2009 年普通高等学校招生考试（琼、宁卷）

# 文科数学

## 一、选择题

1. 已知集合 $A=\{1,3,5,7,9\}$, $B=\{0,3,6,9,12\}$, 则 $A\cap B=$ （ ）

(A) $\{3,5\}$ (B) $\{3,6\}$ (C) $\{3,7\}$ (D) $\{3,9\}$

2. 复数 $\dfrac{3+2\mathrm{i}}{2-3\mathrm{i}}=$ （ ）

(A) 1 (B) $-1$ (C) i (D) $-$i

3. 对变量 $x$, $y$ 有观测数据 $(x_i,\,y_i)$ $(i=1,\,2,\,\cdots,\,10)$, 得散点图 1; 对变量 $u$, $v$ 有观测数据 $(u_i,\,v_i)$ $(i=1,\,2,\,\cdots,\,10)$, 得散点图 2. 由这两个散点图可以判断 （ ）

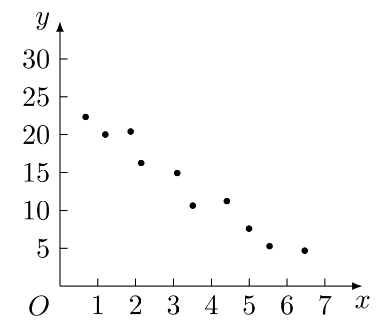


图 1

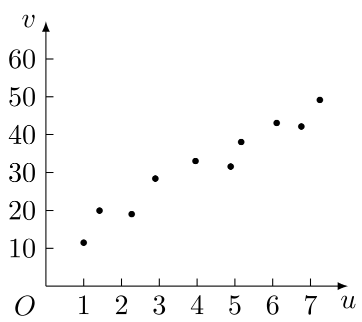


图 2

(A) 变量 $x$ 与 $y$ 正相关, $u$ 与 $v$ 正相关

(B) 变量 $x$ 与 $y$ 正相关, $u$ 与 $v$ 负相关

(C) 变量 $x$ 与 $y$ 负相关, $u$ 与 $v$ 正相关

(D) 变量 $x$ 与 $y$ 负相关, $u$ 与 $v$ 负相关

4. 有四个关于三角函数的命题:

$p_1$: $\exists x\in\mathbf{R}$, $\sin^2\dfrac{x}{2}+\cos^2\dfrac{x}{2}=\dfrac{1}{2}$;

$p_2$: $\exists x,\,y\in\mathbf{R}$, $\sin(x-y)=\sin x-\sin y$;

$p_3$: $\forall x\in[0,\pi]$, $\sqrt{\dfrac{1-\cos 2x}{2}}=\sin x$;

$p_4$: $\sin x=\cos y\Rightarrow x+y=\dfrac{\pi}{2}$.

其中假命题的是 （ ）

(A) $p_1$, $p_4$ (B) $p_2$, $p_4$ (C) $p_1$, $p_3$ (D) $p_2$, $p_3$

5. 已知圆 $C_1$: $(x+1)^2+(y-1)^2=1$, 圆 $C_2$ 与圆 $C_1$ 关于直线 $x-y-1=0$ 对称, 则圆 $C_2$ 的方程为 （ ）

(A) $(x+2)^2+(y-2)^2=1$ (B) $(x-2)^2+(y+2)^2=1$

(C) $(x+2)^2+(y+2)^2=1$ (D) $(x-2)^2+(y-2)^2=1$

6. 设 $x$, $y$ 满足 $\begin{cases}2x+y\geqslant 4\\ x-y\geqslant -1\\ x-2y\leqslant 2\end{cases}$ , 则 $z=x+y$ （ ）

(A) 有最小值 2, 最大值 3 (B) 有最小值 2, 无最大值

(C) 有最大值 3, 无最小值 (D) 既无最小值, 也无最大值

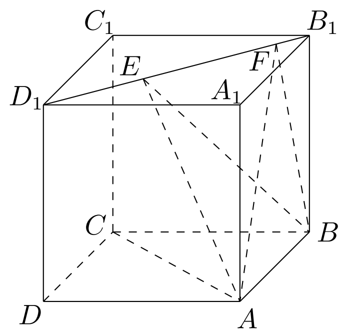
7. 已知 $\boldsymbol{a}=(-3,2)$, $\boldsymbol{b}=(-1,0)$, 向量 $\lambda\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}$ 与 $\boldsymbol{a}-2\boldsymbol{b}$ 垂直, 则实数 $\lambda$ 的值为 （ ）

