  的底面  $ABCD$  为等腰梯形,  $AB \parallel DC$ ,  $AC \perp BD$ ,  $AC$  与  $BD$  相交于点  $O$ , 且顶点  $P$  在底面上的射影恰为  $O$  点. 又  $BO = 2$ ,  $PO = \sqrt{2}$ ,  $PB \perp PD$ .
- (1) 求异面直线  $PD$  与  $BC$  所成角的余弦值;
  - (2) 求二面角  $P-AB-C$  的大小;
  - (3) 设点  $M$  在棱  $PC$  上, 且  $\frac{PM}{MC} = \lambda$ , 问  $\lambda$  为何值时,  $PC \perp$  平面  $BMD$ .



21. 已知椭圆的中心在坐标原点  $O$ , 焦点在  $x$  轴上, 椭圆的短轴端点和焦点所组成的四边形为正方形, 两准线间的距离为 4.
- (1) 求椭圆的方程;
  - (2) 直线  $l$  过点  $P(0, 2)$  且与椭圆相交于  $A$ 、 $B$  两点, 当  $\triangle AOB$  面积取得最大值时, 求直线  $l$  的方程.

22. 已知数列  $\{a_n\}$  中,  $a_1 = \frac{1}{2}$ . 点  $(n, 2a_{n+1} - a_n)$  在直线  $y = x$  上, 其中  $n = 1, 2, 3, \dots$ .
- (1) 令  $b_n = a_{n+1} - a_n - 1$ , 求证数列  $\{b_n\}$  是等比数列;
  - (2) 求数列  $\{a_n\}$  的通项;
  - (3) 设  $S_n$ 、 $T_n$  分别为数列  $\{a_n\}$ 、 $\{b_n\}$  的前  $n$  项和. 是否存在实数  $\lambda$ , 使得数列  $\left\{ \frac{S_n + \lambda T_n}{n} \right\}$  为等差数列? 若存在, 试求出  $\lambda$ ; 若不存在, 则说明理由.