# 2012 年普通高等学校招生考试（四川卷）

# 文科数学

## 一、选择题

1. 设集合 $A=\{a,b\}$, $B=\{b,c,d\}$, 则 $A\cup B=$ （ ）

(A) $\{b\}$ (B) $\{b,c,d\}$ (C) $\{a,c,d\}$ (D) $\{a,b,c,d\}$

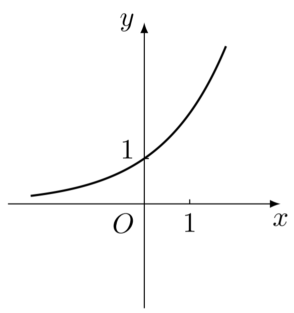
2. $(1+x)^7$ 的展开式中 $x^2$ 的系数是 （ ）

(A) 21 (B) 28 (C) 35 (D) 42

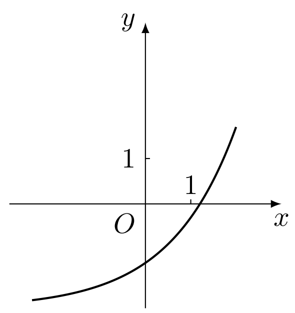
3. 交通管理部门为了解机动车驾驶员 (简称驾驶员) 对某新法规的知晓情况, 对甲、乙、丙、丁四个社区做分层抽样调查. 假设四个社区驾驶员的总人数为 $N$, 其中甲社区有驾驶员 96 人. 若在甲、乙、丙、丁四个社区抽取驾驶员的人数分别为 12, 21, 25, 43, 则这四个社区驾驶员的总人数 $N$ 为（ ）

(A) 101 (B) 808 (C) 1212 (D) 2012

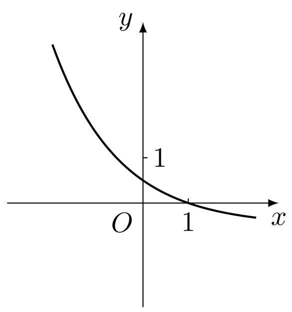
4. 函数 $y=a^x-a$ $(a>0$, 且 $a\neq 1)$ 的图象可能是 （ ）



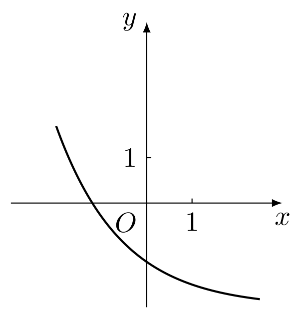

(A)




(B)

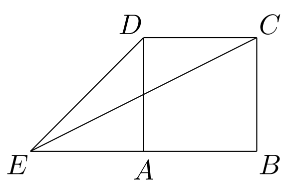



(C)




(D)

5. 如图, 正方形 $ABCD$ 的边长为 1, 延长 $BA$ 至 $E$, 使 $AE=1$, 连接 $EC$, $ED$, 则 $\sin\angle CED=$ （ ）




(A) $\frac{3\sqrt{10}}{10}$ (B) $\frac{\sqrt{10}}{10}$ (C) $\frac{\sqrt{5}}{10}$ (D) $\frac{\sqrt{5}}{15}$

6. 下列命题正确的是 （ ）

(A) 若两条直线和同一个平面所成的角相等, 则这两条直线平行

(B) 若一个平面内有三个点到另一个平面的距离相等, 则这两个平面平行

(C) 若一条直线平行于两个相交平面, 则这条直线与这两个平面的交线平行

(D) 若两个平面都垂直于第三个平面, 则这两个平面平行

7. 设 $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$ 都是非零向量. 下列四个条件中, 使 $\frac{\boldsymbol{a}}{|\boldsymbol{a}|}=\frac{\boldsymbol{b}}{|\boldsymbol{b}|}$ 成立的充分条件是 （ ）

(A) $|\boldsymbol{a}|=|\boldsymbol{b}|$ 且 $\boldsymbol{a}\parallel\boldsymbol{b}$ (B) $\boldsymbol{a}=-\boldsymbol{b}$

