

Рабочий протокол и отчет по лабораторной работе № 1.01

Исследование распределения случайной величины

2) Функция Гаусса:

$$\rho(t) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{(t - \langle t \rangle)^2}{2\sigma^2}\right).$$

3) Выборочное среднее:

$$\langle t \rangle_N = \frac{1}{N} (t_1 + t_2 + \dots + t_N) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N t_i$$

4) Выборочное среднеквадратичное отклонение:

$$\sigma_N = \sqrt{\frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^N (t_i - \langle t \rangle_N)^2}.$$

5) Максимальное значение плотности:

$$\rho_{\max} = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}}.$$

6) Соотношение для вероятности попадания результата измерения в интервал $[t_1, t_2]$:

$$P(t_1 < t < t_2) = \int_{t_1}^{t_2} \rho(t) dt \approx \frac{N_{12}}{N}$$

7) В случае наиболее употребительных на практике интервалов (так называемых стандартных) эта вероятность при условии реализации нормального распределения случайной величины имеет следующие значения:

$$t \in [\langle t \rangle - \sigma, \langle t \rangle + \sigma], \quad P_\sigma \cong 0,683$$

$$t \in [\langle t \rangle - 2\sigma, \langle t \rangle + 2\sigma], \quad P_{2\sigma} \cong 0,954$$

$$t \in [\langle t \rangle - 3\sigma, \langle t \rangle + 3\sigma], \quad P_{3\sigma} \cong 0,997$$

8) Среднеквадратичное отклонение среднего значения:

$$\sigma_{\langle t \rangle} = \sqrt{\frac{1}{N(N-1)} \sum_{i=1}^N (t_i - \langle t \rangle_N)^2}$$

9) Доверительный интервал:

$$\Delta t = t_{\alpha, N} \cdot \sigma_{\langle t \rangle},$$

10) Доверительная вероятность:

$$\alpha = P(t \in [\langle t \rangle - \Delta t, \langle t \rangle + \Delta t]).$$

6. Измерительные приборы.

№ п/п	Наименование	Тип прибора	Используемый диапазон	Погрешность прибора
1	Часы с секундной стрелкой	Прибор для измерения времени	Секунды (60)	0.5 с
2	Цифровой секундомер	Прибор для измерения времени	Секунды (60)	0.0005 с

7. Схема установки (перечень схем, которые составляют Приложение 1).

8. Результаты прямых измерений и их обработки (таблицы, примеры расчетов).

№	t_i , с	$t_i - \langle t \rangle N$, с	$(t_i - \langle t \rangle N)^2$, с ²
1	5,02	-0,09	0,01
2	5,38	0,27	0,07
3	5,32	0,21	0,04
4	5,00	-0,11	0,01
5	5,22	0,11	0,01
6	5,02	-0,09	0,01
7	5,03	-0,08	0,01
8	5,20	0,09	0,01
9	5,36	0,25	0,06
10	5,05	-0,06	0,00
11	5,33	0,22	0,05
12	5,27	0,16	0,03
13	5,02	-0,09	0,01
14	5,13	0,02	0,00
15	5,18	0,07	0,00
16	5,22	0,11	0,01
17	5,28	0,17	0,03
18	5,12	0,01	0,00
19	5,16	0,05	0,00
20	5,38	0,27	0,07
21	5,18	0,07	0,00
22	5,35	0,24	0,06
23	5,29	0,18	0,03
24	4,97	-0,14	0,02
25	5,15	0,04	0,00
26	5,16	0,05	0,00
27	5,05	-0,06	0,00
28	5,14	0,03	0,00
29	5,07	-0,04	0,00
30	5,20	0,09	0,01
31	4,98	-0,13	0,02
32	5,02	-0,09	0,01

