

文科数学

一、选择题

1. 若集合 $A = \{x|x > 0\}$, $B = \{x|x < 3\}$, 则 $A \cap B$ 等于

- (A) $\{x|x < 0\}$ (B) $\{x|0 < x < 3\}$ (C) $\{x|x > 3\}$ (D) \mathbf{R}

2. 下列函数中, 与函数 $y = \frac{1}{\sqrt{x}}$ 有相同定义域的是

- (A) $f(x) = \ln x$ (B) $f(x) = \frac{1}{x}$ (C) $f(x) = |x|$ (D) $f(x) = e^x$

3. 一个容量 100 的样本, 其数据的分组与各组的频数如下表

组别	(0, 10]	(20, 20]	(20, 30)	(30, 40)	(40, 50]	(50, 60]	(60, 70]
频数	12	13	24	15	16	13	7

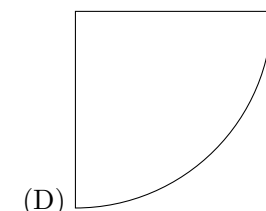
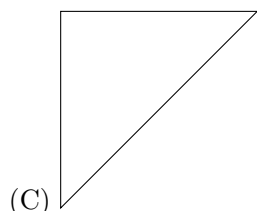
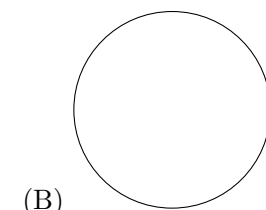
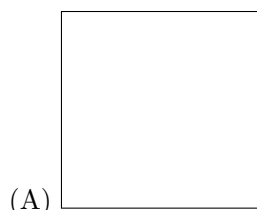
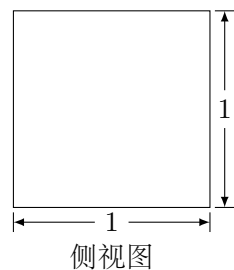
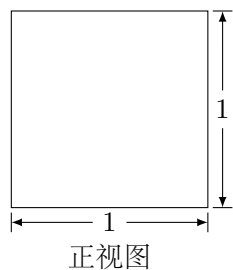
则样本数据落在 (10, 40) 上的频率为 ()

- (A) 0.13 (B) 0.39 (C) 0.52 (D) 0.64

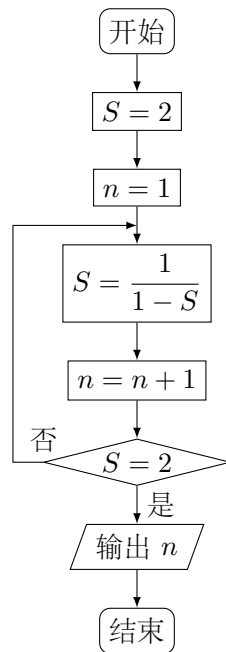
4. 若双曲线 $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{3^2} = 1$ ($a > 0$) 的离心率为 2, 则 a 等于 ()

- (A) 2 (B) $\sqrt{3}$ (C) $\frac{3}{2}$ (D) 1

5. 如图, 某几何体的正视图与侧视图都是边长为 1 的正方形, 且体积为 $\frac{1}{2}$. 则该集合体的俯视图可以是 ()



6. 阅读如图所示的程序框图, 运行相应的程序, 输出的结果是 ()

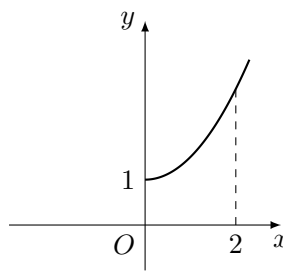


- (A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4

7. 已知锐角 $\triangle ABC$ 的面积为 $3\sqrt{3}$, $BC = 4$, $CA = 3$, 则角 C 的大小为 ()

- (A) 75° (B) 60° (C) 45° (D) 30°

8. 定义在 \mathbf{R} 上的偶函数 $f(x)$ 的部分图象如图所示, 则在 $(-2, 0)$ 上, 下列函数中与 $f(x)$ 的单调性不同的是 ()



- (A) $y = x^2 + 1$ (B) $y = |x| + 1$
 (C) $y = \begin{cases} 2x + 1, & x \geq 0 \\ x^3 + 1, & x < 0 \end{cases}$ (D) $y = \begin{cases} e^x, & x \geq 0 \\ e^{-x}, & x < 0 \end{cases}$

9. 在平面直角坐标系中, 若不等式组 $\begin{cases} x + y - 1 \geq 0 \\ x - 1 \leq 0 \\ ax - y + 1 \geq 0 \end{cases}$ (a 为常数) 所表示的平面区域内的面积等于 2, 则 a 的值为 ()

- (A) -5 (B) 1 (C) 2 (D) 3

10. 设 m, n 是平面 α 内的两条不同直线, l_1, l_2 是平面 β 内的两条相交直线, 则 $\alpha \parallel \beta$ 的一个充分而不必要条件是 ()

- (A) $m \parallel \beta$ 且 $l_1 \parallel \alpha$ (B) $m \parallel l_1$ 且 $n \parallel l_2$
 (C) $m \parallel \beta$ 且 $n \parallel \beta$ (D) $m \parallel \beta$ 且 $n \parallel l_2$

11. 函数 $f(x)$ 的零点与 $g(x) = 4^x + 2x - 2$ 的零点之差的绝对值不超过 0.25, 则 $f(x)$ 可以是 ()

- (A) $f(x) = 4x - 1$ (B) $f(x) = (x - 1)^2$
 (C) $f(x) = e^x - 1$ (D) $f(x) = \ln\left(x - \frac{1}{2}\right)$

12. 设 a, b, c 为同一平面内具有相同起点的任意三个非零向量, 且满足 a 与 b 不共线, $a \perp c$, $|a| = |c|$, 则 $|b \cdot c|$ 的值一定等于 ()

- (A) 以 a, b 为邻边的平行四边形的面积
 (B) 以 b, c 为邻边的平行四边形的面积
 (C) 以 a, b 为两边的三角形面积
 (D) 以 b, c 为两边的三角形面积

二、填空题

13. 复数 $i^2(1 + i)$ 的实部是_____.

