武汉大学
Wuhan University

第三章 灰度变换与空间滤波

涂卫平 武汉大学计算机学院 2018年秋季学期

主要内容

Main Content

图像增强简介

■ 定义：

图像增强是指按特定的需要**突出**一幅图像中的某些信息，同时，**削弱或去除**某些不需要的信息的处理方法。

■ 目的：

对图像进行加工，以得到对具体应用来说视觉效果更“好”，更“有用”的图像，也就是说，**提高图像的可懂度**。

图像增强简介

- 图像增强处理**并不能增加**原始图像的信息，其结果只能**增强对某种信息的辨别能力**，而这种处理肯定会**损失**一些其它信息
- 强调根据**具体应用**而言，更“好”，更“有用”的视觉效果图像
- 图像增强处理最大的**困难**—增强后图像质量的好坏主要依靠人的**主观视觉**来评定，也就是说，难以**定量**描述

图像增强简介

图像增强 类

对图像进行变换

增强操作

直接对像素灰度值运算

$$g(x,y)=EH[f(x,y)]$$

- 图像增强
  - 处理方法
    - 空域方法
      - 点处理（变换）
      - 模板处理（滤波）
    - 频域方法
  - 处理策略
    - 全局处理
    - 局部处理
  - 处理对象
    - 灰度图像
    - 彩色图像

变换

$$g(x,y)=T^{-1}\{EH[T[f(x,y)]]\}$$

图像增强简介

空域图像增强

- 在图像处理中，空域是指由像素组成的空间，也就是图像域。
- 空域增强方法指直接作用于像素、改变其特性的增强方法。
- 空域图像增强分为两类：
  - 点运算：基于点操作，将每一个像素的灰度值按照一定的数学变换公式转换为一个新的灰度值。常用的点运算方法：灰度变换增强、直方图均衡化等方法。
  - 空间滤波：基于邻域处理，应用某一模板对每个像素及其周围邻域的所有像素进行某种数学运算，得到该像素的新的灰度值。常用的空域滤波：图像平滑与锐化技术。

图像增强简介

空域图像增强方法汇总

- 空域图像增强方法汇总
  - 点运算
    - 灰度变换增强
      - 线性灰度增强
      - 分段线性灰度增强
      - 非线性灰度增强
    - 直方图增强
      - 直方图均衡化
      - 直方图规定化
  - 空域滤波
    - 图像平滑
      - 邻域平均法
      - 加权平均法
      - 中值滤波
      - 梯度倒数加权
    - 图像锐化
      - 选择式模板平滑
      - 梯度法
      - 拉普拉斯算子
      - 高斯-拉普拉斯算子
      - 模板匹配法
      - 统计差值法

主要内容

Main Content

图像增强简介

灰度变换

直方图处理

空域滤波

灰度变换

灰度变换的定义

灰度变换也称为**灰度映射**，就是将输入图像f(x, y)中的灰度r，通过映射函数T（·）映射成输出图像g(x, y)中的灰度s。

$$g(x, y) = T[f(x, y)]$$

$$f(x, y)=r \longrightarrow \boxed{T} \longrightarrow g(x, y)=s$$

灰度变换

灰度变换的原理

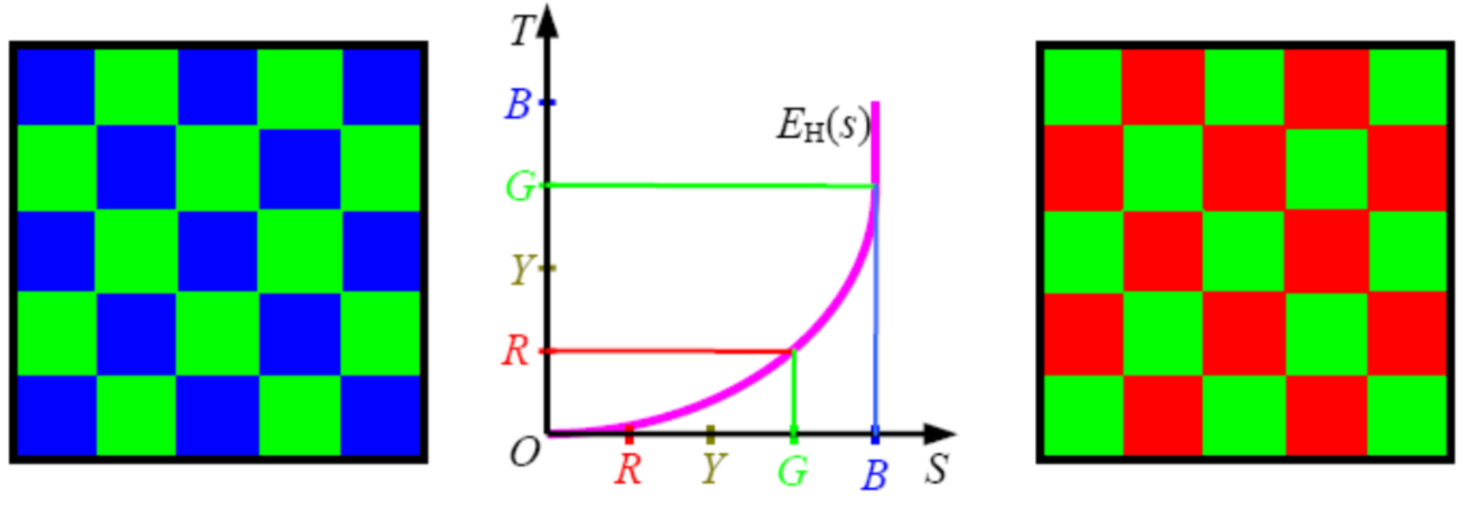


图 4.3.1　直接灰度映射原理

灰度变换

灰度变换的关键——映射函数

- 图像的灰度变换关键在于设计合适的**映射函数**（曲线）

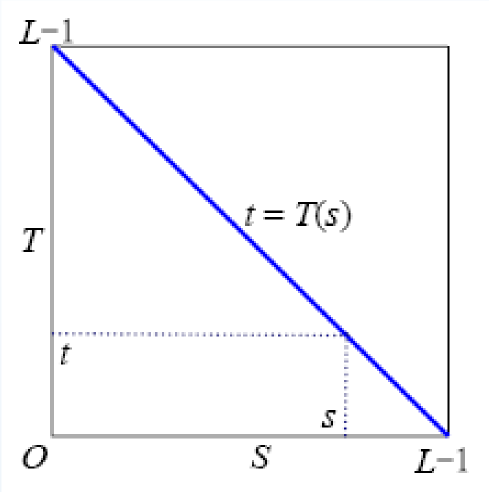
- 灰度变换映射函数的分类：
  - 线性变换
    - ✓ 图像求反
    - ✓ 灰度线性变换
    - ✓ 分段线性变换
  - 非线性变换
    - ✓ 对数变换
    - ✓ 幂律变换

灰度变换

图像求反

将原图灰度值翻转，简单地说，就是使黑变白，使白变黑

$$t = (L - 1) - s$$



灰度变换

线性变换（1）

对输入图像灰度作**线性扩张或压缩**，映射函数为一个直线方程，其表达式如下：

$$g(x,y) = Cf(x,y)+R \;;$$

其中：

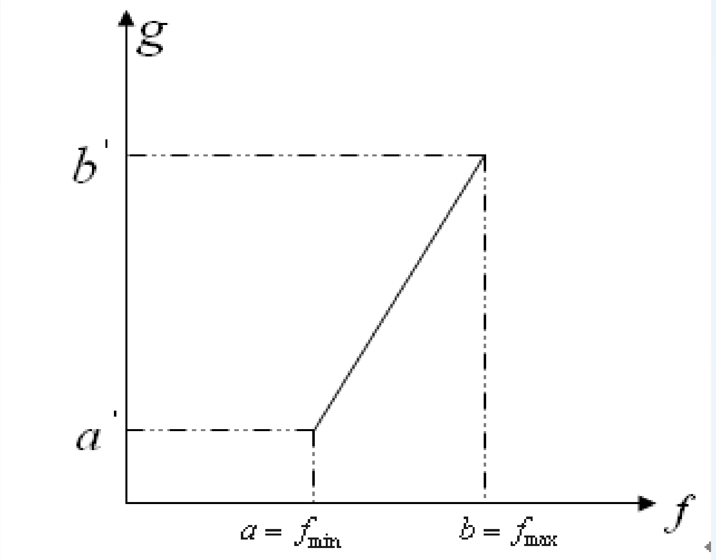
C是变换直线的斜率，R是截距；

$$\begin{cases} C > 1\text{----对比度扩张} \\ C < 1\text{——对比度压缩} \\ C = 1\text{——相当于复制} \end{cases}$$

灰度变换

线性变换（2）

线性变换映射曲线



线性变换前：图像灰度集中在[a, b]之间.

线性变换后：图像灰度集中在[a’，b’]之间.

当映射曲线斜率g>1时，灰度范围拉伸；当0<g<1时，灰度范围压缩

灰度变换

线性变换（3）

应用：

在**曝光不足或过度**的情况下，图像灰度可能会局限在一个很小的范围内。这时在显示器上看到的将是一个模糊不清、似乎没有灰度层次的图像。采用灰度线性变换方法可以**拉伸灰度动态范围**，**增强原图各部分的反差**，使图像清晰。

灰度变换

线性变换（4）

（a） 原图

(b)线性变换结果图

灰度变换

线性变换（5）

（a） 原图

(b) 线性变换结果图

灰度变换

分段线性变换（1）

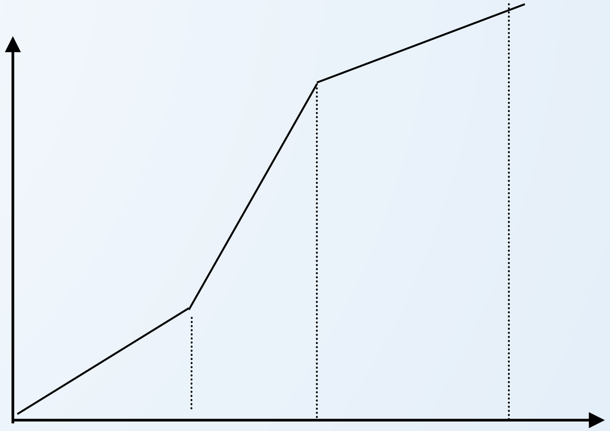
- 线性拉伸将原始输入图像中的灰度值**不加区别**地扩展。
- 在实际应用中,为了突出图像中**感兴趣**的研究对象，常常要求**局部**扩展拉伸某一范围的灰度值，或对**不同范围**的灰度值进行**不同的拉伸**处理，即分段线性拉伸。

灰度变换

分段线性变换（2）

与线性变换相类似，都是对输入图像的灰度对比度进行拉伸（Contrast stretching），只是对不同灰度范围进行不同的映射处理。当灰度范围分成三段时，其表达式及曲线图如下：

$$g(x,y)=\begin{cases} r1\ f(x,y); & 0<f<f1 \\ r2[f(x,y)-f1]+a; & f1<f<f2 \\ r3[f(x,y)-f2]+b; & f2<f<f3 \end{cases}$$



灰度变换

分段线性变换（3）

处理前

处理后

处理前

处理后

灰度变换

非线性变换

- 非线性拉伸不是对图像的整个灰度范围进行扩展，而是**有选择地**对某一灰度值范围进行扩展，其它范围的灰度值则有可能被压缩。

- **与分段线性拉伸的区别:**

  非线性拉伸不是通过在不同灰度值区间选择不同的线性方程来实现对不同灰度值区间的扩展与压缩，而是**在整个灰度值范围内采用统一的非线性变换函数**，利用函数的数学性质实现对不同灰度值区间的扩展与压缩。