33	5,21	0,10	0,01
34	5,16	0,05	0,00
35	5,33	0,22	0,05
36	5,01	-0,10	0,01
37	5,27	0,16	0,03
38	5,03	-0,08	0,01
39	5,12	0,01	0,00
40	5,13	0,02	0,00
41	5,00	-0,11	0,01
42	4,87	-0,24	0,06
43	5,03	-0,08	0,01
44	5,08	-0,03	0,00
45	4,95	-0,16	0,03
46	5,02	-0,09	0,01
47	4,98	-0,13	0,02
48	5,02	-0,09	0,01
49	5,25	0,14	0,02
50	5,08	-0,03	0,00
51	5,30	0,19	0,04
52	5,26	0,15	0,02
53	5,03	-0,08	0,01
54	5,00	-0,11	0,01
55	5,13	0,02	0,00
56	5,07	-0,04	0,00
57	4,97	-0,14	0,02
58	4,96	-0,15	0,02
59	5,27	0,16	0,03
60	5,37	0,26	0,07
61	4,99	-0,12	0,01
62	5,00	-0,11	0,01
63	5,20	0,09	0,01
64	5,19	0,08	0,01
65	5,19	0,08	0,01
66	5,23	0,12	0,01
67	5,03	-0,08	0,01
68	4,94	-0,17	0,03
69	5,04	-0,07	0,00
70	5,03	-0,08	0,01
71	5,31	0,20	0,04
72	5,11	0,00	0,00
73	4,98	-0,13	0,02
74	4,98	-0,13	0,02
75	5,03	-0,08	0,01
76	5,09	-0,02	0,00
77	5,24	0,13	0,02
78	4,95	-0,16	0,03
79	4,98	-0,13	0,02
80	4,96	-0,15	0,02

81	5,09	-0,02	0,00
82	5,07	-0,04	0,00
83	5,15	0,04	0,00
84	5,07	-0,04	0,00
85	4,85	-0,26	0,07
86	5,02	-0,09	0,01
87	5,20	0,09	0,01
88	5,20	0,09	0,01
89	5,13	0,02	0,00
90	4,90	-0,21	0,04
91	5,17	0,06	0,00
92	5,28	0,17	0,03
93	4,93	-0,18	0,03
94	5,11	0,00	0,00
95	5,00	-0,11	0,01
96	5,32	0,21	0,04
97	4,92	-0,19	0,04
98	5,10	-0,01	0,00
99	5,25	0,14	0,02
100	5,07	-0,04	0,00
	$\langle t \rangle N = 5,11$ с	$\sum_{i=1}^N (t_i - \langle t \rangle N) = 0,45$ с	$\sigma N = 0,12949$ с
			$\rho_{max} = 3,08087$ с ⁻¹

Выборочное среднее:

$$\langle t \rangle N = 511 / 100 = 5.11 \text{ с}$$

Выборочное среднеквадратичное отклонение:

$$\sigma_N = \sqrt{\frac{1}{100-1} \sum_{i=1}^N (t_i - 5.11)^2} = 0,12949 \text{ с}$$

Максимальное значение плотности:

$$\rho_{max} = \frac{1}{0,12949 \sqrt{2\pi}} = 3,08087 \text{ с}^{-1}$$

9. Расчет результатов косвенных измерений (таблицы, примеры расчетов).

Границы интервалов, с	ΔN	$\Delta N / N \Delta t$, с ⁻¹	t , с	ρ , с ⁻¹
[4.85; 4.90)	2	0.4	4,875	2,48923
[4.90; 4.95)	4	0.8	4,925	2,69948
[4.95; 5.00)	12	2.1	4,975	2,87152
[5.00; 5.05)	21	4.2	5,025	2,99611
[5.05; 5.10)	11	2.1	5,075	3,06633
[5.10; 5.15)	10	2.0	5,125	3,0782
[5.15; 5.20)	10	2.0	5,175	3,03102
[5.20; 5.25)	10	2.0	5,225	2,92749

