

## 文科数学

## 一、选择题

1. 设集合  $A = \{x|2x + 1 < 3\}$ ,  $B = \{x|-3 < x < 2\}$ , 则  $A \cap B$  等于 ( )  
 (A)  $\{x|-3 < x < 1\}$       (B)  $\{x|1 < x < 2\}$   
 (C)  $\{x|x > -3\}$       (D)  $\{x|x < 1\}$

2. 函数  $y = 1 + \cos x$  的图象 ( )

- (A) 关于  $x$  轴对称      (B) 关于  $y$  轴对称  
 (C) 关于原点对称      (D) 关于直线  $x = \frac{\pi}{2}$  对称

3. 若  $\vec{a}$  与  $\vec{b} - \vec{c}$  都是非零向量, 则“ $\vec{a} \cdot \vec{b} = \vec{a} \cdot \vec{c}$ ”是“ $\vec{a} \perp (\vec{b} - \vec{c})$ ”的( )

- (A) 充分而不必要条件      (B) 必要而不充分条件  
 (C) 充分必要条件      (D) 既不充分也不必要条件

4. 在 1, 2, 3, 4, 5 这五个数字组成的没有重复数字的三位数中, 各位数字之和为奇数的共有 ( )

- (A) 36 个      (B) 24 个      (C) 18 个      (D) 6 个

5. 已知  $f(x) = \begin{cases} (3-a)x - 4a, & x < 1 \\ \log_a x, & x \geq 1 \end{cases}$  是  $(-\infty, +\infty)$  上的增函数, 那么  $a$  的取值范围是 ( )

- (A)  $(1, +\infty)$       (B)  $(-\infty, 3)$       (C)  $\left[\frac{3}{5}, 3\right)$       (D)  $(1, 3)$

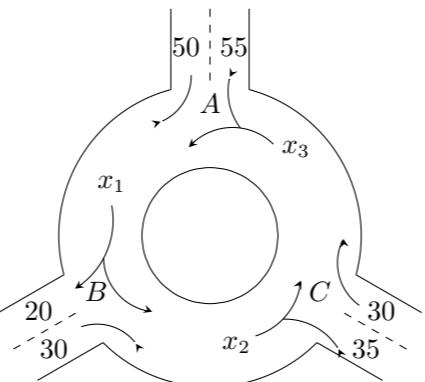
6. 如果  $-1, a, b, c, -9$  成等比数列, 那么 ( )

- (A)  $b = 3, ac = 9$       (B)  $b = -3, ac = 9$   
 (C)  $b = 3, ac = -9$       (D)  $b = -3, ac = -9$

7. 设  $A, B, C, D$  是空间四个不同的点, 在下列命题中, 不正确的是 ( )

- (A) 若  $AC$  与  $BD$  共面, 则  $AD$  与  $BC$  共面  
 (B) 若  $AC$  与  $BD$  是异面直线, 则  $AD$  与  $BC$  是异面直线  
 (C) 若  $AB = AC, DB = DC$  则  $AD = BC$   
 (D) 若  $AB = AC, DB = DC$  则  $AD \perp BC$

8. 如图为某三岔路口交通环岛的简化模型, 在某高峰时段, 单位时间进出路口  $A, B, C$ , 的机动车辆数如图所示, 图中  $x_1, x_2, x_3$  分别表示该时段单位时间通过路段  $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{BC}, \overrightarrow{CA}$  的机动车辆数 (假设: 单位时间内, 在上述路段中, 同一路段上驶入与驶出的车辆数相等), 则  $x_1, x_2, x_3$  的大小关系是 ( )



- (A)  $x_1 > x_2 > x_3$       (B)  $x_1 > x_3 > x_2$       (C)  $x_2 > x_3 > x_1$       (D)  $x_3 > x_2 > x_1$

## 二、填空题

9. 若三点  $A(2, 2), B(a, 0), C(0, 4)$  共线, 则  $a$  的值等于\_\_\_\_\_.

10. 在  $\left(x - \frac{2}{x}\right)^7$  的展开式中,  $x^3$  的系数是\_\_\_\_\_. (用数字作答)

11. 已知函数  $f(x) = a^x - 4a + 3$  的反函数的图象经过点  $(-1, 2)$ , 那么  $a$  的值等于\_\_\_\_\_.

