2011 年普通高等学校招生考试（广东卷）

文科数学

一、选择题

1. 设复数 z 满足 $\mathrm{i}z=1$, 其中 i 为虚数单位, 则 $z=$ ( )

(A) $-\mathrm{i}$ (B) i (C) -1 (D) 1

2. 已知集合 $A=\{(x,y)\mid x,y$ 为实数, 且 $x^2+y^2=1\}$, $B=\{(x,y)\mid x,y$ 为实数, 且 $x+y=1\}$, 则 $A\cap B$ 的元素个数为 ( )

(A) 4 (B) 3 (C) 2 (D) 1

3. 已知向量 $\boldsymbol{a}=(1,2)$, $\boldsymbol{b}=(1,0)$, $\boldsymbol{c}=(3,4)$. 若 λ 为实数, $(\boldsymbol{a}+\lambda\boldsymbol{b})\parallel\boldsymbol{c}$, 则 $\lambda=$ ( )

(A) $\dfrac{1}{4}$ (B) $\dfrac{1}{2}$ (C) 1 (D) 2

4. 函数 $f(x)=\dfrac{1}{1-x}+\lg(1+x)$ 的定义域是 ( )

(A) $(-\infty,-1)$ (B) $(1,+\infty)$

(C) $(-1,1)\cup(1,+\infty)$ (D) $(-\infty,+\infty)$

5. 不等式 $2x^2-x-1>0$ 的解集是 ( )

(A) $\left(-\dfrac{1}{2},1\right)$ (B) $(1,+\infty)$

(C) $(-\infty,1)\cup(2,+\infty)$ (D) $\left(-\infty,-\dfrac{1}{2}\right)\cup(1,+\infty)$

6. 已知平面直角坐标系 xOy 上的区域 D 由不等式组 $\begin{cases}0\leqslant x\leqslant\sqrt{2}\\ y\leqslant 2\\ x\leqslant\sqrt{2}y\end{cases}$ 给定. 若 $M(x,y)$ 为 D 上的动点, 点 A 的坐标为 $(\sqrt{2},1)$, 则 $z=\overrightarrow{OM}\cdot\overrightarrow{OA}$ 的最大值为 ( )

(A) 3 (B) 4 (C) $3\sqrt{2}$ (D) $4\sqrt{2}$

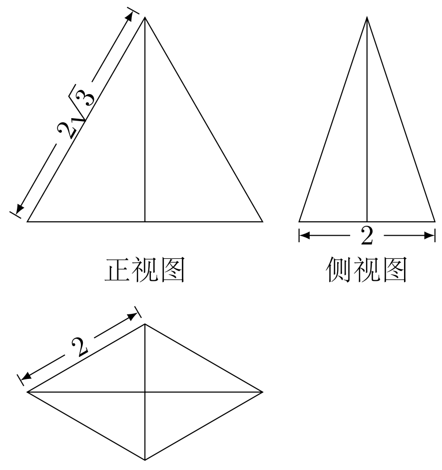
7. 正五棱柱中, 不同在任何侧面且不同在任何底面的两顶点的连线称为它的对角线, 那么一个正五棱柱对角线的条数共有 ( )

(A) 20 (B) 15 (C) 12 (D) 10

8. 设圆 C 与圆 $x^2+(y-3)^2=1$ 外切, 且与直线 $y=0$ 相切, 则 C 的圆心轨迹为 ( )

(A) 抛物线 (B) 双曲线 (C) 椭圆 (D) 圆

9. 如图, 某几何体的正视图 (主视图), 侧视图 (左视图) 和俯视图分别是等边三角形, 等腰三角形和菱形, 则该几何体的体积为 ( )



正视图 侧视图

俯视图

(A) $4\sqrt{3}$ (B) 4 (C) $2\sqrt{3}$ (D) 2

10. 设 $f(x)$, $g(x)$, $h(x)$ 是 $\mathbf{R}$ 上的任意实值函数. 如下定义两个函数 $(f\circ g)(x)$ 和 $(f\bullet g)(x)$: 对任意 $x\in\mathbf{R}$, $(f\circ g)(x)=f(g(x))$; $(f\bullet g)(x)=f(x)g(x)$, 则下列等式恒成立的是 ( )

(A) $((f\circ g)\bullet h)(x)=((f\bullet h)\circ(g\bullet h))(x)$

(B) $((f\bullet g)\circ h)(x)=((f\circ h)\bullet(g\circ h))(x)$

(C) $((f\circ g)\circ h)(x)=((f\circ h)\circ(g\circ h))(x)$

(D) $((f\bullet g)\bullet h)(x)=((f\bullet h)\bullet(g\bullet h))(x)$

二、填空题

11. 已知 $\{a_n\}$ 是递增的等比数列, $a_2=2$, $a_4-a_3=4$, 则此数列的公比 $q=$______.

12. 设函数 $f(x)=x^3\cos x+1$. 若 $f(a)=11$, 则 $f(-a)=$______.