(A) $-\dfrac{1}{7}$ (B) $\dfrac{1}{7}$ (C) $-\dfrac{1}{6}$ (D) $\dfrac{1}{6}$

8. 等差数列 $\{a_n\}$ 前 $n$ 项和为 $S_n$. 已知 $a_{m-1}+a_{m+1}-a_m^2=0$, $S_{2m-1}=38$, 则 $m=$ （ ）

(A) 38 (B) 20 (C) 10 (D) 9

9. 如图, 正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 的棱线长为 1, 线段 $B_1D_1$ 上有两个动点 $E$, $F$, 且 $EF=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$, 则下列结论中错误的是 （ ）



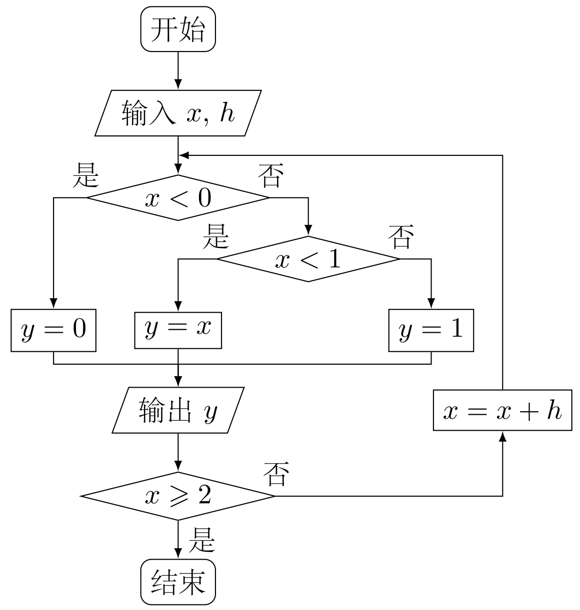
(A) $AC\perp BE$

(B) $EF\,/\!/$ 平面 $ABCD$

(C) 三棱锥 $A-BEF$ 的体积为定值

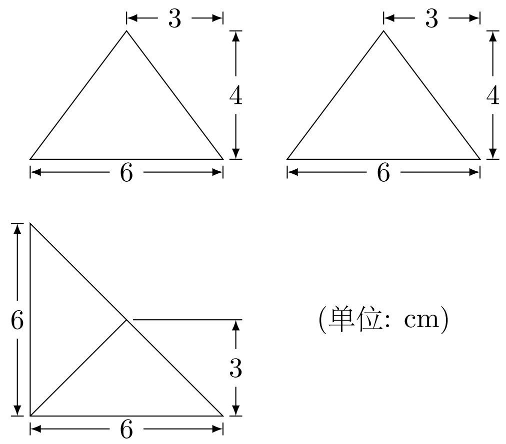
(D) 异面直线 $AE$, $BF$ 所成的角为定值

10. 如果执行如图的程序框图, 输入 $x=-2$, $h=0.5$, 那么输出的各个数的和等于 （ ）




(A) 3 (B) 3.5 (C) 4 (D) 4.5

11. 一个棱锥的三视图如图, 则该棱锥的全面积 (单位: $\mathrm{cm}^2$) 为 （ ）



(单位: cm)

(A) $48+12\sqrt{2}$ (B) $48+24\sqrt{2}$ (C) $36+12\sqrt{2}$ (D) $36+24\sqrt{2}$

12. 用 $\min\{a,b,c\}$ 表示 $a$, $b$, $c$ 三个数中的最小值. 设 $f(x)=\min\{2^x,x+2,10-x\}$ $(x\geqslant 0)$, 则 $f(x)$ 的最大值为 （ ）

(A) 4 (B) 5 (C) 6 (D) 7

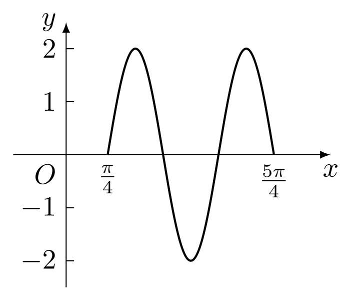
## 二、填空题

13. 曲线 $y=x\mathrm{e}^x+2x+1$ 在点 $(0,1)$ 处的切线方程为______.