灰度变换

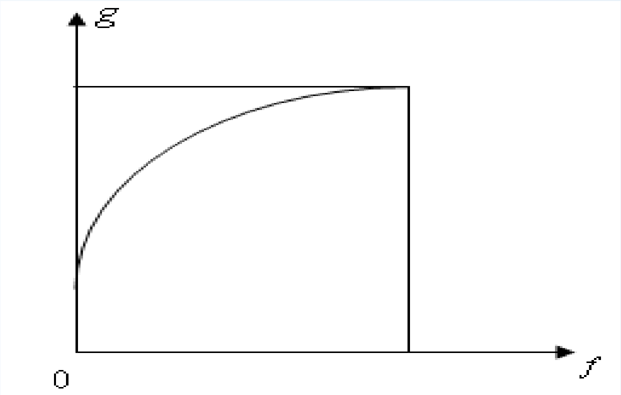
对数扩展

- 基本形式：$g(x,y)=\lg[f(x,y)]$
- 实际应用中一般取**自然对数**变换：

$$g(x,y)=C\cdot\ln[f(x,y)+1]$$

$[f(x,y)+1]$是为了**避免对零求对数**，

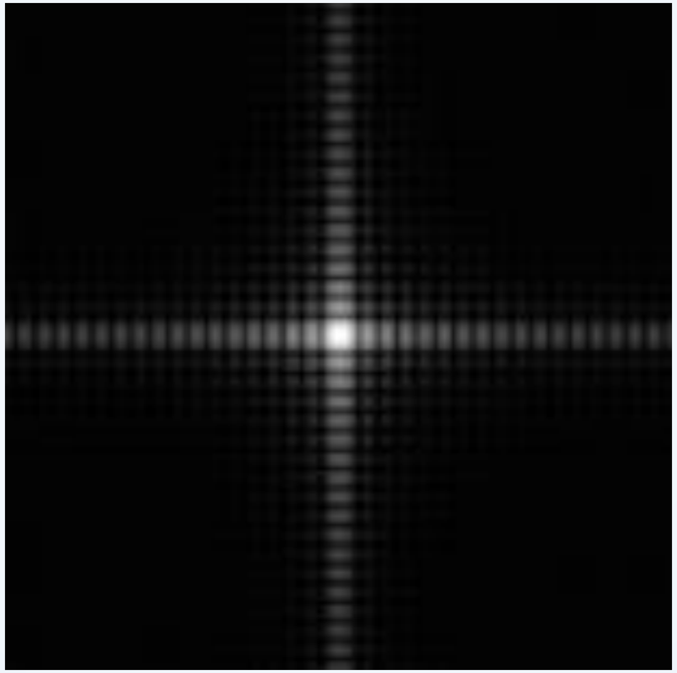
C为尺度比例系数，用于调节动态范围。



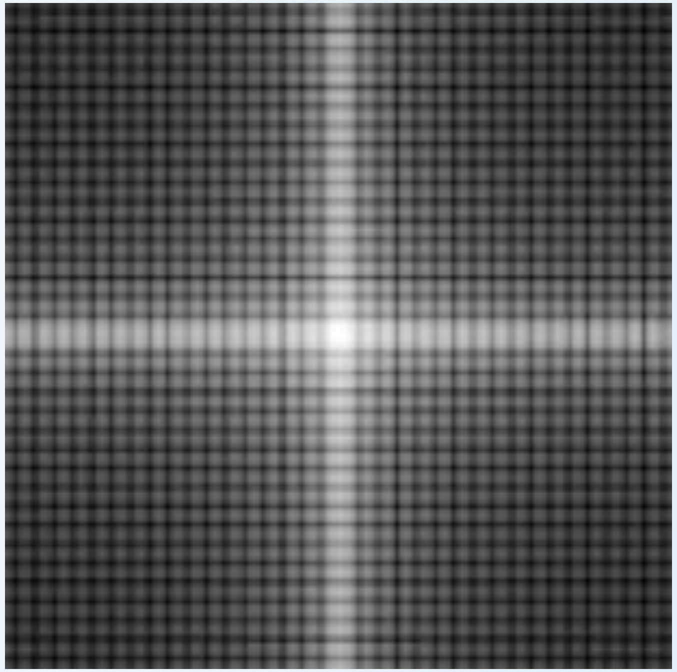
灰度变换

对数扩展

图像灰度的对数变换将扩张数值较小的灰度范围，压缩数值较大的图像灰度范围。



处理前



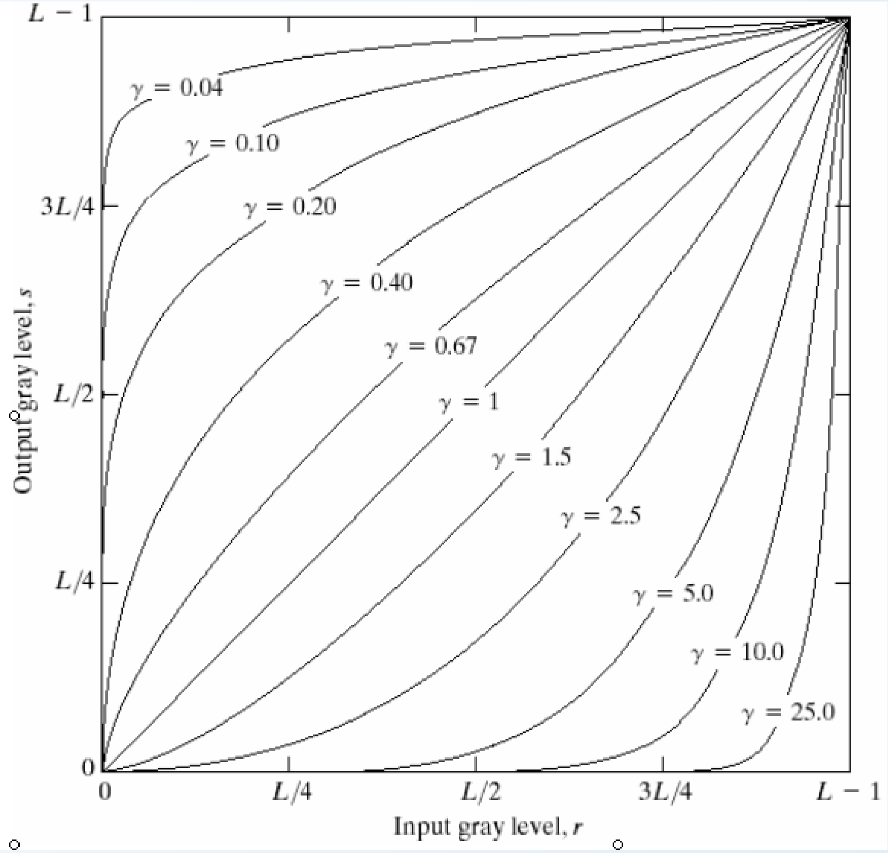
处理后

灰度变换

指数（幂律）扩展

- 基本形式:　　$s = cr^{\gamma}$

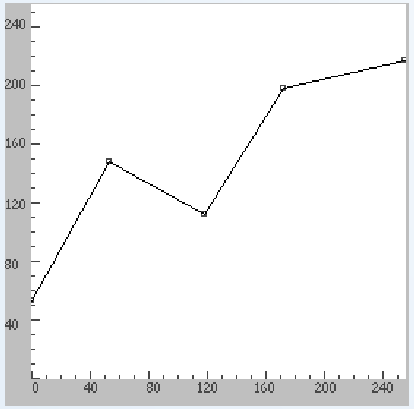
- 部分 γ 值的指数曲线将**较窄范围的暗色输入**值映射为**较宽范围的输出值**
- 部分 γ 值的指数曲线将**较窄范围的高灰度级**输入值映射为**较宽范围的输出值**



灰度变换

处理前

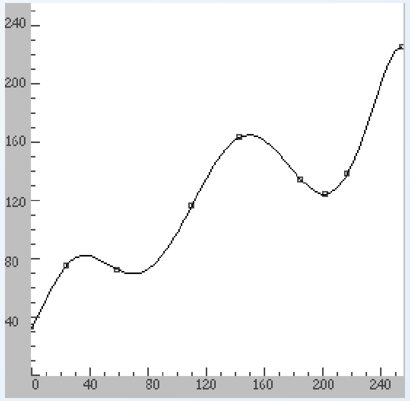
处理后



处理曲线

处理前

处理后



处理曲线

主要内容

Main Content

直方图处理

灰度直方图

是图像的一种统计表达，它描述了图像中各灰度值的像素个数，反映了该图中不同灰度级出现的统计概率。

$$h(r_k)=n_k$$

式中，r_k表示第**k**级灰度值，n_k表示图像中灰度为 r_k 的像素个数。

进行归一化,则灰度为 r_k 的像素在整个图像中的概率为：

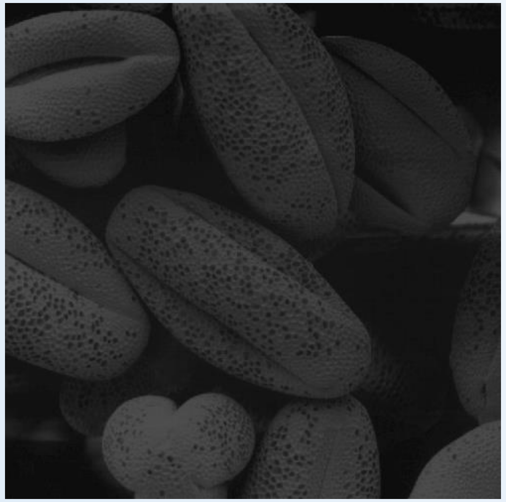
$$\mathrm{P}(\mathrm{r}_k)=n_k/n$$

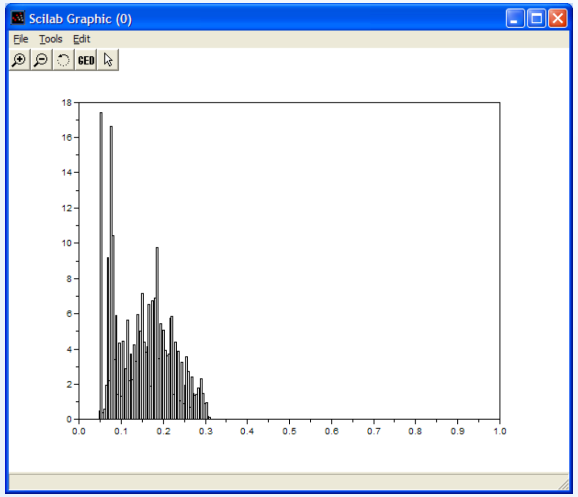
式中，**n**为图像的像素总个数

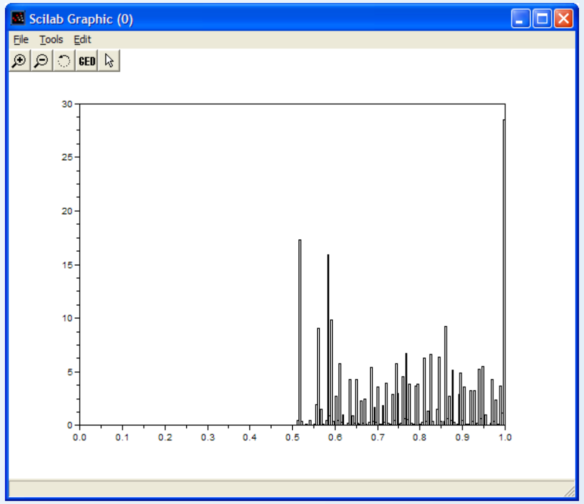
直方图处理

灰度直方图

- 图像视觉特性与灰度级分布之间的关系（1）：
  - ✓ **暗**图像的直方图分量集中在灰度级的**低（暗）**端
  - ✓ **亮**图像的直方图分量则倾向于灰度级的**高**端



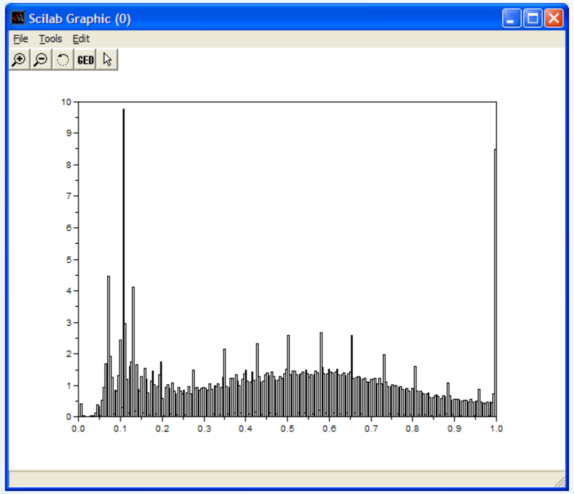


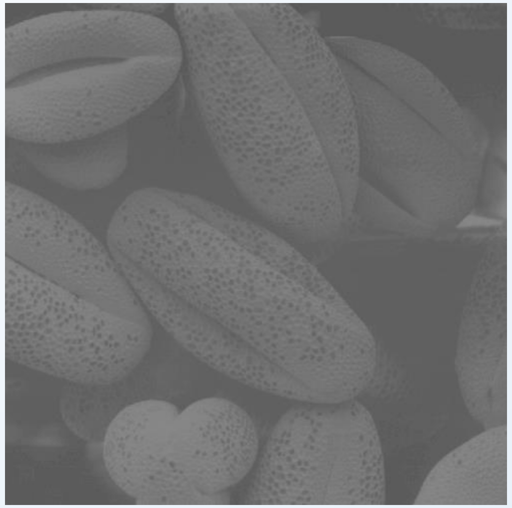


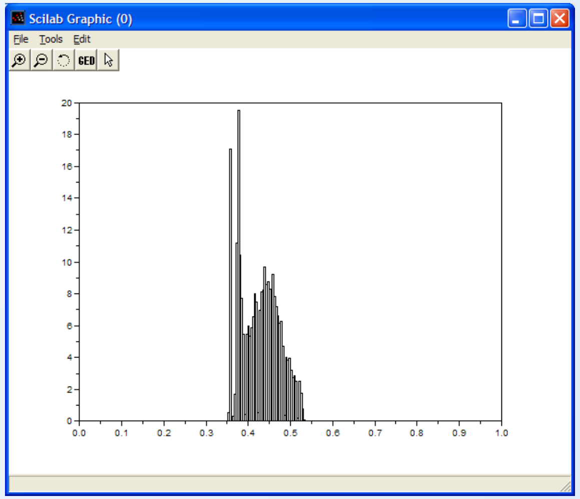
直方图处理

灰度直方图

- 图像视觉特性与灰度级分布之间的关系（2）：
  - ✓ 高对比度图像的直方图分量覆盖了很宽的灰度级范围
  - ✓ 低对比度图像的直方图分量则比较集中







直方图处理

直方图均衡化

- 若一幅图像的像素倾向于占据**整个**可能的灰度级范围并且**分布均匀**，则该图像会有**高对比度**的外观并展示**灰色调的较大变化**，最终效果将是一幅灰度**细节丰富**且**清晰**的图像
- 一些图像由于其灰度分布**集中在较窄**的区间，**对比度很弱**，图像**细节看不清楚**。此时，可采用图像灰度**直方图均衡化**处理,使得图象的灰度**分布趋向均匀**，图像所占有的像素**灰度间距拉开**，加大了图像反差，改善视觉效果，达到增强目的

直方图处理

直方图均衡化的原理（1）

- 直方图均衡化的基本思想是**把原始图像的直方图变换为均匀分布**，以增加像素灰度值的动态范围，从而达到增强图像的目的
- 直方图处理也是一种点处理方式，可用下式表达

$$g(x, y) = T[f(x, y)]$$

- 问题的关键是寻找**合适的变换T[ ]**

直方图均衡化的原理（2）

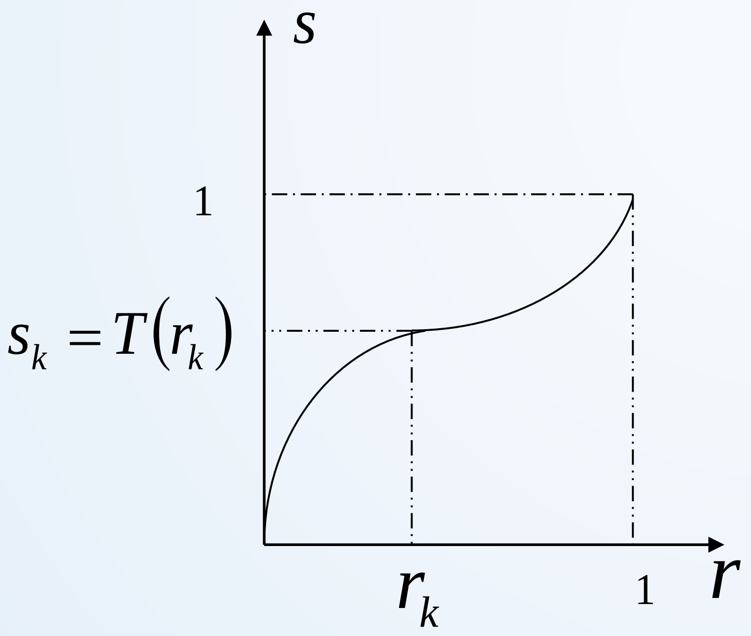
- 设r和s分别表示原图像灰度级和经直方图均衡化后的图像灰度级。为便于讨论，对r和s进行归一化，使：0≤r，s≤1.
- 对[0，1]区间内的任一个r值进行如下变换： s=T(r)
- 变换函数s=T(r)应满足下列条件：

✓在0≤r≤1的区间内,T(r)单值单调增加，保证图像的灰度级从黑到白的次序不变

✓对于0≤r≤1，有0≤T(r)≤1，保证映射变换后的像素灰度值在允许的范围内

直方图均衡化的原理（3）

满足这两个条件的变换函数的一个例子如：



- T(r)单值单调增加
- $0 \le T(r) \le 1$

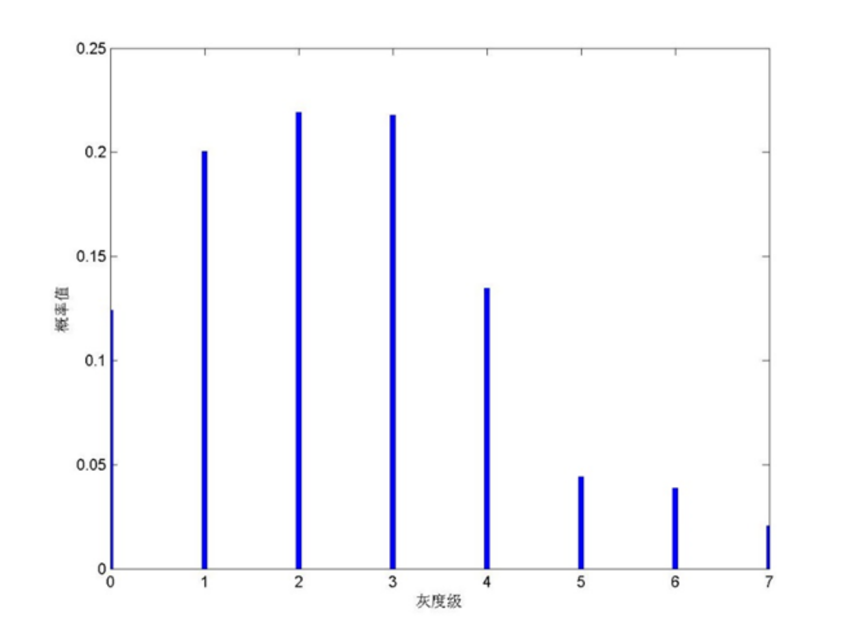
直方图处理

直方图均衡化的原理（4）

直方图累积分布函数满足上述两个条件：

$$s_k = T(r_k) = \sum_{j=0}^{k} p_r(r_j) = \sum_{j=0}^{k} \frac{n_j}{n}$$

$$0 \le r_k \le 1, k = 0,1,\ldots,l-1$$



直方图处理

直方图均衡化计算过程举例

假设64×64的灰度图像，共8个灰度级，已知灰度级分布

表 4.2.1　直方图均衡化计算列表

序号	运　算	步骤和结果							
1	列出原始图灰度级 s_k，k=0, 1, ⋯, 7	0	1	2	3	4	5	6	7
2	统计原始直方图各灰度级象素 n_k	790	1 023	850	656	329	245	122	81
3	用式(4.2.2)计算原始直方图	0.19	0.25	0.21	0.16	0.08	0.06	0.03	0.02
4	计算累积直方图	0.19	0.44	0.65	0.81	0.89	0.95	0.98	1.00
5	取整扩展：t_k = int[$(N-1)t_k+0.5$]	1	3	5	6	6	7	7	7
6	确定映射对应关系（$s_k \to t_k$）	0 → 1	1 → 3	2 → 5	3, 4 → 6		5, 6, 7 → 7		
7	统计新直方图各灰度级象素 n_k		790		1 023		850	985	448
8	用 $p_t(t_k) = n_k/n$ 计算新直方图		0.19		0.25		0.21	0.24	0.11

