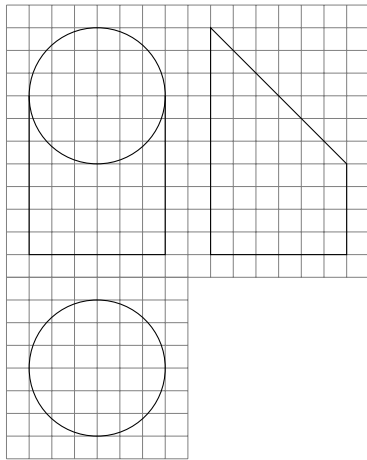


文科数学

一、选择题

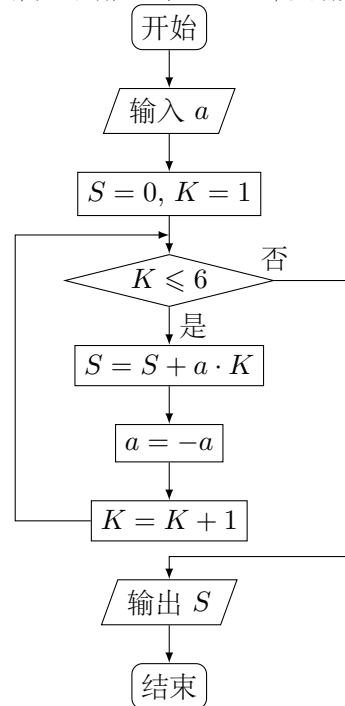
1. 设集合 $A = \{1, 2, 3\}$, $B = \{2, 3, 4\}$, 则 $A \cup B =$ ()
(A) $\{1, 2, 3, 4\}$ (B) $\{1, 2, 3\}$ (C) $\{2, 3, 4\}$ (D) $\{1, 3, 4\}$
2. $(1 + i)(2 + i) =$ ()
(A) $1 - i$ (B) $1 + 3i$ (C) $3 + i$ (D) $3 + 3i$
3. 函数 $f(x) = \sin\left(2x + \frac{\pi}{3}\right)$ 的最小正周期为 ()
(A) 4π (B) 2π (C) π (D) $\frac{\pi}{2}$
4. 设非零向量 \mathbf{a}, \mathbf{b} 满足 $|\mathbf{a} + \mathbf{b}| = |\mathbf{a} - \mathbf{b}|$, 则 ()
(A) $\mathbf{a} \perp \mathbf{b}$ (B) $|\mathbf{a}| = |\mathbf{b}|$ (C) $\mathbf{a} \parallel \mathbf{b}$ (D) $|\mathbf{a}| > |\mathbf{b}|$
5. 若 $a > 1$, 则双曲线 $\frac{x^2}{a^2} - y^2 = 1$ 的离心率的取值范围是 ()
(A) $(\sqrt{2}, +\infty)$ (B) $(\sqrt{2}, 2)$ (C) $(1, \sqrt{2})$ (D) $(1, 2)$
6. 如图, 网格纸上小正方形的边长为 1, 粗实线画出的是某几何体的三视图, 该几何体由一平面将一圆柱截去一部分后所得, 则该几何体的体积为()



- (A) 90π (B) 63π (C) 42π (D) 36π
7. 设 x, y 满足约束条件 $\begin{cases} 2x + 3y - 3 \leq 0 \\ 2x - 3y + 3 \geq 0 \\ y + 3 \geq 0 \end{cases}$, 则 $z = 2x + y$ 的最小值是()
(A) -15 (B) -9 (C) 1 (D) 9
8. 函数 $f(x) = \ln(x^2 - 2x - 8)$ 的单调递增区间为 ()
(A) $(-\infty, -2)$ (B) $(-\infty, 1)$ (C) $(1, +\infty)$ (D) $(4, +\infty)$
9. 甲、乙、丙、丁四位同学一起去向老师询问成语竞赛的成绩. 老师说: 你们四人中有 2 位优秀, 2 位良好, 我现在给甲看乙、丙的成绩, 给乙看丙的成绩, 给丁看甲的成绩. 看后甲对大家说: 我还是不知道我的成绩. 根据以上信息, 则 ()

