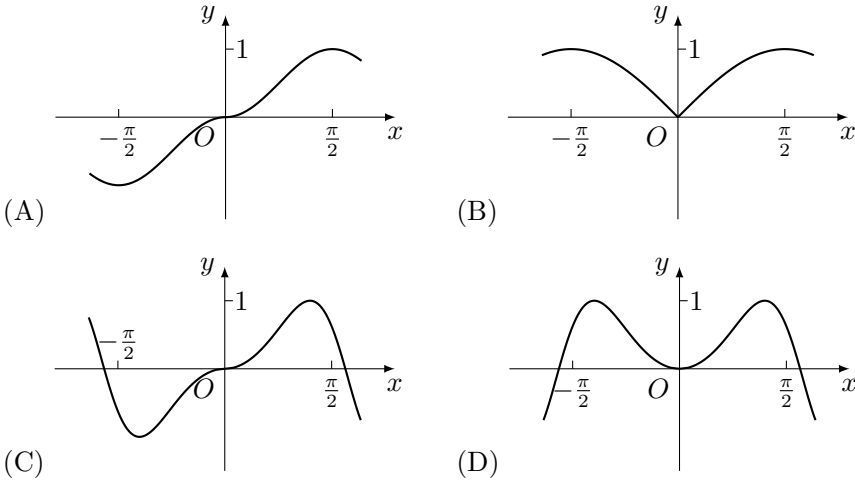


文科数学

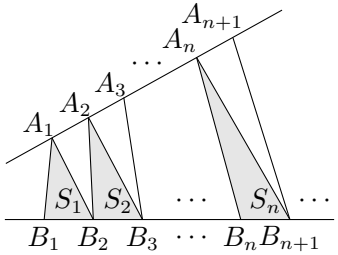
一、选择题

1. 已知全集 $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$, 集合 $P = \{1, 3, 5\}$, $Q = \{1, 2, 4\}$, 则 $(\complement_U P) \cup Q =$ ()
(A) $\{1\}$ (B) $\{3, 5\}$ (C) $\{1, 2, 4, 6\}$ (D) $\{1, 2, 3, 4, 5\}$
2. 已知互相垂直的平面 α, β 交于直线 l , 若直线 m, n 满足 $m \parallel \alpha, n \perp \beta$, 则 ()
(A) $m \parallel l$ (B) $m \parallel n$ (C) $n \perp l$ (D) $m \perp n$
3. 函数 $y = \sin x^2$ 的图象是 ()



4. 若平面区域 $\begin{cases} x + y - 3 \geq 0 \\ 2x - y - 3 \leq 0 \\ x - 2y + 3 \geq 0 \end{cases}$ 夹在两条斜率为 1 的平行直线之间, 则这两条平行直线间的距离的最小值是 ()
(A) $\frac{3\sqrt{5}}{5}$ (B) $\sqrt{2}$ (C) $\frac{3\sqrt{2}}{2}$ (D) $\sqrt{5}$
5. 已知 $a, b > 0$, 且 $a \neq 1, b \neq 1$, 若 $\log_a b > 1$, 则 ()
(A) $(a - 1)(b - 1) < 0$ (B) $(a - 1)(a - b) > 0$
(C) $(b - 1)(b - a) < 0$ (D) $(b - 1)(b - a) > 0$
6. 已知函数 $f(x) = x^2 + bx$, 则“ $b < 0$ ”是“ $f(f(x))$ 的最小值与 $f(x)$ 的最小值相等”的 ()
(A) 充分不必要条件 (B) 必要不充分条件
(C) 充分必要条件 (D) 既不充分也不必要条件
7. 已知函数 $f(x)$ 满足: $f(x) \geq |x|$ 且 $f(x) \geq 2^x, x \in \mathbf{R}$. ()
(A) 若 $f(a) \leq |b|$, 则 $a \leq b$ (B) 若 $f(a) \leq 2^b$, 则 $a \leq b$
(C) 若 $f(a) \geq |b|$, 则 $a \geq b$ (D) 若 $f(a) \geq 2^b$, 则 $a \geq b$

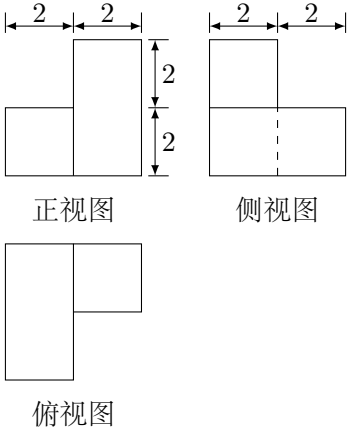
8. 如图, 点列 $\{A_n\}, \{B_n\}$ 分别在某锐角的两边上, 且 $|A_n A_{n+1}| = |A_{n+1} A_{n+2}|, A_n \neq A_{n+2}, n \in \mathbf{N}^*, |B_n B_{n+1}| = |B_{n+1} B_{n+2}|, B_n \neq B_{n+2}, n \in \mathbf{N}^*$ ($P \neq Q$ 表示点 P 与 Q 不重合). 若 $d_n = |A_n B_n|, S_n$ 为 $\triangle A_n B_n B_{n+1}$ 的面积, 则 ()



