

# Dynamika

Opis ruchu obiektów  
na podstawie analizy sił (przyszyn)

$$\vec{F}, m, \vec{a}$$

Dynamika + kinematyka = mechanika  
klasyczna  
(Newtonowska)

Sila - Miara oddziaływania ciał

$$[N] = \left[ \frac{\text{kg} \cdot \text{m}}{\text{s}^2} \right]$$

Masa - Miara bezwładności obiektów  
miara ilości materii

Przykład:

$$V_d = 340 \frac{\text{m}}{\text{s}} \quad \vec{p} = m \vec{V} \quad V = 0,5 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$m = 1 \cdot 10^{-3} \text{ kg} \quad m = 4 \text{ t}$$

$$\vec{p}_n = \frac{340}{1000} = 0,34 \frac{\text{kg} \cdot \text{m}}{\text{s}} \quad p = 4 \cdot 10^3 \cdot 0,5 = 2000 \frac{\text{kg} \cdot \text{m}}{\text{s}}$$

# Zasady dynamiki Newtona

1. Jeżeli na ciało nie działa żadna siła lub działające siły się równoważą to ciało zostaje w spoczynku lub ciało porusza się ruchem jednostajnym.

$$V_0 = 60 \frac{\text{km}}{\text{h}} \rightarrow \text{neverland (zachowuje ten ruch)} \\ \rightarrow 60 \frac{\text{km}}{\text{h}} \text{ do końca świata}$$

2. Jeżeli na ciało o masie  $m$  działa siła  $F$  to:  
ciało porusza się z przyspieszeniem bądź opóźnieniem

$$a = \frac{F}{m}$$

a proporcjonalnym do  $F$   
i odwrotnie proporcjonalnym do  $m$

3. Jeżeli A działa na B siłą  $F_{AB}$  B działa na A siłą  $F_{BA}$

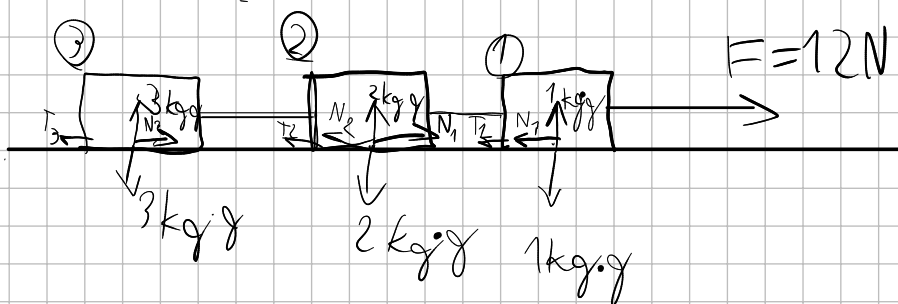
- o tej samej wartości
- tym samym kierunku
- przeciwnym zwrocie

p1)

$$T_3 > T_2 > T_1$$

$$\mu = 0,1$$

a) rity  
b) ruch z zasady dynamiki



c)  $\Rightarrow$   
d) kinematyczne  
równanie ruchu  
1 kładzie, 3 kładzie

$$n a = \frac{F}{N}$$

$$1) m_1 a = F - N_1 - T_1$$

$$2) m_2 a = N_1 - N_2 - T_2$$

$$3) m_3 a = N_2 - T_3$$

$$T_1 = \mu \cdot F_{1g}$$

$$T_2 = \mu \cdot F_{2g}$$

$$T_3 = \mu \cdot F_{3g}$$

$$T = \mu \cdot F_N$$

nacisk

$$m_1 a + m_2 a + m_3 a = F - \cancel{N_1} - \mu F_{1g} + \cancel{N_2} - \mu F_{2g} + \cancel{N_3} - \mu F_{3g}$$

