

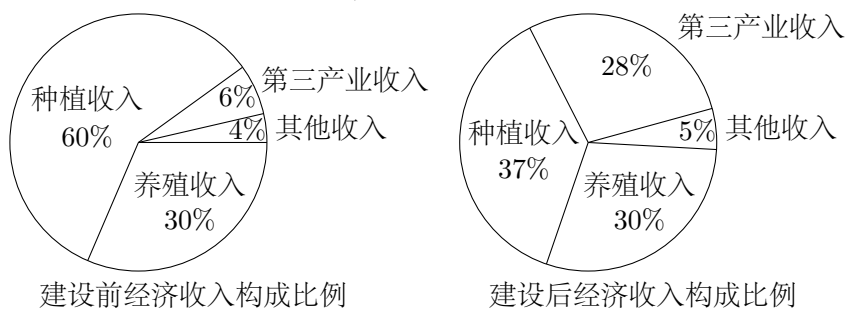
## 文科数学

## 一、选择题

1. 已知集合  $A = \{0, 2\}$ ,  $B = \{-2, -1, 0, 1, 2\}$ , 则  $A \cap B =$  ( )  
 (A)  $\{0, 2\}$  (B)  $\{1, 2\}$   
 (C)  $\{0\}$  (D)  $\{-2, -1, 0, 1, 2\}$

2. 设  $z = \frac{1-i}{1+i} + 2i$ , 则  $|z| =$  ( )  
 (A) 0 (B)  $\frac{1}{2}$  (C) 1 (D)  $\sqrt{2}$

3. 某地区经过一年的新农村建设, 农村的经济收入增加了一倍. 实现翻番. 为更好地了解该地区农村的经济收入变化情况, 统计了该地区新农村建设前后农村的经济收入构成比例, 得到如下饼图:

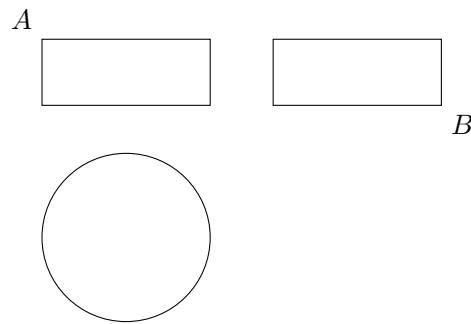


则下面结论中不正确的是 ( )

- (A) 新农村建设后, 种植收入减少  
 (B) 新农村建设后, 其他收入增加了一倍以上  
 (C) 新农村建设后, 养殖收入增加了一倍  
 (D) 新农村建设后, 养殖收入与第三产业收入的总和超过了经济收入的一半
4. 已知椭圆  $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{4} = 1$  的一个焦点为  $(2, 0)$ , 则  $C$  的离心率为 ( )  
 (A)  $\frac{1}{3}$  (B)  $\frac{1}{2}$  (C)  $\frac{\sqrt{2}}{2}$  (D)  $\frac{2\sqrt{2}}{3}$
5. 已知圆柱的上、下底面的中心分别为  $O_1, O_2$ , 过直线  $O_1O_2$  的平面截该圆柱所得的截面是面积为 8 的正方形, 则该圆柱的表面积为 ( )  
 (A)  $12\sqrt{2}\pi$  (B)  $12\pi$  (C)  $8\sqrt{2}\pi$  (D)  $10\pi$
6. 设函数  $f(x) = x^3 + (a-1)x^2 + ax$ . 若  $f(x)$  为奇函数, 则曲线  $y = f(x)$  在点  $(0, 0)$  处的切线方程为 ( )  
 (A)  $y = -2x$  (B)  $y = -x$  (C)  $y = 2x$  (D)  $y = x$
7. 在  $\triangle ABC$  中,  $AD$  为  $BC$  边上的中线,  $E$  为  $AD$  的中点, 则  $\overrightarrow{EB} =$  ( )  
 (A)  $\frac{3}{4}\overrightarrow{AB} - \frac{1}{4}\overrightarrow{AC}$  (B)  $\frac{1}{4}\overrightarrow{AB} - \frac{3}{4}\overrightarrow{AC}$   
 (C)  $\frac{3}{4}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{4}\overrightarrow{AC}$  (D)  $\frac{1}{4}\overrightarrow{AB} + \frac{3}{4}\overrightarrow{AC}$

8. 已知函数  $f(x) = 2\cos^2 x - \sin^2 x + 2$ , 则 ( )  
 (A)  $f(x)$  的最小正周期为  $\pi$ , 最大值为 3  
 (B)  $f(x)$  的最小正周期为  $\pi$ , 最大值为 4  
 (C)  $f(x)$  的最小正周期为  $2\pi$ , 最大值为 3  
 (D)  $f(x)$  的最小正周期为  $2\pi$ , 最大值为 4

