2017 年普通高等学校招生考试（浙江卷）

数学试卷

一、选择题

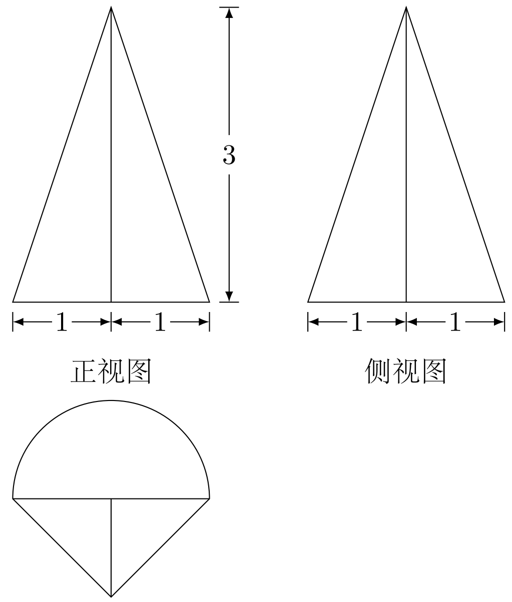
1. 已知集合 $P=\{x\mid -1<x<1\}$, $Q=\{x\mid 0<x<2\}$, 那么 $P\cup Q=$(　)

(A) $(-1,2)$　(B) $(0,1)$　(C) $(-1,0)$　(D) $(1,2)$

2. 椭圆 $\dfrac{x^2}{9}+\dfrac{y^2}{4}=1$ 的离心率是　(　)

(A) $\dfrac{\sqrt{13}}{3}$　(B) $\dfrac{\sqrt{5}}{3}$　(C) $\dfrac{2}{3}$　(D) $\dfrac{5}{9}$

3. 某几何体的三视图如图所示 (单位: cm), 则该几何体的体积 (单位: cm^2) 是　(　)



正视图　侧视图

俯视图

(A) $\dfrac{\pi}{2}+1$　(B) $\dfrac{\pi}{2}+3$　(C) $\dfrac{3\pi}{2}+1$　(D) $\dfrac{3\pi}{2}+3$

4. 若 x, y 满足约束条件 $\begin{cases} x\geqslant 0 \\ x+y-3\geqslant 0 \\ x-2y\leqslant 0 \end{cases}$, 则 $z=x+2y$ 的取值范围是(　)

(A) $[0,6]$　(B) $[0,4]$　(C) $[6,+\infty)$　(D) $[4,+\infty)$

5. 若函数 $f(x)=x^2+ax+b$ 在区间 $[0,1]$ 上的最大值是 M, 最小值是 m, 则 $M-m$　(　)

(A) 与 a 有关, 且与 b 有关　(B) 与 a 有关, 但与 b 无关

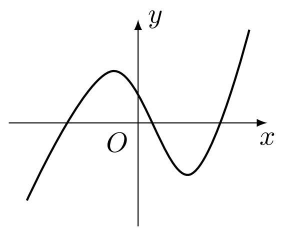
(C) 与 a 无关, 且与 b 无关　(D) 与 a 无关, 但与 b 有关

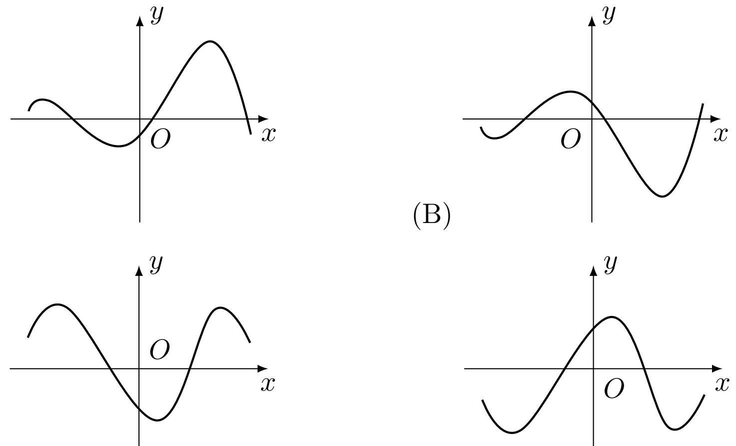
6. 已知等差数列 $\{a_n\}$ 的公差为 d, 前 n 项和为 S_n, 则"$d>0$"是"$S_4+S_6>2S_5$"的　(　)

