

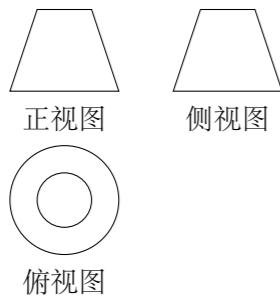
2013 年普通高等学校招生考试 (四川卷)

文科数学

一、选择题

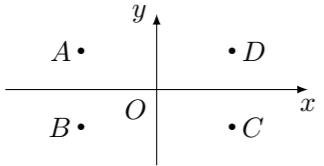
1. 设集合 $A = \{1, 2, 3\}$, 集合 $B = \{-2, 2\}$, 则 $A \cap B =$ ()
 (A) \emptyset (B) {2} (C) {-2, 2} (D) {-2, 1, 2, 3}

2. 一个几何体的三视图如图所示, 则该几何体可以是 ()



- (A) 棱柱 (B) 棱台 (C) 圆柱 (D) 圆台

3. 如图, 在复平面内, 点 A 表示复数 z , 则图中表示 z 的共轭复数的点是 ()



- (A) A (B) B (C) C (D) D

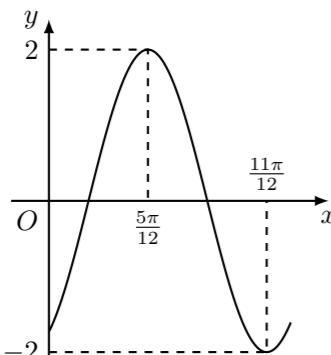
4. 设 $x \in \mathbf{Z}$, 集合 A 是奇数集, 集合 B 是偶数集. 若命题 $p: \forall x \in A, 2x \in B$, 则 ()

- (A) $\neg p: \exists x \in A, 2x \in B$
 (B) $\neg p: \exists x \notin A, 2x \in B$
 (C) $\neg p: \exists x \in A, 2x \notin B$
 (D) $\neg p: \forall x \notin A, 2x \notin B$

5. 抛物线 $y^2 = 8x$ 的焦点到直线 $x - \sqrt{3}y = 0$ 的距离是 ()

- (A) $2\sqrt{3}$ (B) 2 (C) $\sqrt{3}$ (D) 1

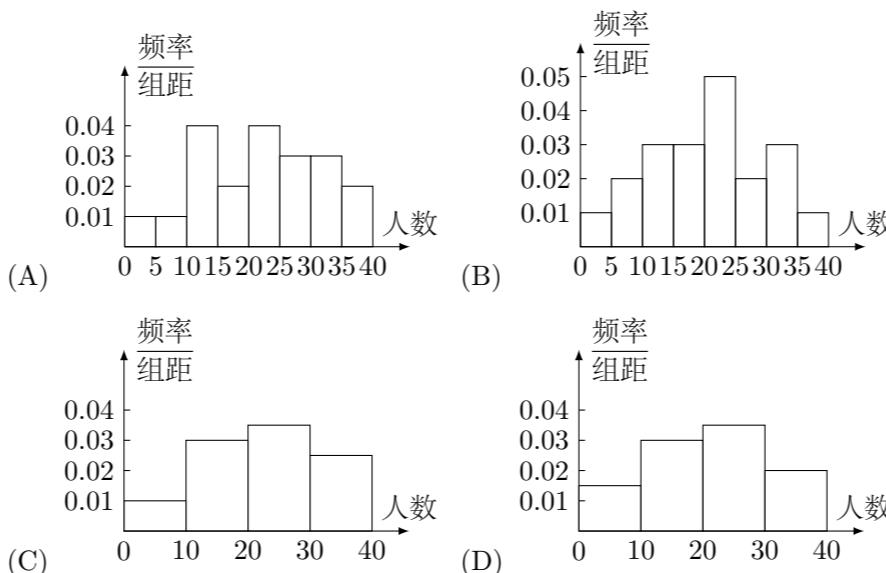
6. 函数 $f(x) = 2 \sin(\omega x + \varphi)$ ($\omega > 0, -\frac{\pi}{2} < \varphi < \frac{\pi}{2}$) 的部分图象如图所示, 则 ω, φ 的值分别是 ()



