2014 年普通高等学校招生考试（安徽卷）

理科数学

一、选择题

1. 设 i 是虚数单位, $\bar{z}$ 表示复数 z 的共轭复数. 若 $z=1+\mathrm{i}$, 则 $\dfrac{z}{\mathrm{i}}+\mathrm{i}\cdot\bar{z}=$(　)

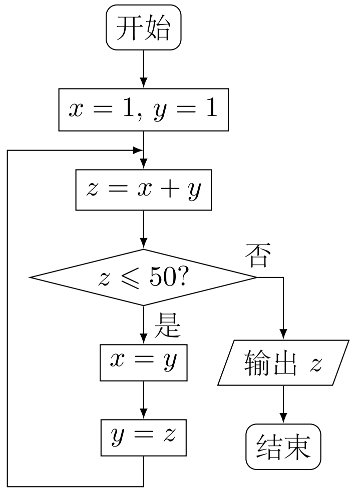
(A) -2　(B) $-2\mathrm{i}$　(C) 2　(D) $2\mathrm{i}$

2. "$x<0$"是"$\ln(x+1)<0$"的　(　)

(A) 充分不必要条件　(B) 必要不充分条件

(C) 充分必要条件　(D) 既不充分也不必要条件

3. 如图所示, 程序框图 (算法流程图) 的输出结果是　(　)



(A) 34　(B) 55　(C) 78　(D) 89

4. 以平面直角坐标系的原点为极点, x 轴的正半轴为极轴, 建立极坐标系, 两种坐标系中取相同的长度单位, 已知直线 l 的参数方程是 $\begin{cases}x=t+1\\ y=t-3\end{cases}$ (t 为参数), 圆 C 的极坐标方程是 $\rho=4\cos\theta$, 则直线 l 被圆 C 截得的弦长为　(　)

(A) $\sqrt{14}$　(B) $2\sqrt{14}$　(C) $\sqrt{2}$　(D) $2\sqrt{2}$

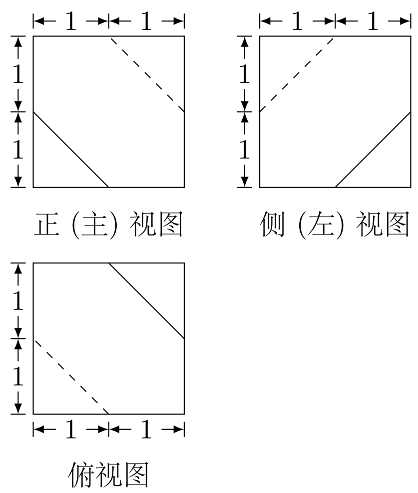
5. x, y 满足约束条件 $\begin{cases}x+y-2\leqslant 0\\ x-2y-2\leqslant 0\\ 2x-y+2\geqslant 0\end{cases}$, 若 $z=y-ax$ 取得最大值的最优解不唯一, 则实数 a 的值为　(　)

(A) $\dfrac{1}{2}$ 或 -1　(B) 2 或 $\dfrac{1}{2}$　(C) 2 或 1　(D) 2 或 -1

6. 设函数 $f(x)$ $(x\in\mathbf{R})$ 满足 $f(x+\pi)=f(x)+\sin x$. 当 $0\leqslant x<\pi$ 时, $f(x)=0$, 则 $f\left(\dfrac{23\pi}{6}\right)=$　(　)

(A) $\dfrac{1}{2}$　(B) $\dfrac{\sqrt{3}}{2}$　(C) 0　(D) $-\dfrac{1}{2}$

7. 一个多面体的三视图如图所示, 则该多面体的表面积为　(　)



(A) $21+\sqrt{3}$　(B) $18+\sqrt{3}$　(C) 21　(D) 18

8. 从正方体六个面的对角线中任取两条作为一对, 其中所成的角为 60° 的共有　(　)

(A) 24 对　(B) 30 对　(C) 48 对　(D) 60 对

9. 若函数 $f(x)=|x+1|+|2x+a|$ 的最小值为 3, 则实数 a 的值为　(　)

