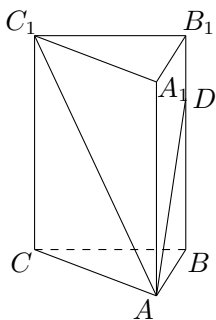


文科数学

一、选择题

- 若 $U = \{1, 2, 3, 4\}$, $M = \{1, 2\}$, $N = \{2, 3\}$, 则 $\complement_U(M \cup N) =$ ()
(A) $\{1, 2, 3\}$ (B) $\{4\}$ (C) $\{1, 3, 4\}$ (D) $\{2\}$
- 直线 $y = 2$ 与直线 $x + y - 2 = 0$ 的夹角是 ()
(A) $\frac{\pi}{4}$ (B) $\frac{\pi}{3}$ (C) $\frac{\pi}{2}$ (D) $\frac{3\pi}{4}$
- 已知等差数列 $\{a_n\}$ 的公差为 2, 若 a_1, a_3, a_4 成等比数列, 则 $a_2 =$ ()
(A) -4 (B) -6 (C) -8 (D) -10
- 已知向量 $\vec{a} = (3, 4)$, $\vec{b} = (\sin \alpha, \cos \alpha)$, 且 $\vec{a} \parallel \vec{b}$, 则 $\tan \alpha =$ ()
(A) $\frac{3}{4}$ (B) $-\frac{3}{4}$ (C) $\frac{4}{3}$ (D) $-\frac{4}{3}$
- 点 P 从 $(1, 0)$ 出发, 沿单位圆 $x^2 + y^2 = 1$ 逆时针方向运动 $\frac{2\pi}{3}$ 弧长到达 Q 点, 则 Q 的坐标为 ()
(A) $\left(-\frac{1}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2}\right)$ (B) $\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}, -\frac{1}{2}\right)$ (C) $\left(-\frac{1}{2}, -\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$ (D) $\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}, \frac{1}{2}\right)$
- 曲线 $y^2 = 4x$ 关于直线 $x = 2$ 对称的曲线方程是 ()
(A) $y^2 = 8 - 4x$ (B) $y^2 = 4x - 8$ (C) $y^2 = 16 - 4x$ (D) $y^2 = 4x - 16$
- 若 $\left(\sqrt{x} + \frac{2}{\sqrt[3]{x}}\right)^n$ 展开式中存在常数项, 则 n 的值可以是 ()
(A) 8 (B) 9 (C) 10 (D) 12
- 在 $\triangle ABC$ 中, “ $A > 30^\circ$ ”是“ $\sin A > \frac{1}{2}$ ”的 ()
(A) 充分而不必要条件 (B) 必要而不充分条件
(C) 充分必要条件 (D) 既不充分也必要条件
- 若函数 $f(x) = \log_a(x + 1)$ ($a > 0$, $a \neq 1$) 的定义域和值域都是 $[0, 1]$, 则 $a =$ ()
(A) $\frac{1}{3}$ (B) $\sqrt{2}$ (C) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ (D) 2
- 如图, 在正三棱柱 $ABC - A_1B_1C_1$ 中已知 $AB = 1$, D 在棱 BB_1 上, 且 $BD = 1$, 若 AD 与平面 AA_1C_1C 所成的角为 α , 则 $\alpha =$ ()



- (A) $\frac{\pi}{3}$ (B) $\frac{\pi}{4}$ (C) $\arcsin \frac{\sqrt{10}}{4}$ (D) $\arcsin \frac{\sqrt{6}}{4}$

- 若椭圆 $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($a > b > 0$) 的左、右焦点分别为 F_1, F_2 , 线段 F_1F_2 被点 $\left(\frac{b}{2}, 0\right)$ 分成 $5:3$ 两段, 则此椭圆的离心率为 ()
(A) $\frac{16}{17}$ (B) $\frac{4\sqrt{17}}{17}$ (C) $\frac{4}{5}$ (D) $\frac{2\sqrt{5}}{5}$
- 若 $f(x)$ 和 $g(x)$ 都是定义在实数集 \mathbf{R} 上的函数, 且方程 $x - f[g(x)] = 0$ 有实数解, 则 $g[f(x)]$ 不可能是 ()
(A) $x^2 + x - \frac{1}{5}$ (B) $x^2 + x + \frac{1}{5}$ (C) $x^2 - \frac{1}{5}$ (D) $x^2 + \frac{1}{5}$

