2008 年普通高等学校招生考试（浙江卷）

理科数学

一、选择题

1. 已知 a 是实数, $\dfrac{a-\mathrm{i}}{1+\mathrm{i}}$ 是纯虚数, 则 $a=$ ( )

(A) 1 (B) -1 (C) $\sqrt{2}$ (D) $-\sqrt{2}$

2. 已知 $U=\mathbf{R}$, $A=\{x|x>0\}$, $B=\{x|x\leqslant -1\}$, 则 $(A\cap \complement_U B)\cup(B\cap\complement_U A)=$ ( )

(A) $\varnothing$ (B) $\{x|x\leqslant 0\}$

(C) $\{x|x>-1\}$ (D) $\{x|x>0$ 或 $x\leqslant -1\}$

3. 已知 a, b 都是实数, 那么"$a^2>b^2$"是"$a>b$"的 ( )

(A) 充分而不必要条件 (B) 必要而不充分条件

(C) 充分必要条件 (D) 既不充分也不必要条件

4. 在 $(x-1)(x-2)(x-3)(x-4)(x-5)$ 的展开式中, 含 x^4 的项的系数是( )

(A) -15 (B) 85 (C) -120 (D) 274

5. 在同一平面直角坐标系中, 函数 $y=\cos\left(\dfrac{x}{2}+\dfrac{3\pi}{2}\right)$ $(x\in[0,2\pi])$ 的图象和直线 $y=\dfrac{1}{2}$ 的交点个数是 ( )

(A) 0 (B) 1 (C) 2 (D) 4

6. 已知 $\{a_n\}$ 是等比数列, $a_2=2$, $a_5=\dfrac{1}{4}$, 则 $a_1a_2+a_2a_3+\cdots+a_na_{n+1}=$( )

(A) $16(1-4^{-n})$ (B) $16(1-2^{-n})$ (C) $\dfrac{32}{3}(1-4^{-n})$ (D) $\dfrac{32}{3}(1-2^{-n})$

7. 若双曲线 $\dfrac{x^2}{a^2}-\dfrac{y^2}{b^2}=1$ 的两个焦点到一条准线的距离之比为 $3:2$, 则双曲线的离心率是 ( )

(A) 3 (B) 5 (C) $\sqrt{3}$ (D) $\sqrt{5}$

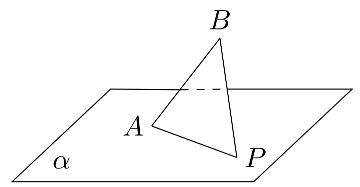
8. 若 $\cos\alpha+2\sin\alpha=-\sqrt{5}$, 则 $\tan\alpha=$ ( )

(A) $\dfrac{1}{2}$ (B) 2 (C) $-\dfrac{1}{2}$ (D) -2

9. 已知 $\boldsymbol{a}, \boldsymbol{b}$ 是平面内两个互相垂直的单位向量, 若向量 $\boldsymbol{c}$ 满足 $(\boldsymbol{a}-\boldsymbol{c})\cdot(\boldsymbol{b}-\boldsymbol{c})=0$, 则 $|\boldsymbol{c}|$ 的最大值是 ( )

(A) 1 (B) 2 (C) $\sqrt{2}$ (D) $\dfrac{\sqrt{2}}{2}$

10. 如图, AB 是平面 α 的斜线段, A 为斜足. 若点 P 在平面 α 内运动, 使得 $\triangle ABP$ 的面积为定值, 则动点 P 的轨迹是 ( )



(A) 圆 (B) 椭圆 (C) 一条直线 (D) 两条平行直线

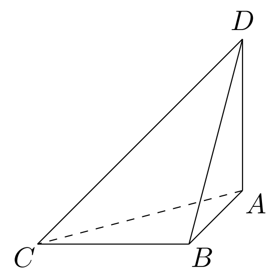
二、填空题

11. 已知 $a>0$, 若平面内三点 $A(1,-a)$, $B(2,a^2)$, $C(3,a^3)$ 共线, 则 $a=$______.

12. 已知 F_1、F_2 为椭圆 $\dfrac{x^2}{25}+\dfrac{y^2}{9}=1$ 的两个焦点, 过 F_1 的直线交椭圆于 A、B 两点. 若 $|F_2A|+|F_2B|=12$, 则 $|AB|=$______.

13. 在 $\triangle ABC$ 中, 角 A、B、C 所对的边分别为 a、b、c, 若 $\left(\sqrt{3}b-c\right)\cos A=a\cos C$, 则 $\cos A=$______.

14. 如图, 已知球 O 的面上四点 A、B、C、D, $DA\perp$ 平面 ABC, $AB\perp BC$, $DA=AB=BC=\sqrt{3}$, 则球 O 点体积等于______.



