Министерство образования и науки Российской Федерации

Федеральное государственное бюджетное

Образовательное учреждение высшего образования

ПСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

Институт инженерных наук

Кафедра информационно-коммуникационных технологий

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА №1

РЕШЕНИЕ НЕЛИНЕЙНЫХ УРАВНЕНИЙ. МЕТОД ИТЕРАЦИЙ

Вариант 7

Выполнили: студенты
Антонова П.С., Разгонова Е.В.

Группа: 0432-04

Проверил: Трофимов В.М.

Псков

2021

Постановка задачи

Целью лабораторной работы является написание программы для решения нелинейного уравнения $arccosx - \sqrt{1 - 0.3x^3} = 0$, при заданном промежутке [0; 1].

Теоретическая справка

Нелинейным уравнением с одним неизвестным называется уравнение вида f (x) = 0, где f (x) – непрерывная, дифференцируемая функция, определенная на некотором бесконечном или конечном интервале $a < x < b$.

Корнем уравнения данного уравнения называется такое значение x, равное ξ, которое обращает уравнение в тождество f (ξ) ≡ 0.

Часто уравнения содержат коэффициенты, известные лишь приблизительно, следовательно, точное определение корней уравнения не имеет смысла. Поэтому для их решения были разработаны различные методы численного решения, позволяющих вычислить приближенные значения корней уравнения.

Для численного нахождения корней в общем случае необходимо установить количество корней и область значения, которой они принадлежат, затем выделить участки, на которых расположен только один корень и, пользуясь заданной точностью, сузить получившийся участок, т.е. решить уравнение.

В данном варианте лабораторной работы предлагается найти корень нелинейного уравнения, используя один из базовых методов – метод итераций.

Метод итераций (последовательных приближений) предполагает, что заданное уравнение преобразовывается к виду x = φ (x).

Последовательные приближения корня x_0, x_1, x_2, … задаются рабочей формулой x_n+1 = φ (x_n) при n = 0, 1, 2, …n. Затем последовательность x_0, x_1, x_2,

…, x_n, сходится к точному значению корня ξ, если для любого x, принадлежащего промежутку [a, b] выполнено условие сходимости метода.

