

2018 年普通高等学校招生考试 (北京卷)

文科数学

一、选择题

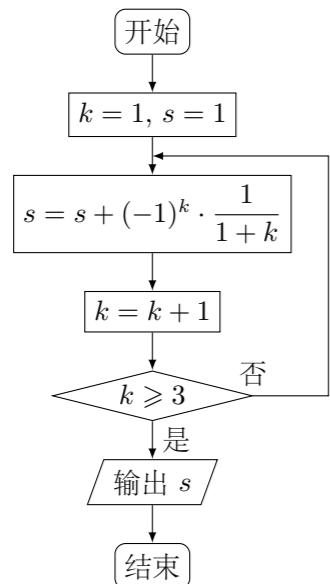
1. 已知集合 $A = \{x \mid |x| < 2\}$, $B = \{-2, 0, 1, 2\}$, 则 $A \cap B =$ ()

- (A) $\{0, 1\}$ (B) $\{-1, 0, 1\}$ (C) $\{-2, 0, 1, 2\}$ (D) $\{-1, 0, 1, 2\}$

2. 在复平面内, 复数 $\frac{1}{1-i}$ 的共轭复数对应的点位于 ()

- (A) 第一象限 (B) 第二象限 (C) 第三象限 (D) 第四象限

3. 执行如图所示的程序框图, 输出的 s 值为 ()



- (A) $\frac{1}{2}$ (B) $\frac{5}{6}$ (C) $\frac{7}{6}$ (D) $\frac{7}{12}$

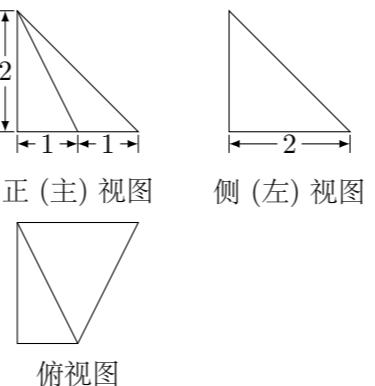
4. 设 a, b, c, d 是非零实数, 则“ $ad = bc$ ”是“ a, b, c, d 成等比数列”的 ()

- (A) 充分而不必要条件 (B) 必要而不充分条件
 (C) 充分必要条件 (D) 既不充分也不必要条件

5. “十二平均律”是通用的音律体系, 明代朱载堉最早用数学方法计算出半音比例, 为这个理论的发展做出了重要贡献. 十二平均律将一个纯八度音程分成十二份, 依次得到十三个单音, 从第二个单音起, 每一个单音的频率与它的前一个单音的频率的比都等于 $\sqrt[12]{2}$. 若第一个单音的频率为 f , 则第八个单音的频率为 ()

- (A) $\sqrt[3]{2}f$ (B) $\sqrt[3]{2^2}f$ (C) $\sqrt[12]{2^5}f$ (D) $\sqrt[12]{2^7}f$

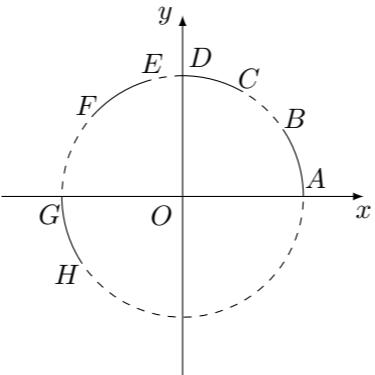
6. 某四棱锥的三视图如图所示, 在此四棱锥的侧面中, 直角三角形的个数为 ()



15. 设 $\{a_n\}$ 是等差数列, 且 $a_1 = \ln 2$, $a_2 + a_3 = 5 \ln 2$.

- (1) 求 $\{a_n\}$ 的通项公式;
 (2) 求 $e^{a_1} + e^{a_2} + \cdots + e^{a_n}$.

7. 在平面直角坐标系中, $\widehat{AB}, \widehat{CD}, \widehat{EF}, \widehat{GH}$ 是圆 $x^2 + y^2 = 1$ 上的四段弧 (如图), 点 P 在其中一段上, 角 α 以 Ox 为始边, OP 为终边. 若 $\tan \alpha < \cos \alpha < \sin \alpha$, 则 P 所在的圆弧是 ()



- (A) \widehat{AB} (B) \widehat{CD} (C) \widehat{EF} (D) \widehat{GH}

16. 已知函数 $f(x) = \sin^2 x + \sqrt{3} \sin x \cos x$.