- (A) 乙可以知道四人的成绩 (B) 丁可以知道四人的成绩
- (C) 乙、丁可以知道对方的成绩 (D) 乙、丁可以知道自己的成绩

10. 执行如图的程序框图, 如果输入的 $a = -1$, 则输出的 $S =$ ()



- (A) 2 (B) 3 (C) 4 (D) 5
11. 从分别写有 1, 2, 3, 4, 5 的 5 张卡片中随机抽取 1 张, 放回后再随机抽取 1 张, 则抽得的第一张卡片上的数大于第二张卡片上的数的概率为 ()
(A) $\frac{1}{10}$ (B) $\frac{1}{5}$ (C) $\frac{3}{10}$ (D) $\frac{2}{5}$
12. 过抛物线 $C: y^2 = 4x$ 的焦点 F , 且斜率为 $\sqrt{3}$ 的直线交 C 于点 M (M 在 x 轴上方), l 为 C 的准线, 点 N 在 l 上, 且 $MN \perp l$, 则 M 到直线 NF 的距离为 ()
(A) $\sqrt{5}$ (B) $2\sqrt{2}$ (C) $2\sqrt{3}$ (D) $3\sqrt{3}$

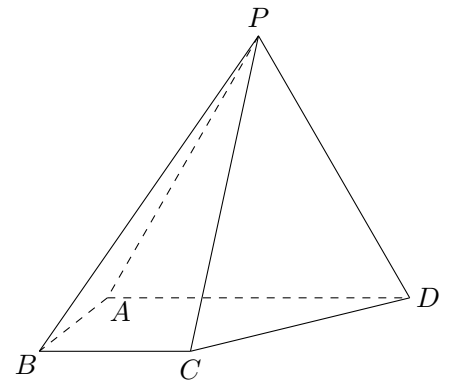
二、填空题

13. 函数 $f(x) = 2\cos x + \sin x$ 的最大值为_____.
14. 已知函数 $f(x)$ 是定义在 \mathbf{R} 上的奇函数, 当 $x \in (-\infty, 0)$ 时, $f(x) = 2x^3 + x^2$, 则 $f(2) =$ _____.
15. 长方体的长、宽、高分别为 3, 2, 1, 其顶点都在球 O 的球面上, 则球 O 的表面积为_____.
16. $\triangle ABC$ 的内角 A, B, C 的对边分别为 a, b, c , 若 $2b\cos B = a\cos C + c\cos A$, 则 $B =$ _____.

