

## 文科数学

## 一、选择题

1.  $i$  是虚数单位,  $i(1+i)$  等于 ( )

- (A)
- $1+i$
- (B)
- $-1-i$
- (C)
- $1-i$
- (D)
- $-1+i$

2. 若集合  $A = \{x | (2x+1)(x-3) < 0\}$ ,  $B = \{x \in \mathbf{N}_+ | x \leq 5\}$ , 则  $A \cap B$  是 ( )

- (A)
- $\{1, 2, 3\}$
- (B)
- $\{1, 2\}$
- (C)
- $\{4, 5\}$
- (D)
- $\{1, 2, 3, 4, 5\}$

3. 不等式组  $\begin{cases} x \geq 0 \\ x + 3y \geq 4 \\ 3x + y \leq 4 \end{cases}$  所表示的平面区域的面积等于 ( )

- (A)
- $\frac{3}{2}$
- (B)
- $\frac{2}{3}$
- (C)
- $\frac{4}{3}$
- (D)
- $\frac{3}{4}$

4. “ $a+c > b+d$ ”是“ $a>b$  且  $c>d$ ”的 ( )

- (A) 必要不充分条件 (B) 充分不必要条件
- 
- (C) 充分必要条件 (D) 既不充分也不必要条件

5. 已知  $\{a_n\}$  为等差数列,  $a_1 + a_3 + a_5 = 105$ ,  $a_2 + a_4 + a_6 = 99$ , 则  $a_{20}$  等于 ( )

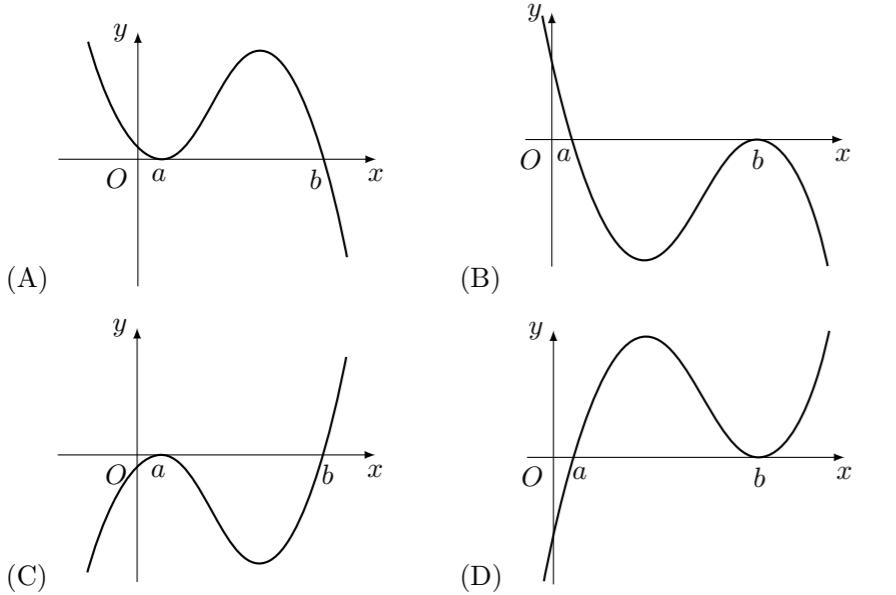
- (A) -1 (B) 1 (C) 3 (D) 7

6. 下列曲线中离心率为  $\frac{\sqrt{6}}{2}$  的是 ( )

- (A)
- $\frac{x^2}{2} - \frac{y^2}{4} = 1$
- (B)
- $\frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{2} = 1$
- (C)
- $\frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{6} = 1$
- (D)
- $\frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{10} = 1$

7. 直线  $l$  过点  $(-1, 2)$  且与直线  $2x - 3y + 4 = 0$  垂直, 则  $l$  的方程是 ( )

- (A)
- $3x + 2y - 1 = 0$
- (B)
- $3x + 2y + 7 = 0$
- 
- (C)
- $2x - 3y + 5 = 0$
- (D)
- $2x - 3y + 8 = 0$

8. 设  $a < b$ , 函数  $y = (x-a)^2(x-b)$  的图象可能是 ( )9. 设函数  $f(x) = \frac{\sin \theta}{3}x^3 + \frac{\sqrt{3}\cos \theta}{2}x^2 + \tan \theta$ , 其中  $\theta \in [0, \frac{5\pi}{12}]$ , 则导数  $f'(1)$  的取值范围是 ( )

- (A)
- $[-2, 2]$
- (B)
- $[\sqrt{2}, \sqrt{3}]$
- (C)
- $[\sqrt{3}, 2]$
- (D)
- $[\sqrt{2}, 2]$

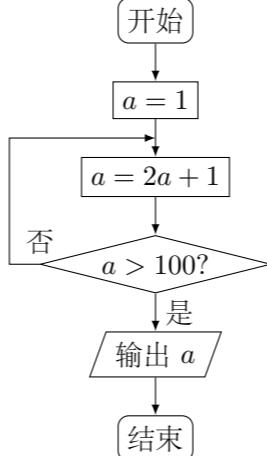
10. 考察正方体 6 个面的中心, 从中任意选 3 个点连成三角形, 再把剩下的 3 个点也连成三角形, 则所得的两个三角形全等的概率等于 ( )

- (A) 1 (B)
- $\frac{1}{2}$
- (C)
- $\frac{1}{3}$
- (D) 0

## 二、填空题

11. 在空间直角坐标系中, 已知点  $A(1, 0, 2)$ ,  $B(1, -3, 1)$ , 点  $M$  在  $y$  轴上, 且  $M$  到  $A$  与到  $B$  的距离相等, 则  $M$  的坐标是\_\_\_\_\_.

