

2012 年普通高等学校招生考试 (广东卷)

文科数学

一、选择题

1. 设 i 为虚数单位, 则复数 $\frac{3+4i}{i} =$ ()

(A) $-4-3i$ (B) $-4+3i$ (C) $4+3i$ (D) $4-3i$

2. 设集合 $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$, $M = \{1, 3, 5\}$, 则 $C_U M =$ ()

(A) $\{2, 4, 6\}$ (B) $\{1, 3, 5\}$ (C) $\{1, 2, 4\}$ (D) U

3. 若向量 $\overrightarrow{AB} = (1, 2)$, $\overrightarrow{BC} = (3, 4)$, 则 $\overrightarrow{AC} =$ ()

(A) $(4, 6)$ (B) $(-4, -6)$ (C) $(-2, -2)$ (D) $(2, 2)$

4. 下列函数为偶函数的是 ()

(A) $y = \sin x$ (B) $y = x^3$

(C) $y = e^x$ (D) $y = \ln \sqrt{x^2 + 1}$

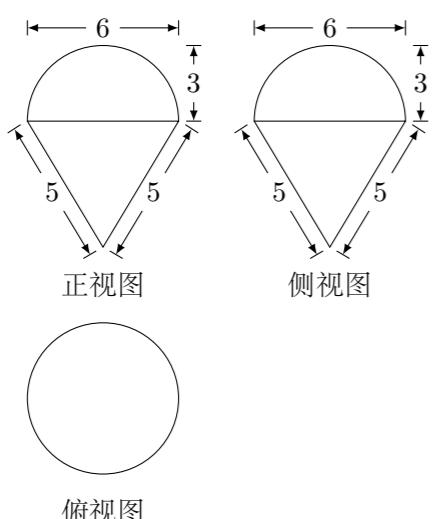
5. 已知变量 x, y 满足约束条件 $\begin{cases} x+y \leqslant 1 \\ x+1 \geqslant 0 \\ x-y \leqslant 1 \end{cases}$, 则 $z = x+2y$ 的最小值为 ()

(A) 3 (B) 1 (C) -5 (D) -6

6. 在 $\triangle ABC$ 中, 若 $\angle A = 60^\circ$, $\angle B = 45^\circ$, $BC = 3\sqrt{2}$, 则 $AC =$ ()

(A) $4\sqrt{3}$ (B) $2\sqrt{3}$ (C) $\sqrt{3}$ (D) $\frac{\sqrt{3}}{2}$

7. 某几何体的三视图如图所示, 则它的体积为 ()

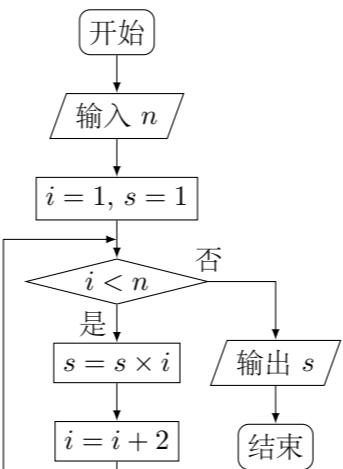


(A) 72π (B) 48π (C) 30π (D) 24π

8. 在平面直角坐标系 xOy 中, 直线 $3x+4y-5=0$ 与圆 $x^2+y^2=4$ 相交于 A, B 两点, 则弦 AB 的长等于 ()

(A) $3\sqrt{3}$ (B) $2\sqrt{3}$ (C) $\sqrt{3}$ (D) 1

9. 执行如图所示的程序框图, 若输入 n 的值为 6, 则输出 s 的值为 ()



(A) 105 (B) 16 (C) 15 (D) 1

10. 对任意两个非零的平面向量 α 和 β , 定义 $\alpha \circ \beta = \frac{\alpha \cdot \beta}{\|\beta\|^2}$. 若两个非零的平

面向量 a, b 满足 a 与 b 的夹角 $\theta \in (\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{2})$, 且 $a \circ b$ 和 $b \circ a$ 都在集合 $\left\{ \frac{n}{2} \mid n \in \mathbb{Z} \right\}$ 中, 则 $a \circ b =$ ()

(A) $\frac{5}{2}$ (B) $\frac{3}{2}$ (C) 1 (D) $\frac{1}{2}$

二、填空题

11. 函数 $y = \frac{\sqrt{x+1}}{x}$ 的定义域为_____.

12. 等比数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_2 a_4 = \frac{1}{2}$, 则 $a_1 a_3^2 a_5 =$ _____.

