2010 年普通高等学校招生考试（浙江卷）

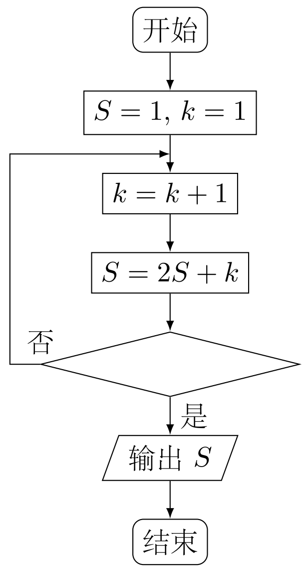
理科数学

一、选择题

1. 设 $P=\{x\mid x<4\}$, $Q=\{x\mid x^2<4\}$, 则 ( )

(A) $P\subseteq Q$ (B) $Q\subseteq P$ (C) $P\subseteq \complement_{\mathbf{R}}Q$ (D) $Q\subseteq \complement_{\mathbf{R}}P$

2. 某程序框图如图所示, 若输出的 $S=57$, 则判断框内为 ( )



(A) $k>4?$ (B) $k>5?$ (C) $k>6?$ (D) $k>7?$

3. 设 S_n 为等比数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和, $8a_2+a_5=0$, 则 $\dfrac{S_5}{S_2}=$ ( )

(A) 11 (B) 5 (C) -8 (D) -11

4. 设 $0<x<\dfrac{\pi}{2}$, 则“$x\sin^2x<1$”是“$x\sin x<1$”的 ( )

(A) 充分而不必要条件 (B) 必要而不充分条件

(C) 充分必要条件 (D) 既不充分也不必要条件

5. 对任意复数 $z=x+y\mathrm{i}\ (x,\ y\in\mathbf{R})$, i 为虚数单位, 则下列结论正确的是( )

(A) $|z-\overline{z}|=2y$ (B) $z^2=x^2+y^2$ (C) $|z-\overline{z}|\geqslant 2x$ (D) $|z|\leqslant|x|+|y|$

6. 设 l, m 是两条不同的直线, α 是一个平面, 则下列命题正确的是 ( )

(A) 若 $l\perp m$, $m\subset\alpha$, 则 $l\perp\alpha$ (B) 若 $l\perp\alpha$, $l\parallel m$, 则 $m\perp\alpha$

(C) 若 $l\parallel\alpha$, $m\subset\alpha$, 则 $l\parallel m$ (D) 若 $l\parallel\alpha$, $m\parallel\alpha$, 则 $l\parallel m$

7. 若实数 x, y 满足不等式组 $\begin{cases}x+3y-3\geqslant 0\\ 2x-y-3\leqslant 0\\ x-my+1\geqslant 0\end{cases}$, 且 $x+y$ 的最大值为 9, 则实数 $m=$ ( )

(A) -2 (B) -1 (C) 1 (D) 2

8. 设 F_1、F_2 分别为双曲线 $\dfrac{x^2}{a^2}-\dfrac{y^2}{b^2}=1\ (a>0,\ b>0)$ 的左、右焦点. 若在双曲线右支上存在点 P, 满足 $|PF_2|=|F_1F_2|$, 且 F_2 到直线 PF_1 的距离等于双曲线的实轴长, 则该双曲线的渐近线方程为 ( )

(A) $3x\pm4y=0$ (B) $3x\pm5y=0$ (C) $4x\pm3y=0$ (D) $5x\pm4y=0$

9. 设函数 $f(x)=4\sin(2x+1)-x$, 则在下列区间中函数 $f(x)$ 不存在零点的是 ( )

