

## 文科数学

## 一、选择题

1. 设集合  $A = \{x | x \in \mathbf{Z} \text{ 且 } -10 \leq x \leq -1\}$ ,  $B = \{x | x \in \mathbf{Z} \text{ 且 } |x| \leq 5\}$ , 则  $A \cup B$  中的元素个数是 ( )  
 (A) 11 (B) 10 (C) 16 (D) 15

2. 在复平面内, 把复数  $3 - \sqrt{3}i$  对应的向量按顺时针方向旋转  $\frac{\pi}{3}$ , 所得向量对应的复数是 ( )

(A)  $2\sqrt{3}$  (B)  $-2\sqrt{3}i$  (C)  $\sqrt{3} - 3i$  (D)  $3 + \sqrt{3}i$

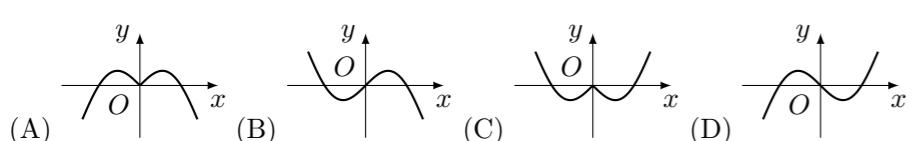
3. 一个长方体共一顶点的三个面的面积分别是  $\sqrt{2}$ ,  $\sqrt{3}$ ,  $\sqrt{6}$ , 这个长方体对角线的长是 ( )

(A)  $2\sqrt{3}$  (B)  $3\sqrt{2}$  (C) 6 (D)  $\sqrt{6}$

4. 已知  $\sin \alpha > \sin \beta$ , 那么下列命题成立的是 ( )

(A) 若  $\alpha$ 、 $\beta$  是第一象限角, 则  $\cos \alpha > \cos \beta$   
 (B) 若  $\alpha$ 、 $\beta$  是第二象限角, 则  $\tan \alpha > \tan \beta$   
 (C) 若  $\alpha$ 、 $\beta$  是第三象限角, 则  $\cos \alpha > \cos \beta$   
 (D) 若  $\alpha$ 、 $\beta$  是第四象限角, 则  $\tan \alpha > \tan \beta$

5. 函数  $y = -x \cos x$  的部分图象是 ( )



6. 《中华人民共和国个人所得税法》规定, 公民全月工资、薪金所得不超过 800 元的部分不必纳税, 超过 800 元的部分为全月应纳税所得额, 此项税款按下表分段累进计算:

全月应纳税所得额	税率
不超过 500 元的部分	5%
超过 500 元至 2000 元的部分	10%
超过 2000 元至 5000 元的部分	15%
...	...

某人一月份交纳此项税款 26.78 元, 则他的当月工资、薪金所得介于 ( )

(A) 800~900 元 (B) 900~1200 元  
 (C) 1200~1500 元 (D) 1500~2800 元

7. 若  $a > b > 1$ ,  $P = \sqrt{\lg a \cdot \lg b}$ ,  $Q = \frac{1}{2}(\lg a + \lg b)$ ,  $R = \lg \left( \frac{a+b}{2} \right)$ , 则

(A)  $R < P < Q$  (B)  $P < Q < R$  (C)  $Q < P < R$  (D)  $P < R < Q$

8. 已知两条直线  $l_1 : y = x$ ,  $l_2 : ax - y = 0$ , 其中  $a$  为实数. 当这两条直线的夹角在  $\left(0, \frac{\pi}{12}\right)$  内变动时,  $a$  的取值范围是 ( )

- (A)  $(0, 1)$   
 (B)  $\left(\frac{\sqrt{3}}{3}, \sqrt{3}\right)$   
 (C)  $\left(\frac{\sqrt{3}}{3}, 1\right) \cup (1, \sqrt{3})$   
 (D)  $(1, \sqrt{3})$

9. 一个圆柱的侧面展开图是一个正方形, 这个圆柱的全面积与侧面积的比是 ( )

(A)  $\frac{1+2\pi}{2\pi}$  (B)  $\frac{1+4\pi}{4\pi}$  (C)  $\frac{1+2\pi}{\pi}$  (D)  $\frac{1+4\pi}{2\pi}$

