basic education

Department:
Basic Education
REPUBLIC OF SOUTH AFRICA

SENIORSERTIFIKAAT-EKSAMEN/ NASIONALE SENIORSERTIFIKAAT-EKSAMEN

WISKUNDE V2

2019

PUNTE: 150

TYD: 3 uur

Hierdie vraestel bestaan uit 14 bladsye, 1 inligtingsblad en 'n antwoordeboek van 25 bladsye.

INSTRUKSIES EN INLIGTING

Lees die volgende instruksies aandagtig deur voordat die vraestel beantwoord word.

1. Hierdie vraestel bestaan uit 10 vrae.

2. Beantwoord AL die vrae in die SPESIALE ANTWOORDEBOEK wat verskaf word.

3. Dui ALLE berekeninge, diagramme, grafieke, ens. wat jy gebruik in die beantwoording van die vrae, duidelik aan.

4. Slegs antwoorde sal NIE noodwendig volpunte verdien NIE.

5. Jy kan 'n goedgekeurde wetenskaplike sakrekenaar gebruik (nieprogrammeerbaar en niegrafies), tensy anders vermeld.

6. Indien nodig, rond antwoorde tot TWEE desimale plekke af, tensy anders gemeld.

7. Diagramme is NIE noodwendig volgens skaal geteken NIE.

8. 'n Inligtingsblad met formules is aan die einde van die vraestel ingesluit.

9. Skryf netjies en leesbaar.

VRAAG 1

Elke kind in 'n groep vierjarige kinders het dieselfde legkaart gekry om te voltooi. Die tyd (in minute) wat dit elke kind geneem het om die legkaart te voltooi, word in die tabel hieronder getoon.

TYD GENEEM (t), (IN MINUTE)	**GETAL KINDERS**
$2 < t \leq 6$	2
$6 < t \leq 10$	10
$10 < t \leq 14$	9
$14 < t \leq 18$	7
$18 < t \leq 22$	8
$22 < t \leq 26$	7
$26 < t \leq 30$	2

1.1 Hoeveel kinders het die legkaart voltooi? (1)

1.2 Bereken die geskatte gemiddelde tyd wat dit geneem het om die legkaart te voltooi. (2)

1.3 Voltooi die kumulatiewefrekwensie-kolom in die tabel wat in die ANTWOORDEBOEK gegee word. (2)

1.4 Skets 'n kumulatiewefrekwensie-grafiek (ogief) om die data voor te stel op die rooster wat in die ANTWOORDEBOEK gegee word. (3)

1.5 Gebruik die grafiek om die mediaantyd wat dit geneem het om die legkaart te voltooi, te bepaal. (2)
[10]

VRAAG 2

Leerders wat 'n punt van minder as 50% in 'n Wiskundetoets behaal het, is gekies om 'n rekenaargebaseerde program as deel van 'n ingrypingstrategie te gebruik. 'n Tweede toets is na afloop van die program geskryf om die doeltreffendheid van die ingrypingstrategie te bepaal. Die punt (as 'n persentasie) wat 15 van hierdie leerders in beide toetse behaal het, word in die tabel hieronder gegee.

LEERDER	L1	L2	L3	L4	L5	L6	L7	L8	L9	L10	L11	L12	L13	L14	L15
TOETS 1 (%)	10	18	23	24	27	34	34	36	37	39	40	44	45	48	49
TOETS 2 (%)	33	21	32	20	58	43	49	48	41	55	50	45	62	68	60

2.1 Bepaal die vergelyking van die kleinstekwadrate-regressielyn. (3)

2.2 'n Leerder het 15 uit 'n totaal van 50 punte vir die eerste toets behaal.

