

2005 年普通高等学校招生考试（北京卷）

文科数学

一、选择题

- 设合集 $U = \mathbf{R}$, 集合 $M = \{x|x > 1\}$, $P = \{x|x^2 > 1\}$, 则下列关系中正确的是 ()
 (A) $M = P$ (B) $P \subsetneq M$
 (C) $M \subsetneq P$ (D) $M \cap P = \mathbf{R}$
- 为了得到函数 $y = 2^{x-3} - 1$ 的图象, 只需把函数 $y = 2^x$ 的图象上所有的点 ()
 (A) 向右科移 3 个单位长度, 再向下平移 1 个单位长度
 (B) 向左平移 3 个单位长度, 再向下平移 1 个单位长度
 (C) 向右平移 3 个单位长度, 再向上平移 1 个单位长度
 (D) 向左平移 3 个单位长度, 再向上平移 1 个单位长度
- “ $m = \frac{1}{2}$ ”是“直线 $(m+2)x+3my+1=0$ 与直线 $(m-2)x+(m+2)y-3=0$ 相互垂直”的 ()
 (A) 充分必要条件 (B) 充分而不必要条件
 (C) 必要而不充分条件 (D) 既不充分也不必要条件
- 若 $|\vec{a}| = 1$, $|\vec{b}| = 2$, $\vec{c} = \vec{a} + \vec{b}$, 且 $\vec{c} \perp \vec{a}$, 则向量 \vec{a} 与 \vec{b} 的夹角为 ()
 (A) 30° (B) 60° (C) 120° (D) 150°
- 从原点向圆 $x^2 + y^2 - 12y + 27 = 0$ 作两条切线, 则这两条切线的夹角的大小为 ()
 (A) $\frac{\pi}{6}$ (B) $\frac{\pi}{3}$ (C) $\frac{\pi}{2}$ (D) $\frac{2\pi}{3}$
- 对任意的锐角 α, β , 下列不等关系中正确的是 ()
 (A) $\sin(\alpha + \beta) > \sin \alpha + \sin \beta$ (B) $\sin(\alpha + \beta) > \cos \alpha + \cos \beta$
 (C) $\cos(\alpha + \beta) < \sin \alpha + \sin \beta$ (D) $\cos(\alpha + \beta) < \cos \alpha + \cos \beta$
- 在正四面体 $P-ABC$ 中, D, E, F 分别是 AB, BC, CA 的中点, 下面四个结论中不成立的是 ()
 (A) $BC \parallel$ 平面 PDF (B) $DF \perp$ 平面 PAE
 (C) 平面 $PDF \perp$ 平面 ABC (D) 平面 $PAE \perp$ 平面 ABC
- 五个工程队承建某项工程的 5 个不同的子项目, 每个工程队承建 1 项, 其中甲工程队不能承建 1 号子项目, 则不同的承建方案共有 ()
 (A) $C_4^1 C_4^4$ 种 (B) $C_4^1 A_4^4$ 种 (C) C_4^4 种 (D) A_4^4 种

二、填空题

- 抛物线 $y^2 = 4x$ 的准线方程是_____, 焦点坐标是_____.
- $\left(x - \frac{1}{x}\right)^6$ 的展开式中的常数项是_____. (用数字作答)

- 函数 $f(x) = \sqrt{x+1} + \frac{1}{2-x}$ 的定义域为_____.

- 在 $\triangle ABC$ 中, $AC = \sqrt{3}$, $\angle A = 45^\circ$, $\angle C = 75^\circ$, 则 BC 的长为_____.

- 对于函数 $f(x)$ 定义域中任意的 x_1, x_2 ($x_1 \neq x_2$), 有如下结论:

- $f(x_1 + x_2) = f(x_1) \cdot f(x_2)$;
- $f(x_1 \cdot x_2) = f(x_1) + f(x_2)$;
- $\frac{f(x_1) - f(x_2)}{x_1 - x_2} > 0$;
- $f\left(\frac{x_1 + x_2}{2}\right) < \frac{f(x_1) + f(x_2)}{2}$.

