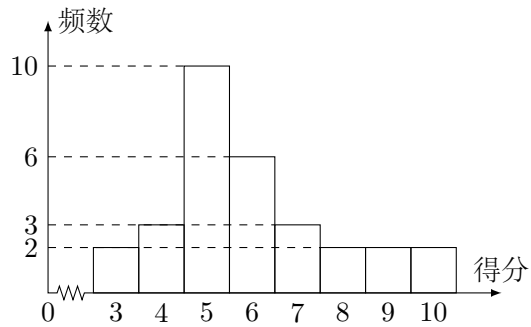


文科数学

一、选择题

- 若 $(x - i)i = y + 2i$, $x, y \in \mathbf{R}$, 则复数 $x + yi =$ ()
(A) $-2 + i$ (B) $2 + i$ (C) $1 - 2i$ (D) $1 + 2i$
- 若全集 $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$, $M = \{2, 3\}$, $N = \{1, 4\}$, 则集合 $\{5, 6\}$ 等于 ()
(A) $M \cup N$ (B) $M \cap N$
(C) $(\complement_U M) \cup (\complement_U N)$ (D) $(\complement_U M) \cap (\complement_U N)$
- 若 $f(x) = \frac{1}{\log_{\frac{1}{2}}(2x+1)}$, 则 $f(x)$ 的定义域为 ()
(A) $\left(-\frac{1}{2}, 0\right)$ (B) $\left(-\frac{1}{2}, +\infty\right)$
(C) $\left(-\frac{1}{2}, 0\right) \cup (0, +\infty)$ (D) $\left(-\frac{1}{2}, 2\right)$
- 曲线 $y = e^x$ 在点 $A(0, 1)$ 处的切线斜率为 ()
(A) 1 (B) 2 (C) e (D) $\frac{1}{e}$
- 设 $\{a_n\}$ 为等差数列, 公差 $d = -2$, S_n 为其前 n 项和. 若 $S_{10} = S_{11}$, 则 $a_1 =$ ()
(A) 18 (B) 20 (C) 22 (D) 24
- 观察下列各式: $7^2 = 49$, $7^3 = 343$, $7^4 = 2401$, \dots , 则 7^{2011} 的末两位数字为 ()
(A) 01 (B) 43 (C) 07 (D) 49
- 为了普及环保知识, 增强环保意识, 某大学随机抽取 30 名学生参加环保知识测试, 得分 (十分制) 如图所示, 假设得分值的中位数为 m_e , 众数为 m_o , 平均值为 \bar{x} , 则 ()

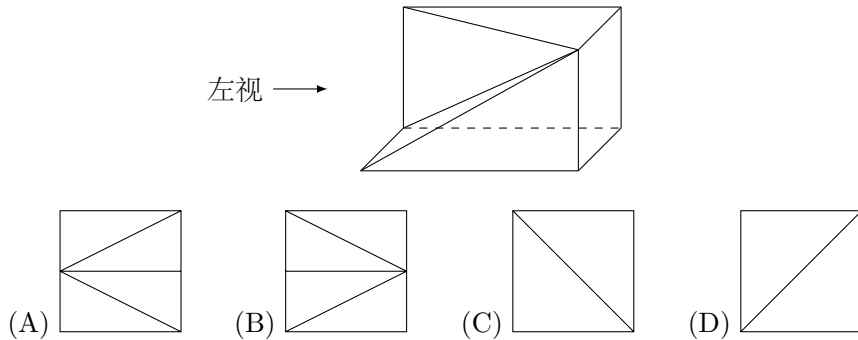


- (A) $m_e = m_o = \bar{x}$ (B) $m_e = m_o < \bar{x}$ (C) $m_e < m_o < \bar{x}$ (D) $m_o < m_e < \bar{x}$
- 为了解儿子身高与其父亲身高的关系, 随机抽取 5 对父子的身高数据如下:

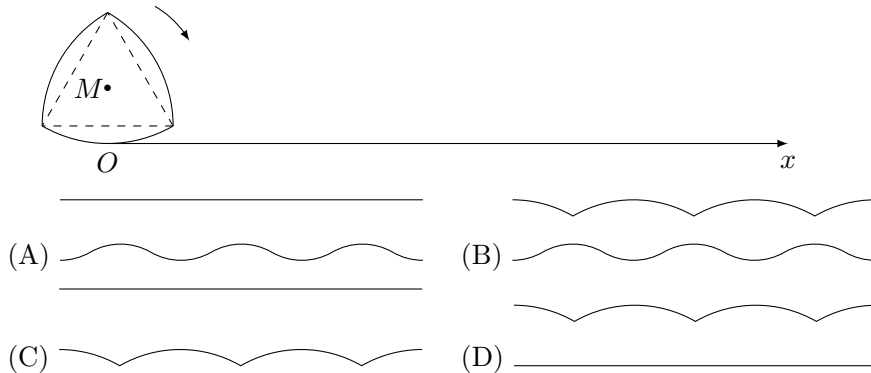
父亲身高 x (cm)	174	176	176	176	178
儿子身高 y (cm)	175	175	176	177	177

 则 y 对 x 的线性回归方程为 ()
 (A) $y = x - 1$ (B) $y = x + 1$ (C) $y = 88 + \frac{1}{2}x$ (D) $y = 176$

- 将长方体截去一个四棱锥, 得到的几何体如图所示, 则该几何体的左视图为 ()

