

2007 年普通高等学校招生考试 (大纲卷 I)

文科数学

一、选择题

1. 设 $S = \{x|2x + 1 > 0\}$, $T = \{x|3x - 5 < 0\}$, 则 $S \cap T =$ ()

- (A) \emptyset (B) $\left\{x|x < -\frac{1}{2}\right\}$
 (C) $\left\{x|x > \frac{5}{3}\right\}$ (D) $\left\{x|-\frac{1}{2} < x < \frac{5}{3}\right\}$

2. α 是第四象限角, $\cos \alpha = \frac{12}{13}$, 则 $\sin \alpha =$ ()

- (A) $\frac{5}{13}$ (B) $-\frac{5}{13}$ (C) $\frac{5}{12}$ (D) $-\frac{5}{12}$

3. 已知向量 $\mathbf{a} = (-5, 6)$, $\mathbf{b} = (6, 5)$, 则 \mathbf{a} 与 \mathbf{b} ()

- (A) 垂直 (B) 不垂直也不平行
 (C) 平行且同向 (D) 平行且反向

4. 已知双曲线的离心率为 2, 焦点是 $(-4, 0)$, $(4, 0)$, 则双曲线方程为 ()

- (A) $\frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{12} = 1$ (B) $\frac{x^2}{12} - \frac{y^2}{4} = 1$ (C) $\frac{x^2}{10} - \frac{y^2}{6} = 1$ (D) $\frac{x^2}{6} - \frac{y^2}{10} = 1$

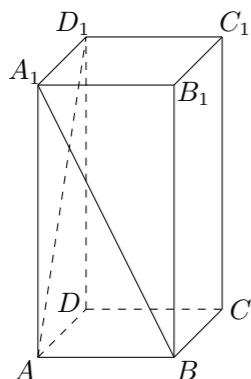
5. 甲、乙、丙 3 位同学选修课程, 从 4 门课程中, 甲选修 2 门, 乙、丙各选修 3 门, 则不同的选修方案共有 ()

- (A) 36 种 (B) 48 种 (C) 96 种 (D) 192 种

6. 下面给出的四个点中, 位于 $\begin{cases} x+y-1 < 0 \\ x-y+1 > 0 \end{cases}$ 表示的平面区域内的点是 ()

- (A) $(0, 2)$ (B) $(-2, 0)$ (C) $(0, -2)$ (D) $(2, 0)$

7. 如图, 正四棱柱 $ABCD - A_1B_1C_1D_1$ 中, $AA_1 = 2AB$, 则异面直线 A_1B 与 AD_1 所成角的余弦值为 ()



- (A) $\frac{1}{5}$ (B) $\frac{2}{5}$ (C) $\frac{3}{5}$ (D) $\frac{4}{5}$

8. 设 $a > 1$, 函数 $f(x) = \log_a x$ 在区间 $[a, 2a]$ 上的最大值与最小值之差为 $\frac{1}{2}$, 则 $a =$ ()

- (A) $\sqrt{2}$ (B) 2 (C) $2\sqrt{2}$ (D) 4

9. $f(x)$, $g(x)$ 是定义在 \mathbf{R} 上的函数, $h(x) = f(x) + g(x)$, 则“ $f(x)$, $g(x)$ 均为偶函数”是“ $h(x)$ 为偶函数”的 ()

- (A) 充要条件 (B) 充分而不必要的条件
 (C) 必要而不充分的条件 (D) 既不充分也不必要的条件

10. 函数 $y = 2 \cos^2 x$ 的一个单调增区间是 ()

- (A) $(-\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{4})$ (B) $(0, \frac{\pi}{2})$ (C) $(\frac{\pi}{4}, \frac{3\pi}{4})$ (D) $(\frac{\pi}{2}, \pi)$

11. 曲线 $y = \frac{1}{3}x^3 + x$ 在点 $\left(1, \frac{4}{3}\right)$ 处的切线与坐标轴围成的三角形面积为 ()