当 $f(x) = \lg x$ 时, 上述结论中正确结论的序号是_____.

- 已知 n 次式项式 $P_n(x) = a_0 x^n + a_1 x^{n-1} + \cdots + a_{n-1} x + a_n$.

如果在一种算法中, 计算 x_0^k ($k = 2, 3, 4, \cdots, n$) 的值需要 $k-1$ 次乘法, 计算 $P_3(x_0)$ 的值共需要 9 次运算 (6 次乘法, 3 次加法), 那么计算 $P_{10}(x_0)$ 的值共需要_____次运算.

下面给出一种减少运算次数的算法: $P_0(x) = a_0$, $P_{k+1}(x) = xP_k(x) + a_{k+1}$ ($k = 0, 1, 2, \cdots, n-1$). 利用该算法, 计算 $P_3(x_0)$ 的值共需要 6 次运算, 计算 $P_{10}(x_0)$ 的值共需要_____次运算.

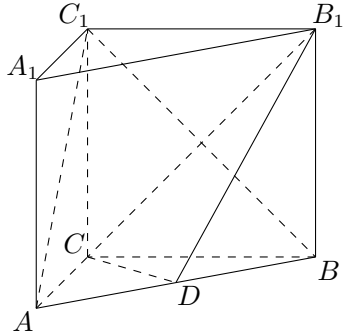
三、解答题

- 已知 $\tan \frac{\alpha}{2} = 2$, 求:

- $\tan\left(\alpha + \frac{\pi}{4}\right)$ 的值;
- $\frac{6 \sin \alpha + \cos \alpha}{3 \sin \alpha - 2 \cos \alpha}$ 的值.

- 如图, 在直三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 中, $AC = 3$, $BC = 4$, $AB = 5$, $AA_1 = 4$, 点 D 是 AB 的中点.

- 求证: $AC \perp BC_1$;
- 求证: $AC_1 \parallel$ 平面 CDB_1 ;
- 求异面直线 AC_1 与 B_1C 所成角的余弦值.



- 数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n , 且 $a_1 = 1$, $a_{n+1} = \frac{1}{3}S_n$, $n = 1, 2, 3, \cdots$, 求:
 - a_2, a_3, a_4 的值及数列 $\{a_n\}$ 的通项公式;
 - $a_2 + a_4 + a_6 + \cdots + a_{2n}$ 的值.

18. 甲、乙两人各进行 3 次射击, 甲每次击中目标的概率为 $\frac{1}{2}$, 乙每次击中目标的概率为 $\frac{2}{3}$.
- (1) 甲恰好击中目标 2 次的概率;
 - (2) 乙至少击中目标 2 次的概率;
 - (3) 乙恰好比甲多击中目标 2 次的概率.

19. 已知函数 $f(x) = -x^3 + 3x^2 + 9x + a$.
- (1) 求 $f(x)$ 的单调减区间;
 - (2) 若 $f(x)$ 在区间 $[-2, 2]$ 上的最大值为 20, 求它在该区间上的最小值.

20. 如图, 直线 $l_1: y = kx$ ($k > 0$) 与直线 $l_2: y = -kx$ 之间的阴影区域 (不含边界) 记为 W , 其左半部分记为 W_1 , 右半部分记为 W_2 .
- (1) 分别用不等式组表示 W_1 和 W_2 ;
 - (2) 若区域 W 中的动点 $P(x, y)$ 到 l_1, l_2 的距离之积等于 d^2 , 求点 P 的轨迹 C 的方程;
 - (3) 设不过原点 O 的直线 l 与 (2) 中的曲线 C 相交于 M_1, M_2 两点, 且与 l_1, l_2 分别交于 M_3, M_4 两点. 求证: $\triangle OM_1M_2$ 的重心与 $\triangle OM_3M_4$ 的重心重合.