已知

$$r_i = \frac{n_i}{64 \times 64}$$

$$t_k = \sum_{j=0}^{k} r_j$$

Int[ ]函数是向下取最大整数

直方图均衡化计算过程举例

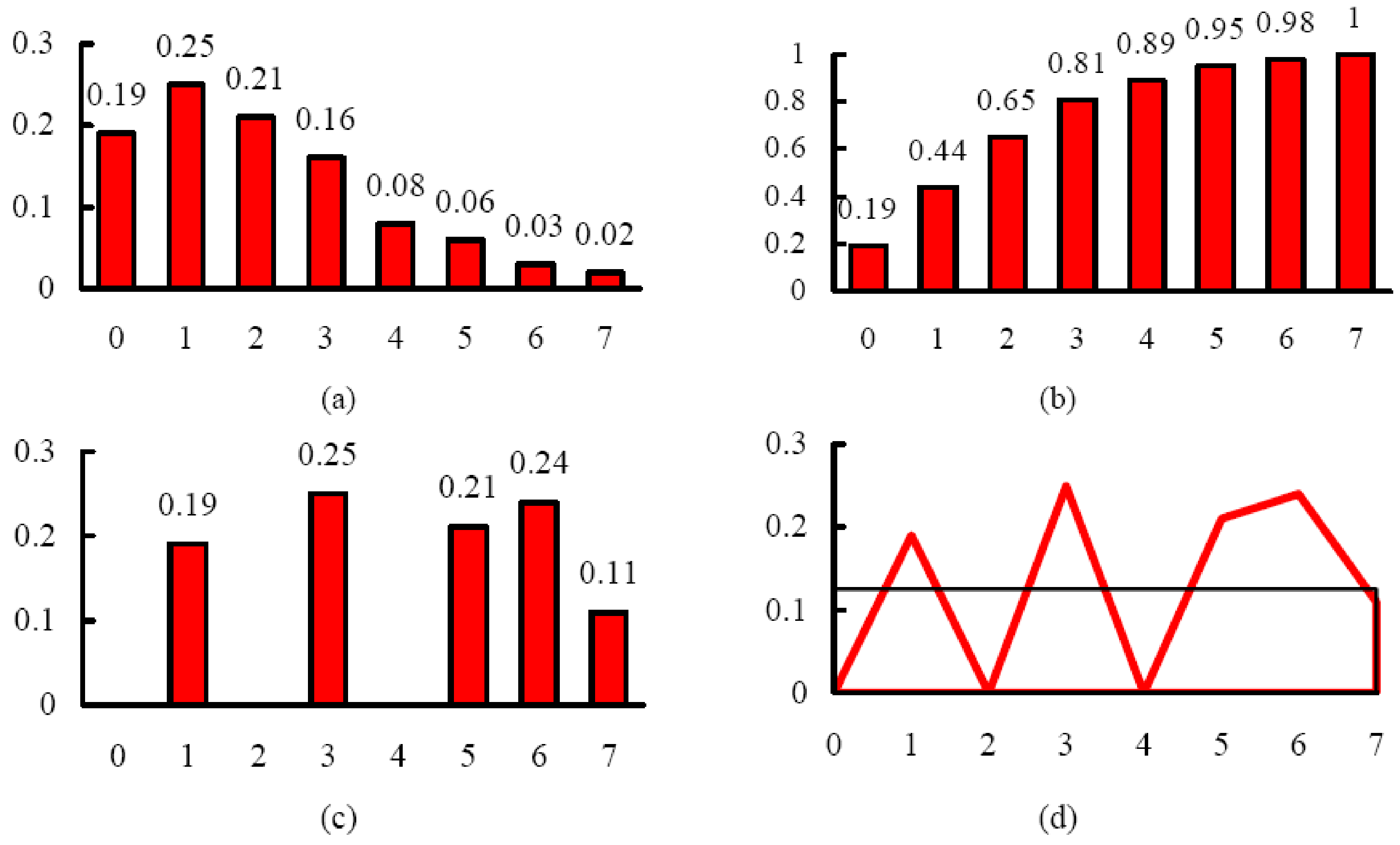


图 4.4.3　直方图均衡化

（a）原始直方图

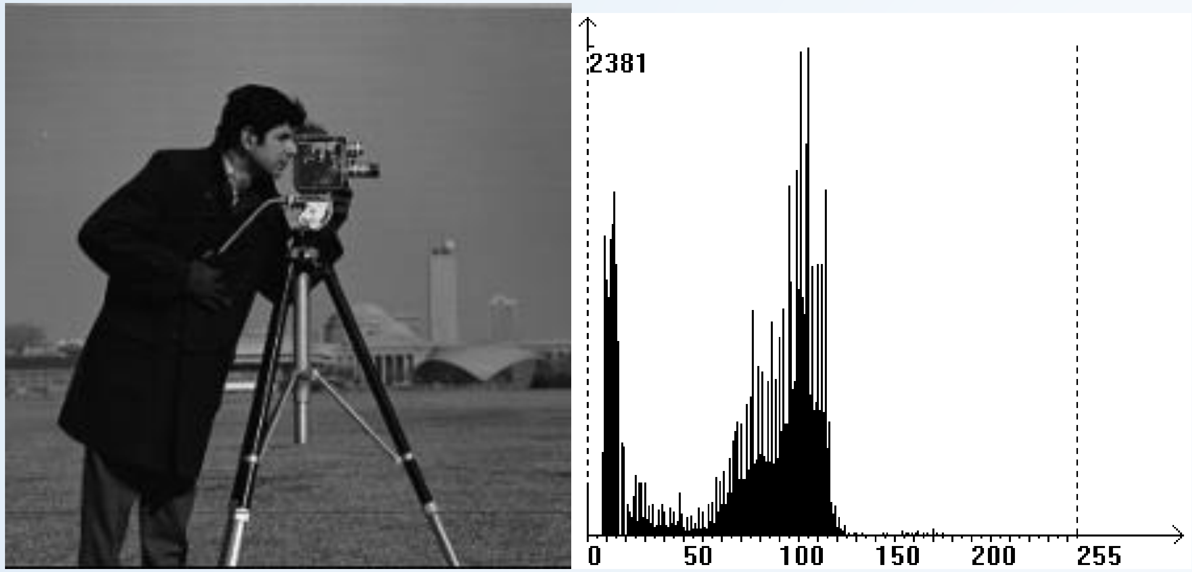
（b）累积直方图

（c）均衡化的直方图

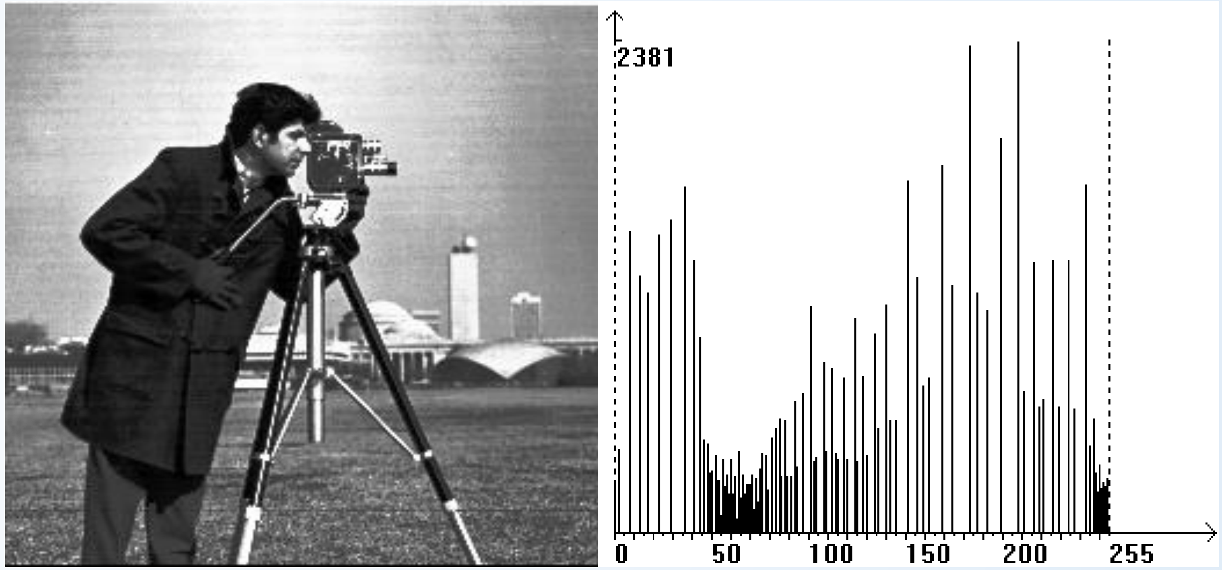
（d）均衡化的像素分布

直方图处理

直方图均衡化效果示例



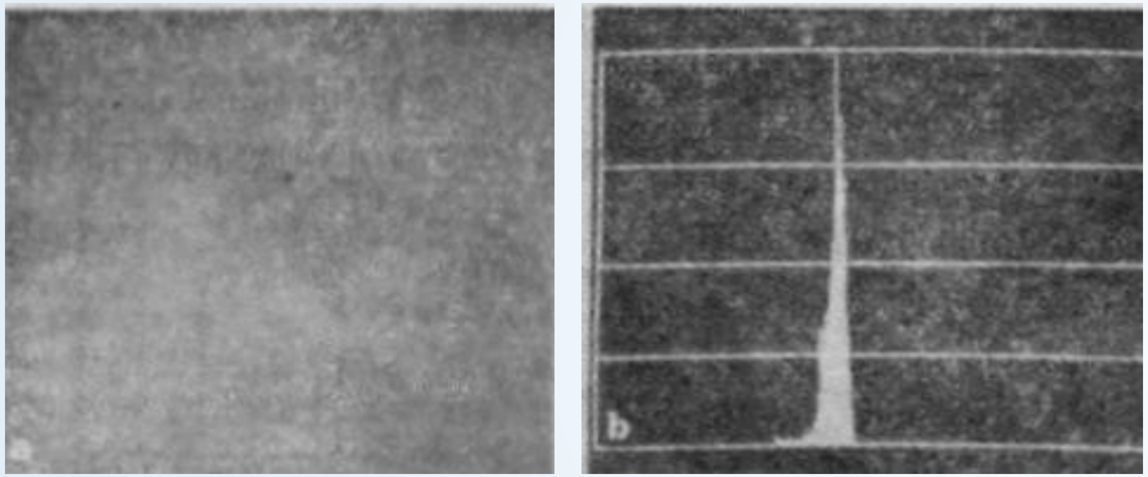
原始图像及其直方图



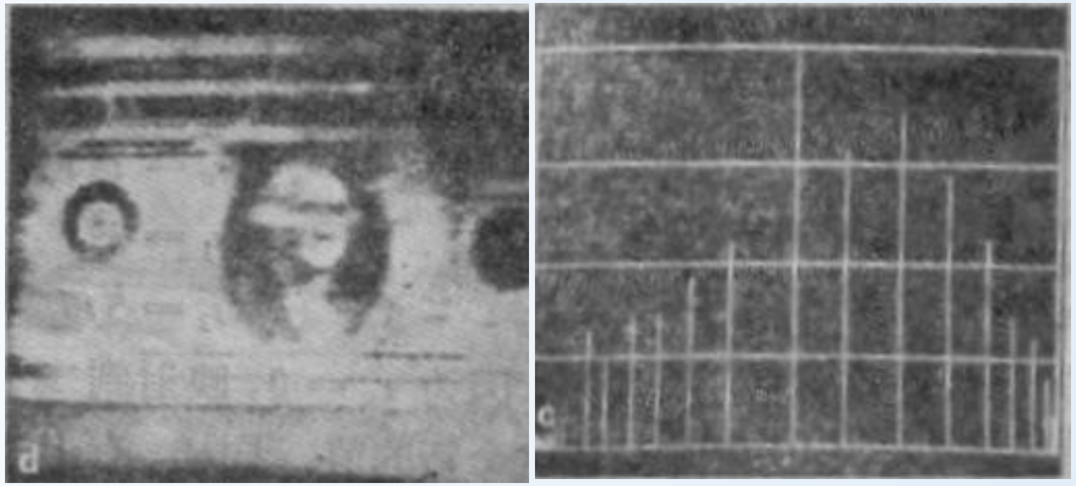
均衡化后的图像及其直方图

直方图处理

直方图均衡化效果示例



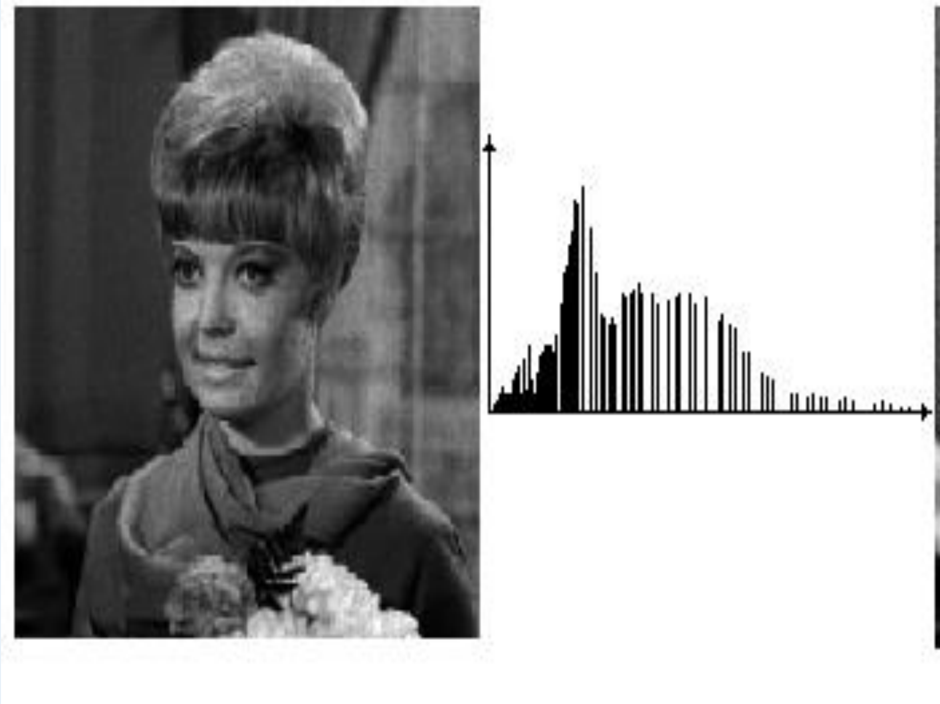
原始图像及其直方图

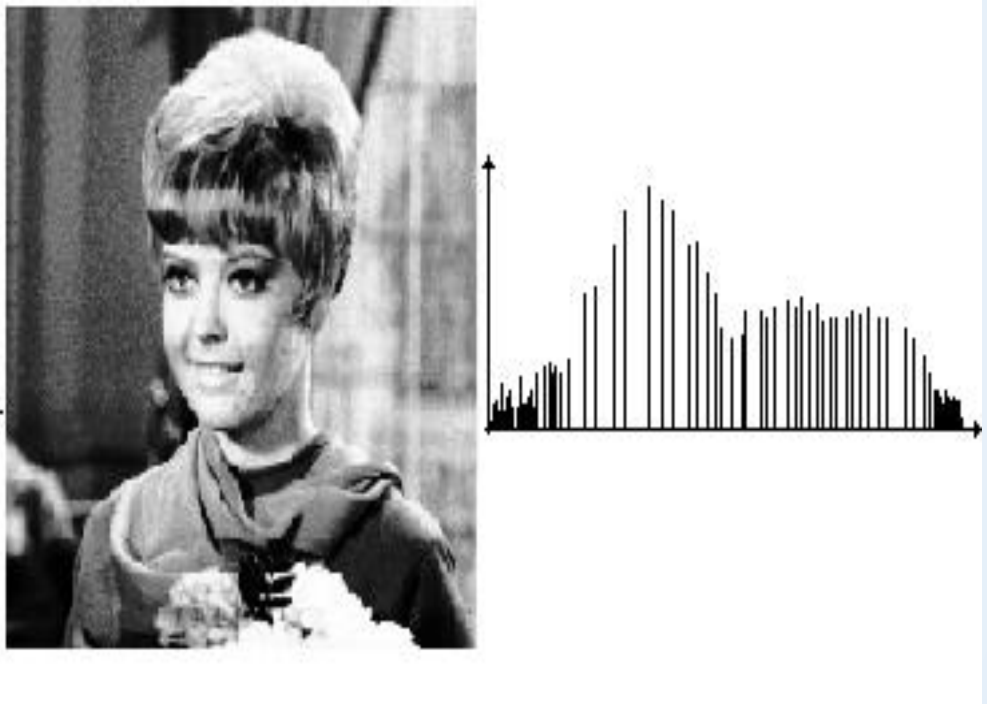


均衡化后的图像及其直方图

直方图处理

直方图均衡化效果示例



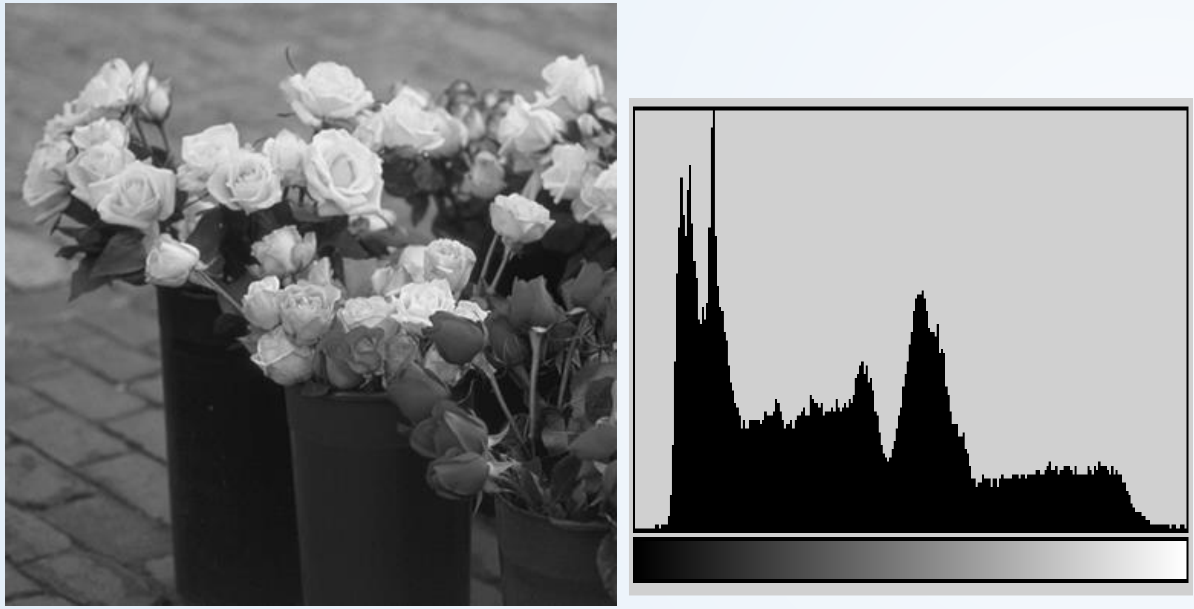


原始图像及其直方图

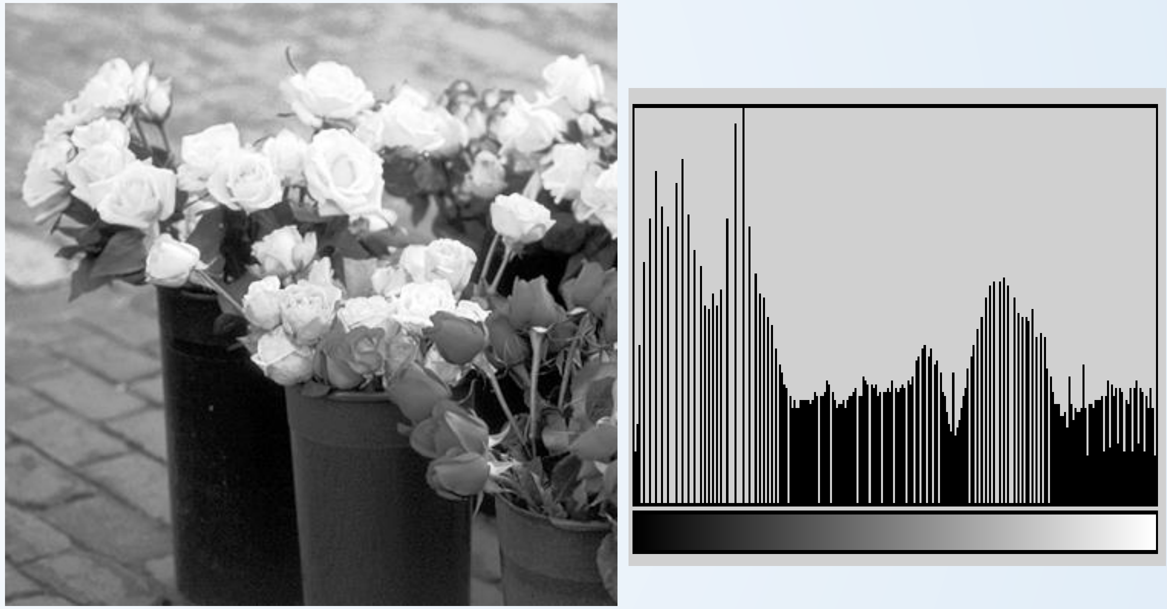
均衡化后的图像及其直方图

直方图处理

直方图均衡化效果示例



原始图像及其直方图



均衡化后的图像及其直方图

直方图处理

直方图均衡化总结

- 直方图均衡化**增加了图像灰度动态范围**，所以也**增加了图像的对比度**，反映在视觉上就是图像有较大的反差，许多**细节**可看得比较**清晰**了。（优点）
- 实质上压缩了灰度相近的范围，拉大了灰度相差较大的范围，所以直方图均衡化在增强反差的同时也增加了图像的**可视粒度**（graininess, patchness），图像看上去是一粒一粒的。（缺点）
- **增强效果不易控制**，处理的结果总是全局均衡化的直方图。（缺点）

直方图处理

直方图规定化

- 实际应用中，有时需要具有**特定直方图**的图像，以便能够**有目的地**对图像中的某些灰度级分布范围内的图像加以增强。
- 直方图规定化方法可以按照**预先设定**的某个形状来调整图像的直方图。

直方图处理

直方图规定化的基本思想（1）

- 设 r 和 z 分别代表连续的原始图像和目标图像的灰度级
- 设 $P_r(r)$ 和 $P_z(z)$ 分别表示原始图像和目标图像灰度分布的概率密度函数

已知

- 直方图规定化就是通过建立 $P_z(z)$ 和 $P_r(r)$ 之间的联系，来计算得到 z 和 r 之间的映射关系。

已知

已知

直方图处理

直方图规定化的基本思想（2）

直方图规定化原理是对原始图像和目标图像的直方图都做均衡化，变成相同的归一化的均匀直方图。此均匀直方图起到媒介作用，再对目标图像做均衡化的逆运算即可。

直方图均衡化是直方图规定化的桥梁。

直方图处理

直方图规定化的分析过程（连续模型）

- 首先对原始图像进行直方图均衡化处理： $s = T(r) = \int_0^r P_r(\omega) d\omega$
- 对目标图像进行均衡化处理： $u = G(z) = \int_0^z P_z(\omega) d\omega$
- 得到的 s 和 u 具有相同（或相近）的均匀分布
