

# 文科数学

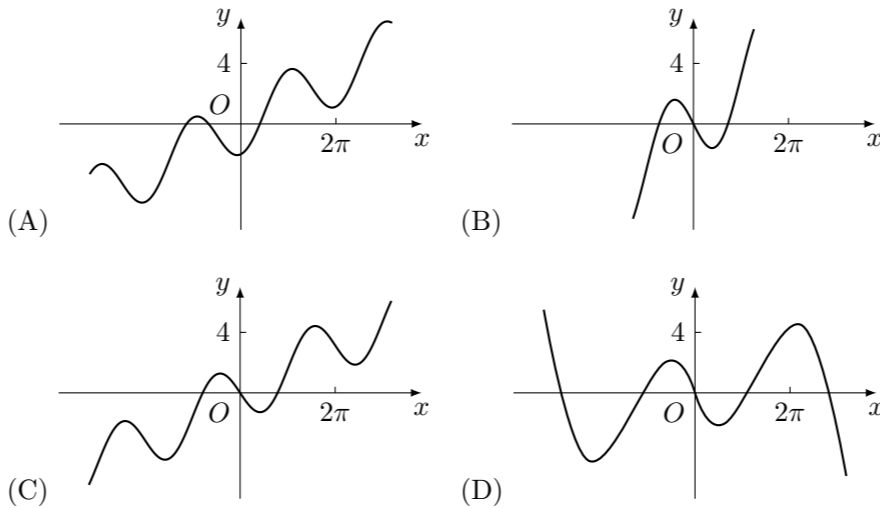
## 一、选择题

1. 设集合  $M = \{x | (x+3)(x-2) < 0\}$ ,  $N = \{x | 1 \leq x \leq 3\}$ , 则  $M \cap N =$  ( )  
(A)  $[1, 2)$  (B)  $[1, 2]$  (C)  $(2, 3]$  (D)  $[2, 3]$
2. 复数  $z = \frac{2-i}{2+i}$  ( $i$  为虚数单位) 在复平面内对应的点所在的象限为 ( )  
(A) 第一象限 (B) 第二象限 (C) 第三象限 (D) 第四象限
3. 若点  $(a, 9)$  在函数  $y = 3^x$  的图象上, 则  $\tan \frac{a\pi}{6}$  的值为 ( )  
(A) 0 (B)  $\frac{\sqrt{3}}{3}$  (C) 1 (D)  $\sqrt{3}$
4. 曲线  $y = x^3 + 11$  在点  $P(1, 12)$  处的切线与  $y$  轴交点的纵坐标是 ( )  
(A)  $-9$  (B)  $-3$  (C) 9 (D) 15
5. 已知  $a, b, c \in \mathbf{R}$ , 命题“若  $a+b+c=3$ , 则  $a^2+b^2+c^2 \geq 3$ ”的否命题是 ( )  
(A) 若  $a+b+c \neq 3$ , 则  $a^2+b^2+c^2 < 3$   
(B) 若  $a+b+c=3$ , 则  $a^2+b^2+c^2 < 3$   
(C) 若  $a+b+c \neq 3$ , 则  $a^2+b^2+c^2 \geq 3$   
(D) 若  $a^2+b^2+c^2 \geq 3$ , 则  $a+b+c=3$
6. 若函数  $f(x) = \sin \omega x$  ( $\omega > 0$ ) 在区间  $[0, \frac{\pi}{3}]$  上单调递增, 在区间  $[\frac{\pi}{3}, \frac{\pi}{2}]$  上单调递减, 则  $\omega =$  ( )  
(A)  $\frac{2}{3}$  (B)  $\frac{3}{2}$  (C) 2 (D) 3
7. 设变量  $x, y$  满足约束条件  $\begin{cases} x+2y-5 \leq 0 \\ x-y-2 \leq 0 \\ x \geq 0 \end{cases}$ , 则目标函数  $z = 2x+3y+1$  的最大值为 ( )  
(A) 11 (B) 10 (C) 9 (D) 8.5
8. 某产品的广告费用  $x$  与销售额  $y$  的统计数据如下表:

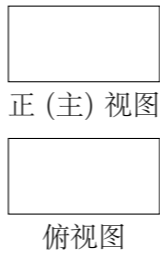
广告费用 $x$ (万元)	4	2	3	5
销售额 $y$ (万元)	49	26	39	54

