2013 年普通高等学校招生考试（浙江卷）

理科数学

一、选择题

1. 已知 i 是虚数单位, 则 $(-1+\mathrm{i})(2-\mathrm{i})=$ （　）

(A) $-3+\mathrm{i}$　(B) $-1+3\mathrm{i}$　(C) $-3+3\mathrm{i}$　(D) $-1+\mathrm{i}$

2. 设集合 $S=\{x \mid x>-2\}$, $T=\{x \mid x^2+3x-4 \leqslant 0\}$, 则 $(\complement_{\mathbf{R}} S) \cup T=$（　）

(A) $(-2,1]$　(B) $(-\infty,-4]$　(C) $(-\infty,1]$　(D) $[1,+\infty)$

3. 已知 x, y 为正实数, 则 （　）

(A) $2^{\lg x+\lg y}=2^{\lg x}+2^{\lg y}$　(B) $2^{\lg(x+y)}=2^{\lg x} \cdot 2^{\lg y}$

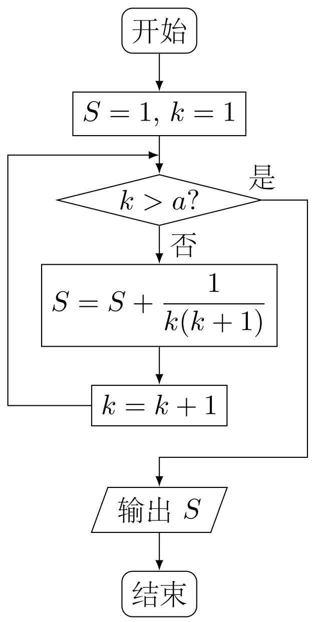
(C) $2^{\lg x \cdot \lg y}=2^{\lg x}+2^{\lg y}$　(D) $2^{\lg(xy)}=2^{\lg x} \cdot 2^{\lg y}$

4. 已知函数 $f(x)=A\cos(\omega x+\varphi)$ $(A>0,\ \omega>0,\ \varphi \in \mathbf{R})$, 则“$f(x)$ 是奇函数”是“$\varphi=\dfrac{\pi}{2}$”的 （　）

(A) 充分不必要条件　(B) 必要不充分条件

(C) 充分必要条件　(D) 既不充分也不必要条件

5. 某程序框图如图所示, 若该程序运行后输出的值是 $\dfrac{9}{5}$, 则 （　）



(A) $a=4$　(B) $a=5$　(C) $a=6$　(D) $a=7$

6. 已知 $\alpha \in \mathbf{R}$, $\sin\alpha+2\cos\alpha=\dfrac{\sqrt{10}}{2}$, 则 $\tan 2\alpha=$ （　）

(A) $\dfrac{4}{3}$　(B) $\dfrac{3}{4}$　(C) $-\dfrac{3}{4}$　(D) $-\dfrac{4}{3}$

7. 设 $\triangle ABC$, P_0 是边 AB 上一定点, 满足 $P_0B=\dfrac{1}{4}AB$, 且对于边 AB 上任一点 P, 恒有 $\overrightarrow{PB}\cdot\overrightarrow{PC} \geqslant \overrightarrow{P_0B}\cdot\overrightarrow{P_0C}$. 则 （　）