12. 程序框图 (即算法流程图) 如图所示, 其输出结果是\_\_\_\_\_.



13. 从长度分别为 2、3、4、5 的四条线段中任意取出三条, 则以这三条线段为边可以构成三角形的概率是\_\_\_\_\_.

14. 在平行四边形  $ABCD$  中,  $E$  和  $F$  分别是边  $CD$  和  $BC$  的中点. 若  $\overrightarrow{AC} = \lambda \overrightarrow{AE} + \mu \overrightarrow{AF}$ , 其中  $\lambda, \mu \in \mathbf{R}$ , 则  $\lambda + \mu =$ \_\_\_\_\_.15. 对于四面体  $ABCD$ , 下列命题正确的是\_\_\_\_\_. (写出所有正确命题的编号)

- ① 相对棱  $AB$  与  $CD$  所在的直线异面;  
 ② 由顶点  $A$  作四面体的高, 其垂足是  $\triangle BCD$  的三条高线的交点;  
 ③ 若分别作  $\triangle ABC$  和  $\triangle ABD$  的边  $AB$  上的高, 则这两条高所在直线异面;  
 ④ 任何三个面的面积之和都大于第四个面的面积;  
 ⑤ 分别作三组相对棱中点的连线, 所得的三条线段相交于一点.

## 三、解答题

16. 在  $\triangle ABC$  中,  $C-A=\frac{\pi}{2}$ ,  $\sin B=\frac{1}{3}$ .

- (1) 求
- $\sin A$
- 的值;
- 
- (2) 设
- $AC=\sqrt{6}$
- , 求
- $\triangle ABC$
- 的面积.

17. 某良种培育基地正在培育一种小麦新品种  $A$ , 将其与原有的一个优良品种  $B$  进行对照试验, 两种小麦各种植了 25 亩, 所得亩产数据 (单位: 千克) 如下:品种  $A$ : 357, 359, 367, 368, 375, 388, 392, 399, 400, 405, 412, 414, 415, 421, 423, 423, 427, 430, 430, 434, 443, 445, 451, 454.品种  $B$ : 363, 371, 374, 383, 385, 386, 391, 392, 394, 395, 397, 397, 400, 401, 401, 403, 406, 407, 410, 412, 415, 416, 422, 430.

(1) 完成所附的茎叶图;

(2) 用茎叶图处理现有的数据, 有什么优点?

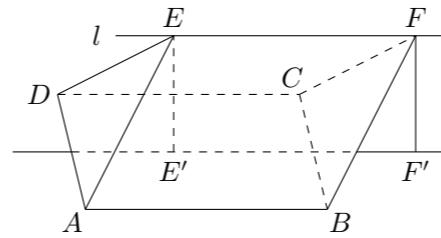
(3) 通过观察茎叶图, 对品种  $A$  与  $B$  的亩产量及其稳定性进行比较, 写出统计结论.

A	B
35	
36	
37	
38	
39	
40	
41	
42	
43	
44	
45	

18. 已知椭圆  $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$  ( $a > b > 0$ ) 的离心率为  $\frac{\sqrt{3}}{3}$ , 以原点为圆心、椭圆短半轴长为半径的圆与直线  $y = x + 2$  相切.  
 (1) 求  $a$  与  $b$ ;  
 (2) 设该椭圆的左、右焦点分别为  $F_1$  和  $F_2$ , 直线  $l_1$  过  $F_2$  且与  $x$  轴垂直, 动直线  $l_2$  与  $y$  轴垂直, 交  $l_1$  于点  $P$ . 求线段  $PF_1$  的垂直平分线与  $l_2$  的交点  $M$  的轨迹方程, 并指明曲线类型.

20. 如图,  $ABCD$  的边长为 2 的正方形, 直线  $l$  与平面  $ABCD$  平行,  $E$  和  $F$  是  $l$  上的两个不同点, 且  $EA = ED$ ,  $FB = FC$ .  $E'$  和  $F'$  是平面  $ABCD$  内的两点,  $EE'$  和  $FF'$  都与平面  $ABCD$  垂直.  
 (1) 证明: 直线  $E'F'$  垂直且平分线段  $AD$ ;  
 (2) 若  $\angle EAD = \angle EAB = 60^\circ$ ,  $EF = 2$ , 求多面体  $ABCDEF$  的体积.

21. 已知函数  $f(x) = x - \frac{2}{x} + 1 - a \ln x$ ,  $a > 0$ .  
 (1) 讨论  $f(x)$  的单调性;  
 (2) 设  $a = 3$ , 求  $f(x)$  在区间  $[1, e^2]$  上值域, 其中  $e = 0.71828\cdots$  是自然对数的底数.



19. 已知数列  $\{a_n\}$  的前  $n$  项和  $S_n = 2n^2 + 2n$ , 数列  $\{b_n\}$  的前  $n$  项和  $T_n = 2 - b_n$ .  
 (1) 求数列  $\{a_n\}$  与  $\{b_n\}$  的通项公式;  
 (2) 设  $c_n = a_n^2 \cdot b_n$ , 证明: 当且仅当  $n \geq 3$  时,  $c_{n+1} < c_n$ .