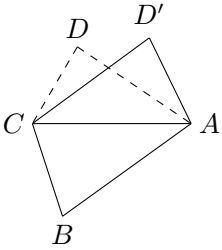
- (A) $\{S_n\}$ 是等差数列 (B) $\{S_n^2\}$ 是等差数列
- (C) $\{d_n\}$ 是等差数列 (D) $\{d_n^2\}$ 是等差数列

二、填空题

9. 某几何体的三视图如图所示 (单位: cm), 则该几何体的表面积是_____ cm^2 , 体积是_____ cm^3 .



10. 已知 $a \in \mathbf{R}$, 方程 $a^2 x^2 + (a + 2)y^2 + 4x + 8y + 5a = 0$ 表示圆, 则圆心坐标是_____, 半径是_____.
11. 已知 $2 \cos^2 x + \sin 2x = A \sin(\omega x + \varphi) + B$ ($A > 0$), 则 $A =$ _____, $B =$ _____.
12. 设函数 $f(x) = x^3 + 3x^2 + 1$, 已知 $a \neq 0$, 且 $f(x) - f(a) = (x - b)(x - a)^2, x \in \mathbf{R}$, 则实数 $a =$ _____, $b =$ _____.
13. 设双曲线 $x^2 - \frac{y^2}{3} = 1$ 的左、右焦点分别为 F_1, F_2 , 若点 P 在双曲线上, 且 $\triangle F_1 P F_2$ 为锐角三角形, 则 $|PF_1| + |PF_2|$ 的取值范围是_____.
14. 如图, 已知平面四边形 $ABCD, AB = BC = 3, CD = 1, AD = \sqrt{5}, \angle ADC = 90^\circ$. 沿直线 AC 将 $\triangle ACD$ 翻折成 $\triangle ACD'$, 直线 AC 与 BD' 所成角的余弦的最大值是_____.



15. 已知平面向量 $\mathbf{a}, \mathbf{b}, |\mathbf{a}| = 1, |\mathbf{b}| = 2, \mathbf{a} \cdot \mathbf{b} = 1$. 若 \mathbf{e} 为平面单位向量, 则 $|\mathbf{a} \cdot \mathbf{e}| + |\mathbf{b} \cdot \mathbf{e}|$ 的最大值是_____.

三、解答题

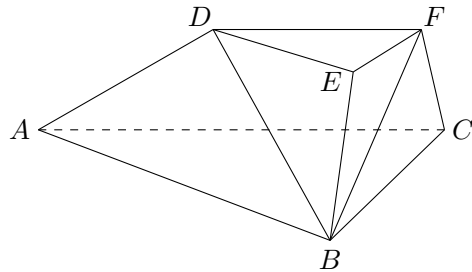
16. 在 $\triangle ABC$ 中, 内角 A, B, C 所对的边分别为 a, b, c . 已知 $b + c = 2a \cos B$.

- (1) 证明: $A = 2B$;
- (2) 若 $\cos B = \frac{2}{3}$, 求 $\cos C$ 的值.

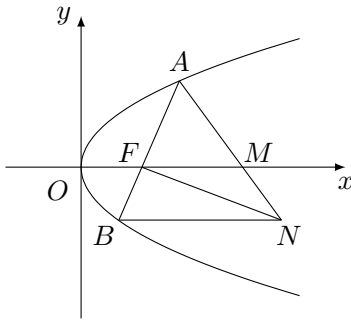
17. 设数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n . 已知 $S_2 = 4, a_{n+1} = 2S_n + 1, n \in \mathbf{N}^*$.

- (1) 求通项公式 a_n ;
- (2) 求数列 $\{|a_n - n - 2|\}$ 的前 n 项和.

18. 如图,在三棱台 $ABC-DEF$ 中,平面 $BCFE \perp$ 平面 ABC , $\angle ACB = 90^\circ$, $BE = EF = FC = 1$, $BC = 2$, $AC = 3$.
- (1) 求证: $BF \perp$ 平面 $ACFD$;
- (2) 求直线 BD 与平面 $ACFD$ 所成角的余弦值.



19. 如图, 设抛物线 $y^2 = 2px$ ($p > 0$) 的焦点为 F , 抛物线上的点 A 到 y 轴的距离等于 $|AF| - 1$.
- (1) 求 p 的值;
- (2) 若直线 AF 交抛物线于另一点 B , 过 B 与 x 轴平行的直线和过 F 与 AB 垂直的直线交于点 N , AN 与 x 轴交于点 M . 求 M 的横坐标的取值范围.



20. 设函数 $f(x) = x^3 + \frac{1}{1+x}$, $x \in [0, 1]$. 证明:
- (1) $f(x) \geq 1 - x + x^2$;
- (2) $\frac{3}{4} < f(x) \leq \frac{3}{2}$.