2004 年普通高等学校招生考试（浙江卷）

理科数学

一、选择题

1. 若 $U=\{1,2,3,4\}$, $M=\{1,2\}$, $N=\{2,3\}$, 则 $\complement_U(M\cup N)=$ （　）

(A) $\{1,2,3\}$　(B) $\{2\}$　(C) $\{1,3,4\}$　(D) $\{4\}$

2. 点 P 从 $(1,0)$ 出发, 沿单位圆 $x^2+y^2=1$ 逆时针方向运动 $\dfrac{2\pi}{3}$ 弧长到达 Q 点, 则 Q 的坐标为 （　）

(A) $\left(-\dfrac{1}{2},\dfrac{\sqrt{3}}{2}\right)$　(B) $\left(-\dfrac{\sqrt{3}}{2},-\dfrac{1}{2}\right)$　(C) $\left(-\dfrac{1}{2},-\dfrac{\sqrt{3}}{2}\right)$　(D) $\left(-\dfrac{\sqrt{3}}{2},\dfrac{1}{2}\right)$

3. 已知等差数列 $\{a_n\}$ 的公差为 2, 若 a_1, a_3, a_4 成等比数列, 则 $a_2=$ （　）

(A) -4　(B) -6　(C) -8　(D) -10

4. 曲线 $y^2=4x$ 关于直线 $x=2$ 对称的曲线方程是 （　）

(A) $y^2=8-4x$　(B) $y^2=4x-8$　(C) $y^2=16-4x$　(D) $y^2=4x-16$

5. 设 $z=x-y$, 式中变量 x 和 y 满足条件 $\begin{cases}x+y-3\geqslant 0\\x-2y\geqslant 0\end{cases}$, 则 z 的最小值为 （　）

(A) 1　(B) -1　(C) 3　(D) -3

6. 已知复数 $z_1=3+4\mathrm{i}$, $z_2=t+\mathrm{i}$, 且 $z_1\cdot\overline{z_2}$ 是实数, 则实数 $t=$ （　）

(A) $\dfrac{3}{4}$　(B) $\dfrac{4}{3}$　(C) $-\dfrac{4}{3}$　(D) $-\dfrac{3}{4}$

7. 若 $\left(\sqrt{x}+\dfrac{2}{\sqrt[3]{x}}\right)^n$ 展开式中存在常数项, 则 n 的值可以是 （　）

(A) 8　(B) 9　(C) 10　(D) 12

8. 在 $\triangle ABC$ 中, “$A>30^\circ$”是“$\sin A>\dfrac{1}{2}$”的 （　）

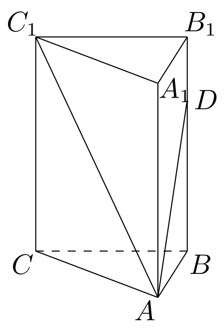
(A) 充分而不必要条件　(B) 必要而不充分条件

(C) 充分必要条件　(D) 既不充分也必要条件

9. 若椭圆 $\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1$ $(a>b>0)$ 的左、右焦点分别为 F_1、F_2, 线段 F_1F_2 被抛物线 $y^2=2bx$ 的焦点分成 $5:3$ 两段, 则此椭圆的离心率为 （　）

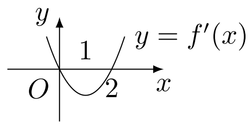
(A) $\dfrac{16}{17}$　(B) $\dfrac{4\sqrt{17}}{17}$　(C) $\dfrac{4}{5}$　(D) $\dfrac{2\sqrt{5}}{5}$

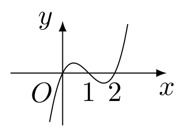
10. 如图, 在正三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 中已知 $AB=1$, D 在棱 $BB1$ 上, 且 $BD=1$, 若 AD 与平面 AA_1C_1C 所成的角为 α, 则 $\alpha=$ （　）



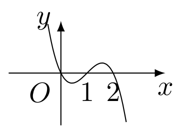
(A) $\dfrac{\pi}{3}$　(B) $\dfrac{\pi}{4}$　(C) $\arcsin\dfrac{\sqrt{10}}{4}$　(D) $\arcsin\dfrac{\sqrt{6}}{4}$

11. 设 $f'(x)$ 是函数 $f(x)$ 的导函数, $y=f'(x)$ 的图象如图所示, 则 $y=f(x)$ 的图象最有可能的是 （　）

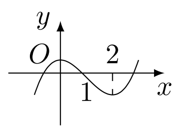




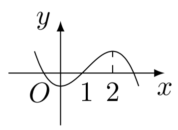
(A)



(B)



(C)



(D)

12. 若 $f(x)$ 和 $g(x)$ 都是定义在实数集 $\mathbf{R}$ 上的函数, 且方程 $x-f[g(x)]=0$ 有实数解, 则 $g[f(x)]$ 不可能是 （　）

(A) $x^2+x-\dfrac{1}{5}$　(B) $x^2+x+\dfrac{1}{5}$　(C) $x^2-\dfrac{1}{5}$　(D) $x^2+\dfrac{1}{5}$

二、填空题

13. 已知 $f(x)=\begin{cases}1,\ x\geqslant 0\\-1,\ x<0\end{cases}$, 则不等式 $x+(x+2)\cdot f(x+2)\leqslant 5$ 的解集是______.

