2012 年普通高等学校招生考试（辽宁卷）

文科数学

一、选择题

1. 已知向量 $\boldsymbol{a}=(1,-1)$, $\boldsymbol{b}=(2,x)$. 若 $\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}=1$, 则 $x=$ ( )

(A) -1 (B) $-\frac{1}{2}$ (C) $\frac{1}{2}$ (D) 1

2. 已知全集 $U=\{0,1,2,3,4,5,6,7,8,9\}$, 集合 $A=\{0,1,3,5,8\}$, 集合 $B=\{2,4,5,6,8\}$, 则 $(\complement_U A)\cap(\complement_U B)=$ ( )

(A) $\{5,8\}$ (B) $\{7,9\}$ (C) $\{0,1,3\}$ (D) $\{2,4,6\}$

3. 复数 $\frac{1}{1+\mathrm{i}}=$ ( )

(A) $\frac{1}{2}-\frac{1}{2}\mathrm{i}$ (B) $\frac{1}{2}+\frac{1}{2}\mathrm{i}$ (C) $1-\mathrm{i}$ (D) $1+\mathrm{i}$

4. 在等差数列 $\{a_n\}$ 中, 已知 $a_4+a_8=16$, 则 $a_2+a_{10}=$ ( )

(A) 12 (B) 16 (C) 20 (D) 24

5. 已知命题 p: $\forall x_1, x_2\in\mathbf{R}, (f(x_2)-f(x_1))(x_2-x_1)\geqslant 0$, 则 $\neg p$ 是 ( )

(A) $\exists x_1, x_2\in\mathbf{R}, (f(x_2)-f(x_1))(x_2-x_1)\leqslant 0$

(B) $\forall x_1, x_2\in\mathbf{R}, (f(x_2)-f(x_1))(x_2-x_1)\leqslant 0$

(C) $\exists x_1, x_2\in\mathbf{R}, (f(x_2)-f(x_1))(x_2-x_1)< 0$

(D) $\forall x_1, x_2\in\mathbf{R}, (f(x_2)-f(x_1))(x_2-x_1)< 0$

6. 已知 $\sin\alpha-\cos\alpha=\sqrt{2}$, $\alpha\in(0,\pi)$, 则 $\tan\alpha=$ ( )

(A) -1 (B) $-\frac{\sqrt{2}}{2}$ (C) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ (D) 1

7. 将圆 $x^2+y^2-2x-4y+1=0$ 平分的直线是 ( )

(A) $x+y-1=0$ (B) $x+y+3=0$

(C) $x-y+1=0$ (D) $x-y+3=0$

8. 函数 $y=\frac{1}{2}x^2-\ln x$ 的单调递减区间为 ( )

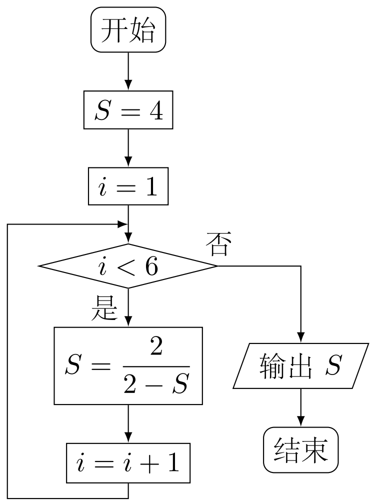
(A) $(-1,1]$ (B) $(0,1]$ (C) $[1,+\infty)$ (D) $(0,+\infty)$

9. 设变量 x, y 满足 $\begin{cases}x-y\leqslant 10\\ 0\leqslant x+y\leqslant 20\\ 0\leqslant y\leqslant 15\end{cases}$, 则 $2x+3y$ 的最大值为 ( )

(A) 20 (B) 35 (C) 45 (D) 55

10. 执行如图所示的程序框图, 则输出的 S 值是 ( )

(A) 4 (B) $\frac{3}{2}$ (C) $\frac{2}{3}$ (D) -1



11. 在长为 12 cm 的线段 AB 上任取一点 C. 现作一矩形, 邻边长分别等于线段 AC, CB 的长, 则该矩形面积大于 20 cm^2 的概率为 ( )

