

2009 年普通高等学校招生考试 (安徽卷)

理科数学

一、选择题

1. i 是虚数单位, 若 $\frac{1+7i}{2-i} = a+bi$ ($a, b \in \mathbb{R}$), 则乘积 ab 的值是 ()

- (A) -15 (B) -3 (C) 3 (D) 15

2. 若集合 $A = \{x|2x-1 < 3\}$, $B = \left\{x|\frac{2x+1}{3-x} < 0\right\}$, 则 $A \cap B$ 是 ()

- (A) $\left\{x|-1 < x < -\frac{1}{2} \text{ 或 } 2 < x < 3\right\}$
 (B) $\{x|2 < x < 3\}$
 (C) $\left\{x|-\frac{1}{2} < x < 2\right\}$
 (D) $\left\{x|-1 < x < -\frac{1}{2}\right\}$

3. 下列曲线中离心率为 $\frac{\sqrt{6}}{2}$ 的是 ()

- (A) $\frac{x^2}{2} - \frac{y^2}{4} = 1$ (B) $\frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{2} = 1$ (C) $\frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{6} = 1$ (D) $\frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{10} = 1$

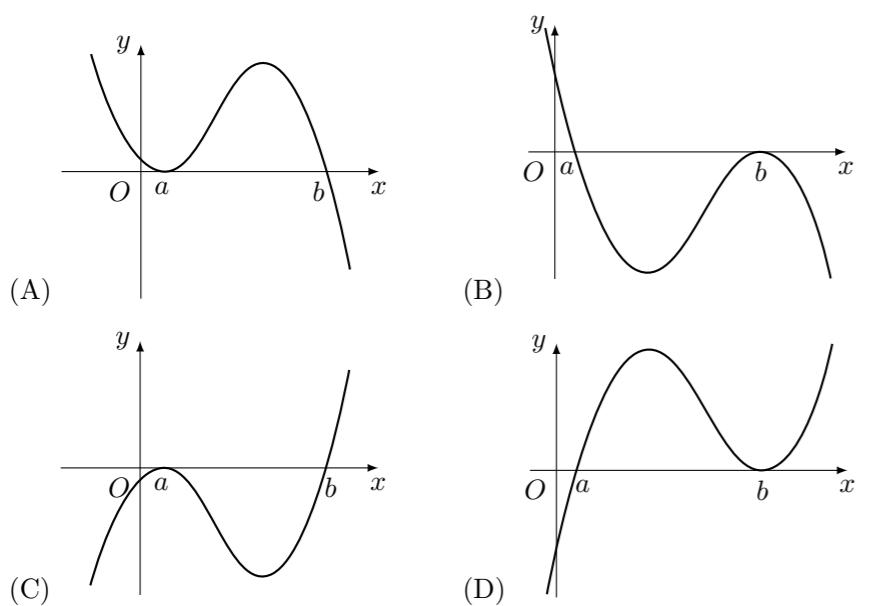
4. 下列选项中, p 是 q 的必要不充分条件的是 ()

- (A) $p: a+c > b+d$, $q: a > b$ 且 $c > d$
 (B) $p: a > 1$, $b > 1$, $q: f(x) = a^x - b$ ($a > 0$, 且 $a \neq 1$) 的图象不过第二象限
 (C) $p: x = 1$, $q: x^2 = x$
 (D) $p: a > 1$, $q: f(x) = \log_a x$ ($a > 0$, 且 $a \neq 1$) 在 $(0, +\infty)$ 上为增函数

5. 已知 $\{a_n\}$ 为等差数列, $a_1 + a_3 + a_5 = 105$, $a_2 + a_4 + a_6 = 99$. 以 S_n 表示 $\{a_n\}$ 的前 n 项和, 则使得 S_n 达到最大值的 n 是 ()

- (A) 21 (B) 20 (C) 19 (D) 18

6. 设 $a < b$, 函数 $y = (x-a)^2(x-b)$ 的图象可能是 ()