(A) 5 或 8　(B) -1 或 5　(C) -1 或 -4　(D) -4 或 8

10. 在平面直角坐标系 xOy 中, 已知向量 $\boldsymbol{a}, \boldsymbol{b}$, $|\boldsymbol{a}|=|\boldsymbol{b}|=1$, $\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}=0$, 点 Q 满足 $\overrightarrow{OQ}=\sqrt{2}(\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b})$. 曲线 $C=\left\{P \mid \overrightarrow{OP}=\boldsymbol{a}\cos\theta+\boldsymbol{b}\sin\theta, 0\leqslant\theta<2\pi\right\}$, 区域 $\Omega=\left\{P \mid 0<r\leqslant\left|\overrightarrow{PQ}\right|\leqslant R, r<R\right\}$. 若 $C\cap\Omega$ 为两段分离的曲线, 则　(　)

(A) $1<r<R<3$　(B) $1<r<3\leqslant R$

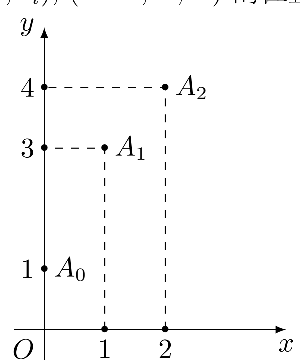
(C) $r\leqslant 1<R<3$　(D) $1<r<3<R$

二、填空题

11. 若将函数 $f(x)=\sin\left(2x+\dfrac{\pi}{4}\right)$ 的图象向右平移 φ 个单位, 所得图象关于 y 轴对称, 则 φ 的最小正值是______.

12. 数列 $\{a_n\}$ 是等差数列, 若 a_1+1, a_3+3, a_5+5 构成公比为 q 的等比数列, 则 $q=$______.

13. 设 $a\neq 0$, n 是大于 1 的自然数, $\left(1+\dfrac{x}{a}\right)^n$ 的展开式为 $a_0+a_1x+a_2x^2+\cdots+a_nx^n$. 若点 $A_i(i,a_i)$, $(i=0,\ 1,\ 2)$ 的位置如图所示, 则 $a=$______.



14. 设 F_1, F_2 分别是椭圆 $E: x^2+\dfrac{y^2}{b^2}=1$ $(0<b<1)$ 的左、右焦点, 过点 F_1 的直线交椭圆 E 于 A, B 两点, 若 $|AF_1|=3|BF_1|$, $AF_2\perp x$ 轴, 则椭圆 E 的方程为______.

15. 已知两个不相等的非零向量 $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, 两组向量 $\boldsymbol{x}_1$, $\boldsymbol{x}_2$, $\boldsymbol{x}_3$, $\boldsymbol{x}_4$, $\boldsymbol{x}_5$ 和 $\boldsymbol{y}_1$, $\boldsymbol{y}_2$, $\boldsymbol{y}_3$, $\boldsymbol{y}_4$, $\boldsymbol{y}_5$ 均由 2 个 $\boldsymbol{a}$ 和 3 个 $\boldsymbol{b}$ 排列而成, 记 $S=\boldsymbol{x}_1\cdot\boldsymbol{y}_1+\boldsymbol{x}_2\cdot\boldsymbol{y}_2+\boldsymbol{x}_3\cdot\boldsymbol{y}_3+\boldsymbol{x}_4\cdot\boldsymbol{y}_4+\boldsymbol{x}_5\cdot\boldsymbol{y}_5$, $S_{\min}$ 表示 S 所有可能取值中的最小值. 则下列命题正确的是______. (写出所有正确命题的编号)

① S 有 5 个不同的值;

② 若 $\boldsymbol{a}\perp\boldsymbol{b}$, 则 $S_{\min}$ 与 $|\boldsymbol{a}|$ 无关;

③ 若 $\boldsymbol{a}\parallel\boldsymbol{b}$, 则 $S_{\min}$ 与 $|\boldsymbol{b}|$ 无关;

④ 若 $|\boldsymbol{b}|>4|\boldsymbol{a}|$, 则 $S_{\min}>0$;

⑤ 若 $|\boldsymbol{b}|=2|\boldsymbol{a}|$, $S_{\min}=8|\boldsymbol{a}|^2$, 则 $\boldsymbol{a}$ 与 $\boldsymbol{b}$ 的夹角为 $\dfrac{\pi}{4}$.

