Министерство образования и науки Российской Федерации

Федеральное государственное бюджетное

Образовательное учреждение высшего образования

ПСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

Институт инженерных наук

Кафедра информационно-коммуникационных технологий

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА №4

ВЫЧИСЛЕНИЕ ОПРЕДЕЛЕННЫХ ИНТЕГРАЛОВ С ЗАДАННОЙ ТОЧНОСТЬЮ

Вариант 7

Выполнили: студенты
Антонова П.С., Разгонова Е.В.

Группа: 0432-04

Проверил: Трофимов В.М.

Псков

2021

Постановка задачи

Целью лабораторной работы является написание программы для вычисления интеграла вида $\int_0^2 x * shh(x)dx$, используя алгоритм с удвоением отрезков разбиения, что значительно упростит процесс поиска решения для заданной точности (т.е. процесс происходит более рационально, по сравнению с лаб. работой №3).

Теоретическая справка

Обычно при вычислении интегралов заранее известна точность, с которой необходимо произвести расчет. Количество же участков разбиения зависит от свойств подынтегральной функции и выбирается намного больше, чем это необходимо для обеспечения заданной точности.

- Алгоритм метода

1. Вычисление интеграла с двумя отрезками разбиения.

2. Увеличение отрезков разбиения в 2 раза.

3. Вычисление интеграла с новым количеством отрезков.

4. Сравнение предыдущего и вычисленного значения интеграла. Если разность значений больше заданной точности, то перейти на шаг 2, иначе конец алгоритма.

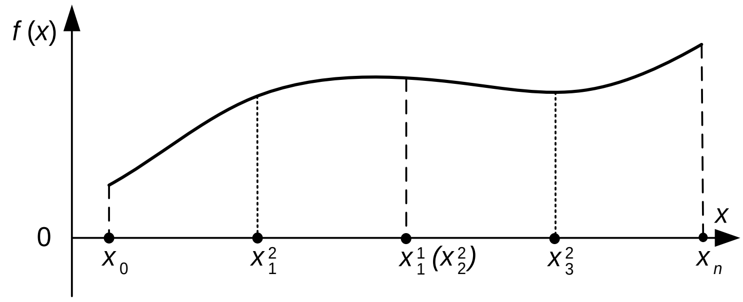

Рис. 1. Вычисление интеграла с двукратным увеличением количества отрезков разбиения.