- 通过逆函数来求 z： $z = G^{-1}(u)$
- 用 s 代替 u： $z = G^{-1}(u) = G^{-1}(s) = G^{-1}[\mathrm{T(r)}]$

直方图处理

直方图规定化的分析过程（离散模型）（1）

步骤1：对原始输入图像进行直方图均衡

$$s_m = T(r_m) = \sum_{j=0}^{m} P_r(r_j) = \sum_{j=0}^{m} \frac{n_j}{n} \qquad m = 0, 1, 2, \ldots, L-1$$

步骤2：根据指定的直方图分布，进行直方图均衡

$$v_n = G(z_n) = \sum_{i=0}^{n} P_z(z_i) \qquad n = 0, 1, 2, \ldots, L-1$$

步骤3：求步骤2的反变换，将原始直方图对应映射到规定直方图

$$z_k = G^{-1}(v_k) = G^{-1}(s_k) = G^{-1}[T(r_k)] \qquad k = 0, 1, 2, \ldots, L-1$$

直方图规定化的分析过程（离散模型）（2）

$$z_k = G^{-1}(s_k) = G^{-1}[T(r_k)] \quad k = 0,1,2,\ldots,L-1$$

问题： $G^{-1}(\cdot)$ 难以获得

解决办法：再次利用均衡化直方图的桥梁作用

$$s_m = \sum_{j=0}^{m} P_r(r_j) \qquad v_n = G(z_n) = \sum_{i=0}^{n} P_z(z_i)$$

由于 s 和 v 具有相同的均匀分布，可以认为有：$v_n \approx s_m$，也就是将s中的第m个灰度级映射到v中的第n个灰度级。映射规则如下：

$$\min \left| \sum_{j=0}^{m} P_r(r_j) - \sum_{i=0}^{n} P_z(z_i) \right| \quad \begin{matrix} i = 0,1,2,\ldots,L-1 \\ j = 0,1,2,\ldots,L-1 \end{matrix}$$

单映射规则（single mapping law / SML）

直方图处理

直方图规定化计算过程举例

假设64×64的灰度图像，共8个灰度级，已知灰度级分布；已知目标直方图

表 4.2.2　直方图规定化计算列表

序号	运　算	步骤和结果							
1	列出原始图灰度级 s_k, $k=0, \cdots, 7$	0	1	2	3	4	5	6	7
2	统计原始直方图各灰度级象素 n_k	790	1 023	850	656	329	245	122	81
3	用式(4.2.2)计算原始直方图	0.19	0.25	0.21	0.16	0.08	0.06	0.03	0.02
4	计算原始累积直方图	0.19	0.44	0.65	0.81	0.89	0.95	0.98	1.00
5	规定直方图 $p_u(u_k)=n_k/n$，n=4 096	0	0	0	0.2	0	0.6	0	0.2
6	计算规定累积直方图	0	0	0	0.2	0.2	0.8	0.8	1.0
7S	SML 映射	3	3	5	5	5	7	7	7
8S	确定映射对应关系	0, 1 → 3		2, 3, 4 → 5			5, 6, 7 → 7		
9S	变换后直方图	0	0	0	0.44	0	0.45	0	0.11
7G	GML 映射	3	5	5	5	7	7	7	7
8G	查找映射对应关系	0 → 3	1, 2, 3 → 5			4, 5, 6, 7 → 7			
9G	变换后直方图	0	0	0	0.19	0	0.62	0	0.19

