

文科数学

一、选择题

1. 已知集合 $M = \{x \mid -3 < x < 1\}$, $N = \{-3, -2, -1, 0, 1\}$, 则 $M \cap N = (\)$

- (A) $\{-2, -1, 0, 1\}$
 (B) $\{-3, -2, -1, 0\}$
 (C) $\{-2, -1, 0\}$
 (D) $\{-3, -2, -1\}$

2. $\left| \frac{2}{1+i} \right| = (\)$

- (A) $2\sqrt{2}$
 (B) 2
 (C) $\sqrt{2}$
 (D) 1

3. 设 x, y 满足约束条件 $\begin{cases} x - y + 1 \geq 0 \\ x + y - 1 \geq 0 \\ x \leq 3 \end{cases}$, 则 $z = 2x - 3y$ 的最小值是()

- (A) -7
 (B) -6
 (C) -5
 (D) -3

4. $\triangle ABC$ 的内角 A, B, C 的对边分别为 a, b, c , 已知 $b = 2$, $B = \frac{\pi}{6}$, $C = \frac{\pi}{4}$, 则 $\triangle ABC$ 的面积为()

- (A) $2\sqrt{3} + 2$
 (B) $\sqrt{3} + 1$
 (C) $2\sqrt{3} - 2$
 (D) $\sqrt{3} - 1$

5. 设椭圆 $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 的左、右焦点分别为 F_1, F_2 , P 是 C 上的点, $PF_2 \perp F_1F_2$, $\angle PF_1F_2 = 30^\circ$, 则 C 的离心率为()

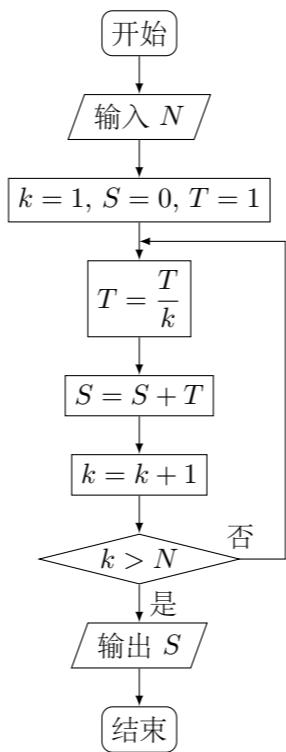
- (A) $\frac{\sqrt{3}}{6}$
 (B) $\frac{1}{3}$
 (C) $\frac{1}{2}$
 (D) $\frac{\sqrt{3}}{3}$

6. 已知 $\sin 2\alpha = \frac{2}{3}$, 则 $\cos^2 \left(\alpha + \frac{\pi}{4} \right) = (\)$

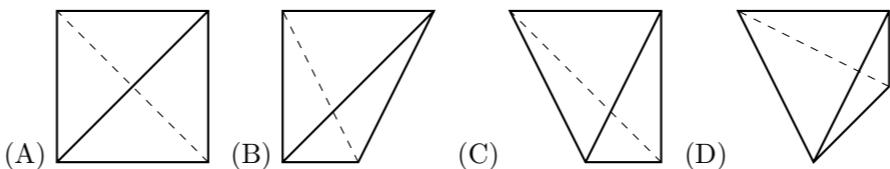
- (A) $\frac{1}{6}$
 (B) $\frac{1}{3}$
 (C) $\frac{1}{2}$
 (D) $\frac{2}{3}$

7. 执行如图的程序框图, 如果输入的 $N = 4$, 那么输出的 $S = (\)$

- (A) $1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4}$
 (B) $1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3 \times 2} + \frac{1}{4 \times 3 \times 2}$
 (C) $1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{5}$
 (D) $1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3 \times 2} + \frac{1}{4 \times 3 \times 2} + \frac{1}{5 \times 4 \times 3 \times 2}$

8. 设 $a = \log_3 2$, $b = \log_5 2$, $c = \log_2 3$, 则()

- (A) $a > c > b$
 (B) $b > c > a$
 (C) $c > b > a$
 (D) $c > a > b$

9. 一个四面体的顶点在空间直角坐标系 $O-xyz$ 中的坐标分别是 $(1, 0, 1)$, $(1, 1, 0)$, $(0, 1, 1)$, $(0, 0, 0)$, 画该四面体三视图中的正视图时, 以 zOx 平面为投影面, 则得到正视图可以为()10. 设抛物线 $C: y^2 = 4x$ 的焦点为 F , 直线 l 过 F 且与 C 交于 A, B 两点, 若 $|AF| = 3|BF|$, 则 l 的方程为()

- (A) $y = x - 1$ 或 $y = -x + 1$
 (B) $y = \frac{\sqrt{3}}{3}(x - 1)$ 或 $y = -\frac{\sqrt{3}}{3}(x - 1)$
 (C) $y = \sqrt{3}(x - 1)$ 或 $y = -\sqrt{3}(x - 1)$
 (D) $y = \frac{\sqrt{2}}{2}(x - 1)$ 或 $y = -\frac{\sqrt{2}}{2}(x - 1)$

11. 已知函数 $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$, 下列结论中错误的是()

- (A) $\exists x_0 \in \mathbf{R}, f(x_0) = 0$
 (B) 函数 $y = f(x)$ 的图象是中心对称图形
 (C) 若 x_0 是 $f(x)$ 的极小值点, 则 $f(x)$ 在区间 $(-\infty, x_0)$ 单调递减
 (D) 若 x_0 是 $f(x)$ 的极值点, 则 $f'(x_0) = 0$

