

## 文科数学

## 一、选择题

1. 设集合  $U = \{1, 2, 3, 4\}$ ,  $M = \{1, 2, 3\}$ ,  $N = \{2, 3, 4\}$ , 则  $C_U(M \cap N) = (\ )$   
 (A)  $\{1, 2\}$       (B)  $\{2, 3\}$       (C)  $\{2, 4\}$       (D)  $\{1, 4\}$

2. 函数  $y = 2\sqrt{x}$  ( $x \geq 0$ ) 的反函数为  $( )$

(A) $y = \frac{x^2}{4}$ ( $x \in \mathbf{R}$ )	(B) $y = \frac{x^2}{4}$ ( $x \geq 0$ )
(C) $y = 4x^2$ ( $x \in \mathbf{R}$ )	(D) $y = 4x^2$ ( $x \geq 0$ )

3. 设向量  $\mathbf{a}, \mathbf{b}$  满足  $|\mathbf{a}| = |\mathbf{b}| = 1$ ,  $\mathbf{a} \cdot \mathbf{b} = -\frac{1}{2}$ , 则  $|\mathbf{a} + 2\mathbf{b}| = (\ )$   
 (A)  $\sqrt{2}$       (B)  $\sqrt{3}$       (C)  $\sqrt{5}$       (D)  $\sqrt{7}$

4. 若变量  $x, y$  满足约束条件  $\begin{cases} x + y \leq 6 \\ x - 3y \leq -2 \\ x \geq 1 \end{cases}$ , 则  $z = 2x + 3y$  的最小值为  $( )$   
 (A) 17      (B) 14      (C) 5      (D) 3

5. 下面四个条件中, 使  $a > b$  成立的充分而不必要的条件是  $( )$   
 (A)  $a > b + 1$       (B)  $a > b - 1$       (C)  $a^2 > b^2$       (D)  $a^3 > b^3$

6. 设  $S_n$  为等差数列  $\{a_n\}$  的前  $n$  项和, 若  $a_1 = 1$ , 公差  $d = 2$ ,  $S_{k+2} - S_k = 24$ , 则  $k = (\ )$   
 (A) 8      (B) 7      (C) 6      (D) 5

7. 设函数  $f(x) = \cos \omega x$  ( $\omega > 0$ ), 将  $y = f(x)$  的图象向右平移  $\frac{\pi}{3}$  个单位长度后, 所得的图象与原图象重合, 则  $\omega$  的最小值等于  $( )$   
 (A)  $\frac{1}{3}$       (B) 3      (C) 6      (D) 9

8. 已知直二面角  $\alpha - l - \beta$ , 点  $A \in \alpha$ ,  $AC \perp l$ ,  $C$  为垂足, 点  $B \in \beta$ ,  $BD \perp l$ ,  $D$  为垂足. 若  $AB = 2$ ,  $AC = BD = 1$ , 则  $CD = (\ )$   
 (A) 2      (B)  $\sqrt{3}$       (C)  $\sqrt{2}$       (D) 1

9. 4 位同学每人从甲、乙、丙 3 门课程中选修 1 门, 则恰有 2 人选修课程甲的不同选法共有  $( )$   
 (A) 12 种      (B) 24 种      (C) 30 种      (D) 36 种

10. 设  $f(x)$  是周期为 2 的奇函数, 当  $0 \leq x \leq 1$  时,  $f(x) = 2x(1-x)$ , 则  $f\left(-\frac{5}{2}\right) = (\ )$   
 (A)  $-\frac{1}{2}$       (B)  $-\frac{1}{4}$       (C)  $\frac{1}{4}$       (D)  $\frac{1}{2}$

11. 设两圆  $C_1, C_2$  都和两坐标轴相切, 且都过点  $(4, 1)$ , 则两圆心的距离  $|C_1C_2| = (\ )$   
 (A) 4      (B)  $4\sqrt{2}$       (C) 8      (D)  $8\sqrt{2}$

12. 已知平面  $\alpha$  截一球面得圆  $M$ , 过圆心  $M$  且与  $\alpha$  成  $60^\circ$  二面角的平面  $\beta$  截该球面得圆  $N$ . 若该球面的半径为 4, 圆  $M$  的面积为  $4\pi$ , 则圆  $N$  的面积为  $( )$   
 (A)  $7\pi$       (B)  $9\pi$       (C)  $11\pi$       (D)  $13\pi$

## 二、填空题

13.  $(1-x)^{10}$  的二项展开式中,  $x$  的系数与  $x^9$  的系数之差为 \_\_\_\_\_.