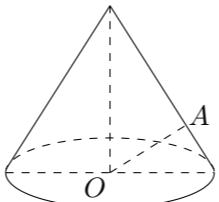
10. 过原点的直线与圆  $x^2 + y^2 + 4x + 3 = 0$  相切, 若切点在第三象限, 则该直线的方程是 ( )

(A)  $y = \sqrt{3}x$  (B)  $y = -\sqrt{3}x$  (C)  $y = \frac{\sqrt{3}}{3}x$  (D)  $y = -\frac{\sqrt{3}}{3}x$

11. 过抛物线  $y = ax^2$  ( $a > 0$ ) 的焦点  $F$  作一直线交抛物线于  $P$ 、 $Q$  两点, 若线段  $PF$  与  $FQ$  的长分别是  $p$ 、 $q$ , 则  $\frac{1}{p} + \frac{1}{q}$  等于 ( )

(A)  $2a$  (B)  $\frac{1}{2a}$  (C)  $4a$  (D)  $\frac{4}{a}$

12. 如图,  $OA$  是圆锥底面中心  $O$  到母线的垂线,  $OA$  绕轴旋转一周所得曲面将圆锥分成体积相等的两部分, 则母线与轴的夹角为 ( )



(A)  $\arccos \frac{1}{\sqrt[3]{2}}$  (B)  $\arccos \frac{1}{2}$  (C)  $\arccos \frac{1}{\sqrt{2}}$  (D)  $\arccos \frac{1}{\sqrt[4]{2}}$

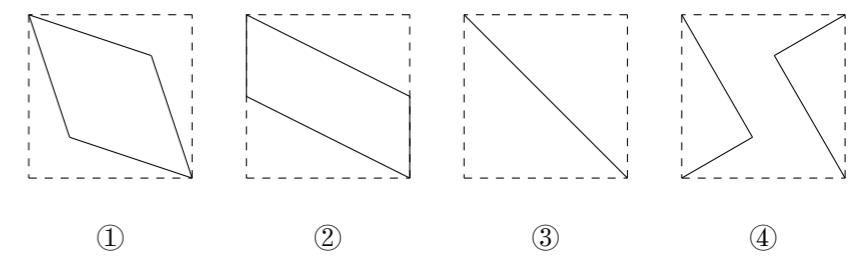
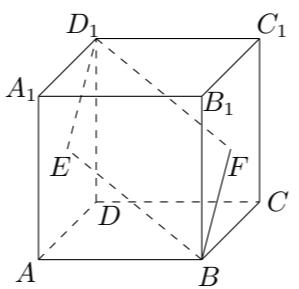
## 二、填空题

13. 乒乓球队的 10 名队员中有 3 名主力队员, 派 5 名参加比赛, 3 名主力队员要安排在第一、三、五位置, 其余 7 名队员选 2 名安排在第二、四位置, 那么不同的出场安排共有\_\_\_\_种 (用数字作答).

14. 椭圆  $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4} = 1$  的焦点  $F_1$ 、 $F_2$ , 点  $P$  为其上的动点, 当  $\angle F_1 P F_2$  为钝角时, 点  $P$  横坐标的取值范围是\_\_\_\_.

15. 设  $\{a_n\}$  是首项为 1 的正项数列, 且  $(n+1)a_{n+1}^2 - na_n^2 + a_{n+1}a_n = 0$  ( $n = 1, 2, 3, \dots$ ), 则它的通项公式是  $a_n = \underline{\hspace{2cm}}$ .

16. 如图,  $E$ 、 $F$  分别为正方体面  $ADD_1A_1$ 、面  $BCC_1B_1$  的中心, 则四边形  $BFD_1E$  在该正方体的面上的射影可能是\_\_\_\_\_. (要求: 把可能的图序号都填上)



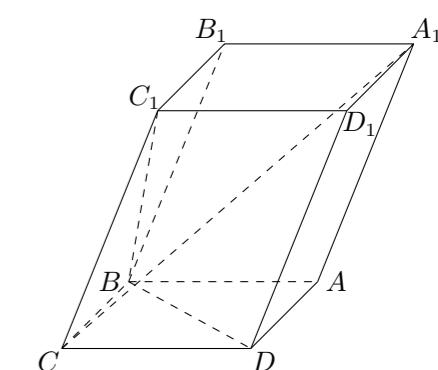
## 三、解答题

17. 已知函数  $y = \sqrt{3} \sin x + \cos x$ ,  $x \in \mathbf{R}$ .

