

2012 年普通高等学校招生考试 (北京卷)

文科数学

一、选择题

1. 已知集合 $A = \{x \in \mathbf{R} \mid 3x + 2 > 0\}$, $B = \{x \in \mathbf{R} \mid (x+1)(x-3) > 0\}$, 则 $A \cap B =$ ()

(A) $(-\infty, -1)$ (B) $\left(-1, -\frac{2}{3}\right)$ (C) $\left(-\frac{2}{3}, 3\right)$ (D) $(3, +\infty)$

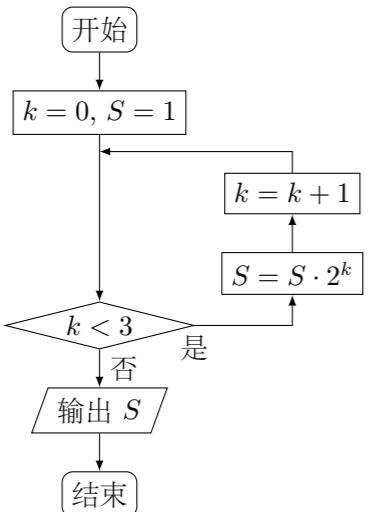
2. 在复平面内, 复数 $\frac{10i}{3+i}$ 对应的点的坐标为 ()

(A) $(1, 3)$ (B) $(3, 1)$ (C) $(-1, 3)$ (D) $(3, -1)$

3. 设不等式组 $\begin{cases} 0 \leq x \leq 2 \\ 0 \leq y \leq 2 \end{cases}$ 表示的平面区域为 D . 在区域 D 内随机取一个点, 则此点到坐标原点的距离大于 2 的概率是 ()

(A) $\frac{\pi}{4}$ (B) $\frac{\pi-2}{2}$ (C) $\frac{\pi}{6}$ (D) $\frac{4-\pi}{4}$

4. 执行如图所示的程序框图, 输出的 S 值为 ()



(A) 2 (B) 4 (C) 8 (D) 16

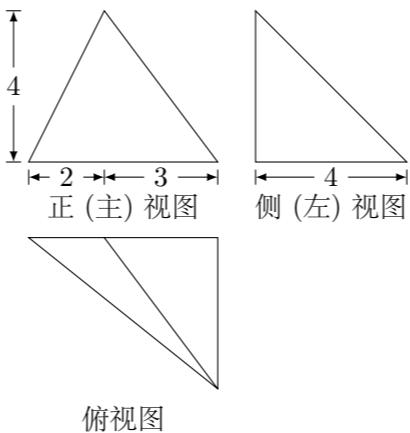
5. 函数 $f(x) = x^{\frac{1}{2}} - \left(\frac{1}{2}\right)^x$ 的零点个数为 ()

(A) 0 (B) 1 (C) 2 (D) 3

6. 已知 $\{a_n\}$ 为等比数列, 下面结论中正确的是 ()

(A) $a_1 + a_3 \geq 2a_2$ (B) $a_1^2 + a_3^2 \geq 2a_2^2$
 (C) 若 $a_1 = a_3$, 则 $a_1 = a_2$ (D) 若 $a_3 > a_1$, 则 $a_4 > a_2$

7. 某三棱锥的三视图如图所示, 该三棱锥的表面积是 ()

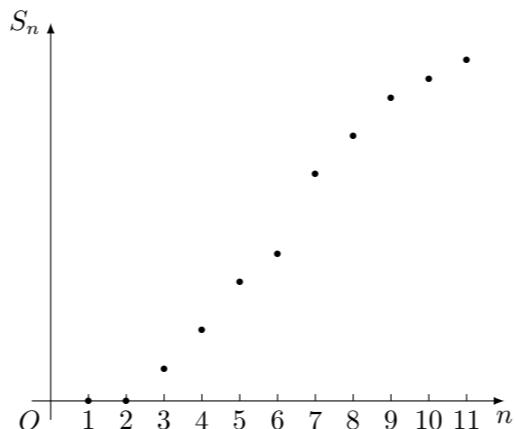


三、解答题

15. 已知函数 $f(x) = \frac{(\sin x - \cos x) \sin 2x}{\sin x}$.

- (1) 求 $f(x)$ 的定义域及最小正周期;
 (2) 求 $f(x)$ 的单调递减区间.

8. 某棵果树前 n 年的总产量 S_n 与 n 之间的关系如图所示. 从目前记录的结果看, 前 m 年的年平均产量最高, m 的值为 ()



- (A) 5 (B) 7 (C) 9 (D) 11

二、填空题

9. 直线 $y = x$ 被圆 $x^2 + (y-2)^2 = 4$ 截得的弦长为_____.

10. 已知 $\{a_n\}$ 为等差数列, S_n 为其前 n 项和, 若 $a_1 = \frac{1}{2}$, $S_2 = a_3$, 则 $a_2 =$ _____, $S_n =$ _____.

11. 在 $\triangle ABC$ 中, 若 $a = 3$, $b = \sqrt{3}$, $\angle A = \frac{\pi}{3}$, 则 $\angle C$ 的大小为_____.

