

2013 年普通高等学校招生考试 (山东卷)

文科数学

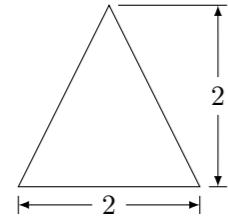
一、选择题

1. 复数 $z = \frac{(2-i)^2}{i}$ (i 为虚数单位), 则 $|z| =$ ()
 (A) 25 (B) $\sqrt{41}$ (C) 5 (D) $\sqrt{5}$

2. 已知集合 A, B 均为全集 $U = \{1, 2, 3, 4\}$ 的子集, 且 $C_U(A \cup B) = \{4\}$, $B = \{1, 2\}$, 则 $A \cap C_U B =$ ()
 (A) {3} (B) {4} (C) {3, 4} (D) \emptyset

3. 已知函数 $f(x)$ 为奇函数, 且当 $x > 0$ 时, $f(x) = x^2 + \frac{1}{x}$, 则 $f(-1) =$ ()
 (A) 2 (B) 1 (C) 0 (D) -2

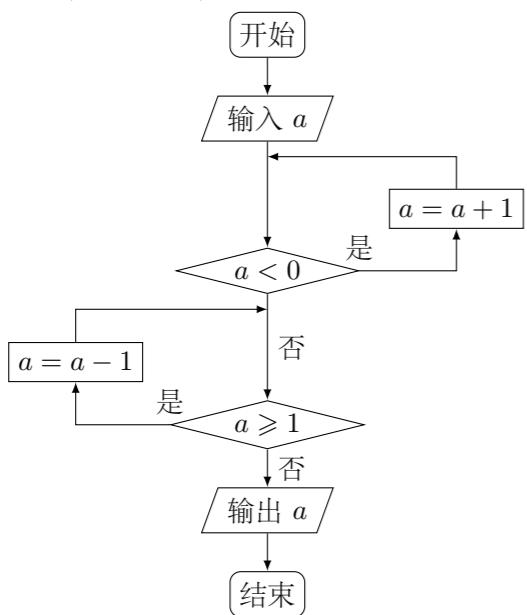
4. 一个四棱锥的侧棱长都相等, 底面是正方形, 其正(主)视图如图所示, 则该四棱锥侧面积和体积分别是 ()



- (A) $4\sqrt{5}, 8$ (B) $4\sqrt{5}, \frac{8}{3}$ (C) $4(\sqrt{5}+1), \frac{8}{3}$ (D) $8, 8$

5. 函数 $f(x) = \sqrt{1-2^x} + \frac{1}{\sqrt{x+3}}$ 的定义域为 ()
 (A) $(-3, 0]$ (B) $(-3, 1]$
 (C) $(-\infty, -3) \cup (-3, 0]$ (D) $(-\infty, -3) \cup (-3, 1]$

6. 执行两次如图所示的程序框图, 若第一次输入的 a 的值为 -1.2, 第二次输入的 a 的值为 1.2, 则第一次, 第二次输出的 a 的值分别为 ()