Разработка программного решения

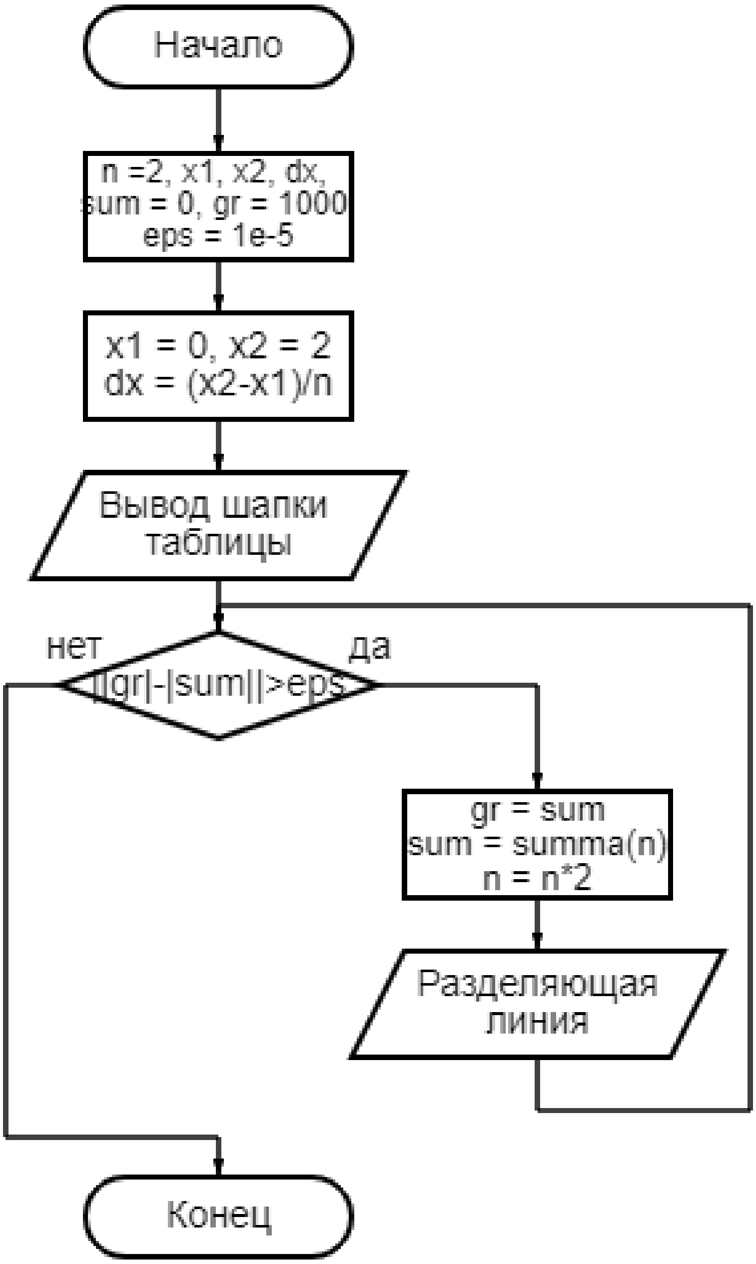

Рис. 1. Общая блок-схема программы

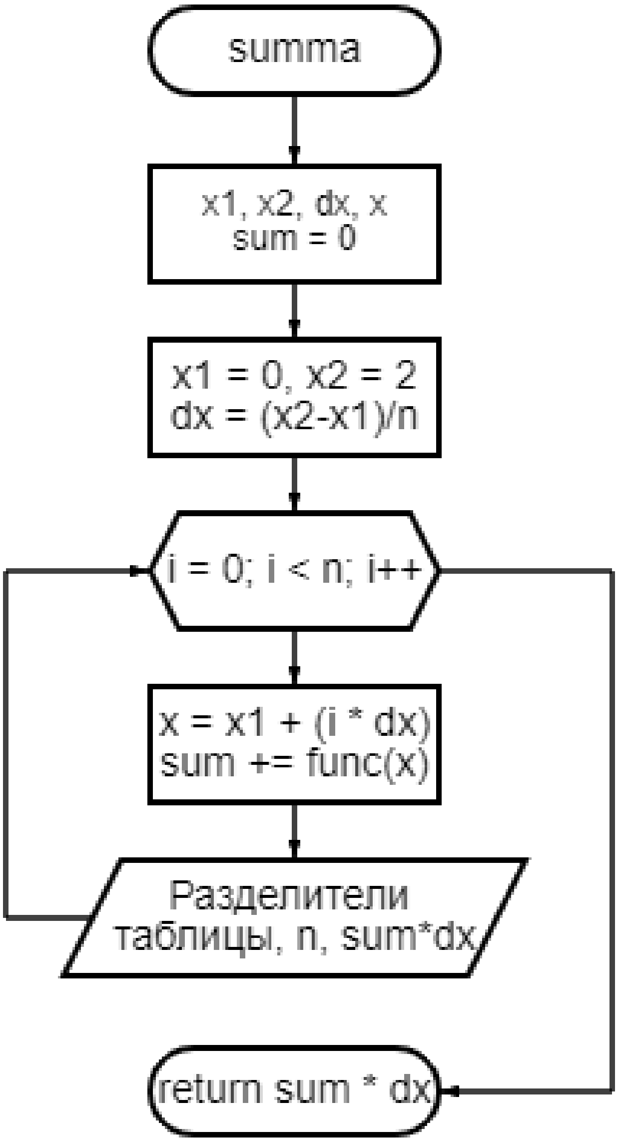

Рис. 2. Подпрограмма для вычисления интеграла на участках разбиения

```cpp
// Вычисление определенных интегралов с заданной точностью

#include<iostream>
#include<cmath>
#include<iomanip>

using namespace std;

double funct(double x) // подпрограмма, отвечающая за вычисление исходной функции
{
	return x * sinh(x);
}

double summa(int n)  // подпрограмма вычисления интеграла
{
	double x1, x2, dx, x, sum = 0;

	x1 = 0;                    // границы интегрирования
	x2 = 2.0;

	dx = (x2 - x1) / n;  // вычисление длины шага интегрирования

	for (int i = 0; i < n; i++)
	{
		x = x1 + (i * dx); // вычисление интегралов на текущем отрезке разбиения
		sum += funct(x);
	}

	cout << "| " << setw(7) << n << " | " << setw(10) << sum * dx << "  |" << endl;

	return sum * dx;
}

int main()
{
	setlocale(0, "");
	cout.precision(7);

	int n = 2;
	double x1, x2, dx, sum = 0, gr = 1000, eps = 1e-5;

	x1 = 0;
	x2 = 2;
	dx = (x2 - x1) / n;

	cout << "========================" << endl;
	cout << "|    n     |  integral  |" << endl;
	cout << "========================" << endl;

	while (abs(abs(gr) - abs(sum)) > eps) // если разность между предыдущим и вычисленным интегралом > eps
	{
		gr = sum;
```

```
            sum = summa(n);         // вычисляем интеграл при новом кол-ве
разбиений
            n *= 2;                       // увеличиваем кол-во отрезков
вдвое

            cout << "-----------------------" << endl;
      }

      return 0;
}
```

