$A \times B = B \times A.$

a) $(A \subset B \wedge C \subset D) \quad \Rightarrow \quad (A \cup C \subset B \cup D)$,

$$\underbrace{[x \in A \wedge x \in B \wedge x \in C \wedge x \in D]}_{T} \Rightarrow [(x \in A \vee x \in C) \wedge (x \in B \vee x \in D)]$$

$x \in A \equiv T \to x \in A$

$x \in B \equiv T \to x \in B$

$x \in C \equiv T \to x \in C$

$x \in D \equiv T \to x \in D$

Nie może być fałszem skoro x należy do wszystkich wspomnianych zbiorów

$$[x \in A \Rightarrow x \in B \wedge x \in C \Rightarrow x \in D] \Rightarrow$$

$$[x \in A \vee x \in C \Rightarrow x \in B \vee x \in D]$$

$$\underbrace{(x \notin A \vee x \in B) \wedge (x \notin C \vee x \in D)}_{\text{załóżmy } T}$$

$$\underbrace{(x \notin A \wedge x \notin C)}_{F} \vee \underbrace{(x \in B \vee x \in D)}$$

$$\underbrace{x \in B \overset{F}{\vee} x \in D}_{T}$$

9. Naszkicuj na płaszczyźnie zbiory $A \times B$ i $B \times A$ dla:

a) $A = \{y \in \mathbb{R}\colon -1 < y < 1\}$, $B = \{x \in \mathbb{R}\colon 0 < x \leqslant 1\}$,

b) $A = \mathbb{Z}$, $B = \langle 1, 2)$,

c) $A = \{x \in \mathbb{R}\colon x^2 + x - 2 \geqslant 0\}$, $B = \{b \in \mathbb{N}\colon 2^b < 11\}$,

d) $A = \{x \in \langle 0, \infty)\colon \frac{x-1}{x+1} < 0\}$, $B = \{x \in \mathbb{R}\colon x^2 \leqslant 4\}$.

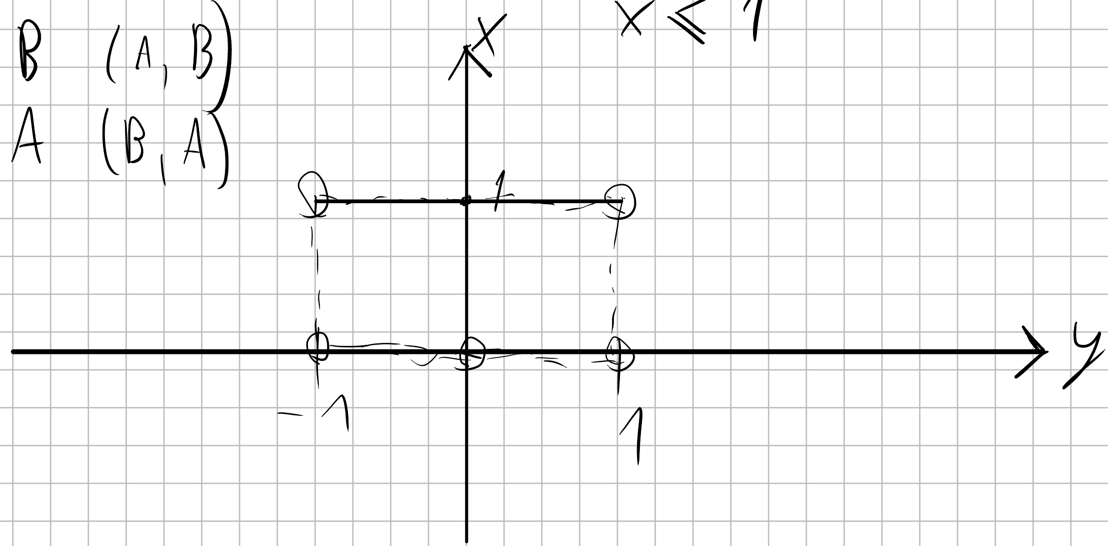
$A \times B$ a) $A = \{y \in R: -1 < y < 1\}$ $B = \{x \in R, 0 < x \leq 1\}$

