2016 年普通高等学校招生考试（全国卷 II）

理科数学

一、选择题

1. 已知 $z=(m+3)+(m-1)\,\mathrm{i}$ 在复平面内对应的点在第四象限，则实数 m 的取值范围是（　）

(A) $(-3,1)$　(B) $(-1,3)$　(C) $(1,+\infty)$　(D) $(-\infty,-3)$

2. 已知集合 $A=\{1,2,3\}$，$B=\{x\,|\,(x+1)(x-2)<0, x\in\mathbf{Z}\}$，则 $A\cup B=$（　）

(A) $\{1\}$　(B) $\{1,2\}$　(C) $\{0,1,2,3\}$　(D) $\{-1,0,1,2,3\}$

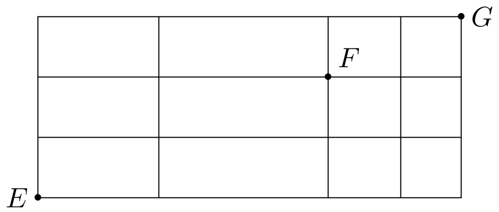
3. 已知向量 $\boldsymbol{a}=(1,m)$，$\boldsymbol{b}=(3,-2)$，且 $(\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b})\perp\boldsymbol{b}$，则 $m=$（　）

(A) -8　(B) -6　(C) 6　(D) 8

4. 圆 $x^2+y^2-2x-8y+13=0$ 的圆心到直线 $ax+y-1=0$ 的距离为 1，则 $a=$（　）

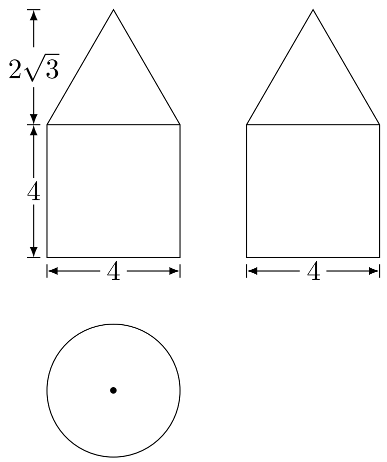
(A) $-\dfrac{4}{3}$　(B) $-\dfrac{3}{4}$　(C) $\sqrt{3}$　(D) 2

5. 如图，小明从街道的 E 处出发，先到 F 处与小红会合，再一起到位于 G 处的老年公寓参加志愿者活动，则小明到老年公寓可以选择的最短路径条数为（　）



(A) 24　(B) 18　(C) 12　(D) 9

6. 如图是由圆柱与圆锥组合而成的几何体的三视图，则该几何体的表面积为（　）



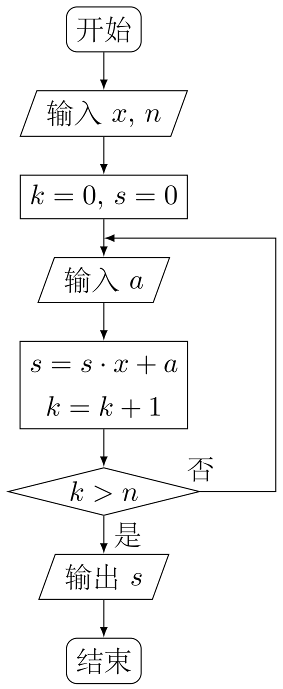
(A) 20π　(B) 24π　(C) 28π　(D) 32π

7. 若将函数 $y=2\sin 2x$ 的图象向左平移 $\dfrac{\pi}{12}$ 个单位长度，则平移后图象的对称轴为（　）

(A) $x=\dfrac{k\pi}{2}-\dfrac{\pi}{6}\ (k\in\mathbf{Z})$　(B) $x=\dfrac{k\pi}{2}+\dfrac{\pi}{6}\ (k\in\mathbf{Z})$

(C) $x=\dfrac{k\pi}{2}-\dfrac{\pi}{12}\ (k\in\mathbf{Z})$　(D) $x=\dfrac{k\pi}{2}+\dfrac{\pi}{12}\ (k\in\mathbf{Z})$

