

2002 年普通高等学校招生考试 (大纲卷)

理科数学

一、选择题

1. 圆  $(x-1)^2 + y^2 = 1$  的圆心到直线  $y = \frac{\sqrt{3}}{3}x$  的距离是 ( )

- (A)  $\frac{1}{2}$  (B)  $\frac{\sqrt{3}}{2}$  (C) 1 (D)  $\sqrt{3}$

2. 复数  $\left(\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i\right)^3$  的值是 ( )

- (A)  $-i$  (B)  $i$  (C)  $-1$  (D) 1

3. 不等式  $(1+x)(1-|x|) > 0$  的解集是 ( )

- (A)  $\{x | 0 \leq x < 1\}$  (B)  $\{x | x < 0 \text{ 且 } x \neq -1\}$   
(C)  $\{x | -1 < x < 1\}$  (D)  $\{x | x < 1 \text{ 且 } x \neq -1\}$

4. 在  $(0, 2\pi)$  内, 使  $\sin x > \cos x$  成立的  $x$  的取值范围是 ( )

- (A)  $\left(\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{2}\right) \cup \left(\pi, \frac{5\pi}{4}\right)$  (B)  $\left(\frac{\pi}{4}, \pi\right)$   
(C)  $\left(\frac{\pi}{4}, \frac{5\pi}{4}\right)$  (D)  $\left(\frac{\pi}{4}, \pi\right) \cup \left(\frac{5\pi}{4}, \frac{3\pi}{2}\right)$

5. 设集合  $M = \left\{x \mid x = \frac{k}{2} + \frac{1}{4}, k \in \mathbf{Z}\right\}$ ,  $N = \left\{x \mid x = \frac{k}{4} + \frac{1}{2}, k \in \mathbf{Z}\right\}$ , 则 ( )

- (A)  $M = N$  (B)  $M \subseteq N$  (C)  $M \supseteq N$  (D)  $M \cap N = \emptyset$

6. 点  $P(1, 0)$  到曲线  $\begin{cases} x = t^2 \\ y = 2t \end{cases}$  (其中参数  $t \in \mathbf{R}$ ) 上的点的最短距离为 ( )

- (A) 0 (B) 1 (C)  $\sqrt{2}$  (D) 2

7. 一个圆锥和一个半球有公共底面, 如果圆锥的体积恰好与半球的体积相等, 那么这个圆锥轴截面顶角的余弦值是 ( )

- (A)  $\frac{3}{4}$  (B)  $\frac{4}{5}$  (C)  $\frac{3}{5}$  (D)  $-\frac{3}{5}$

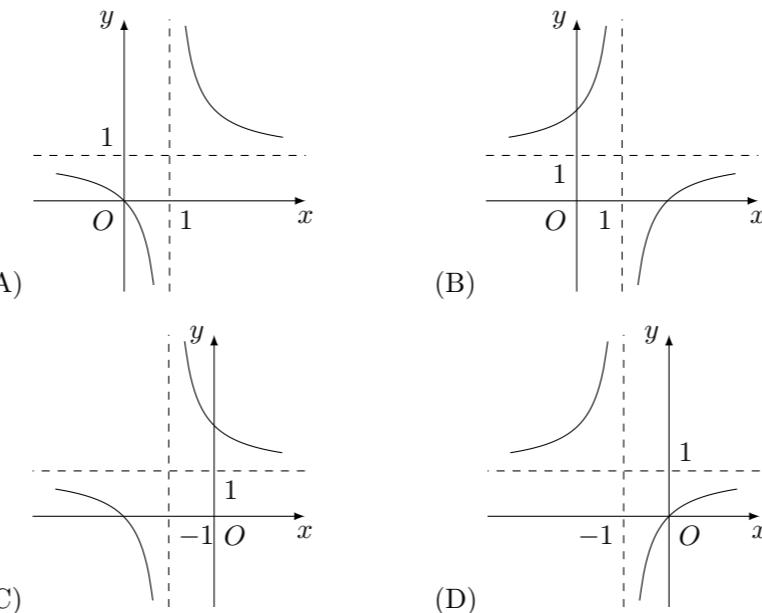
8. 正六棱柱  $ABCDEF-A_1B_1C_1D_1E_1F_1$  的底面边长为 1, 侧棱长为  $\sqrt{2}$ , 则这个棱柱侧面对角线  $E_1D$  与  $BC_1$  所成的角是 ( )