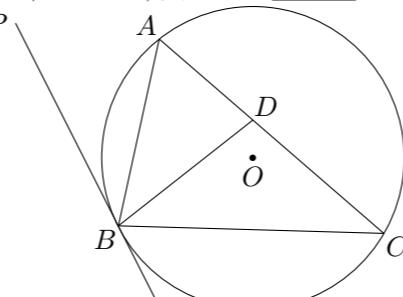
13. 由正整数组成的一组数据 x_1, x_2, x_3, x_4 , 其平均数和中位数都是 2, 且标准差等于 1, 则这组数据为_____. (从小到大排列)

14. 在平面直角坐标系 xOy 中, 曲线 C_1 和 C_2 的参数方程分别为

$$\begin{cases} x = \sqrt{5} \cos \theta \\ y = \sqrt{5} \sin \theta \end{cases} \quad (\theta \text{ 为参数}, 0 \leqslant \theta \leqslant \frac{\pi}{2}) \text{ 和 } \begin{cases} x = 1 - \frac{\sqrt{2}}{2} t \\ y = -\frac{\sqrt{2}}{2} t \end{cases} \quad (t \text{ 为参数}),$$

则曲线 C_1 与 C_2 的交点坐标为_____.

15. 如图所示, 直线 PB 与圆 O 相切于点 B , D 是弦 AC 上的点, $\angle PBA = \angle DBA$, 若 $AD = m$, $AC = n$, 则 $AB =$ _____.



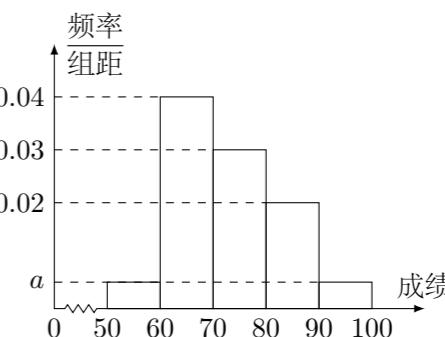
三、解答题

16. 已知函数 $f(x) = A \cos \left(\frac{x}{4} + \frac{\pi}{6} \right)$, $x \in \mathbb{R}$, 且 $f\left(\frac{\pi}{3}\right) = \sqrt{2}$.

(1) 求 A 的值;

(2) 设 $\alpha, \beta \in [0, \frac{\pi}{2}]$, $f\left(4\alpha + \frac{4\pi}{3}\right) = -\frac{30}{17}$, $f\left(4\beta - \frac{2\pi}{3}\right) = \frac{8}{5}$, 求 $\cos(\alpha + \beta)$ 的值.

17. 某校 100 名学生期中考试语文成绩的频率分布直方图如图所示, 其中成绩分组区间是: $[50, 60]$, $[60, 70]$, $[70, 80]$, $[80, 90]$, $[90, 100]$.



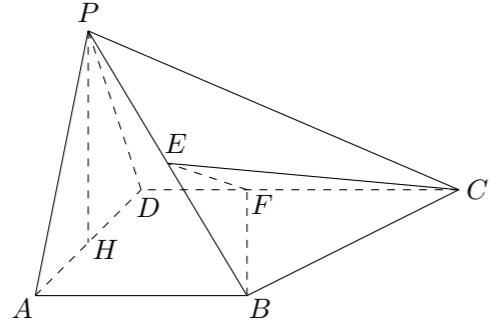
(1) 求图中 a 的值;

(2) 根据频率分布直方图, 估计这 100 名学生语文成绩的平均分;

(3) 若这 100 名学生语文成绩某些分数段的人数 (x) 与数学成绩相应分数段的人数 (y) 之比如下表所示, 求数学成绩在 $[50, 90)$ 之外的人数.

分数段	$[50, 60)$	$[60, 70)$	$[70, 80)$	$[80, 90)$
$x:y$	1:1	2:1	3:4	4:5

18. 如图所示, 在四棱锥 $P-ABCD$ 中, $AB \perp$ 平面 PAD , $AB \parallel CD$, $PD = AD$, E 是 PB 中点, F 是 DC 上的点且 $DF = \frac{1}{2}AB$, PH 为 $\triangle PAD$ 中 AD 边上的高.
- 证明: $PH \perp$ 平面 $ABCD$;
 - 若 $PH = 1$, $AD = \sqrt{2}$, $FC = 1$, 求三棱锥 $E-BCF$ 的体积;
 - 证明: $EF \perp$ 平面 PAB .
20. 在平面直角坐标系 xOy 中, 已知椭圆 $C_1: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 的左焦点 $F_1(-1, 0)$, 且点 $P(0, 1)$ 在 C_1 上.
- 求椭圆 C_1 的方程;
 - 设直线 l 同时与椭圆 C_1 和抛物线 $C_2: y^2 = 4x$ 相切, 求直线 l 的方程.
21. 设 $0 < a < 1$, 集合 $A = \{x \in \mathbf{R} | x > 0\}$, $B = \{x \in \mathbf{R} | 2x^2 - 3(1+a)x + 6a > 0\}$, $D = A \cap B$.
- 求集合 D (用区间表示);
 - 求函数 $f(x) = 2x^3 - 3(1+a)x^2 + 6ax$ 在 D 内的极值点.



19. 设数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n , 数列 $\{S_n\}$ 的前 n 项和为 T_n , 满足 $T_n = 2S_n - n^2$, $n \in \mathbf{N}^*$.
- 求 a_1 的值;
 - 求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式.