$$(m_1 + m_2 + m_3) a = F - \mu F_{1g} - \mu F_{2g} - \mu F_{3g}$$

$$a = \frac{F - \mu F_{1g} - \mu F_{2g} - \mu F_{3g}}{m_1 + m_2 + m_3}$$

$$a = \frac{12 - 1 - 2 - 3}{5} = 1 \frac{m}{s^2}$$

$$\frac{N}{kg} = \frac{1}{kg} \frac{m}{s^2}$$

$$v_0 + v_0 t + \frac{a t^2}{2}$$

①

$$\vec{r}_1(t) = \left[ \frac{1}{2} t^2; 0; 0 \right]$$

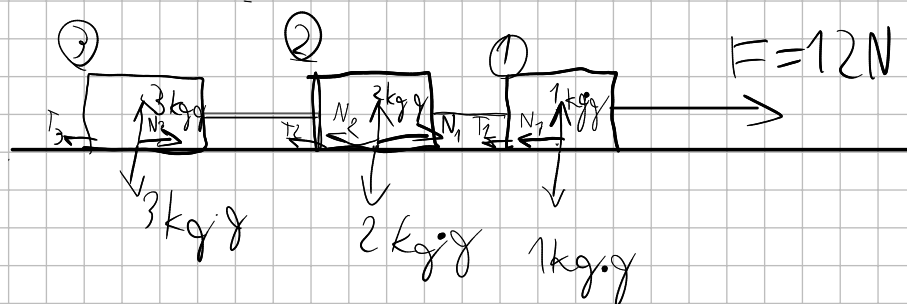
$$\vec{r}_2(t) = \left[ \frac{1}{2} + \frac{1}{2} t^2; 0; 0 \right]$$