Разработка программного решения

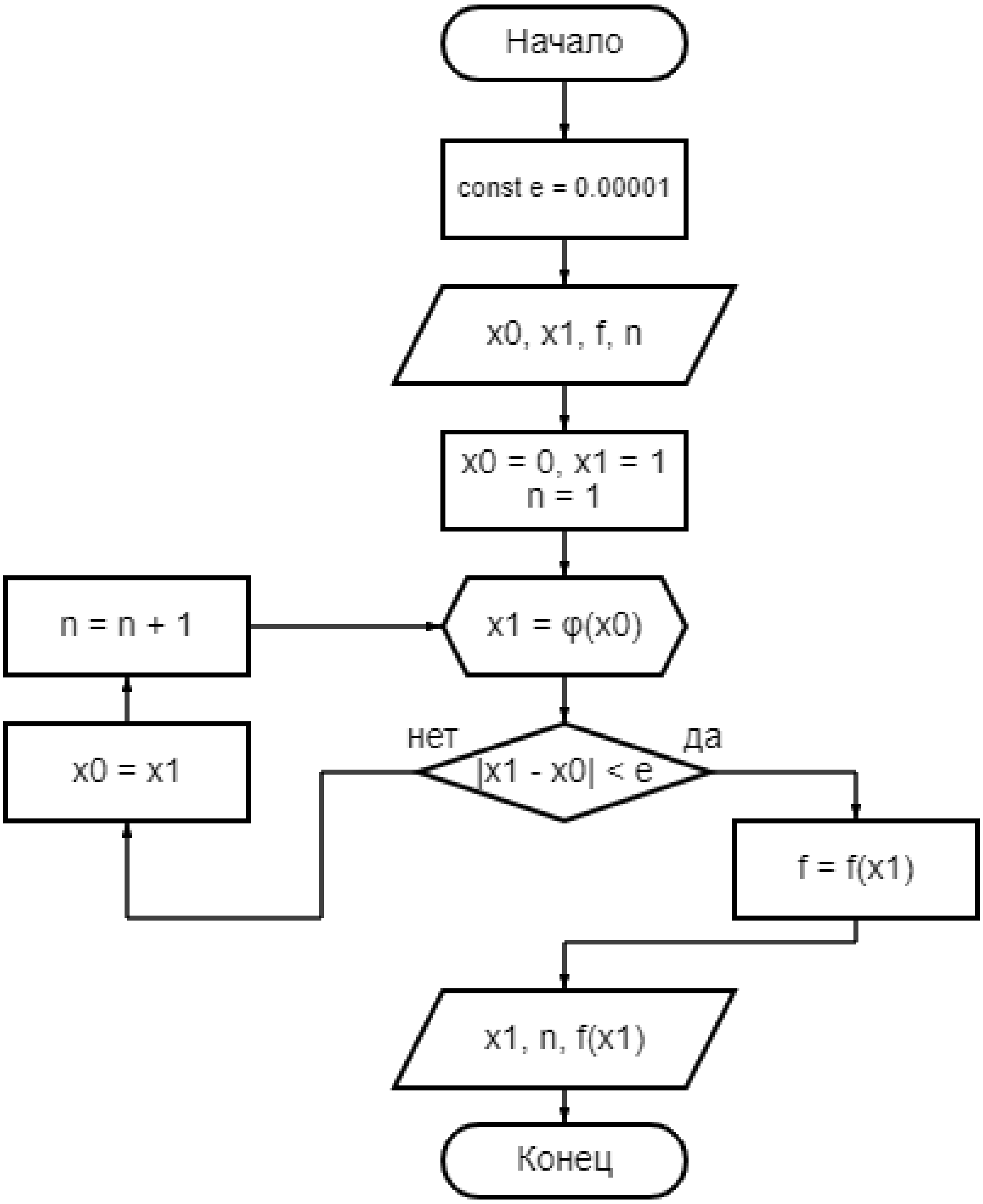

Рис. 1. Блок-схема метода

```
// Решение нелинейных уравнений методом итераций

#include<iostream>
#include<cmath>
using namespace std;

const double e = 0.00001;

int main() {

	cout.precision(5);
	setlocale(0, "");

	double x0, x1, f; // границы промежутка и переменная функции
	int n;                                  // итерации

	x0 = 0;            // начальные значения для выделения памяти переменным
	x1 = 1;
	n = 1;

	for (;;) // бесконечный цикл, который прервётся после выполнения
условия
	{
		x1 = cos(sqrt(1 - 0.3 * (x0 * x0 * x0)));

		if (fabs(x1 - x0) < e)  // условие выхода из цикла
		{
			break;
		}

		x0 = x1;
		++n;
	}

	cout << "При заданной точности e = " << e << endl;
	cout << "x1 - " << x1 << endl;
	cout << "Число итераций - " << n << endl;

	f = acos(x1) - sqrt(1 - 0.3 * (x1* x1 * x1));   // расчёт значения
функции при рассчитанном x
	cout << "F(x) = "<< f << endl;

	return 0;
}
```

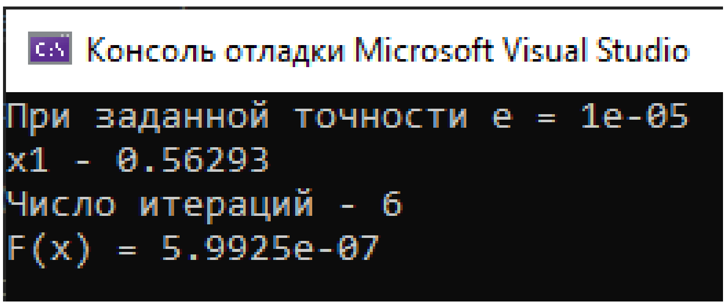

Рис. 2. Результат работы программы

Расчёт корня уравнения при разных точностях

e	Значение x_1	Количество итераций	Значение функции $F(x_1)$
10^{-7}	0.5629259	8	8.794564e-09
10^{-5}	0.56293	6	5.9925e-07
10^{-4}	0.5629	5	4.947e-06
10^{-3}	0.563	4	4.083e-05

ORIGIN := 1

$f(x) := \operatorname{acos}(x) - \sqrt{1 - 0.3 \cdot x^3}$

$\phi(x) := \cos\left(\sqrt{1 - 0.3 \cdot x^3}\right)$

$\epsilon := 0.00001$

$x0 := 0$

$$\text{iter}(\phi, x0, \epsilon) := \left| \begin{array}{l} x1 \leftarrow \phi(x0) \\ \text{while } |x1 - x0| > \epsilon \\ \quad \left| \begin{array}{l} x0 \leftarrow x1 \\ x1 \leftarrow \phi(x0) \end{array} \right. \\ x1 \end{array} \right.$$

$\text{iter}(\phi, x0, \epsilon) = 0.56293$

Given $x := 0$

$f(x) = 0$

$o := \text{Find}(x) \rightarrow 0.56292595285803870507$

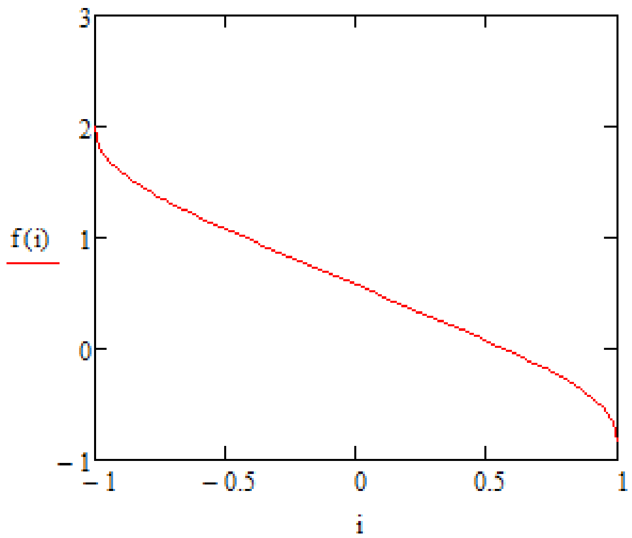

Рис. 3. Проверка решения в Mathcad

<u>Вывод:</u> при уменьшении точности вычислений было замечено увеличение шагов сходимости метода, а также изменение значения функции при вычисленном корне нелинейного уравнения. Следовательно, можно сделать вывод, что чем меньше значение точности (или так называемая допустимая ошибка вычисления), тем точнее будет определён корень уравнения.