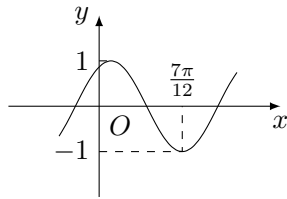


文科数学

一、选择题

1. 设全集 $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$, 集合 $S = \{1, 3, 5\}$, $T = \{3, 6\}$, 则 $\complement_U(S \cup T)$ 等于 ()
(A) \emptyset (B) $\{2, 4, 7, 8\}$ (C) $\{1, 3, 5, 6\}$ (D) $\{2, 4, 6, 8\}$
2. 不等式 $\frac{1}{x} < \frac{1}{2}$ 的解集是 ()
(A) $(-\infty, 2)$ (B) $(2, +\infty)$
(C) $(0, 2)$ (D) $(-\infty, 2) \cup (2, +\infty)$
3. 函数 $y = e^{x+1}$ ($x \in \mathbf{R}$) 的反函数是 ()
(A) $y = 1 + \ln x$ ($x > 0$) (B) $y = 1 - \ln x$ ($x > 0$)
(C) $y = -1 - \ln x$ ($x > 0$) (D) $y = -1 + \ln x$ ($x > 0$)
4. “ $x > 3$ ”是“ $x^2 > 4$ ”的 ()
(A) 必要不充分条件 (B) 充分不必要条件
(C) 充分必要条件 (D) 既不充分也不必要条件
5. 若抛物线 $y^2 = 2px$ 的焦点与椭圆 $\frac{x^2}{6} + \frac{y^2}{2} = 1$ 的右焦点重合, 则 p 的值为 ()
(A) -2 (B) 2 (C) -4 (D) 4
6. 表面积为 $2\sqrt{3}$ 的正八面体的各个顶点都在同一球面上, 则此球的体积为 ()
(A) $\frac{\sqrt{2}}{3}\pi$ (B) $\frac{1}{3}\pi$ (C) $\frac{2}{3}\pi$ (D) $\frac{2\sqrt{2}}{3}\pi$
7. 直线 $x + y = 1$ 与圆 $x^2 + y^2 - 2ay = 0$ ($a > 0$) 没有公共点, 则 a 的取值范围是 ()
(A) $(0, \sqrt{2} - 1)$ (B) $(\sqrt{2} - 1, \sqrt{2} + 1)$
(C) $(-\sqrt{2} - 1, \sqrt{2} + 1)$ (D) $(0, \sqrt{2} + 1)$
8. 对于函数 $f(x) = \frac{\sin x + 1}{\sin x}$ ($0 < x < \pi$), 下列结论正确的是 ()
(A) 有最大值而无最小值 (B) 有最小值而无最大值
(C) 有最大值且有最小值 (D) 既无最大值又无最小值
9. 将函数 $y = \sin \omega x$ ($\omega > 0$) 的图象按向量 $\vec{a} = (-\frac{\pi}{6}, 0)$ 平移, 平移后的图象如图所示, 则平移后的图象所对应的函数解析式是 ()



- (A) $y = \sin\left(x + \frac{\pi}{6}\right)$ (B) $y = \sin\left(x - \frac{\pi}{6}\right)$
(C) $y = \sin\left(2x + \frac{\pi}{3}\right)$ (D) $y = \sin\left(2x - \frac{\pi}{3}\right)$

10. 如果实数 x, y 满足条件 $\begin{cases} x - y + 1 \geq 0 \\ y + 1 \geq 0 \\ x + y + 1 \leq 0 \end{cases}$, 那么 $2x - y$ 的最大值为 ()
(A) 2 (B) 1 (C) -2 (D) -3
11. 如果 $\triangle A_1B_1C_1$ 的三个内角的余弦值分别等于 $\triangle A_2B_2C_2$ 的三个内角的正弦值, 则 ()
(A) $\triangle A_1B_1C_1$ 和 $\triangle A_2B_2C_2$ 都是锐角三角形
(B) $\triangle A_1B_1C_1$ 和 $\triangle A_2B_2C_2$ 都是钝角三角形
(C) $\triangle A_1B_1C_1$ 是钝角三角形, $\triangle A_2B_2C_2$ 是锐角三角形
(D) $\triangle A_1B_1C_1$ 是锐角三角形, $\triangle A_2B_2C_2$ 是钝角三角形

