

## 理科数学

## 一、选择题

1. 设集合  $A$  和  $B$  都是坐标平面上的点集  $\{(x, y) | x \in \mathbf{R}, y \in \mathbf{R}\}$ , 映射  $f : A \rightarrow B$  把集合  $A$  中的元素  $(x, y)$  映射成集合  $B$  中的元素  $(x+y, x-y)$ , 则在映射  $f$  下, 象  $(2, 1)$  的原象是 ( )

(A)  $(3, 1)$       (B)  $\left(\frac{3}{2}, \frac{1}{2}\right)$       (C)  $\left(\frac{3}{2}, -\frac{1}{2}\right)$       (D)  $(1, 3)$

2. 在复平面内, 把复数  $3 - \sqrt{3}i$  对应的向量按顺时针方向旋转  $\frac{\pi}{3}$ , 所得向量对应的复数是 ( )

(A)  $2\sqrt{3}$       (B)  $-2\sqrt{3}i$       (C)  $\sqrt{3} - 3i$       (D)  $3 + \sqrt{3}i$

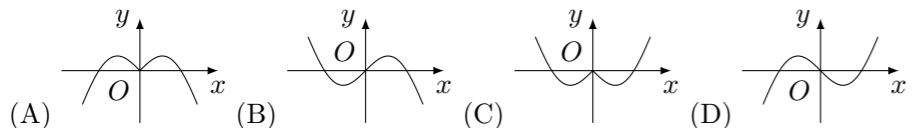
3. 一个长方体共一顶点的三个面的面积分别是  $\sqrt{2}$ ,  $\sqrt{3}$ ,  $\sqrt{6}$ , 这个长方体对角线的长是 ( )

(A)  $2\sqrt{3}$       (B)  $3\sqrt{2}$       (C) 6      (D)  $\sqrt{6}$

4. 设  $a, b, c$  是任意的非零平面向量, 且相互不共线, 则①  $(a \cdot b)c - (c \cdot a)b = 0$ ; ②  $|a| - |b| < |a - b|$ ; ③  $(b \cdot c)a - (c \cdot a)b$  不与  $c$  垂直; ④  $(3a + 2b) \cdot (3a - 2b) = 9|a|^2 - 4|b|^2$  中, 是真命题的有 ( )

(A) ①②      (B) ②③      (C) ③④      (D) ②④

5. 函数  $y = -x \cos x$  的部分图象是 ( )



6. 《中华人民共和国个人所得税法》规定, 公民全月工资、薪金所得不超过 800 元的部分不必纳税, 超过 800 元的部分为全月应纳税所得额, 此项税款按下表分段累进计算:

| 全月应纳税所得额             | 税率  |
|----------------------|-----|
| 不超过 500 元的部分         | 5%  |
| 超过 500 元至 2000 元的部分  | 10% |
| 超过 2000 元至 5000 元的部分 | 15% |
| ...                  | ... |

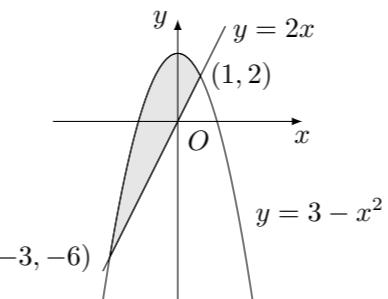
某人一月份交纳此项税款 26.78 元, 则他的当月工资、薪金所得介于 ( )

(A) 800 - 900 元      (B) 900 - 1200 元  
(C) 1200 - 1500 元      (D) 1500 - 2800 元

7. 若  $a > b > 1$ ,  $P = \sqrt{\lg a \cdot \lg b}$ ,  $Q = \frac{1}{2}(\lg a + \lg b)$ ,  $R = \lg\left(\frac{a+b}{2}\right)$ , 则

(A)  $R < P < Q$       (B)  $P < Q < R$       (C)  $Q < P < R$       (D)  $P < R < Q$

8. 图中阴影部分的面积是 ( )



(A)  $2\sqrt{3}$       (B)  $9 - 2\sqrt{3}$       (C)  $\frac{32}{3}$       (D)  $\frac{35}{3}$

