

文科数学

一、选择题

1. 设集合 $U = \{1, 2, 3, 4\}$, $M = \{1, 2, 3\}$, $N = \{2, 3, 4\}$, 则 $\complement_U(M \cap N) =$ ()
(A) $\{1, 2\}$ (B) $\{2, 3\}$ (C) $\{2, 4\}$ (D) $\{1, 4\}$
2. 函数 $y = 2\sqrt{x}$ ($x \geq 0$) 的反函数为 ()
(A) $y = \frac{x^2}{4}$ ($x \in \mathbf{R}$) (B) $y = \frac{x^2}{4}$ ($x \geq 0$)
(C) $y = 4x^2$ ($x \in \mathbf{R}$) (D) $y = 4x^2$ ($x \geq 0$)
3. 设向量 \mathbf{a} , \mathbf{b} 满足 $|\mathbf{a}| = |\mathbf{b}| = 1$, $\mathbf{a} \cdot \mathbf{b} = -\frac{1}{2}$, 则 $|\mathbf{a} + 2\mathbf{b}| =$ ()
(A) $\sqrt{2}$ (B) $\sqrt{3}$ (C) $\sqrt{5}$ (D) $\sqrt{7}$
4. 若变量 x, y 满足约束条件 $\begin{cases} x + y \leq 6 \\ x - 3y \leq -2 \\ x \geq 1 \end{cases}$, 则 $z = 2x + 3y$ 的最小值为 ()
(A) 17 (B) 14 (C) 5 (D) 3
5. 下面四个条件中, 使 $a > b$ 成立的充分而不必要的条件是 ()
(A) $a > b + 1$ (B) $a > b - 1$ (C) $a^2 > b^2$ (D) $a^3 > b^3$
6. 设 S_n 为等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和, 若 $a_1 = 1$, 公差 $d = 2$, $S_{k+2} - S_k = 24$, 则 $k =$ ()
(A) 8 (B) 7 (C) 6 (D) 5
7. 设函数 $f(x) = \cos \omega x$ ($\omega > 0$), 将 $y = f(x)$ 的图象向右平移 $\frac{\pi}{3}$ 个单位长度后, 所得的图象与原图象重合, 则 ω 的最小值等于 ()
(A) $\frac{1}{3}$ (B) 3 (C) 6 (D) 9
8. 已知直二面角 $\alpha - l - \beta$, 点 $A \in \alpha$, $AC \perp l$, C 为垂足, 点 $B \in \beta$, $BD \perp l$, D 为垂足. 若 $AB = 2$, $AC = BD = 1$, 则 $CD =$ ()
(A) 2 (B) $\sqrt{3}$ (C) $\sqrt{2}$ (D) 1
9. 4 位同学每人从甲、乙、丙 3 门课程中选修 1 门, 则恰有 2 人选修课程甲的不同选法共有 ()
(A) 12 种 (B) 24 种 (C) 30 种 (D) 36 种
10. 设 $f(x)$ 是周期为 2 的奇函数, 当 $0 \leq x \leq 1$ 时, $f(x) = 2x(1 - x)$, 则 $f\left(-\frac{5}{2}\right) =$ ()
(A) $-\frac{1}{2}$ (B) $-\frac{1}{4}$ (C) $\frac{1}{4}$ (D) $\frac{1}{2}$
11. 设两圆 C_1 、 C_2 都和两坐标轴相切, 且都过点 $(4, 1)$, 则两圆心的距离 $|C_1C_2| =$ ()
(A) 4 (B) $4\sqrt{2}$ (C) 8 (D) $8\sqrt{2}$

12. 已知平面 α 截一球面得圆 M , 过圆心 M 且与 α 成 60° 二面角的平面 β 截该球面得圆 N . 若该球面的半径为 4, 圆 M 的面积为 4π , 则圆 N 的面积为 ()
(A) 7π (B) 9π (C) 11π (D) 13π

二、填空题

13. $(1 - x)^{10}$ 的二项展开式中, x 的系数与 x^9 的系数之差为_____.
14. 已知 $\alpha \in \left(\pi, \frac{3\pi}{2}\right)$, $\tan \alpha = 2$, 则 $\cos \alpha =$ _____.
15. 已知正方体 $ABCD - A_1B_1C_1D_1$ 中, E 为 C_1D_1 的中点, 则异面直线 AE 与 BC 所成角的余弦值为_____.
16. 已知 F_1 、 F_2 分别为双曲线 $C: \frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{27} = 1$ 的左、右焦点, 点 $A \in C$, 点 M 的坐标为 $(2, 0)$, AM 为 $\angle F_1AF_2$ 的平分线. 则 $|AF_2| =$ _____.

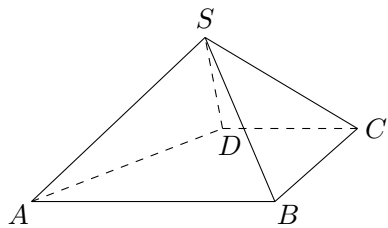
三、解答题

17. 设等比数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n , 已知 $a_2 = 6$, $6a_1 + a_3 = 30$, 求 a_n 和 S_n .

18. $\triangle ABC$ 的内角 A, B, C 的对边分别为 a, b, c . 已知 $a \sin A + c \sin C - \sqrt{2}a \sin C = b \sin B$.
(1) 求 B ;
(2) 若 $A = 75^\circ$, $b = 2$, 求 a, c .

19. 根据以往统计资料, 某地车主购买甲种保险的概率为 0.5, 购买乙种保险但不购买甲种保险的概率为 0.3. 设各车主购买保险相互独立.
(1) 求该地 1 位车主至少购买甲、乙两种保险中的 1 种的概率;
(2) 求该地 3 位车主中恰有 1 位车主甲、乙两种保险都不购买的概率.

20. 如图, 四棱锥 $S-ABCD$ 中, $AB \parallel CD$, $BC \perp CD$, 侧面 SAB 为等边三角形. $AB = BC = 2$, $CD = SD = 1$.
- (1) 证明: $SD \perp$ 平面 SAB ;
- (2) 求 AB 与平面 SBC 所成角的大小.



21. 已知函数 $f(x) = x^3 + 3ax^2 + (3 - 6a)x + 12a - 4$ ($a \in \mathbf{R}$).
- (1) 证明: 曲线 $y = f(x)$ 在 $x = 0$ 处的切线过点 $(2, 2)$;
- (2) 若 $f(x)$ 在 $x = x_0$ 处取得极小值, $x_0 \in (1, 3)$, 求 a 的取值范围.

22. 已知 O 为坐标原点, F 为椭圆 $C: x^2 + \frac{y^2}{2} = 1$ 在 y 轴正半轴上的焦点, 过 F 且斜率为 $-\sqrt{2}$ 的直线 l 与 C 交于 A, B 两点, 点 P 满足 $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OP} = \mathbf{0}$.
- (1) 证明: 点 P 在 C 上;
- (2) 设点 P 关于点 O 的对称点为 Q , 证明: A, P, B, Q 四点在同一圆上.