三、解答题

16. 设 $\triangle ABC$ 的内角 A, B, C 所对边的长分别是 a, b, c, 且 $b=3$, $c=1$, $A=2B$.

(1) 求 a 的值;

(2) 求 $\sin\left(A+\dfrac{\pi}{4}\right)$ 的值.

17. 甲乙两人进行围棋比赛, 约定先连胜两局者直接赢得比赛, 若赛完 5 局仍未出现连胜, 则判定获胜局数多者赢得比赛, 假设每局甲获胜的概率为 $\dfrac{2}{3}$, 乙获胜的概率为 $\dfrac{1}{3}$, 各局比赛结果相互独立.

(1) 求甲在 4 局以内 (含 4 局) 赢得比赛的概率;

(2) 记 X 为比赛决出胜负时的总局数, 求 X 的分布列和均值 (数学期望).

18. 设函数 $f(x)=1+(1+a)x-x^2-x^3$, 其中 $a>0$.

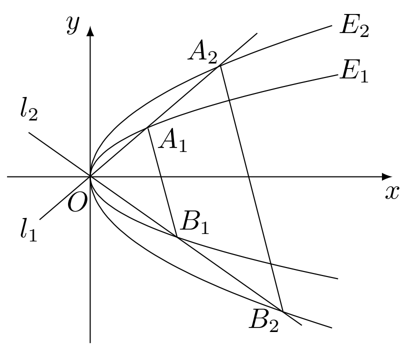
(1) 讨论 $f(x)$ 在其定义域上的单调性;

(2) 当 $x\in[0,1]$ 时, 求 $f(x)$ 取得最大值和最小值时的 x 的值.

19. 如图, 已知两条抛物线 $E_1: y^2=2p_1x\ (p_1>0)$ 和 $E_2: y^2=2p_2x\ (p_2>0)$, 过原点 O 的两条直线 l_1 和 l_2, l_1 与 E_1, E_2 分别交于 A_1, A_2 两点, l_2 与 E_1, E_2 分别交于 B_1, B_2 两点.

(1) 证明: $A_1B_1 /\!/ A_2B_2$;

(2) 过原点 O 作直线 l (异于 l_1, l_2) 与 E_1, E_2 分别交于 C_1, C_2 两点. 记 $\triangle A_1B_1C_1$ 与 $\triangle A_2B_2C_2$ 的面积分别为 S_1 与 S_2, 求 $\dfrac{S_1}{S_2}$ 的值.

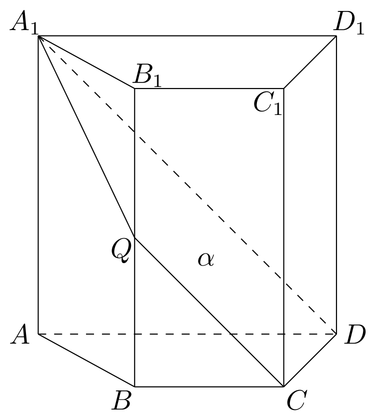


20. 如图, 四棱柱 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中, $A_1A\perp$ 底面 $ABCD$. 四边形 $ABCD$ 为梯形, $AD /\!/ BC$, 且 $AD=2BC$. 过 A_1, C, D 三点的平面记为 α, BB_1 与 α 的交点为 Q.

(1) 证明: Q 为 BB_1 的中点;

(2) 求此四棱柱被平面 α 所分成上下两部分的体积之比;

(3) 若 $A_1A=4$, $CD=2$, 梯形 $ABCD$ 的面积为 6, 求平面 α 与底面 $ABCD$ 所成二面角的大小.



21. 设实数 $c>0$, 整数 $p>1$, $n\in\mathbf{N}^*$.

(1) 证明: 当 $x>-1$ 且 $x\neq0$ 时, $(1+x)^p>1+px$;

(2) 数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_1>c^{\frac{1}{p}}$, $a_{n+1}=\dfrac{p-1}{p}a_n+\dfrac{c}{p}a_n^{1-p}$, 证明: $a_n>a_{n+1}>c^{\frac{1}{p}}$.