

文科数学

一、选择题

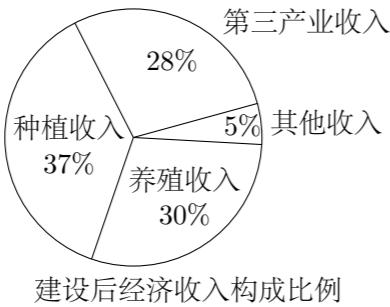
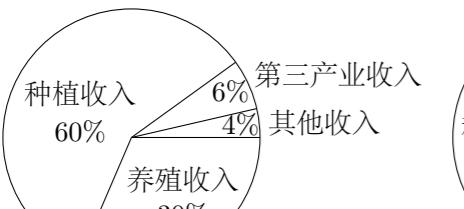
1. 已知集合 $A = \{0, 2\}$, $B = \{-2, -1, 0, 1, 2\}$, 则 $A \cap B =$ ()

- (A) $\{0, 2\}$ (B) $\{1, 2\}$
 (C) $\{0\}$ (D) $\{-2, -1, 0, 1, 2\}$

2. 设 $z = \frac{1-i}{1+i} + 2i$, 则 $|z| =$ ()

- (A) 0 (B) $\frac{1}{2}$ (C) 1 (D) $\sqrt{2}$

3. 某地区经过一年的新农村建设, 农村的经济收入增加了一倍. 实现翻番. 为更好地了解该地区农村的经济收入变化情况, 统计了该地区新农村建设前后农村的经济收入构成比例, 得到如下饼图:



则下面结论中不正确的是 ()

- (A) 新农村建设后, 种植收入减少
 (B) 新农村建设后, 其他收入增加了一倍以上
 (C) 新农村建设后, 养殖收入增加了一倍
 (D) 新农村建设后, 养殖收入与第三产业收入的总和超过了经济收入的一半

4. 已知椭圆 $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{4} = 1$ 的一个焦点为 $(2, 0)$, 则 C 的离心率为 ()

- (A) $\frac{1}{3}$ (B) $\frac{1}{2}$ (C) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ (D) $\frac{2\sqrt{2}}{3}$

5. 已知圆柱的上、下底面的中心分别为 O_1, O_2 , 过直线 O_1O_2 的平面截该圆柱所得的截面是面积为 8 的正方形, 则该圆柱的表面积为 ()

- (A) $12\sqrt{2}\pi$ (B) 12π (C) $8\sqrt{2}\pi$ (D) 10π

6. 设函数 $f(x) = x^3 + (a-1)x^2 + ax$. 若 $f(x)$ 为奇函数, 则曲线 $y = f(x)$ 在点 $(0, 0)$ 处的切线方程为 ()

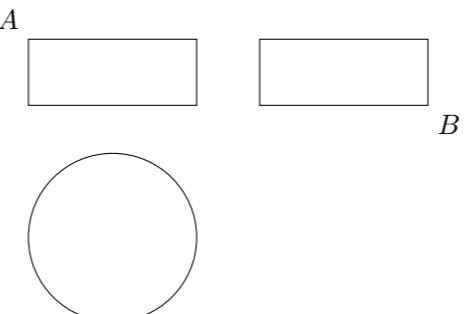
- (A) $y = -2x$ (B) $y = -x$ (C) $y = 2x$ (D) $y = x$

7. 在 $\triangle ABC$ 中, AD 为 BC 边上的中线, E 为 AD 的中点, 则 $\overrightarrow{EB} =$ ()

- (A) $\frac{3}{4}\overrightarrow{AB} - \frac{1}{4}\overrightarrow{AC}$ (B) $\frac{1}{4}\overrightarrow{AB} - \frac{3}{4}\overrightarrow{AC}$
 (C) $\frac{3}{4}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{4}\overrightarrow{AC}$ (D) $\frac{1}{4}\overrightarrow{AB} + \frac{3}{4}\overrightarrow{AC}$

8. 已知函数 $f(x) = 2\cos^2 x - \sin^2 x + 2$, 则 ()
 (A) $f(x)$ 的最小正周期为 π , 最大值为 3
 (B) $f(x)$ 的最小正周期为 π , 最大值为 4
 (C) $f(x)$ 的最小正周期为 2π , 最大值为 3
 (D) $f(x)$ 的最小正周期为 2π , 最大值为 4

