

2012 年普通高等学校招生考试 (福建卷)  
文科数学

一、选择题

1. 复数  $(2+i)^2$  等于 ( )

- (A)  $3+4i$  (B)  $5+4i$  (C)  $3+2i$  (D)  $5+2i$

2. 已知集合  $M = \{1, 2, 3, 4\}$ ,  $N = \{-2, 2\}$ , 下列结论成立的是 ( )

- (A)  $N \subseteq M$  (B)  $M \cup N = M$   
(C)  $M \cap N = N$  (D)  $M \cap N = \{2\}$

3. 已知向量  $\mathbf{a} = (x-1, 2)$ ,  $\mathbf{b} = (2, 1)$ , 则  $\mathbf{a} \perp \mathbf{b}$  的充要条件是 ( )

- (A)  $x = -\frac{1}{2}$  (B)  $x = -1$  (C)  $x = 5$  (D)  $x = 0$

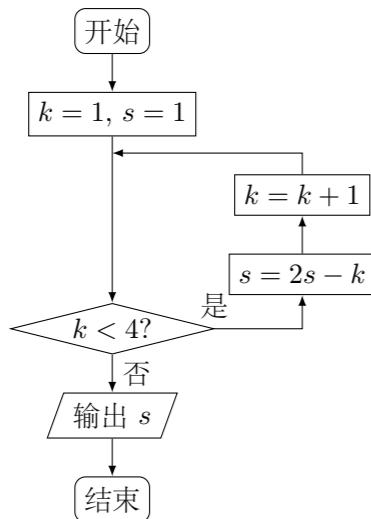
4. 一个几何体的三视图形状都相同, 大小均相等, 那么这个几何体不可以是 ( )

- (A) 球 (B) 三棱锥 (C) 正方体 (D) 圆柱

5. 已知双曲线  $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{5} = 1$  的右焦点为  $(3, 0)$ , 则该双曲线的离心率等于 ( )

- (A)  $\frac{3\sqrt{14}}{14}$  (B)  $\frac{3\sqrt{2}}{4}$  (C)  $\frac{3}{2}$  (D)  $\frac{4}{3}$

6. 阅读如图所示的程序框图, 运行相应的程序, 输出的  $s$  值等于 ( )



- (A) -3 (B) -10 (C) 0 (D) -2

7. 直线  $x + \sqrt{3}y - 2 = 0$  与圆  $x^2 + y^2 = 4$  相交于  $A, B$  两点, 则弦  $AB$  的长度等于 ( )

- (A)  $2\sqrt{5}$  (B)  $2\sqrt{3}$  (C)  $\sqrt{3}$  (D) 1

8. 函数  $f(x) = \sin\left(x - \frac{\pi}{4}\right)$  的图象的一条对称轴是 ( )

- (A)  $x = \frac{\pi}{4}$  (B)  $x = \frac{\pi}{2}$  (C)  $x = -\frac{\pi}{4}$  (D)  $x = -\frac{\pi}{2}$

9. 设  $f(x) = \begin{cases} 1, & x > 0 \\ 0, & x = 0 \\ -1, & x < 0 \end{cases}$ ,  $g(x) = \begin{cases} 1, & x \text{ 为有理数} \\ 0, & x \text{ 为无理数} \end{cases}$ , 则  $f(g(\pi))$  的值为 ( )

- (A) 1 (B) 0 (C) -1 (D)  $\pi$

10. 若直线  $y = 2x$  上存在点  $(x, y)$  满足约束条件  $\begin{cases} x + y - 3 \leq 0 \\ x - 2y - 3 \leq 0 \\ x \geq m \end{cases}$ , 则实数  $m$  的最大值为 ( )

- (A) -1 (B) 1 (C)  $\frac{3}{2}$  (D) 2

11. 数列  $\{a_n\}$  的通项公式  $a_n = n \cos \frac{n\pi}{2}$ , 其前  $n$  项和为  $S_n$ , 则  $S_{2012}$  等于 ( )

- (A) 1006 (B) 2012 (C) 503 (D) 0

12. 已知  $f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x - abc$ ,  $a < b < c$ , 且  $f(a) = f(b) = f(c) = 0$ .

现给出如下结论: ①  $f(0)f(1) > 0$ ; ②  $f(0)f(1) < 0$ ; ③  $f(0)f(3) > 0$ ;  
④  $f(0)f(3) < 0$ . 其中正确结论的序号是 ( )

- (A) ①③ (B) ①④ (C) ②③ (D) ②④

二、填空题

13. 在  $\triangle ABC$  中, 已知  $\angle BAC = 60^\circ$ ,  $\angle ABC = 45^\circ$ ,  $BC = \sqrt{3}$ , 则  $AC = \underline{\hspace{2cm}}$ .

14. 一支田径队有男女运动员 98 人, 其中男运动员有 56 人. 按男女比例用分层抽样的方法, 从全体运动员中抽出一个容量为 28 的样本, 那么应抽取女运动员人数是  $\underline{\hspace{2cm}}$ .

15. 已知关于  $x$  的不等式  $x^2 - ax + 2a > 0$  在  $\mathbb{R}$  上恒成立, 则实数  $a$  的取值范围是  $\underline{\hspace{2cm}}$ .