9. 一个圆柱的侧面展开图是一个正方形, 这个圆柱的全面积与侧面积的比是 ( )

(A)  $\frac{1+2\pi}{2\pi}$       (B)  $\frac{1+4\pi}{4\pi}$       (C)  $\frac{1+2\pi}{\pi}$       (D)  $\frac{1+4\pi}{2\pi}$

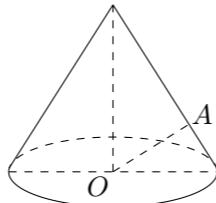
10. 过原点的直线与圆  $x^2 + y^2 + 4x + 3 = 0$  相切, 若切点在第三象限, 则该直线的方程是 ( )

(A)  $y = \sqrt{3}x$       (B)  $y = -\sqrt{3}x$       (C)  $y = \frac{\sqrt{3}}{3}x$       (D)  $y = -\frac{\sqrt{3}}{3}x$

11. 过抛物线  $y = ax^2$  ( $a > 0$ ) 的焦点  $F$  作一直线交抛物线于  $P, Q$  两点, 若线段  $PF$  与  $FQ$  的长分别是  $p, q$ , 则  $\frac{1}{p} + \frac{1}{q}$  等于 ( )

(A)  $2a$       (B)  $\frac{1}{2a}$       (C)  $4a$       (D)  $\frac{4}{a}$

12. 如图,  $OA$  是圆锥底面中心  $O$  到母线的垂线,  $OA$  绕轴旋转一周所得曲面将圆锥分成体积相等的两部分, 则母线与轴的夹角为 ( )



(A)  $\arccos \frac{1}{\sqrt[3]{2}}$       (B)  $\arccos \frac{1}{2}$       (C)  $\arccos \frac{1}{\sqrt{2}}$       (D)  $\arccos \frac{1}{\sqrt[4]{2}}$

## 二、填空题

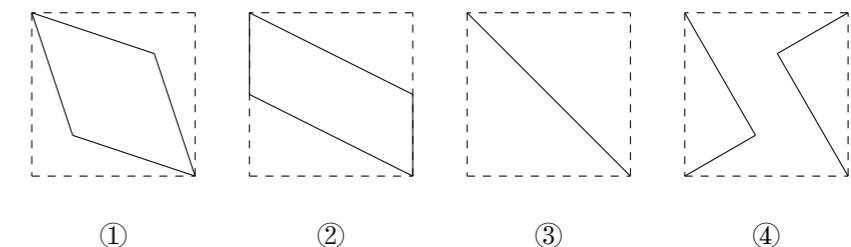
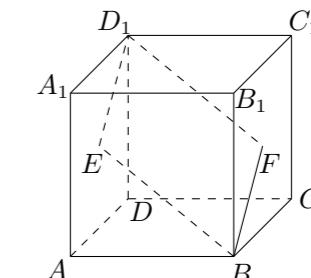
13. 某厂生产电子元件, 其产品的次品率为 5%, 现从一批产品中任意地连续取出 2 件, 其中次品  $\xi$  的概率分布是:

|       |   |   |   |
|-------|---|---|---|
| $\xi$ | 0 | 1 | 2 |
| $p$   |   |   |   |

14. 椭圆  $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4} = 1$  的焦点  $F_1, F_2$ , 点  $P$  为其上的动点, 当  $\angle F_1 P F_2$  为钝角时, 点  $P$  横坐标的取值范围是\_\_\_\_\_.

15. 设  $\{a_n\}$  是首项为 1 的正项数列, 且  $(n+1)a_{n+1}^2 - na_n^2 + a_{n+1}a_n = 0$  ( $n = 1, 2, 3, \dots$ ), 则它的通项公式是  $a_n = \underline{\hspace{2cm}}$ .