9. 某圆柱的高为 2, 底面周长为 16, 其三视图如图. 圆柱表面上的点 M 在正视图上的对应点为 A , 圆柱表面上的点 N 在左视图上的对应点为 B , 则在此圆柱侧面上, 从 M 到 N 的路径中, 最短路径的长度为 ()



- (A) $2\sqrt{17}$ (B) $2\sqrt{5}$ (C) 3 (D) 2
10. 在长方体 $ABCD - A_1B_1C_1D_1$ 中, $AB = BC = 2$, AC_1 与平面 BB_1C_1C 所成的角为 30° , 则该长方体的体积为 ()

- (A) 8 (B) $6\sqrt{2}$ (C) $8\sqrt{2}$ (D) $8\sqrt{3}$

11. 已知角 α 的顶点为坐标原点, 始边与 x 轴的非负半轴重合, 终边上有两点 $A(1, a), B(2, b)$, 且 $\cos 2\alpha = \frac{2}{3}$, 则 $|a-b| =$ ()

- (A) $\frac{1}{5}$ (B) $\frac{\sqrt{5}}{5}$ (C) $\frac{2\sqrt{5}}{5}$ (D) 1

12. 设函数 $f(x) = \begin{cases} 2^{-x}, & x \leq 0 \\ 1, & x > 0 \end{cases}$, 则满足 $f(x+1) < f(2x)$ 的 x 的取值范围是 ()

- (A) $(-\infty, -1]$ (B) $(0, +\infty)$ (C) $(-1, 0)$ (D) $(-\infty, 0)$

二、填空题

13. 已知函数 $f(x) = \log_2(x^2 + a)$, 若 $f(3) = 1$, 则 $a =$ _____.

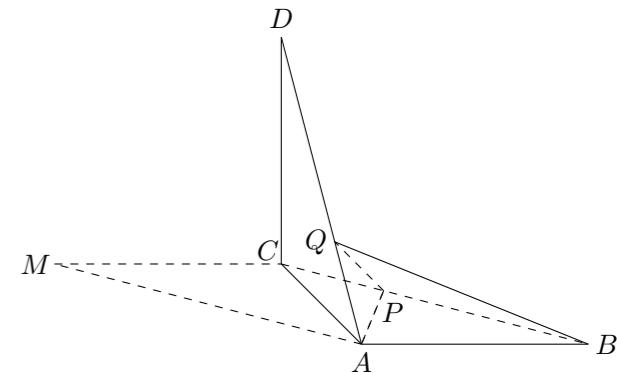
14. 若 x, y 满足约束条件 $\begin{cases} x - 2y - 2 \leq 0 \\ x - y + 1 \geq 0 \\ y \leq 0 \end{cases}$, 则 $z = 3x + 2y$ 的最大值为 _____.

15. 直线 $y = x+1$ 与圆 $x^2 + y^2 + 2y - 3 = 0$ 交于 A, B 两点, 则 $|AB| =$ _____.

16. $\triangle ABC$ 的内角 A, B, C 的对边分别为 a, b, c , 已知 $b \sin C + c \sin B = 4a \sin B \sin C$, $b^2 + c^2 - a^2 = 8$, 则 $\triangle ABC$ 的面积为 _____.

三、解答题

17. 已知数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_1 = 1, na_{n+1} = 2(n+1)a_n$, 设 $b_n = \frac{a_n}{n}$.
 (1) 求 b_1, b_2, b_3 ;
 (2) 判断数列 $\{b_n\}$ 是否为等比数列, 并说明理由;
 (3) 求 $\{a_n\}$ 的通项公式.