2.2.1 Skryf die leerder se punt vir hierdie toets as 'n persentasie neer. (1)

2.2.2 Voorspel die leerder se punt vir die tweede toets. Gee jou antwoord tot die naaste heelgetal. (2)

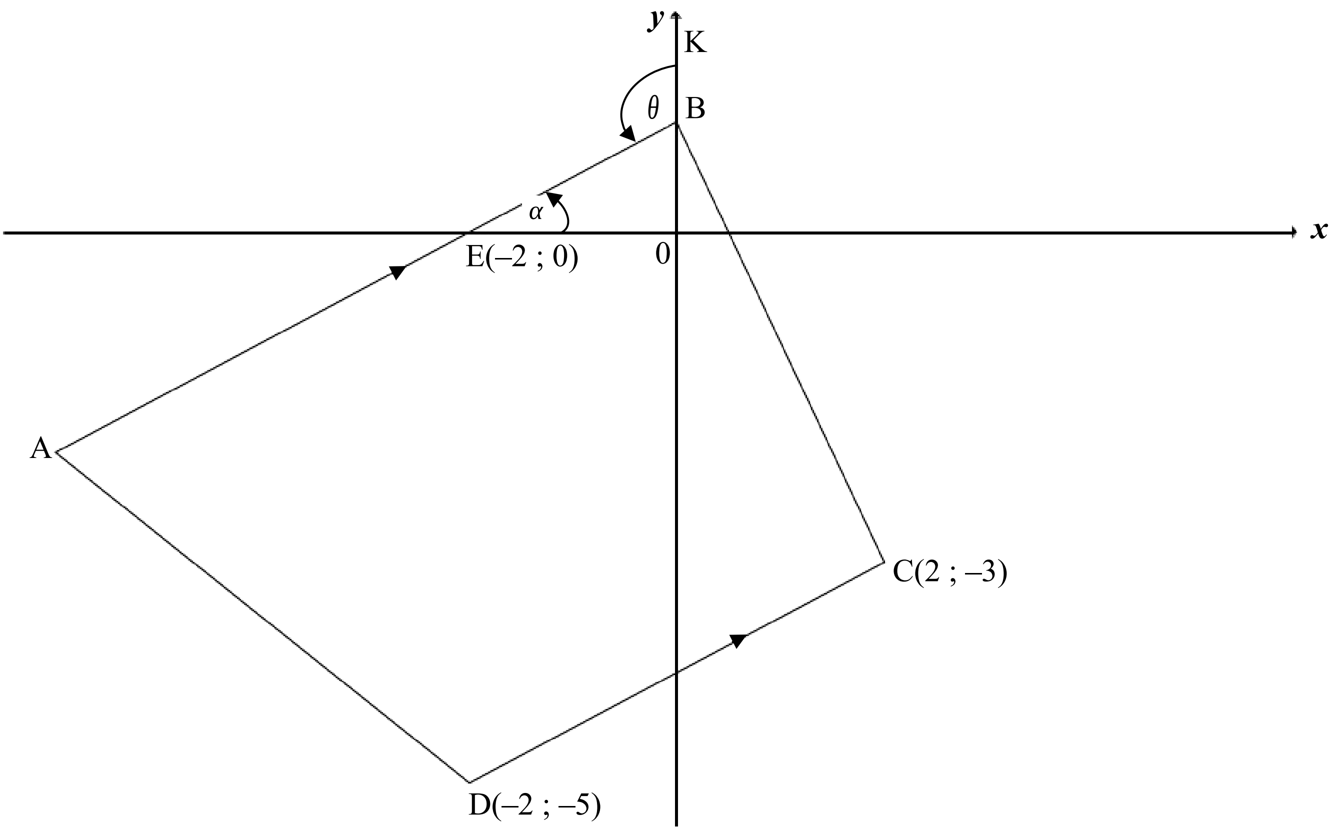
2.3 Vir die 15 leerders hierbo is die gemiddelde punt van die tweede toets 45,67% en die standaardafwyking is 13,88%. Die onderwyser besef dat hy vergeet het om die punte van die laaste vraag by die totale punt van elkeen van hierdie leerders te tel. Al die leerders het volpunte vir die laaste vraag behaal. Nadat die punte van die laaste vraag bygetel is, is die nuwe gemiddelde punt 50,67%.

2.3.1 Wat is die standaardafwyking nadat die punte vir die laaste vraag by elke leerder se totaal getel is? (2)

2.3.2 Wat is die totale punt van die laaste vraag? (2)
[10]

VRAAG 3

In die diagram is A, B, C(2 ; –3) en D(–2 ; –5) die hoekpunte van 'n trapesium met AB || DC. E(–2 ; 0) is die *x*-afsnit van AB. Die inklinasie van AB is *α*. K lê op die *y*-as en $K\hat{B}E = \theta$.