12. 在正方体上任选 3 个顶点连成三角形, 则所得的三角形是直角非等腰三角形的概率为 ()
(A) $\frac{1}{7}$ (B) $\frac{2}{7}$ (C) $\frac{3}{7}$ (D) $\frac{4}{7}$

二、填空题

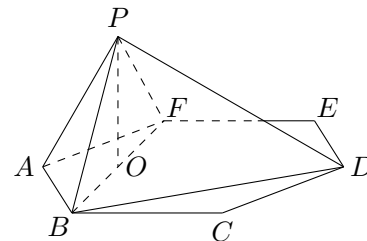
13. 设常数 $a > 0$, $\left(ax^2 + \frac{1}{\sqrt{x}}\right)^4$ 展开式中 x^3 的系数为 $\frac{3}{2}$, 则 $a =$ _____.
14. 在平行四边形 $ABCD$ 中, $\overrightarrow{AB} = \vec{a}$, $\overrightarrow{AD} = \vec{b}$, $\overrightarrow{AN} = 3\overrightarrow{NC}$, M 为 BC 的中点, 则 $\overrightarrow{MN} =$ _____. (用 \vec{a}, \vec{b} 表示)
15. 函数 $f(x)$ 对于任意实数 x 满足条件 $f(x+2) = \frac{1}{f(x)}$, 若 $f(1) = -5$, 则 $f(f(5)) =$ _____.
16. 平行四边形的一个顶点 A 在平面 α 内, 其余顶点在 α 的同侧, 已知其中两个顶点到 α 的距离分别为 1, 2, 那么剩下的一个顶点到平面 α 的距离可能是: ① 1; ② 2; ③ 3; ④ 4.
以上结论正确的是_____. (写出所有正确结论的编号)

三、解答题

17. 已知 $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$, $\sin \alpha = \frac{4}{5}$.
(1) 求 $\frac{\sin^2 \alpha + \sin 2\alpha}{\cos^2 \alpha + \cos 2\alpha}$ 的值;
(2) 求 $\tan\left(\alpha - \frac{5\pi}{4}\right)$ 的值.

18. 在添加剂的搭配适用中, 为了找到最佳的搭配方案, 需要对各种不同的搭配方式作比较, 在试制某种牙膏新品种时, 需要选用两种不同的添加剂. 现有芳香度分别为 0, 1, 2, 3, 4, 5 的六种添加剂可供选用. 根据试验设计学原理, 通常首先要随机选取两种不同的添加剂进行搭配试验.
(1) 求所选用的两种不同的添加剂的芳香度之和等于 4 的概率;
(2) 求所选用的两种不同的添加剂的芳香度之和不小于 3 的概率.

19. 如图, P 是边长为 1 的正六边形 $ABCDEF$ 所在平面外一点, $PA = 1$, P 在平面 ABC 内的射影为 BF 的中点 O .
(1) 证明: $PA \perp BF$;
(2) 求面 APB 与面 DPB 所成二面角的大小.



20. 设函数 $f(x) = x^3 + bx^2 + cx$ ($x \in \mathbf{R}$), 已知 $g(x) = f(x) - f'(x)$ 是奇函数.
- (1) 求 b 、 c 的值;
 - (2) 求 $g(x)$ 的单调区间与极值.

21. 在等差数列 $\{a_n\}$ 中, $a_1 = 1$, 前 n 项和 S_n 满足条件 $\frac{S_{2n}}{S_n} = \frac{4n+2}{n+1}$, $n = 1, 2, \dots$.
- (1) 求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式;
 - (2) 记 $b_n = a_n p^{a_n}$ ($p > 0$), 求数列 $\{b_n\}$ 的前 n 项和 T_n .

22. 如图, F 为双曲线 $C: \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($a > 0, b > 0$) 的右焦点, P 为双曲线 C 右支上一点, 且位于 x 轴上方, M 为左准线上一点, O 为坐标原点. 已知四边形 $OFPM$ 为平行四边形, $|PF| = \lambda|OF|$.
- (1) 写出双曲线 C 的离心率 e 与 λ 的关系式;
 - (2) 当 $\lambda = 1$ 时, 经过焦点 F 且平行于 OP 的直线交双曲线于 A 、 B 点, 若 $|AB| = 12$, 求此时的双曲线方程.