$$\vec{r}_3(t) = \left[ 1 + \frac{1}{2} t^2; 0; 0 \right]$$

-1

-0,5

1



$$\vec{r}(3) = 0 + 0 + \frac{1 \cdot 3^2}{2} = 4,5 m$$

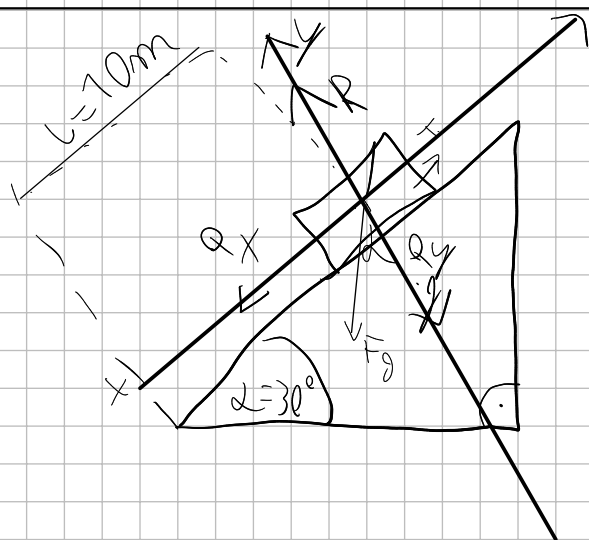
P2

$$L = 30$$

$$\mu = 0,1$$

$$L = 10 m$$

$$m = 100 kg$$



$$\sin \alpha = \frac{Q_y}{Q}$$

$$\cos \alpha = \frac{Q_x}{Q}$$

$Q_x$  - wywołuje ruch

$Q_y$  - nacisk na podłogę

a) siły

b) równania ruchu

c) przyspieszenie

d) kinematyczne  
równanie ruchu

e) czas zjeżdżania  
z górki

f) prędkość końcowa

$$ma = Q_x - T$$

$$a = \frac{Q_x - T}{m}$$

$$a = g(\sin \alpha - \mu \cos \alpha)$$

$$a = g(0,415) \approx 4,15$$

$$Q_x = mg \sin \alpha$$

$$T = \mu \cdot Q_y = \mu mg \cos \alpha$$

$$\vec{r}(t) = \left[ 0 - 0 + \frac{4,15 t^2}{2}, 0, 0 \right]$$

$$\vec{r}(t) = \left[ \frac{4,15 t^2}{2}, 0, 0 \right]$$