- (A) $\frac{1}{9}$ (B) $\frac{2}{9}$ (C) $\frac{1}{3}$ (D) $\frac{2}{3}$

12. 抛物线 $y^2 = 4x$ 的焦点为 F , 准线为 l , 经过 F 且斜率为 $\sqrt{3}$ 的直线与抛物线在 x 轴上方的部分相交于点 A , $AK \perp l$, 垂足为 K , 且 $\triangle AKF$ 的面积是 ()

- (A) 4 (B) $3\sqrt{3}$ (C) $4\sqrt{3}$ (D) 8

二、填空题

13. 从某自动包装机包装的食盐中, 随机抽取 20 袋, 测得各袋的质量分别为 (单位: g):

- 492 496 494 495 498 497 501 502 504 496
 497 503 506 508 507 492 496 500 501 499

根据频率分布估计总体分布的原理, 该自动包装机包装的袋装食盐质量在 497.5 g ~ 501.5 g 之间的概率约为_____.

14. 函数 $y = f(x)$ 的图像与函数 $y = \log_3 x$ ($x > 0$) 的图像关于直线 $y = x$ 对称, 则 $f(x) =$ _____.

15. 正四棱锥 $S - ABCD$ 的底面边长和各侧棱长都为 $\sqrt{2}$, 点 S 、 A 、 B 、 C 、 D 都在同一个球面上, 则该球的体积为_____.

16. 等比数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和 S_n , 已知 S_1 , $2S_2$, $3S_3$ 成等差数列, 则 $\{a_n\}$ 的公比为_____.

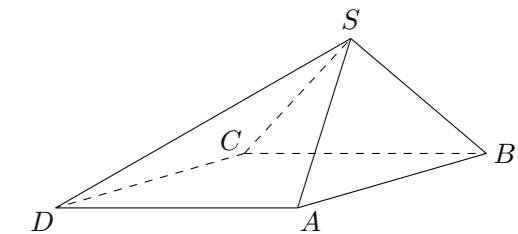
三、解答题

17. 设锐角三角形 ABC 的内角 A , B , C 的对边分别为 a , b , c , $a = 2b \sin A$.

- (1) 求 B 的大小;
 (2) 若 $a = 3\sqrt{3}$, $c = 5$, 求 b .

18. 某商场经销某商品, 顾客可采用一次性付款或分期付款购买. 根据以往资料统计, 顾客采用一次性付款的概率是 0.6. 经销一件该商品, 若顾客采用一次性付款, 商场获得利润 200 元; 若顾客采用分期付款, 商场获得利润 250 元.

- (1) 求 3 位购买该商品的顾客中至少有 1 位采用一次性付款的概率;
 (2) 求 3 位顾客每人购买 1 件该商品, 商场获得利润不超过 650 元的概率.



20. 设函数 $f(x) = 2x^3 + 3ax^2 + 3bx + 8c$ 在 $x = 1$ 及 $x = 2$ 时取得极值.

(1) 求 a 、 b 的值;

(2) 若对于任意的 $x \in [0, 3]$, 都有 $f(x) < c^2$ 成立, 求 c 的取值范围.

21. 设 $\{a_n\}$ 是等差数列, $\{b_n\}$ 是各项都为正数的等比数列, 且 $a_1 = b_1 = 1$, $a_3 + b_5 = 21$, $a_5 + b_3 = 13$.

(1) 求 $\{a_n\}$, $\{b_n\}$ 的通项公式;

(2) 求数列 $\left\{\frac{a_n}{b_n}\right\}$ 的前 n 项和 S_n .

22. 已知椭圆 $\frac{x^2}{3} + \frac{y^2}{2} = 1$ 的左、右焦点分别为 F_1 、 F_2 , 过 F_1 的直线交椭圆于 B 、 D 两点, 过 F_2 的直线交椭圆于 A 、 C 两点, 且 $AC \perp BD$, 垂足为 P .

(1) 设 P 点的坐标为 (x_0, y_0) , 证明: $\frac{x_0^2}{3} + \frac{y_0^2}{2} < 1$;

(2) 求四边形 $ABCD$ 的面积的最小值.