

## 文科数学

## 一、选择题

1. 设集合  $M = \{x \mid |x - 1| < 1\}$ ,  $N = \{x \mid x < 2\}$ , 则  $M \cap N =$   
 (A)  $(-1, 1)$       (B)  $(-1, 2)$       (C)  $(0, 2)$       (D)  $(1, 2)$

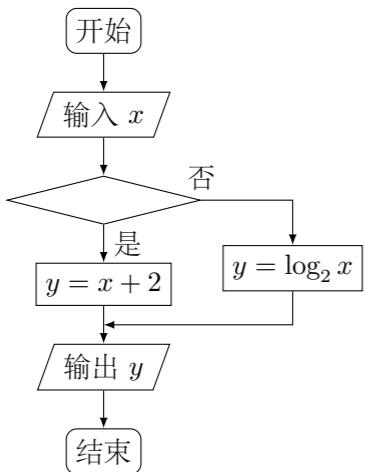
2. 已知  $i$  是虚数单位, 若复数  $z$  满足  $zi = 1 + i$ , 则  $z^2 =$   
 (A)  $-2i$       (B)  $2i$       (C)  $-2$       (D)  $2$

3. 已知  $x, y$  满足约束条件  $\begin{cases} x - 2y + 5 \leq 0 \\ x + 3 \geq 0 \\ y \leq 2 \end{cases}$ , 则  $z = x + 2y$  的最大值是( )  
 (A)  $-3$       (B)  $-1$       (C)  $1$       (D)  $3$

4. 已知  $\cos x = \frac{3}{4}$ , 则  $\cos 2x =$   
 (A)  $-\frac{1}{4}$       (B)  $\frac{1}{4}$       (C)  $-\frac{1}{8}$       (D)  $\frac{1}{8}$

5. 已知命题  $p: \exists x \in \mathbf{R}, x^2 - x + 1 \geq 0$ . 命题  $q$ : 若  $a^2 < b^2$ , 则  $a < b$ , 下列命题为真命题的是  
 (A)  $p \wedge q$       (B)  $p \wedge \neg q$       (C)  $\neg p \wedge q$       (D)  $\neg p \wedge \neg q$

6. 若执行下侧的程序框图, 当输入的  $x$  的值为 4 时, 输出的  $y$  的值为 2, 则空白判断框中的条件可能为( )



- (A)  $x > 3$       (B)  $x > 4$       (C)  $x \leq 4$       (D)  $x \leq 5$

7. 函数  $y = \sqrt{3} \sin 2x + \cos 2x$  的最小正周期为  
 (A)  $\frac{\pi}{2}$       (B)  $\frac{2\pi}{3}$       (C)  $\pi$       (D)  $2\pi$

8. 如图所示的茎叶图记录了甲、乙两组各 5 名工人某日的产量数据(单位:件). 若这两组数据的中位数相等, 且平均值也相等, 则  $x$  和  $y$  的值分别为( )

| 甲组  |   | 乙组      |
|-----|---|---------|
| 6   | 5 | 9       |
| 2   | 5 | 1 7 $y$ |
| $x$ | 4 | 7 8     |

- (A) 3, 5      (B) 5, 5      (C) 3, 7      (D) 5, 7

9. 设  $f(x) = \begin{cases} \sqrt{x}, & 0 < x < 1 \\ 2(x-1), & x \geq 1 \end{cases}$ , 若  $f(a) = f(a+1)$ , 则  $f\left(\frac{1}{a}\right) =$  ( )  
 (A) 2      (B) 4      (C) 6      (D) 8

10. 若函数  $e^x f(x)$  ( $e = 2.71828 \dots$  是自然对数的底数) 在  $f(x)$  的定义域上单调递增, 则称函数  $f(x)$  具有  $M$  性质, 下列函数中具有  $M$  性质的是( )

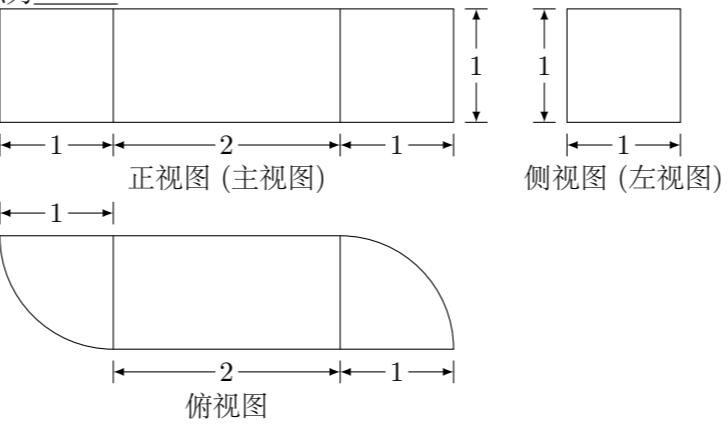
- (A)  $f(x) = 2^{-x}$       (B)  $f(x) = x^2$       (C)  $f(x) = 3^{-x}$       (D)  $f(x) = \cos x$

## 二、填空题

11. 已知向量  $\mathbf{a} = (2, 6)$ ,  $\mathbf{b} = (-1, \lambda)$ , 若  $\mathbf{a} \parallel \mathbf{b}$ , 则  $\lambda =$  \_\_\_\_\_.

