Задание 0

$a \neq b$.

1) $a \in 2^{\{a\}}$

т.к. $2^{\{a\}} = \{\varnothing; \{a\}\} \Rightarrow a \notin 2^{\{a\}} \Rightarrow$ ложь.

2) $2^{\{a;\varnothing\}} \subset 2^{\{a;b;\varnothing\}}$

$$\begin{cases} 2^{\{a;\varnothing\}} = \{\varnothing; \{a\}; \{\varnothing\}; \{a;\varnothing\}\} \\ 2^{\{a;b;\varnothing\}} = \{\varnothing; \{a\}; \{\varnothing\}; \{a;\varnothing\}; \{b\}; \ldots\} \end{cases} \Rightarrow 2^{\{a;\varnothing\}} \subset 2^{\{a;b;\varnothing\}}$$

$\Downarrow$

истина.

3) $\{a,b\} \subseteq 2^{\{a,b\}}$

т.к. $2^{\{a,b\}} = \{\varnothing; \{a\}, \{b\}, \{a,b\}\} \Rightarrow \{a,b\} \subseteq 2^{\{a,b\}}$

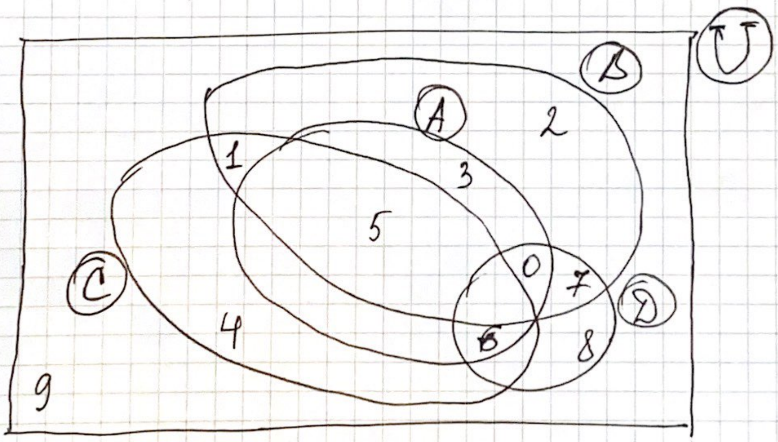
$\Downarrow$

истина.

Задание 1

$A = \{0,3,5,6\}$ $\quad C = \{1,4,5,6\}$ $\quad U = \{0,1,2,3,4,5,6,7,8,9\}$.

$B = \{0,1,2,3,5,7\}$ $\quad D = \{0,6,7,8\}$



1) $P = (A \cap \overline{C} \cap D) \cup (\overline{B} \cap C \cap \overline{D}) \cup (B \cap \overline{C} \cap D) \cup (A \cap \overline{B} \cap C) =$

$= \{0\} \cup \{4\} \cup \{0,7\} \cup \{6\} = \{0,4,6,7\}$

2) $P = (\overline{A} \cap \overline{B}) \cup (B \cap C \cap \overline{D}) \cup (B \cap \overline{C} \cap \overline{D}) \cup (A \cap \overline{B} \cap D) =$

$= \{4, 8, 9\} \cup \{1, 5\} \cup \{2, 3\} \cup \{6\} = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 8, 9\}.$

Задание 2

U – универсум. $A \subset B$; $B = C$.

1) $\overline{A \cup \overline{\overline{B} \cap C}} = \overline{A \cup \overline{\overline{B} \cap B}} = \overline{A \cup (\overline{\emptyset})} = \overline{A \cup U} =$

$= (\overline{U}) = \emptyset$

2) $\overline{A \cap \overline{B}} \cap C \cup U$

т.к. $A \subset B \Rightarrow$ $\boxed{\text{если } x \in A \Rightarrow x \in B}$

$\Downarrow$

$A \cap \overline{B} = \{x \mid x \in A \text{ и } x \notin B\} = \emptyset$

$\overline{\emptyset} \cap C \cup U = \overline{\emptyset} \cup U = U \cup U = U$

Задание 3

1) $(A\cup\overline{B})\cap(A\cup\overline{B}\cup C)\cap(A\cup\overline{B}\cup D)$

для удобства возьмём $P = A\cup\overline{B}$:

$$\underbrace{P\cap(P\cup C)}_{\text{св-во поглощения}}\cap(P\cup D) = \underbrace{P\cap(P\cup D)}_{\text{св-во поглощения}} = P = A\cup\overline{B}$$

2) $\bar{A}\cap\bar{B}\cup A\cap B\cup\bar{A}\cap B$

для удобства расставим скобки!