注：表中步骤 7S 到 9S 对应 SML 映射方法，步骤 7G 到 9G 对应 GML 映射方法。

已知

$$r_i = \frac{n_i}{64 \times 64}$$

$$s_m = \sum_{j=0}^{m} r_j$$

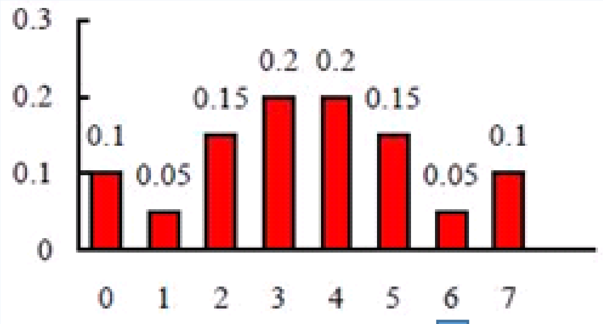
已知

$$v_n = \sum_{j=0}^{n} r_j$$

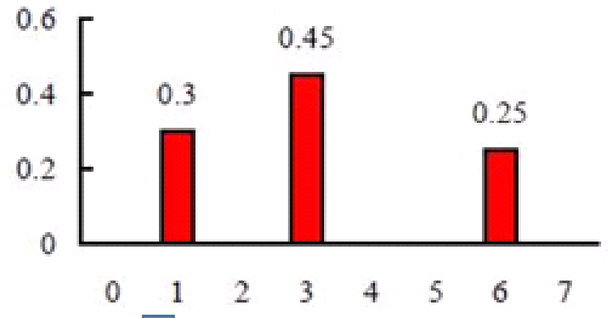
直方图处理

直方图规定化计算过程举例

原始图像直方图

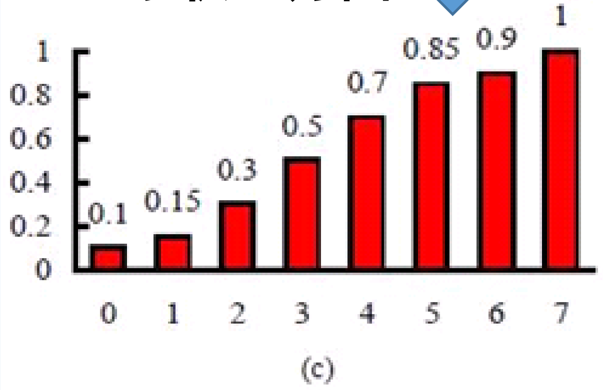


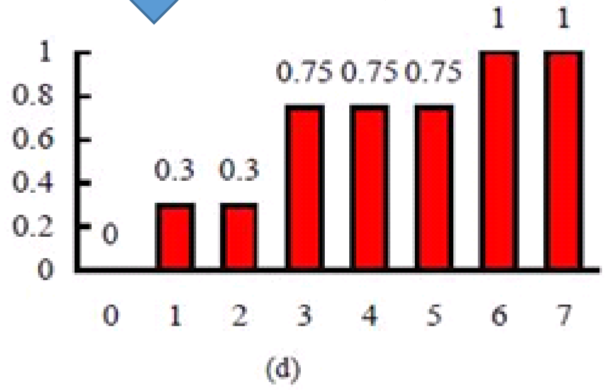
目标图像直方图



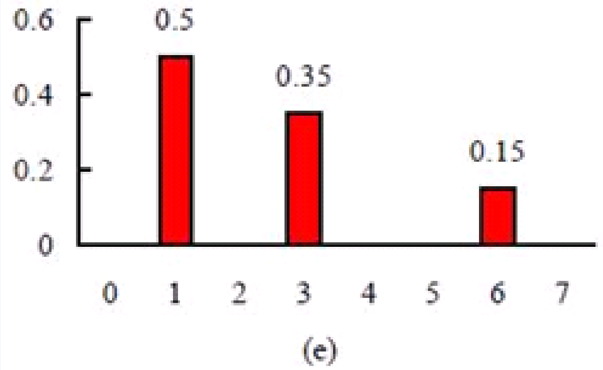
累积直方图

累积直方图





变换后得到的图像直方图



映射关系：

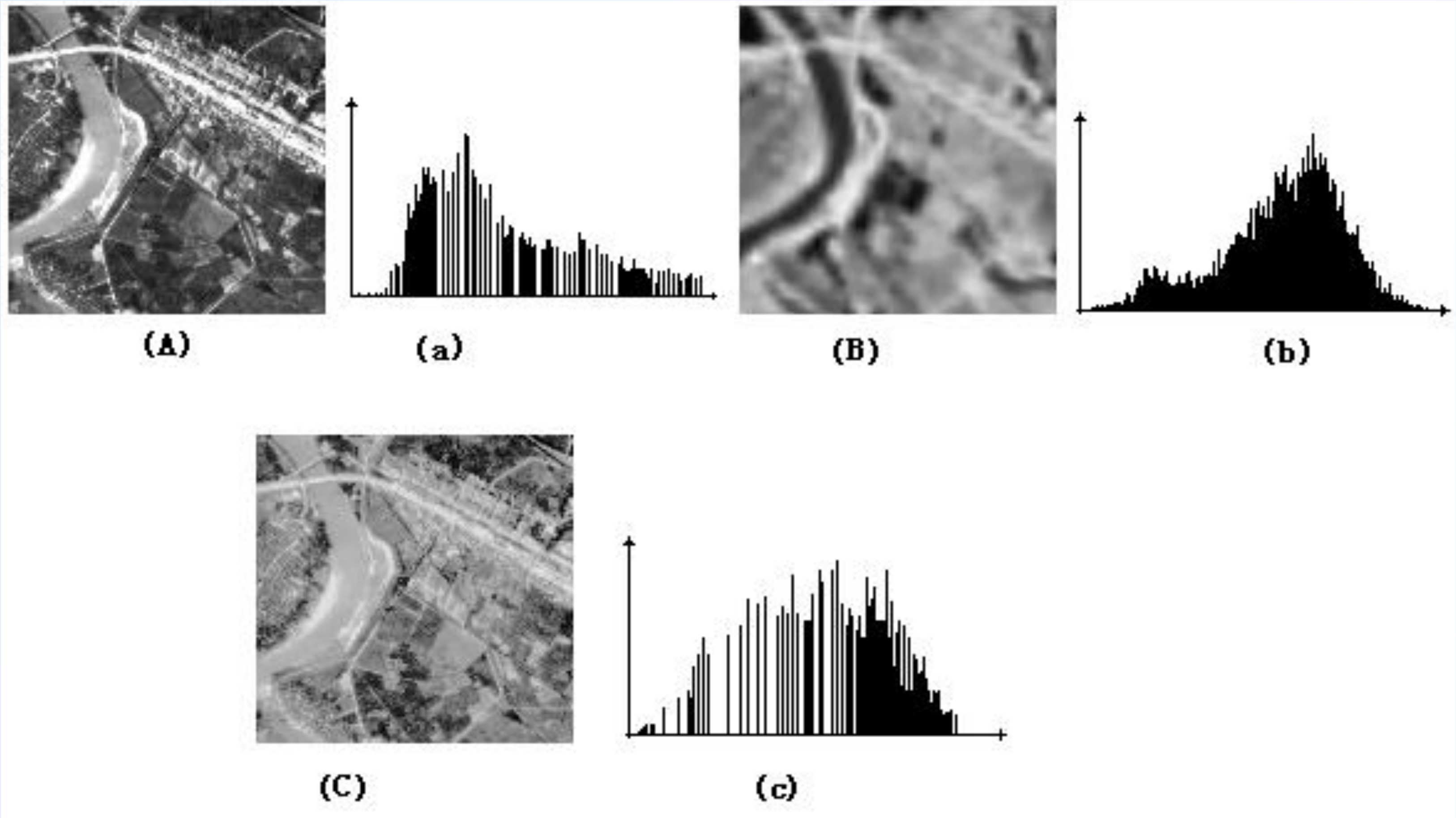
0, 1, 2, 3 ➞ 1

4, 5 ➞ 3

6, 7 ➞ 6

直方图处理

直方图规定化示例



图(C)和(c)是将图像(A)按图(b)的直方图进行规定化得到的结果及其直方图。通过对比可以看出图(C)的对比度同图（B)接近一致，对应的直方图形状差异也不大。

直方图处理

直方图均衡化 vs 直方图规定化

- 直方图均衡化
  - 自动增强
  - 效果不易控制
  - 总得到全图增强的结果
- 直方图规定化
  - 有选择地增强
  - 须给定需要的直方图
  - 可得到特定增强的结果

空域滤波

作业：

3.14 右侧所示的图像是很不同的，但它们的直方图却相同。假设每一幅图像都用一个 3×3 均值模板来进行模糊处理。

(a) 模糊后图像的直方图还相同吗？试解释原因。

(b) 如果您的答案是不相同，画出两个直方图。

你为什么选修“数字图像处理”这门课？

主要内容

Main Content

- 图像增强简介
- 灰度变换
- 直方图处理
- 空域滤波

空域滤波

空域滤波简介

- 空域滤波是一种**邻域**处理方法，通过直接在图像空间中对邻域内的像素进行处理，达到**增强图像**的目的。
- 空域滤波使用**空域模板**进行图像处理，故又称“模板”为“空域滤波器”

空域滤波

空域滤波简介

- **模板/空域滤波器**由两部分组成：
  - ✓ 邻域——空域滤波器的作用范围
  - ✓ 操作——对该邻域所包围的图像像素执行的预定义操作
- 说明：

  模板中的邻域比“4-邻域”、“8-邻域”意义更广，可以是m×n的小图像（远小于常见的图像尺寸）。最基本的尺寸为3×3，更大尺寸模板如5×5、7×7等也常被使用。

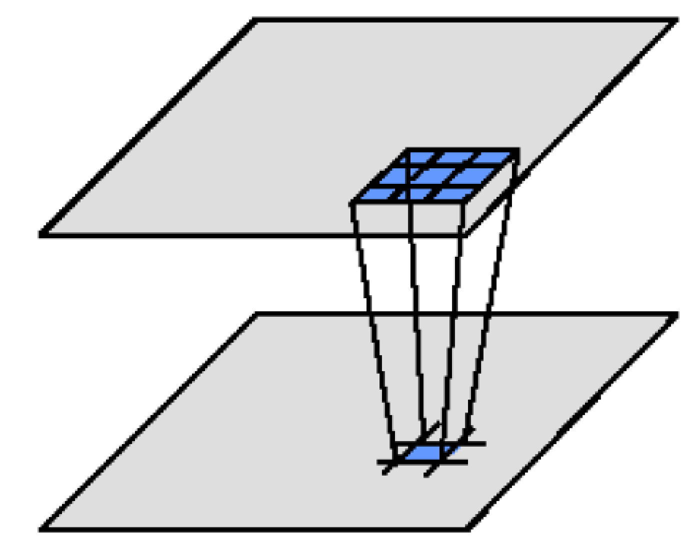
空域滤波

空域滤波简介

- 空域滤波产生一个**新像素**，其坐标等于**邻域中心的坐标**，像素的灰度值就是滤波的结果
- 从**功能**和**特点**两个维度，空域滤波器可分为四类

表 4.4.1 空域滤波分类

功能 \ 特点	线性	非线性
平滑	线性平滑滤波	非线性平滑滤波
锐化	线性锐化滤波	非线性锐化滤波



空域滤波

空域滤波的分类

按照图像增强的目的，空域滤波可分为**平滑滤波**和**锐化滤波**。

- 平滑滤波能**减弱或消除**图像中的**高频分量**。高频分量对应图像中的区域边缘等灰度值具有**较大、较快变化**的部分。平滑滤波将这些分量滤去可**减少**局部灰度的**起伏**，使图像变得比较平滑，**降低噪声**。
- 锐化滤波能**减弱或消除**图像中的**低频分量**，低频分量对应图像中灰度值**缓慢变化**的区域，因而与图像的整体特性如整体对比度和平均灰度值等有关。锐化滤波将这些分量滤去可使图像**反差增加**，边缘明显。

空域滤波

高频分量和低频分量

- 频率的本意：
  - ✓ 狭义概念：单位时间内完成周期性变化的次数
  - ✓ 广义概念： 一定时间内的变化次数
- 时间信号的频率指信号随时间变化的快慢；图像是空间信号，图像的频率指**像素的灰度值沿x轴和y轴变化的快慢**。从一个像素点到相邻的一个像素点，灰度值变化的多少，就是频率。
- 所谓**高频分量**，就是相邻像素之间**灰度变化大**，这通常对应着**图像区域边缘**等；而**低频分量**，就是相邻像素灰度之间**灰度变化小**，这通常是图像中**稳定的区域**。

空域滤波

线性空域滤波的定义

在M×N的图像f上，使用m×n的滤波器：

$$g(x,y)=\sum_{s=-a}^{a}\sum_{t=-b}^{b}w(s,t)f(x+s,y+t) \qquad m=2a+1, n=2b+1$$

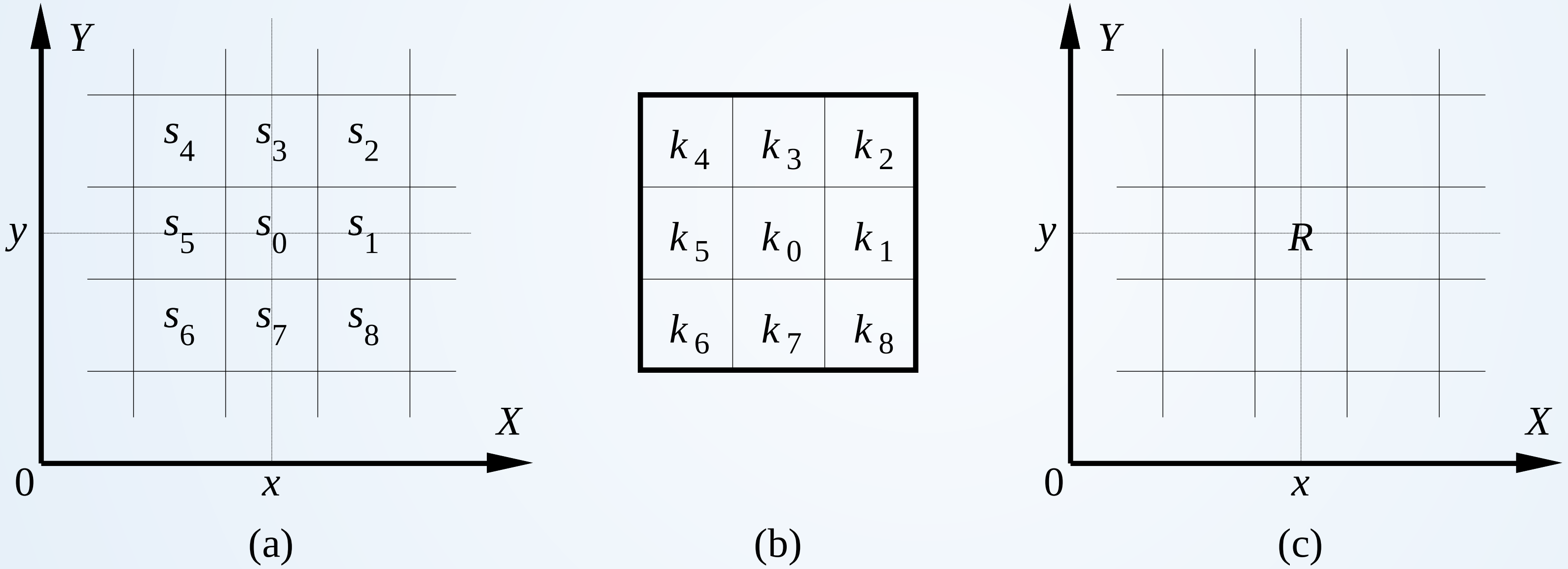
空间滤波的简化形式：

$$R=w_1z_1+w_2z_2+\cdots+w_{mn}z_{mn}$$

其中，w是**滤波器系数**，z是与该系数对应的图像灰度值，mn为滤波器中包含的像素点总数。

空域滤波

线性空域滤波的定义



滤波的输出为： $R = k_0 s_0 + k_1 s_1 + \cdots + k_8 s_8$

3×3线性空域滤波示意图

空域滤波

线性空域滤波的步骤

（1）将模板在图中漫游，并将模板中心与图中某个像素位置重合；

（2）将模板上系数与模板下对应像素相乘；

（3）将所有乘积相加；

（4）将和（模板的输出响应）赋给图中对应模板中心位置的像素。

空域滤波

线性空域滤波的边界问题（1）

当在图像上移动模板至图像的边界时，在原图像中找不到与模板中的加权系数相对应的9个像素，即模板悬挂在图像的边界上。 这种现象在图像的上下左右四个边界上均会出现。

$$\frac{1}{9}\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \qquad \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 2 & 2 & 2 & 2 & 2 \\ 3 & 3 & 3 & 3 & 3 \\ 4 & 4 & 4 & 4 & 4 \end{bmatrix} \qquad \begin{bmatrix} - & - & - & - & - \\ - & 2 & 2 & 2 & - \\ - & 3 & 3 & 3 & - \\ - & - & - & - & - \end{bmatrix}$$

模板　　　　原图像　　　　空域滤波后的图像

空域滤波

线性空域滤波的边界问题（2）

两种解决办法：

- **忽略图像边界**数据
- 在图像四周**复制原图像边界像素的值**，从而使模板悬挂在图像四周时可以进行正常的计算

实际应用中，多采用第一种方法。

空域滤波

平滑滤波增强

空域滤波

线性平滑滤波-邻域平均法

- 用一个像素的邻域平均值作为滤波结果，此时滤波模板的所有系数都相等，且其和为1。
- 邻域平均法的实质是通过一点和邻域内像素点求平均来**去除突变**的像素点，从而滤掉一定的噪声。其主要优点是算法简单，计算速度快，但其代价是会造成图像一定程度上的模糊。

$$\frac{1}{9}\times\begin{bmatrix}1 & 1 & 1\\ 1 & 1 & 1\\ 1 & 1 & 1\end{bmatrix}$$