8. 中国古代有计算多项式值的秦九韶算法，如图是实现该算法的程序框图. 执行该程序框图，若输入的 $x=2$，$n=2$，依次输入的 a 为 2, 2, 5，则输出的 $s=$（　）



(A) 7　(B) 12　(C) 17　(D) 34

9. 若 $\cos\left(\dfrac{\pi}{4}-\alpha\right)=\dfrac{3}{5}$，则 $\sin 2\alpha=$（　）

(A) $\dfrac{7}{25}$　(B) $\dfrac{1}{5}$　(C) $-\dfrac{1}{5}$　(D) $-\dfrac{7}{25}$

10. 从区间 $[0,1]$ 随机抽取 $2n$ 个数 $x_1, x_2, \cdots, x_n, y_1, y_2, \cdots, y_n$，构成 n 个数对 $(x_1,y_1), (x_2,y_2), \cdots, (x_n,y_n)$，其中两数的平方和小于 1 的数对共有 m 个，则用随机模拟的方法得到的圆周率的近似值为（　）

(A) $\dfrac{4n}{m}$　(B) $\dfrac{2n}{m}$　(C) $\dfrac{4m}{n}$　(D) $\dfrac{2m}{n}$

11. 已知 F_1, F_2 是双曲线 $E:\dfrac{x^2}{a^2}-\dfrac{y^2}{b^2}=1$ 的左、右焦点，点 M 在 E 上，MF_1 与 x 轴垂直，$\sin\angle MF_2F_1=\dfrac{1}{3}$，则 E 的离心率为（　）

(A) $\sqrt{2}$　(B) $\dfrac{3}{2}$　(C) $\sqrt{3}$　(D) 2

12. 已知函数 $f(x)\ (x\in\mathbf{R})$ 满足 $f(-x)=2-f(x)$，若函数 $y=\dfrac{x+1}{x}$ 与 $y=f(x)$ 图象的交点为 $(x_1,y_1), (x_2,y_2), \cdots, (x_m,y_m)$，则 $\sum\limits_{i=1}^{m}(x_i+y_i)=$（　）

(A) 0　(B) m　(C) $2m$　(D) $4m$

二、填空题

13. $\triangle ABC$ 的内角 A, B, C 的对边分别为 a, b, c，若 $\cos A=\dfrac{4}{5}$，$\cos C=\dfrac{5}{13}$，$a=1$，则 $b=$______.

14. α, β 是两个平面，m, n 是两条线，有下列四个命题：

① 如果 $m\perp n$，$m\perp\alpha$，$n\parallel\beta$，那么 $\alpha\perp\beta$；

② 如果 $m\perp\alpha$，$n\parallel\alpha$，那么 $m\perp n$；

③ 如果 $\alpha\parallel\beta$，$m\subset\alpha$，那么 $m\parallel\beta$；

④ 如果 $m\parallel n$，$\alpha\parallel\beta$，那么 m 与 α 所成的角和 n 与 β 所成的角相等.

则上述四个命题中真命题的是______.

15. 有三张卡片，分别写有 1 和 2，1 和 3，2 和 3. 甲，乙，丙三人各取走一张卡片，甲看了乙的卡片后说：“我与乙的卡片上相同的数字不是 2”，乙看了丙的卡片后说：“我与丙的卡片上相同的数字不是 1”，丙说：“我的卡片上的数字之和不是 5”，则甲的卡片上的数字是______.

16. 若直线 $y=kx+b$ 是曲线 $y=\ln x+2$ 的切线，也是曲线 $y=\ln(x+1)$ 的切线，$b=$______.

三、解答题

17. S_n 为等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和，且 $a_1=1$，$S_7=28$. 记 $b_n=[\lg a_n]$，其中 $[x]$ 表示不超过 x 的最大整数，如 $[0.9]=0$，$[\lg 99]=1$.

(1) 求 b_1, b_{11}, b_{101}；

(2) 求数列 $\{b_n\}$ 的前 1000 项和.