3.1 Bepaal:

3.1.1 Die middelpunt van EC (2)

3.1.2 Die gradiënt van DC (2)

3.1.3 Die vergelyking van AB in die vorm $y = mx + c$ (3)

3.1.4 Die grootte van θ (3)

3.2 Bewys dat AB ¿ BC. (3)

3.3 Die punte E, B en C lê op die omtrek van 'n sirkel. Bepaal:

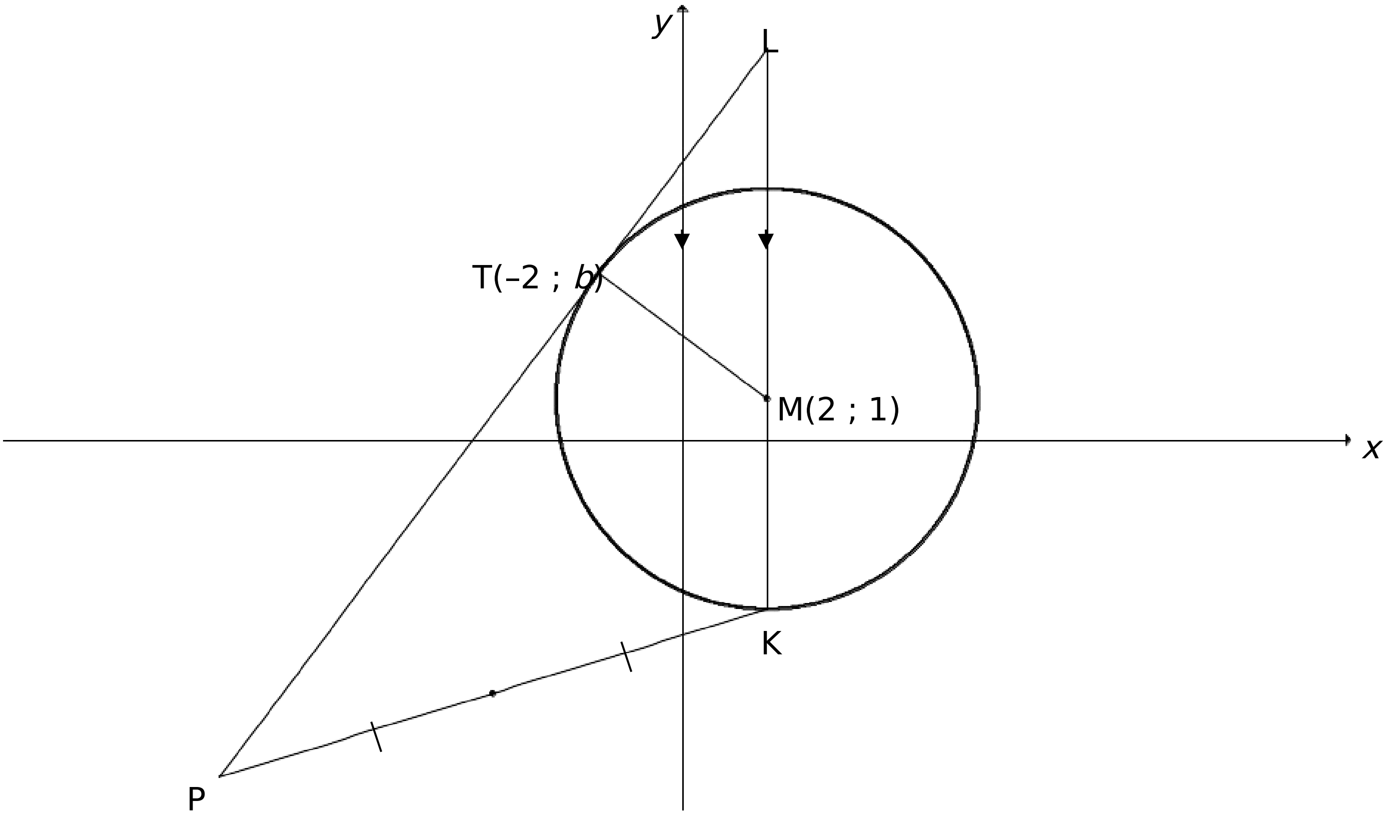
3.3.1 Die middelpunt van die sirkel (1)

3.3.2 Die vergelyking van die sirkel in die vorm $(x-a)^2+(y-b)^2=r^2$ (4)

[18]

VRAAG 4

In die diagram is M(2 ; 1) die middelpunt van die sirkel. Radius KM is verleng na L, 'n punt buite die sirkel, sodanig dat KML || y-as. LTP is 'n raaklyn aan die sirkel by T(–2 ; b).
$S\left(-4\frac{1}{2}\ ;\ -6\right)$ is die middelpunt van PK.



