

# 文科数学

## 一、选择题

1. 设集合  $M = \{(x, y) | x^2 + y^2 = 1, x \in \mathbf{R}, y \in \mathbf{R}\}$ ,  $N = \{(x, y) | x^2 - y = 0, x \in \mathbf{R}, y \in \mathbf{R}\}$ , 则集合  $M \cap N$  中元素的个数为 ( )  
(A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4
2. 函数  $y = \left| \sin \frac{x}{2} \right|$  的最小正周期是 ( )  
(A)  $\frac{\pi}{2}$  (B)  $\pi$  (C)  $2\pi$  (D)  $4\pi$
3. 记函数  $y = 1 + 3^{-x}$  的反函数为  $y = g(x)$ , 则  $g(10) =$  ( )  
(A) 2 (B) -2 (C) 3 (D) -1
4. 等比数列  $\{a_n\}$  中,  $a_2 = 9$ ,  $a_5 = 243$ , 则  $\{a_n\}$  的前 4 项和为 ( )  
(A) 81 (B) 120 (C) 168 (D) 192
5. 圆  $x^2 + y^2 - 4x = 0$  在点  $P(1, \sqrt{3})$  处的切线方程为 ( )  
(A)  $x + \sqrt{3}y - 2 = 0$  (B)  $x + \sqrt{3}y - 4 = 0$   
(C)  $x - \sqrt{3}y + 4 = 0$  (D)  $x - \sqrt{3}y + 2 = 0$
6.  $\left(\sqrt{x} - \frac{1}{x}\right)^6$  展开式中的常数项为 ( )  
(A) 15 (B) -15 (C) 20 (D) -20
7. 设复数  $z$  的辐角的主值为  $\frac{2\pi}{3}$ , 虚部为  $\sqrt{3}$ , 则  $z^2 =$  ( )  
(A)  $-2 - 2\sqrt{3}i$  (B)  $-2\sqrt{3} - 2i$  (C)  $2 + 2\sqrt{3}i$  (D)  $2\sqrt{3} + 2i$
8. 设双曲线的焦点在  $x$  轴上, 两条渐近线为  $y = \pm \frac{1}{2}x$ , 则该双曲线的离心率  $e =$  ( )  
(A) 5 (B)  $\sqrt{5}$  (C)  $\frac{\sqrt{5}}{2}$  (D)  $\frac{5}{4}$
9. 不等式  $1 < |x + 1| < 3$  的解集为 ( )  
(A) (0, 2) (B)  $(-2, 0) \cup (2, 4)$   
(C)  $(-4, 0)$  (D)  $(-4, -2) \cup (0, 2)$
10. 正三棱锥的底面边长为 2, 侧面均为直角三角形, 则此三棱锥的体积为 ( )  
(A)  $\frac{2\sqrt{2}}{3}$  (B)  $\sqrt{2}$  (C)  $\frac{\sqrt{2}}{3}$  (D)  $\frac{4\sqrt{2}}{3}$
11. 在  $\triangle ABC$  中,  $AB = 3$ ,  $BC = \sqrt{13}$ ,  $AC = 4$ , 则边  $AC$  上的高为 ( )  
(A)  $\frac{3\sqrt{2}}{2}$  (B)  $\frac{3\sqrt{3}}{2}$  (C)  $\frac{3}{2}$  (D)  $3\sqrt{3}$
12. 将 4 名教师分配到 3 所中学任教, 每所中学至少 1 名, 则不同的分配方案共有 ( )  
(A) 12 种 (B) 24 种 (C) 36 种 (D) 48 种

## 二、填空题

13. 函数  $y = \sqrt{\log_{\frac{1}{2}}(x - 1)}$  的定义域是\_\_\_\_\_.
14. 用平面  $\alpha$  截半径为  $R$  的球, 如果球心到平面  $\alpha$  的距离为  $\frac{R}{2}$ , 那么截得小圆的面积与球的表面积的比值为\_\_\_\_\_.
15. 函数  $y = \sin x - \frac{1}{2} \cos x$  ( $x \in \mathbf{R}$ ) 的最大值为\_\_\_\_\_.
16. 设  $P$  为圆  $x^2 + y^2 = 1$  上的动点, 则点  $P$  到直线  $3x - 4y - 10 = 0$  的距离的最小值为\_\_\_\_\_.

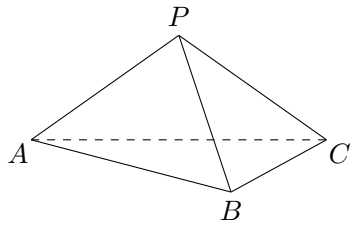
## 三、解答题

17. 解方程:  $4^x - 2^{x+2} - 12 = 0$ .

19. 设数列  $\{a_n\}$  是公差不为零的等差数列,  $S_n$  是数列  $\{a_n\}$  的前  $n$  项和, 且  $S_1^2 = 9S_2$ ,  $S_4 = 4S_2$ , 求数列  $\{a_n\}$  的通项公式.

20. 某村计划建造一个室内面积为  $800 \text{ m}^2$  的矩形蔬菜温室. 在温室内, 沿左、右两侧与后侧内墙各保留  $1 \text{ m}$  宽的通道, 沿前侧内墙保留  $3 \text{ m}$  宽的空地. 当矩形温室的边长各为多少时? 蔬菜的种植面积最大, 最大种植面积是多少?

21. 三棱锥  $P-ABC$  中, 侧面  $PAC$  与底面  $ABC$  垂直,  $PA = PB = PC = 3$ .  
 (1) 求证:  $AB \perp BC$ ;  
 (2) 设  $AB = BC = 2\sqrt{3}$ , 求  $AC$  与平面  $PBC$  所成角的大小.



22. 设椭圆  $\frac{x^2}{m+1} + y^2 = 1$  的两个焦点是  $F_1(-c, 0)$  与  $F_2(c, 0)$ , ( $c > 0$ ), 且椭圆上存在一点  $P$ , 使得直线  $PF_1$  与  $PF_2$  垂直.  
 (1) 求实数  $m$  的取值范围;  
 (2) 设  $L$  是相应于焦点  $F_2$  的准线, 直线  $PF_2$  与  $L$  相交于点  $Q$ , 若  $\left| \frac{QF_2}{PF_2} \right| = 2 - \sqrt{3}$ , 求直线  $PF_2$  的方程.