18. 某险种的基本保费为 a（单位：元），继续购买该险种的投保人称为续保人，续保人本年度的保费与其上年度出险次数的关联如下：

上年度出险次数	0	1	2	3	4	$\geqslant 5$
保费	$0.85a$	a	$1.25a$	$1.5a$	$1.75a$	$2a$

设该险种一续保人一年内出险次数与相应概率如下：

一年内出险次数	0	1	2	3	4	$\geqslant 5$
概率	0.30	0.15	0.20	0.20	0.10	0.05

(1) 求一续保人本年度的保费高于基本保费的概率；

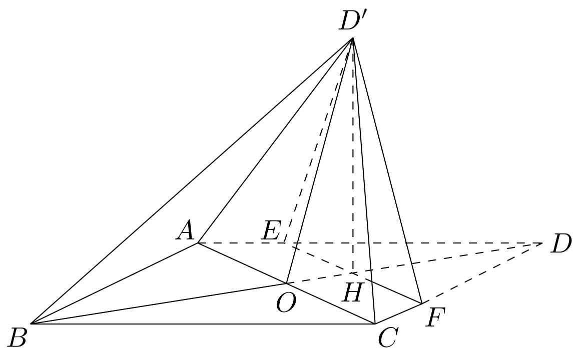
(2) 若一续保人本年度的保费高于基本保费，求其保费比基本保费高出 60% 的概率；

(3) 求续保人本年度的平均保费与基本保费的比值.

19. 如图, 菱形 $ABCD$ 的对角线 AC 与 BD 交于点 O, $AB=5$, $AC=6$, 点 E, F 分别在 AD, CD 上, $AE=CF=\frac{5}{4}$, EF 交 BD 于点 H. 将三角形 DEF 沿 EF 折到三角形 $D'EF$ 的位置 $OD'=\sqrt{10}$.

(1) 证明: $D'H\perp$ 平面 $ABCD$;

(2) 求二面角 $B-D'A-C$ 的正弦值.



20. 已知椭圆 $E:\frac{x^2}{t}+\frac{y^2}{3}=1$ 的焦点在 x 轴上, A 是 E 的左顶点, 斜率为 k $(k>0)$ 的直线交 E 于 A, M 两点, 点 N 在 E 上, $MA\perp NA$.

(1) 当 $t=4$, $|AM|=|AN|$ 时, 求三角形 AMN 的面积;

(2) 当 $2|AM|=|AN|$ 时, 求 k 的取值范围.

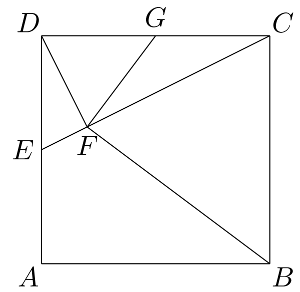
21. (1) 讨论函数 $f(x)=\frac{x-2}{x+2}\cdot \mathrm{e}^x$ 的单调性, 并证明当 $x>0$ 时, $(x-2)\,\mathrm{e}^x+x+2>0$;

(2) 证明: 当 $a\in[0,1)$ 时, 函数 $g(x)=\frac{\mathrm{e}^x-ax-a}{x^2}$ $(x>0)$ 有最小值. 设 $g(x)$ 的最小值为 $h(a)$, 求函数 $h(a)$ 的值域.

22. 如图, 在正方形 $ABCD$ 中, E, G 分别在边 DA, DC 上 (不与端点重合), 且 $DE=DG$, 过 D 点作 $DF\perp CE$, 垂足为 F.

(1) 证明: B, C, G, F 四点共圆;

(2) 若 $AB=1$, E 为 DA 的中点, 求四边形 $BCGF$ 的面积.



23. 在直角坐标系 xOy 中, 圆 C 的方程为 $(x+6)^2+y^2=25$.

(1) 以坐标原点为极点, x 轴正半轴为极轴建立极坐标系, 求圆 C 的极坐标方程;

(2) 直线 l 的参数方程是 $\begin{cases}x=t\cos\alpha\\ y=t\sin\alpha\end{cases}$ (t 为参数), 直线 l 与圆 C 交于 A, B 两点, $|AB|=\sqrt{10}$, 求 l 的斜率.

24. 已知函数 $f(x)=\left|x-\frac{1}{2}\right|+\left|x+\frac{1}{2}\right|$, M 为不等式 $f(x)<2$ 的解集.

(1) 求 M;

(2) 证明: 当 a, $b\in M$ 时, $|a+b|<|1+ab|$.