

文科数学

一、选择题

1. 已知集合 $M = \{x|(x+2)(x-1) < 0\}$, $N = \{x|x+1 < 0\}$, 则 $M \cap N =$ ()
 (A) $(-1, 1)$ (B) $(-2, 1)$ (C) $(-2, -1)$ (D) $(1, 2)$

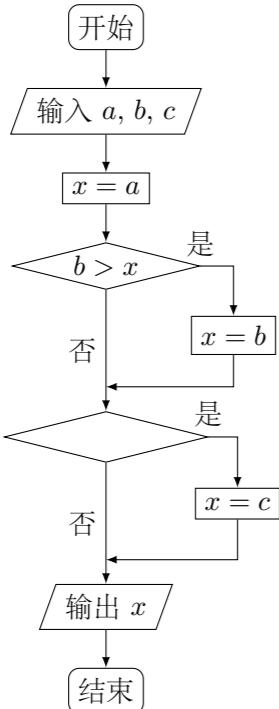
2. 双曲线 $\frac{x^2}{10} - \frac{y^2}{2} = 1$ 的焦距为 ()
 (A) $3\sqrt{2}$ (B) $4\sqrt{2}$ (C) $3\sqrt{3}$ (D) $4\sqrt{3}$

3. 已知复数 $z = 1 - i$, 则 $\frac{z^2}{z-1} =$ ()
 (A) 2 (B) -2 (C) $2i$ (D) $-2i$

4. 设 $f(x) = x \ln x$, 若 $f'(x_0) = 2$, 则 $x_0 =$ ()
 (A) e^2 (B) e (C) $\frac{\ln 2}{2}$ (D) $\ln 2$

5. 已知平面向量 $\mathbf{a} = (1, -3)$, $\mathbf{b} = (4, -2)$, $\lambda\mathbf{a} + \mathbf{b}$ 与 \mathbf{a} 垂直, 则 $\lambda =$ ()
 (A) -1 (B) 1 (C) -2 (D) 2

6. 下面的程序框图, 如果输入三个实数 a, b, c , 要求输出这三个数中最大的数, 那么在空白的判断框中, 应该填入下面四个选项中的 ()



- (A) $c > x$ (B) $x > c$ (C) $c > b$ (D) $b > c$
7. 已知 $a_1 > a_2 > a_3 > 0$, 则使得 $(1 - a_i x)^2 < 1$ ($i = 1, 2, 3$) 都成立的 x 取值范围是
 (A) $\left(0, \frac{1}{a_1}\right)$ (B) $\left(0, \frac{2}{a_1}\right)$ (C) $\left(0, \frac{1}{a_3}\right)$ (D) $\left(0, \frac{2}{a_3}\right)$

8. 设等比数列 $\{a_n\}$ 的公比 $q = 2$, 前 n 项和为 S_n , 则 $\frac{S_4}{a_2} =$ ()
 (A) 2 (B) 4 (C) $\frac{15}{2}$ (D) $\frac{17}{2}$

9. 平面向量 \mathbf{a}, \mathbf{b} 共线的充要条件是 ()
 (A) \mathbf{a}, \mathbf{b} 方向相同
 (B) \mathbf{a}, \mathbf{b} 两向量中至少有一个为零向量
 (C) $\exists \lambda \in \mathbb{R}, \mathbf{b} = \lambda \mathbf{a}$
 (D) 存在不全为零的实数 $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_1 \mathbf{a} + \lambda_2 \mathbf{b} = \mathbf{0}$

10. 点 $P(x, y)$ 在直线 $4x + 3y = 0$ 上, 且 x, y 满足 $-14 \leq x - y \leq 7$, 则点 P 到坐标原点距离的取值范围是 ()
 (A) $[0, 5]$ (B) $[0, 10]$ (C) $[5, 10]$ (D) $[5, 15]$

11. 函数 $f(x) = \cos 2x + 2 \sin x$ 的最小值和最大值分别为 ()
 (A) -1, 1 (B) -2, 2 (C) $-3, \frac{3}{2}$ (D) $-2, \frac{3}{2}$

12. 已知平面 $\alpha \perp$ 平面 β , $\alpha \cap \beta = l$, 点 $A \in \alpha, A \notin l$, 直线 $AB \parallel l$, 直线 $AC \perp l$, 直线 $m \parallel \alpha, m \parallel \beta$, 则下列四种位置关系中, 不一定成立的是 ()
 (A) $AB \parallel m$ (B) $AC \perp m$ (C) $AB \parallel \beta$ (D) $AC \perp \beta$

二、填空题

13. 已知 $\{a_n\}$ 为等差数列, $a_3 + a_8 = 22, a_6 = 7$, 则 $a_5 =$ _____.

14. 一个六棱柱的底面是正六边形, 其侧棱垂直底面. 已知该六棱柱的顶点都在同一个球面上, 且该六棱柱的高为 $\sqrt{3}$, 底面周长为 3, 则这个球的体积为 _____.