(A) 充分不必要条件　(B) 必要不充分条件

(C) 充分必要条件　(D) 既不充分也不必要条件

7. 函数 $y=f(x)$ 的导函数 $y=f'(x)$ 的图象如图所示, 则函数 $y=f(x)$ 的图象可能是　(　)





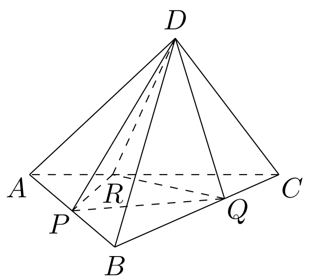
(A)　(B)　(C)　(D)

8. 已知随机变量 ξ_i 满足 $P(\xi_i=1)=p_i$, $P(\xi_i=0)=1-p_i$, $i=1, 2$. 若 $0<p_1<p_2<\dfrac{1}{2}$, 则　(　)

(A) $E(\xi_1)<E(\xi_2)$, $D(\xi_1)<D(\xi_2)$　(B) $E(\xi_1)<E(\xi_2)$, $D(\xi_1)>D(\xi_2)$

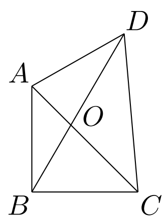
(C) $E(\xi_1)>E(\xi_2)$, $D(\xi_1)<D(\xi_2)$　(D) $E(\xi_1)>E(\xi_2)$, $D(\xi_1)>D(\xi_2)$

9. 如图, 已知正四面体 $D-ABC$ (所有棱长均相等的三棱锥), P, Q, R 分别为 AB, BC, CA 上的点, $AP=PB$, $\dfrac{BQ}{QC}=\dfrac{CR}{RA}=2$, 分别记二面角 $D-PR-Q$, $D-PQ-R$, $D-QR-P$ 的平面角为 α, β, γ, 则　(　)



(A) $\gamma<\alpha<\beta$　(B) $\alpha<\gamma<\beta$　(C) $\alpha<\beta<\gamma$　(D) $\beta<\gamma<\alpha$

10. 如图, 已知平面四边形 $ABCD$, $AB\perp BC$, $AB=BC=AD=2$, $CD=3$, AC 与 BD 交于点 O, 记 $I_1=\overrightarrow{OA}\cdot\overrightarrow{OB}$, $I_2=\overrightarrow{OB}\cdot\overrightarrow{OC}$, $I_3=\overrightarrow{OC}\cdot\overrightarrow{OD}$, 则　(　)



(A) $I_1<I_2<I_3$　(B) $I_1<I_3<I_2$　(C) $I_3<I_1<I_2$　(D) $I_2<I_1<I_3$

二、填空题

11. 我国古代数学家刘徽创立的"割圆术"可以估算圆周率 π, 理论上能把 π 的值计算到任意精度, 祖冲之继承并发展了"割圆术", 将 π 的值精确到小数点后七位, 其结果领先世界一千多年, "割圆术"的第一步是计算单位圆内接正六边形的面积 S_6, $S_6=$______.

12. 已知 a, $b\in\mathbf{R}$, $(a+b\mathrm{i})^2=3+4\mathrm{i}$ (i 是虚数单位), 则 $a^2+b^2=$______, $ab=$______.

13. 已知多项式 $(x+1)^3(x+2)^2=x^5+a_1x^4+a_2x^3+a_3x^2+a_4x+a_5$, 则 $a_4=$______, $a_5=$______.

14. 已知 $\triangle ABC$, $AB=AC=4$, $BC=2$, 点 D 为 AB 延长线上一点, $BD=2$, 连接 CD, 则 $\triangle BDC$ 的面积是______, $\cos\angle BDC=$______.