$y > -1 \wedge y < 1$ $x > 0 \wedge$

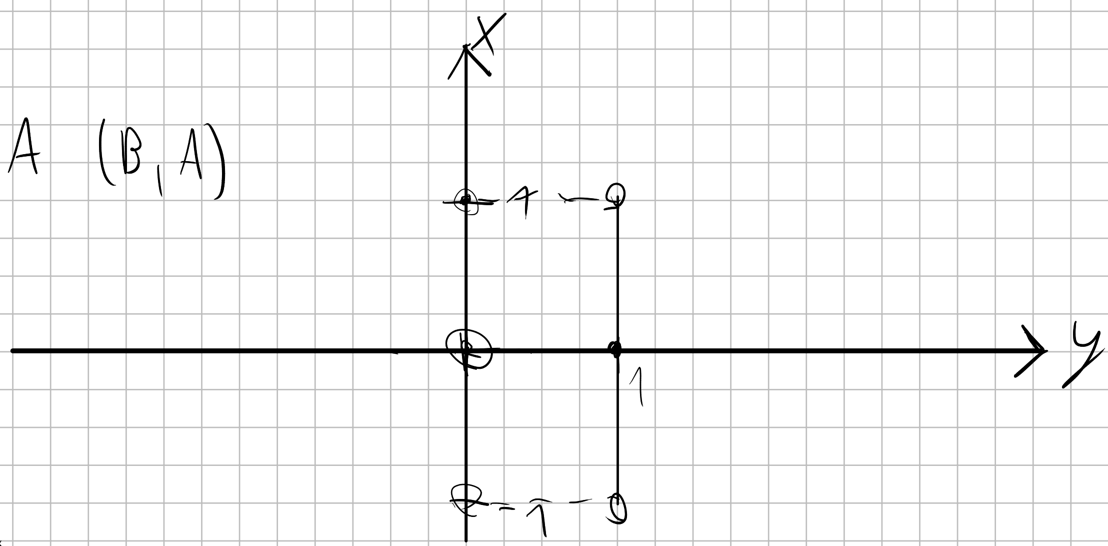
$x \leqslant 1$

$A \times B \ (A, B)$

$B \times A \ (B, A)$



$B \times A \ (B, A)$

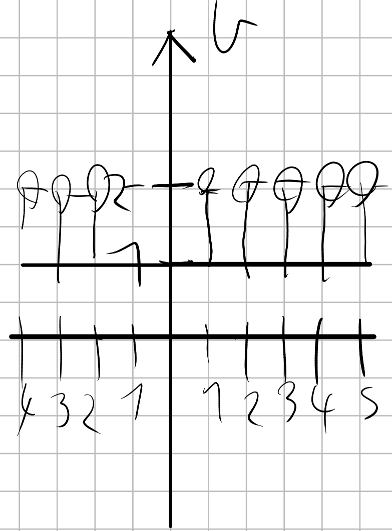


$(A \times B) \times C = ((a, b), c) \quad a \in A, b \in B, c \in C$

$A \times (B \times C) = (a, (b, c)) \quad a \in A, b \in B, c \in C$

b) $A = \mathbb{Z}$, $B = \langle 1, 2)$,

$A \times B$



$$\underbrace{(A \cup B) \times C}_{L} = \underbrace{(A \times C) \cup (B \times C)}_{R}$$

$(x, y) \in L$

$(x \in A \vee x \in B) \wedge y \in C$

$(x \in A \wedge y \in C) \vee (x \in B \wedge y \in C)$

$[(x, y) \in A \times C \vee (x, y) \in B \times C]$

$(x, y) \in R \wedge (z, y) \in R$

$x \in A$ $\quad$ $z \in B$

$y \in C$ $\quad$ $y \in C$

11. Niech $A_1, \ldots, A_n$ będą dowolnymi zbiorami. Zdefiniujmy $\mathcal{A}$ jako najmniejszy zbiór, dla którego

$$\bigwedge_{k \in \{1,\ldots,n\}} A_k \in \mathcal{A} \qquad \text{oraz} \qquad X \in \mathcal{A} \wedge Y \in \mathcal{A} \Rightarrow X \cup Y \in \mathcal{A}.$$

Ile maksymalnie elementów ma zbiór $\mathcal{A}$? Podaj przykład takiego zbioru.

$A_1 \ldots A_n$

$\bigwedge_{k \in \{1, 2, \ldots n\}} A_k \in A$: $X \in A \wedge Y \in A \Rightarrow X \cup Y \in A$

$$\bigwedge_{k\in\{1,2,\dots,n\}} A_k$$

$$\frac{X\in A \wedge Y\in A \Rightarrow X\cup Y\in A}{T}$$

$X\in A$ $Y\in A$

$A_1 \wedge A_2 \Rightarrow A_1$

A_k - różne niepuste

A

A_1 A_2 A_3 A_4

$\binom{n}{2}$

$A_1\cup A_2$
$A_1\cup A_3$
$A_1\cup A_4$
$A_2\cup A_3$

1 2 4 8

$$2^n-1=\binom{n}{1}+\binom{n}{2}+\binom{n}{3}+\dots+\binom{n}{n}$$

$$\frac{n!}{k!(n-k)!}$$

$$\frac{n!}{1(n-1)!}+\frac{n!}{2(n-2)!}+\frac{n!}{6(n-3)!}+\dots\frac{n!}{n!(n-)}$$

$$\binom{n}{1}+\binom{n}{2}+\binom{n}{3}+\dots+\binom{n}{n-1}\quad \frac{n!}{n!(n-n)!}=1$$

$\shortparallel$

$2n$

$$(x+y)^n=\sum_{k=0}^{n}\binom{n}{k}x^{n-k}y^k$$

Dwumian Newtona

$x = 1$

To ten zjebany trójkąt?

AHHHHHHHHHHH!

						1						
					1		1					
				1		2		1				
			1		3		3		1			
		1		4		5		4		1		
	1		5		9		9		5		1	
1		6		14		18		14		6		1

INDUKCJA

$$\left[p(1) \wedge \bigwedge_{n} p(n) \Rightarrow p(n+1) \right] \Rightarrow \left[\bigwedge_{n} p(n) \right]$$

efekt domina