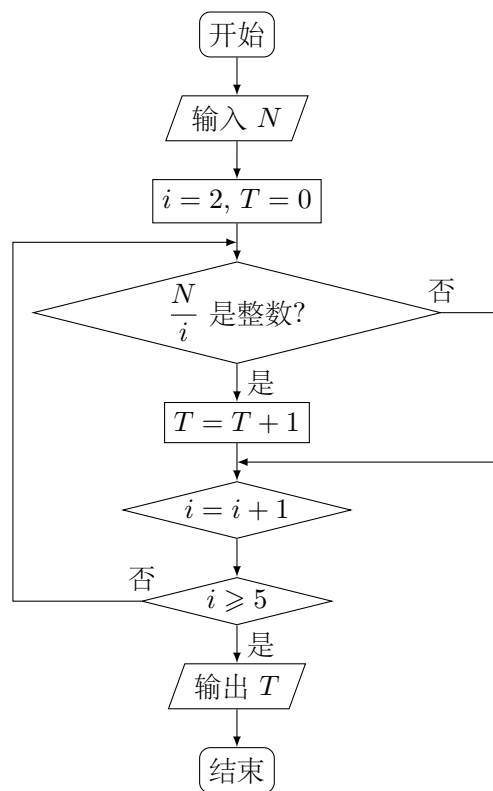


# 文科数学

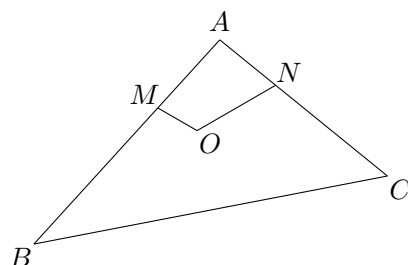
## 一、选择题

1. 设集合  $A = \{1, 2, 3, 4\}$ ,  $B = \{-1, 0, 2, 3\}$ ,  $C = \{x \in \mathbf{R} \mid -1 \leq x < 2\}$ , 则  $(A \cup B) \cap C =$  ( )  
(A)  $\{-1, 1\}$  (B)  $\{0, 1\}$  (C)  $\{-1, 0, 1\}$  (D)  $\{2, 3, 4\}$
2. 设变量  $x, y$  满足约束条件  $\begin{cases} x + y \leq 5 \\ 2x - y \leq 4 \\ -x + y \leq 1 \\ y \geq 0 \end{cases}$ , 则目标函数  $z = 3x + 5y$  的最  
大值为 ( )  
(A) 6 (B) 19 (C) 21 (D) 45
3. 设  $x \in \mathbf{R}$ , 则“ $x^3 > 8$ ”是“ $|x| > 2$ ”的 ( )  
(A) 充分而不必要条件 (B) 必要而不充分条件  
(C) 充要条件 (D) 既不充分也不必要条件
4. 阅读如图所示的程序框图, 运行相应的程序, 若输入  $N$  的值为 20, 则输出  $T$  的值为 ( )



- (A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4
5. 已知  $a = \log_3 \frac{7}{2}$ ,  $b = \left(\frac{1}{4}\right)^{\frac{1}{3}}$ ,  $c = \log_{\frac{1}{3}} \frac{1}{5}$ , 则  $a, b, c$  的大小关系为 ( )  
(A)  $a > b > c$  (B)  $b > a > c$  (C)  $c > b > a$  (D)  $c > a > b$

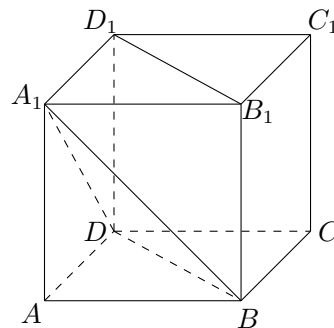
6. 将函数  $y = \sin\left(2x + \frac{\pi}{5}\right)$  的图象向右平移  $\frac{\pi}{10}$  个单位长度, 所得图象对应的函数 ( )  
(A) 在区间  $\left[-\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{4}\right]$  上单调递增 (B) 在区间  $\left[-\frac{\pi}{4}, 0\right]$  上单调递减  
(C) 在区间  $\left[\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{2}\right]$  上单调递增 (D) 在区间  $\left[\frac{\pi}{2}, \pi\right]$  上单调递减
7. 已知双曲线  $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$  ( $a > 0, b > 0$ ) 的离心率为 2, 过右焦点且垂直于  $x$  轴的直线与双曲线交于  $A, B$  两点. 设  $A, B$  到双曲线同一条渐近线的距离分别为  $d_1$  和  $d_2$ , 且  $d_1 + d_2 = 6$ , 则双曲线的方程为 ( )  
(A)  $\frac{x^2}{3} - \frac{y^2}{9} = 1$  (B)  $\frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{3} = 1$  (C)  $\frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{12} = 1$  (D)  $\frac{x^2}{12} - \frac{y^2}{4} = 1$
8. 在如图的平面图形中, 已知  $OM = 1, ON = 2, \angle MON = 120^\circ$ ,  $\overrightarrow{BM} = 2\overrightarrow{MA}, \overrightarrow{CN} = 2\overrightarrow{NA}$ , 则  $\overrightarrow{BC} \cdot \overrightarrow{OM}$  的值为 ( )



- (A) -15 (B) -9 (C) -6 (D) 0

## 二、填空题

9.  $i$  是虚数单位, 复数  $\frac{6 + 7i}{1 + 2i} =$ \_\_\_\_\_.
10. 已知函数  $f(x) = e^x \ln x$ ,  $f'(x)$  为  $f(x)$  的导函数, 则  $f'(1)$  的值为\_\_\_\_\_.
11. 如图, 已知正方体  $ABCD - A_1B_1C_1D_1$  的棱长为 1, 则四棱锥  $A_1 - BB_1D_1D$  的体积为\_\_\_\_\_.