12. 已知函数 $f(x) = \lg x$. 若 $f(ab) = 1$, 则 $f(a^2) + f(b^2) =$ _____.

13. 已知正方形 $ABCD$ 的边长为 1, 点 E 是 AB 边上的动点, 则 $\overrightarrow{DE} \cdot \overrightarrow{CB}$ 的值为_____; $\overrightarrow{DE} \cdot \overrightarrow{DC}$ 的最大值为_____.

14. 已知 $f(x) = m(x-2m)(x+m+3)$, $g(x) = 2^x - 2$. 若 $\forall x \in \mathbf{R}$, $f(x) < 0$ 或 $g(x) < 0$, 则 m 的取值范围是_____.

16. 如图 1, 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle C = 90^\circ$, D, E 分别是 AC, AB 的中点, 点 F 为线段 CD 上的一点, 将 $\triangle ADE$ 沿 DE 折起到 $\triangle A_1DE$ 的位置, 使 $A_1F \perp CD$, 如图 2.

- (1) 求证: $DE \parallel$ 平面 A_1CB ;
 (2) 求证: $A_1F \perp BE$;
 (3) 线段 A_1B 上是否存在点 Q , 使 $A_1C \perp$ 平面 DEQ ? 说明理由.

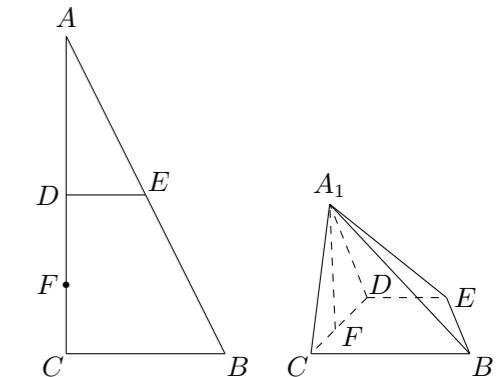


图 1

图 2

17. 近年来, 某市为促进生活垃圾的分类处理, 将生活垃圾分为厨余垃圾、可回收物和其他垃圾三类, 并分别设置了相应的垃圾箱. 为调查居民生活垃圾分类投放情况, 现随机抽取了该市三类垃圾箱中总计 1000 吨生活垃圾, 数据统计如下 (单位: 吨):

	“厨余垃圾”箱	“可回收物”箱	“其他垃圾”箱
厨余垃圾	400	100	100
可回收物	30	240	30
其他垃圾	20	20	60

- (1) 试估计厨余垃圾投放正确的概率;
- (2) 试估计生活垃圾投放错误的概率;
- (3) 假设厨余垃圾在“厨余垃圾”箱、“可回收物”箱、“其他垃圾”箱的投放量分别为 a, b, c , 其中 $a > 0, a + b + c = 600$. 当数据 a, b, c 的方差 s^2 最大时, 写出 a, b, c 的值 (结论不要求证明), 并求此时 s^2 的值.
(注: $s^2 = \frac{1}{n} [(x_1 - \bar{x})^2 + (x_2 - \bar{x})^2 + \cdots + (x_n - \bar{x})^2]$, 其中 \bar{x} 为数据 x_1, x_2, \dots, x_n 的平均数)

19. 已知椭圆 $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 的一个顶点为 $A(2, 0)$, 离心率为 $\frac{\sqrt{2}}{2}$, 直线 $y = k(x - 1)$ 与椭圆 C 交于不同的两点 M, N .

- (1) 求椭圆 C 的方程;
- (2) 当 $\triangle AMN$ 的面积为 $\frac{\sqrt{10}}{3}$ 时, 求 k 的值.

18. 已知函数 $f(x) = ax^2 + 1 (a > 0)$, $g(x) = x^3 + bx$.
- (1) 若曲线 $y = f(x)$ 与曲线 $y = g(x)$ 在它们的交点 $(1, c)$ 处具有公共切线, 求 a, b 的值;
 - (2) 当 $a = 3, b = -9$ 时, 若函数 $f(x) + g(x)$ 在区间 $[k, 2]$ 上的最大值为 28, 求 k 的取值范围.

20. 设 A 是如下形式的 2 行 3 列的数表,

a	b	c
d	e	f

满足性质 P : $a, b, c, d, e, f \in [-1, 1]$, 且 $a + b + c + d + e + f = 0$.
记 $r_i(A)$ 为 A 的第 i 行各数之和 ($i = 1, 2$), $c_j(A)$ 为 A 的第 j 列各数之和 ($j = 1, 2, 3$); 记 $k(A)$ 为 $|r_1(A)|, |r_2(A)|, |c_1(A)|, |c_2(A)|, |c_3(A)|$ 中的最小值.

- (1) 对如下数表 A , 求 $k(A)$ 的值;

1	1	-0.8
0.1	-0.3	-1

- (2) 设数表 A 形如

1	1	$-1 - 2d$
d	d	-1

其中 $-1 \leq d \leq 0$. 求 $k(A)$ 的最大值;

- (3) 对所有满足性质 P 的 2 行 3 列的数表 A , 求 $k(A)$ 的最大值.