

2006 年普通高等学校招生考试 (全国卷 II)

理科数学

一、选择题

1. 已知集合 $M = \{x|x < 3\}$, $N = \{x|\log_2 x > 1\}$, 则 $M \cap N =$ ()
 (A) \emptyset (B) $\{x|0 < x < 3\}$ (C) $\{x|1 < x < 3\}$ (D) $\{x|2 < x < 3\}$

2. 函数 $y = \sin 2x \cos 2x$ 的最小正周期是 ()
 (A) 2π (B) 4π (C) $\frac{\pi}{4}$ (D) $\frac{\pi}{2}$

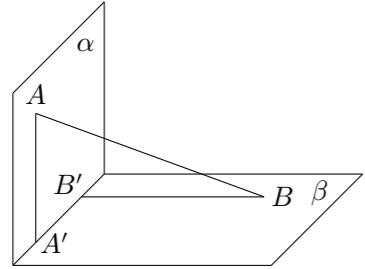
3. $\frac{3}{(1-i)^2} =$ ()
 (A) $\frac{3}{2}i$ (B) $-\frac{3}{2}i$ (C) i (D) $-i$

4. 过球的一条半径的中点, 作垂直于该半径的平面, 则所得截面的面积与球的表面积的比为 ()
 (A) $\frac{3}{16}$ (B) $\frac{9}{16}$ (C) $\frac{3}{8}$ (D) $\frac{9}{32}$

5. 已知 $\triangle ABC$ 的顶点 B, C 在椭圆 $\frac{x^2}{3} + y^2 = 1$ 上, 顶点 A 是椭圆的一个焦点, 且椭圆的另外一个焦点在 BC 边上, 则 $\triangle ABC$ 的周长是 ()
 (A) $2\sqrt{3}$ (B) 6 (C) $4\sqrt{3}$ (D) 12

6. 已知函数 $f(x) = \ln x + 1$ ($x > 0$), 则 $f(x)$ 的反函数为 ()
 (A) $y = e^{x+1}$ ($x \in \mathbf{R}$) (B) $y = e^{x-1}$ ($x \in \mathbf{R}$)
 (C) $y = e^{x+1}$ ($x > 1$) (D) $y = e^{x-1}$ ($x > 1$)

7. 如图, 平面 $\alpha \perp$ 平面 β , $A \in \alpha$, $B \in \beta$, AB 与两平面 α, β 所成的角分别为 $\frac{\pi}{4}$ 和 $\frac{\pi}{6}$. 过 A, B 分别作两平面交线的垂线, 垂足为 A', B' , 则 $AB : A'B' =$ ()



- (A) $2:1$ (B) $3:1$ (C) $3:2$ (D) $4:3$

8. 函数 $y = f(x)$ 的图象与函数 $g(x) = \log_2 x$ ($x > 0$) 的图象关于原点对称, 则 $f(x)$ 的表达式为 ()

- (A) $f(x) = \frac{1}{\log_2 x}$ ($x > 0$) (B) $f(x) = \frac{1}{\log_2(-x)}$ ($x < 0$)
 (C) $f(x) = -\log_2 x$ ($x > 0$) (D) $f(x) = -\log_2(-x)$ ($x < 0$)

9. 已知双曲线 $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ 的一条渐近线方程为 $y = \frac{4}{3}x$, 则双曲线的离心率为 ()
 (A) $\frac{5}{3}$ (B) $\frac{4}{3}$ (C) $\frac{5}{4}$ (D) $\frac{3}{2}$

10. 若 $f(\sin x) = 3 - \cos 2x$, 则 $f(\cos x) =$ ()

- (A) $3 - \cos 2x$ (B) $3 - \sin 2x$ (C) $3 + \cos 2x$ (D) $3 + \sin 2x$

11. 设 S_n 是等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和, 若 $\frac{S_3}{S_6} = \frac{1}{3}$, 则 $\frac{S_6}{S_{12}} =$ ()
 (A) $\frac{3}{10}$ (B) $\frac{1}{3}$ (C) $\frac{1}{8}$ (D) $\frac{1}{9}$

