2008 年普通高等学校招生考试（陕西卷）

理科数学

一、选择题

1. 复数 $\dfrac{i(2+i)}{1-2i}$ 等于 ( )

(A) i (B) $-i$ (C) 1 (D) -1

2. 已知全集 $U=\{1,2,3,4,5\}$, 集合 $A=\{x|x^2-3x+2=0\}$, $B=\{x|x=2a, a\in A\}$, 则集合 $\complement_U(A\cup B)$ 中元素的个数为 ( )

(A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4

3. $\triangle ABC$ 的内角 A, B, C 的对边分别为 a, b, c. 若 $c=\sqrt{2}$, $b=\sqrt{6}$, $B=120^\circ$, 则 a 等于 ( )

(A) $\sqrt{6}$ (B) 2 (C) $\sqrt{3}$ (D) $\sqrt{2}$

4. 已知 $\{a_n\}$ 是等差数列, $a_1+a_2=4$, $a_7+a_8=28$, 则该数列前 10 项和 S_{10} 等于 ( )

(A) 64 (B) 100 (C) 110 (D) 120

5. 直线 $\sqrt{3}x-y+m=0$ 与圆 $x^2+y^2-2x-2=0$ 相切, 则实数 m 等于( )

(A) $\sqrt{3}$ 或 $-\sqrt{3}$ (B) $-\sqrt{3}$ 或 $3\sqrt{3}$ (C) $-3\sqrt{3}$ 或 $\sqrt{3}$ (D) $-3\sqrt{3}$ 或 $3\sqrt{3}$

6. "$a=\dfrac{1}{8}$"是"对任意的正数 x, $2x+\dfrac{a}{x}\geqslant 1$"的 ( )

(A) 充分不必要条件 (B) 必要不充分条件

(C) 充要条件 (D) 既不充分也不必要条件

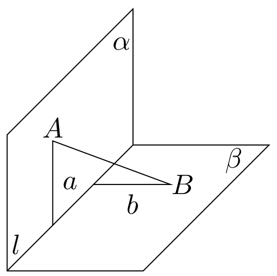
7. 已知函数 $f(x)=2^{x+3}$, $f^{-1}(x)$ 是 $f(x)$ 的反函数, 若 $mn=16$ $(m,n\in\mathbf{R}^+)$, 则 $f^{-1}(m)+f^{-1}(n)$ 的值为 ( )

(A) -2 (B) 1 (C) 4 (D) 10

8. 双曲线 $\dfrac{x^2}{a^2}-\dfrac{y^2}{b^2}=1$ $(a>0, b>0)$ 的左、右焦点分别是 F_1, F_2, 过 F_1 作倾斜角为 30° 的直线交双曲线右支于 M 点. 若 MF_2 垂直于 x 轴, 则双曲线的离心率为 ( )

(A) $\sqrt{6}$ (B) $\sqrt{3}$ (C) $\sqrt{2}$ (D) $\dfrac{\sqrt{3}}{3}$

9. 如图, $\alpha\perp\beta$, $\alpha\cap\beta=l$, $A\in\alpha$, $B\in\beta$, A, B 到 l 的距离分别是 a 和 b, AB 与 α, β 所成的角分别是 θ 和 φ, AB 在 α, β 内的射影分别是 m 和 n, 若 $a>b$, 则 ( )



(A) $\theta>\varphi$, $m>n$ (B) $\theta>\varphi$, $m<n$

(C) $\theta<\varphi$, $m<n$ (D) $\theta<\varphi$, $m>n$

10. 已知实数 x, y 满足 $\begin{cases} y\geqslant 1 \\ y\leqslant 2x-1 \\ x+y\leqslant m \end{cases}$, 如果目标函数 $z=x-y$ 的最小值为 -1, 则实数 m 等于 ( )

(A) 7 (B) 5 (C) 4 (D) 3

11. 定义在 $\mathbf{R}$ 上的函数 $f(x)$ 满足 $f(x+y)=f(x)+f(y)+2xy$ $(x, y\in\mathbf{R})$, $f(1)=2$, 则 $f(-3)$ 等于 ( )

(A) 2 (B) 3 (C) 6 (D) 9

12. 为提高信息在传输中的抗干扰能力, 通常在原信息中按一定规则加入相关数据组成传输信息. 设定原信息为 $a_0a_1a_2$, $a_i\in\{0,1\}$ $(i=0, 1, 2)$, 传输信息为 $h_0a_0a_1a_2h_1$, 其中 $h_0=a_0\oplus a_1$, $h_1=h_0\oplus a_2$, $\oplus$ 运算规则为: $0\oplus 0=0$, $0\oplus 1=1$, $1\oplus 0=1$, $1\oplus 1=0$. 例如原信息为 111, 则传输信息为 01111. 传输信息在传输过程中受到干扰可能导致接收信息出错, 则下列接收信息一定有误的是 ( )

(A) 11010 (B) 01100 (C) 10111 (D) 00011

二、填空题

13. $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{(1+a)n+1}{n+a}=2$, 则 $a=$______.