根据上表可得回归方程  $\hat{y} = \hat{b}x + \hat{a}$  中的  $\hat{b}$  为 9.4, 据此模型预报广告费用为 6 万元时销售额为 ( )  
(A) 63.6 万元 (B) 65.5 万元 (C) 67.7 万元 (D) 72.0 万元
9. 设  $M(x_0, y_0)$  为抛物线  $C: x^2 = 8y$  上一点,  $F$  为抛物线  $C$  的焦点, 以  $F$  为圆心、 $|FM|$  为半径的圆和抛物线  $C$  的准线相交, 则  $y_0$  的取值范围是 ( )  
(A)  $(0, 2)$  (B)  $[0, 2]$  (C)  $(2, +\infty)$  (D)  $[2, +\infty)$

10. 函数  $y = \frac{x}{2} - 2 \sin x$  的图象大致是 ( )



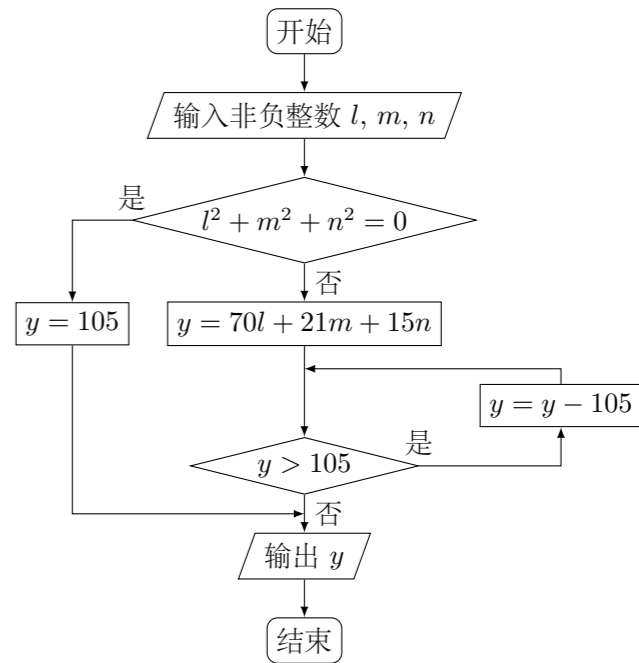
11. 如图是长和宽分别相等的两个矩形. 给定下列三个命题: ① 存在三棱柱, 其正 (主) 视图、俯视图如图; ② 存在四棱柱, 其正 (主) 视图、俯视图如图; ③ 存在圆柱, 其正 (主) 视图、俯视图如图. 其中真命题的个数是 ( )



- (A) 3 (B) 2 (C) 1 (D) 0
12. 设  $A_1, A_2, A_3, A_4$  是平面直角坐标系中两两不同的四点, 若  $\overrightarrow{A_1A_3} = \lambda \overrightarrow{A_1A_2}$  ( $\lambda \in \mathbf{R}$ ),  $\overrightarrow{A_1A_4} = \mu \overrightarrow{A_1A_2}$  ( $\mu \in \mathbf{R}$ ), 且  $\frac{1}{\lambda} + \frac{1}{\mu} = 2$ , 则称  $A_3, A_4$  调和分割  $A_1, A_2$ . 已知点  $C(c, 0), D(d, 0)$  ( $c, d \in \mathbf{R}$ ) 调和分割点  $A(0, 0), B(1, 0)$ , 则下面说法正确的是 ( )  
(A)  $C$  可能是线段  $AB$  的中点  
(B)  $D$  可能是线段  $AB$  的中点  
(C)  $C, D$  可能同时在线段  $AB$  上  
(D)  $C, D$  不可能同时在线段  $AB$  的延长线上

## 二、填空题

13. 某高校甲、乙、丙、丁四个专业分别有 150、150、400、300 名学生, 为了解学生的就业倾向, 用分层抽样的方法从该校这四个专业共抽取 40 名学生进行调查, 应在丙专业抽取的学生人数为\_\_\_\_\_.
14. 执行如图所示的程序框图, 输入  $l = 2, m = 3, n = 5$ , 则输出的  $y$  的值是\_\_\_\_\_.



15. 已知双曲线  $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$  ( $a > 0, b > 0$ ) 和椭圆  $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{9} = 1$  有相同的焦点, 且双曲线的离心率是椭圆离心率的两倍, 则双曲线的方程为\_\_\_\_\_.
16. 已知函数  $f(x) = \log_a x + x - b$  ( $a > 0$ , 且  $a \neq 1$ ). 当  $2 < a < 3 < b < 4$  时, 函数  $f(x)$  的零点  $x_0 \in (n, n+1)$ ,  $n \in \mathbf{N}^*$ , 则  $n =$ \_\_\_\_\_.

