

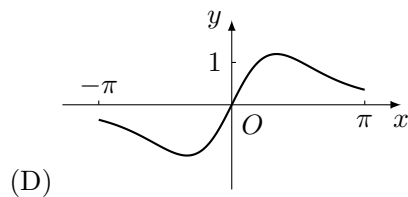
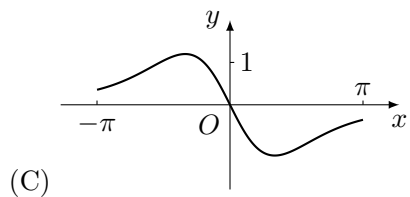
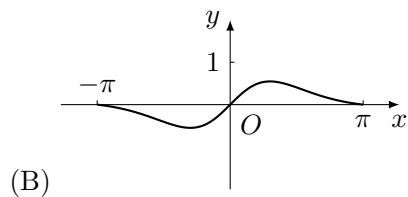
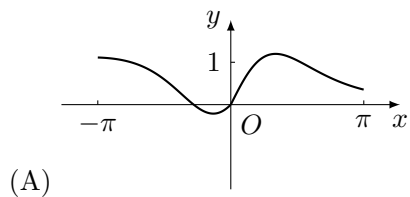
文科数学

一、选择题

1. 设 $z = \frac{3-i}{1+2i}$, 则 $|z| =$ ()
(A) 2 (B) $\sqrt{3}$ (C) $\sqrt{2}$ (D) 1
2. 已知集合 $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$, $A = \{2, 3, 4, 5\}$, $B = \{2, 3, 6, 7\}$, 则 $B \cap \complement_U A =$ ()
(A) $\{1, 6\}$ (B) $\{1, 7\}$ (C) $\{6, 7\}$ (D) $\{1, 6, 7\}$
3. 已知 $a = \log_2 0.2$, $b = 2^{0.2}$, $c = 0.2^{0.3}$, 则 ()
(A) $a < b < c$ (B) $a < c < b$ (C) $c < a < b$ (D) $b < c < a$
4. 古希腊时期, 人们认为最美人体的头顶至肚脐的长度与肚脐至足底的长度之比是 $\frac{\sqrt{5}-1}{2}$ ($\frac{\sqrt{5}-1}{2} \approx 0.618$, 称为黄金分割比例), 著名的“断臂维纳斯”便是如此. 此外, 最美人体的头顶至咽喉的长度与咽喉至肚脐的长度之比也是 $\frac{\sqrt{5}-1}{2}$. 若某人满足上述两个黄金分割比例, 且腿长为 105 cm, 头顶至脖子下端的长度为 26 cm, 则其身高可能是 ()

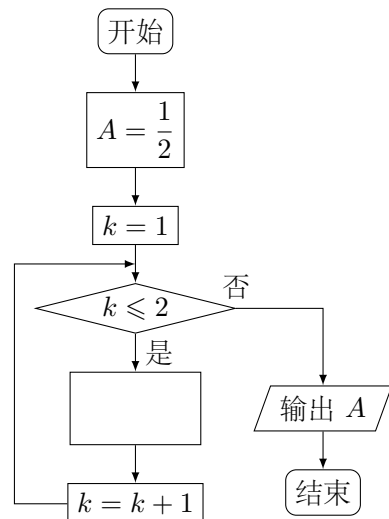


- (A) 165 cm (B) 175 cm (C) 185 cm (D) 190 cm
5. 函数 $f(x) = \frac{\sin x + x}{\cos x + x^2}$ 在 $[-\pi, \pi]$ 的图象大致为 ()



6. 某学校为了解 1000 名新生的身体素质, 将这些学生编号为 1, 2, \dots , 1000, 从这些新生中用系统抽样方法等距抽取 100 名学生进行体质测验. 若 46 号学生被抽到, 则下面 4 名学生中被抽到的是 ()
(A) 8 号学生 (B) 200 号学生 (C) 616 号学生 (D) 815 号学生

7. $\tan 255^\circ =$ ()
(A) $-2 - \sqrt{3}$ (B) $-2 + \sqrt{3}$ (C) $2 - \sqrt{3}$ (D) $2 + \sqrt{3}$
8. 已知非零向量 \mathbf{a} , \mathbf{b} 满足 $|\mathbf{a}| = 2|\mathbf{b}|$, 且 $(\mathbf{a} - \mathbf{b}) \perp \mathbf{b}$, 则 \mathbf{a} 与 \mathbf{b} 的夹角为 ()
(A) $\frac{\pi}{6}$ (B) $\frac{\pi}{3}$ (C) $\frac{2\pi}{3}$ (D) $\frac{5\pi}{6}$
9. 如图是求 $\frac{1}{2 + \frac{1}{2 + \frac{1}{2}}}$ 的程序框图, 图中空白框中应填入 ()