(A) $\angle ABC=90^\circ$ (B) $\angle BAC=90^\circ$ (C) $AB=AC$ (D) $AC=BC$

8. 已知 e 为自然对数的底数, 设函数 $f(x)=(\mathrm{e}^x-1)(x-1)^k$ $(k=1,\ 2)$, 则 （　）

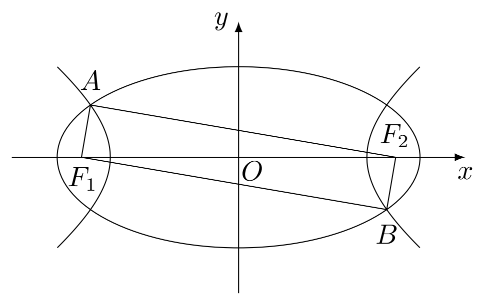
(A) 当 $k=1$ 时, $f(x)$ 在 $x=1$ 处取得极小值

(B) 当 $k=1$ 时, $f(x)$ 在 $x=1$ 处取得极大值

(C) 当 $k=2$ 时, $f(x)$ 在 $x=1$ 处取得极小值

(D) 当 $k=2$ 时, $f(x)$ 在 $x=1$ 处取得极大值

9. 如图, F_1, F_2 是椭圆 C_1: $\dfrac{x^2}{4}+y^2=1$ 与双曲线 C_2 的公共焦点, A, B 分别是 C_1, C_2 在第二、四象限的公共点. 若四边形 AF_1BF_2 为矩形, 则 C_2 的离心率是 （　）



(A) $\sqrt{2}$　(B) $\sqrt{3}$　(C) $\dfrac{3}{2}$　(D) $\dfrac{\sqrt{6}}{2}$

10. 在空间中, 过点 A 作平面 π 的垂线, 垂足为 B, 记 $B=f_\pi(A)$. 设 α, β 是两个不同的平面, 对空间任意一点 P, $Q_1=f_\beta(f_\alpha(P))$, $Q_2=f_\alpha(f_\beta(P))$, 恒有 $PQ_1=PQ_2$, 则 （　）

(A) 平面 α 与平面 β 垂直

(B) 平面 α 与平面 β 所成的 (锐) 二面角为 45°

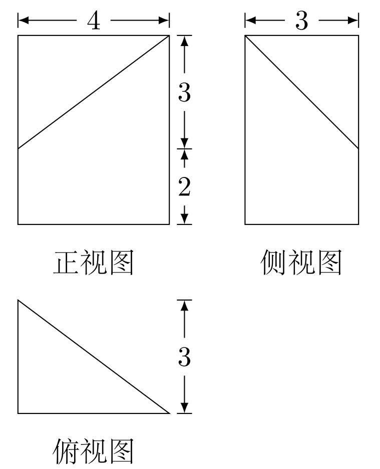
(C) 平面 α 与平面 β 平行

(D) 平面 α 与平面 β 所成的 (锐) 二面角为 60°

二、填空题

11. 设二项式 $\left(\sqrt{x}-\dfrac{1}{\sqrt[3]{x}}\right)^5$ 的展开式中常数项为 A, 则 $A=$______.

12. 若某几何体的三视图（单位: cm）如图所示, 则此几何体的体积等于______cm^3.



13. 设 $z=kx+y$, 其中实数 x, y 满足 $\begin{cases} x+y-2 \geqslant 0 \\ x-2y+4 \geqslant 0 \\ 2x-y-4 \leqslant 0 \end{cases}$, 若 z 的最大值为 12, 则实数 $k=$______.

14. 将 A, B, C, D, E, F 六个字母排成一排, 且 A, B 均在 C 的同侧, 则不同的排法共有______种. (用数字作答)

15. 设 F 为抛物线 $C: y^2=4x$ 的焦点, 过点 $P(-1,0)$ 的直线 l 交抛物线 C 于 A, B 两点, 点 Q 为线段 AB 的中点. 若 $|FQ|=2$, 则直线 l 的斜率等于______.

16. $\triangle ABC$ 中, $\angle C=90^\circ$, M 是 BC 的中点. 若 $\sin\angle BAM=\dfrac{1}{3}$, 则 $\sin\angle BAC=$______.

17. 设 $\boldsymbol{e}_1$, $\boldsymbol{e}_2$ 为单位向量, 非零向量 $\boldsymbol{b}=x\boldsymbol{e}_1+y\boldsymbol{e}_2$, $x, y \in \mathbf{R}$. 若 $\boldsymbol{e}_1$, $\boldsymbol{e}_2$ 的夹角为 $\dfrac{\pi}{6}$, 则 $\dfrac{|x|}{|\boldsymbol{b}|}$ 的最大值等于______.