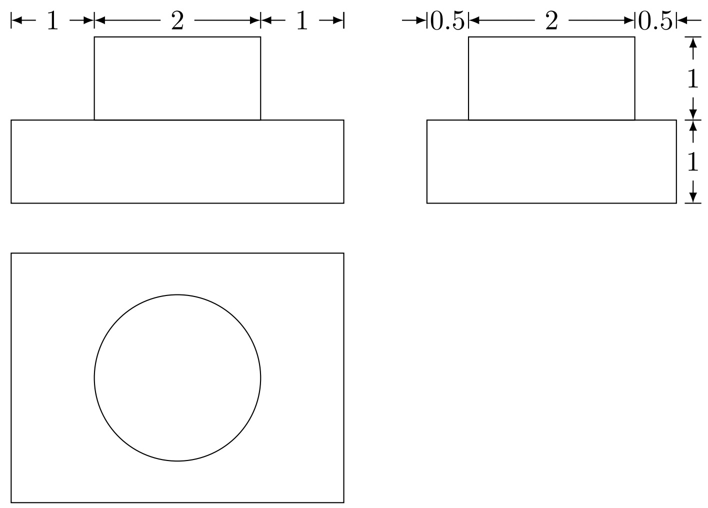
(A) $\frac{1}{6}$ (B) $\frac{1}{3}$ (C) $\frac{2}{3}$ (D) $\frac{4}{5}$

12. 已知 P, Q 为抛物线 $x^2=2y$ 上两点, 点 P, Q 的横坐标分别为 4, -2, 过 P, Q 分别作抛物线的切线, 两切线交于点 A, 则点 A 的纵坐标为 ( )

(A) 1 (B) 3 (C) -4 (D) -8

二、填空题

13. 一个几何体的三视图如图所示, 则该几何体的体积为______.



14. 已知等比数列 $\{a_n\}$ 为递增数列. 若 $a_1>0$, 且 $2(a_n+a_{n+2})=5a_{n+1}$, 则数列 $\{a_n\}$ 的公比 $q=$______.

15. 已知双曲线 $x^2-y^2=1$, 点 F_1, F_2 为其两个焦点, 点 P 为双曲线上一点. 若 $PF_1\perp PF_2$, 则 $|PF_1|+|PF_2|$ 的值为______.

16. 已知点 P, A, B, C, D 是球 O 表面上的点, $PA\perp$ 平面 $ABCD$, 四边形 $ABCD$ 是边长为 $2\sqrt{3}$ 的正方形. 若 $PA=2\sqrt{6}$, 则 $\triangle OAB$ 的面积为______.

三、解答题

17. 在 $\triangle ABC$ 中, 角 A, B, C 的对边分别为 a, b, c. 角 A, B, C 成等差数列.

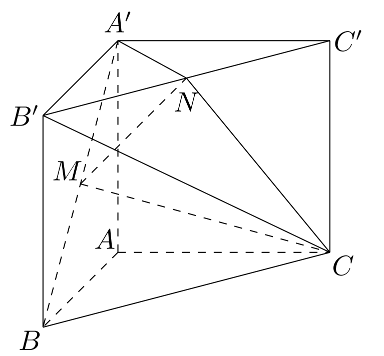
(1) 求 $\cos B$ 的值;

(2) 若边 a, b, c 成等比数列, 求 $\sin A\sin C$ 的值.

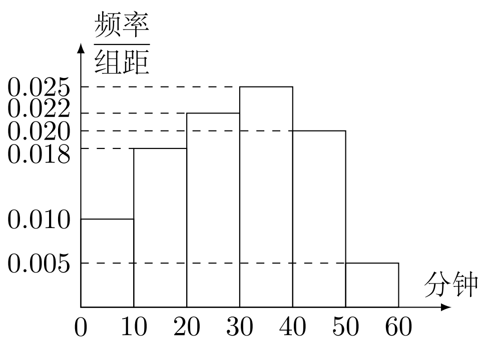
18. 如图, 直三棱柱 $ABC-A'B'C'$, $\angle BAC=90^\circ$, $AB=AC=\sqrt{2}$, $AA'=1$, 点 M, N 分别为 $A'B$ 和 $B'C'$ 的中点.