4.1 As gegee word dat die radius van die sirkel 5 eenhede is, toon dat $b = 4$. (4)

4.2 Bepaal:

4.2.1 Die koördinate van K (2)

4.2.2 Die vergelyking van die raaklyn LTP in die vorm $y = mx + c$ (4)

4.2.3 Die oppervlakte van Δ LPK (7)

4.3 'n Ander sirkel met vergelyking $(x-2)^2+(y-n)^2=25$ word geskets. Bepaal, met 'n verduideliking, vir watter waarde(s) van n die twee sirkels mekaar uitwendig sal raak. (4)

[21]

VRAAG 5

5.1 Skryf die volgende uitdrukkings in terme van $\sin 11°$, **sonder om 'n sakrekenaar te gebruik**:

5.1.1 $\sin 191°$ (1)

5.1.2 $\cos 22°$ (1)

5.2 Vereenvoudig $\cos(x - 180°) + \sqrt{2}\sin(x + 45°)$ na 'n enkele trigonometriese verhouding. (5)

5.3 Gegee: $\sin P + \sin Q = \frac{7}{5}$ en $\hat{P} + \hat{Q} = 90°$

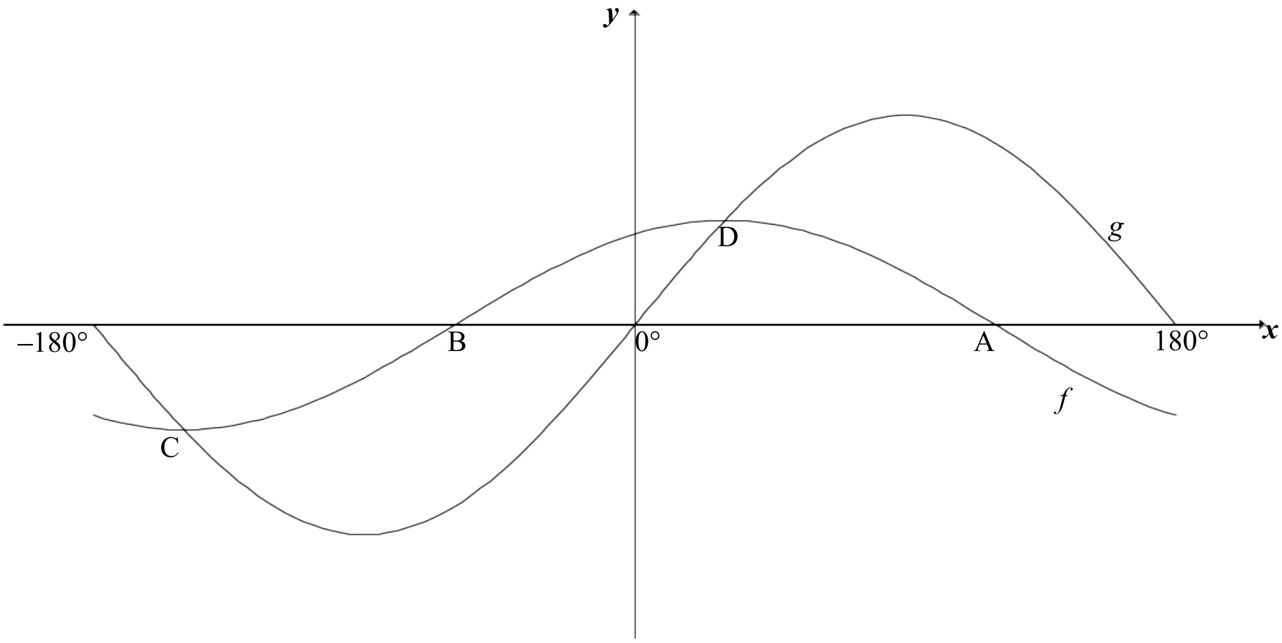
Bepaal die waarde van $\sin 2P$, **sonder om 'n sakrekenaar te gebruik**. (5)

[12]

VRAAG 6

6.1 Bepaal die algemene oplossing van $\cos(x-30°)=2\sin x$. (6)

6.2 In die diagram is die grafieke van $f(x)=\cos(x-30°)$ en $g(x)=2\sin x$ geskets vir die interval $x\in[-180°\,;\,180°]$. A en B is die x–afsnitte van f. Die twee grafieke sny mekaar by C en D, onderskeidelik die minimum en maksimum draaipunte van f.