14. 长方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 的各顶点都在球 O 的球面上, 其中 $AB:AD:AA_1=1:1:\sqrt{2}$. A, B 两点的球面距离记为 m, A, D_1 两点的球面距离记为 n, 则 $\dfrac{m}{n}$ 的值为______.

15. 关于平面向量 $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$. 有下列三个命题:

① 若 $\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}=\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{c}$, 则 $\boldsymbol{b}=\boldsymbol{c}$;

② 若 $\boldsymbol{a}=(1,k)$, $\boldsymbol{b}=(-2,6)$, $\boldsymbol{a}\parallel\boldsymbol{b}$, 则 $k=-3$;

③ 非零向量 $\boldsymbol{a}$ 和 $\boldsymbol{b}$ 满足 $|\boldsymbol{a}|=|\boldsymbol{b}|=|\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b}|$, 则 $\boldsymbol{a}$ 与 $\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}$ 的夹角为 60°.

其中真命题的序号为______. (写出所有真命题的序号)

16. 某地奥运火炬接力传递路线共分 6 段, 传递活动分别由 6 名火炬手完成. 如果第一棒火炬手只能从甲、乙、丙三人中产生, 最后一棒火炬手只能从甲、乙两人中产生, 则不同的传递方案共有______种. (用数字作答)

三、解答题

17. 已知函数 $f(x)=2\sin\dfrac{x}{4}\cos\dfrac{x}{4}-2\sqrt{3}\sin^2\dfrac{x}{4}+\sqrt{3}$.

(1) 求函数 $f(x)$ 的最小正周期及最值;

(2) 令 $g(x)=f\left(x+\dfrac{\pi}{3}\right)$, 判断函数 $g(x)$ 的奇偶性, 并说明理由.

18. 某射击测试规则为: 每人最多射击 3 次, 击中目标即终止射击, 第 i 次击中目标得 $4-i$ $(i=1, 2, 3)$ 分, 3 次均未击中目标得 0 分. 已知某射手每次击中目标的概率为 0.8, 其各次射击结果互不影响.

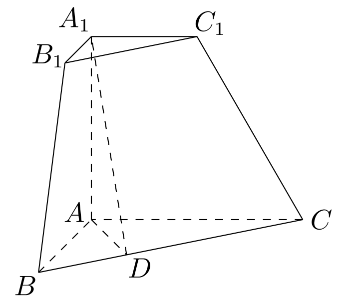
(1) 求该射手恰好射击两次的概率;

(2) 该射手的得分记为 ξ, 求随机变量 ξ 的分布列及数学期望.

19. 三棱锥被平行于底面 ABC 的平面所截得的几何体如图所示, 截面为 $A_1B_1C_1$, $\angle BAC=90^\circ$, $A_1A\perp$ 平面 ABC, $A_1A=\sqrt{3}$, $AB=\sqrt{2}$, $AC=2$, $A_1C_1=1$, $\dfrac{BD}{DC}=\dfrac{1}{2}$.

(1) 证明: 平面 $A_1AD\perp$ 平面 BCC_1B_1;

(2) 求二面角 $A-CC_1-B$ 的大小.



20. 已知抛物线 C: $y=2x^2$, 直线 $y=kx+2$ 交 C 于 A, B 两点, M 是线段 AB 的中点, 过 M 作 x 轴的垂线交 C 于点 N.
(1) 证明: 抛物线 C 在点 N 处的切线与 AB 平行;
(2) 是否存在实数 k 使 $\overrightarrow{NA}\cdot\overrightarrow{NB}=0$, 若存在, 求 k 的值; 若不存在, 说明理由.

21. 已知函数 $f(x)=\dfrac{kx+1}{x^2+c}$ $(c>0$ 且 $c\neq 1$, $k\in\mathbf{R})$ 恰有一个极大值点和一个极小值点, 其中一个是 $x=-c$.
(1) 求函数 $f(x)$ 的另一个极值点;
(2) 求函数 $f(x)$ 的极大值 M 和极小值 m, 并求 $M-m\geqslant 1$ 时 k 的取值范围.

22. 已知数列 $\{a_n\}$ 的首项 $a_1=\dfrac{3}{5}$, $a_{n+1}=\dfrac{3a_n}{2a_n+1}$, $n=1,2,\cdots$.
(1) 求 $\{a_n\}$ 的通项公式;
(2) 证明: 对任意的 $x>0$, $a_n\geqslant\dfrac{1}{1+x}-\dfrac{1}{(1+x)^2}\left(\dfrac{2}{3^n}-x\right)$, $n=1,2,\cdots$;
(3) 证明: $a_1+a_2+\cdots+a_n>\dfrac{n^2}{n+1}$.