二、填空题

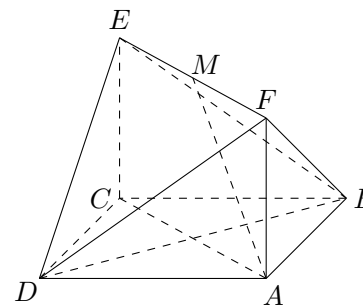
- 已知 $f(x) = \begin{cases} 1, & x \geq 0 \\ -1, & x < 0 \end{cases}$, 则不等式 $x + (x + 2) \cdot f(x + 2) \leq 5$ 的解集是_____.
- 已知平面上三点 A, B, C 满足 $|\overrightarrow{AB}| = 3$, $|\overrightarrow{BC}| = 4$, $|\overrightarrow{CA}| = 5$, 则 $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{BC} \cdot \overrightarrow{CA} + \overrightarrow{CA} \cdot \overrightarrow{AB}$ 的值等于_____.
- 已知平面 $\alpha \perp \beta$, $\alpha \cap \beta = l$, P 是空间一点, 且 P 到 α, β 的距离分别是 1, 2, 则点 P 到 l 的距离为_____.
- 设坐标平面内有一个质点从原点出发, 沿 x 轴跳动, 每次向正方向或负方向跳 1 个单位, 经过 5 次跳动质点落在点 $(3, 0)$ (允许重复过此点) 处, 则质点不同的运动方法共有_____种. (用数字作答)

三、解答题

- 已知数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n , $S_n = \frac{1}{3}(a_n - 1)$ ($n \in \mathbf{N}^*$).
(1) 求 a_1, a_2 ;
(2) 求证数列 $\{a_n\}$ 是等比数列.

- 在 $\triangle ABC$ 中, 角 A, B, C 所对的边分别为 a, b, c , 且 $\cos A = \frac{1}{3}$.
(1) 求 $\sin^2 \frac{B+C}{2} + \cos 2A$ 的值;
(2) 若 $a = \sqrt{3}$, 求 bc 的最大值.

- 如图, 已知正方形 $ABCD$ 和矩形 $ACEF$ 所在的平面互相垂直, $AB = \sqrt{2}$, $AF = 1$, M 是线段 EF 的中点.
(1) 求证: $AM \parallel$ 平面 BDE ;
(2) 求证: $AM \perp$ 平面 BDF ;
(3) 求二面角 $A - DF - B$ 的大小.



20. 某地区有 5 个工厂, 由于用电紧缺, 规定每个工厂在一周内必须选择某一天停电 (选哪一天是等可能的). 假定工厂之间的选择互不影响.

- (1) 求 5 个工厂均选择星期日停电的概率;
- (2) 求至少有两个工厂选择同一天停电的概率.

21. 已知 a 为实数, $f(x) = (x^2 - 4)(x - a)$.

- (1) 求导数 $f'(x)$;
- (2) 若 $f'(-1) = 0$, 求 $f(x)$ 在 $[-2, 2]$ 上的最大值和最小值;
- (3) 若 $f(x)$ 在 $(-\infty, -2]$ 和 $[2, +\infty)$ 上都是递增的, 求 a 的取值范围.

22. 已知双曲线的中心在原点, 右顶点为 $A(1, 0)$ 点 P 、 Q . 在双曲线的右支上, 点 $M(m, 0)$ 到直线 AP 的距离为 1.

- (1) 若直线 AP 的斜率为 k , 且 $|k| \in \left[\frac{\sqrt{3}}{3}, \sqrt{3} \right]$, 求实数 m 的取值范围;
- (2) 当 $m = \sqrt{2} + 1$ 时, $\triangle APQ$ 的内心恰好是点 M , 求此双曲线的方程.