- (A) 0.2, 0.2 (B) 0.2, 0.8 (C) 0.8, 0.2 (D) 0.8, 0.8

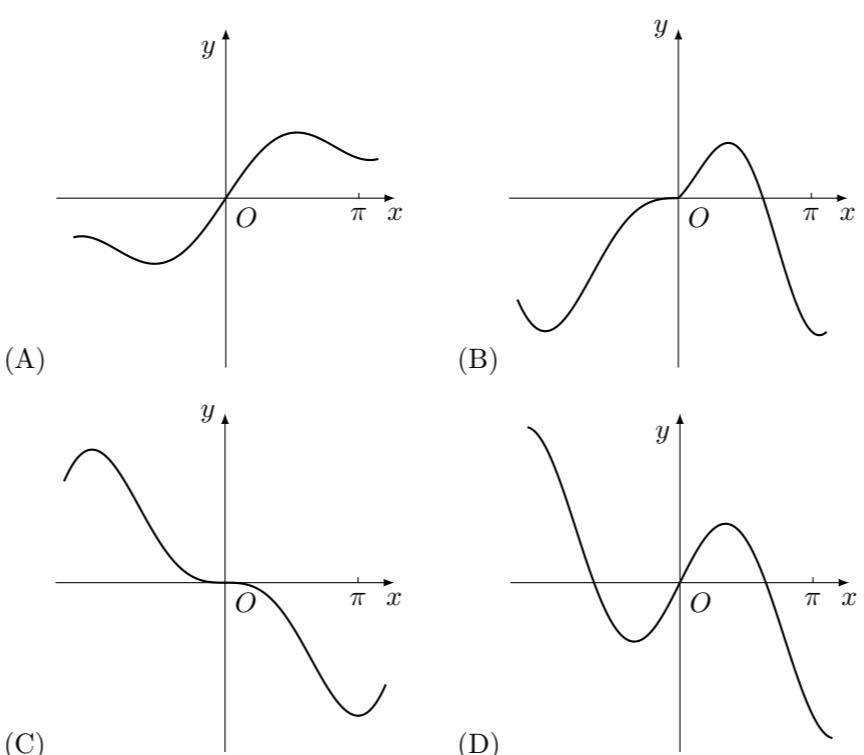
7. $\triangle ABC$ 的内角 A, B, C 所对的边分别是 a, b, c , 若 $B = 2A$, $a = 1$, $b = \sqrt{3}$, 则 $c =$ ()

(A) $2\sqrt{3}$ (B) 2 (C) $\sqrt{2}$ (D) 1

8. 给定两个命题 p, q , 若 $\neg p$ 是 q 的必要而不充分条件, 则 p 是 $\neg q$ 的 ()

(A) 充分而不必要条件 (B) 必要而不充分条件
 (C) 充要条件 (D) 既不充分也不必要条件

9. 函数 $y = x \cos x + \sin x$ 的图象大致为 ()



10. 将某选手的 9 个得分去掉 1 个最高分, 去掉 1 个最低分, 7 个剩余分数的平均分为 91, 现场作的 9 个分数的茎叶图后来有 1 个数据模糊, 无法辨认, 在图中以 x 表示:

$$\begin{array}{r} 8 | 7 \ 9 | 4 \ 0 \ 1 \ 0 \ x \ 9 \ 1 \end{array}$$

则 7 个剩余分数的方差为 ()

- (A) $\frac{116}{9}$ (B) $\frac{36}{7}$ (C) 36 (D) $\frac{6\sqrt{7}}{7}$

11. 抛物线 $C_1 : y = \frac{1}{2p}x^2$ ($p > 0$) 的焦点与双曲线 $C_2 : \frac{x^2}{3} - y^2 = 1$ 的右焦点的连线交 C_1 于第一象限的点 M . 若 C_1 在点 M 处的切线平行于 C_2 的一条渐近线, 则 $p =$ ()

- (A) $\frac{\sqrt{3}}{16}$ (B) $\frac{\sqrt{3}}{8}$ (C) $\frac{2\sqrt{3}}{3}$ (D) $\frac{4\sqrt{3}}{3}$

12. 设正实数 x, y, z 满足 $x^2 - 3xy + 4y^2 - z = 0$, 则当 $\frac{z}{xy}$ 取得最小值时, $x + 2y - z$ 的最大值为 ()

- (A) 0 (B) $\frac{9}{8}$ (C) 2 (D) $\frac{9}{4}$

二、填空题

13. 过点 $(3, 1)$ 作圆 $(x-2)^2 + (y-2)^2 = 4$ 的弦, 其中最短弦的长为_____.

$$\begin{cases} 2x + 3y - 6 \leq 0 \\ x + y - 2 \geq 0 \\ y \geq 0 \end{cases}$$

14. 在平面直角坐标系 xOy 中, M 为不等式组 所表示的区域上一动点, 则 $|OM|$ 的最小值是_____.

