

## 文科数学

## 一、选择题

1. 设  $z = \frac{3-i}{1+2i}$ , 则  $|z| =$  ( )  
 (A) 2 (B)  $\sqrt{3}$  (C)  $\sqrt{2}$  (D) 1

2. 已知集合  $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$ ,  $A = \{2, 3, 4, 5\}$ ,  $B = \{2, 3, 6, 7\}$ , 则  $B \cap \complement_U A =$  ( )  
 (A) {1, 6} (B) {1, 7} (C) {6, 7} (D) {1, 6, 7}

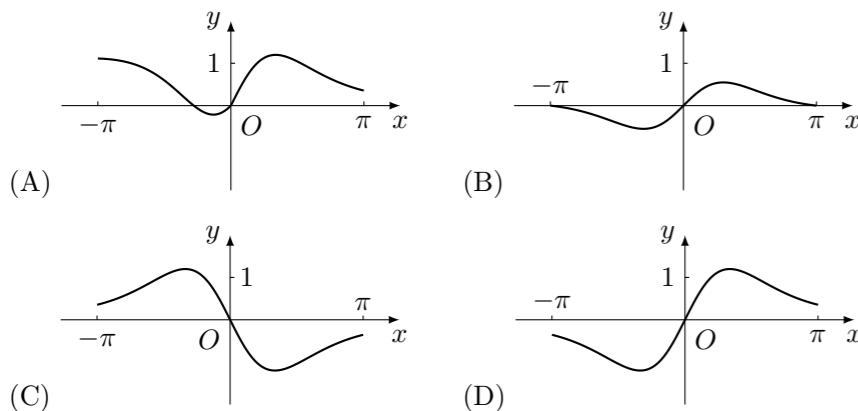
3. 已知  $a = \log_2 0.2$ ,  $b = 2^{0.2}$ ,  $c = 0.2^{0.3}$ , 则 ( )  
 (A)  $a < b < c$  (B)  $a < c < b$  (C)  $c < a < b$  (D)  $b < c < a$

4. 古希腊时期, 人们认为最美人体的头顶至肚脐的长度与肚脐至足底的长度之比是  $\frac{\sqrt{5}-1}{2}$  ( $\frac{\sqrt{5}-1}{2} \approx 0.618$ , 称为黄金分割比例), 著名的“断臂维纳斯”便是如此. 此外, 最美人体的头顶至咽喉的长度与咽喉至肚脐的长度之比也是  $\frac{\sqrt{5}-1}{2}$ . 若某人满足上述两个黄金分割比例, 且腿长为 105 cm, 头顶至脖子下端的长度为 26 cm, 则其身高可能是 ( )



(A) 165 cm (B) 175 cm (C) 185 cm (D) 190 cm

5. 函数  $f(x) = \frac{\sin x + x}{\cos x + x^2}$  在  $[-\pi, \pi]$  的图象大致为 ( )



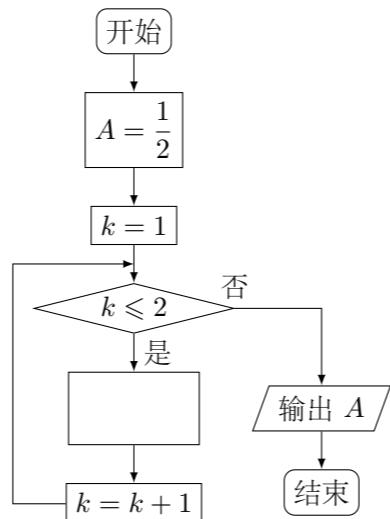
6. 某学校为了解 1000 名新生的身体素质, 将这些学生编号为 1, 2, …, 1000, 从这些新生中用系统抽样方法等距抽取 100 名学生进行体质测验. 若 46 号学生被抽到, 则下面 4 名学生中被抽到的是 ( )

(A) 8 号学生 (B) 200 号学生 (C) 616 号学生 (D) 815 号学生

7.  $\tan 255^\circ =$  ( )  
 (A)  $-2 - \sqrt{3}$  (B)  $-2 + \sqrt{3}$  (C)  $2 - \sqrt{3}$  (D)  $2 + \sqrt{3}$

8. 已知非零向量  $\mathbf{a}, \mathbf{b}$  满足  $|\mathbf{a}| = 2|\mathbf{b}|$ , 且  $(\mathbf{a} - \mathbf{b}) \perp \mathbf{b}$ , 则  $\mathbf{a}$  与  $\mathbf{b}$  的夹角为 ( )  
 (A)  $\frac{\pi}{6}$  (B)  $\frac{\pi}{3}$  (C)  $\frac{2\pi}{3}$  (D)  $\frac{5\pi}{6}$

9. 如图是求  $\frac{1}{2 + \frac{1}{2 + \frac{1}{2}}}$  的程序框图, 图中空白框中应填入 ( )



(A)  $A = \frac{1}{2+A}$  (B)  $A = 2 + \frac{1}{A}$  (C)  $A = \frac{1}{1+2A}$  (D)  $A = 1 + \frac{1}{2A}$