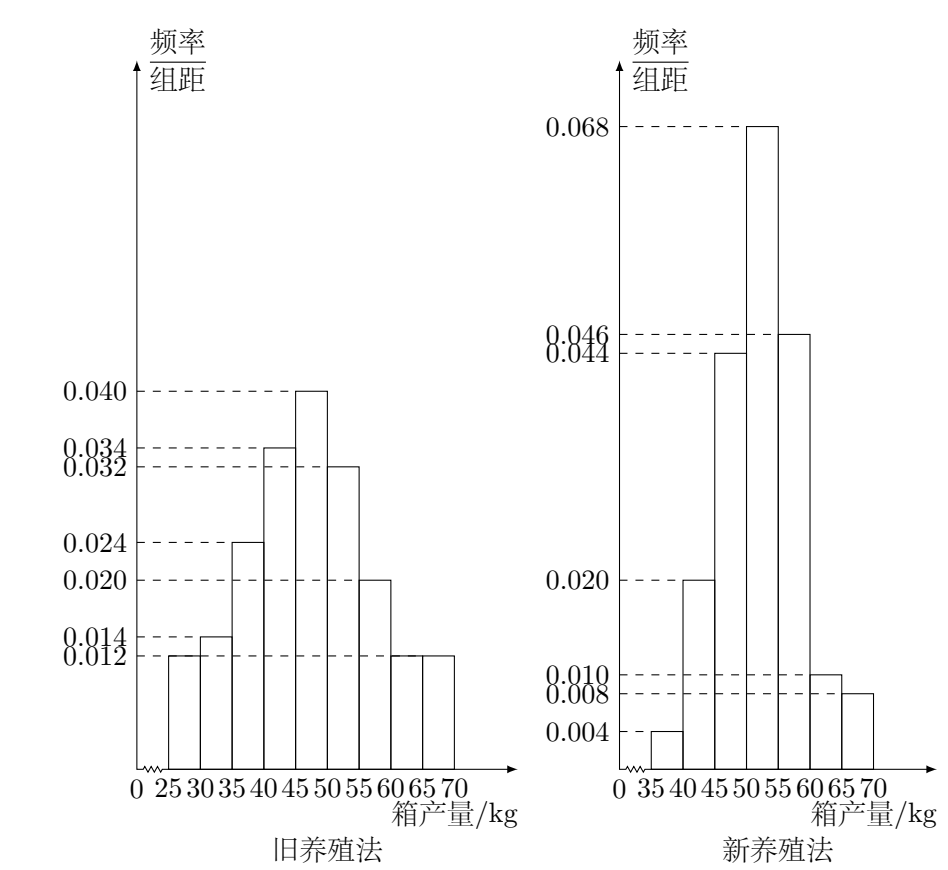
三、解答题

17. 已知等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n , 等比数列 $\{b_n\}$ 的前 n 项和为 T_n , $a_1 = -1, b_1 = 1, a_2 + b_2 = 2$.
(1) 若 $a_3 + b_3 = 5$, 求 $\{b_n\}$ 的通项公式;
(2) 若 $T_3 = 21$, 求 S_3 .

18. 如图, 四棱锥 $P - ABCD$ 中, 侧面 PAD 为等边三角形且垂直于底面 $ABCD$, $AB = BC = \frac{1}{2}AD$, $\angle BAD = \angle ABC = 90^\circ$.
(1) 证明: 直线 $BC \parallel$ 平面 PAD ;
(2) 若 $\triangle PCD$ 面积为 $2\sqrt{7}$, 求四棱锥 $P - ABCD$ 的体积.



19. 海水养殖场进行某水产品的新、旧网箱养殖方法的产量对比, 收获时各随机抽取了 100 个网箱, 测量各箱水产品的产量 (单位: kg), 其频率分布直方图如图:



- (1) 记 A 表示事件“旧养殖法的箱产量低于 50 kg”, 估计 A 的概率;
 (2) 填写下面列联表, 并根据列联表判断是否有 99% 的把握认为箱产量与养殖方法有关;

	箱产量 < 50 kg	箱产量 \geq 50 kg
旧养殖法		
新养殖法		

- (3) 根据箱产量的频率分布直方图, 求新养殖法箱产量的优劣进行比较.

附:
$$K^2 = \frac{n(ad-bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)},$$

$P(K^2 \geq k)$	0.050	0.010	0.001
K	3.841	6.635	10.828

20. 设 O 为坐标原点, 动点 M 在椭圆 $C: \frac{x^2}{2} + y^2 = 1$ 上, 过 M 作 x 轴的垂线, 垂足为 N , 点 P 满足 $\overrightarrow{NP} = \sqrt{2}\overrightarrow{NM}$.
 (1) 求点 P 的轨迹方程;
 (2) 设点 Q 在直线 $x = -3$ 上, 且 $\overrightarrow{OP} \cdot \overrightarrow{PQ} = 1$. 证明: 过点 P 且垂直于 OQ 的直线 l 过 C 的左焦点 F .

21. 设函数 $f(x) = (1 - x^2)e^x$.
 (1) 讨论 $f(x)$ 的单调性;
 (2) 当 $x \geq 0$ 时, $f(x) \leq ax + 1$, 求 a 的取值范围.

22. 在直角坐标系 xOy 中, 以坐标原点为极点, x 轴的正半轴为极轴建立极坐标系, 曲线 C_1 的极坐标方程为 $\rho \cos \theta = 4$.
 (1) M 为曲线 C_1 上的动点, 点 P 在线段 OM 上, 且满足 $|OM| \cdot |OP| = 16$, 求点 P 的轨迹 C_2 的直角坐标方程;
 (2) 设点 A 的极坐标为 $(2, \frac{\pi}{3})$, 点 B 在曲线 C_2 上, 求 $\triangle OAB$ 面积的最大值.

23. 已知 $a > 0, b > 0, a^3 + b^3 = 2$, 证明:
 (1) $(a + b)(a^5 + b^5) \geq 4$;
 (2) $a + b \leq 2$.