

NASIONALE SENIOR SERTIFIKAAT

GRAAD 12

SEPTEMBER 2020

WISKUNDE V1

PUNTE: 150

TYD: 3 uur

Hierdie vraestel bestaan uit 10 bladsye, insluitend 'n inligtingsblad.

INSTRUKSIES EN INLIGTING

Lees die volgende instruksies sorgvuldig deur voordat die vrae beantwoord word.

- 1. Hierdie vraestel bestaan uit ELF vrae.
- 2. Beantwoord AL die vrae.
- 3. Dui ALLE berekeninge, diagramme, grafieke, ensovoorts wat jy in die bepaling van jou antwoorde gebruik het, duidelik aan.
- 4. Jy mag 'n goedgekeurde sakrekenaar (nieprogrammeerbaar en niegrafies) gebruik, tensy anders aangedui.
- 5. Volpunte sal nie noodwendig aan antwoorde alleen toegeken word nie.
- 6. Indien nodig, moet antwoorde tot TWEE desimale plekke afgerond word, tensy anders aangedui.
- 7. Diagramme is NIE noodwendig volgens skaal geteken NIE.
- 8. Nommer jou antwoorde korrek volgens die nommeringstelsel wat in hierdie vraestel gebruik is.
- 9. 'n Inligtingsblad met formules is aan die einde van die vraestel ingesluit.
- 10. Skryf netjies en leesbaar.

1.1 Los op vir x:

$$1.1.1 2x^2 + x - 3 = 0 (3)$$

1.1.2
$$x(7x+2) = 1$$
 (korrek tot TWEE desimale plekke) (4)

$$1.1.3 -x^2 - x + 2 \le 0 (4)$$

$$1.1.4 2^x + 2^{2-x} = \frac{17}{2} (5)$$

- 1.2 Gegee:
 - $(x-2)^2 + y^2 = 25$ is 'n vergelyking van 'n sirkel.
 - x+3-3y=0 is 'n vergelyking van 'n reguitlyn.
 - Die grafieke van die sirkel en die reguitlyn sny by punte A en B

Bepaal die koördinate van punte A en B. (Toon ALLE nodige berekeninge.) (6)

Toon aan dat die wortels van die vergelyking $(x+m)(x+n) = 3p^2$ reëel is vir alle reële waardes van m, n en p. (4) [26]

VRAAG 2

- 2.1 Gegee die kwadratiese getalpatroon: 86; 119; 150; 179; ...
 - 2.1.1 Skryf die volgende TWEE terme van die patroon neer. (2)
 - 2.1.2 Bepaal T_n , die algemene term van die patroon in die vorm $T_n = an^2 + bn + c. \tag{4}$
 - 2.1.3 Watter term(e) van die patroon het 'n waarde van 326? (3)
 - 2.1.4 Taine tel 'n konstante waarde, k, by elke term in die patroon wat 'n nuwe patroon P_n gee. Bepaal die algemene term van die nuwe patroon. (2)
- 2.2 Die eerste drie terme van 'n rekenkundige ry is: 2y-1; 4y-1; 6y-1.

2.2.1 Bepaal
$$T_{30}$$
, in terme van y . (3)

2.2.2 Bepaal die waarde van y, gegee dat die som van die eerste 30 terme van die patroon – 2820 is. (4)

[18]

3.1 Gegee die reeks: $1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + \dots + 5000$

Skryf die reeks in sigma notasie neer as al die magte van 4 uit die reeks verwyder word.

(4)

3.2 Gegee dat die volgende twee meetkundige reekse konvergerend is:

$$1+x+x^2+x^3+...$$
 en $1-x+x^2-x^3+...$

Bepaal die waarde(s) van *x* waarvoor die som van die twee reekse gelyk aan 8 is.

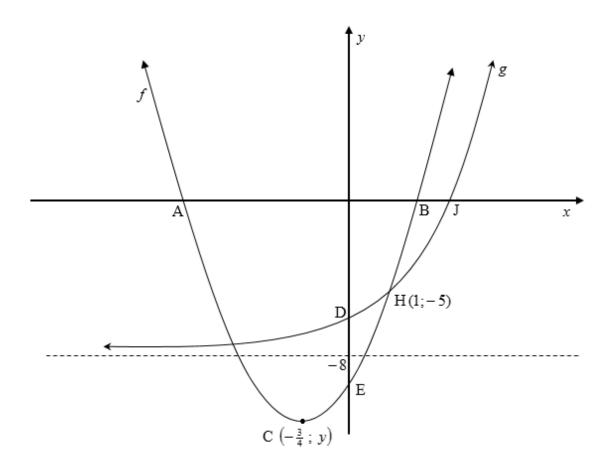
(6) [**10**]

VRAAG 4

Gegee: $f(x) = \frac{a}{x-1} + 3$, waar $a \in \mathbb{Z}$.