16. 如图,  $E, F$  分别为正方体面  $ADD_1A_1$ 、面  $BCC_1B_1$  的中心, 则四边形  $BFD_1E$  在该正方体的面上的射影可能是\_\_\_\_\_。(要求: 把可能的图序号都填上)



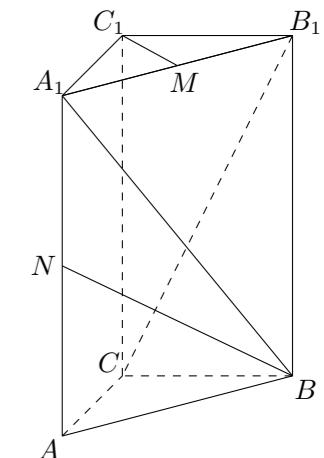
## 三、解答题

17. 甲、乙二人参加普法知识竞答, 共有 10 个不同的题目, 其中选择题 6 个, 判断题 4 个甲、乙二人依次各抽一题.

- (1) 甲抽到选择题、乙抽到判断题的概率是多少?  
(2) 甲、乙二人中至少有一人抽到选择题的概率是多少?

18. 【甲】如图, 直三棱柱  $ABC - A_1B_1C_1$ , 底面  $\triangle ABC$  中,  $CA = CB = 1$ ,  $\angle BCA = 90^\circ$ , 棱  $AA_1 = 2$ ,  $M, N$  分别是  $A_1B_1, A_1A$  的中点.

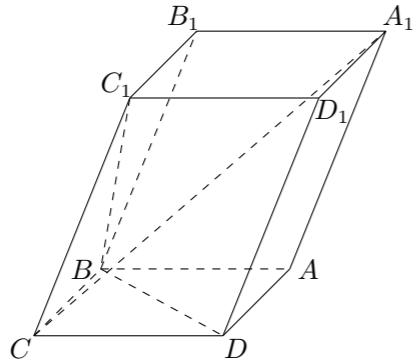
- (1) 求  $\overrightarrow{BN}$  的长;  
(2) 求  $\cos \langle \overrightarrow{BA_1}, \overrightarrow{CB_1} \rangle$  的值;  
(3) 求证  $A_1B \perp C_1M$ .



【乙】如图, 已知平行六面体  $ABCD-A_1B_1C_1D_1$  的底面  $ABCD$  上菱形, 且  $\angle C_1CB = \angle C_1CD = \angle BCD$ .

(1) 证明:  $C_1C \perp BD$ ;

(2) 当  $\frac{CD}{CC_1}$  的值为多少时, 能使  $A_1C \perp$  平面  $C_1BD$ ? 请给出证明.

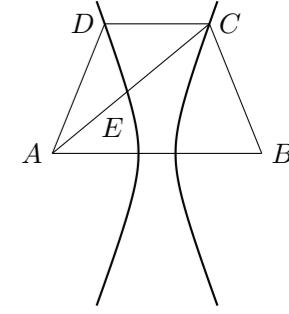


20. 设函数  $f(x) = \sqrt{x^2 + 1} - ax$ , 其中  $a > 0$ .

(1) 解不等式  $f(x) \leq 1$ ;

(2) 证明: 当  $a \geq 1$  时, 函数  $f(x)$  在区间  $[0, +\infty)$  上是单调函数.

22. 如图, 已知梯形  $ABCD$  中  $|AB| = 2|CD|$ , 点  $E$  分有向线段  $\overrightarrow{AC}$  所成的比为  $\lambda$ , 双曲线过  $C$ 、 $D$ 、 $E$  三点, 且以  $A$ 、 $B$  为焦点, 当  $\frac{2}{3} \leq \lambda \leq \frac{3}{4}$  时, 求双曲线离心率  $e$  的取值范围.



19. 设  $\{a_n\}$  为等差数列,  $S_n$  为数列  $\{a_n\}$  的前  $n$  项和, 已知  $S_7 = 7$ ,  $S_{15} = 75$ ,  $T_n$  为数列  $\left\{\frac{S_n}{n}\right\}$  的前  $n$  项和, 求  $T_n$ .

21. 用总长  $14.8$  m 的钢条制成一个长方体容器的框架, 如果所制做容器的底面的一边比另一边长  $0.5$  m, 那么高为多少时容器的容积最大? 并求出它的最大容积