14. 已知  $\alpha \in \left(\pi, \frac{3\pi}{2}\right)$ ,  $\tan \alpha = 2$ , 则  $\cos \alpha = _____$ .

15. 已知正方体  $ABCD - A_1B_1C_1D_1$  中,  $E$  为  $C_1D_1$  的中点, 则异面直线  $AE$  与  $BC$  所成角的余弦值为 \_\_\_\_\_.

16. 已知  $F_1, F_2$  分别为双曲线  $C: \frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{27} = 1$  的左、右焦点, 点  $A \in C$ , 点  $M$  的坐标为  $(2, 0)$ ,  $AM$  为  $\angle F_1AF_2$  的平分线. 则  $|AF_2| = _____$ .

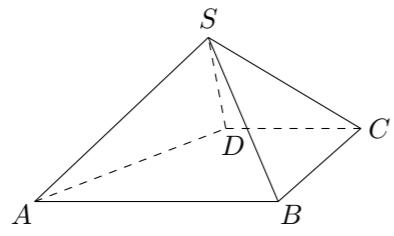
## 三、解答题

17. 设等比数列  $\{a_n\}$  的前  $n$  项和为  $S_n$ , 已知  $a_2 = 6$ ,  $6a_1 + a_3 = 30$ , 求  $a_n$  和  $S_n$ .

18.  $\triangle ABC$  的内角  $A, B, C$  的对边分别为  $a, b, c$ . 已知  $a \sin A + c \sin C - \sqrt{2}a \sin C = b \sin B$ .  
 (1) 求  $B$ ;  
 (2) 若  $A = 75^\circ$ ,  $b = 2$ , 求  $a, c$ .

19. 根据以往统计资料, 某地车主购买甲种保险的概率为 0.5, 购买乙种保险但不购买甲种保险的概率为 0.3. 设各车主购买保险相互独立.  
 (1) 求该地 1 位车主至少购买甲、乙两种保险中的 1 种的概率;  
 (2) 求该地 3 位车主中恰有 1 位车主甲、乙两种保险都不购买的概率.

20. 如图, 四棱锥  $S-ABCD$  中,  $AB \parallel CD$ ,  $BC \perp CD$ , 侧面  $SAB$  为等边三角形.  $AB = BC = 2$ ,  $CD = SD = 1$ .  
 (1) 证明:  $SD \perp$  平面  $SAB$ ;  
 (2) 求  $AB$  与平面  $SBC$  所成角的大小.



21. 已知函数  $f(x) = x^3 + 3ax^2 + (3 - 6a)x + 12a - 4$  ( $a \in \mathbf{R}$ ).  
 (1) 证明: 曲线  $y = f(x)$  在  $x = 0$  处的切线过点  $(2, 2)$ ;  
 (2) 若  $f(x)$  在  $x = x_0$  处取得极小值,  $x_0 \in (1, 3)$ , 求  $a$  的取值范围.

22. 已知  $O$  为坐标原点,  $F$  为椭圆  $C: x^2 + \frac{y^2}{2} = 1$  在  $y$  轴正半轴上的焦点, 过  $F$  且斜率为  $-\sqrt{2}$  的直线  $l$  与  $C$  交于  $A, B$  两点, 点  $P$  满足  $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OP} = \mathbf{0}$ .  
 (1) 证明: 点  $P$  在  $C$  上;  
 (2) 设点  $P$  关于点  $O$  的对称点为  $Q$ , 证明:  $A, P, B, Q$  四点在同一圆上.