3×3均值平滑模板

空域滤波

线性平滑滤波-邻域平均法

结果分析：

（1）噪声明显减少，但图像变模糊了。

（2）滤波器尺寸越大，模糊程度加剧。

原图

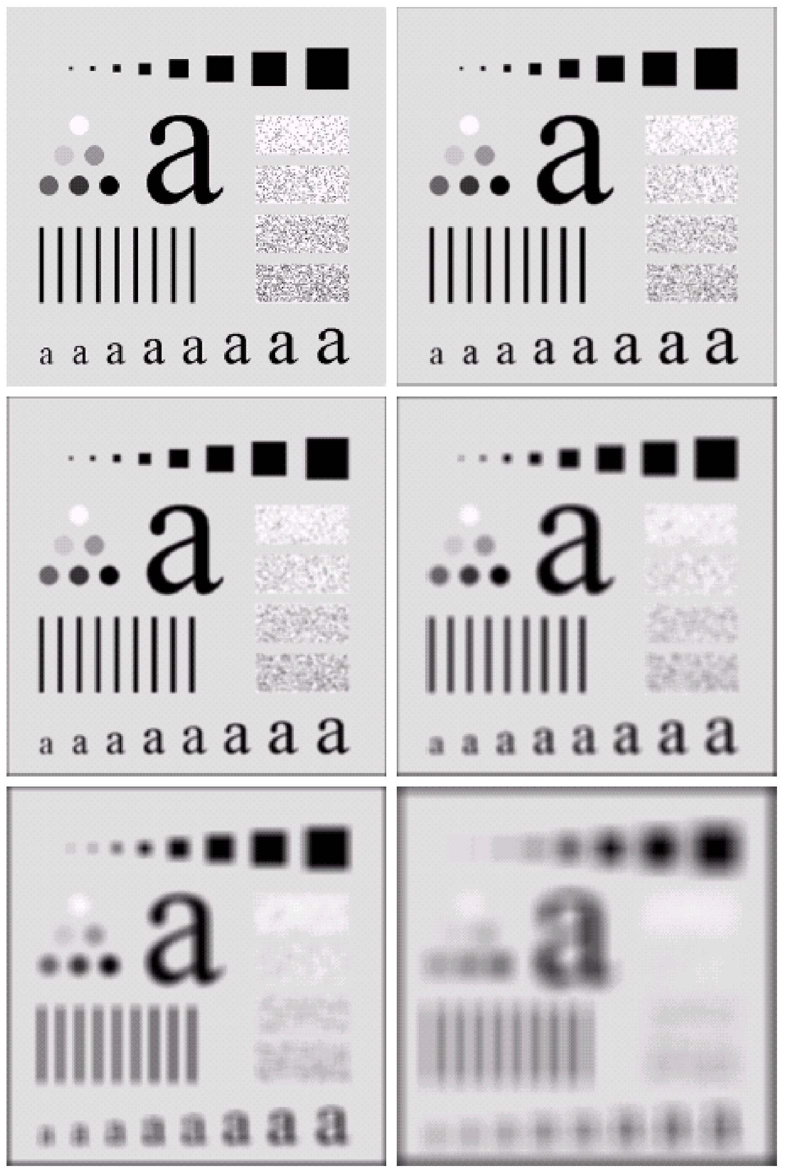
3 x 3

5 x 5

9 x 9

15 x 15

35 x 35



空域滤波

线性平滑滤波-邻域平均法

（a）为含有随机噪声的灰度图像

（b）（c）（d）是分别用3×3、5×5、7×7模板得到的邻域平均平滑图像。

空域滤波

线性平滑滤波-加权平均法

- 对同一尺寸的模板，可对**不同位置**的系数采用**不同的数值**。
- 一般认为离对应模板中心像素**近**的像素应对滤波结果有较**大**贡献，所以接近模板中心的系数比较大，而模板边界附近的系数应比较小。

1	2	1
2	4	2
1	2	1

图 4.4.3　一个加权平均模板

空域滤波

线性平滑滤波-加权平均法

常用加权平均法滤波模板：

模板不同，中心点或邻域的**重要程度**也不相同，因此，应根据问题的需要选取合适的模板。但不管什么样的模板，必须保证全部**权系数之和为单位值**，这样可保证输出图像灰度值在许可范围内，不会产生“**溢出**”现象。

$$H_2=\frac{1}{10}\begin{bmatrix}1&1&1\\1&2&1\\1&1&1\end{bmatrix}\quad H_3=\frac{1}{16}\begin{bmatrix}1&2&1\\2&4&2\\1&2&1\end{bmatrix}$$

$$H_5=\frac{1}{2}\begin{bmatrix}0&\frac{1}{4}&0\\\frac{1}{4}&1&\frac{1}{4}\\0&\frac{1}{4}&0\end{bmatrix}$$

空域滤波

非线性平滑滤波

线性平滑滤波在消除图像中噪声的同时也会模糊图像中的细节。利用非线性平滑滤波可在**消除图像中噪声**的同时较好地**保持图像中的细节**。

- 最大值滤波

  主要用途：**寻找最亮点**

  计算公式：$R = \max\{z_k \mid k = 1, 2, \cdots\}$

- 最小值滤波

  主要用途：**寻找最暗点**

  计算公式：$R = \min\{z_k \mid k = 1, 2, \cdots\}$

- 中值滤波

  主要用途：**钝化图像、去除噪声**

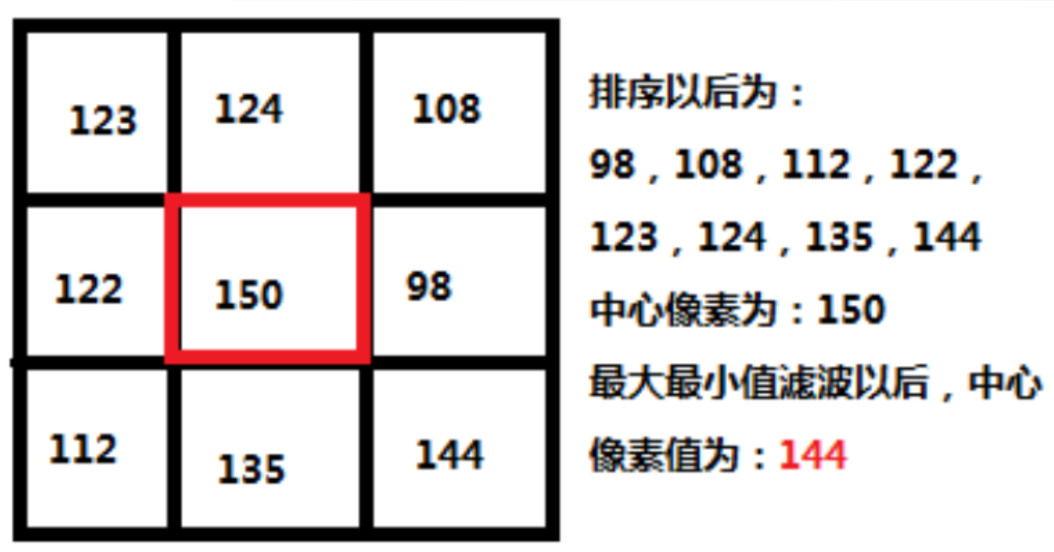
  计算公式：$R = \mathrm{mid}\{z_k \mid k = 1, 2, \cdots\}$

空域滤波

非线性平滑滤波-最大/最小值滤波

最大/最小值滤波的执行步骤：

- 将中心像素周围的像素值进行排序
- 将中心像素值与序列中的最大/最小像素值比较
- 如果中心像素值比最小值小，则替换中心像素为最小值；如果中心像素值比最大值大，则替换中心像素为最大值。



空域滤波

非线性平滑滤波-中值滤波

中值滤波的执行步骤：

(1) 将模板在图中漫游，并将模板中心与图中某个像素位置重合。

(2) 读取模板下各对应像素的灰度值。

(3) 将这些灰度值从小到大排成一列。

(4) 找出这些灰度值里排在中间的一个。

(5) 将这个中间值赋给对应模板中心位置的像素。

空域滤波

非线性平滑滤波-中值滤波

中值滤波既能消除噪声，又能保持图像细节，图像轮廓比较清晰

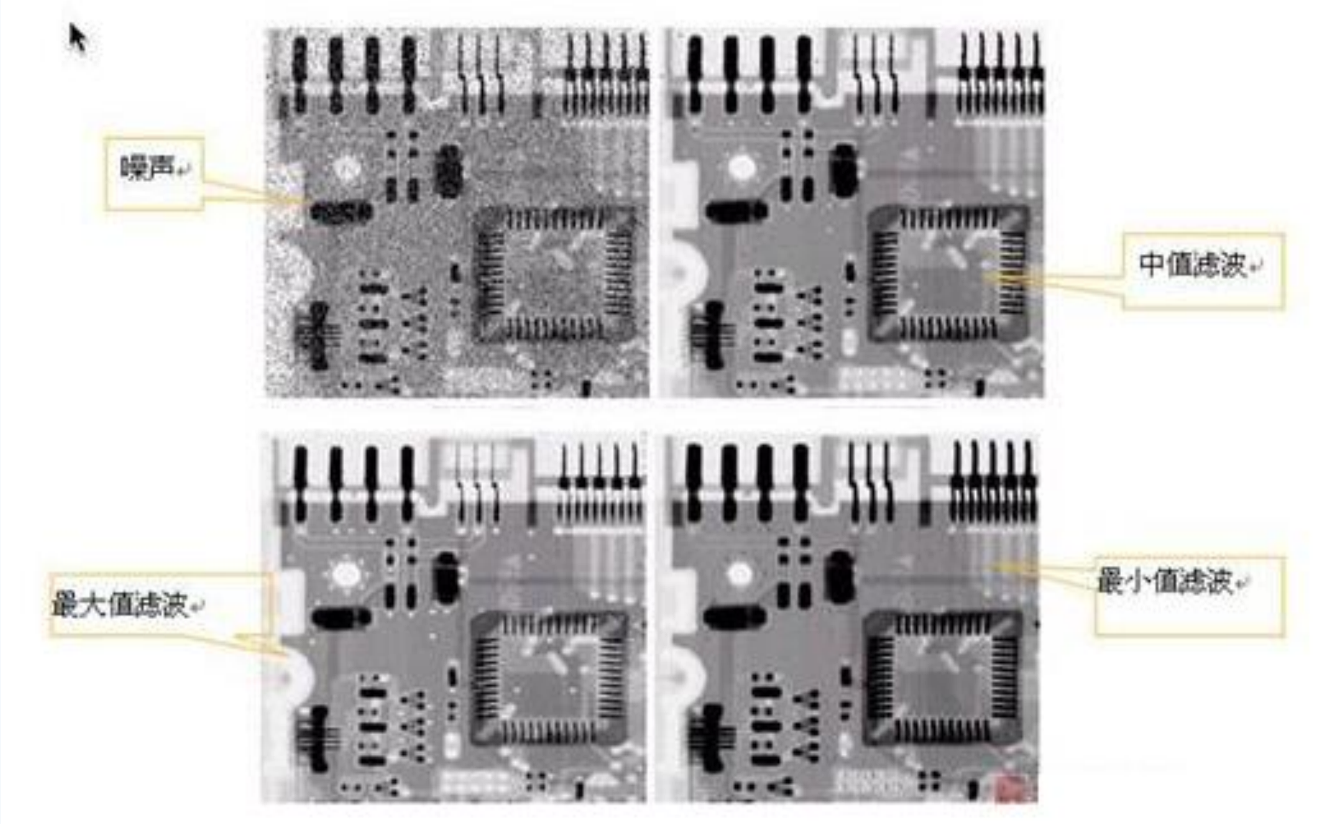
图 4.4.6 邻域平均和中值滤波的比较

（a）加入均匀分布随机噪声的图像
（b）原始图像
（c）邻域平均滤波
（d）中值滤波

空域滤波

非线性平滑滤波-最大最小值滤波

最大值滤波可以去除图像中的暗斑，同时也会使亮斑增大；最小值滤波可以去除图像中的亮斑，同时也会增大暗斑



锐化滤波增强

空域滤波

锐化滤波

- 图像的锐化处理跟平滑处理在目的上是“相反”的：
  - 平滑处理的目的是将图像“模糊化”
  - 锐化处理的目的是突出图像的细节，“去模糊化”
- 图像锐化处理跟平滑处理的方法是否也是“相反”的？
  - 均值产生钝化的效果，而均值与积分相似。由此联想：微分能不能产生相反的效果，即“锐化”的效果？

答案是肯定的

空域滤波

锐化滤波-为什么微分能增强图像

- 图像模糊是因为图像中物体的轮廓不明显，轮廓边缘灰度变化不强烈、层次感不强造成的
- 反过来考虑，轮廓边缘灰度变化明显些，层次感强些就可以让图像就更清晰些
- 如何定义灰度的变化？
  - 数学上，微分（导数）就是函数的变化率；因此，可以考虑用像素灰度级的微分来表示灰度的变化率。

空域滤波

锐化滤波基础——一阶微分

- 在微积分中，一维函数的一阶微分定义为：

$$\frac{df}{dx}=\lim_{\varepsilon\to 0}\frac{f(x+\varepsilon)-f(x)}{\varepsilon}$$

- 图像是二维函数f（x, y），其微分就是偏微分：

$$\frac{\partial f(x,y)}{dx}=\lim_{\varepsilon\to 0}\frac{f(x+\varepsilon,y)-f(x,y)}{\varepsilon}$$

$$\frac{\partial f(x,y)}{dy}=\lim_{\varepsilon\to 0}\frac{f(x,y+\varepsilon)-f(x,y)}{\varepsilon}$$

- 图像是离散的，ε 不能无限小；最小的 ε 就是一个像素。

空域滤波

锐化滤波基础——一阶微分

- 将 $\varepsilon = 1$带入，得到图像的一阶微分

$$G_x(x,y) = \frac{\partial f}{\partial x} = f(x+1,y) - f(x,y)$$

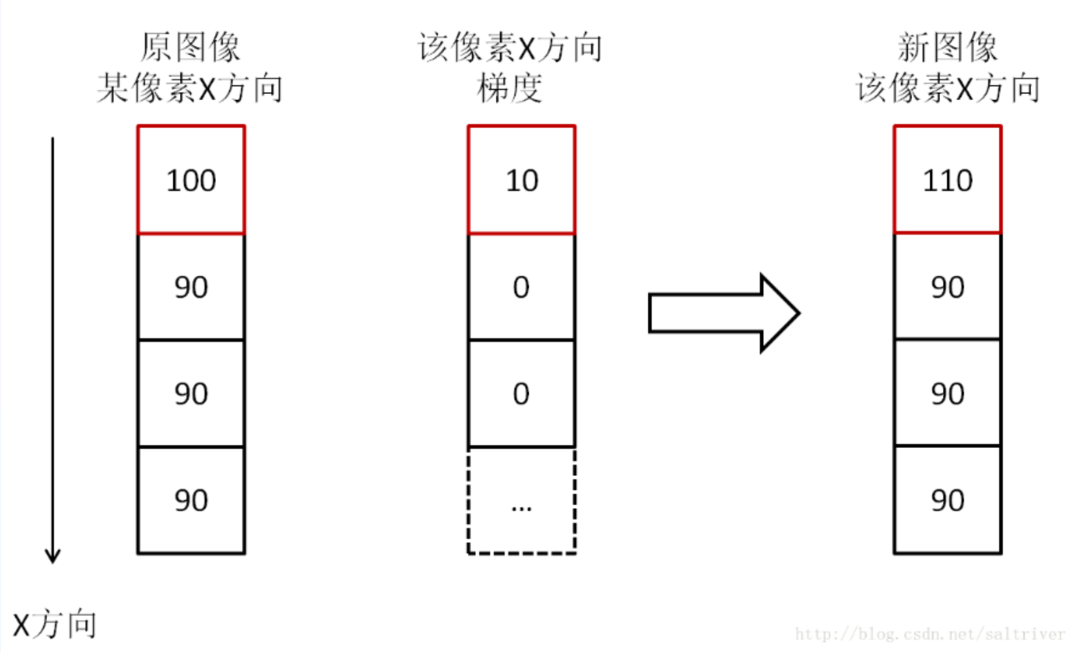
$$G_y(x,y) = \frac{\partial f}{\partial y} = f(x,y+1) - f(x,y)$$