15. 过椭圆 $\frac{x^2}{5} + \frac{y^2}{4} = 1$ 的右焦点作一条斜率为 2 的直线与椭圆交于 AB 两点, O 为坐标原点, 则 $\triangle OAB$ 的面积为 _____.

16. 从甲、乙两品种的棉花中各抽测了 25 根棉花的纤维长度 (单位: mm), 结果如下:

甲品种: 271 273 280 285 285 287 292 294 295 301 303 303 307 308 310 314
 319 323 325 325 328 331 334 337 352

乙品种: 284 292 295 304 306 307 312 313 315 315 316 318 318 320 322 322
 324 327 329 331 333 336 337 343 356

由以上数据设计了如下茎叶图

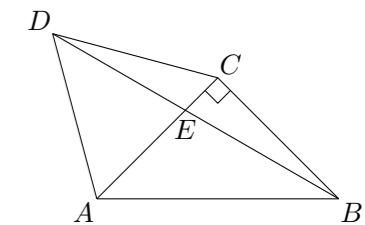
甲				乙	
3	1	27			
7	5	28	4		
5	4	29	2 5		
8	7	30	4 6 7		
9	4	31	2 3 5 5 6 8 8		
8	5	32	0 2 2 4 7 9		
7	4	33	1 3 6 7		
		34	3		
		35	6		

根据以上茎叶图, 对甲、乙两品种棉花的纤维长度作比较, 写出两个统计结论:
 ① _____;
 ② _____.

三、解答题

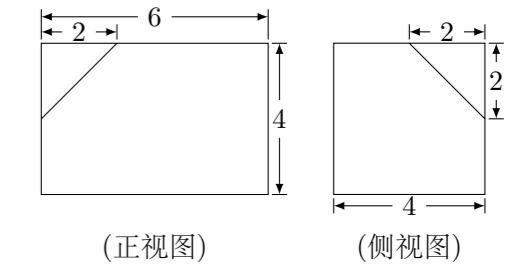
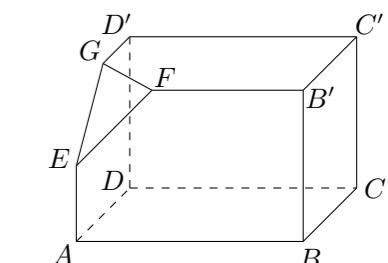
17. 如图, $\triangle ACD$ 是等边三角形, $\triangle ABC$ 是等腰直角三角形, $\angle ACB = 90^\circ$, BD 交 AC 于 E , $AB = 2$.

- (1) 求 $\cos \angle CAE$ 的值;
 (2) 求 AE .



18. 如下的三个图中, 上面的是一个长方体截去一个角所得多面体的直观图. 它的正视图和俯视图在下面画出 (单位: cm).

- (1) 在正视图下面, 按照画三视图的要求画出该多面体的俯视图;
 (2) 按照给出的尺寸, 求该多面体的体积;
 (3) 在所给直观图中连结 BC' , 证明: $BC' \parallel$ 面 EFG .



19. 为了了解《中华人民共和国道路交通安全法》在学生中的普及情况, 调查部门对某校 6 名学生进行问卷调查. 6 人得分情况如下: 5, 6, 7, 8, 9, 10. 把这 6 名学生的得分看成一个总体.
- (1) 求该总体的平均数;
 - (2) 用简单随机抽样方法从这 6 名学生中抽取 2 名, 他们的得分组成一个样本. 求该样本平均数与总体平均数之差的绝对值不超过 0.5 的概率.
21. 设函数 $f(x) = ax - \frac{b}{x}$, 曲线 $y = f(x)$ 在点 $(2, f(2))$ 处的切线方程为 $7x - 4y - 12 = 0$.
- (1) 求 $f(x)$ 的解析式;
 - (2) 证明: 曲线 $y = f(x)$ 上任一点处的切线与直线 $x = 0$ 和直线 $y = x$ 所围成的三角形面积为定值, 并求此定值.
22. 如图, 过圆 O 外一点 M 作它的一条切线, 切点为 A , 过 A 点作直线 AP 垂直直线 OM , 垂足为 P .
- (1) 证明: $OM \cdot OP = OA^2$;
 - (2) N 为线段 AP 上一点, 直线 NB 垂直直线 ON , 且交圆 O 于 B 点. 过 B 点的切线交直线 ON 于 K . 证明: $\angle OKM = 90^\circ$.
-
23. 已知曲线 $C_1: \begin{cases} x = \cos \theta \\ y = \sin \theta \end{cases}$ (θ 为参数), 曲线 $C_2: \begin{cases} x = \frac{\sqrt{2}}{2}t - \sqrt{2} \\ y = \frac{\sqrt{2}}{2}t \end{cases}$ (t 为参数).
- (1) 指出 C_1, C_2 各是什么曲线, 并说明 C_1 与 C_2 公共点的个数;
 - (2) 若把 C_1, C_2 上各点的纵坐标都压缩为原来的一半, 分别得到曲线 C'_1, C'_2 . 写出 C'_1, C'_2 的参数方程. C'_1 与 C'_2 公共点的个数和 C_1 与 C_2 公共点的个数是否相同? 说明你的理由.