7. 若不等式组 $\begin{cases} x \geq 0 \\ x + 3y \geq 4 \\ 3x + y \leq 4 \end{cases}$ 所表示的平面区域被直线 $y = kx + \frac{4}{3}$ 分为面积相等的两部分, 则 k 的值是 ()

- (A) $\frac{7}{3}$ (B) $\frac{3}{7}$ (C) $\frac{4}{3}$ (D) $\frac{3}{4}$

8. 已知函数 $f(x) = \sqrt{3} \sin \omega x + \cos \omega x$ ($\omega > 0$), $y = f(x)$ 的图象与直线 $y = 2$ 的两个相邻交点的距离等于 π , 则 $f(x)$ 的单调递增区间是 ()

- (A) $\left[k\pi - \frac{\pi}{12}, k\pi + \frac{5\pi}{12}\right]$, $k \in \mathbb{Z}$ (B) $\left[k\pi + \frac{5\pi}{12}, k\pi + \frac{11\pi}{12}\right]$, $k \in \mathbb{Z}$
 (C) $\left[k\pi - \frac{\pi}{3}, k\pi + \frac{\pi}{6}\right]$, $k \in \mathbb{Z}$ (D) $\left[k\pi + \frac{\pi}{6}, k\pi + \frac{2\pi}{3}\right]$, $k \in \mathbb{Z}$

9. 已知函数 $f(x)$ 在 \mathbb{R} 上满足 $f(x) = 2f(2-x) - x^2 + 8x - 8$, 则曲线 $y = f(x)$ 在点 $(1, f(1))$ 处的切线方程是 ()

- (A) $y = 2x - 1$ (B) $y = x$ (C) $y = 3x - 2$ (D) $y = -2x + 3$

10. 考察正方体 6 个面的中心, 甲从这 6 个点中任意选两个点连成直线, 乙也从这 6 个点中任意选两个点连成直线, 则所得的两条直线相互平行但不重合的概率等于 ()

- (A) $\frac{1}{75}$ (B) $\frac{2}{75}$ (C) $\frac{3}{75}$ (D) $\frac{4}{75}$

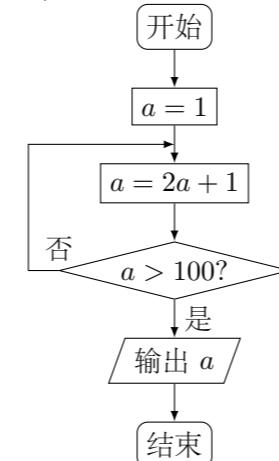
二、填空题

11. 若随机变量 $X \sim N(\mu, \sigma^2)$, 则 $P(X \leq \mu) =$ _____.

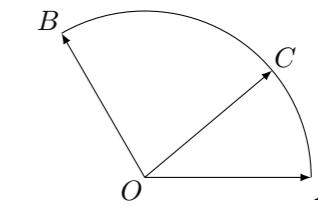
12. 以直角坐标系的原点为极点, x 轴的正半轴为极轴, 并在两种坐标系中取相同的长度单位. 已知直线的极坐标方程为 $\theta = \frac{\pi}{4}$ ($\rho \in \mathbb{R}$), 它与曲线

$$\begin{cases} x = 1 + 2 \cos \alpha \\ y = 2 + 2 \sin \alpha \end{cases} \quad (\alpha \text{ 为参数}) \text{ 相交于两点 } A \text{ 和 } B, \text{ 则 } |AB| = \text{_____}.$$

13. 程序框图 (即算法流程图) 如图所示, 其输出结果是 _____.