(A) $[-4,-2]$ (B) $[-2,0]$ (C) $[0,2]$ (D) $[2,4]$

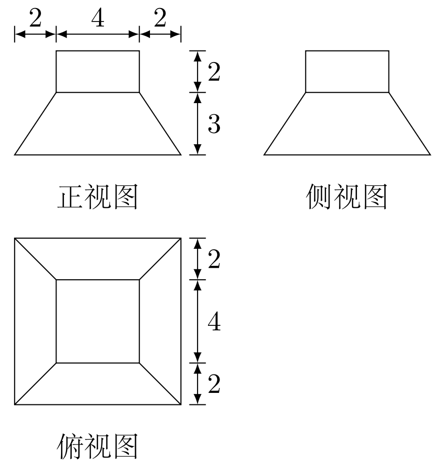
10. 设函数的集合 $P=\left\{f(x)=\log_2(x+a)+b\mid a=-\dfrac{1}{2},0,\dfrac{1}{2},1;b=-1,0,1\right\}$, 平面上点的集合 $Q=\left\{(x,y)\mid x=-\dfrac{1}{2},0,\dfrac{1}{2},1;y=-1,0,1\right\}$, 则在同一直角坐标系中, P 中函数 $f(x)$ 的图象恰好经过 Q 中两个点的函数的个数是 ( )

(A) 4 (B) 6 (C) 8 (D) 10

二、填空题

11. 函数 $f(x)=\sin\left(2x-\dfrac{\pi}{4}\right)-2\sqrt{2}\sin^2x$ 的最小正周期是______.

12. 若某几何体的三视图 (单位: cm) 如图所示, 则此几何体的体积是______cm^3.



13. 设抛物线 $y^2=2px\ (p>0)$ 的焦点为 F, 点 $A(0,2)$. 若线段 FA 的中点 B 在抛物线上, 则 B 到该抛物线准线的距离为______.

14. 设 $n\geqslant 2$, $n\in\mathbf{N}$, $\left(2x+\dfrac{1}{2}\right)^n-\left(3x+\dfrac{1}{3}\right)^n=a_0+a_1x+a_2x^2+\cdots+a_nx^n$, 将 $|a_k|\ (0\leqslant k\leqslant n)$ 的最小值记为 T_n, 则 $T_2=0$, $T_3=\dfrac{1}{2^3}-\dfrac{1}{3^3}$, $T_4=0$, $T_5=\dfrac{1}{2^5}-\dfrac{1}{3^5}$, $\cdots$, T_n, $\cdots$, 其中 $T_n=$______.

15. 设 a_1, d 为实数, 首项为 a_1, 公差为 d 的等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n, 满足 $S_5S_6+15=0$, 则 d 的取值范围是______.

16. 已知平面向量 $\boldsymbol{\alpha}$, $\boldsymbol{\beta}$ ($\boldsymbol{\alpha}\neq\mathbf{0}$, $\boldsymbol{\alpha}\neq\boldsymbol{\beta}$) 满足 $|\boldsymbol{\beta}|=1$, 且 $\boldsymbol{\alpha}$ 与 $\boldsymbol{\beta}-\boldsymbol{\alpha}$ 的夹角为 120°, 则 $|\boldsymbol{\alpha}|$ 的取值范围是______.

17. 有 4 位同学在同一天的上、下午参加“身高与体重”、“立定跳远”、“肺活量”、“握力”、“台阶”五个项目的测试, 每位同学上、下午各测试一个项目, 且不重复, 若上午不测“握力”项目, 下午不测“台阶”, 其余项目上、下午都各测试一人, 则不同的安排方式共有种______. (用数字作答)

三、解答题

18. 在 $\triangle ABC$ 中, 角 A、B、C 所对的边分别为 a、b、c, 已知 $\cos 2C=-\dfrac{1}{4}$.

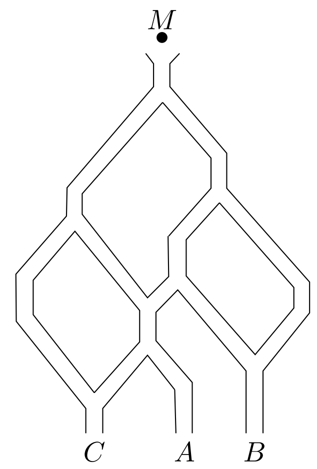
(1) 求 $\sin C$ 的值;

(2) 当 $a=2$, $2\sin A=\sin C$ 时, 求 b 及 c 的长.