14. 已知平面上三点 A、B、C 满足 $\left|\overrightarrow{AB}\right|=3$, $\left|\overrightarrow{BC}\right|=4$, $\left|\overrightarrow{CA}\right|=5$, 则 $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{BC}\cdot\overrightarrow{CA}+\overrightarrow{CA}\cdot\overrightarrow{AB}$ 的值等于______.

15. 设坐标平面内有一个质点从原点出发, 沿 x 轴跳动, 每次向正方向或负方向跳 1 个单位, 经过 5 次跳动质点落在点 $(3,0)$ (允许重复过此点) 处, 则质点不同的运动方法共有______种. (用数字作答)

16. 已知平面 α 和平面交于直线 l, P 是空间一点, $PA\perp\alpha$, 垂足为 A, $PB\perp\beta$, 垂足为 B, 且 $PA=1$, $PB=2$, 若点 A 在 β 内的射影与点 B 在 α 内的射影重合, 则点 P 到 l 的距离为______.

三、解答题

17. 在 $\triangle ABC$ 中, 角 A、B、C 所对的边分别为 a、b、c, 且 $\cos A=\dfrac{1}{3}$.

(1) 求 $\sin^2\dfrac{B+C}{2}+\cos 2A$ 的值;

(2) 若 $a=\sqrt{3}$, 求 bc 的最大值.

18. 盒子中有大小相同的球 10 个, 其中标号为 1 的球 3 个, 标号为 2 的球 4 个, 标号为 5 的球 3 个, 第一次从盒子中任取 1 个球, 放回后第二次再任取 1 个球 (假设取到每个球的可能性都相同). 记第一次与第二次取到球的标号之和为 ε.

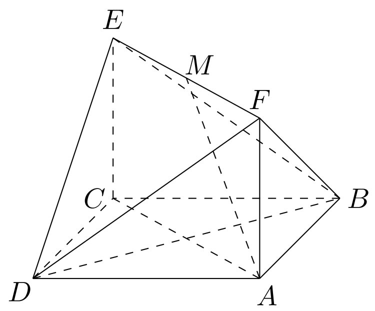
(1) 求随机变量 ε 的分布列;

(2) 求随机变量 ε 的期望 $E\varepsilon$.

19. 如图, 已知正方形 $ABCD$ 和矩形 $ACEF$ 所在的平面互相垂直, $AB=\sqrt{2}$, $AF=1$, M 是线段 EF 的中点.

(1) 求证: $AM\,/\!/$ 平面 BDE;

(2) 求二面角 $A-DF-B$ 的大小.



20. 设曲线 $y=\mathrm{e}^{-x}$ $(x \geqslant 0)$ 在点 $M\left(t, \mathrm{e}^{-t}\right)$ 处的切线 l 与 x 轴 y 轴所围成的三角形面积为 $S(t)$.

(1) 求切线 l 的方程;

(2) 求 $S(t)$ 的最大值.

21. 已知双曲线的中心在原点, 右顶点为 $A(1,0)$ 点 P、Q. 在双曲线的右支上, 点 $M(m,0)$ 到直线 AP 的距离为 1.

(1) 若直线 AP 的斜率为 k, 且 $|k| \in\left[\frac{\sqrt{3}}{3}, \sqrt{3}\right]$, 求实数 m 的取值范围;

(2) 当 $m=\sqrt{2}+1$ 时, $\triangle APQ$ 的内心恰好是点 M, 求此双曲线的方程.

22. 如图, $\triangle OBC$ 的在个顶点坐标分别为 $(0,0)$、$(1,0)$、$(0,2)$, 设 P 为线段 BC 的中点, P_2 为线段 CO 的中点, P_3 为线段 OP_1 的中点, 对于每一个正整数 n, P_{n+3} 为线段 P_nP_{n+1} 的中点, 令 P_n 的坐标为 (x_n, y_n), $a_n=\frac{1}{2}y_n+y_{n+1}+y_{n+2}$.

(1) 求 a_1, a_2, a_3 及 a_n;

(2) 证明 $y_{n+4}=1-\frac{y_n}{4}$, $n \in \mathbf{N}^*$;

(3) 若记 $b_n=y_{4n+4}-y_{4n}$, $n \in \mathbf{N}^*$, 证明 $\{b_n\}$ 是等比数列.