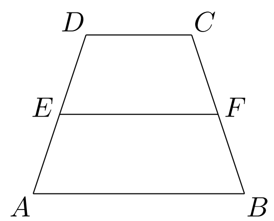
13. 为了解篮球爱好者小李的投篮命中率与打篮球时间之间的关系, 下表记录了小李某月 1 号到 5 号每天打篮球时间 x (单位: 小时) 与当天投篮命中率 y 之间的关系:

时间 x	1	2	3	4	5
命中率 y	0.4	0.5	0.6	0.6	0.4

小李这 5 天的平均投篮命中率为______; 用线性回归分析的方法, 预测小李该月 6 号打 6 小时篮球的投篮命中率为______.

14. 已知两曲线参数方程分别为 $\begin{cases}x=\sqrt{5}\cos\theta\\ y=\sin\theta\end{cases}$ $(0\leqslant\theta<\pi)$ 和 $\begin{cases}x=\dfrac{5}{4}t^2\\ y=t\end{cases}$ $(t\in\mathbf{R})$, 它们的交点坐标为______.

15. 如图, 在梯形 $ABCD$ 中, $AB\parallel CD$, $AB=4$, $CD=2$, E, F 分别为 AD, BC 上的点, 且 $EF=3$, $EF\parallel AB$, 则梯形 $ABFE$ 与梯形 $EFCD$ 的面积比为______.



三、解答题

16. 已知函数 $f(x)=2\sin\left(\dfrac{1}{3}x-\dfrac{\pi}{6}\right)$, $x\in\mathbf{R}$.

(1) 求 $f(0)$ 的值;

(2) 设 $\alpha,\beta\in\left[0,\dfrac{\pi}{2}\right]$, $f\left(3\alpha+\dfrac{\pi}{2}\right)=\dfrac{10}{13}$, $f(3\beta+2\pi)=\dfrac{6}{5}$, 求 $\sin(\alpha+\beta)$ 的值.

17. 在某次测验中, 有 6 位同学的平均成绩为 75 分. 用 x_n 表示编号为 n $(n=1,2,\cdots,6)$ 的同学所得成绩, 且前 5 位同学的成绩如下:

编号 n	1	2	3	4	5
成绩 x_n	70	76	72	70	72

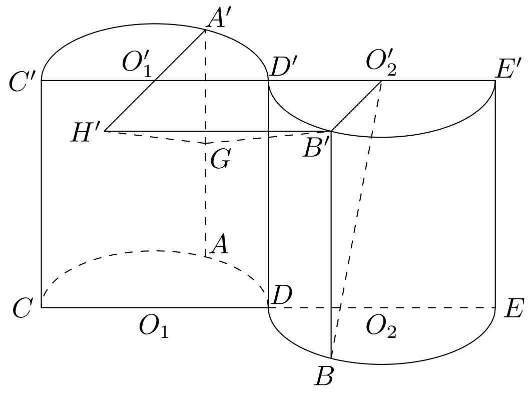
(1) 求第 6 位同学的成绩 x_6, 及这 6 位同学成绩的标准差 s;

(2) 从前 5 位同学中, 随机地选 2 位同学, 求恰有 1 位同学成绩在区间 $(68,75)$ 中的概率.

18. 如图所示的几何体是将高为 2, 底面半径为 1 的直圆柱沿过轴的平面切开后, 将其中一半沿切面向右水平平移后得到的. A, A', B, B' 分别为 $\overset{\frown}{CD}$, $\overset{\frown}{C'D'}$, $\overset{\frown}{DE}$, $\overset{\frown}{D'E'}$ 的中点, O_1, O_1', O_2, O_2' 分别为 CD, $C'D'$, DE, $D'E'$ 的中点.

(1) 证明: O_1', A', O_2, B 四点共面;

(2) 设 G 为 AA' 中点, 延长 $A'O_1'$ 到 H', 使得 $O_1'H' = A'O_1'$. 证明: $BO_2' \perp$ 平面 $H'B'G$.



19. 设 $a > 0$, 讨论函数 $f(x) = \ln x + a(1-a)x^2 - 2(1-a)x$ 的单调性.

20. 设 $b > 0$, 数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_1 = b$, $a_n = \dfrac{nba_{n-1}}{a_{n-1} + n - 1}$ $(n \geqslant 2)$.

(1) 求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式;

(2) 证明: 对于一切正整数 n, $2a_n \leqslant b^{n+1} + 1$.

21. 在平面直角坐标系 xOy 中, 直线 $l: x = -2$ 交 x 轴于点 A. 设 P 是 l 上一点, M 是线段 OP 的垂直平分线上一点, 且满足 $\angle MPO = \angle AOP$.

(1) 当点 P 在 l 上运动时, 求点 M 的轨迹 E 的方程;

(2) 已知 $T(1,-1)$, 设 H 是 E 上动点, 求 $|HO| + |HT|$ 的最小值, 并给出此时点 H 的坐标;

(3) 过点 $T(1,-1)$ 且不平行于 y 轴的直线 l_1 与轨迹 E 有且只有两个不同的交点, 求直线 l_1 的斜率 k 的取值范围.