14. 给定两个长度为 1 的平面向量 \overrightarrow{OA} 和 \overrightarrow{OB} , 它们的夹角为 120° . 如图所示, 点 C 在以 O 为圆心的圆弧 \widehat{AB} 上变动. 若 $\overrightarrow{OC} = x\overrightarrow{OA} + y\overrightarrow{OB}$, 其中 $x, y \in \mathbb{R}$, 则 $x+y$ 的最大值是 _____.



15. 对于四面体 $ABCD$, 下列命题正确的是 _____. (写出所有正确命题的编号)

- ① 相对棱 AB 与 CD 所在的直线异面;
 ② 由顶点 A 作四面体的高, 其垂足是 $\triangle BCD$ 的三条高线的交点;
 ③ 若分别作 $\triangle ABC$ 和 $\triangle ABD$ 的边 AB 上的高, 则这两条高所在直线异面;
 ④ 分别作三组相对棱中点的连线, 所得的三条线段相交于一点;
 ⑤ 最长棱必有某个端点, 由它引出的另两条棱的长度之和大于最长棱.

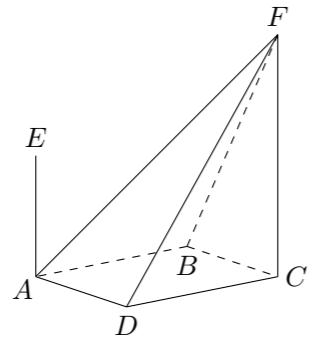
三、解答题

16. 在 $\triangle ABC$ 中, $\sin(C-A) = 1$, $\sin B = \frac{1}{3}$.

- (1) 求 $\sin A$ 的值;
 (2) 设 $AC = \sqrt{6}$, 求 $\triangle ABC$ 的面积.

17. 某地有 A, B, C, D 四人先后感染了甲型 H1N1 流感, 其中只有 A 到过疫区. B 肯定是受 A 感染的. 对于 C , 因为难以断定他是受 A 还是受 B 感染的, 于是假定他受 A 和受 B 感染的概率都是 $\frac{1}{2}$. 同样也假定 D 受 A , B 和 C 感染的概率都是 $\frac{1}{3}$. 在这种假定之下, B, C, D 中直接受 A 感染的人数 X 就是一个随机变量. 写出 X 的分布列 (不要求写出计算过程), 并求 X 的均值 (即数学期望).

18. 如图, 四棱锥 $F - ABCD$ 的底面 $ABCD$ 是菱形, 其对角线 $AC = 2$, $BD = \sqrt{2}$, AE 、 CF 都与平面 $ABCD$ 垂直, $AE = 1$, $CF = 2$.
- (1) 求二面角 $B - AF - D$ 的大小;
- (2) 求四棱锥 $E - ABCD$ 与四棱锥 $F - ABCD$ 公共部分的体积.



20. 点 $P(x_0, y_0)$ 在椭圆 $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($a > b > 0$) 上, $x_0 = a \cos \beta$, $y_0 = b \sin \beta$, $0 < \beta < \frac{\pi}{2}$. 直线 l_2 与直线 $l_1: \frac{x_0}{a^2}x + \frac{y_0}{b^2}y = 1$ 垂直, O 为坐标原点, 直线 OP 的倾斜角为 α , 直线 l_2 的倾斜角为 γ .
- (1) 证明: 点 P 是椭圆 $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ 与直线 l_1 的唯一交点;
- (2) 证明: $\tan \alpha, \tan \beta, \tan \gamma$ 构成等比数列.

19. 已知函数 $f(x) = x - \frac{2}{x} + a(2 - \ln x)$, ($a > 0$). 讨论 $f(x)$ 的单调性.

21. 首项为正数的数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_{n+1} = \frac{1}{4}(a_n^2 + 3)$, $n \in \mathbf{N}_+$.
- (1) 证明: 若 a_1 为奇数, 则对一切 $n \geq 2$, a_n 都是奇数;
- (2) 若对一切 $n \in \mathbf{N}_+$ 都有 $a_{n+1} > a_n$, 求 a_1 的取值范围.