- (1) 求 $f(x)$ 的最小正周期;
 (2) 若 $f(x)$ 在区间 $[-\frac{\pi}{3}, m]$ 上的最大值为 $\frac{3}{2}$, 求 m 的最小值.

二、填空题

9. 设向量 $\mathbf{a} = (1, 0)$, $\mathbf{b} = (-1, m)$. 若 $\mathbf{a} \perp (m\mathbf{a} - \mathbf{b})$, 则 $m =$ _____.

10. 已知直线 l 过点 $(1, 0)$ 且垂直于 x 轴. 若 l 被抛物线 $y^2 = 4ax$ 截得的线段长为 4, 则抛物线的焦点坐标为 _____.

11. 能说明“若 $a > b$, 则 $\frac{1}{a} < \frac{1}{b}$ ”为假命题的一组 a, b 的值依次为 _____.

12. 若双曲线 $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{4} = 1$ ($a > 0$) 的离心率为 $\frac{\sqrt{5}}{2}$, 则 $a =$ _____.

13. 若 x, y 满足 $x+1 \leq y \leq 2x$, 则 $2y-x$ 的最小值是 _____.

14. 若 $\triangle ABC$ 的面积为 $\frac{\sqrt{3}}{4}(a^2 + c^2 - b^2)$, 且 $\angle C$ 为钝角, 则 $\angle B =$ _____.
 $\frac{c}{a}$ 的取值范围是 _____.

三、解答题

17. 电影公司随机收集了电影的有关数据, 经分类整理得到下表:

电影类型	第一类	第二类	第三类	第四类	第五类	第六类
电影部数	140	50	300	200	800	510
好评率	0.4	0.2	0.15	0.25	0.2	0.1

好评率是指: 一类电影中获得好评的部数与该类电影的部数的比值.

- (1) 从电影公司收集的电影中随机选取 1 部, 求这部电影是获得好评的第四类电影的概率;
- (2) 随机选取 1 部电影, 估计这部电影没有获得好评的概率;
- (3) 电影公司为增加投资回报, 拟改变投资策略, 这将导致不同类型电影的好评率发生变化. 假设表格中只有两类电影的好评率数据发生变化, 那么哪类电影的好评率增加 0.1, 哪类电影的好评率减少 0.1, 使得获得好评的电影总部数与样本中的电影总部数的比值达到最大? (只需写出结论)

19. 设函数 $f(x) = [ax^2 - (3a + 1)x + 3a + 2] e^x$.

- (1) 若曲线 $y = f(x)$ 在点 $(2, f(2))$ 处的切线斜率为 0, 求 a ;
- (2) 若 $f(x)$ 在 $x = 1$ 处取得极小值, 求 a 的取值范围.

20. 已知椭圆 $M: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($a > b > 0$) 的离心率为 $\frac{\sqrt{6}}{3}$, 焦距为 $2\sqrt{2}$, 斜

率为 k 的直线 l 与椭圆 M 有两个不同的交点 A, B .

- (1) 求椭圆 M 的方程;
- (2) 若 $k = 1$, 求 $|AB|$ 的最大值;
- (3) 设 $P(-2, 0)$, 直线 PA 与椭圆 M 的另一个交点为 C , 直线 PB 与椭圆 M 的另一个交点为 D . 若 C, D 和点 $Q\left(-\frac{7}{4}, \frac{1}{4}\right)$ 共线, 求 k .

18. 如图, 在四棱锥 $P-ABCD$ 中, 底面 $ABCD$ 为矩形, 平面 $PAD \perp$ 平面 $ABCD$, $PA \perp PD$, $PA = PD$, E, F 分别为 AD, PB 的中点.

- (1) 求证: $PE \perp BC$;
- (2) 求证: 平面 $PAB \perp$ 平面 PCD ;
- (3) 求证: $EF \parallel$ 平面 PCD ;