12. 若直线  $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$  ( $a > 0$ ,  $b > 0$ ) 过点  $(1, 2)$ , 则  $2a+b$  的最小值为 \_\_\_\_\_.

13. 由一个长方体和两个  $\frac{1}{4}$  圆柱体构成的几何体的三视图如图, 则该几何体的体积为 \_\_\_\_\_.



14. 已知  $f(x)$  是定义在  $\mathbf{R}$  上的偶函数, 且  $f(x+4) = f(x-2)$ . 若当  $x \in [-3, 0]$  时,  $f(x) = 6^{-x}$ , 则  $f(919) =$  \_\_\_\_\_.

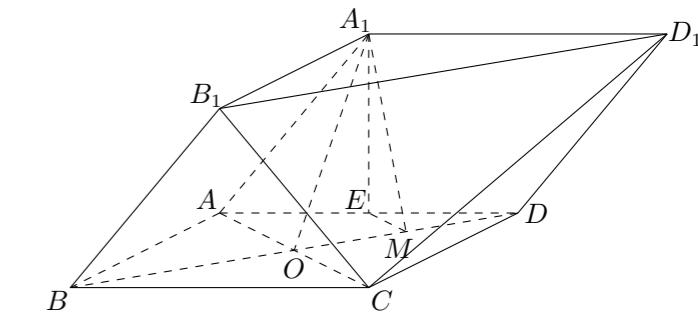
15. 在平面直角坐标系  $xOy$  中, 双曲线  $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$  ( $a > 0$ ,  $b > 0$ ) 的右支与焦点为  $F$  的抛物线  $x^2 = 2py$  ( $p > 0$ ) 交于  $A, B$  两点, 若  $|AF| + |BF| = 4|OF|$ , 则该双曲线的渐近线方程为 \_\_\_\_\_.

## 三、解答题

16. 某旅游爱好者计划从 3 个亚洲国家  $A_1, A_2, A_3$  和 3 个欧洲国家  $B_1, B_2, B_3$  中选择 2 个国家去旅游.

- (1) 若从这 6 个国家中任选 2 个, 求这 2 个国家都是亚洲国家的概率;  
 (2) 若从亚洲国家和欧洲国家中各任选 1 个, 求这 2 个国家包括  $A_1$  但不包括  $B_1$  的概率.

17. 在  $\triangle ABC$  中, 角  $A, B, C$  的对边分别为  $a, b, c$ , 已知  $b = 3$ ,  $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = -6$ ,  $S_{\triangle ABC} = 3$ , 求  $A$  和  $a$ .



19. 已知  $\{a_n\}$  是各项均为正数的等比数列, 且  $a_1 + a_2 = 6$ ,  $a_1 a_2 = a_3$ .
- 求数列  $\{a_n\}$  通项公式;
  - $\{b_n\}$  为各项非零的等差数列, 其前  $n$  项和为  $S_n$ , 已知  $S_{2n+1} = b_n b_{n+1}$ , 求数列  $\left\{\frac{b_n}{a_n}\right\}$  的前  $n$  项和  $T_n$ .

20. 已知函数  $f(x) = \frac{1}{3}x^3 - \frac{1}{2}ax^2$ ,  $a \in \mathbf{R}$ .
- 当  $a = 2$  时, 求曲线  $y = f(x)$  在点  $(3, f(3))$  处的切线方程;
  - 设函数  $g(x) = f(x) + (x-a)\cos x - \sin x$ , 讨论  $g(x)$  的单调性并判断有无极值, 有极值时求出极值.

21. 在平面直角坐标系  $xOy$  中, 已知椭圆  $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$  ( $a > b > 0$ ) 的离心率为  $\frac{\sqrt{2}}{2}$ , 椭圆  $C$  截直线  $y = 1$  所得线段的长度为  $2\sqrt{2}$ .
- 求椭圆  $C$  的方程;
  - 动直线  $l: y = kx + m$  ( $m \neq 0$ ) 交椭圆  $C$  于  $A, B$  两点, 交  $y$  轴于点  $M$ . 点  $N$  是  $M$  关于  $O$  的对称点,  $\odot N$  的半径为  $|NO|$ . 设  $D$  为  $AB$  的中点,  $DE, DF$  与  $\odot N$  分别相切于点  $E, F$ , 求  $\angle EDF$  的最小值.