14. 点 A 为周长等于 3 的圆周上的一个定点. 若在该圆周上随机取一点 B , 则劣弧 \widehat{AB} 的长度小于 1 的概率为_____.

15. 若曲线 $f(x) = ax^2 + \ln x$ 存在垂直于 y 轴的切线, 则实数 a 的取值范围是_____.

16. 五位同学围成一圈依序循环报数, 规定:
 ① 第一位同学首次报出的数为 1, 第二位同学首次报出的数也为 1, 之后每位同学所报出的数都是前两位同学所报出的数之和;
 ② 若报出的数为 3 的倍数, 则报该数的同学需拍手一次.
 当第 30 个数被报出时, 五位同学拍手的总次数为_____.

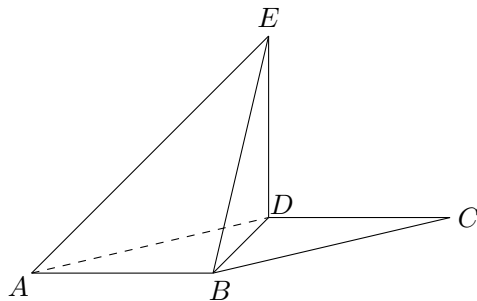
三、解答题

17. 等比数列 $\{a_n\}$ 中, 已知 $a_1 = 2$, $a_4 = 16$.

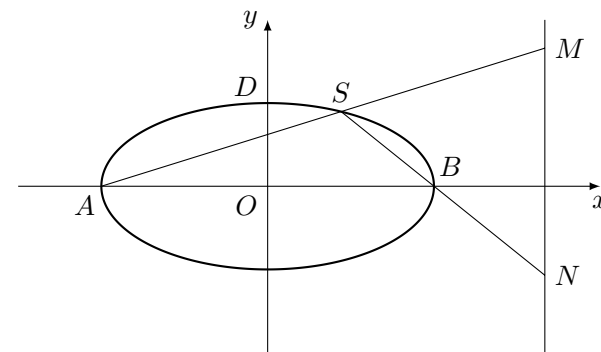
- (1) 求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式;
 (2) 若 a_3, a_5 分别为等差数列 $\{b_n\}$ 的第 3 项和第 5 项, 试求数列 $\{b_n\}$ 的通项公式及前 n 项和 S_n .

18. 袋中有大小、形状相同的红、黑球各一个, 现一次有放回地随机摸取 3 次, 每次摸取一个球.
- (1) 试问: 一共有多少种不同的结果? 请列出所有可能的结果;
- (2) 若摸到红球时得 2 分, 摸到黑球时得 1 分, 求 3 次摸球所得总分为 5 的概率.

20. 如图, 平行四边形 $ABCD$ 中, $\angle DAB = 60^\circ$, $AB = 2$, $AD = 4$. 将 $\triangle CBD$ 沿 BD 折起到 $\triangle EBD$ 的位置, 使平面 $EDB \perp$ 平面 ABD .
- (1) 求证: $AB \perp DE$;
- (2) 求三棱锥 $E - ABD$ 的侧面积.



22. 已知直线 $x - 2y + 2 = 0$ 经过椭圆 $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($a > b > 0$) 的左顶点 A 和上顶点 D , 椭圆 C 的右顶点为 B , 点 S 和椭圆 C 上位于 x 轴上方的动点, 直线 AS , BS 与直线 $l: x = \frac{10}{3}$ 分别交于 M , N 两点.
- (1) 求椭圆 C 的方程;
- (2) 求线段 MN 的长度的最小值;
- (3) 当线段 MN 的长度最小时, 在椭圆 C 上是否存在这样的点 T , 使得 $\triangle TSB$ 的面积为 $\frac{1}{5}$? 若存在, 确定点 T 的个数, 若不存在, 说明理由.



19. 已知函数 $f(x) = \sin(\omega x + \varphi)$, 其中 $\omega > 0$, $|\varphi| < \frac{\pi}{2}$.

- (1) 若 $\cos \frac{\pi}{4} \cos \varphi - \sin \frac{3\pi}{4} \sin \varphi = 0$, 求 φ 的值;
- (2) 在 (1) 的条件下, 若函数 $f(x)$ 的图象的相邻两条对称轴之间的距离等于 $\frac{\pi}{3}$, 求函数 $f(x)$ 的解析式; 并求最小正实数 m , 使得函数 $f(x)$ 的图象左平移 m 个单位所对应的函数是偶函数.

21. 已知函数 $f(x) = \frac{1}{3}x^3 + ax^2 + bx$, 且 $f'(-1) = 0$.

- (1) 试用含 a 的代数式表示 b ;
- (2) 求 $f(x)$ 的单调区间;
- (3) 令 $a = -1$, 设函数 $f(x)$ 在 x_1, x_2 ($x_1 < x_2$) 处取得极值, 记点 $M(x_1, f(x_1))$, $N(x_2, f(x_2))$. 证明: 线段 MN 与曲线 $f(x)$ 存在异于 M , N 的公共点.