- 4.1 Skryf die vergelykings van die asimptote van f neer. (2)
- 4.2 Bepaal die x en y afsnitte van f in terme van a. (3)
- 4.3 Gegee dat a = -1 is, teken 'n netjiese skets van f, en toon duidelik alle asimptote en afsnitte met die asse aan. (4)
- 4.4 Die grafiek van f word 3 eenhede na links en 2 eenhede afwaarts geskuif. Skryf die nuwe vergelyking van f, in terme van a, neer. (2) [11]

Die diagram toon die grafieke van $f(x) = ax^2 + bx + c$ en $g(x) = b^x + q$. A en B is die x-afsnitte, E is die y-afsnit en C $\left(-\frac{3}{4}; y\right)$ is die draaipunt van f. J is die x-afsnit en D is die y-afsnit van g. y = -8 is die vergelyking van die asimptoot van g. H(1; -5) is een van die snypunte van f en g.



- 5.1 Skryf die koördinate van D neer. (1)
- 5.2 Skryf die waarde van q neer. (1)
- 5.3 Toon aan dat a = 2, b = 3 en c = -10 is. (6)
- 5.4 Skryf die terrein/waardeversameling van *g* neer. (2)
- 5.5 Die lyn met vergelyking, y + 9x = -28, is 'n raaklyn aan f by punt T. Bepaal die koördinate van T. (5)
- 5.6 Gegee dat h(x) = g(x) + 8, skryf $h^{-1}(x)$ in die vorm $y = \dots$ neer. (2)
- 5.7 Gegee dat p(x) = f(x) + 1, bepaal die waardes van x waarvoor $x \cdot p(x) < 0$. (4) [21]

6 WISKUNDE V1 (EC/SEPTEMBER 2020)

VRAAG 6

Colby het 'n skootrekenaar / 'laptop' ter waarde van Rx, vir sy universiteitstudies, gekoop. Die waarde van die skootrekenaar het verminder teen r % per jaar op die waardeverminderingsmetode. Na 4 jaar was die waarde van die skootrekenaar $\frac{1}{3}$ van die oorspronklike prys.

Bereken r, die verminderingskoers. (3)

Op 1 Februarie 2014 het Ncominkosi 'n lening by die bank uitgeneem om 'n motor te koop. Sy eerste paaiement vir die lening was betaalbaar op 31 Julie 2014. Vandat hy begin het om die lening te betaal, het dit hom 6 jaar geneem om dit ten volle, teen 'n rentekoers van 9,5% p.j. maandeliks saamgestel, af te betaal. In totaal het hy die bank R596 458,10 betaal.

6.2.1 Hoeveel was sy maandelikse paaiement? (5)

6.2.2 Hoeveel geld het hy van die bank geleen?
Skryf jou antwoord tot die naaste rand neer. (6)

[14]

VRAAG 7

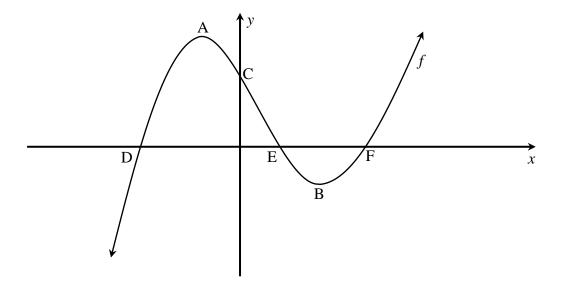
Bepaal:

7.1
$$f'(x)$$
 vanuit eerste beginsels as $f(x) = -2x^2$ (5)

7.2
$$\frac{dy}{dx}$$
 as $y = 7x^4 - \frac{2}{\sqrt{x^3}}$ (3)

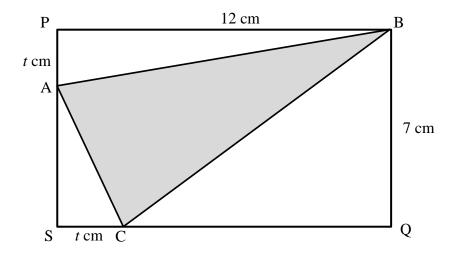
7.3
$$D_t \left[\frac{1}{2} g t^2 - \frac{5}{t} + 3g \right]$$
 (4) [12]

In die diagram hieronder is die grafiek van $f(x) = 2x^3 + x^2 - 12x + 9$ geteken. A en B is draaipunte van f en C is die y-afsnit. D, E en F is die x-afsnitte.