三、解答题

18. 在公差为 d 的等差数列 $\{a_n\}$ 中, 已知 $a_1=10$, 且 a_1, $2a_2+2$, $5a_3$ 成等比数列.

(1) 求 d, a_n;

(2) 若 $d<0$, 求 $|a_1|+|a_2|+|a_3|+\cdots+|a_n|$.

19. 设袋子中装有 a 个红球, b 个黄球, c 个蓝球, 且规定: 取出一个红球得 1 分, 取出一个黄球 2 分, 取出一个蓝球得 3 分.

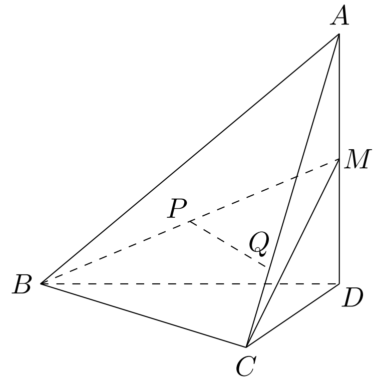
(1) 当 $a=3$, $b=2$, $c=1$ 时, 从该袋子中任取 (有放回, 且每球取到的机会均等) 2 个球, 记随机变量 ξ 为取出此 2 个球所得分数之和, 求 ξ 分布列;

(2) 从该袋子中任取 (且每球取到的机会均等) 1 个球, 记随机变量 η 为取出此球所得分数. 若 $E\eta=\dfrac{5}{3}$, $D\eta=\dfrac{5}{9}$, 求 $a:b:c$.

20. 如图, 在四面体 $A-BCD$ 中, $AD\perp$ 平面 BCD, $BC\perp CD$, $AD=2$, $BD=2\sqrt{2}$. M 是 AD 的中点, P 是 BM 的中点, 点 Q 在线段 AC 上, 且 $AQ=3QC$.

(1) 证明: $PQ\parallel$ 平面 BCD;

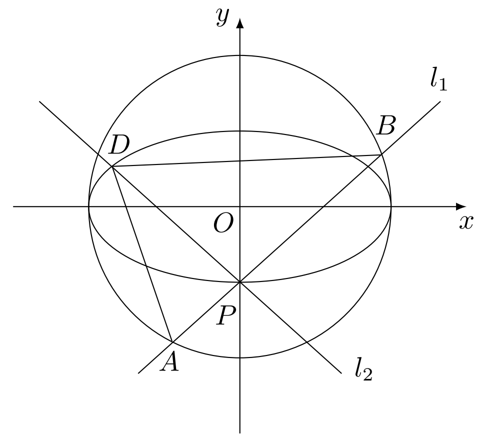
(2) 若二面角 $C-BM-D$ 的大小为 60°, 求 $\angle BDC$ 的大小.



21. 如图, 点 $P(0,-1)$ 是椭圆 $C_1:\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1\ (a>b>0)$ 的一个顶点, C_1 的长轴是圆 $C_2:x^2+y^2=4$ 的直径. l_1, l_2 是过点 P 且互相垂直的两条直线, 其中 l_1 交圆 C_2 于 A, B 两点, l_2 交椭圆 C_1 于另一点 D.

(1) 求椭圆 C_1 的方程;

(2) 求 $\triangle ABD$ 面积取最大值时直线 l_1 的方程.



22. 已知 $a\in\mathbf{R}$, 函数 $f(x)=x^3-3x^2+3ax-3a+3$.

(1) 求曲线 $y=f(x)$ 在点 $(1,f(1))$ 处的切线方程;

(2) 当 $x\in[0,2]$ 时, 求 $|f(x)|$ 的最大值.