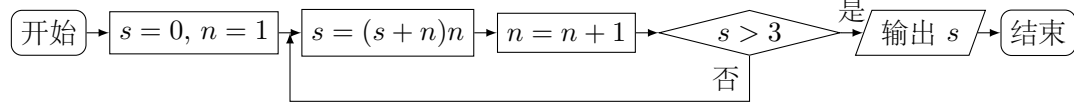


- 如图, 一个“凸轮”放置于直角坐标系 x 轴上方, 其“底端”落在原点 O 处, 一顶点及中心 M 在 y 轴正半轴上, 它的外围由以正三角形的顶点为圆心, 以正三角形的边长为半径的三段等弧组成. 今使“凸轮”沿 x 轴正向滚动前进, 在滚动过程中“凸轮”每时每刻都有一个“最高点”, 其中心也在不断移动位置, 则在“凸轮”滚动一周的过程中, 将其“最高点”和“中心点”所形成的图形按上、下放置, 应大致为 ()



二、填空题

- 已知两个单位向量 e_1, e_2 的夹角为 $\frac{\pi}{3}$, 若向量 $b_1 = e_1 - 2e_2$, $b_2 = 3e_1 + 4e_2$, 则 $b_1 \cdot b_2 =$ _____.
- 若双曲线 $\frac{y^2}{16} - \frac{x^2}{m} = 1$ 的离心率 $e = 2$, 则 $m =$ _____.
- 下图是某算法程序框图, 则程序运行后输出的结果是_____.



- 已知角 θ 的顶点为坐标原点, 始边为 x 轴的正半轴. 若 $P(4, y)$ 是角 θ 终边上一点, 且 $\sin \theta = -\frac{2\sqrt{5}}{5}$, 则 $y =$ _____.
- 对于 $x \in \mathbf{R}$, 不等式 $|x + 10| - |x - 2| \geq 8$ 的解集为_____.

三、解答题

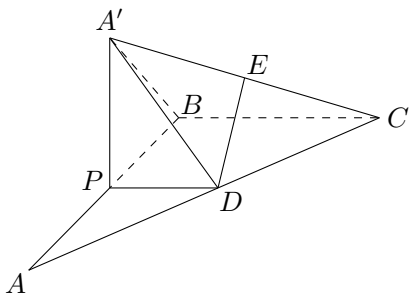
- 某饮料公司对一名员工进行测试以便确定其考评级别. 公司准备了两种不同的饮料共 5 杯, 其颜色完全相同, 并且其中 3 杯为 A 饮料, 另外 2 杯为 B 饮料, 公司要求此员工一一品尝后, 从 5 杯饮料中选出 3 杯 A 饮料. 若该员工 3 杯都选对, 则评为优秀; 若 3 杯选对 2 杯, 则评为良好; 否则评为及格. 假设此人对 A 和 B 两种饮料没有鉴别能力.

- 求此人被评为优秀的概率;
- 求此人被评为良好及以上的概率.

- 在 $\triangle ABC$ 中, A, B, C 的对边分别是 a, b, c , 已知 $3a \cos A = c \cos B + b \cos C$.
 (1) 求 $\cos A$ 的值;
 (2) 若 $a = 1$, $\cos B + \cos C = \frac{2\sqrt{3}}{3}$, 求边 c 的值.

18. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle B = \frac{\pi}{2}$, $AB = BC = 2$, P 为 AB 边上一动点, $PD \parallel BC$ 交 AC 于点 D , 现将 $\triangle PDA$ 沿 PD 翻折至 $\triangle PDA'$, 使平面 $PDA' \perp$ 平面 $PBCD$.

- (1) 当棱锥 $A' - PBCD$ 的体积最大时, 求 PA 的长;
 (2) 若点 P 为 AB 的中点, E 为 $A'C$ 的中点, 求证: $A'B \perp DE$.



20. 设 $f(x) = \frac{1}{3}x^3 + mx^2 + nx$.

- (1) 如果 $g(x) = f'(x) - 2x - 3$ 在 $x = -2$ 处取得最小值 -5 , 求 $f(x)$ 的解析式;
 (2) 如果 $m + n < 10$ ($m, n \in \mathbf{N}_+$), $f(x)$ 的单调递减区间的长度是正整数, 试求 m 和 n 的值. (注: 区间 (a, b) 的长度为 $b - a$)

21. (1) 已知两个等比数列 $\{a_n\}$, $\{b_n\}$, 满足 $a_1 = a$ ($a > 0$), $b_1 - a_1 = 1$, $b_2 - a_2 = 2$, $b_3 - a_3 = 3$, 若数列 $\{a_n\}$ 唯一, 求 a 的值;
 (2) 是否存在两个等比数列 $\{a_n\}$, $\{b_n\}$, 使得 $b_1 - a_1, b_2 - a_2, b_3 - a_3, b_4 - a_4$ 成公差不为 0 的等差数列? 若存在, 求 $\{a_n\}$, $\{b_n\}$ 的通项公式; 若不存在, 说明理由.

19. 已知过抛物线 $y^2 = 2px$ ($p > 0$) 的焦点, 斜率为 $2\sqrt{2}$ 的直线交抛物线于 $A(x_1, y_1)$, $B(x_2, y_2)$ ($x_1 < x_2$) 两点, 且 $|AB| = 9$.

- (1) 求该抛物线的方程;
 (2) O 为坐标原点, C 为抛物线上一点, 若 $\overrightarrow{OC} = \overrightarrow{OA} + \lambda \overrightarrow{OB}$, 求 λ 的值.