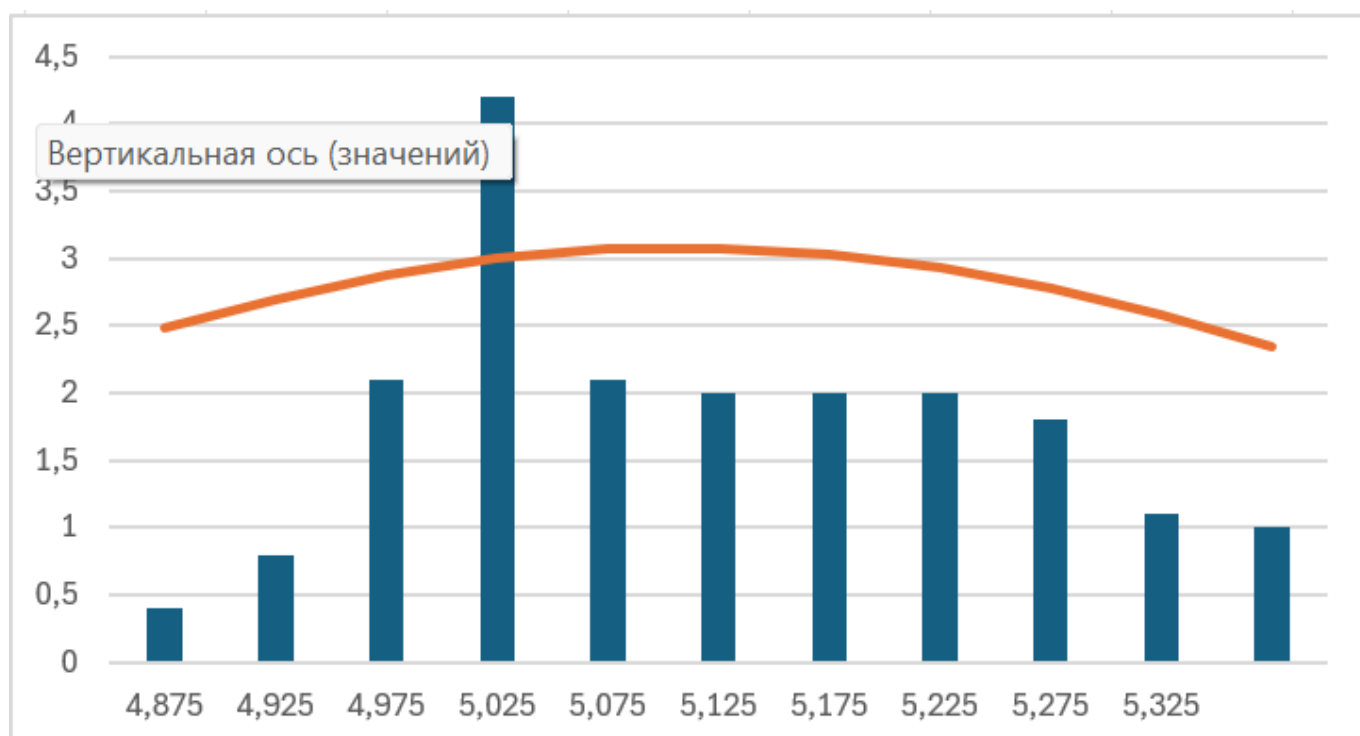
[5.25; 5.30)	9	1.8	5,275	2,77344
[5.30; 5.35)	6	1.1	5,325	2,57725
[5.35; 5.40)	5	1.0	5,375	2,34915

	Начало интервала, с	Конец интервала, с	ΔN	$\Delta N / N$	P
$\langle t \rangle N \pm \sigma N$	5,23949	4,98051	62	0,62	0,683
$\langle t \rangle N \pm 2\sigma N$	5,36898	4,85102	96	0,96	0,954
$\langle t \rangle N \pm 3\sigma N$	5,49847	4,72153	100	1	0,997

10. Расчет погрешностей измерений (для прямых и косвенных измерений).

- 1) Коэффициент Стьюдента:
 $t_{\alpha, N} = 1,984$
- 2) Доверительный интервал:
 $\Delta t = t_{\alpha, N} \cdot \sigma \langle t \rangle = 1,984 \cdot 0,013 = 0,026$
- 3) Доверительная вероятность:
 $\alpha = P(t \in [4,85 ; 5,37])$

11. Графики (перечень графиков, которые составляют Приложение 2).



12. Окончательные результаты.

$$t = 5,14 \pm 0,026 \text{ с}$$

$$\sigma_{\langle t \rangle} = 0,013 \text{ с}$$

13. Выводы и анализ результатов работы.

В ходе выполнения лабораторной работы мы исследовали распределение случайной величины. По результатам вычислений построили гистограмму распределения результатов измерения. Вычислили среднее значение и дисперсию полученной выборки. Сравнили гистограмму с графиком функции Гаусса.

14. Дополнительные задания.

15. Выполнение дополнительных заданий.

16. Замечания преподавателя (*исправления, вызванные замечаниями преподавателя, также помещают в этот пункт*).

- Примечание:**
1. Пункты 1-6,8-13 Протокола-отчета **обязательны** для заполнения.
 2. Необходимые исправления выполняют непосредственно в протоколе-отчете.
 3. При ручном построении графиков рекомендуется использовать миллиметровую бумагу.
 4. Приложения 1 и 2 вкладывают в бланк протокола-отчета.