

文科数学

一、选择题

1. 设集合 $U = \{1, 2, 3, 4, 5\}$, $A = \{1, 2, 3\}$, $B = \{2, 3, 4\}$, 则 $\complement_U(A \cap B) =$ ()
(A) $\{2, 3\}$ (B) $\{1, 4, 5\}$ (C) $\{4, 5\}$ (D) $\{1, 5\}$
2. 函数 $y = \ln(2x + 1) \left(x > -\frac{1}{2}\right)$ 的反函数是 ()
(A) $y = \frac{1}{2}e^x - 1 \ (x \in \mathbf{R})$ (B) $y = e^{2x} - 1 \ (x \in \mathbf{R})$
(C) $y = \frac{1}{2}(e^x - 1) \ (x \in \mathbf{R})$ (D) $y = e^{\frac{x}{2}} - 1 \ (x \in \mathbf{R})$
3. 设平面向量 $\mathbf{a} = (3, 5)$, $\mathbf{b} = (-2, 1)$, 则 $\mathbf{a} - 2\mathbf{b} =$ ()
(A) $(7, 3)$ (B) $(7, 7)$ (C) $(1, 7)$ (D) $(1, 3)$
4. $(\tan x + \cot x) \cos^2 x =$ ()
(A) $\tan x$ (B) $\sin x$ (C) $\cos x$ (D) $\cot x$
5. 不等式 $|x^2 - x| < 2$ 的解集为 ()
(A) $(-1, 2)$ (B) $(-1, 1)$ (C) $(-2, 1)$ (D) $(-2, 2)$
6. 直线 $y = 3x$ 绕原点逆时针旋转 90° , 再向右平移 1 个单位, 所得到的直线为 ()
(A) $y = -\frac{1}{3}x + \frac{1}{3}$ (B) $y = -\frac{1}{3}x + 1$ (C) $y = 3x - 3$ (D) $y = 3x + 1$
7. $\triangle ABC$ 的三个内角 A 、 B 、 C 的对边边长分别是 a 、 b 、 c . 若 $a = \frac{\sqrt{5}}{2}b$, $A = 2B$, 则 $\cos B =$ ()
(A) $\frac{\sqrt{5}}{3}$ (B) $\frac{\sqrt{5}}{4}$ (C) $\frac{\sqrt{5}}{5}$ (D) $\frac{\sqrt{5}}{6}$
8. 设 M 是球 O 的半径 OP 的中点, 分别过 M 、 O 作垂直于 OP 的平面, 截球面得到两个圆, 则这两个圆的面积比值为 ()
(A) $\frac{1}{4}$ (B) $\frac{1}{2}$ (C) $\frac{2}{3}$ (D) $\frac{3}{4}$
9. 设定义在 \mathbf{R} 上的函数 $f(x)$ 满足 $f(x) \cdot f(x + 2) = 13$, 若 $f(1) = 2$, 则 $f(99) =$ ()
(A) 13 (B) 2 (C) $\frac{13}{2}$ (D) $\frac{2}{13}$
10. 设直线 $l \subset$ 平面 α , 过平面 α 外一点 A 与 l , α 都成 30° 角的直线有且只有 ()
(A) 1 条 (B) 2 条 (C) 3 条 (D) 4 条
11. 已知双曲线 $C: \frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{16} = 1$ 的左、右焦点分别为 F_1 、 F_2 , P 为 C 的右支上一点, 且 $|PF_2| = |F_1F_2|$, 则 $\triangle PF_1F_2$ 的面积等于 ()
(A) 24 (B) 36 (C) 48 (D) 96

12. 若三棱柱的一个侧面是边长为 2 的正方形, 另外两个侧面都是有一个内角为 60° 的菱形, 则该棱柱的体积为 ()
(A) $\sqrt{2}$ (B) $2\sqrt{2}$ (C) $3\sqrt{2}$ (D) $4\sqrt{2}$

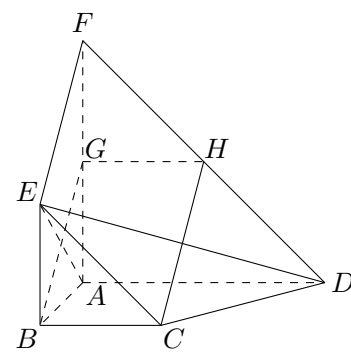
二、填空题

13. $(1 + 2x)^3(1 - x)^4$ 展开式中 x 的系数为_____.
14. 已知直线 $l: x - y + 4 = 0$ 与圆 $C: (x - 1)^2 + (y - 1)^2 = 2$, 则 C 上各点到 l 的距离的最小值为_____.
15. 从甲、乙等 10 名同学中挑选 4 名参加某项公益活动, 要求甲、乙中至少有 1 人参加, 则不同的挑选方法有_____种.
16. 设数列 $\{a_n\}$ 中, $a_1 = 2$, $a_{n+1} = a_n + n + 1$, 则通项 $a_n =$ _____.

三、解答题

17. 求函数 $y = 7 - 4\sin x \cos x + 4\cos^2 x - 4\cos^4 x$ 的最大值与最小值.

18. 设进入某商场的每一位顾客购买甲种商品的概率为 0.5, 购买乙种商品的概率为 0.6, 且购买甲种商品与购买乙种商品相互独立, 各顾客之间购买商品是相互独立的.
(1) 求进入商场的 1 位顾客购买甲、乙两种商品中的一种的概率;
(2) 求进入该商场的 3 位顾客中, 至少有 2 位顾客既未购买甲种也未购买乙种商品的概率.



19. 如图, 平面 $ABEF \perp$ 平面 $ABCD$, 四边形 $ABEF$ 与 $ABCD$ 都是直角梯形, $\angle BAD = \angle FAB = 90^\circ$, $BC \underline{\underline{\parallel}} \frac{1}{2}AD$, $BE \underline{\underline{\parallel}} \frac{1}{2}AF$, G 、 H 分别是 FA 、 FD 的中点.
(1) 证明: 四边形 $BCHG$ 是平行四边形;
(2) C 、 D 、 E 、 F 四点是否共面? 为什么?
(3) 设 $AB = BE$. 证明: 平面 $ADE \perp$ 平面 CDE .

20. 设 $x = 1$ 和 $x = 2$ 是函数 $f(x) = x^5 + ax^3 + bx + 1$ 的两个极值点.
- (1) 求 a 和 b 的值;
 - (2) 求 $f(x)$ 的单调区间.

21. 已知数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和 $S_n = 2a_n - 2^n$.
- (1) 求 a_3, a_4 ;
 - (2) 证明: 数列 $\{a_{n+1} - 2a_n\}$ 是等比数列;
 - (3) 求 $\{a_n\}$ 的通项公式.

22. 设椭圆 $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($a > b > 0$) 的左、右焦点分别为 F_1 、 F_2 , 离心率 $e = \frac{\sqrt{2}}{2}$, 点 F_2 到右准线 l 的距离为 $\sqrt{2}$.
- (1) 求 a 、 b 的值;
 - (2) 设 M 、 N 是右准线 l 上两个动点, 满足 $\overrightarrow{F_1M} \cdot \overrightarrow{F_2M} = 0$. 证明: 当 $|\overrightarrow{MN}|$ 取最小值时, $\overrightarrow{F_2F_1} + \overrightarrow{F_2M} + \overrightarrow{F_2N} = \mathbf{0}$.