$$(\bar{A}\cap\bar{B})\cup(A\cap B)\cup(\bar{A}\cap B) = \underbrace{(\bar{A}\cap\bar{B})\cup(\bar{A}\cap B)}_{\text{закон склеивания}}\cup(A\cap B) =$$

по св-ву коммутативности

$$= \bar{A}\cup(A\cap B) = (\bar{A}\cup A)\cap(\bar{A}\cup B) = U\cap(\bar{A}\cup B) = \bar{A}\cup B$$

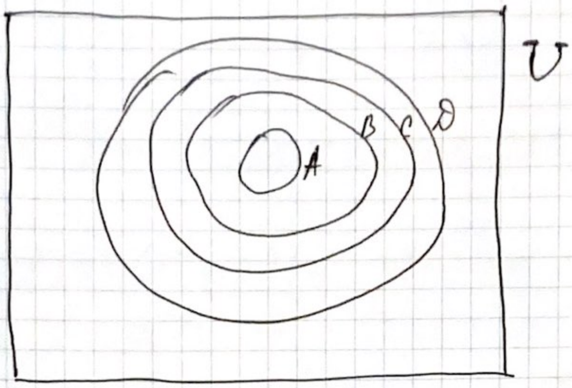
по св-ву дистрибутивности

3) $$\overline{A\cup(A\cap B)\cup(A\cap C)} = \underbrace{\bar{A}\cap(\bar{A}\cup\bar{B})\cap(\bar{A}\cup\bar{C})}_{\text{св-во поглощения}} = \bar{A}$$

закон де Моргана

Задание 4

U – универсум ; $A \subset B \subset C \subset D \subset U$



$$P = (\overline{A} \cap B \cap \overline{C}) \cup (\overline{A} \cap C \cap D) \cup (A \cap B \cap \overline{C}) \cup (A \cap B \cap C) =$$

$$= \varnothing \cup (\overline{A} \cap C) \cup \varnothing \cup A = (\overline{A} \cap C) \cup A = (\overline{A} \cup A) \cap (A \cup C) =$$

св-во дистрибутивности

$$= U \cap (A \cup C) = A \cup C$$

Задание 5

$A, B, C - \forall$

1) $A \cap (B \triangle C) = (A \cap B) \triangle (A \cap C)$

по свойству дистрибутивности $\Rightarrow$ утверждение верно

2) $A \setminus (A \setminus B) = A \cap B$

* из выражения для разности $(A \setminus B = A \cap \overline{B})$:

$\cancel{A \cap A}$ $A \setminus (A \cap \overline{B}) = A \cap B$

$\cancel{A \cap (\overline{A} \cup B}$

$A \cap (\overline{A \cap \overline{B}}) = A \cap B$

по законам де Моргана:

$A \cap (\overline{A} \cup B) = A \cap B$

по св-ву дистрибутивности:

$$(A \cap \bar{A}) \cup (A \cap B) = A \cap B$$

$$\varnothing \cup (A \cap B) = A \cap B$$

$$A \cap B = A \cap B$$ $\Rightarrow$ утверждение верно.

~~Док~~ (*) Док-во выражения для разности:

$a \in (A \setminus B) \Leftrightarrow (a \in A)$ и $(a \notin B)$ по def разности

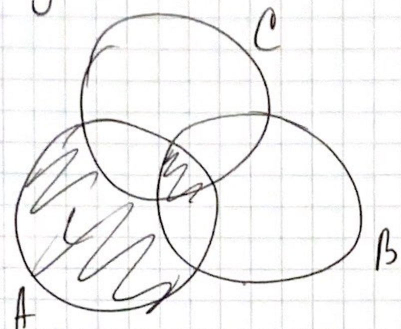
$\Leftrightarrow (a \in A)$ и $(a \in \bar{B})$ по def дополнение