15. 已知向量 $\boldsymbol{a}, \boldsymbol{b}$ 满足 $|\boldsymbol{a}|=1$, $|\boldsymbol{b}|=2$, 则 $|\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}|+|\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b}|$ 的最小值是______, 最大值是______.

16. 从 6 男 2 女共 8 名学生中选出队长 1 人, 副队长 1 人, 普通队员 2 人组成 4 人服务队, 要求服务队中至少有 1 名女生, 共有______种不同的选法. (用数字作答)

17. 已知 $a\in\mathbf{R}$, 函数 $f(x)=\left|x+\dfrac{4}{x}-a\right|+a$ 在区间 $[1,4]$ 上的最大值是 5, 则 a 的取值范围是______.

三、解答题

18. 已知函数 $f(x)=\sin^2 x-\cos^2 x-2\sqrt{3}\sin x\cos x\ (x\in\mathbf{R})$.

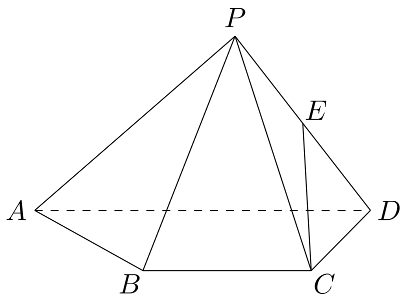
(1) 求 $f\left(\dfrac{2\pi}{3}\right)$ 的值;

(2) 求 $f(x)$ 的最小正周期及单调递增区间.

19. 如图, 已知四棱锥 $P-ABCD$ 中, $\triangle PAD$ 是以 AD 为斜边的等腰直角三角形, $BC /\!/ AD$, $CD \perp AD$, $PC = AD = 2DC = 2CB$, E 为 PD 的中点.

(1) 证明: $CE /\!/$ 平面 PAB;

(2) 求直线 CE 与平面 PBC 所成角的正弦值.



20. 已知函数 $f(x) = \left(x - \sqrt{2x-1}\right)\mathrm{e}^{-x}$ $\left(x \geqslant \frac{1}{2}\right)$.

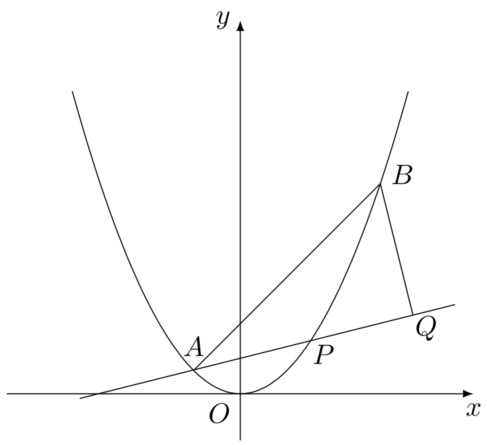
(1) 求 $f(x)$ 的导函数;

(2) 求 $f(x)$ 在区间 $\left[\frac{1}{2}, +\infty\right)$ 上的取值范围.

21. 如图, 已知抛物线 $x^2 = y$, 点 $A\left(-\frac{1}{2}, \frac{1}{4}\right)$, $B\left(\frac{3}{2}, \frac{9}{4}\right)$, 抛物线上的点 $P(x, y)$ $\left(-\frac{1}{2} < x < \frac{3}{2}\right)$, 过点 B 作直线 AP 的垂线, 垂足为 Q.

(1) 求直线 AP 斜率的取值范围;

(2) 求 $|PA| \cdot |PQ|$ 的最大值.



22. 已知数列 $\{x_n\}$ 满足: $x_1 = 1$, $x_n = x_{n+1} + \ln(1 + x_{n+1})$ $(n \in \mathbf{N}^*)$, 证明: 当 $n \in \mathbf{N}^*$ 时,

(1) $0 < x_{n+1} < x_n$;

(2) $2x_{n+1} - x_n \leqslant \frac{x_n x_{n+1}}{2}$;

(3) $\frac{1}{2^{n-1}} \leqslant x_n \leqslant \frac{1}{2^{n-2}}$.