(C) $\boldsymbol{a}\parallel\boldsymbol{b}$ (D) $\boldsymbol{a}=2\boldsymbol{b}$

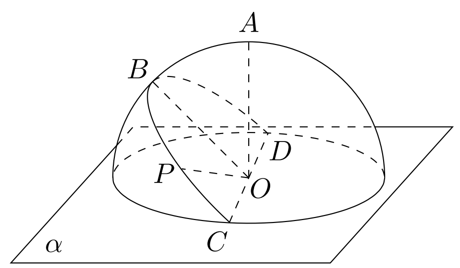
8. 若变量 $x$, $y$ 满足约束条件 $\begin{cases} x-y\geqslant -3 \\ x+2y\leqslant 12 \\ 2x+y\leqslant 12 \\ x\geqslant 0 \\ y\geqslant 0 \end{cases}$, 则 $z=3x+4y$ 的最大值是 （ ）

(A) 12 (B) 26 (C) 28 (D) 33

9. 已知抛物线关于 $x$ 轴对称, 它的顶点在坐标原点 $O$, 并且经过点 $M(2,y_0)$. 若点 $M$ 到该抛物线焦点的距离为 3, 则 $|OM|=$ （ ）

(A) $2\sqrt{2}$ (B) $2\sqrt{3}$ (C) 4 (D) $2\sqrt{5}$

10. 如图, 半径为 $R$ 的半球 $O$ 的底面圆 $O$ 在平面 $\alpha$ 内, 过点 $O$ 作平面 $\alpha$ 的垂线交半球面于点 $A$, 过圆 $O$ 的直径 $CD$ 作与平面 $\alpha$ 成 $45^\circ$ 角的平面与半球面相交, 所得交线上到平面 $\alpha$ 的距离最大的点为 $B$, 该交线上的一点 $P$ 满足 $\angle BOP=60^\circ$, 则 $A$, $P$ 两点间的球面距离为 （ ）




(A) $R\arccos\frac{\sqrt{2}}{4}$ (B) $\frac{\pi R}{4}$ (C) $R\arccos\frac{\sqrt{3}}{3}$ (D) $\frac{\pi R}{3}$

11. 方程 $ay=b^2x^2+c$ 中的 $a$, $b$, $c\in\{-2,0,1,2,3\}$, 且 $a$, $b$, $c$ 互不相同. 在所有这些方程所表示的曲线中, 不同的抛物线共有 （ ）

(A) 28 条 (B) 32 条 (C) 36 条 (D) 48 条

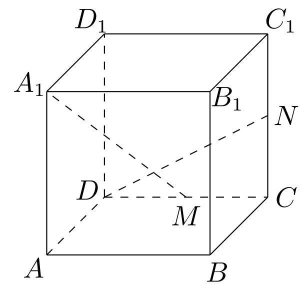
12. 设函数 $f(x)=(x-3)^3+x-1$, $\{a_n\}$ 是公差不为 0 的等差数列, $f(a_1)+f(a_2)+\cdots+f(a_7)=14$, 则 $a_1+a_2+\cdots+a_7=$ （ ）

(A) 0 (B) 7 (C) 14 (D) 21

## 二、填空题

13. 函数 $f(x)=\frac{1}{\sqrt{1-2x}}$ 的定义域是______. (用区间表示)

14. 如图, 在正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中, $M$, $N$ 分别是 $CD$, $CC_1$ 的中点, 则异面直线 $A_1M$ 与 $DN$ 所成角的大小是______.




15. 椭圆 $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{5}=1$ ($a$ 为定值, 且 $a>\sqrt{5}$) 的左焦点为 $F$, 直线 $x=m$ 与椭圆相交于点 $A$、$B$, $\triangle FAB$ 的周长的最大值是 12, 则该椭圆的离心率是______.

16. 设 $a$, $b$ 为正实数. 现有下列命题:

① 若 $a^2-b^2=1$, 则 $a-b<1$;

② 若 $\frac{1}{b}-\frac{1}{a}=1$, 则 $a-b<1$;

③ 若 $|\sqrt{a}-\sqrt{b}|=1$, 则 $|a-b|<1$;

④ 若 $|a^3-b^3|=1$, 则 $|a-b|<1$.