- 上述两个式子就是图像在x和y方向上的灰度变化率，也称为在这两个方向上的梯度
- 可见：**图像的梯度相当于2个相邻像素灰度级的差值**

空域滤波

锐化滤波基础——一阶微分

- 灰度值的变化率如何增强图像的清晰度



原图像 梯度图 新图像

原图像中，100和90之间亮度相差10，并不是很明显，与一大群90的连续灰度值在一起，轮廓必然是模糊的。

相加后的新图像，两个像素灰度现在是110与90，亮度相差20了，对比度显然增强了。

梯度值越大，新图像的对比度就越大。

空域滤波

锐化滤波基础——二阶微分

□ 图像二阶微分表达式

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x^2} = f(x+1, y) + f(x-1, y) - 2f(x, y)$$

$$\frac{\partial^2 f}{\partial y^2} = f(x, y+1) + f(x, y-1) - 2f(x, y)$$

空域滤波

锐化滤波基础——微分

- 对微分的定义可以有各种表述，这里必须保证如下几点：

  （1）在平坦段为0

  （2）在灰度阶梯或斜坡的起始点处为非0

  （3）沿着斜坡面微分值非0

- 二阶微分也类似：

  （1）平坦区为0

  （2）在灰度阶梯或斜坡的起始点及中止点处为非0

  （3）沿常数斜率的斜坡面的二阶微分为0

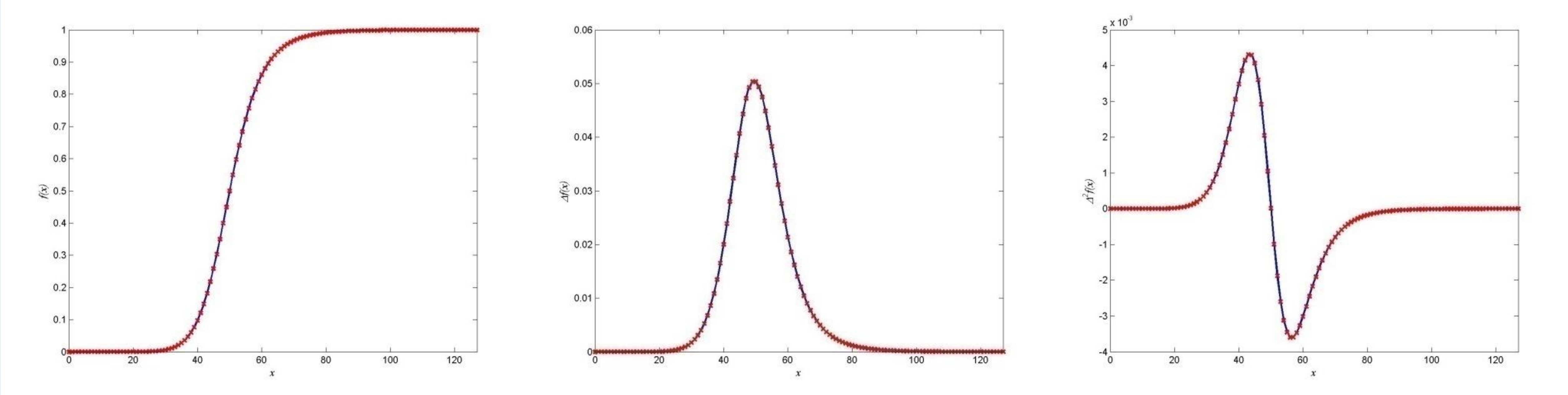
对于离散信号，

一般把微分称为

“差分”

空域滤波

锐化滤波基础



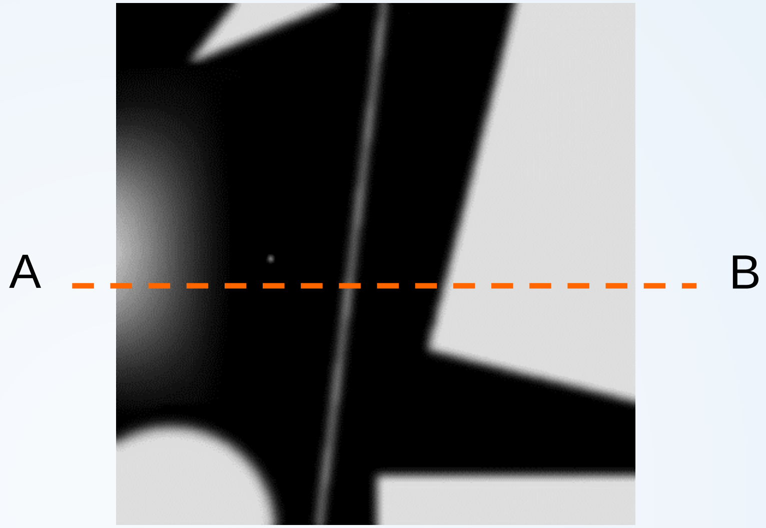
斜坡边缘　　一阶差分　　二阶差分

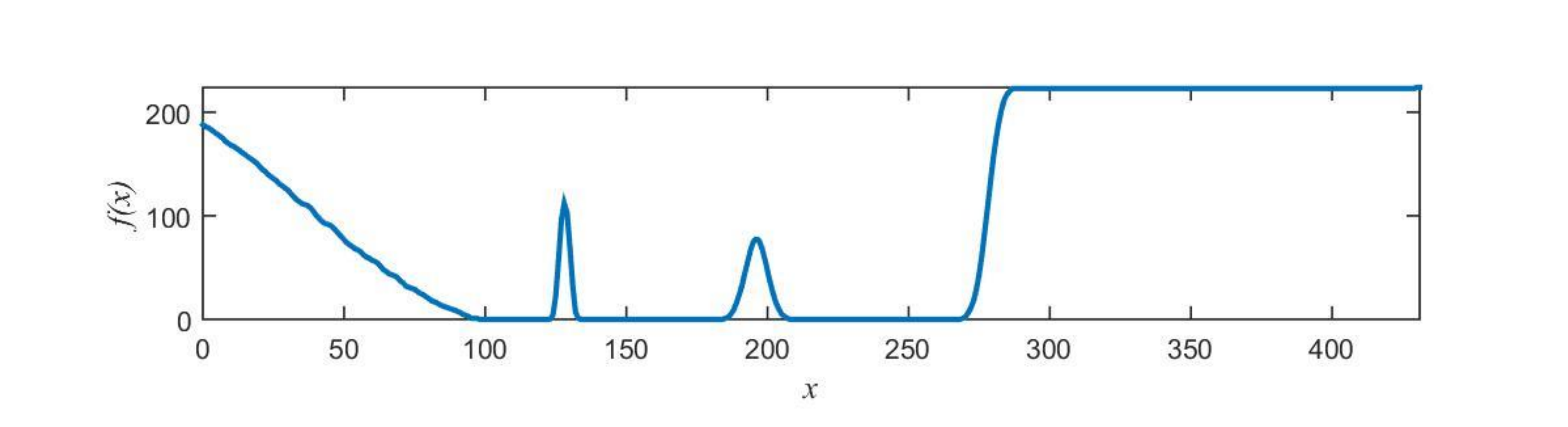
斜坡边缘的一阶差分和二阶差分示意图

空域滤波

锐化滤波基础——差分

图像灰度的一阶和二阶差分示例

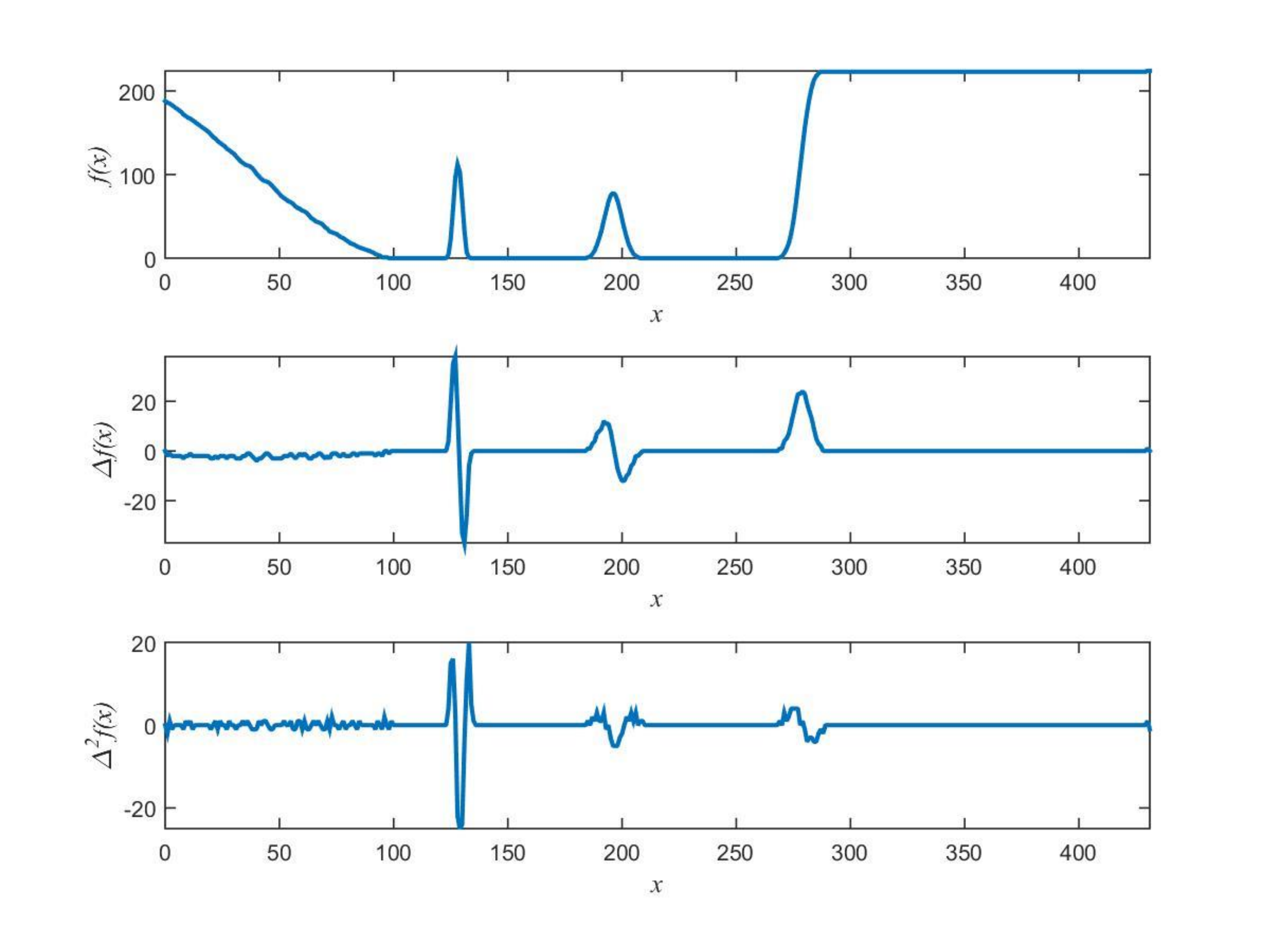




图像灰度变换曲线

锐化滤波基础 ——差分

图像灰度的一阶和二阶差分示例



图像灰度变换曲线

图像灰度一阶差分

图像灰度二阶差分

空域滤波

锐化滤波基础 ——差分

- 在图像的一阶导数运算中，一阶导数通常产生较厚的边缘。
- 一阶导数对灰度阶跃有较强的响应。
- 二阶导数对细微结构有较强的响应，如细线和孤立点。
- 二阶导数在灰度级阶跃变化时产生双响应。
- 二阶导数对线的响应比对阶跃的响应强，对点的响应比对线强。

空域滤波

一阶差分模板——梯度算子

- 梯度用一个二维列向量来定义：

$$\nabla f = \begin{bmatrix} Gx \\ Gy \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dfrac{\partial f}{\partial x} \\ \dfrac{\partial f}{\partial y} \end{bmatrix}$$

- 梯度模值就是梯度图的灰度值：

$$\begin{aligned} \nabla f &= mag(\nabla f) \\ &= \left[G_x^2 + G_y^2 \right]^{\frac{1}{2}} \\ &= \left[\left(\frac{\partial f}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial y} \right)^2 \right]^{\frac{1}{2}} \end{aligned}$$

空域滤波

一阶差分模板——梯度算子

- 实际应用中为减少计算量，用下式近似：

$$
\begin{aligned}
M(x, y) &= \nabla f \approx |G_x| + |G_y| \\
&= |f(x+1, y) - f(x, y)| + |f(x, y+1) - f(x, y)|
\end{aligned}
$$

空域滤波

一阶差分模板——梯度算子

$$M(x,y)=\nabla f\approx|G_x|+|G_y|$$

$$=|f(x+1,y)-f(x,y)|+|f(x,y+1)-f(x,y)|$$

用模板实现梯度算子

Z1 (x−1, y−1)	Z2 (x, y−1)	Z3 (x+1, y−1)
Z4 (x−1, y)	Z5 (x, y)	Z6 (x+1, y)
Z7 (x−1, y+1)	Z8 (x, y+1)	Z9 (x+1, y+1)

$$\boldsymbol{G_x=f(x+1,y)-f(x,y)=z_6-z_5}$$

$$\boldsymbol{G_y=f(x,y+1)-f(x,y)=z_8-z_5}$$

−1	1
0	0

−1	0
1	0

典型梯度算法的模板

空域滤波

一阶差分模板——梯度算子

用模板实现梯度算子

Z1 (x−1, y−1)	Z2 (x, y−1)	Z3 (x+1, y−1)
Z4 (x−1, y)	Z5 (x, y)	Z6 (x+1, y)
Z7 (x−1, y+1)	Z8 (x, y+1)	Z9 (x+1, y+1)

$$G_x = f(x+1, y+1) - f(x, y) = z_9 - z_5$$

$$G_y = f(x, y+1) - f(x+1, y) = z_8 - z_6$$

−1	0
0	1

0	−1
1	0

Roberts梯度算法的模板

交叉梯度算子

空域滤波

一阶差分模板——梯度算子

- 实际应用中类似2×2的偶数尺寸的模板很难实现，应为它们没有对称中心
- 我们感兴趣的最小模板是3×3模板

$$G_x = (z_7 + 2z_8 + z_9) - (z_1 + 2z_2 + z_3)$$

$$G_y = (z_3 + 2z_6 + z_9) - (z_1 + 2z_4 + z_7)$$

Z1 (x−1, y−1)	Z2 (x, y−1)	Z3 (x+1, y−1)
Z4 (x−1, y)	Z5 (x, y)	Z6 (x+1, y)
Z7 (x−1, y+1)	Z8 (x, y+1)	Z9 (x+1, y+1)

−1	−2	−1
0	0	0
1	2	1

−1	0	1
−2	0	2
−1	0	1

Sobel梯度算子

模板中系数总和为0，表明灰度恒定区域的响应为0

空域滤波

一阶差分模板——梯度算子

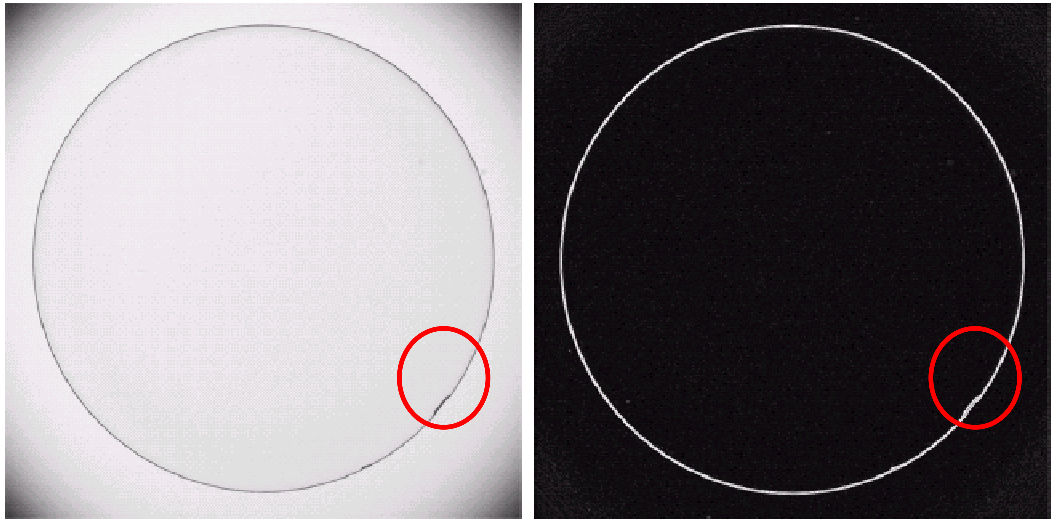
◆梯度计算中 G_x 和 G_y 的计算是线性操作，可以使用空间模板来实现

◆使用梯度进行锐化处理时，要对 G_x 和 G_y 进行绝对值计算或者是平方及平方根运算，故梯度锐化是非线性滤波

空域滤波

使用梯度进行边缘检测-示例1

- 使用梯度增强检测隐形眼镜的缺陷



a b

FIGURE 3.45 Optical image of contact lens (note defects on the boundary at 4 and 5 o'clock). (b) Sobel gradient. (Original image courtesy of Mr. Pete Sites, Perceptics Corporation.)