$$s = \frac{at^2}{2}$$

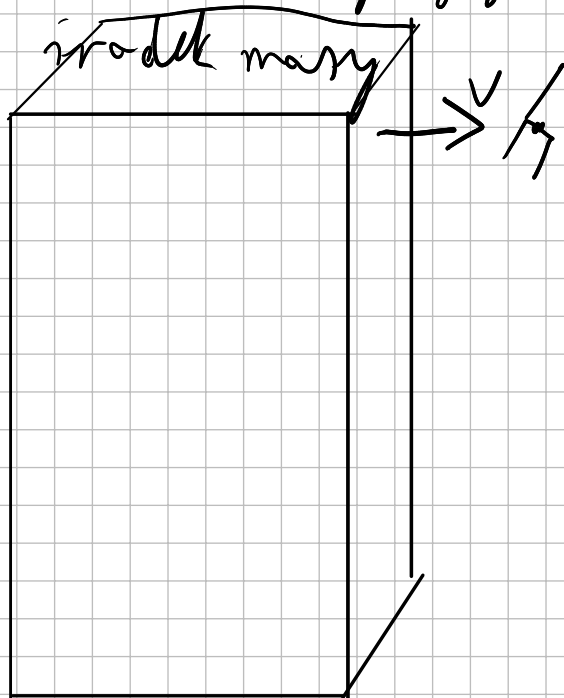
Dynamika bryły sztywnej

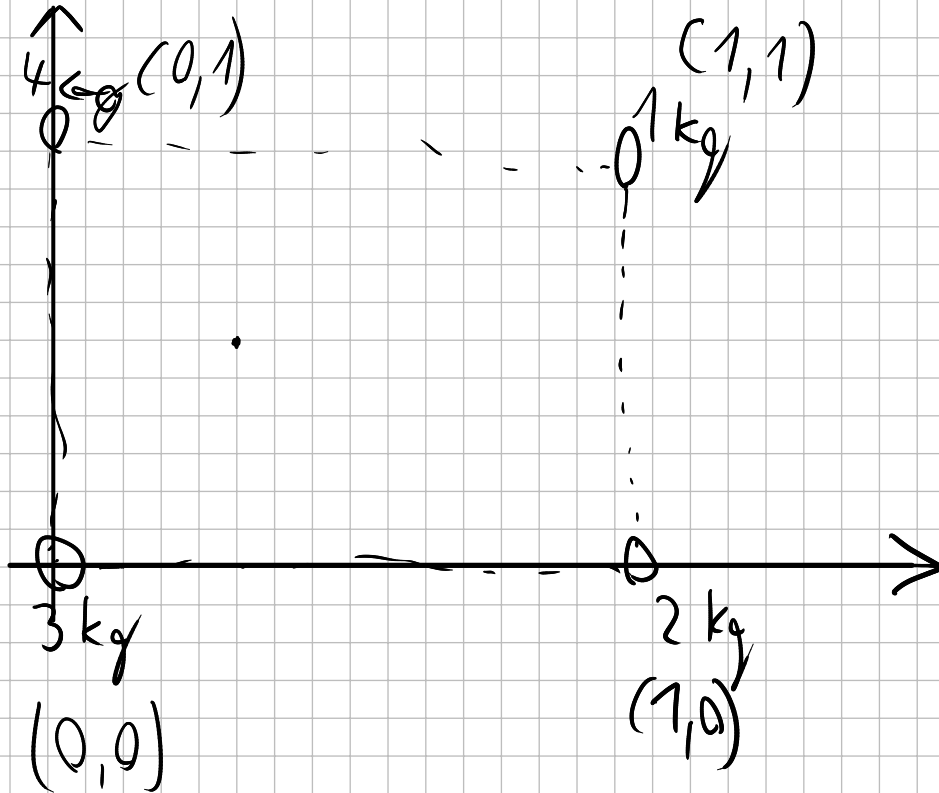
bryła sztywna nie zmienia kształtu

nie zmieniają się wzajemne odległości między punktami

→ ruch postępowy środka masy

→ ruch obrotowy bryły wokół osi przechodzącej przez



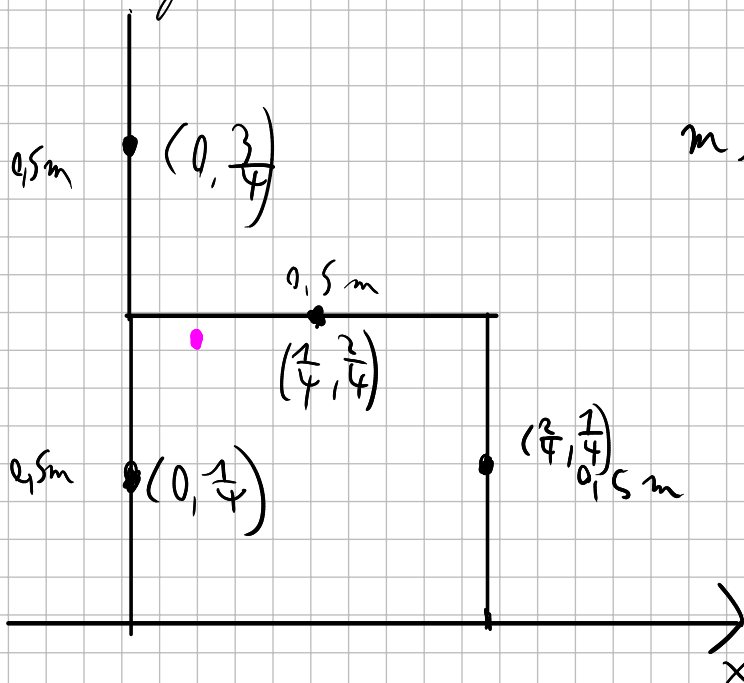


$$r_{\text{inorden}} = \frac{\sum_{i=1}^n m_i x_i}{\sum_{i=1}^n m_i}$$

$$x = \frac{m_1 \cdot x_1 + m_2 \cdot x_2 + \dots}{m_1 + m_2 + \dots}$$

$$x = \frac{2+1}{1+2+3+4} = \frac{3}{10} \text{ m}$$

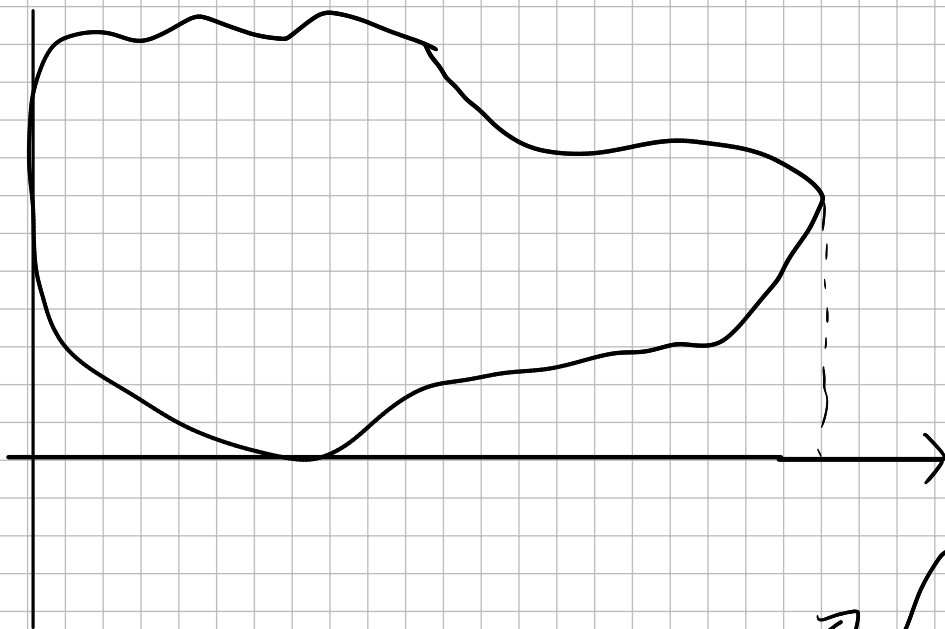
$$y = \frac{5}{10} = \frac{1}{2} \text{ m}$$



$$m_i = 1 \text{ kg}$$

$$x = \frac{\frac{1}{4} \cdot 1 + \frac{3}{4} \cdot 1}{4} = \frac{1}{3} \cdot 4 = \frac{4}{3} = 1,3333$$

