



武汉大学  
Wuhan University

# 第三章 灰度变换与空 间滤波

涂卫平

武汉大学计算机学院

2018年秋季学期



# 主要内容

Main Content

图像增强简介

灰度变换

直方图处理

空域滤波



# 图像增强简介

---

## ■ 定义：

图像增强是指按特定的需要**突出**一幅图像中的某些信息，同时，**削弱或去除**某些不需要的信息的处理方法。

## ■ 目的：

对图像进行加工，以得到对具体应用来说视觉效果更“好”，更“有用”的图像，也就是说，**提高图像的可懂度**。



# 图像增强简介

---

- 图像增强处理**并不能增加**原始图像的信息，其结果只能**增强对某种信息的辨别能力**，而这种处理肯定会**损失**一些其它信息
- 强调根据**具体应用**而言，更“好”，更“有用”的视觉效果图像
- 图像增强处理最大的**困难**—增强后图像质量的好坏主要依靠人的**主观视觉**来评定，也就是说，难以**定量**描述



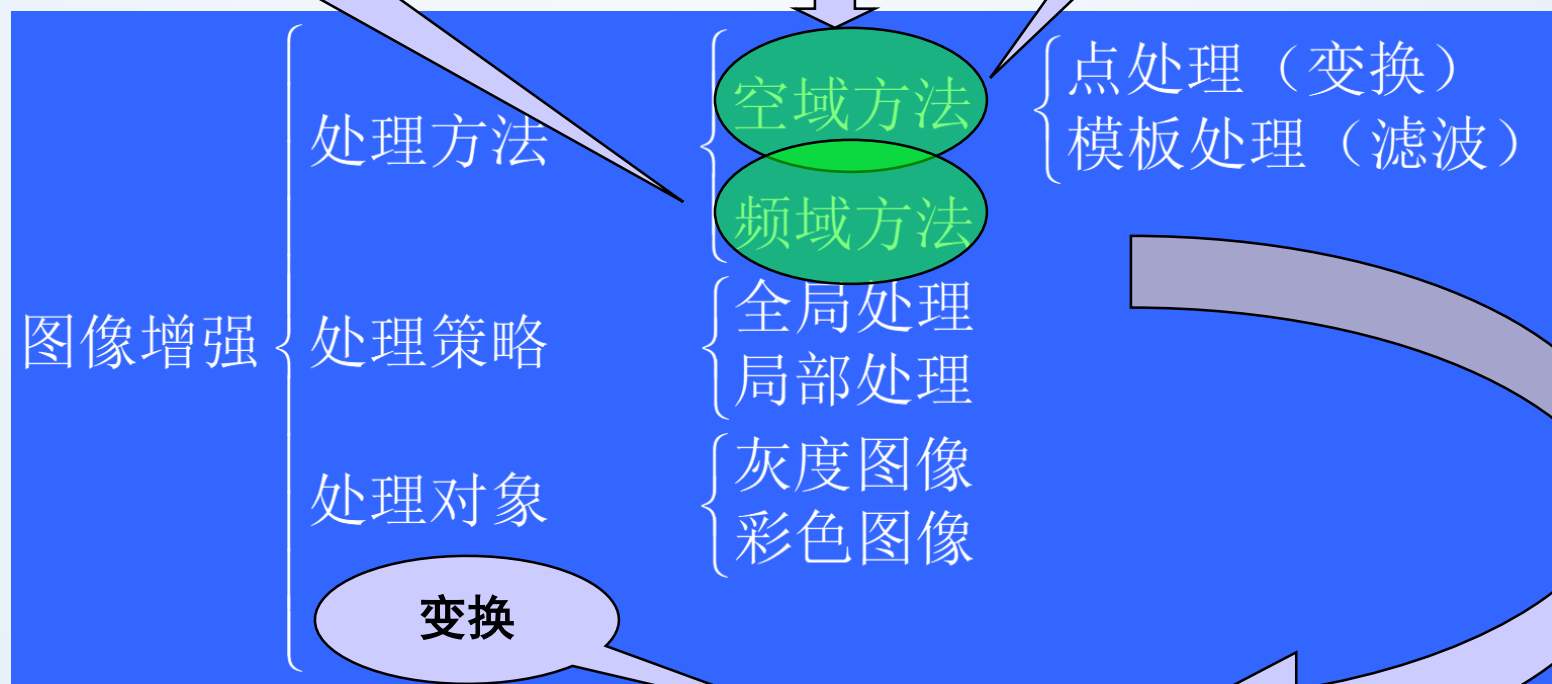
# 图像增强简介

图像增强 对图像进行变换

增强操作

直接对像素灰度值运算

$$g(x, y) = EH[f(x, y)]$$