10. 双曲线  $C: \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$  ( $a > 0, b > 0$ ) 的一条渐近线的倾斜角为  $130^\circ$ , 则  $C$  的离心率为 ( )  
 (A)  $2 \sin 40^\circ$  (B)  $2 \cos 40^\circ$  (C)  $\frac{1}{\sin 50^\circ}$  (D)  $\frac{1}{\cos 50^\circ}$

11.  $\triangle ABC$  的内角  $A, B, C$  的对边分别为  $a, b, c$ , 已知  $a \sin A - b \sin B = 4c \sin C$ ,  $\cos A = -\frac{1}{4}$ , 则  $\frac{b}{c} =$  ( )  
 (A) 6 (B) 5 (C) 4 (D) 3

12. 已知椭圆  $C$  的焦点为  $F_1(-1, 0), F_2(1, 0)$ , 过  $F_2$  的直线与  $C$  交于  $A, B$  两点. 若  $|AF_2| = 2|F_2B|$ ,  $|AB| = |BF_1|$ , 则  $C$  的方程为 ( )  
 (A)  $\frac{x^2}{2} + y^2 = 1$  (B)  $\frac{x^2}{3} + \frac{y^2}{2} = 1$  (C)  $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{3} = 1$  (D)  $\frac{x^2}{5} + \frac{y^2}{4} = 1$

## 二、填空题

13. 曲线  $y = 3(x^2 + x)e^x$  在点  $(0, 0)$  处的切线方程为\_\_\_\_\_.

14. 记  $S_n$  为等比数列  $\{a_n\}$  的前  $n$  项和. 若  $a_1 = 1, S_3 = \frac{3}{4}$ , 则  $S_4 =$ \_\_\_\_\_.

15. 函数  $f(x) = \sin\left(2x + \frac{3\pi}{2}\right) - 3 \cos x$  的最小值为\_\_\_\_\_.

16. 已知  $\angle ACB = 90^\circ$ ,  $P$  为平面  $ABC$  外一点,  $PC = 2$ , 点  $P$  到  $\angle ACB$  两边  $AC, BC$  的距离均为  $\sqrt{3}$ , 那么  $P$  到平面  $ABC$  的距离为\_\_\_\_\_.

## 三、解答题

17. 某商场为提高服务质量, 随机调查了 50 名男顾客和 50 名女顾客, 每位顾客对该商场的服务给出满意或不满意的评价, 得到如表列联表:

	满意	不满意
男顾客	40	10
女顾客	30	20

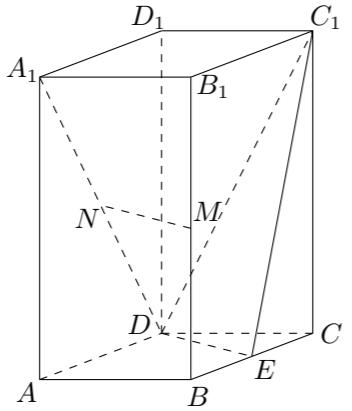
(1) 分别估计男、女顾客对该商场服务满意的概率;

(2) 能否有 95% 的把握认为男、女顾客对该商场服务的评价有差异?

附:  $K^2 = \frac{n(ad - bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}$ .

$P(K^2 \geq k)$	0.050	0.010	0.001
$k$	3.841	6.635	10.828

19. 如图, 直四棱柱  $ABCD - A_1B_1C_1D_1$  的底面是菱形,  $AA_1 = 4$ ,  $AB = 2$ ,  $\angle BAD = 60^\circ$ ,  $E, M, N$  分别是  $BC, BB_1, A_1D$  的中点.
- (1) 证明:  $MN \parallel$  平面  $C_1DE$ ;
  - (2) 求点  $C$  到平面  $C_1DE$  的距离.



21. 已知点  $A, B$  关于坐标原点  $O$  对称,  $|AB| = 4$ ,  $\odot M$  过点  $A, B$  且与直线  $x + 2 = 0$  相切.
- (1) 若  $A$  在直线  $x + y = 0$  上, 求  $\odot M$  的半径;
  - (2) 是否存在定点  $P$ , 使得当  $A$  运动时,  $|MA| - |MP|$  为定值? 并说明理由.

22. 在直角坐标系  $xOy$  中, 曲线  $C$  的参数方程为  $\begin{cases} x = \frac{1-t^2}{1+t^2} \\ y = \frac{4t}{1+t^2} \end{cases}$  ( $t$  为参数), 以坐标原点  $O$  为极点,  $x$  轴的正半轴为极轴建立极坐标系, 直线  $l$  的极坐标方程为  $2\rho \cos \theta + \sqrt{3}\rho \sin \theta + 11 = 0$ .
- (1) 求  $C$  和  $l$  的直角坐标方程;
  - (2) 求  $C$  上的点到  $l$  距离的最小值.

20. 已知函数  $f(x) = 2\sin x - x \cos x - x$ ,  $f'(x)$  为  $f(x)$  的导数.
- (1) 证明:  $f'(x)$  在区间  $(0, \pi)$  存在唯一零点;
  - (2) 若  $x \in [0, \pi]$  时,  $f(x) \geq ax$ , 求  $a$  的取值范围.

23. 已知  $a, b, c$  为正数, 且满足  $abc = 1$ . 证明:
- (1)  $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} \leq a^2 + b^2 + c^2$ ;
  - (2)  $(a+b)^3 + (b+c)^3 + (c+a)^3 \geq 24$ .