$\Leftrightarrow a \in (A \cap \bar{B})$ по def пересечение

$\Downarrow$

$$A \setminus B = A \cap \bar{B}$$

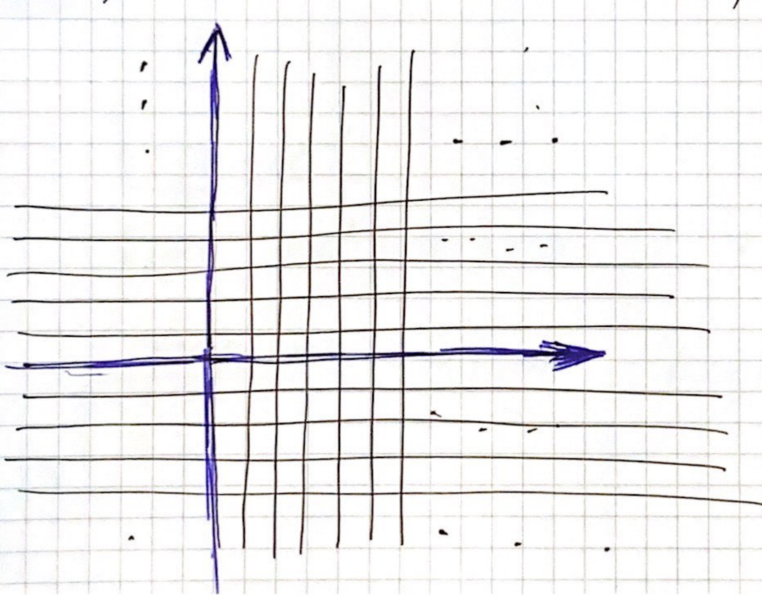
Задание 6



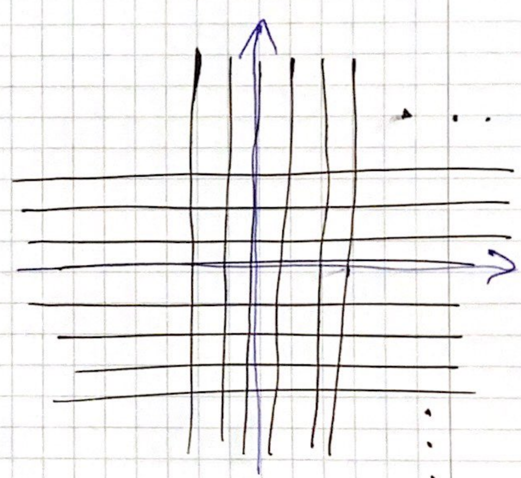
$((A \setminus B) \setminus C) \cup (A \cap B \cap C)$

Задание 7

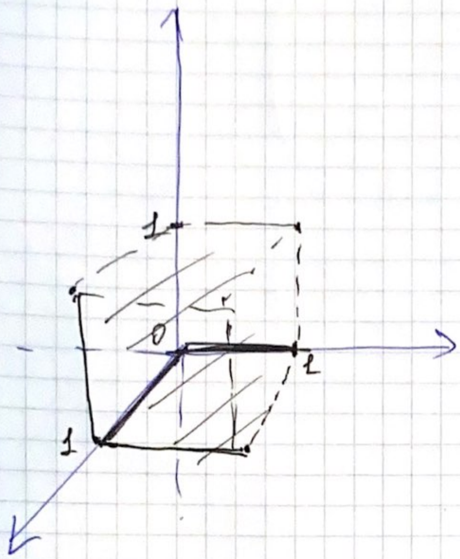
1) $N \times Z$



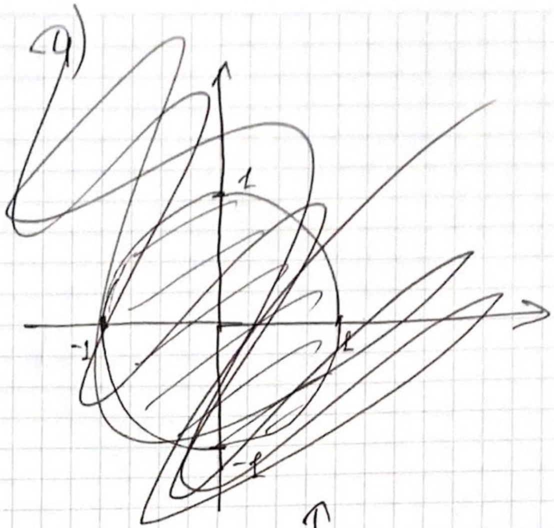
2)



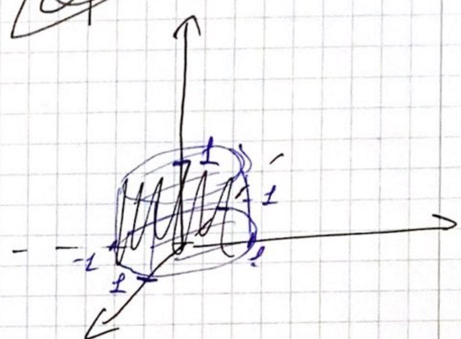
3)



4)



4)



Задание 8

Пусть $A = \{3, |B|\}$; $B = \{1, |A|, |B|\}$.

1 вариант: $|B| = 3 \rightarrow A = \{3\} \Rightarrow |A| = 1$

$\Downarrow$

$B = \{1, |B|\} \Rightarrow |B| = 2$

$\Downarrow$

вариант не подходит.

2 вариант: $|A| = 2 \Rightarrow B = \{1; 2; |B|\}$
$A = \{3; |B|\}$

из 1 вар-та $\Rightarrow |B| \neq 3$

$\Downarrow$

$|B| = 2$

$\Downarrow$

$A = \{3, 2\}$

$B = \{1, 2\}$