2005 年普通高等学校招生考试（浙江卷）

理科数学

一、选择题

1. $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{1+2+3+\cdots+n}{n^2}=$ （ ）

(A) 2　(B) 4　(C) $\dfrac{1}{2}$　(D) 0

2. 点 $(1,-1)$ 到直线 $x-y+1=0$ 的距离是 （ ）

(A) $\dfrac{1}{2}$　(B) $\dfrac{3}{2}$　(C) $\dfrac{\sqrt{2}}{2}$　(D) $\dfrac{3\sqrt{2}}{2}$

3. 设 $f(x)=\begin{cases}|x-1|-2, & |x|\leqslant 1\\ \dfrac{1}{1+x^2}, & |x|>1\end{cases}$，则 $f\left[f\left(\dfrac{1}{2}\right)\right]=$ （ ）

(A) $\dfrac{1}{2}$　(B) $\dfrac{4}{13}$　(C) $-\dfrac{9}{5}$　(D) $\dfrac{25}{41}$

4. 在复平面内, 复数 $\dfrac{\mathrm{i}}{1+\mathrm{i}}+(1+\sqrt{3}\mathrm{i})^2$ 对应的点位于 （ ）

(A) 第一象限　(B) 第二象限　(C) 第三象限　(D) 第四象限

5. 在 $(1-x)^5+(1-x)^6+(1-x)^7+(1-x)^8$ 的展开式中, 含 x^3 的项的系数是 （ ）

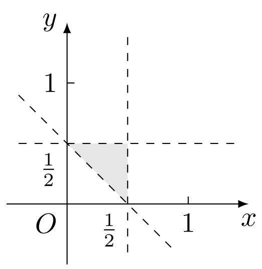
(A) 74　(B) 121　(C) -74　(D) -121

6. 设 α、β 为两个不同的平面, l、m 为两条不同的直线, 且 $l\subset\alpha$, $m\subset\beta$, 有如下的两个命题: ① 若 $\alpha\parallel\beta$, 则 $l\parallel m$; ② 若 $l\perp m$, 则 $\alpha\perp\beta$. 那么( )

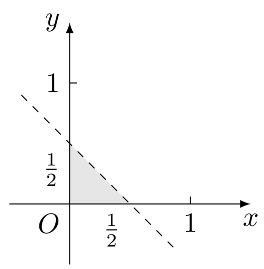
(A) ①是真命题, ②是假命题　(B) ①是假命题, ②是真命题

(C) ①②都是真命题　(D) ①②都是假命题

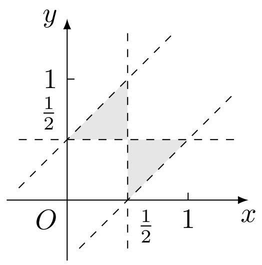
7. 设集合 $A\{(x,y)|x,y,1-x-y$ 是三角形的三边长$\}$, 则 A 所表示的平面区域 (不含边界的阴影部分) 是 （ ）



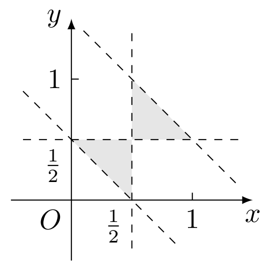
(A)



(B)



(C)



(D)

8. 已知 $k<-4$, 则函数 $y=\cos 2x+k(\cos x-1)$ 的最小值是 （ ）

(A) 1　(B) -1　(C) $2k+1$　(D) $-2k+1$

9. 设 $f(n)=2n+1$ $(n\in\mathbf{N})$, $P=\{1,2,3,4,5\}$, $Q=\{3,4,5,6,7\}$, 记 $\hat{P}=\{n\in\mathbf{N}|f(n)\in P\}$, $\hat{Q}=\{n\in\mathbf{N}|f(n)\in Q\}$, 则 $\left(\hat{P}\cap\complement_{\mathbf{N}}\hat{Q}\right)\cup\left(\hat{Q}\cap\complement_{\mathbf{N}}\hat{P}\right)=$ （ ）

(A) $\{0,3\}$　(B) $\{1,2\}$　(C) $\{3,4,5\}$　(D) $\{1,2,6,7\}$

10. 已知向量 $\vec{a}\neq\vec{e}$, $|\vec{e}|=1$, 对任意 $t\in\mathbf{R}$, 恒有 $|\vec{a}-t\vec{e}|\geqslant|\vec{a}-\vec{e}|$, 则

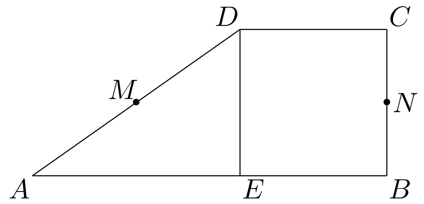
(A) $\vec{a}\perp\vec{e}$　(B) $\vec{a}\perp(\vec{a}-\vec{e})$

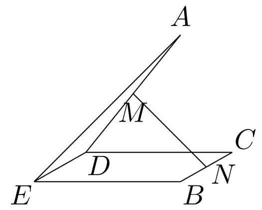
(C) $\vec{e}\perp(\vec{a}-\vec{e})$　(D) $(\vec{a}+\vec{e})\perp(\vec{a}-\vec{e})$

二、填空题

11. 函数 $y=\dfrac{x}{x+2}$ $(x\in\mathbf{R}$, 且 $x\neq-2)$ 的反函数是______.

