

2007 年普通高等学校招生考试 (广东卷)

文科数学

一、选择题

1. 已知集合 $M = \{x|1+x > 0\}$, $N = \left\{x|\frac{1}{1-x} > 0\right\}$, 则 $M \cap N =$ ()
 (A) $\{x|-1 \leq x < 1\}$ (B) $\{x|x > 1\}$
 (C) $\{x|-1 < x < 1\}$ (D) $\{x|x \geq -1\}$

2. 若复数 $(1+bi)(2+i)$ 是纯虚数 (i 是虚数单位, b 是实数), 则 $b =$ ()

(A) -2 (B) $-\frac{1}{2}$ (C) $\frac{1}{2}$ (D) 2

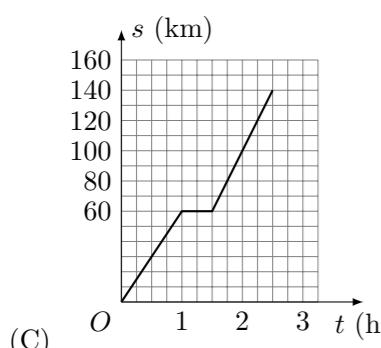
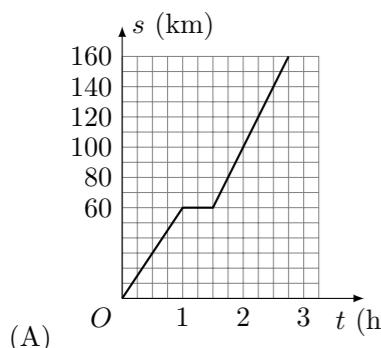
3. 若函数 $f(x) = x^3$ ($x \in \mathbf{R}$), 则函数 $y = f(-x)$ 在其定义域上是 ()

(A) 单调递减的偶函数 (B) 单调递减的奇函数
 (C) 单调递增的偶函数 (D) 单调递增的奇函数

4. 若向量 \mathbf{a}, \mathbf{b} 满足 $|\mathbf{a}| = |\mathbf{b}| = 1$, \mathbf{a} 与 \mathbf{b} 的夹角为 60° , 则 $\mathbf{a} \cdot \mathbf{a} + \mathbf{a} \cdot \mathbf{b} =$ ()

(A) $\frac{1}{2}$ (B) $\frac{3}{2}$ (C) $1 + \frac{\sqrt{3}}{2}$ (D) 2

5. 客车从甲地以 60 km/h 的速度匀速行驶 1 小时到达乙地, 在乙地停留了半小时, 然后以 80 km/h 的速度匀速行驶 1 小时到达丙地. 下列描述客车从甲地出发, 经过乙地, 最后到达丙地所经过的路程 s 与时间 t 之间关系的图象中, 正确的是 ()



6. 若 l, m, n 是互不相同的空间直线, α, β 是不重合的平面, 则下列命题中为真命题的是 ()

(A) 若 $\alpha \parallel \beta$, $l \subset \alpha$, $n \subset \beta$, 则 $l \parallel n$ (B) 若 $\alpha \perp \beta$, $l \subset \alpha$, 则 $l \perp \beta$
 (C) 若 $l \perp n$, $m \perp n$, 则 $l \parallel m$ (D) 若 $l \perp \alpha$, $l \parallel \beta$, 则 $\alpha \perp \beta$

7. 图 1 是某县参加 2007 年高考的学生身高条形统计图, 从左到右的各条形表示的学生人数依次记为 A_1, A_2, \dots, A_{10} (如 A_2 表示身高 (单位: cm) 在 $[150, 155]$ 内的学生人数). 图 2 是统计图 1 中身高在一定范围内学生人数的一个算法流程图. 现要统计身高在 $160 \sim 180 \text{ cm}$ (含 160 cm , 不含 180 cm) 的学生人数, 那么在流程图中的判断框内应填写的条件是 ()