- (1) 当函数  $y$  取得最大值时, 求自变量  $x$  的集合;  
 (2) 该函数的图象可由  $y = \sin x$  ( $x \in \mathbf{R}$ ) 的图象经过怎样的平移和伸缩变换得到?

18. 如图, 已知平行六面体  $ABCD-A_1B_1C_1D_1$  的底面  $ABCD$  上菱形, 且  $\angle C_1CB = \angle C_1CD = \angle BCD$ .

- (1) 证明:  $C_1C \perp BD$ ;  
 (2) 当  $\frac{CD}{CC_1}$  的值为多少时, 能使  $A_1C \perp$  平面  $C_1BD$ ? 请给出证明.



19. 设函数  $f(x) = \sqrt{x^2 + 1} - ax$ , 其中  $a > 0$ .

(1) 解不等式  $f(x) \leq 1$ ;

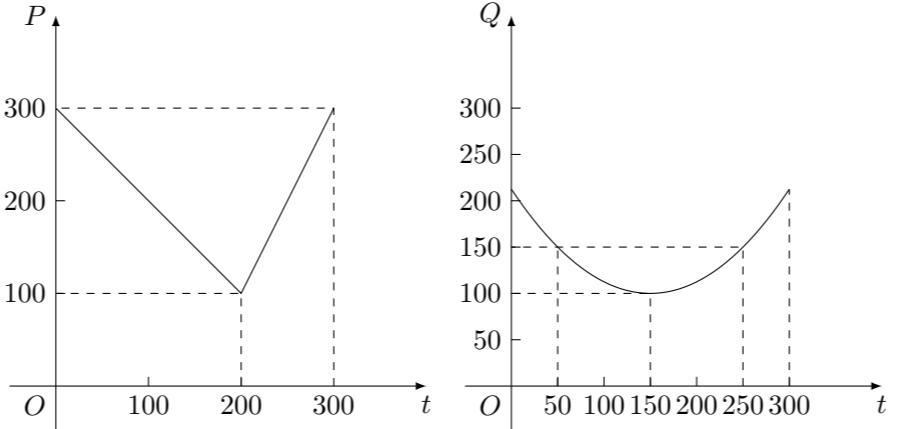
(2) 证明: 当  $a \geq 1$  时, 函数  $f(x)$  在区间  $[0, +\infty)$  上是单调函数.

21. 某蔬菜基地种植西红柿, 由历年市场行情得知, 从二月一日起的 300 天内, 西红柿场售价与上市时间的关系用图一的一条折线表示; 西红柿的种植成本与上市时间的关系用图二的抛物线段表示.

(1) 写出图一表示的市场售价与时间的函数关系式  $p = f(t)$  和图二表示的种植成本与时间的函数关系式  $Q = g(t)$ ;

(2) 认定市场售价减去种植成本为纯收益, 问何时上市的西红柿纯收益最大?

注: 市场售价各种植成本的单位: 元/ $10^2\text{kg}$ , 时间单位: 天.



图一

图二

20. (1) 已知数列  $\{c_n\}$ , 其中  $c_n = 2^n + 3^n$ , 且数列  $\{c_{n+1} - pc_n\}$  为等比数列, 求常数  $p$ ;

(2) 设  $\{a_n\}$ ,  $\{b_n\}$  是公比不相等的两个等比数列,  $c_n = a_n + b_n$ , 证明数列  $\{c_n\}$  不是等比数列.

22. 如图, 已知梯形  $ABCD$  中  $|AB| = 2|CD|$ , 点  $E$  分有向线段  $\overrightarrow{AC}$  所成的比为  $\lambda$ , 双曲线过  $C$ 、 $D$ 、 $E$  三点, 且以  $A$ 、 $B$  为焦点, 当  $\frac{2}{3} \leq \lambda \leq \frac{3}{4}$  时, 求双曲线离心率  $e$  的取值范围.