19. 如图, 一个小球从 M 处投入, 通过管道自上而下落到 A 或 B 或 C. 已知小球从每个叉口落入左右两个管道的可能性是相等的. 某商家按上述投球方式进行促销活动, 若投入的小球落到 A、B、C, 则分别设为 1、2、3 等奖.

(1) 已知获得 1, 2, 3 等奖的折扣率分别为 50%、70%、90%. 记随机变量 ξ 为获得 k ($k=1,\ 2,\ 3$) 等奖的折扣率, 求随机变量 ξ 的分布列及期望 $E\xi$;

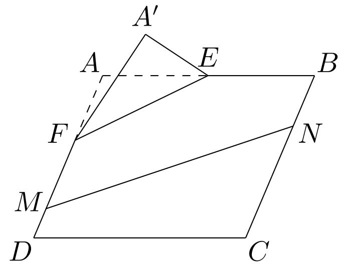
(2) 若有 3 人次 (投入 1 球为 1 人次) 参加促销活动, 记随机变量 η 为获得 1 等奖或 2 等奖的人次, 求 $P(\eta=2)$.



20. 如图, 在矩形 $ABCD$ 中, 点 E, F 分别在线段 AB、AD 上, $AE=EB=AF=\dfrac{2}{3}FD=4$. 沿直线 EF 将 $\triangle AEF$ 翻折成 $\triangle A'EF$, 使平面 $A'EF\perp$ 平面 BEF.

(1) 求二面角 $A'-FD-C$ 的余弦值;

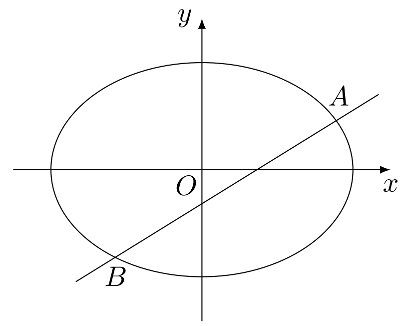
(2) 点 M, N 分别在线段 FD、BC 上, 若沿直线 MN 将四边形 $MNCD$ 向上翻折, 使 C 与 A' 重合, 求线段 FM 的长.



21. 已知 $m>1$, 直线 l: $x-my-\dfrac{m^2}{2}=0$, 椭圆 C: $\dfrac{x^2}{m^2}+y^2=1$, F_1, F_2 分别为椭圆 C 的左、右焦点.

(1) 当直线 l 过右焦点 F_2 时, 求直线 l 的方程;

(2) 设直线 l 与椭圆 C 交于 A, B 两点, $\triangle AF_1F_2$, $\triangle BF_1F_2$ 的重心分别为 G, H. 若原点 O 在以线段 GH 为直径的圆内, 求实数 m 的取值范围.



22. 已知 a 是给定的实常数, 设函数 $f(x)=(x-a)^2(x+b)\mathrm{e}^x$, $b\in\mathbf{R}$, $x=a$ 是 $f(x)$ 的一个极大值点.

(1) 求 b 的取值范围;

(2) 设 x_1, x_2, x_3 是 $f(x)$ 的 3 个极值点, 问是否存在实数 b, 可找到 $x_4\in\mathbf{R}$, 使得 x_1, x_2, x_3, x_4 的某种排列 x_{i_1}, x_{i_2}, x_{i_3}, x_{i_4} (其中 $\{i_1,i_2,i_3,i_4\}=\{1,2,3,4\}$) 依次成等差数列? 若存在, 求所有的 b 及相应的 x_4; 若不存在, 说明理由.