

文科数学

一、选择题

1. 设集合 $A = \{x | -1 \leq x \leq 2\}$, $B = \{x | 0 \leq x \leq 4\}$, 则 $A \cap B =$ ()

- (A)
- $[0, 2]$
- (B)
- $[1, 2]$
- (C)
- $[0, 4]$
- (D)
- $[1, 4]$

2. 在二项式 $(x+1)^6$ 的展开式中, 含 x^3 的项的系数是 ()

- (A) 15 (B) 20 (C) 30 (D) 40

3. 抛物线 $y^2 = 8x$ 的准线方程是 ()

- (A)
- $x = -2$
- (B)
- $x = -4$
- (C)
- $y = -2$
- (D)
- $y = -4$

4. 已知 $\log_{\frac{1}{2}}m < \log_{\frac{1}{2}}n < 0$, 则 ()

- (A)
- $n < m < 1$
- (B)
- $m < n < 1$
- (C)
- $1 < m < n$
- (D)
- $1 < n < m$

5. 设向量 a, b, c 满足 $a + b + c = \mathbf{0}$, $a \perp b$, $|a| = 1$, $|b| = 2$, 则 $|c|^2 =$ ()

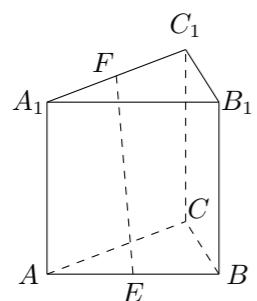
- (A) 1 (B) 2 (C) 4 (D) 5

6. 函数 $f(x) = x^3 - 3x^2 + 2$ 在区间 $[-1, 1]$ 上的最大值是 ()

- (A) -2 (B) 0 (C) 2 (D) 4

7. “ $a > 0, b > 0$ ”是“ $ab > 0$ ”的 ()

- (A) 充分而不必要条件 (B) 必要而不充分条件
-
- (C) 充分必要条件 (D) 既不充分也不必要条件

8. 如图, 正三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 的各棱长都 2, E, F 分别是 AB, A_1C_1 的中点, 则 EF 的长是 ()

- (A) 2 (B)
- $\sqrt{3}$
- (C)
- $\sqrt{5}$
- (D)
- $\sqrt{7}$

9. 在平面直角坐标系中, 不等式组 $\begin{cases} x+y-2 \geq 0 \\ x-y+2 \geq 0 \\ x \leq 2 \end{cases}$, 表示的平面区域的面

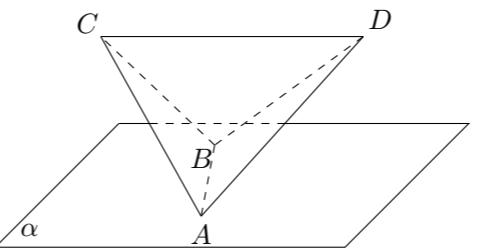
积是 ()

- (A)
- $4\sqrt{2}$
- (B) 4 (C)
- $2\sqrt{2}$
- (D) 2

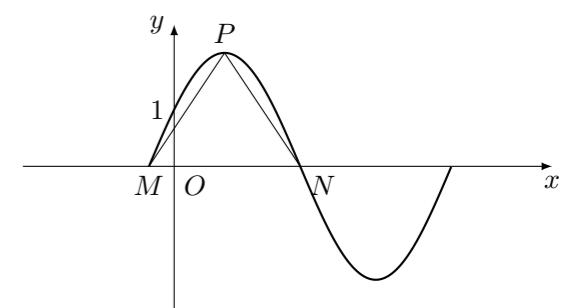
10. 对 $a, b \in \mathbf{R}$, 记 $\max\{a, b\} = \begin{cases} a, & a \geq b \\ b, & a < b \end{cases}$, 函数 $f(x) = \max\{|x+1|, |x-2|\}$ ($x \in \mathbf{R}$) 的最小值是 ()

- (A) 0 (B)
- $\frac{1}{2}$
- (C)
- $\frac{3}{2}$
- (D) 3

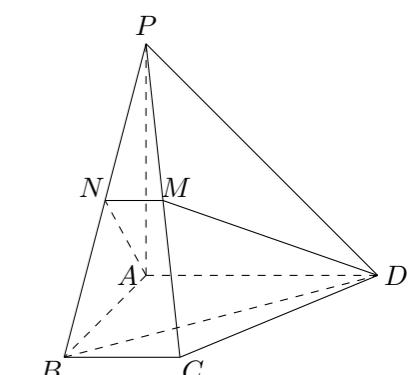
二、填空题

11. 不等式 $\frac{x+1}{x-2} > 0$ 的解集是 _____.12. 函数 $y = 2 \sin x \cos x - 1$, $x \in \mathbf{R}$ 的值域是 _____.13. 双曲线 $\frac{x^2}{m} - y^2 = 1$ 上的点到左焦点的距离与到左准线的距离的比是 3, 则 m 等于 _____.14. 如图, 正四面体 $ABCD$ 的棱长为 1, 平面 α 过棱 AB , 且 $CD \parallel \alpha$, 则正四面体上的所有点在平面 α 内的射影构成的图形面积是 _____.

三、解答题

16. 如图, 函数 $y = 2 \sin(\pi x + \varphi)$, $x \in \mathbf{R}$, $(0 \leq \varphi \leq \frac{\pi}{2})$ 的图象与 y 轴交于点 $(0, 1)$.(1) 求 φ 的值;(2) 设 P 是图象上的最高点, M, N 是图象与 x 轴的交点, 求 \overrightarrow{PM} 与 \overrightarrow{PN} 的夹角.15. 若 S_n 是公差不为 0 的等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和, 且 S_1, S_2, S_4 成等比数列.

- (1) 求数列
- S_1, S_2, S_4
- 的公比;
-
- (2) 若
- $S_2 = 4$
- , 求
- $\{a_n\}$
- 的通项公式.

17. 如图, 在四棱锥 $P-ABCD$ 中, 底面为直角梯形, $AD \parallel BC$, $\angle BAD = 90^\circ$, $PA \perp$ 底面 $ABCD$, 且 $PA = AD = AB = 2BC$, M, N 分别为 PC, PB 的中点.(1) 求证: $PB \perp DM$;(2) 求 BD 与平面 $ADMN$ 所成的角.

18. 甲, 乙两袋装有大小相同的红球和白球, 甲袋装有 2 个红球, 2 个白球, 乙袋装有 2 个红球, n 个白球. 现从甲, 乙两袋中各任取 2 个球.
- 若 $n = 3$, 求取到的 4 个球全是红球的概率;
 - 若取到的 4 个球中至少有 2 个红球的概率为 $\frac{3}{4}$, 求 n .

19. 如图, 椭圆 $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($a > b > 0$) 与过点 $A(2, 0)$, $B(0, 1)$ 的直线有且只有一个公共点 T , 且椭圆的离心率 $e = \frac{\sqrt{3}}{2}$.
- 求椭圆方程;
 - 设 F_1, F_2 分别为椭圆的左、右焦点, 求证: $|AT|^2 = \frac{1}{2}|AF_1| \cdot |AF_2|$.

20. 设 $f(x) = 3ax^2 + 2bx + c$, 若 $a + b + c = 0$, $f(0)f(1) > 0$, 求证:
- 方程 $f(x) = 0$ 有实根;
 - $-2 < \frac{b}{a} < -1$;
 - 设 x_1, x_2 是方程 $f(x) = 0$ 的两个实根, 则 $\frac{\sqrt{3}}{3} \leq |x_1 - x_2| < \frac{2}{3}$.