- (A) $2, -\frac{\pi}{3}$ (B) $2, -\frac{\pi}{6}$ (C) $4, -\frac{\pi}{6}$ (D) $4, \frac{\pi}{3}$

7. 某学校随机抽取 20 个班, 调查各班中有网上购物经历的人数, 所得数据的茎叶图如图所示, 以组距为 5 将数据分组成 $[0, 5)$, $[5, 10)$, \dots , $[30, 35)$, $[35, 40]$ 时, 所作的频率分布直方图是 ()

0	7 3
1	7 6 4 4 3 0
2	7 5 5 4 3 2 0
3	8 5 4 3 0



8. 若变量 x, y 满足约束条件 $\begin{cases} x+y \leqslant 8 \\ 2y-x \leqslant 4 \\ x \geqslant 0 \\ y \geqslant 0 \end{cases}$ 且 $z = 5y - x$ 的最大值为 a , 最小值为 b , 则 $a - b$ 的值是 ()

- (A) 48 (B) 30 (C) 24 (D) 16

9. 从椭圆 $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($a > b > 0$) 上一点 P 向 x 轴作垂线, 垂足恰为左焦点 F_1 , A 是椭圆与 x 轴正半轴的交点, B 是椭圆与 y 轴正半轴的交点, 且 $AB \parallel OP$ (O 是坐标原点), 则该椭圆的离心率是 ()

- (A) $\frac{\sqrt{2}}{4}$ (B) $\frac{1}{2}$ (C) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ (D) $\frac{\sqrt{3}}{2}$

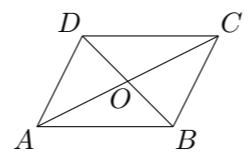
10. 设函数 $f(x) = \sqrt{e^x + x - a}$ ($a \in \mathbf{R}$, e 为自然对数的底数). 若存在 $b \in [0, 1]$ 使 $f(f(b)) = b$ 成立, 则 a 的取值范围是 ()

- (A) $[1, e]$ (B) $[1, 1+e]$ (C) $[e, 1+e]$ (D) $[0, 1]$

二、填空题

11. $\lg \sqrt{5} + \lg \sqrt{20}$ 的值是_____.

12. 在平行四边形 $ABCD$ 中, 对角线 AC 与 BD 交于点 O , $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} = \lambda \overrightarrow{AO}$, 则 $\lambda =$ _____.



13. 已知函数 $f(x) = 4x + \frac{a}{x}$ ($x > 0, a > 0$) 在 $x = 3$ 时取得小值, 则 $a =$ _____.

14. 设 $\sin 2\alpha = -\sin \alpha$, $\alpha \in (\frac{\pi}{2}, \pi)$, 则 $\tan 2\alpha$ 的值是_____.

15. 在平面直角坐标系内, 到点 $A(1, 2)$, $B(1, 5)$, $C(3, 6)$, $D(7, -1)$ 的距离之和最小的点的坐标是_____.

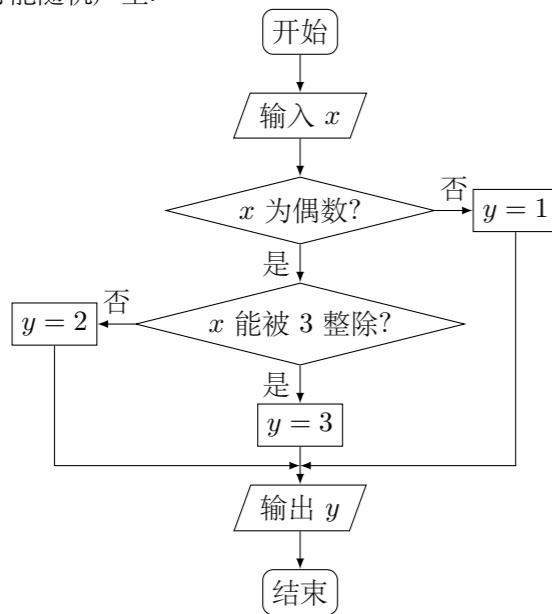
三、解答题

16. 在等比数列 $\{a_n\}$ 中, $a_2 - a_1 = 2$, 且 $2a_2$ 为 $3a_1$ 和 a_3 的等差中项, 求数列 $\{a_n\}$ 的首项、公比及前 n 项和.

