2014 年普通高等学校招生考试（广东卷）

理科数学

一、选择题

1. 已知集合 $M=\{-1,0,1\}$, $N=\{0,1,2\}$, 则 $M\cup N=$ （ ）

(A) $\{0,1\}$ (B) $\{-1,0,2\}$ (C) $\{-1,0,1,2\}$ (D) $\{-1,0,1\}$

2. 已知复数 z 满足 $(3+4\mathrm{i})z=25$, 则 $z=$ （ ）

(A) $-3+4\mathrm{i}$ (B) $-3-4\mathrm{i}$ (C) $3+4\mathrm{i}$ (D) $3-4\mathrm{i}$

3. 若变量 x, y 满足约束条件 $\begin{cases} y\leqslant x \\ x+y\leqslant 1 \\ y\geqslant -1 \end{cases}$ 且 $z=2x+y$ 的最大值和最小值分别为 m 和 n, 则 $m-n=$ （ ）

(A) 5 (B) 6 (C) 7 (D) 8

4. 若实数 k 满足 $0<k<9$, 则曲线 $\dfrac{x^2}{25}-\dfrac{y^2}{9-k}=1$ 与曲线 $\dfrac{x^2}{25-k}-\dfrac{y^2}{9}=1$ 的 （ ）

(A) 焦距相等 (B) 实半轴长相等 (C) 虚半轴长相等 (D) 离心率相等

5. 已知向量 $\boldsymbol{a}=(1,0,-1)$, 则下列向量中与 $\boldsymbol{a}$ 成 60° 夹角的是 （ ）

(A) $(-1,1,0)$ (B) $(1,-1,0)$ (C) $(0,-1,1)$ (D) $(-1,0,1)$

6. 已知某地区中小学生人数和近视情况如图 1 和图 2 所示, 为了解该地区中小学生的近视形成原因, 用分层抽样的方法抽取 2% 的学生进行调查, 则样本容量和抽取的高中生近视人数分别为 （ ）

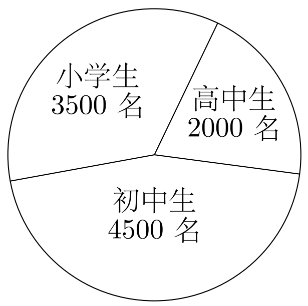


图 1

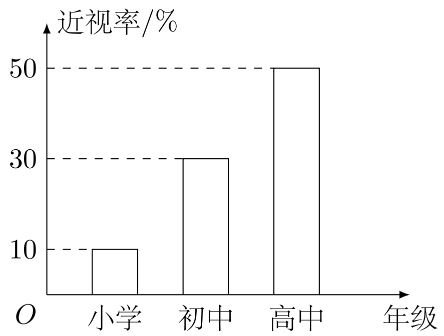


图 2

(A) 200, 20 (B) 100, 20 (C) 200, 10 (D) 100, 10

7. 若空间中四条两两不同的直线 l_1, l_2, l_3, l_4, 满足 $l_1\perp l_2$, $l_2\perp l_3$, $l_3\perp l_4$, 则下列结论一定正确的是 （ ）

(A) $l_1\perp l_4$ (B) $l_1 /\!/ l_4$

(C) l_1, l_4 既不垂直也不平行 (D) l_1, l_4 的位置关系不确定

8. 设集合 $A=\{(x_1,x_2,x_3,x_4,x_5)\mid x_i\in\{-1,0,1\},\ i=1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 5\}$, 那么集合 A 中满足条件“$1\leqslant |x_1|+|x_2|+|x_3|+|x_4|+|x_5|\leqslant 3$”的元素个数为 （ ）

(A) 60 (B) 90 (C) 120 (D) 130

二、填空题

9. 不等式 $|x-1|+|x+2|\geqslant 5$ 的解集为______.

10. 曲线 $y=\mathrm{e}^{-5x}+2$ 在点 $(0,3)$ 处的切线方程为______.

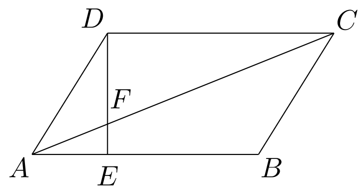
11. 从 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 中任取七个不同的数, 则这七个数的中位数是 6 的概率为______.

12. 在 $\triangle ABC$ 中, 角 A, B, C 所对应的边分别为 a, b, c, 已知 $b\cos C+c\cos B=2b$, 则 $\dfrac{a}{b}=$______.