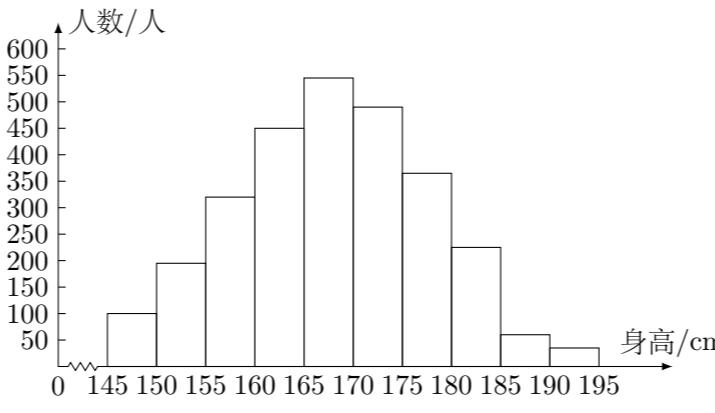


图 1

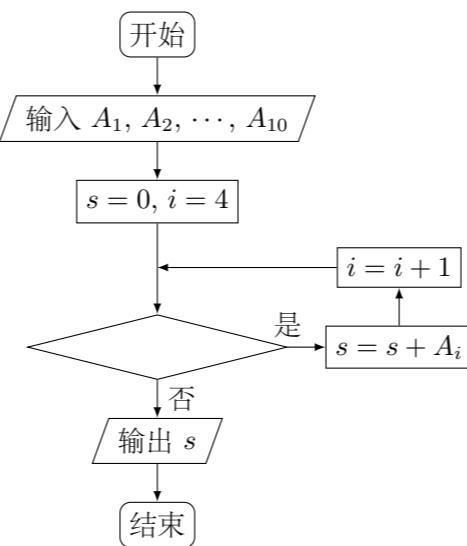


图 2

- (A) $i < 9$ (B) $i < 8$ (C) $i < 7$ (D) $i < 6$

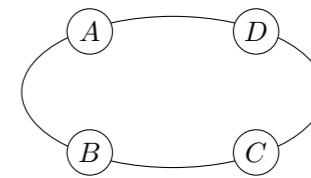
8. 在一个袋子中装有分别标注数字 1, 2, 3, 4, 5 的五个小球, 这些小球除标注的数字外完全相同. 现从中随机取出 2 个小球, 则取出的小球标注的数字之和为 3 或 6 的概率是 ()

(A) $\frac{3}{10}$ (B) $\frac{1}{5}$ (C) $\frac{1}{10}$ (D) $\frac{1}{12}$

9. 已知简谐运动 $f(x) = 2 \sin\left(\frac{\pi}{3}x + \varphi\right)$ ($|\varphi| < \frac{\pi}{2}$) 的图象经过点 $(0, 1)$, 则该简谐运动的最小正周期 T 和初相 φ 分别为 ()

(A) $T = 6$, $\varphi = \frac{\pi}{6}$ (B) $T = 6$, $\varphi = \frac{\pi}{3}$
 (C) $T = 6\pi$, $\varphi = \frac{\pi}{6}$ (D) $T = 6\pi$, $\varphi = \frac{\pi}{3}$

10. 如图是某汽车维修公司的维修点环形分布图. 公司在年初分配给 A, B, C, D 四个维修点某种配件各 50 件. 在使用前发现需将 A, B, C, D 四个维修点的这批配件分别调整为 40, 45, 54, 61 件, 但调整只能在相邻维修点之间进行, 那么要完成上述调整, 最少的调动件次 (n 件配件从一个维修点调整到相邻维修点的调动件次为 n) 为 ()



(A) 18 (B) 17 (C) 16 (D) 15

二、填空题

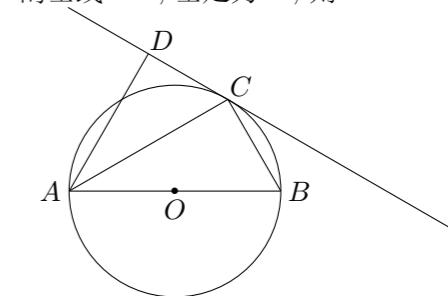
11. 在平面直角坐标系 xOy 中, 已知抛物线关于 x 轴对称, 顶点在原点 O , 且过点 $P(2, 4)$, 则该抛物线的方程是_____.