17. 在 $\triangle ABC$ 中, 角 A, B, C 的对边分别为 a, b, c , 且 $\cos(A-B)\cos B - \sin(A-B)\sin(A+C) = -\frac{3}{5}$.

- (1) 求 $\sin A$ 的值;
 (2) 若 $a = 4\sqrt{2}$, $b = 5$, 求向量 \overrightarrow{BA} 在 \overrightarrow{BC} 方向上的投影.

18. 某算法的程序框图如图所示, 其中输入的变量 x 在 $1, 2, 3, \dots, 24$ 这 24 个整数中等可能随机产生.



(1) 分别求出按程序框图正确编程运行时输出 y 的值为 i 的概率 P_i ($i = 1, 2, 3$);

(2) 甲、乙两同学依据自己对程序框图的理解, 各自编写程序重复运行 n 次后, 统计记录了输出 y 的值为 i ($i = 1, 2, 3$) 的频数. 以下是甲、乙所作频数统计表的部分数据.

甲的频数统计表 (部分)

运行次数 n	输出 y 的值为 1 的频数	输出 y 的值为 2 的频数	输出 y 的值为 3 的频数
30	14	6	10
...
2100	1027	376	697

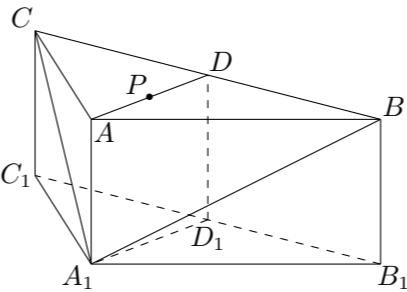
乙的频数统计表 (部分)

运行次数 n	输出 y 的值为 1 的频数	输出 y 的值为 2 的频数	输出 y 的值为 3 的频数
30	12	11	7
...
2100	1051	696	353

当 $n = 2100$ 时, 根据表中的数据, 分别写出甲、乙所编程序各自输出 y 的值为 i ($i = 1, 2, 3$) 的频率 (用分数表示), 并判断两位同学中哪一位所编写程序符合算法要求的可能性较大.

19. 如图, 在三棱柱 $ABC - A_1B_1C_1$ 中, 侧棱 $AA_1 \perp$ 底面 ABC , $AB = AC = 2AA_1 = 2$, $\angle BAC = 120^\circ$, D, D_1 分别是线段 BC, B_1C_1 的中点, 点 P 是线段 AD 上异于端点的点.

- (1) 在平面 ABC 内, 试作出过点 P 与平面 A_1BC 平行的直线 l , 请说明理由, 并证明直线 $l \perp$ 平面 ADD_1A_1 ;
- (2) 设 (1) 中的直线 l 交 AC 于点 Q , 求三棱锥 $A_1 - QC_1D$ 的体积.
(锥体体积公式: $V = \frac{1}{3}Sh$, 其中 S 为底面面积, h 为高)



21. 已知函数 $f(x) = \begin{cases} x^2 + 2x + a, & x < 0 \\ \ln x, & x > 0 \end{cases}$, 其中 a 是实数. 设 $A(x_1, f(x_1)), B(x_2, f(x_2))$ 为该函数图象上的两点, 且 $x_1 < x_2$.
- (1) 指出函数 $f(x)$ 的单调区间;
- (2) 若函数 $f(x)$ 的图象在点 A, B 处的切线互相垂直, 且 $x_2 < 0$, 证明: $x_2 - x_1 \geqslant 1$;
- (3) 若函数 $f(x)$ 的图象在点 A, B 处的切线重合, 求 a 的取值范围.