- (A)  $90^\circ$  (B)  $60^\circ$  (C)  $45^\circ$  (D)  $30^\circ$

9. 函数  $y = x^2 + bx + c$ ,  $x \in [0, +\infty)$  是单调函数的充要条件是 ( )

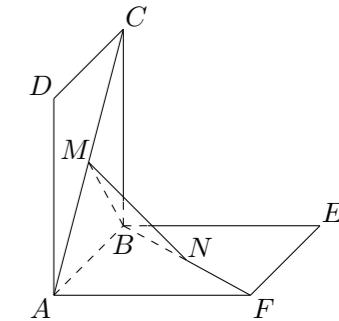
- (A)  $b \geq 0$  (B)  $b \leq 0$  (C)  $b > 0$  (D)  $b < 0$

10. 函数  $y = 1 - \frac{1}{x-1}$  的图象是 ( )



18. 如图, 正方形  $ABCD$ 、 $ABEF$  的边长都是 1, 而且平面  $ABCD$ 、 $ABEF$  互相垂直. 点  $M$  在  $AC$  上移动, 点  $N$  在  $BF$  上移动, 若  $CM = BN = a$  ( $0 < a < \sqrt{2}$ ).

- (1) 求  $MN$  的长;  
(2)  $a$  为何值时,  $MN$  的长最小;  
(3) 当  $MN$  的长最小时, 求面  $MNA$  与面  $MNB$  所成二面角  $\alpha$  的大小.



11. 从正方体的 6 个面中选取 3 个面, 其中有 2 个面不相邻的选法共有 ( )

- (A) 8 种 (B) 12 种 (C) 16 种 (D) 20 种

12. 据 2002 年 3 月 5 日九届人大五次会议《政府工作报告》: “2001 年国内生产总值达到 95933 亿元, 比上年增长 7.3%”, 如果“十·五”期间 (2001 年 – 2005 年) 每年的国内生产总值都按此年增长率增长, 那么到“十·五”末我国国内生产总值约为 ( )

- (A) 115000 亿元 (B) 120000 亿元 (C) 127000 亿元 (D) 135000 亿元

二、填空题

13. 函数  $y = a^x$  在  $[0, 1]$  上的最大值与最小值这和为 3, 则  $a = \underline{\hspace{2cm}}$ .

14. 椭圆  $5x^2 + ky^2 = 5$  的一个焦点是  $(0, 2)$ , 那么  $k = \underline{\hspace{2cm}}$ .

15.  $(x^2 + 1)(x - 2)^7$  展开式中  $x^3$  的系数是  $\underline{\hspace{2cm}}$ .

16. 已知  $f(x) = \frac{x^2}{1+x^2}$ , 那么  $f(1) + f(2) + f\left(\frac{1}{2}\right) + f(3) + f\left(\frac{1}{3}\right) + f(4) + f\left(\frac{1}{4}\right) = \underline{\hspace{2cm}}$ .

三、解答题

17. 已知  $\sin^2 2\alpha + \sin 2\alpha \cos \alpha - \cos 2\alpha = 1$ ,  $\alpha \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right)$ , 求  $\sin \alpha$ 、 $\tan \alpha$  的值.

19. 设点  $P$  到点  $(-1, 0)$ 、 $(1, 0)$  距离之差为  $2m$ , 到  $x$ 、 $y$  轴的距离之比为 2, 求  $m$  的取值范围.

20. 某城市 2001 年末汽车保有量为 30 万辆, 预计此后每年报废上一年末汽车保有量的 6%, 并且每年新增汽车数量相同. 为保护城市环境, 要求该城市汽车保有量不超过 60 万辆, 那么每年新增汽车数量不应超过多少辆?
21. 设  $a$  为实数, 函数  $f(x) = x^2 + |x - a| + 1, x \in \mathbf{R}$ .
- (1) 讨论  $f(x)$  的奇偶性;
  - (2) 求  $f(x)$  的最小值.

22. 设数列  $\{a_n\}$  满足:  $a_{n+1} = a_n^2 - na_n + 1, n = 1, 2, 3, \dots$ .
- (1) 当  $a_1 = 2$  时, 求  $a_2, a_3, a_4$  并由此猜测  $a_n$  的一个通项公式;
  - (2) 当  $a_1 \geq 3$  时, 证明对所有的  $n \geq 1$ , 有
    - ①  $a_n \geq n + 2$ ;
    - ②  $\frac{1}{1+a_1} + \frac{1}{1+a_2} + \frac{1}{1+a_3} + \dots + \frac{1}{1+a_n} \leq \frac{1}{2}$ .