(1) 证明: $MN\,/\!/$ 平面 $A'ACC'$;

(2) 求三棱锥 $A'-MNC$ 的体积. (锥体体积公式 $V=\frac{1}{3}Sh$, 其中 S 为底面面积, h 为高)



19. 电视传媒公司为了解某地区观众对某类体育节目的收视情况, 随机抽取了 100 名观众进行调查, 其中女性有 55 名. 下面是根据调查结果绘制的观众日均收看该体育节目时间的频率分布直方图:



将日均收看该体育节目时间不低于 40 分钟的观众称为"体育迷".

(1) 根据已知条件完成下面的 2×2 列联表, 并据此资料你是否认为"体育迷"与性别有关?

	非体育迷	体育迷	合计
男			
女			
合计			

(2) 将日均收看该体育节目不低于 50 分钟的观众称为"超级体育迷", 已知"超级体育迷"中有 2 名女性. 若从"超级体育迷"中任意选取 2 人, 求至少有 1 名女性观众的概率.

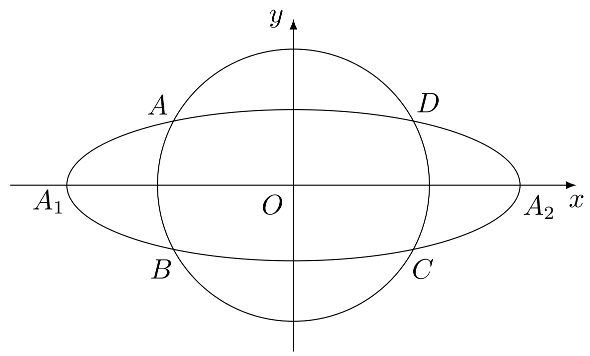
附: $\chi^2 = \dfrac{n\left(n_{11}n_{22} - n_{12}n_{21}\right)^2}{n_{1+}n_{2+}n_{+1}n_{+2}}$,

$P\left(\chi^2 \geqslant k\right)$	0.05	0.01
k	3.841	6.635

20. 如图, 动圆 $C_1: x^2 + y^2 = t^2$, $1 < t < 3$, 与椭圆 $C_2: \dfrac{x^2}{9} + y^2 = 1$ 相交于 A, B, C, D 四点, 点 A_1, A_2 分别为 C_2 的左, 右顶点.

(1) 当 t 为何值时, 矩形 $ABCD$ 的面积取得最大值? 并求出其最大面积;

(2) 求直线 AA_1 与直线 A_2B 交点 M 的轨迹方程.



21. 设 $f(x) = \ln x + \sqrt{x} - 1$, 证明:

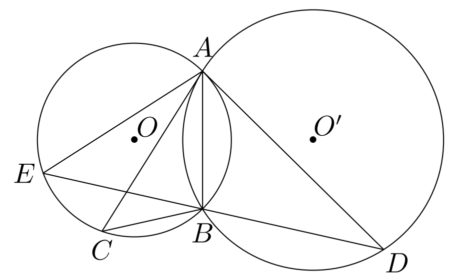
(1) 当 $x > 1$ 时, $f(x) < \dfrac{3}{2}(x-1)$;

(2) 当 $1 < x < 3$ 时, $f(x) < \dfrac{9(x-1)}{x+5}$.

22. 如图, $\odot O$ 和 $\odot O'$ 相交于 A, B 两点, 过 A 作两圆的切线分别交两圆于 C, D 两点, 连接 DB 并延长交 $\odot O$ 于点 E. 证明:

(1) $AC \cdot BD = AD \cdot AB$;

(2) $AC = AE$.



23. 在直角坐标系 xOy 中, 圆 $C_1: x^2 + y^2 = 4$, 圆 $C_2: (x-2)^2 + y^2 = 4$.

(1) 在以 O 为极点, x 轴非负半轴为极轴的极坐标系中, 分别写出圆 C_1、C_2 的极坐标方程, 并求出圆 C_1, C_2 的交点坐标 (用极坐标表示);

(2) 求圆 C_1 与 C_2 的公共弦的参数方程.

24. 已知 $f(x) = |ax + 1|$ $(a \in \mathbf{R})$, 不等式 $f(x) \leqslant 3$ 的解集为 $\{x \mid -2 \leqslant x \leqslant 1\}$.

(1) 求 a 的值;

(2) 若 $\left|f(x) - 2f\left(\dfrac{x}{2}\right)\right| \leqslant k$ 恒成立, 求 k 的取值范围.