12. 已知向量  $\vec{a} = (\cos \alpha, \sin \alpha), \vec{b} = (\cos \beta, \sin \beta)$ , 且  $\vec{a} \neq \pm \vec{b}$ , 那么  $\vec{a} + \vec{b}$  与  $\vec{a} - \vec{b}$  的夹角的大小是\_\_\_\_\_.

13. 在  $\triangle ABC$  中,  $\angle A, \angle B, \angle C$  所对的边长分别为  $a, b, c$  若  $\sin A : \sin B : \sin C = 5 : 7 : 8$ , 则  $a : b : c =$  \_\_\_\_\_,  $\angle B$  的大小是\_\_\_\_\_.

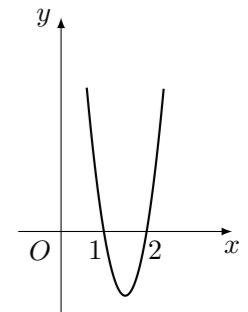
14. 已知点  $P(x, y)$  的坐标满足条件  $\begin{cases} x + y \leq 4 \\ y \geq x \\ x \geq 1 \end{cases}$ , 点  $O$  为坐标原点, 那么  $|PO|$  的最小值等于\_\_\_\_\_, 最大值等于\_\_\_\_\_.

## 三、解答题

15. 已知函数  $f(x) = \frac{1 - \sin 2x}{\cos x}$ .

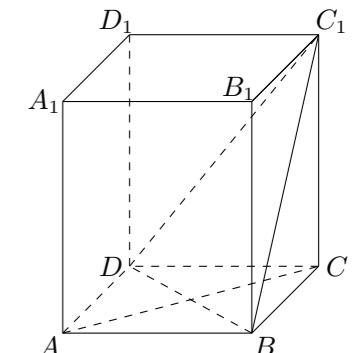
- (1) 求  $f(x)$  的定义域;  
 (2) 设  $\alpha$  是第四象限的角, 且  $\tan \alpha = -\frac{4}{3}$ , 求  $f(\alpha)$  的值.

16. 已知函数  $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx$  在点  $x_0$  处取得极大值 5, 其导函数  $y = f'(x)$  的图象经过点  $(1, 0), (2, 0)$ , 如图所示, 求:  
 (1)  $x_0$  的值;  
 (2)  $a, b, c$  的值.



17. 如图,  $ABCD - A_1B_1C_1D_1$  是正四棱柱.

- (1) 求证:  $BD \perp$  平面  $ACC_1A_1$ ;  
 (2) 若二面角  $C_1 - BD - C$  的大小为  $60^\circ$ , 求异面直线  $BC_1$  与  $AC$  所成角的大小.



18. 某公司招聘员工, 指定三门考试课程, 有两种考试方案.  
 方案一: 考试三门课程, 至少有两门及格为考试通过;  
 方案二: 在三门课程中, 随机选取两门, 这两门都及格为考试通过.  
 假设某应聘者对三门指定课程考试及格的概率分别是 0.5, 0.6, 0.9, 且三门课程考试是否及格相互之间没有影响.  
 (1) 该应聘者用方案一考试通过的概率;  
 (2) 该应聘者用方案二考试通过的概率.
19. 椭圆  $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$  ( $a > b > 0$ ) 的两个焦点为  $F_1, F_2$ , 点  $P$  在椭圆  $C$  上, 且  $PF_1 \perp F_1F_2$ ,  $|PF_1| = \frac{4}{3}$ ,  $|PF_2| = \frac{14}{3}$ .  
 (1) 求椭圆  $C$  的方程;  
 (2) 若直线  $l$  过圆  $x^2 + y^2 + 4x - 2y = 0$  的圆心  $M$ , 交椭圆  $C$  于  $A, B$  两点, 且  $A, B$  关于点  $M$  对称, 求直线  $l$  的方程.
20. 设等差数列  $\{a_n\}$  的首项  $a_1$  及公差  $d$  都为整数, 前  $n$  项和为  $S_n$ .  
 (1) 若  $a_{11} = 0$ ,  $S_{14} = 98$ , 求数列  $\{a_n\}$  的通项公式;  
 (2) 若  $a_1 \geq 6$ ,  $a_{11} > 0$ ,  $S_{14} \geq 77$ , 求所有可能的数列  $\{a_n\}$  的通项公式.