9. 某圆柱的高为 2, 底面周长为 16, 其三视图如图. 圆柱表面上的点  $M$  在正视图上的对应点为  $A$ , 圆柱表面上的点  $N$  在左视图上的对应点为  $B$ , 则在此圆柱侧面上, 从  $M$  到  $N$  的路径中, 最短路径的长度为 ( )



- (A)  $2\sqrt{17}$  (B)  $2\sqrt{5}$  (C) 3 (D) 2
10. 在长方体  $ABCD - A_1B_1C_1D_1$  中,  $AB = BC = 2$ ,  $AC_1$  与平面  $BB_1C_1C$  所成的角为  $30^\circ$ , 则该长方体的体积为 ( )  
 (A) 8 (B)  $6\sqrt{2}$  (C)  $8\sqrt{2}$  (D)  $8\sqrt{3}$
11. 已知角  $\alpha$  的顶点为坐标原点, 始边与  $x$  轴的非负半轴重合, 终边上有两点  $A(1, a)$ ,  $B(2, b)$ , 且  $\cos 2\alpha = \frac{2}{3}$ , 则  $|a - b| =$  ( )  
 (A)  $\frac{1}{5}$  (B)  $\frac{\sqrt{5}}{5}$  (C)  $\frac{2\sqrt{5}}{5}$  (D) 1
12. 设函数  $f(x) = \begin{cases} 2^{-x}, & x \leq 0 \\ 1, & x > 0 \end{cases}$ , 则满足  $f(x+1) < f(2x)$  的  $x$  的取值范围是 ( )  
 (A)  $(-\infty, -1]$  (B)  $(0, +\infty)$  (C)  $(-1, 0)$  (D)  $(-\infty, 0)$

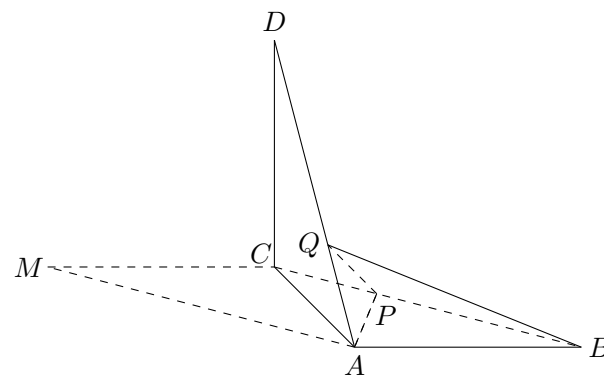
## 二、填空题

13. 已知函数  $f(x) = \log_2(x^2 + a)$ , 若  $f(3) = 1$ , 则  $a =$ \_\_\_\_\_.
14. 若  $x, y$  满足约束条件  $\begin{cases} x - 2y - 2 \leq 0 \\ x - y + 1 \geq 0 \\ y \leq 0 \end{cases}$ , 则  $z = 3x + 2y$  的最大值为\_\_\_\_\_.
15. 直线  $y = x + 1$  与圆  $x^2 + y^2 + 2y - 3 = 0$  交于  $A, B$  两点, 则  $|AB| =$ \_\_\_\_\_.
16.  $\triangle ABC$  的内角  $A, B, C$  的对边分别为  $a, b, c$ , 已知  $b \sin C + c \sin B = 4a \sin B \sin C$ ,  $b^2 + c^2 - a^2 = 8$ , 则  $\triangle ABC$  的面积为\_\_\_\_\_.

## 三、解答题

17. 已知数列  $\{a_n\}$  满足  $a_1 = 1$ ,  $na_{n+1} = 2(n+1)a_n$ , 设  $b_n = \frac{a_n}{n}$ .  
 (1) 求  $b_1, b_2, b_3$ ;  
 (2) 判断数列  $\{b_n\}$  是否为等比数列, 并说明理由;  
 (3) 求  $\{a_n\}$  的通项公式.

18. 如图, 在平行四边形  $ABCM$  中,  $AB = AC = 3$ ,  $\angle ACM = 90^\circ$ , 以  $AC$  为折痕将  $\triangle ACM$  折起, 使点  $M$  到达点  $D$  的位置, 且  $AB \perp DA$ .  
 (1) 证明: 平面  $ACD \perp$  平面  $ABC$ ;  
 (2)  $Q$  为线段  $AD$  上一点,  $P$  为线段  $BC$  上一点, 且  $BP = DQ = \frac{2}{3}DA$ , 求三棱锥  $Q - ABP$  的体积.