15. 在平面直角坐标系 xOy 中, 已知 $\overrightarrow{OA} = (-1, t)$, $\overrightarrow{OB} = (2, 2)$, 若 $\angle ABO = 90^\circ$, 则实数 t 的值为_____.

16. 定义“正对数”: $\ln^+ x = \begin{cases} 0, & 0 < x < 1 \\ \ln x, & x \geq 1 \end{cases}$, 现有四个命题:

- ① 若 $a > 0, b > 0$, 则 $\ln^+(a^b) = b \ln^+ a$;
 ② 若 $a > 0, b > 0$, 则 $\ln^+(ab) = \ln^+ a + \ln^+ b$;
 ③ 若 $a > 0, b > 0$, 则 $\ln^+(\frac{a}{b}) \geq \ln^+ a - \ln^+ b$;
 ④ 若 $a > 0, b > 0$, 则 $\ln^+(a+b) \leq \ln^+ a + \ln^+ b + \ln 2$.

其中真命题有_____. (写出所有真命题的编号)

三、解答题

17. 某小组共有 A, B, C, D, E 五位同学, 他们的身高(单位: 米)及体重指标(单位: 千克/米²)如下表所示:

	A	B	C	D	E
身高	1.69	1.73	1.75	1.79	1.82
体重指标	19.2	25.1	18.5	23.3	20.9

- (1) 从该小组身高低于 1.80 的同学中任选 2 人, 求选到的 2 人身高都在 1.78 以下的概率;

- (2) 从该小组同学中任选 2 人, 求选到的 2 人的身高都在 1.70 以上且体重指标都在 [18.5, 23.9] 中的概率.

18. 设函数 $f(x) = \frac{\sqrt{3}}{2} - \sqrt{3}\sin^2\omega x - \sin\omega x \cos\omega x$ ($\omega > 0$), 且 $y = f(x)$ 图象的一个对称中心到最近的对称轴的距离为 $\frac{\pi}{4}$.
- (1) 求 ω 的值;
 - (2) 求 $f(x)$ 在区间 $\left[\pi, \frac{3\pi}{2}\right]$ 上的最大值和最小值.

20. 设等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n , 且 $S_4 = 4S_2$, $a_{2n} = 2a_n + 1$.
- (1) 求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式;
 - (2) 若数列 $\{b_n\}$ 满足 $\frac{b_1}{a_1} + \frac{b_2}{a_2} + \cdots + \frac{b_n}{a_n} = 1 - \frac{1}{2^n}$, $n \in \mathbb{N}^*$, 求 $\{b_n\}$ 的前 n 项和 T_n .

22. 在平面直角坐标系 xOy 中, 已知椭圆 C 的中心在原点 O , 焦点在 x 轴上, 短轴长为 2, 离心率为 $\frac{\sqrt{2}}{2}$.
- (1) 求椭圆 C 的方程;
 - (2) A, B 为椭圆 C 上满足 $\triangle AOB$ 的面积为 $\frac{\sqrt{6}}{4}$ 的任意两点, E 为线段 AB 的中点, 射线 OE 交椭圆 C 于点 P . 设 $\overrightarrow{OP} = t\overrightarrow{OE}$, 求实数 t 的值.

19. 如图, 四棱锥 $P-ABCD$ 中, $AB \perp AC$, $AB \perp PA$, $AB \parallel CD$, $AB = 2CD$, E, F, G, M, N 分别为 PB, AB, BC, PD, PC 的中点.

- (1) 求证: $CE \parallel$ 平面 PAD ;
- (2) 求证: 平面 $EFG \perp$ 平面 EMN .

21. 已知函数 $f(x) = ax^2 + bx - \ln x$ ($a, b \in \mathbf{R}$).
- (1) 设 $a \geq 0$, 求 $f(x)$ 的单调区间;
 - (2) 设 $a > 0$, 且对任意 $x > 0$, $f(x) \geq f(1)$, 试比较 $\ln a$ 与 $-2b$ 的大小.