12. 设 M、N 是直角梯形 $ABCD$ 两腰的中点, $DE\perp AB$ 于 E (如图). 现将 $\triangle ADE$ 沿 DE 折起, 使二面角 $A-DE-B$ 为 45°, 此时点 A 在平面 $BCDE$ 内的射影恰为点 B, 则 M、N 的连线与 AE 所成角的大小等于______.





13. 过双曲线 $\dfrac{x^2}{a^2}-\dfrac{y^2}{b^2}=1$ $(a>0,\ b>0)$ 的左焦点且垂直于 x 轴的直线与双曲线相交于 M、N 两点, 以 MN 为直径的圆恰好过双曲线的右顶点, 则双曲线的离心率等于______.

14. 从集合 $\{O,P,Q,R,S\}$ 与 $\{0,1,2,3,4,5,6,7,8,9\}$ 中各任取 2 个元素排成一排 (字母和数字均不能重复). 每排中字母 O, Q 和数字 0 至多只能出现一个的不同排法种数是______. (用数字作答).

三、解答题

15. 已知函数 $f(x)=-\sqrt{3}\sin^2 x+\sin x\cos x$.

(1) 求 $f\left(\dfrac{25\pi}{6}\right)$ 的值;

(2) 设 $\alpha\in(0,\pi)$, $f\left(\dfrac{\alpha}{2}\right)=\dfrac{1}{4}-\dfrac{\sqrt{3}}{2}$, 求 $\sin\alpha$ 的值.

16. 已知函数 $f(x)$ 和 $g(x)$ 的图象关于原点对称, 且 $f(x)=x^2+2x$.

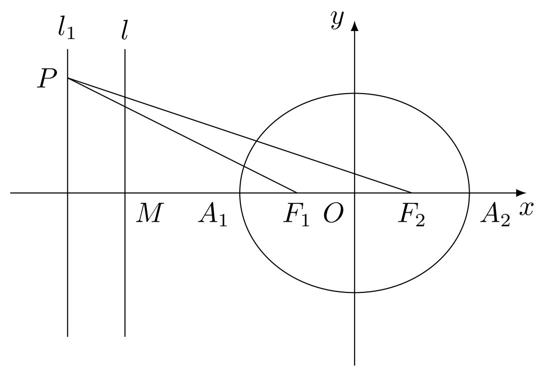
(1) 求函数 $g(x)$ 的解析式;

(2) 解不等式 $g(x)\geqslant f(x)-|x-1|$.

17. 如图, 已知椭圆的中心在坐标原点, 焦点 F_1, F_2 在 x 轴上, 长轴 A_1A_2 的长为 4, 左准线 l 与 x 轴的交点为 M, $|MA_1|:|A_1F_1|=2:1$.

(1) 求椭圆的方程;

(2) 若直线 $l_1: x=m$ $(|m|>1)$, P 为 l_1 上的动点, 使 $\angle F_1PF_2$ 最大的点 P 记为 Q, 求点 Q 的坐标. (用 m 表示)

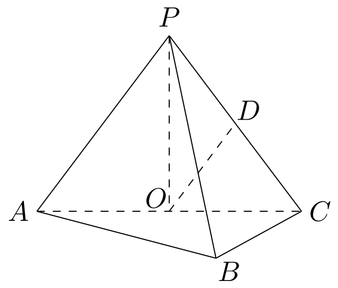


18. 如图, 在三棱锥 $P-ABC$ 中, $AB\perp BC$, $AB=BC=kPA$, 点 O、D 分别是 AC、PC 的中点, $OP\perp$ 底面 ABC.

(1) 求证: $OD\parallel$ 平面 PAB;

(2) 当 $k=\dfrac{1}{2}$ 时, 求直线 PA 与平面 PBC 所成角的大小;

(3) 当 k 取何值时, O 在平面 PBC 内的射影恰好为 $\triangle PBC$ 的重心?



19. 袋子 A 和 B 中装有若干个均匀的红球和白球, 从 A 中摸出一个红球的概率是 $\dfrac{1}{3}$, 从 B 中摸出一个红球的概率为 p.

(1) 从 A 中有放回地摸球, 每次摸出一个, 有 3 次摸到红球即停止.

① 求恰好摸 5 次停止的概率;

② 记 5 次之内 (含 5 次) 摸到红球的次数为 ξ, 求随机变量 ξ 的分布率及数学期望 $E\xi$;

(2) 若 A、B 两个袋子中的球数之比为 $1:2$, 将 A、B 中的球装在一起后, 从中摸出一个红球的概率是 $\dfrac{2}{5}$, 求 p 的值.

20. 设点 $A_n(x_n,0)$, $P_n(x_n,2^{n-1})$ 和抛物线 $C_n:y=x^2+a_nx+b_n$ $(n\in\mathbf{N}^*)$, 其中 $a_n=-2-4n-\dfrac{1}{2^{n-1}}$, x_n 由以下方法得到:

$x_1=1$, 点 $P_2(x_2,2)$ 在抛物线 $C_1:y=x^2+a_1x+b_1$ 上, 点 $A_1(x_1,0)$ 到 P_2 的距离是 A_1 到 C_1 上点的最短距离, $\cdots$, 点 $P_{n+1}(x_{n+1},2^n)$ 在抛物线 $C_n:y=x^2+a_nx+b_n$ 上, 点 $A_n(x_n,0)$ 到 P_{n+1} 的距离是 A_n 到 C_n 上点的最短距离.

(1) 求 x_2 及 C_1 的方程.

(2) 证明 $\{x_n\}$ 是等差数列.