隐形眼镜光学图像　　Sobel梯度图

空域滤波

使用梯度进行边缘检测-示例2

原图像

-1	-2	-1
0	0	0
1	2	1

*x*方向Sobel模板

水平方向边缘

-1	0	1
-2	0	2
-1	0	1

*y*方向Sobel模板

垂直方向边缘

梯度图像

空域滤波

二阶差分模板——拉普拉斯算子

◆拉普拉斯算子的定义： $\nabla^2 f = \dfrac{\partial^2 f}{\partial x^2} + \dfrac{\partial^2 f}{\partial y^2}$

◆X方向上： $$\frac{\partial^2 f}{\partial x^2} = f(x+1, y) + f(x-1, y) - 2f(x, y)$$

◆Y方向上： $$\frac{\partial^2 f}{\partial y^2} = f(x, y+1) - f(x, y-1) - 2f(x, y)$$

◆离散拉普拉斯算子： $$\frac{\partial^2 f}{\partial y^2} = [f(x+1, y) + f(x-1, y) + f(x, y+1) + f(x, y-1)] - 4f(x, y)$$

空域滤波

二阶差分模板——拉普拉斯算子

$$\frac{\partial^2 f}{\partial y^2}=[f(x+1,y)+f(x-1,y)+f(x,y+1)+f(x,y-1)]-4f(x,y)$$

- 拉普拉斯算子

  滤波模板

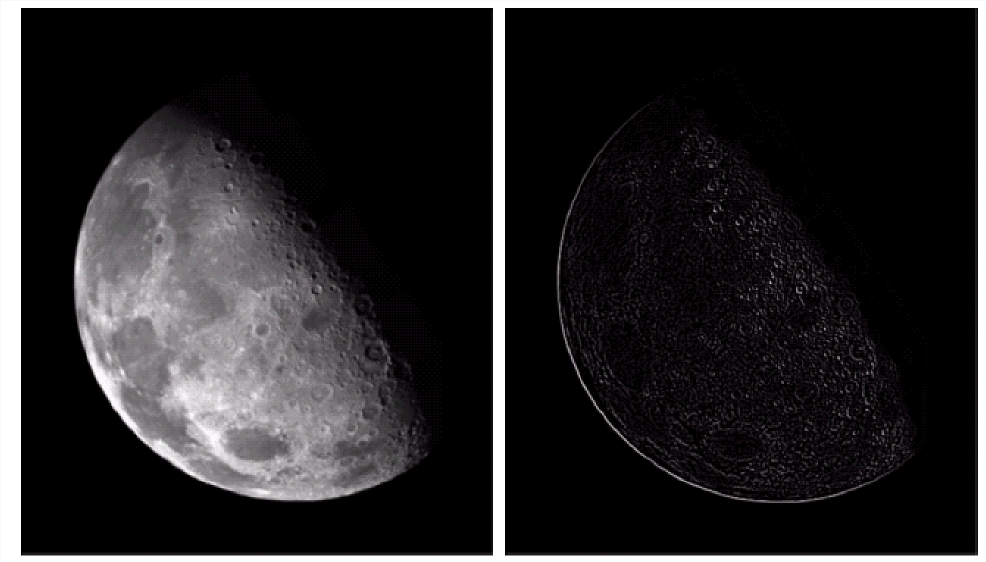
0	1	0
1	-4	1
0	1	0

空域滤波

二阶差分模板——拉普拉斯算子

◆拉普拉斯锐化

滤波示例



原图

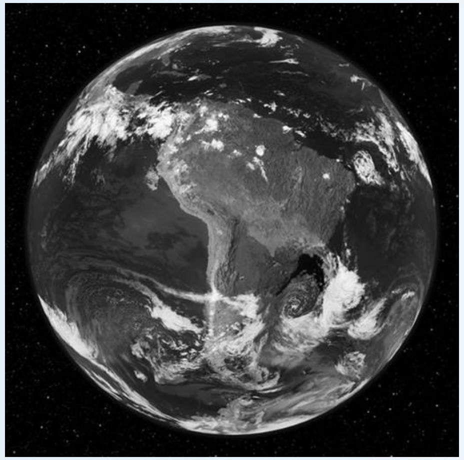
拉普拉斯图像

拉普拉斯锐化滤波后既有正值，也有负值。所有负值都被剪切为0，故图像的大部分为黑色

标定后的拉普拉斯图像

空域滤波

二阶差分模板——拉普拉斯算子

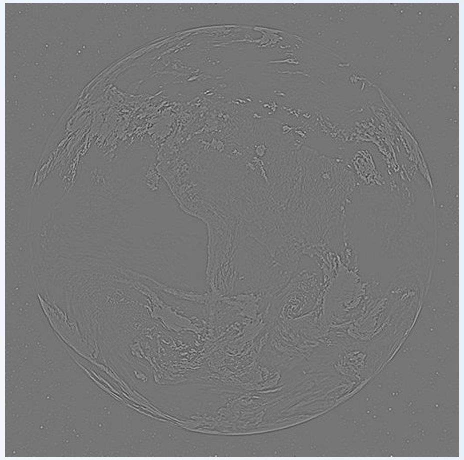


输入图像

0	1	0
1	-4	1
0	1	0

0	-1	0
-1	4	-1
0	-1	0

4邻域的拉普拉斯模板

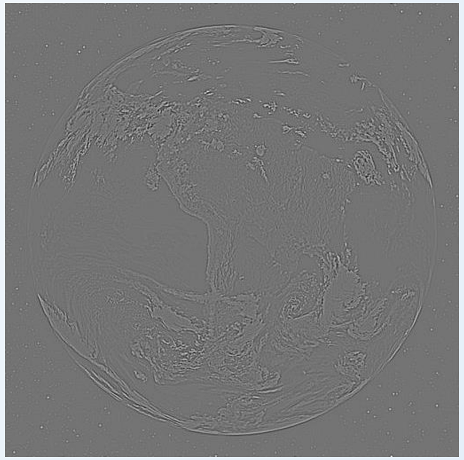


4邻域拉普拉斯图像

1	1	1
1	-8	1
1	1	1

-1	-1	-1
-1	8	-1
-1	-1	-1

8邻域的拉普拉斯模板



8邻域拉普拉斯图像

空域滤波

二阶差分模板——拉普拉斯算子

- 利用拉普拉斯算子滤波的结果并不是增强后的图像。与梯度滤波一样，拉普拉斯滤波也是得到了图像的边缘。
- 要得到增强图像，还需要进一步的操作。
- 使用拉普拉斯变换对图像进行锐化滤波的基本方法可表示为：

$$g(x,y)=\begin{cases} f(x,y)+\nabla^2 f(x,y), & \text{模板中心系数为正值} \\ f(x,y)-\nabla^2 f(x,y), & \text{模板中心系数为负值} \end{cases}$$

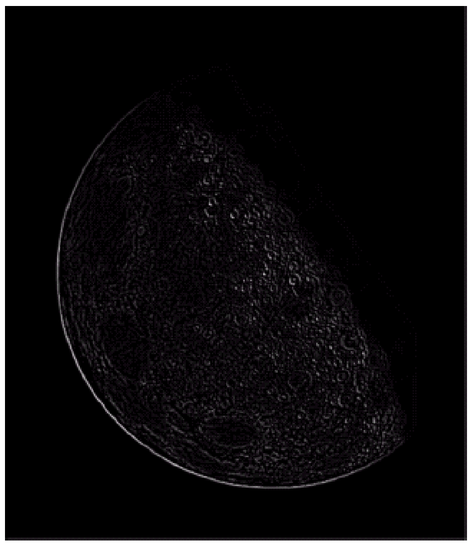
空域滤波

拉普拉斯锐化滤波的两个步骤

0	1	0
1	-4	1
0	1	0

原始图像

-

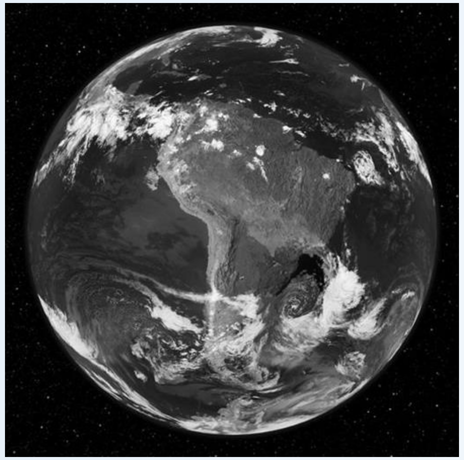


拉普拉斯图像

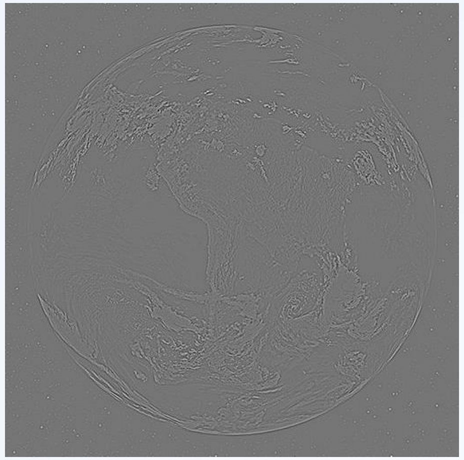
=

锐化图像

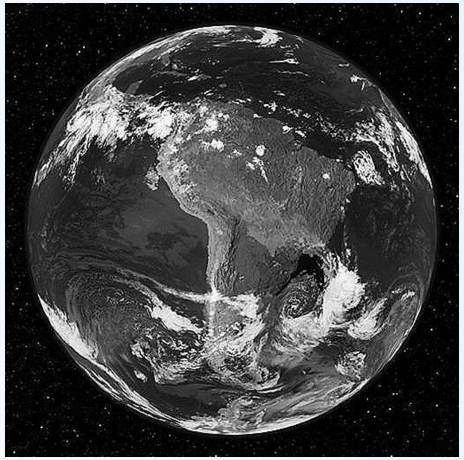
空域滤波



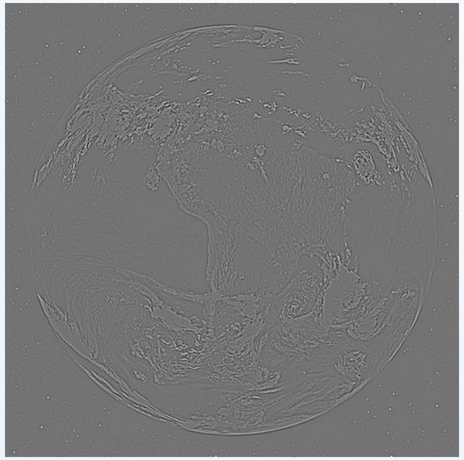
输入图像



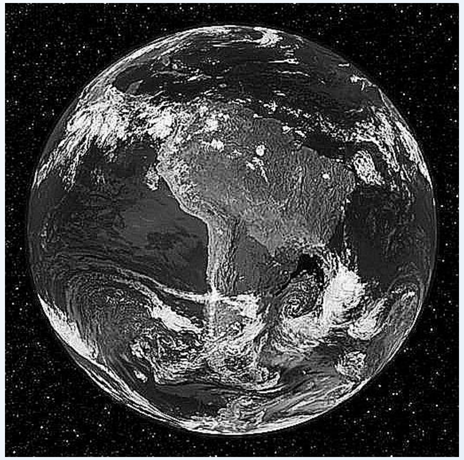
4邻域拉普拉斯图像



4邻域拉普拉斯锐化滤波图像



8邻域拉普拉斯图像



8邻域拉普拉斯锐化滤波图像

空域滤波

拉普拉斯锐化增强可以将两步合并为一步

$g(x,y) = f(x,y) + \nabla^2 f(x,y)$，模板中心为正时

0	-1	0
-1	4	-1
0	-1	0

→

0	-1	0
-1	5	-1
0	-1	0

4方向

-1	-1	-1
-1	8	-1
-1	-1	-1

→

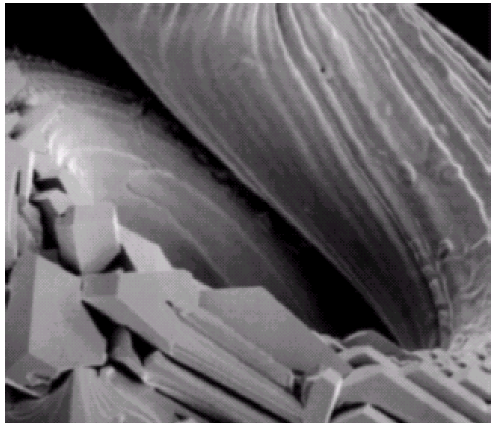
-1	-1	-1
-1	9	-1
-1	-1	-1

8方向

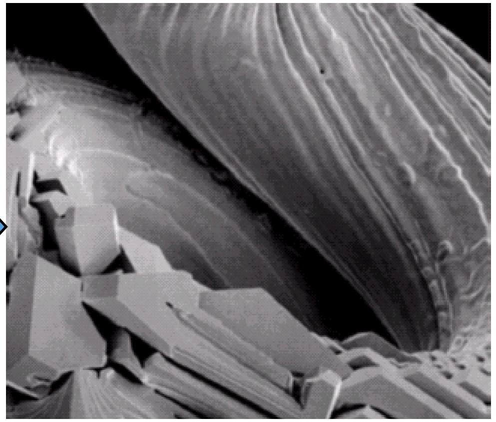
拉普拉斯锐化模板

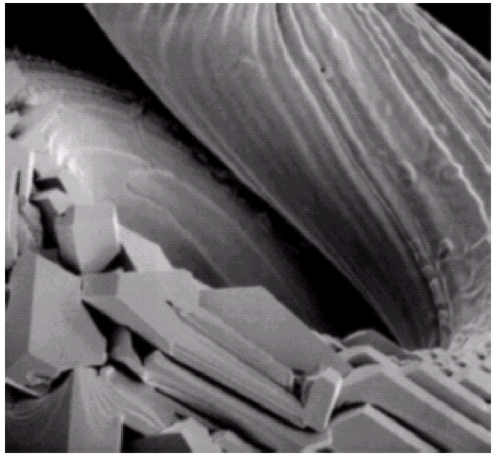
空域滤波

一步完成的拉普拉斯锐化增强

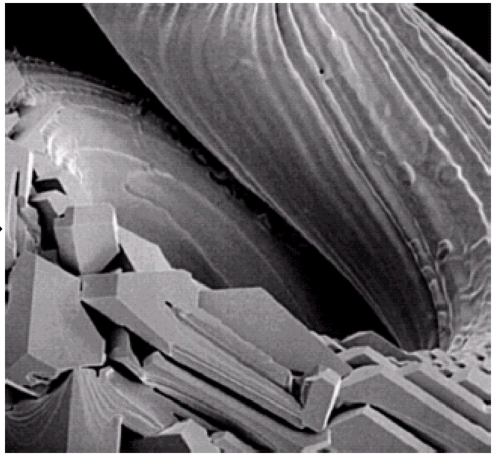


0	-1	0
-1	5	-1
0	-1	0





-1	-1	-1
-1	9	-1
-1	-1	-1



武汉大学

Wuhan University

谢谢！

2018.9.26.