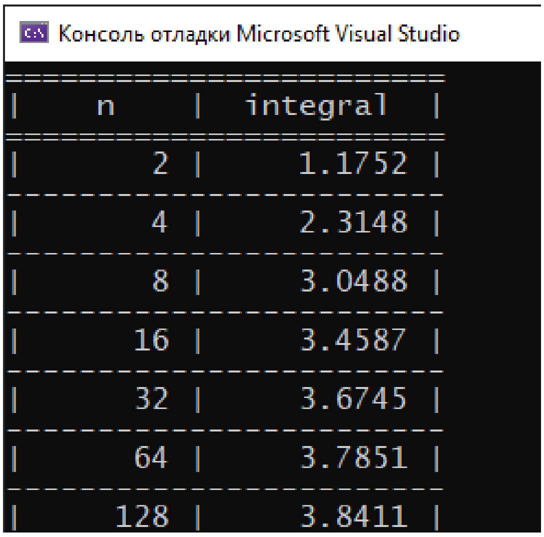

Рис. 2. Результат работы программы

Погрешность 10^{-3}		**Погрешность 10^{-5}**		**Погрешность 10^{-7}**	
n	$\int_0^2 x * s\sinh(x)dx$	n	$\int_0^2 x * s\sinh(x)dx$	n	$\int_0^2 x * s\sinh(x)dx$
2	1.175201	2	1.175201	2	1.175201
4	2.314834	4	2.314834	4	2.314834
8	3.048796	8	3.048795	8	3.048796
16	3.458687	16	3.458687	16	3.458687
32	3.674482	32	3.674482	32	3.674482
64	3.785099	64	3.785099	64	3.785099
128	3.841088	128	3.841088	128	3.841088
256	3.869253	256	3.869253	256	3.869253

512	3.883378	512	3.883378	512	3.883378
1024	3.890451	1024	3.890451	1024	3.890451
2048	3.89399	2048	3.89399	2048	3.89399
4096	3.89576	4096	3.89576	4096	3.89576
8192	**3.896646**	8192	3.896646	8192	3.896646
		16384	3.897088	16384	3.897088
		32768	3.89731	32768	3.89731
		65536	3.89742	65536	3.89742
		131072	3.897476	131072	3.897476
		262144	3.897503	262144	3.897503
		524288	3.897517	524288	3.897517
		1048576	**3.897524**	1048576	3.897524
				2097152	3.897528
				4194304	3.897529
				8388608	3.89753
				16777216	**3.897531**

$$\int_0^2 x\cdot\sinh(x)\,dx = 3.898$$

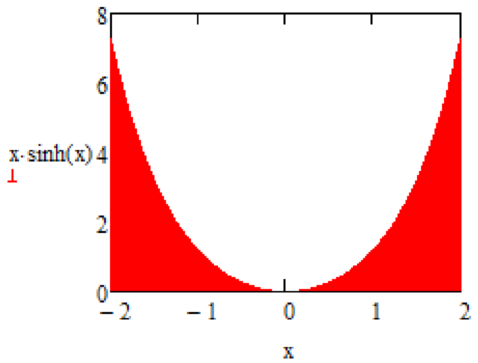

Рис. 3. Проверка решения в Mathcad

Вывод: в результате выполнения лабораторной работы можно было наблюдать, что с увеличением погрешности (точности) увеличивалось и количество разбиений отрезка, что привело к более точному расчёту значения интеграла. Можно так же заметить, что с увеличением деления, разница между интегралами постепенно снижается, становясь минимальной, т.е. возможность аппаратной ошибки уменьшается.