6.2.1 Skryf die koördinate neer van:

(a) A (1)

(b) C (2)

6.2.2 Bepaal die waardes van x in die interval $x \in [-180°\,;\,180°]$, waarvoor:

(a) Beide grafieke stygend is (2)

(b) $f(x+10°) > g(x+10°)$ (2)

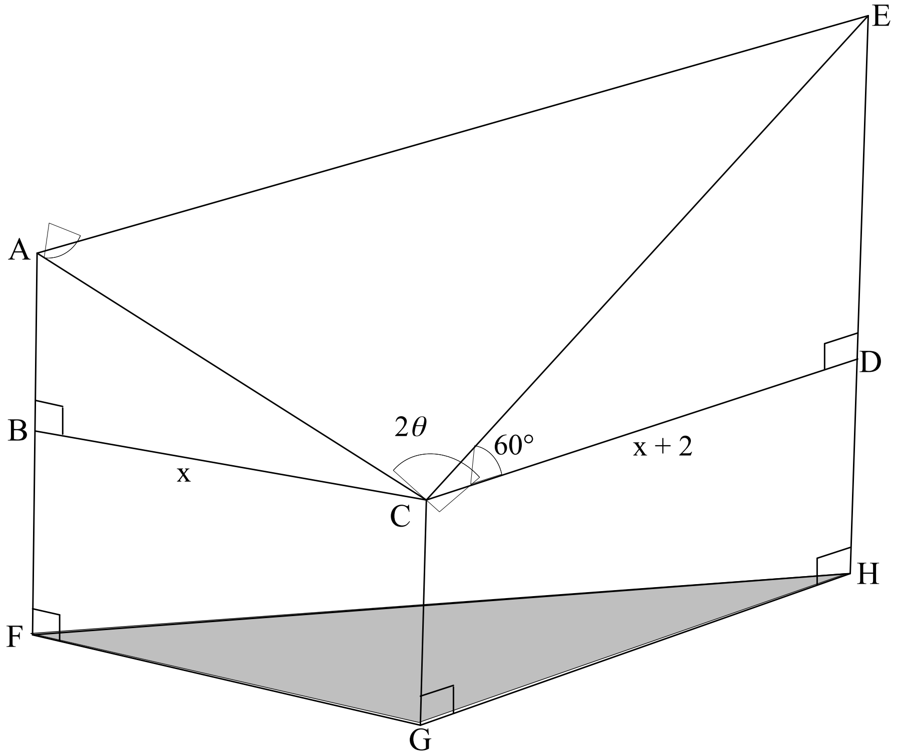
6.2.3 Bepaal die waardeversameling van $y = 2^{2\sin x+3}$ (5)

[18]

VRAAG 7

In die diagram hieronder is CGFB en CGHD reghoekige permanente mure en vertikaal tot die horisontale vlak FGH. Staalpale is by FB en HD opgerig en is na A en E onderskeidelik verleng. ΔACE vorm die dak van 'n vermaaklikheidsentrum.

BC = x, CD = $x + 2$, $B\hat{A}C = \theta$, $A\hat{C}E = 2\theta$ en $E\hat{C}D = 60°$