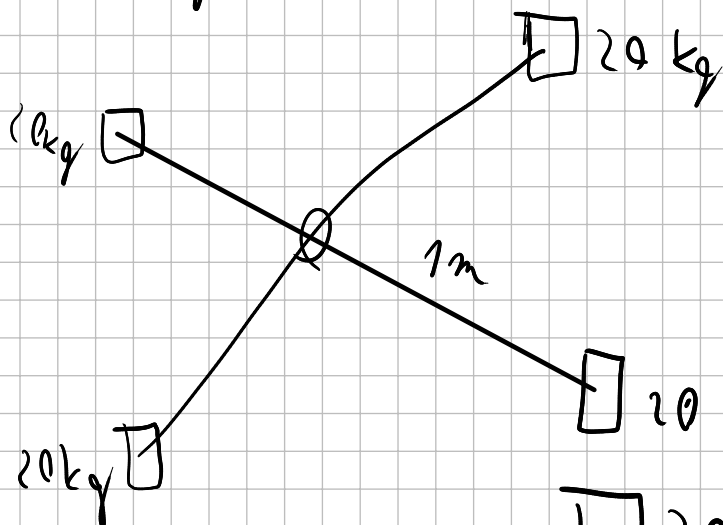
$$y = \frac{\frac{1}{4} + \frac{3}{4} + \frac{1}{4} + \frac{3}{4}}{4} = \frac{1,5}{4} = 0,375$$



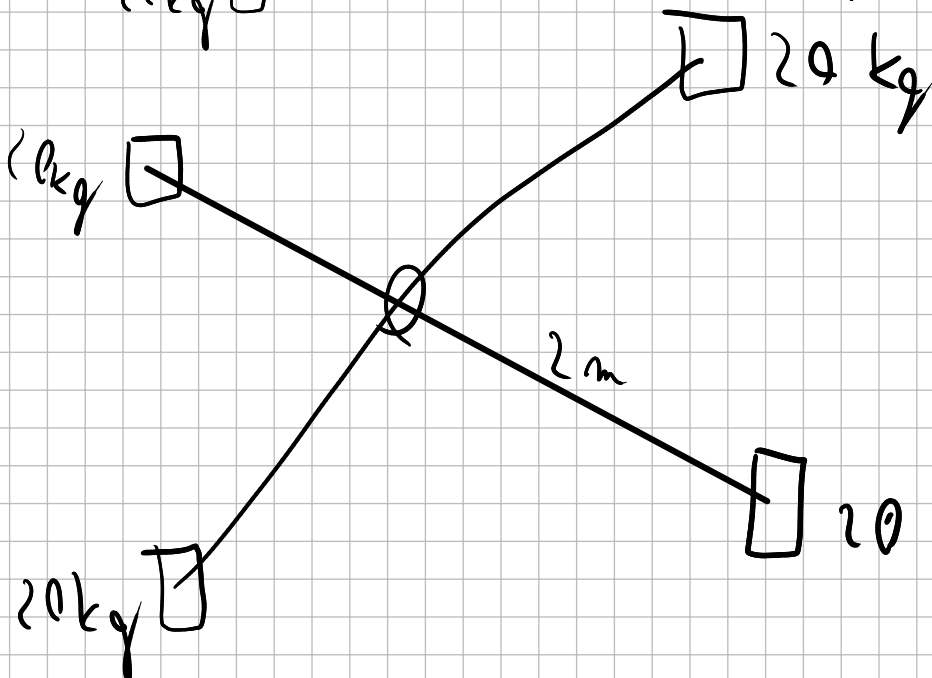
$\vec{r}_{\text{šrotka masy}} = \vec{r}_D = \int \vec{r} dm$   
 celá hmotka