15. 已知 t 为常数, 函数 $y=|x^2-2x-t|$ 在区间 $[0,3]$ 上的最大值为 2, 则 $t=$______.

16. 用 1, 2, 3, 4, 5, 6 组成六位数 (没有重复数字), 要求任何相邻两个数字的奇偶性不同, 且 1 和 2 相邻, 这样的六位数的个数是______. (用数字作答)

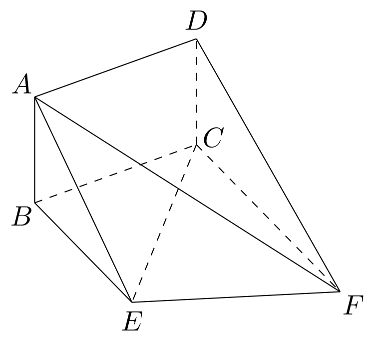
17. 若 $a\geqslant 0$, $b\geqslant 0$, 且当 $\begin{cases}x\geqslant 0\\ y\geqslant 0\\ x+y\leqslant 1\end{cases}$ 时, 恒有 $ax+by\leqslant 1$, 则以 a, b 为坐标的点 $P(a,b)$ 所形成的平面区域的面积等于______.

三、解答题

18. 如图, 矩形 $ABCD$ 和梯形 $BEFC$ 所在平面互相垂直, $BE\parallel CF$, $\angle BCF=\angle CEF=90^\circ$, $AD=\sqrt{3}$, $EF=2$.

(1) 求证: $AE\parallel$ 平面 DCF;

(2) 当 AB 的长为何值时, 二面角 $A-EF-C$ 的大小为 60°?



19. 一个袋中有若干个大小相同的黑球、白球和红球. 已知从袋中任意摸出 1 个球, 得到黑球的概率是 $\dfrac{2}{5}$; 从袋中任意摸出 2 个球, 至少得到 1 个白球的概率是 $\dfrac{7}{9}$.

(1) 若袋中共有 10 个球,

① 求白球的个数;

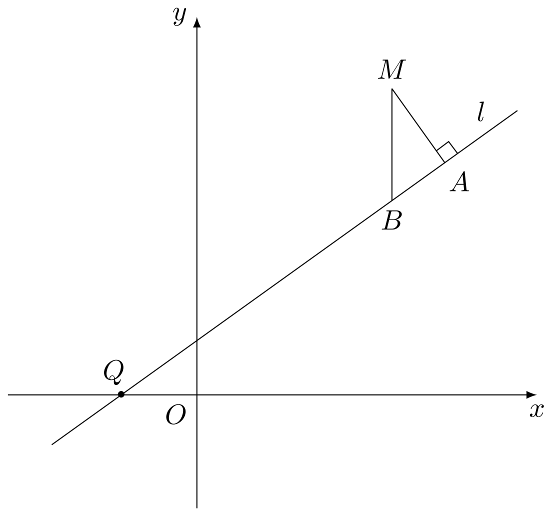
② 从袋中任意摸出 3 个球, 记得到白球的个数为 ξ, 求随机变量 ξ 的数学期望 $E\xi$.

(2) 求证: 从袋中任意摸出 2 个球, 至少得到 1 个黑球的概率不大于 $\dfrac{7}{10}$. 并指出袋中哪种颜色的球个数最少.

20. 已知曲线 C 是到点 $P\left(-\frac{1}{2},\frac{3}{8}\right)$ 和到直线 $y=-\frac{5}{8}$ 距离相等的点的轨迹. l 是过点 $Q(-1,0)$ 的直线, M 是 C 上 (不在 l 上) 的动点; A、B 在 l 上, $MA\perp l$, $MB\perp x$ 轴 (如图).

(1) 求曲线 C 的方程;

(2) 求出直线 l 的方程, 使得 $\frac{|QB|^2}{|QA|}$ 为常数.



21. 已知 a 是实数, 函数 $f(x)=\sqrt{x}(x-a)$.

(1) 求函数 $f(x)$ 的单调区间;

(2) 设 $g(a)$ 为 $f(x)$ 在区间 $[0,2]$ 上的最小值.

① 写出 $g(a)$ 的表达式;

② 求 a 的取值范围, 使得 $-6\leqslant g(a)\leqslant -2$.

22. 已知数列 $\{a_n\}$, $a_n\geqslant 0$, $a_1=0$, $a_{n+1}^2+a_{n+1}-1=a_n^2$ $(n\in\mathbf{N}^*)$. 记 $S_n=a_1+a_2+\cdots+a_n$, $T_n=\frac{1}{1+a_1}+\frac{1}{(1+a_1)(1+a_2)}+\cdots+\frac{1}{(1+a_1)(1+a_2)\cdots(1+a_n)}$. 求证: 当 $n\in\mathbf{N}^*$ 时,

(1) $a_n<a_{n+1}$;

(2) $S_n>n-2$;

(3) $T_n<3$.