12. 在平面直角坐标系中, 经过三点  $(0, 0), (1, 1), (2, 0)$  的圆的方程为\_\_\_\_\_.
13. 已知  $a, b \in \mathbf{R}$ , 且  $a - 3b + 6 = 0$ , 则  $2^a + \frac{1}{8^b}$  的最小值为\_\_\_\_\_.

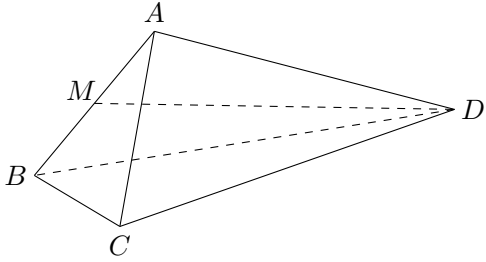
14. 已知  $a \in \mathbf{R}$ , 函数  $f(x) = \begin{cases} x^2 + 2x + a - 2, & x \leq 0 \\ -x^2 + 2x - 2a, & x > 0 \end{cases}$ . 若对任意  $x \in [-3, +\infty)$ ,  $f(x) \leq |x|$  恒成立, 则  $a$  的取值范围是\_\_\_\_\_.

## 三、解答题

15. 已知某校甲、乙、丙三个年级的学生志愿者人数分别为 240, 160, 160. 现采用分层抽样的方法从中抽取 7 名同学去某敬老院参加献爱心活动.  
(1) 应从甲、乙、丙三个年级的学生志愿者中分别抽取多少人?  
(2) 设抽出的 7 名同学分别用  $A, B, C, D, E, F, G$  表示, 现从中随机抽取 2 名同学承担敬老院的卫生工作.  
① 试用所给字母列举出所有可能的抽取结果;  
② 设  $M$  为事件“抽取的 2 名同学来自同一年级”, 求事件  $M$  发生的概率.

16. 在  $\triangle ABC$  中, 内角  $A, B, C$  所对的边分别为  $a, b, c$ . 已知  $b \sin A = a \cos\left(B - \frac{\pi}{6}\right)$ .  
(1) 求角  $B$  的大小;  
(2) 设  $a = 2, c = 3$ , 求  $b$  和  $\sin(2A - B)$  的值.

17. 如图, 在四面体  $ABCD$  中,  $\triangle ABC$  是等边三角形, 平面  $ABC \perp$  平面  $ABD$ , 点  $M$  为棱  $AB$  的中点,  $AB = 2$ ,  $AD = 2\sqrt{3}$ ,  $\angle BAD = 90^\circ$ .
- (1) 求证:  $AD \perp BC$ ;
  - (2) 求异面直线  $BC$  与  $MD$  所成角的余弦值;
  - (3) 求直线  $CD$  与平面  $ABD$  所成角的正弦值.



19. 设椭圆  $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$  ( $a > b > 0$ ) 的右顶点为  $A$ , 上顶点为  $B$ . 已知椭圆的离心率为  $\frac{\sqrt{5}}{3}$ ,  $|AB| = \sqrt{13}$ .
- (1) 求椭圆的方程;
  - (2) 设直线  $l: y = kx$  ( $k < 0$ ) 与椭圆交于  $P, Q$  两点,  $l$  与直线  $AB$  交于点  $M$ , 且点  $P, M$  均在第四象限. 若  $\triangle BPM$  的面积是  $\triangle BPQ$  面积的 2 倍, 求  $k$  的值.

20. 设函数  $f(x) = (x - t_1)(x - t_2)(x - t_3)$ , 其中  $t_1, t_2, t_3 \in \mathbf{R}$ , 且  $t_1, t_2, t_3$  是公差为  $d$  的等差数列.
- (1) 若  $t_2 = 0, d = 1$ , 求曲线  $y = f(x)$  在点  $(0, f(0))$  处的切线方程;
  - (2) 若  $d = 3$ , 求  $f(x)$  的极值;
  - (3) 若曲线  $y = f(x)$  与直线  $y = -(x - t_2) - 6\sqrt{3}$  有三个互异的公共点, 求  $d$  的取值范围.

18. 设  $\{a_n\}$  是等差数列, 其前  $n$  项和为  $S_n$  ( $n \in \mathbf{N}^*$ ),  $\{b_n\}$  是等比数列, 公比大于 0, 其前  $n$  项和为  $T_n$  ( $n \in \mathbf{N}^*$ ). 已知  $b_1 = 1, b_3 = b_2 + 2, b_4 = a_3 + a_5, b_5 = a_4 + 2a_6$ .
- (1) 求  $S_n$  和  $T_n$ ;
  - (2) 若  $S_n + (T_1 + T_2 + \cdots + T_n) = a_n + 4b_n$ , 求正整数  $n$  的值.