$\int x dm$   
 $\int y dm$

Šrotka masy:



láhviij' vpravit' v ruch obratany



trudnij' vpravit' v ruch obratany

pojemność masy nie wystarcza

moment bezwładności

wpływ masy i odległości masy od osi obrotu na ruch obrotowy

Odporiednik masy dla ruchu postępowego

$$I = \sum m_i (\vec{r}_i)^2$$

$$I = [kg \cdot m^2]$$

$$320 kg \cdot m^2$$

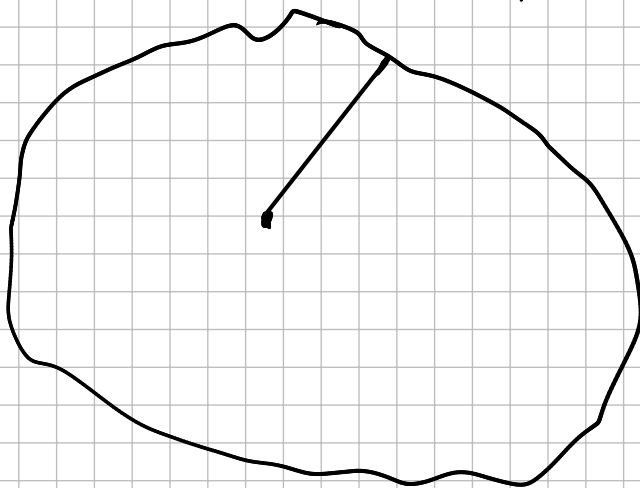
Ciągły rozkład masy

$$I = \sum_{i=1}^n m_i r_i^2$$

$$I = \int r^2 dm$$

$$I = \frac{1}{2} m r^2$$

rośnie  
od brzozy



$m$   
 $r$

$$\rho = \frac{m}{V} \left[ \frac{kg}{m^3} \right]$$

$$\rho = \frac{m}{V} \left[ \frac{kg}{m^3} \right]$$

$$m = \rho \cdot l$$

$$x^2 \cdot t_m$$

$$\int r^2 dm$$

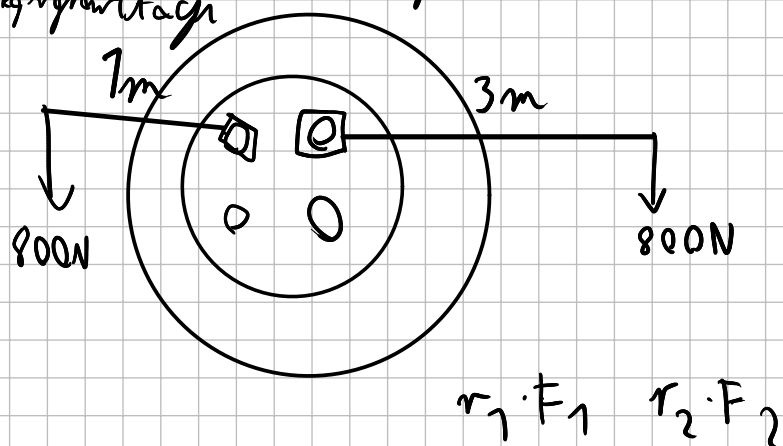
$$\int_0^l x^2 dm = \frac{1}{3} x^3$$

Środek masy  
moment bezwładności  
moment siły

Opór wartości momenta jest odległość siły  
od osi obrotu. Ramię siły

torque  
moment siły  $[Nm]$

8 kg - grawitacji



$$\vec{M} = \vec{r} \times \vec{F}$$

$$M = r F \sin(\vec{r} - \vec{F})$$

Moment siły zależy od:

Wartość siły

Ramię działania siły

1) Wektor od osi obrotu do punktu przyłożenia siły

Kąt pomiędzy wektorem ramienia i wektorem siły