14. 已知抛物线 $C$ 的顶点坐标为原点, 焦点在 $x$ 轴上, 直线 $y=x$ 与抛物线 $C$ 交于 $A$, $B$ 两点, 若 $P(2,2)$ 为 $AB$ 的中点, 则抛物线 $C$ 的方程为______.

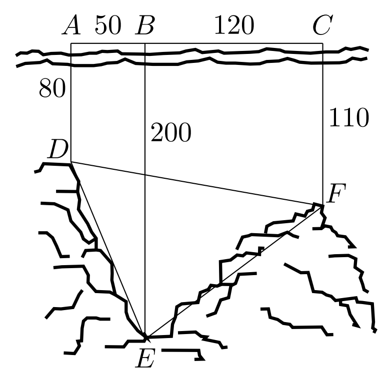
15. 等比数列$a_n$ 的公比 $q>0$, 已知 $a_2=1$, $a_{n+2}+a_{n+1}=6a_n$, 则 $a_n$ 的前 4 项和 $S_4=$______.

16. 已知函数 $f(x)=2\sin(\omega x+\varphi)$ 的图象如图所示, 则 $f\left(\dfrac{7\pi}{12}\right)=$______.



## 三、解答题

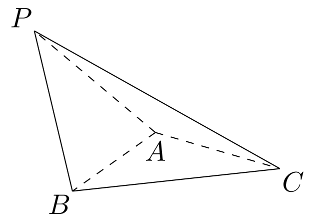
17. 如图, 为了解某海域海底构造, 在海平面内一条直线上的 $A$, $B$, $C$ 三点进行测量, 已知 $AB=50$ m, $BC=120$ m, 于 $A$ 处测得水深 $AD=80$ m, 于 $B$ 处测得水深 $BE=200$ m, 于 $C$ 处测得水深 $CF=110$ m, 求 $\angle DEF$ 的余弦值.



18. 如图, 在三棱锥 $P-ABC$ 中, $\triangle PAB$ 是等边三角形, $\angle PAC=\angle PBC=90^\circ$.

(1) 求证: $AB\perp PC$;

(2) 若 $PC=4$, 且平面 $PAC\perp$ 平面 $PBC$, 求三棱锥 $P-ABC$ 体积.




19. 某工厂有工人 1000 名, 其中 250 名工人参加过短期培训 (称为 $A$ 类工人), 另外 750 名工人参加过长期培训 (称为 $B$ 类工人), 现用分层抽样方法 (按 $A$ 类、$B$ 类分二层) 从该工厂的工人中共抽查 100 名工人, 调查他们的生产能力 (此处生产能力指一天加工的零件数).

(1) 求甲、乙两工人都被抽到的概率, 其中甲为 $A$ 类工人, 乙为 $B$ 类工人;

(2) 从 $A$ 类工人中的抽查结果和从 $B$ 类工人中的抽插结果分别如下表 1 和表 2.

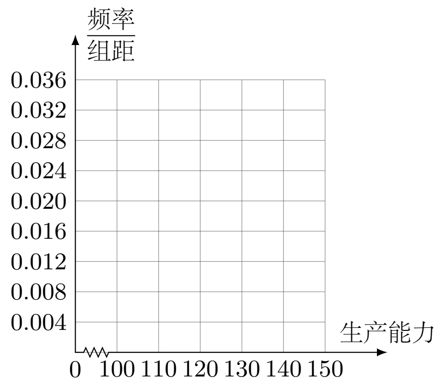
表 1:

| 生产能力分组 | $[100,110)$ | $[110,120)$ | $[120,130)$ | $[130,140)$ | $[140,150)$ |
|---|---|---|---|---|---|
| 人数 | 4 | 8 | $x$ | 5 | 3 |