12. 函数 $\sum_{n=1}^{19} |x - n|$ 的最小值为 ()
 (A) 190 (B) 171 (C) 90 (D) 45

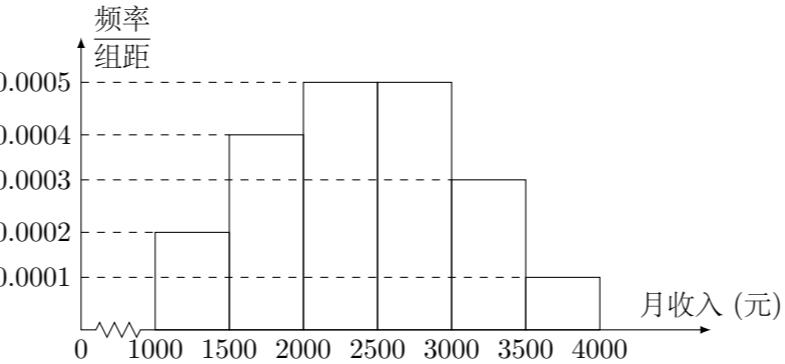
二、填空题

13. 在 $\left(x^4 + \frac{1}{x}\right)^{10}$ 的展开式中常数项是 _____. (用数字作答)

14. 已知 $\triangle ABC$ 的三个内角 A, B, C 成等差数列, 且 $AB = 1, BC = 4$, 则边 BC 上的中线 AD 的长为 _____.

15. 过点 $(1, \sqrt{2})$ 的直线 l 将圆 $(x-2)^2 + y^2 = 4$ 分成两段弧, 当劣弧所对的圆心角最小时, 直线 l 的斜率 $k =$ _____.

16. 一个社会调查机构就某地居民的月收入调查了 10000 人, 并根据所得数据画了样本的频率分布直方图 (如图). 为了分析居民的收入与年龄、学历、职业等方面的关系, 要从这 10000 人中再用分层抽样方法抽出 100 人作进一步调查, 则在 $[2500, 3000)$ (元) 月收入段应抽出 _____. 人.



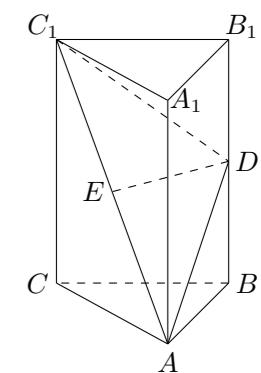
三、解答题

17. 已知向量 $\mathbf{a} = (\sin \theta, \sqrt{3})$, $\mathbf{b} = (1, \cos \theta)$, $-\frac{\pi}{2} < \theta < \frac{\pi}{2}$.

- (1) 若 $\mathbf{a} \perp \mathbf{b}$, 求 θ ;
 (2) 求 $|\mathbf{a} + \mathbf{b}|$ 的最大值.

18. 某批产品成箱包装, 每箱 5 件, 一用户在购进该批产品前先取出 3 箱, 再从每箱中任意取出 2 件产品进行检验. 设取出的第一, 二, 三箱中分别有 0 件, 1 件, 2 件二等品, 其余为一等品.

- (1) 用 ξ 表示抽检的 6 件产品中二等品的件数, 求 ξ 的分布列及 ξ 的数学期望;
 (2) 若抽检的 6 件产品中有 2 件或 2 件以上二等品, 用户就拒绝购买这批产品, 求这批产品被用户拒绝购买的概率.



19. 如图, 在直三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 中, $AB = BC, D, E$ 分别为 BB_1, AC_1 的中点.

- (1) 证明: ED 为异面直线 BB_1 与 AC_1 的公垂线;
 (2) 设 $AA_1 = AC = \sqrt{2}AB$, 求二面角 A_1-AD-C_1 的大小.

20. 设函数 $f(x) = (x+1)\ln(x+1)$. 若对所有的 $x \geq 0$, 都有 $f(x) \geq ax$ 成立, 求实数 a 的取值范围.
21. 已知抛物线 $x^2 = 4y$ 的焦点为 F , A, B 是抛物线上的两动点, 且 $\overrightarrow{AF} = \lambda \overrightarrow{FB}$ ($\lambda > 0$). 过 A, B 两点分别作抛物线的切线, 设其交点为 M .
- (1) 证明 $\overrightarrow{FM} \cdot \overrightarrow{AB}$ 为定值;
- (2) 设 $\triangle ABM$ 的面积为 S , 写出 $S = f(\lambda)$ 的表达式, 并求 S 的最小值.
22. 设数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n , 且方程 $x^2 - a_n x - a_n = 0$ 有一根为 $S_n - 1$, $n = 1, 2, 3, \dots$.
- (1) 求 a_1, a_2 ;
- (2) 求 $\{a_n\}$ 的通项公式.