13. 若等比数列 $\{a_n\}$ 的各项均为正数, 且 $a_{10}a_{11}+a_9a_{12}=2\mathrm{e}^5$, 则 $\ln a_1+\ln a_2+\cdots+\ln a_{20}=$______.

14. 在极坐标系中, 曲线 C_1 和 C_2 的方程分别为 $\rho\sin^2\theta=\cos\theta$ 和 $\rho\sin\theta=1$, 以极点为平面直角坐标系的原点, 极轴为 x 轴的正半轴, 建立平面直角坐标系, 则曲线 C_1 和 C_2 的交点的直角坐标为______.

15. 如图, 在平行四边形 $ABCD$ 中, 点 E 在 AB 上, 且 $EB=2AE$, AC 与 DE 交于点 F, 则 $\dfrac{\triangle CDF\text{ 的面积}}{\triangle AEF\text{ 的面积}}=$______.



三、解答题

16. 已知函数 $f(x)=A\sin\left(x+\dfrac{\pi}{4}\right)$, $x\in\mathbf{R}$, 且 $f\left(\dfrac{5\pi}{12}\right)=\dfrac{3}{2}$.

(1) 求 A 的值;

(2) 若 $f(\theta)+f(-\theta)=\dfrac{3}{2}$, $\theta\in\left(0,\dfrac{\pi}{2}\right)$, 求 $f\left(\dfrac{3}{4}\pi-\theta\right)$.

17. 随机观测生产某种零件的某工厂 25 名工人的日加工零件数 (单位: 件), 获得数据如下: 30, 42, 41, 36, 44, 40, 37, 37, 25, 45, 29, 43, 31, 36, 49, 34, 33, 43, 38, 42, 32, 34, 46, 39, 36. 根据上述数据得到样本的频率分布表如下:

分组	频数	频率
$[25,30]$	3	0.12
$(30,35]$	5	0.20
$(35,40]$	8	0.32
$(40,45]$	n_1	f_1
$(45,50]$	n_2	f_2

(1) 确定样本频率分布表中 n_1, n_2, f_1 和 f_2 的值;

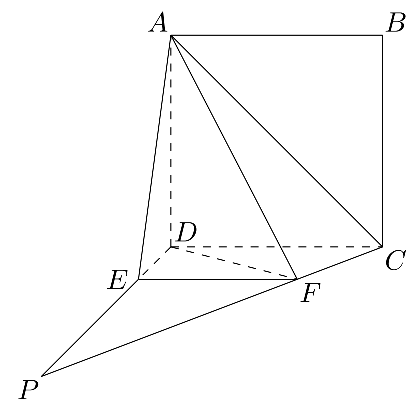
(2) 根据上述频率分布表, 画出样本频率分布直方图;

(3) 根据样本频率分布直方图, 求在该厂任取 4 人, 至少有 1 人的日加工零件数落在区间 $(30,35]$ 的概率.

18. 如图, 四边形 $ABCD$ 为正方形, $PD\perp$ 平面 $ABCD$, $\angle DPC=30^\circ$, $AF\perp PC$ 于点 F, $FE /\!/ CD$, 交 PD 于点 E.

(1) 证明: $CF\perp$ 平面 ADF;

(2) 求二面角 $D-AF-E$ 的余弦值.



19. 设数列 $\{a_n\}$ 的前 n 和为 S_n, 满足 $S_n=2na_{n+1}-3n^2-4n$, $n\in\mathbf{N}^*$, 且 $S_3=15$.

(1) 求 a_1, a_2, a_3 的值;

(2) 求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式.

20. 已知椭圆 $C:\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1\ (a>b>0)$ 的一个焦点为 $\left(\sqrt{5},0\right)$, 离心率为 $\dfrac{\sqrt{5}}{3}$.

(1) 求椭圆 C 的标准方程;

(2) 若动点 $P\left(x_0,y_0\right)$ 为椭圆 C 外一点, 且点 P 到椭圆 C 的两条切线相互垂直, 求点 P 的轨迹方程.

21. 设函数 $f\left(x\right)=\dfrac{1}{\sqrt{\left(x^2+2x+k\right)^2+2\left(x^2+2x+k\right)-3}}$, 其中 $k<-2$.

(1) 求函数 $f\left(x\right)$ 的定义域 D (用区间表示);

(2) 讨论 $f\left(x\right)$ 在区间 D 上的单调性;

(3) 若 $k<-6$, 求 D 上满足条件 $f\left(x\right)>f\left(1\right)$ 的 x 的集合 (用区间表示).