- (A) $A = \frac{1}{2+A}$ (B) $A = 2 + \frac{1}{A}$ (C) $A = \frac{1}{1+2A}$ (D) $A = 1 + \frac{1}{2A}$
10. 双曲线 $C: \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($a > 0$, $b > 0$) 的一条渐近线的倾斜角为 130° , 则 C 的离心率为 ()
(A) $2 \sin 40^\circ$ (B) $2 \cos 40^\circ$ (C) $\frac{1}{\sin 50^\circ}$ (D) $\frac{1}{\cos 50^\circ}$
 11. $\triangle ABC$ 的内角 A , B , C 的对边分别为 a , b , c , 已知 $a \sin A - b \sin B = 4c \sin C$, $\cos A = -\frac{1}{4}$, 则 $\frac{b}{c} =$ ()
(A) 6 (B) 5 (C) 4 (D) 3
 12. 已知椭圆 C 的焦点为 $F_1(-1, 0)$, $F_2(1, 0)$, 过 F_2 的直线与 C 交于 A , B 两点. 若 $|AF_2| = 2|F_2B|$, $|AB| = |BF_1|$, 则 C 的方程为 ()
(A) $\frac{x^2}{2} + y^2 = 1$ (B) $\frac{x^2}{3} + \frac{y^2}{2} = 1$ (C) $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{3} = 1$ (D) $\frac{x^2}{5} + \frac{y^2}{4} = 1$

二、填空题

13. 曲线 $y = 3(x^2 + x)e^x$ 在点 $(0, 0)$ 处的切线方程为_____.
14. 记 S_n 为等比数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和. 若 $a_1 = 1$, $S_3 = \frac{3}{4}$, 则 $S_4 =$ _____.
15. 函数 $f(x) = \sin\left(2x + \frac{3\pi}{2}\right) - 3 \cos x$ 的最小值为_____.
16. 已知 $\angle ACB = 90^\circ$, P 为平面 ABC 外一点, $PC = 2$, 点 P 到 $\angle ACB$ 两边 AC , BC 的距离均为 $\sqrt{3}$, 那么 P 到平面 ABC 的距离为_____.

三、解答题

17. 某商场为提高服务质量, 随机调查了 50 名男顾客和 50 名女顾客, 每位顾客对该商场的服务给出满意或不满意的评价, 得到如表列联表:

	满意	不满意
男顾客	40	10
女顾客	30	20

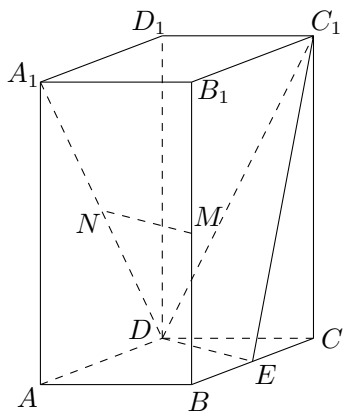
- (1) 分别估计男、女顾客对该商场服务满意的概率;
- (2) 能否有 95% 的把握认为男、女顾客对该商场服务的评价有差异?

附: $K^2 = \frac{n(ad-bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}$.

$P(K^2 \geq k)$	0.050	0.010	0.001
k	3.841	6.635	10.828

18. 记 S_n 为等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和, 已知 $S_9 = -a_5$.
(1) 若 $a_3 = 4$, 求 $\{a_n\}$ 的通项公式;
(2) 若 $a_1 > 0$, 求使得 $S_n \geq a_n$ 的 n 的取值范围.

19. 如图, 直四棱柱 $ABCD - A_1B_1C_1D_1$ 的底面是菱形, $AA_1 = 4$, $AB = 2$, $\angle BAD = 60^\circ$, E, M, N 分别是 BC, BB_1, A_1D 的中点.
- (1) 证明: $MN \parallel$ 平面 C_1DE ;
- (2) 求点 C 到平面 C_1DE 的距离.



21. 已知点 A, B 关于坐标原点 O 对称, $|AB| = 4$, $\odot M$ 过点 A, B 且与直线 $x + 2 = 0$ 相切.
- (1) 若 A 在直线 $x + y = 0$ 上, 求 $\odot M$ 的半径;
- (2) 是否存在定点 P , 使得当 A 运动时, $|MA| - |MP|$ 为定值? 并说明理由.

22. 在直角坐标系 xOy 中, 曲线 C 的参数方程为
$$\begin{cases} x = \frac{1-t^2}{1+t^2} \\ y = \frac{2t}{1+t^2} \end{cases} \quad (t \text{ 为参数}),$$

以坐标原点 O 为极点, x 轴的正半轴为极轴建立极坐标系, 直线 l 的极坐标方程为 $2\rho \cos \theta + \sqrt{3}\rho \sin \theta + 11 = 0$.

- (1) 求 C 和 l 的直角坐标方程;
- (2) 求 C 上的点到 l 距离的最小值.

20. 已知函数 $f(x) = 2 \sin x - x \cos x - x$, $f'(x)$ 为 $f(x)$ 的导数.
- (1) 证明: $f'(x)$ 在区间 $(0, \pi)$ 存在唯一零点;
- (2) 若 $x \in [0, \pi]$ 时, $f(x) \geq ax$, 求 a 的取值范围.

23. 已知 a, b, c 为正数, 且满足 $abc = 1$. 证明:
- (1) $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} \leq a^2 + b^2 + c^2$;
- (2) $(a+b)^3 + (b+c)^3 + (c+a)^3 \geq 24$.