12. 函数 $f(x) = x \ln x$ ($x > 0$) 的单调递增区间是_____.

13. 已知数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和 $S_n = n^2 - 9n$, 则其通项 $a_n =$ _____; 若它的第 k 项满足 $5 < a_k < 8$, 则 $k =$ _____.

14. 在极坐标系中, 直线 l 的方程为 $\rho \sin \theta = 3$, 则点 $\left(2, \frac{\pi}{6}\right)$ 到直线 l 的距离为_____.

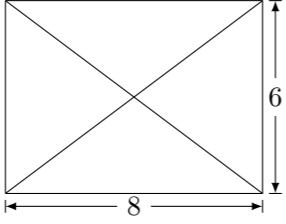
15. 如图所示, 圆 O 的直径 $AB = 6$, C 为圆周上一点, $BC = 3$. 过 C 作圆的切线 l , 过 A 作 l 的垂线 AD , 垂足为 D , 则 $\angle DAC =$ _____.



三、解答题

16. 已知 $\triangle ABC$ 顶点的直角坐标分别为 $A(3, 4)$, $B(0, 0)$, $C(c, 0)$.

- (1) 若 $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = 0$, 求 c 的值;
 (2) 若 $c = 5$, 求 $\sin \angle A$ 的值.

17. 已知某几何体的俯视图是如图所示的矩形, 正视图(或称主视图)是一个底边长为 8, 高为 4 的等腰三角形, 侧视图(或称左视图)是一个底边长为 6, 高为 4 的等腰三角形.
- 求该几何体的体积 V ;
 - 求该几何体的侧面积 S .
- 
18. 下表提供了某厂节能降耗技术改造后生产甲产品过程中记录的产量 x (吨) 与相应的生产能耗 y (吨标准煤) 的几组对照数据.
- | | | | | |
|-----|-----|---|---|-----|
| x | 3 | 4 | 5 | 6 |
| y | 2.5 | 3 | 4 | 4.5 |
- 请画出上表的散点图;
 - 请根据上表提供的数据, 用最小二乘法求出 y 关于 x 的线性回归方程 $y = \hat{b}x + \hat{a}$;
 - 已知该厂技改前 100 吨甲产品的生产能耗为 90 吨标准煤. 试根据(2)求出的线性回归方程, 预测生产 100 吨甲产品的生产能耗比技改前降低多少吨标准煤?
(参考数值: $3 \times 2.5 + 4 \times 3 + 5 \times 4 + 6 \times 4.5 = 66.5$)
19. 在平面直角坐标系 xOy 中, 已知圆心在第二象限, 半径为 $2\sqrt{2}$ 的圆 C 与直线 $y = x$ 相切于坐标原点 O . 椭圆 $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{9} = 1$ 与圆 C 的一个交点到椭圆两点的距离之和为 10.
- 求圆 C 的方程;
 - 试探求 C 上是否存在异于原点的点 Q , 使 Q 到椭圆右焦点 F 的距离等于线段 OF 的长. 若存在, 请求出点 Q 的坐标; 若不存在, 请说明理由.
20. 已知函数 $f(x) = x^2 + x - 1$, α, β 是方程 $f(x) = 0$ 的两个根 ($\alpha > \beta$), $f'(x)$ 是 $f(x)$ 的导数, 设 $a_1 = 1$, $a_{n+1} = a_n - \frac{f(a_n)}{f'(a_n)}$ ($n = 1, 2, \dots$).
- 求 α, β 的值;
 - 已知对任意的正整数 n , 都有 $a_n > \alpha$, 记 $b_n = \ln \frac{a_n - \beta}{a_n - \alpha}$ ($n = 1, 2, \dots$), 求数列 $\{b_n\}$ 的前 n 项和 S_n .
21. 已知 a 是实数, 函数 $f(x) = 2ax^2 + 2x - 3 - a$. 如果函数 $y = f(x)$ 在区间 $[-1, 1]$ 上有零点, 求 a 的取值范围.