12. 若存在正数 x 使 $2^x(x-a) < 1$ 成立, 则 a 的取值范围是()

- (A) $(-\infty, +\infty)$
 (B) $(-2, +\infty)$
 (C) $(0, +\infty)$
 (D) $(-1, +\infty)$

二、填空题

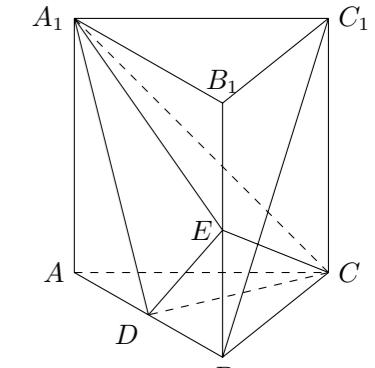
13. 从 1, 2, 3, 4, 5 中任意取出两个不同的数, 其和为 5 的概率是_____.

14. 已知正方形 $ABCD$ 的边长为 2, E 为 CD 的中点, 则 $\overrightarrow{AE} \cdot \overrightarrow{BD} =$ _____.15. 已知正四棱锥 $O-ABCD$ 的体积为 $\frac{3\sqrt{2}}{2}$, 底面边长为 $\sqrt{3}$, 则以 O 为球心, OA 为半径的球的表面积为_____.16. 函数 $y = \cos(2x + \varphi) (-\pi \leq \varphi < \pi)$ 的图象向右平移 $\frac{\pi}{2}$ 个单位后, 与函数 $y = \sin(2x + \frac{\pi}{3})$ 的图象重合, 则 $\varphi =$ _____.

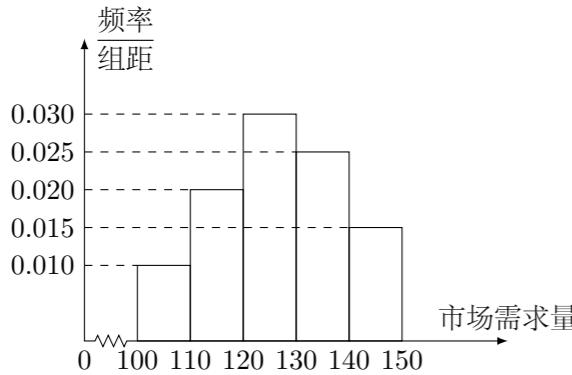
三、解答题

17. 已知等差数列 $\{a_n\}$ 的公差不为零, $a_1 = 25$, 且 a_1, a_{11}, a_{13} 成等比数列.

- (1) 求 $\{a_n\}$ 的通项公式;
 (2) 求 $a_1 + a_4 + a_7 + \dots + a_{3n-2}$.



19. 经销商经销某种农产品, 在一个销售季度内, 每售出 1 t 该产品获利润 500 元, 未售出的产品, 每 1 t 亏损 300 元. 根据历史资料, 得到销售季度内市场需求量的频率分布直方图, 如图所示. 经销商为下一个销售季度购进了 130 t 该农产品. 以 X (单位: t, $100 \leq X \leq 150$) 表示下一个销售季度内的市场需求量, T (单位: 元) 表示下一个销售季度内经销该农产品的利润.



- (1) 将 T 表示为 X 的函数;
(2) 根据直方图估计利润 T 不少于 57000 元的概率.

20. 在平面直角坐标系 xOy 中, 已知圆 P 在 x 轴上截得线段长为 $2\sqrt{2}$, 在 y 轴上截得线段长为 $2\sqrt{3}$.

- (1) 求圆心 P 的轨迹方程;
(2) 若 P 点到直线 $y = x$ 的距离为 $\frac{\sqrt{2}}{2}$, 求圆 P 的方程.

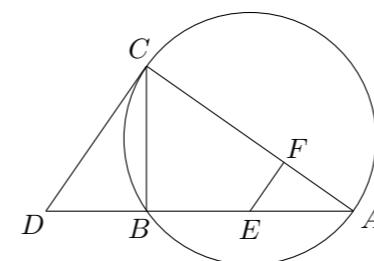
21. 已知函数 $f(x) = x^2 e^{-x}$.

- (1) 求 $f(x)$ 的极小值和极大值;
(2) 当曲线 $y = f(x)$ 的切线 l 的斜率为负数时, 求 l 在 x 轴上截距的取值范围.

23. 已知动点 P, Q 都在曲线 $C: \begin{cases} x = 2 \cos t \\ y = 2 \sin t \end{cases}$ (t 为参数) 上, 对应参数分别为 $t = \alpha$ 与 $t = 2\alpha$ ($0 < \alpha < 2\pi$), M 为 PQ 的中点.
(1) 求 M 的轨迹的参数方程;
(2) 将 M 到坐标原点的距离 d 表示为 α 的函数, 并判断 M 的轨迹是否过坐标原点.

22. 如图, CD 为 $\triangle ABC$ 外接圆的切线, AB 的延长线交直线 CD 于点 D, E , F 分别为弦 AB 与弦 AC 上的点, 且 $BC \cdot AE = DC \cdot AF$, B, E, F, C 四点共圆.

- (1) 证明: CA 是 $\triangle ABC$ 外接圆的直径;
(2) 若 $DB = BE = EA$, 求过 B, E, F, C 四点的圆的面积与 $\triangle ABC$ 外接圆面积的比值.



24. 设 a, b, c 均为正数, 且 $a + b + c = 1$, 证明:

- (1) $ab + bc + ca \leq \frac{1}{3}$;
(2) $\frac{a^2}{b} + \frac{b^2}{c} + \frac{c^2}{a} \geq 1$.