其中的真命题有______. (写出所有真命题的编号)

## 三、解答题

17. 某居民小区有两个相互独立的安全防范系统 (简称系统)$A$ 和 $B$, 系统 $A$ 和 $B$ 在任意时刻发生故障的概率分别为 $\frac{1}{10}$ 和 $p$.

(1) 若在任意时刻至少有一个系统不发生故障的概率为 $\frac{49}{50}$, 求 $p$ 的值;

(2) 求系统 $A$ 在 3 次相互独立的检测中不发生故障的次数大于发生故障的次数的概率.

18. 已知函数 $f(x)=\cos^2\dfrac{x}{2}-\sin\dfrac{x}{2}\cos\dfrac{x}{2}-\dfrac{1}{2}$.

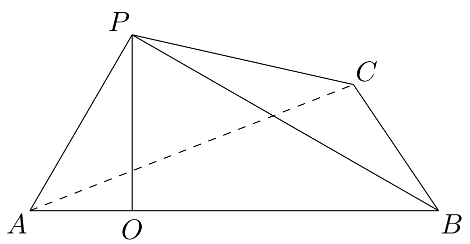
(1) 求函数 $f(x)$ 的最小正周期和值域;

(2) 若 $f(\alpha)=\dfrac{3\sqrt{2}}{10}$, 求 $\sin 2\alpha$ 的值.

19. 如图, 在三棱锥 $P-ABC$ 中, $\angle APB=90^\circ$, $\angle PAB=60^\circ$, $AB=BC=CA$, 点 $P$ 在平面 $ABC$ 内的射影 $O$ 在 $AB$ 上.

(1) 求直线 $PC$ 与平面 $ABC$ 所成角的正弦值;

(2) 求二面角 $B-AP-C$ 的余弦值.




20. 已知数列 $\{a_n\}$ 的前 $n$ 项和为 $S_n$, 常数 $\lambda>0$, 且 $\lambda a_1a_n=S_1+S_n$ 对一切正整数 $n$ 都成立.

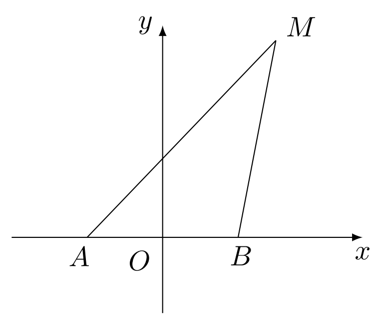
(1) 求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式;

(2) 设 $a_1>0$, $\lambda=100$. 当 $n$ 为何值时, 数列 $\left\{\lg\dfrac{1}{a_n}\right\}$ 的前 $n$ 项和最大?

21. 如图, 动点 $M$ 与两定点 $A(-1,0)$, $B(1,0)$ 构成 $\triangle MAB$, 且直线 $MA$, $MB$ 的斜率之积为 4. 设动点 $M$ 的轨迹为 $C$.

(1) 求轨迹 $C$ 的方程;

(2) 设直线 $y=x+m\ (m>0)$ 与 $y$ 轴相交于点 $P$, 与轨迹 $C$ 相交于点 $Q$, $R$, 且 $|PQ|<|PR|$, 求 $\dfrac{|PR|}{|PQ|}$ 的取值范围.




22. 已知 $a$ 为正实数, $n$ 为自然数, 抛物线 $y=-x^2+\dfrac{a^n}{2}$ 与 $x$ 轴正半轴相交于点 $A$. 设 $f(n)$ 为该抛物线在点 $A$ 处的切线在 $y$ 轴上的截距.

(1) 用 $a$ 和 $n$ 表示 $f(n)$;

(2) 求对所有 $n$ 都有 $\dfrac{f(n)-1}{f(n)+1}\geqslant\dfrac{n}{n+1}$ 成立的 $a$ 的最小值;

(3) 当 $0<a<1$ 时, 比较 $\dfrac{1}{f(1)-f(2)}+\dfrac{1}{f(2)-f(4)}+\cdots+\dfrac{1}{f(n)-f(2n)}$ 与 $6\cdot\dfrac{f(1)-f(n+1)}{f(0)-f(1)}$ 的大小, 并说明理由.