7.1 Bereken die lengte van:

7.1.1 AC in terme van x en θ (2)

7.1.2 CE in terme van x (2)

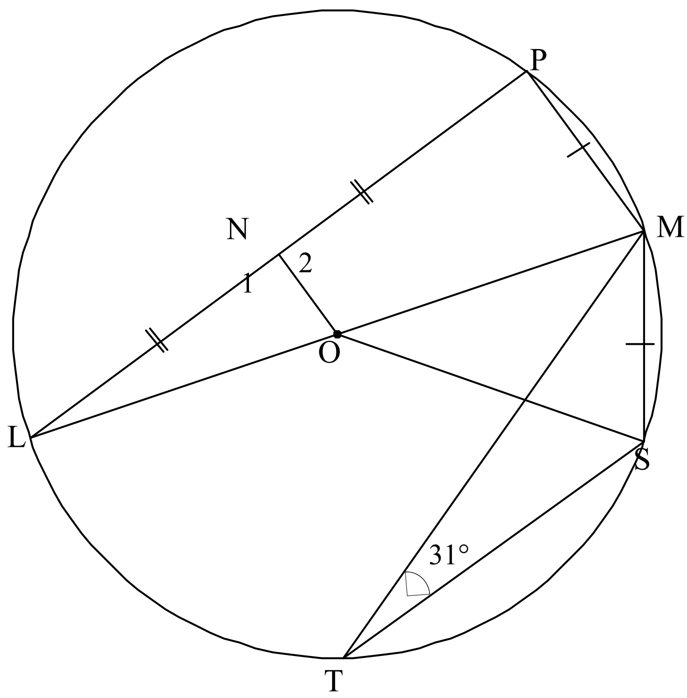
7.2 Toon aan dat die oppervlakte van die dak ΔACE as $2x(x+2)\cos\theta$ gegee word. (3)

7.3 As $\theta = 55°$ en BC = 12 meter, bereken die lengte van AE. (4)

[11]

VRAAG 8

8.1 In die diagram is O die middelpunt van die sirkel en LOM is die middellyn van die sirkel. ON halveer koord LP by N. T en S is punte op die sirkel aan die teenoorgestelde kant van LM met betrekking tot P. Koorde PM, MS, MT en ST word getrek. PM = MS en $M\hat{T}S = 31°$



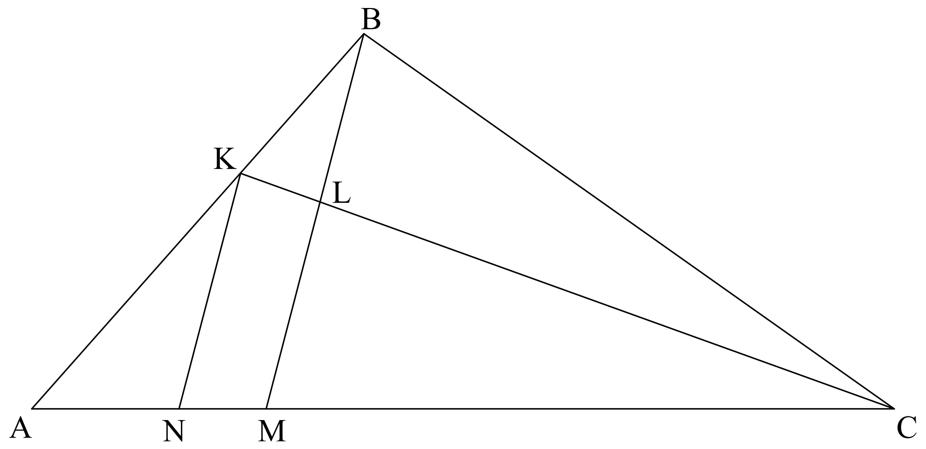
8.1.1 Bepaal, met redes, die grootte van elk van die volgende hoeke:

(a) $M\hat{O}S$ (2)

(b) $\hat{L}$ (2)

8.1.2 Bewys dat ON = $\frac{1}{2}$ MS. (4)

8.2 In ΔABC in die diagram is K 'n punt op AB sodat AK **:** KB = 3 **:** 2. N en M is punte op AC sodat KN || BM. BM sny KC by L. AM **:** MC = 10 **:** 23.



Bepaal, met redes, die verhouding van:

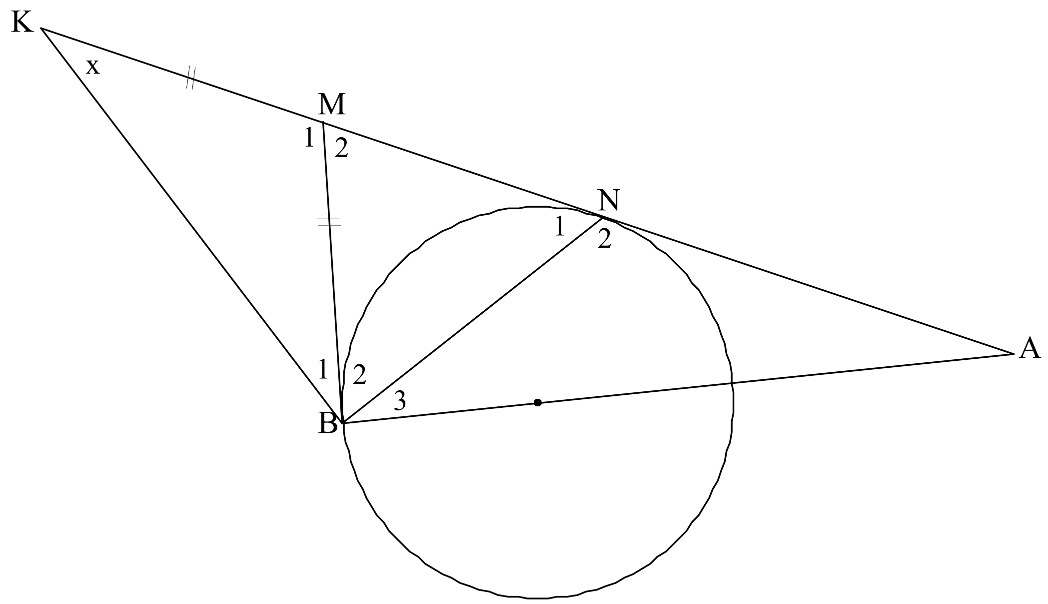
8.2.1 $\dfrac{AN}{AM}$ (2)

8.2.2 $\dfrac{CL}{LK}$ (3)

[13]

VRAAG 9

In die diagram word raaklyne vanaf punt M buite die sirkel getrek om die sirkel by B en N te raak. Die reguitlyn vanaf B wat deur die middelpunt van die sirkel gaan, ontmoet MN verleng in A. NM word verleng na K sodanig dat MK = MB. BK en BN word getrek.
Laat $\hat{K} = x$.