19. 某家庭记录了未使用节水龙头 50 天的日用水量数据 (单位: m^3) 和使用了节水龙头 50 天的日用水量数据, 得到频数分布表如下:

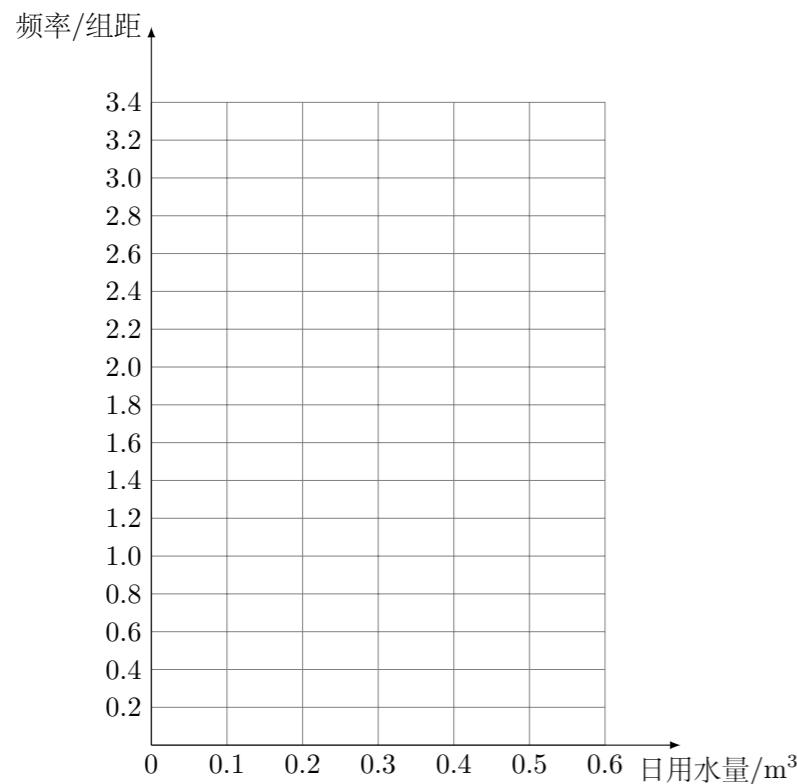
未使用节水龙头 50 天的日用水量频数分布表

日用水量	[0, 0.1)	[0.1, 0.2)	[0.2, 0.3)	[0.3, 0.4)
频数	1	3	2	4
日用水量	[0.4, 0.5)	[0.5, 0.6)	[0.6, 0.7)	
频数	9	26	5	

使用了节水龙头 50 天的日用水量频数分布表

日用水量	[0, 0.1)	[0.1, 0.2)	[0.2, 0.3)
频数	1	5	13
日用水量	[0.3, 0.4)	[0.4, 0.5)	[0.5, 0.6)
频数	10	16	5

- (1) 在答题卡上作出使用了节水龙头 50 天的日用水量数据的频率分布直方图:



- (2) 估计该家庭使用节水龙头后, 日用水量小于 0.35 m^3 的概率;
(3) 估计该家庭使用节水龙头后, 一年能节省多少水? (一年按 365 天计算, 同一组中的数据以这组数据所在区间中点的值作代表.)

20. 设抛物线 $C: y^2 = 2x$, 点 $A(2, 0)$, $B(-2, 0)$, 过点 A 的直线 l 与 C 交于 M, N 两点.

- (1) 当 l 与 x 轴垂直时, 求直线 BM 的方程;
(2) 证明: $\angle ABM = \angle ABN$.

22. 在直角坐标系 xOy 中, 曲线 C_1 的方程为 $y = k|x| + 2$. 以坐标原点为极点, x 轴正半轴为极轴建立极坐标系, 曲线 C_2 的极坐标方程为 $\rho^2 + 2\rho \cos\theta - 3 = 0$.

- (1) 求 C_2 的直角坐标方程;
(2) 若 C_1 与 C_2 有且仅有三个公共点, 求 C_1 的方程.

21. 已知函数 $f(x) = ae^x - \ln x - 1$.

- (1) 设 $x = 2$ 是 $f(x)$ 的极值点. 求 a , 并求 $f(x)$ 的单调区间;
(2) 证明: 当 $a \geq \frac{1}{e}$ 时, $f(x) \geq 0$.

23. 已知 $f(x) = |x+1| - |ax-1|$.

- (1) 当 $a=1$ 时, 求不等式 $f(x) > 1$ 的解集;
(2) 若 $x \in (0, 1)$ 时不等式 $f(x) > x$ 成立, 求 a 的取值范围.