

文科数学

一、选择题

1. 圆 $(x+2)^2 + y^2 = 5$ 关于原点 $(0,0)$ 对称的圆的方程为 ()

- (A) $(x-2)^2 + y^2 = 5$ (B) $x^2 + (y-2)^2 = 5$
 (C) $(x+2)^2 + (y+2)^2 = 5$ (D) $x^2 + (y+2)^2 = 5$

2. $\left(\cos \frac{\pi}{12} - \sin \frac{\pi}{12}\right) \left(\cos \frac{\pi}{12} + \sin \frac{\pi}{12}\right) =$ ()

- (A) $-\frac{\sqrt{3}}{2}$ (B) $-\frac{1}{2}$ (C) $\frac{1}{2}$ (D) $\frac{\sqrt{3}}{2}$

3. 若函数 $f(x)$ 是定义在 \mathbf{R} 上的偶函数, 在 $(-\infty, 0]$ 上是减函数, 且 $f(2) = 0$, 则使得 $f(x) < 0$ 的 x 的取值范围是 ()

- (A) $(-\infty, 2)$ (B) $(2, +\infty)$
 (C) $(-\infty, -2) \cup (2, +\infty)$ (D) $(-2, 2)$

4. 设向量 $\mathbf{a} = (-1, 2)$, $\mathbf{b} = (2, -1)$, 则 $(\mathbf{a} \cdot \mathbf{b})(\mathbf{a} + \mathbf{b})$ 等于 ()

- (A) $(1, 1)$ (B) $(-4, -4)$ (C) -4 (D) $(-2, -2)$

5. 不等式组 $\begin{cases} |x-2| < 2 \\ \log_2(x^2-1) > 1 \end{cases}$ 的解集为 ()

- (A) $(0, \sqrt{3})$ (B) $(\sqrt{3}, 2)$ (C) $(\sqrt{3}, 4)$ (D) $(2, 4)$

6. 已知 α 、 β 均为锐角, 若 $p: \sin \alpha < \sin(\alpha + \beta)$, $q: \alpha + \beta < \frac{\pi}{2}$, 则 p 是 q 的 ()

- (A) 充分而不必要条件 (B) 必要而不充分条件
 (C) 充要条件 (D) 既不充分也不必要条件

7. 对于不重合的两个平面 α 与 β , 给定下列条件:

- ① 存在平面 γ , 使得 α 、 β 都垂直于 γ ;
 ② 存在平面 γ , 使得 α 、 β 都平行于 γ ;
 ③ 存在直线 $l \subset \alpha$, 直线 $m \subset \alpha$, 使得 $l \parallel m$;
 ④ 存在异面直线 l 、 m , 使得 $l \parallel \alpha$, $l \parallel \beta$, $m \parallel \alpha$, $m \parallel \beta$.

其中, 可以判定 α 与 β 平行的条件有 ()

- (A) 1 个 (B) 2 个 (C) 3 个 (D) 4 个

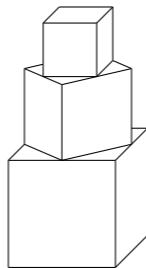
8. 若 $(1+2x)^n$ 展开式中含 x^3 项的系数等于含 x 项的系数的 8 倍, 则 n 等于 ()

- (A) 5 (B) 7 (C) 9 (D) 11

9. 若动点 (x, y) 在曲线 $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($b > 0$) 上变化, 则 $x^2 + 2y$ 的最大值为 ()

- (A) $\begin{cases} \frac{b^2}{4} + 4, & 0 < b < 4, \\ 2b, & b \geq 4 \end{cases}$ (B) $\begin{cases} \frac{b^2}{4} + 4, & 0 < b < 2, \\ 2b, & b \geq 2 \end{cases}$
 (C) $\frac{b^2}{4} + 4$ (D) $2b$

10. 有一塔形几何体由若干个正方体构成, 构成方式如图所示, 上层正方体下底面的四个顶点是下层正方体上底面各连接中点, 已知最底层正方体的棱长为 2, 且该塔形的表面积(含最底层正方体的底面面积)超过 39, 则该塔形中正方体的个数至少是 ()



- (A) 4 (B) 5 (C) 6 (D) 7

二、填空题

11. 若集合 $A = \{x \in \mathbf{R} | x^2 - 4x + 3 < 0\}$, 集合 $B = \{x \in \mathbf{R} | (x-2)(x-5) < 0\}$, 则 $A \cap B =$ _____.12. 曲线 $y = x^3$ 在点 $(1, 1)$ 处的切线与 x 轴、直线 $x = 2$ 所围成的三角形的面积为 _____.13. 已知 α 、 β 均为锐角, 且 $\cos(\alpha + \beta) = \sin(\alpha - \beta)$, 则 $\tan \alpha =$ _____.14. 若 $x^2 + y^2 = 4$, 则 $x - y$ 的最大值是 _____.

15. 若 10 把钥匙中只有 2 把能打开某锁, 则从中任取 2 把能将该锁打开的概率为 _____.

16. 已知 $A\left(-\frac{1}{2}, 0\right)$, B 是圆 $F: \left(x - \frac{1}{2}\right)^2 + y^2 = 4$ (F 为圆心) 上一动点, 线段 AB 的垂直平分线交 BF 于 P , 则动点 P 的轨迹方程为 _____.

三、解答题

17. 若函数 $f(x) = \frac{1 + \cos 2x}{2 \sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right)} + \sin x + a^2 \sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right)$ 的最大值为 $\sqrt{2} + 3$, 试确定常数 a 的值.18. 加工某种零件需经过三道工序, 设第一、二、三道工序的合格率分别为 $\frac{9}{10}$ 、 $\frac{8}{9}$ 、 $\frac{7}{8}$, 且各道工序互不影响.

- (1) 求该种零件的合格率;
 (2) 从该种零件中任取 3 件, 求恰好取到一件合格品的概率和至少取到一件合格品的概率.

20. 如图, 在四棱锥 $P-ABCD$ 中, 底面 $ABCD$ 为矩形, $PD \perp$ 底面 $ABCD$, E 是 AB 上一点, $PE \perp EC$. 已知 $PD = \sqrt{2}$, $CD = 2$, $AE = \frac{1}{2}$, 求:

 - 异面直线 PD 与 EC 的距离;
 - 二面角 $E-PC-D$ 的大小.

21. 已知中心在原点的双曲线 C 的右焦点为 $(2, 0)$, 右顶点为 $(\sqrt{3}, 0)$.

 - 求双曲线 C 的方程;
 - 若直线 $l: y = kx + \sqrt{2}$ 与双曲线 C 恒有两个不同的交点 A 和 B , 且 $\overrightarrow{OA} \cdot \overrightarrow{OB} > 2$ (其中 O 为原点). 求 k 的取值范围.

22. 数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_1 = 1$ 且 $8a_{n+1}a_n - 16a_{n+1} + 2a_n + 5 = 0$ ($n \geq 1$). 记 $b_n = \frac{1}{a_n - \frac{1}{2}}$ ($n \geq 1$).

 - 求 b_1, b_2, b_3, b_4 的值;
 - 求 b_n 的通项公式.