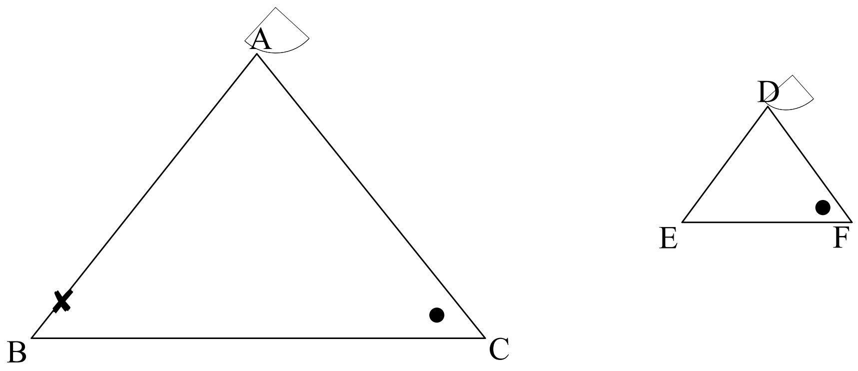


9.1 Bepaal, met redes, die grootte van $\hat{N}_1$, in terme van x. (6)

9.2 Bewys dat BA 'n raaklyn aan die sirkel is wat deur K, B en N gaan. (5)
[11]

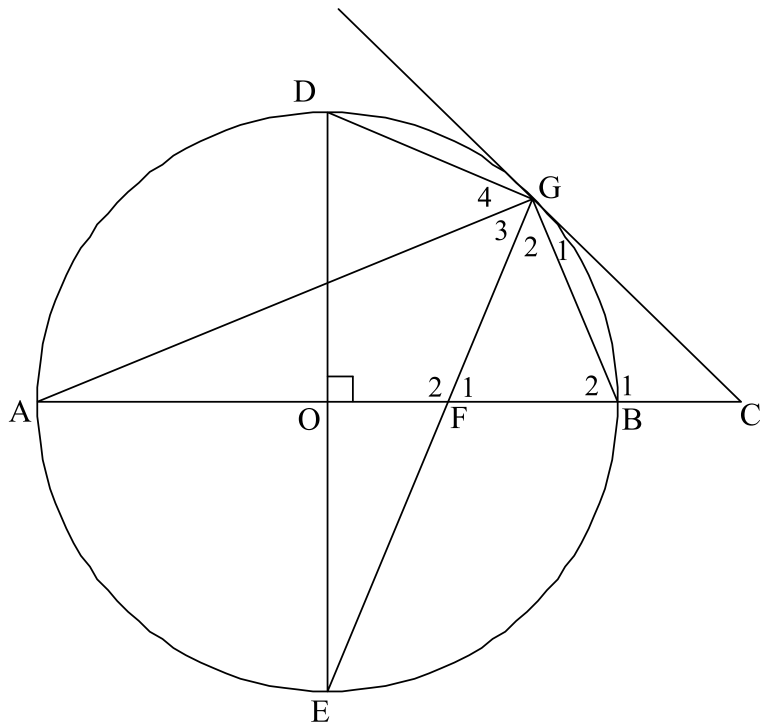
VRAAG 10

10.1 In die diagram is ΔABC en ΔDEF geskets so dat $\hat{A}=\hat{D}$, $\hat{B}=\hat{E}$ en $\hat{C}=\hat{F}$.



Gebruik die diagram in die ANTWOORDEBOEK om die stelling te bewys wat beweer dat as twee driehoeke gelykhoekig is, dan is die ooreenstemmende sye eweredig (in dieselfde verhouding), dus $\frac{AB}{DE}=\frac{AC}{DF}$. (6)

10.2 In die diagram is O die middelpunt van die sirkel en CG is 'n raaklyn aan die sirkel by G. Die reguitlyn vanaf C wat deur O gaan, sny die sirkel by A en B. Middellyn DOE is loodreg op AC. GE en CA sny by F. Koorde DG, BG en AG is getrek.



10.2.1 Bewys dat:

(a) DGFO 'n koordevierhoek is (3)

(b) GC = CF (5)

10.2.2 Indien dit verder gegee word dat CO = 11 eenhede en DE = 14 eenhede, bereken:

(a) Die lengte van BC (3)

(b) Die lengte van CG (5)

(c) Die grootte van $\hat{E}$ (4)

[26]

TOTAAL: 150

INLIGTINGSBLAD: WISKUNDE

$$x=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$$

$A=P(1+ni)$ $\quad A=P(1-ni)$ $\quad A=P(1-i)^n$ $\quad A=P(1+i)^n$

$T_n=a+(n-1)d$ $\quad S_n=\frac{n}{2}[2a+(n-1)d]$

$T_n=ar^{n-1}$ $\quad S_n=\frac{a(r^n-1)}{r-1}$; $r\neq 1$ $\quad S_\infty=\frac{a}{1-r}$; $-1<r<1$

$F=\frac{x[(1+i)^n-1]}{i}$ $\quad P=\frac{x[1-(1+i)^{-n}]}{i}$

$$f'(x)=\lim_{h\to 0}\frac{f(x+h)-f(x)}{h}$$

$d=\sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2}$ $\quad$ M $\left(\frac{x_1+x_2}{2};\frac{y_1+y_2}{2}\right)$

$y=mx+c$ $\quad y-y_1=m(x-x_1)$ $\quad m=\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}$ $\quad m=\tan\theta$

$(x-a)^2+(y-b)^2=r^2$

In ΔABC: $\frac{a}{\sin A}=\frac{b}{\sin B}=\frac{c}{\sin C}$

$a^2=b^2+c^2-2bc.\cos A$

oppervlakte $\Delta ABC=\frac{1}{2}ab.\sin C$

$\sin(\alpha+\beta)=\sin\alpha\cos\beta+\cos\alpha\sin\beta$ $\quad \sin(\alpha-\beta)=\sin\alpha\cos\beta-\cos\alpha\sin\beta$

$\cos(\alpha+\beta)=\cos\alpha\cos\beta-\sin\alpha\sin\beta$ $\quad \cos(\alpha-\beta)=\cos\alpha\cos\beta+\sin\alpha\sin\beta$

$\cos 2\alpha=$ ¿ $\cos^2\alpha-\sin^2\alpha$ ¿ $1-2\sin^2\alpha$ ¿¿¿¿ $\quad \sin 2\alpha=2\sin\alpha.\sin\alpha$

$\bar{x}=\frac{\sum fx}{n}$ $\quad \sigma^2=\frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i-\bar{x})^2}{n}$

$P(A)=\frac{n(A)}{n(S)}$ $\quad$ P(A of B) = P(A) + P(B) – P(A en B)

$$\hat{y}=a+bx \qquad b=\frac{\sum(x-\bar{x})(y-\bar{y})}{\sum(x-\bar{x})^2}$$