16. 某地区规划道路建设, 考虑道路铺设方案. 方案设计图中, 点表示城市, 两点之间连线表示两城市间可铺设道路, 连线上数据表示两城市间铺设道路的费用, 要求从任一城市都能到达其余各城市, 并且铺设道路的总费用最小. 例如: 在三个城市道路设计中, 若城市间可铺设道路的线路图如图 1, 则最优设计方案如图 2, 此时铺设道路的最小总费用为 10. 现给出该地区可铺设道路的线路图如图 3, 则铺设道路的最小总费用为  $\underline{\hspace{2cm}}$ .

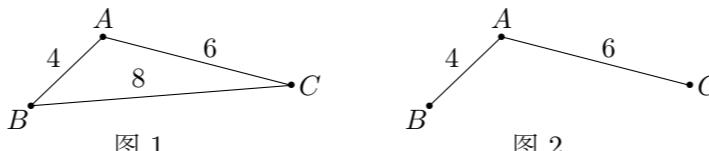


图 1 图 2

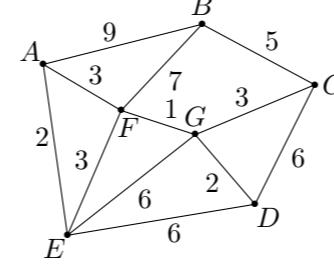


图 3

三、解答题

17. 在等差数列  $\{a_n\}$  和等比数列  $\{b_n\}$  中,  $a_1 = b_1 = 1$ ,  $b_4 = 8$ ,  $\{a_n\}$  的前 10 项和  $S_{10} = 55$ .

(1) 求  $a_n$  和  $b_n$ ;

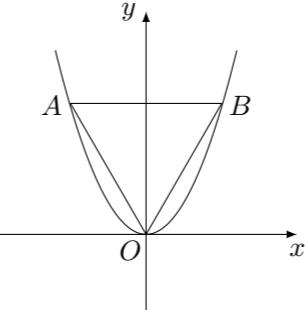
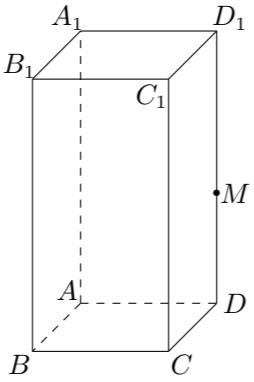
(2) 现分别从  $\{a_n\}$  和  $\{b_n\}$  的前 3 项中各随机抽取一项, 写出相应的基本事件, 并求这两项的值相等的概率.

单价 $x$ (元)	8	8.2	8.4	8.6	8.8	9
销量 $y$ (件)	90	84	83	80	75	68

(1) 求回归直线方程  $\hat{y} = bx + a$ , 其中  $b = -20$ ,  $a = \bar{y} - b\bar{x}$ ;

(2) 预计在今后的销售中, 销量与单价仍然服从 (1) 中的关系, 且该产品的成本是 4 元/件, 为使工厂获得最大利润, 该产品的单价应定为多少元?  
(利润 = 销售收入 - 成本)

19. 如图, 在长方体  $ABCD - A_1B_1C_1D_1$  中,  $AB = AD = 1$ ,  $AA_1 = 2$ ,  $M$  为棱  $DD_1$  上的一点.  
(1) 求三棱锥  $A - MCC_1$  的体积;  
(2) 当  $A_1M + MC$  取得最小值时, 求证:  $B_1M \perp$  平面  $MAC$ .
21. 如图, 等边三角形  $OAB$  的边长为  $8\sqrt{3}$ , 且其三个顶点均在抛物线  $E: x^2 = 2py (p > 0)$  上.  
(1) 求抛物线  $E$  的方程;  
(2) 设动直线  $l$  与抛物线  $E$  相切于点  $P$ , 与直线  $y = -1$  相交于点  $Q$ . 证明: 以  $PQ$  为直径的圆恒过  $y$  轴上某定点.
22. 已知函数  $f(x) = ax \sin x - \frac{3}{2} (a \in \mathbf{R})$ , 且在  $[0, \frac{\pi}{2}]$  上的最大值为  $\frac{\pi - 3}{2}$ .  
(1) 求函数  $f(x)$  的解析式;  
(2) 判断函数  $f(x)$  在  $(0, \pi)$  内的零点个数, 并加以证明.



20. 某同学在一次研究性学习中发现, 以下五个式子的值都等于同一个常数:  
①  $\sin^2 13^\circ + \cos^2 17^\circ - \sin 13^\circ \cos 17^\circ$ ;  
②  $\sin^2 15^\circ + \cos^2 15^\circ - \sin 15^\circ \cos 15^\circ$ ;  
③  $\sin^2 18^\circ + \cos^2 12^\circ - \sin 18^\circ \cos 12^\circ$ ;  
④  $\sin^2 (-18^\circ) + \cos^2 48^\circ - \sin (-18^\circ) \cos 48^\circ$ ;  
⑤  $\sin^2 (-25^\circ) + \cos^2 55^\circ - \sin (-25^\circ) \cos 55^\circ$ .  
(1) 试从上述五个式子中选择一个, 求出这个常数;  
(2) 根据 (1) 的计算结果, 将该同学的发现推广为三角恒等式, 并证明你的结论.