- 8.1 Skryf die koördinate van C neer. (1)
- 8.2 Bereken die koördinate van D, E en F. (6)
- 8.3 Bepaal die waardes van x waarvoor f konkaaf afwaarts sal wees. (4)
- 8.4 Bepaal die waardes van x waarvoor $f'(x) \le 0$. (4) [15]

Die diagram hieronder toon driehoek ABC, geteken sodat die hoekpunte op reghoek PBQS lê, soos aangetoon. PA = SC = t cm. PB = 12 cm en BQ = 7 cm.



Bereken die kleinste moontlike oppervlakte van $\triangle ABC$.

[6]

(4)

VRAAG 10

By St Johns Hoërskool was 'n opname gemaak om te bepaal hoeveel van die graad 12 leerders Wiskunde (M), Natuurwetenskappe (P) en Rekeningkunde (A) doen. Die volgende inligting was gekollekteer:

- 135 leerders het aan die opname deelgeneem.
- 5 leerders neem Wiskunde en Rekeningkunde maar nie Natuurwetenskappe nie.
- 12 leerders neem Wiskunde en Natuurwetenskappe maar nie Rekeningkunde nie.
- 24 leerders neem Natuurwetenskappe en Rekeningkunde maar nie Wiskunde nie.
- y leerders neem slegs Natuurwetenskappe
- x leerders neem al drie vakke
- y leerders neem slegs Rekeningkunde
- 2y + 3 leerders neem slegs Wiskunde
- 60 leerders neem Rekeningkunde
- Die aantal leerders wat Wiskunde neem is gelyk aan die aantal leerders wat Natuurwetenskappe neem
- 10.1 Stel die inligting hierbo op 'n Venn-diagram voor.
- 10.2 Bepaal die waardes van x en y. (4)
- 10.3 Bereken die waarskynlikheid dat 'n leerder wat willekeurig gekies word Wiskunde of beide Natuurwetenskappe en Rekeningkunde doen. (3)

 [11]

Lwazi en Cwenga is die hoofseun en hoofdogter van hulle skool onderskeidelik. Boonop is daar 3 seuns en 2 dogters wie prefekte is. Hulle moet almal vir twee foto's in 'n ry sit.

11.1 In hulle eerste foto, mag hulle in enige orde sit. In hoeveel verskillende maniere kan hulle sit? (2)

In hulle tweede foto, kan Lwazi en Cwenga in enige orde slegs op die derde en vyfde sitplekke sit.

Wat is die waarskynlikheid dat die laaste sitplek deur 'n seun gevul sal word en as slegs 'n meisie op die vierde sitplek mag sit?

(4) [**6**]

TOTAAL: 150

INLIGTINGSBLAD: WISKUNDE

THEIGHTHGSBLAD: WISKONDE
$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$A = P(1+ni) \qquad A = P(1-ni) \qquad A = P(1-i)^n \qquad A = P(1+i)^n$$

$$T_n = a + (n-1)d \quad S_n = \frac{n}{2}(2a + (n-1)d)$$

$$T_n = ar^{n-1} \qquad S_n = \frac{a(r^n - 1)}{r - 1} \quad ; \quad r \neq 1 \qquad S_{\infty} = \frac{a}{1 - r} \; ; \quad -1 < r < 1$$

$$F = \frac{x[(1+i)^n - 1]}{i}$$

$$f'(x) = \lim_{h \to 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$$

$$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2} \qquad M\left(\frac{x_1 + x_2}{2}; \frac{y_1 + y_2}{2}\right)$$

$$y = mx + c \qquad y - y_1 = m(x - x_1) \qquad m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \qquad m = \tan\theta$$

$$(x - a)^2 + (y - b)^2 = r^2$$

$$In \Delta ABC: \quad \frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} \qquad a^2 = b^2 + c^2 - 2bc.\cos A \qquad area \Delta ABC = \frac{1}{2}ab.\sin C$$

$$\sin(\alpha + \beta) = \sin\alpha.\cos\beta + \cos\alpha.\sin\beta \qquad \sin(\alpha - \beta) = \sin\alpha.\cos\beta - \cos\alpha.\sin\beta$$

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos\alpha.\cos\beta - \sin\alpha.\sin\beta \qquad \cos(\alpha - \beta) = \cos\alpha.\cos\beta + \sin\alpha.\sin\beta$$

$$\cos 2\alpha = \begin{cases} \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha \\ 1 - 2\sin^2 \alpha \\ 2\cos^2 \alpha - 1 \end{cases}$$

 $\sin 2\alpha = 2\sin \alpha . \cos \alpha$

$$\bar{x} = \frac{\sum x}{n}$$

$$\sigma^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n}$$

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)}$$

$$P(A \text{ of } B) = P(A) + P(B) - P(A \text{ en } B)$$

$$\hat{y} = a + bx$$

$$b = \frac{\sum (x - \bar{x})(y - \bar{y})}{\sum (x - \bar{x})^2}$$