## 三、解答题

17. 在  $\triangle ABC$  中, 内角  $A, B, C$  的对边分别为  $a, b, c$ , 已知  $\frac{\cos A - 2 \cos C}{\cos B} = \frac{2c - a}{b}$ .  
(1) 求  $\frac{\sin C}{\sin A}$  的值;  
(2) 若  $\cos B = \frac{1}{4}$ ,  $\triangle ABC$  的周长为 5, 求  $b$  的长.

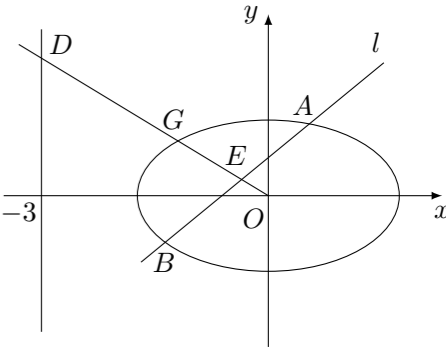
18. 甲、乙两校各有 3 名教师报名支教, 其中甲校 2 男 1 女, 乙校 1 男 2 女.
- (1) 若从甲校和乙校报名的教师中各任选 1 名, 写出所有可能的结果, 并求选出的 2 名教师性别相同的概率;
- (2) 若从报名的 6 名教师中任选 2 名, 写出所有可能的结果, 并求选出的 2 名教师来自同一学校的概率.

20. 等比数列  $\{a_n\}$  中,  $a_1, a_2, a_3$  分别是下表第一、二、三行中的某一个数, 且  $a_1, a_2, a_3$  中的任何两个数不在下表的同一列.

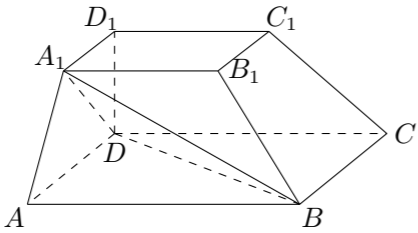
	第一列	第二列	第三列
第一行	3	2	10
第二行	6	4	14
第三行	9	8	18

- (1) 求数列  $\{a_n\}$  的通项公式;
- (2) 若数列  $\{b_n\}$  满足:  $b_n = a_n + (-1)^n \ln a_n$ , 求数列  $\{b_n\}$  的前  $2n$  项和  $S_{2n}$ .

22. 在平面直角坐标系  $xOy$  中, 已知椭圆  $C: \frac{x^2}{3} + y^2 = 1$ . 如图所示, 斜率为  $k$  ( $k > 0$ ) 且不过原点的直线  $l$  交椭圆  $C$  于  $A, B$  两点, 线段  $AB$  的中点为  $E$ , 射线  $OE$  交椭圆  $C$  于点  $G$ , 交直线  $x = -3$  于点  $D(-3, m)$ .
- (1) 求  $m^2 + k^2$  的最小值;
- (2) 若  $|OG|^2 = |OD| \cdot |OE|$ ,
- ① 求证: 直线  $l$  过定点;
- ② 试问点  $B, G$  能否关于  $x$  轴对称? 若能, 求出此时  $\triangle ABG$  的外接圆方程; 若不能, 请说明理由.



19. 如图, 在四棱台  $ABCD-A_1B_1C_1D_1$  中,  $D_1D \perp$  平面  $ABCD$ , 底面  $ABCD$  是平行四边形,  $AB = 2AD$ ,  $AD = A_1B_1$ ,  $\angle BAD = 60^\circ$ .
- (1) 证明:  $AA_1 \perp BD$ ;
- (2) 证明:  $CC_1 \parallel$  平面  $A_1BD$ .



21. 某企业拟建造如图所示的容器 (不计厚度, 长度单位: 米), 其中容器的中间为圆柱形, 左右两端均为半球形, 按照设计要求容器的容积为  $\frac{80\pi}{3}$  立方米, 且  $l \geq 2r$ . 假设该容器的建造费用仅与其表面积有关. 已知圆柱形部分每平方米建造费用为 3 千元, 半球形部分每平方米建造费用为  $c$  ( $c > 3$ ) 千元. 设该容器的建造费用为  $y$  千元.
- (1) 写出  $y$  关于  $r$  的函数表达式, 并求该函数的定义域;
- (2) 求该容器的建造费用最小时的  $r$ .