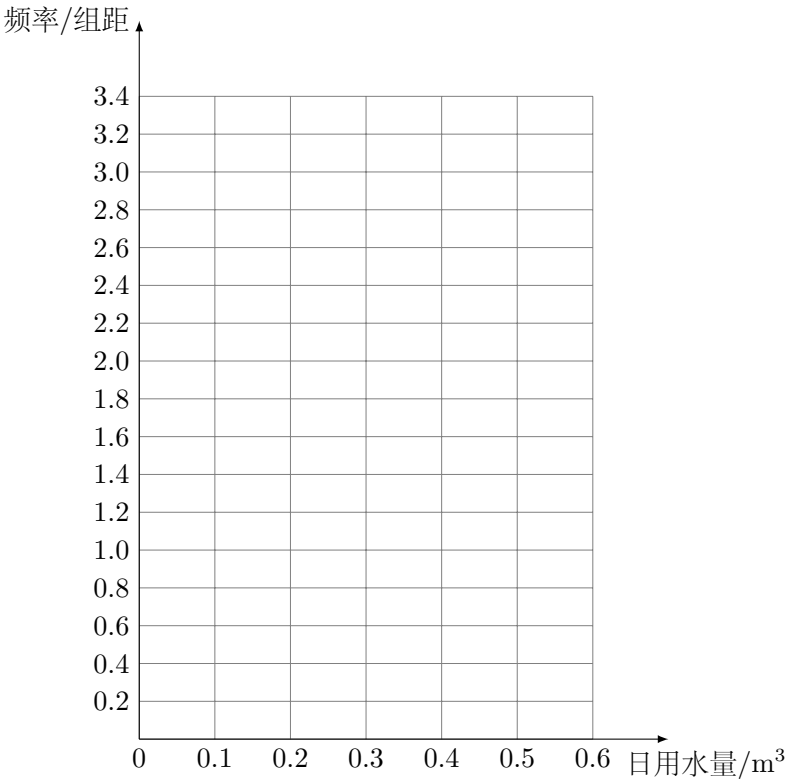
19. 某家庭记录了未使用节水龙头 50 天的日用水量数据 (单位:  $\text{m}^3$ ) 和使用了节水龙头 50 天的日用水量数据, 得到频数分布表如下:

未使用节水龙头 50 天的日用水量频数分布表				
日用水量	$[0, 0.1)$	$[0.1, 0.2)$	$[0.2, 0.3)$	$[0.3, 0.4)$
频数	1	3	2	4
日用水量	$[0.4, 0.5)$	$[0.5, 0.6)$	$[0.6, 0.7)$	
频数	9	26	5	

使用了节水龙头 50 天的日用水量频数分布表

日用水量	$[0, 0.1)$	$[0.1, 0.2)$	$[0.2, 0.3)$
频数	1	5	13
日用水量	$[0.3, 0.4)$	$[0.4, 0.5)$	$[0.5, 0.6)$
频数	10	16	5

(1) 在答题卡上作出使用了节水龙头 50 天的日用水量数据的频率分布直方图:



- (2) 估计该家庭使用节水龙头后, 日用水量小于  $0.35 \text{ m}^3$  的概率;  
(3) 估计该家庭使用节水龙头后, 一年能节省多少水? (一年按 365 天计算, 同一组中的数据以这组数据所在区间中点的值作代表. )

20. 设抛物线  $C: y^2 = 2x$ , 点  $A(2, 0)$ ,  $B(-2, 0)$ , 过点  $A$  的直线  $l$  与  $C$  交于  $M, N$  两点.

- (1) 当  $l$  与  $x$  轴垂直时, 求直线  $BM$  的方程;  
(2) 证明:  $\angle ABM = \angle ABN$ .

22. 在直角坐标系  $xOy$  中, 曲线  $C_1$  的方程为  $y = k|x| + 2$ . 以坐标原点为极点,  $x$  轴正半轴为极轴建立极坐标系, 曲线  $C_2$  的极坐标方程为  $\rho^2 + 2\rho \cos \theta - 3 = 0$ .

- (1) 求  $C_2$  的直角坐标方程;  
(2) 若  $C_1$  与  $C_2$  有且仅有三个公共点, 求  $C_1$  的方程.

21. 已知函数  $f(x) = ae^x - \ln x - 1$ .

- (1) 设  $x = 2$  是  $f(x)$  的极值点. 求  $a$ , 并求  $f(x)$  的单调区间;  
(2) 证明: 当  $a \geq \frac{1}{e}$  时,  $f(x) \geq 0$ .

23. 已知  $f(x) = |x + 1| - |ax - 1|$ .

- (1) 当  $a = 1$  时, 求不等式  $f(x) > 1$  的解集;  
(2) 若  $x \in (0, 1)$  时不等式  $f(x) > x$  成立, 求  $a$  的取值范围.