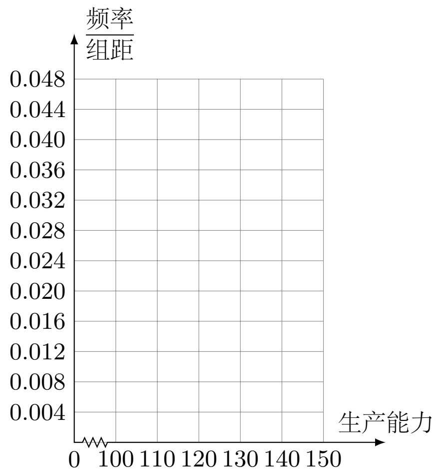
表 2:

| 生产能力分组 | $[110,120)$ | $[120,130)$ | $[130,140)$ | $[140,150)$ |
|---|---|---|---|---|
| 人数 | 6 | $y$ | 36 | 18 |

① 先确定 $x$, $y$, 再在答题纸上完成下列频率分布直方图. 就生产能力而言, $A$ 类工人中个体间的差异程度与 $B$ 类工人中个体间的差异程度哪个更小? (不用计算, 可通过观察直方图直接回答结论)



$A$ 类工人生产能力的频率分布直方图



$B$ 类工人生产能力的频率分布直方图

② 分别估计 $A$ 类工人和 $B$ 类工人生产能力的平均数, 并估计该工厂工人的生产能力的平均数. (同一组中的数据用该组区间的中点值作代表)

20. 已知椭圆 $C$ 的中心为直角坐标系 $xOy$ 的原点, 焦点在 $x$ 轴上, 它的一个顶点到两个焦点的距离分别是 7 和 1.

(1) 求椭圆 $C$ 的方程;

(2) 若 $P$ 为椭圆 $C$ 上的动点, $M$ 为过 $P$ 且垂直于 $x$ 轴的直线上的点, $\dfrac{|OP|}{|OM|}=e$ ($e$ 为椭圆 $C$ 的离心率), 求点 $M$ 的轨迹方程, 并说明轨迹是什么曲线.

21. 已知函数 $f(x)=x^3-3ax^2-9a^2x+a^3$.

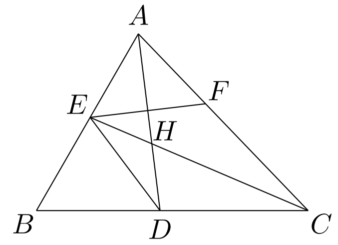
(1) 设 $a=1$, 求函数 $f(x)$ 的极值;

(2) 若 $a>\dfrac{1}{4}$, 且当 $x\in[1,4a]$ 时, $|f'(x)|\leqslant 12a$ 恒成立, 试确定 $a$ 的取值范围.

22. 如图, 已知 $\triangle ABC$ 的两条角平分线 $AD$ 和 $CE$ 相交于 $H$, $\angle B=60^\circ$, $F$ 在 $AC$ 上, 且 $AE=AF$.

(1) 证明: 证明: $B$, $D$, $H$, $E$ 四点共圆;

(2) 证明: $CE$ 平分 $\angle DEF$.




23. 已知曲线 $C_1$: $\begin{cases}x=-4+\cos t\\ y=3+\sin t\end{cases}$ ($t$ 为参数), $C_2$: $\begin{cases}x=8\cos\theta\\ y=3\sin\theta\end{cases}$ ($\theta$ 为参数).

(1) 化 $C_1$, $C_2$ 的方程为普通方程, 并说明它们分别表示什么曲线

(2) 若 $C_1$ 上的点 $P$ 对应的参数为 $t=\dfrac{\pi}{2}$, $Q$ 为 $C_2$ 上的动点, 求 $PQ$ 中点 $M$ 到直线 $C_3$: $\begin{cases}x=3+2t\\ y=-2+t\end{cases}$ ($t$ 为参数) 距离的最小值.

24. 如图, $O$ 为数轴的原点, $A$, $B$, $M$ 为数轴上三点, $C$ 为线段 $OM$ 上的动点, 设 $x$ 表示 $C$ 与原点的距离, $y$ 表示 $C$ 到 $A$ 距离 4 倍与 $C$ 到 $B$ 距离的 6 倍的和.

(1) 将 $y$ 表示成 $x$ 的函数;

(2) 要使 $y$ 的值不超过 70, $x$ 应该在什么范围内取值?