$$g(x, y) = T^{-1} \{ EH[T[f(x, y)]] \}$$



# 图像增强简介

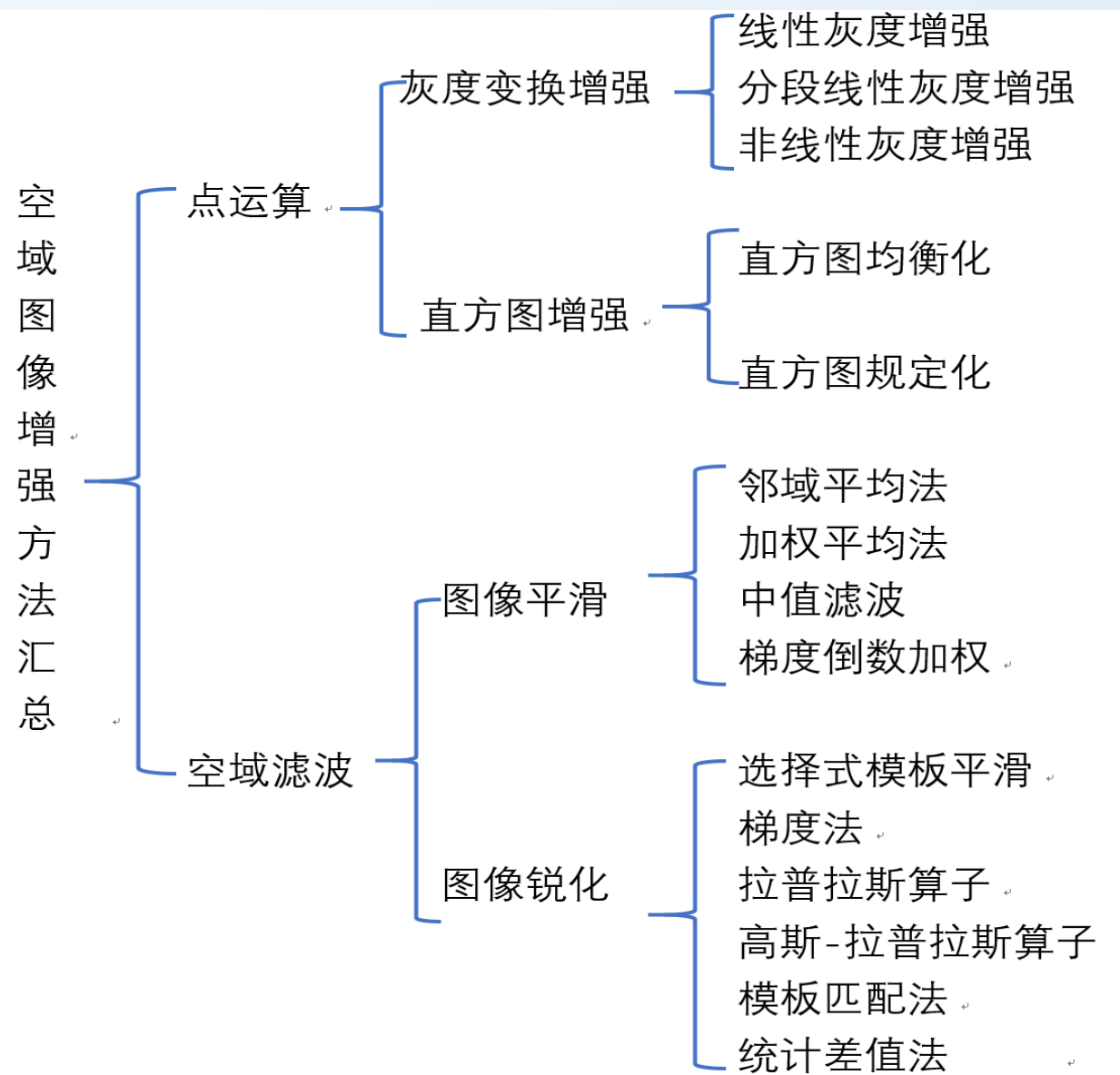
## 空域图像增强

- 在图像处理中，空域是指由像素组成的空间，也就是图像域。
- 空域增强方法指直接作用于像素、改变其特性的增强方法。
- 空域图像增强分为两类：
  - ◆ 点运算：基于点操作，将每一个像素的灰度值按照一定的数学变换公式转换为一个新的灰度值。常用的点运算方法：灰度变换增强、直方图均衡化等方法。
  - ◆ 空间滤波：基于邻域处理，应用某一模板对每个像素及其周围邻域的所有像素进行某种数学运算，得到该像素的新的灰度值。常用的空域滤波：图像平滑与锐化技术。



# 图像增强简介

## 空域图像增强方法汇总



# 主要内容

Main Content

图像增强简介

灰度变换

直方图处理

空域滤波



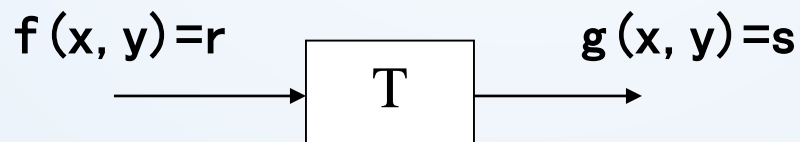


# 灰度变换

## 灰度变换的定义

**灰度变换**也称为**灰度映射**，就是将输入图像 $f(x, y)$ 中的灰度 $r$ ，通过映射函数 $T(\cdot)$ 映射成输出图像 $g(x, y)$ 中的灰度 $s$ 。

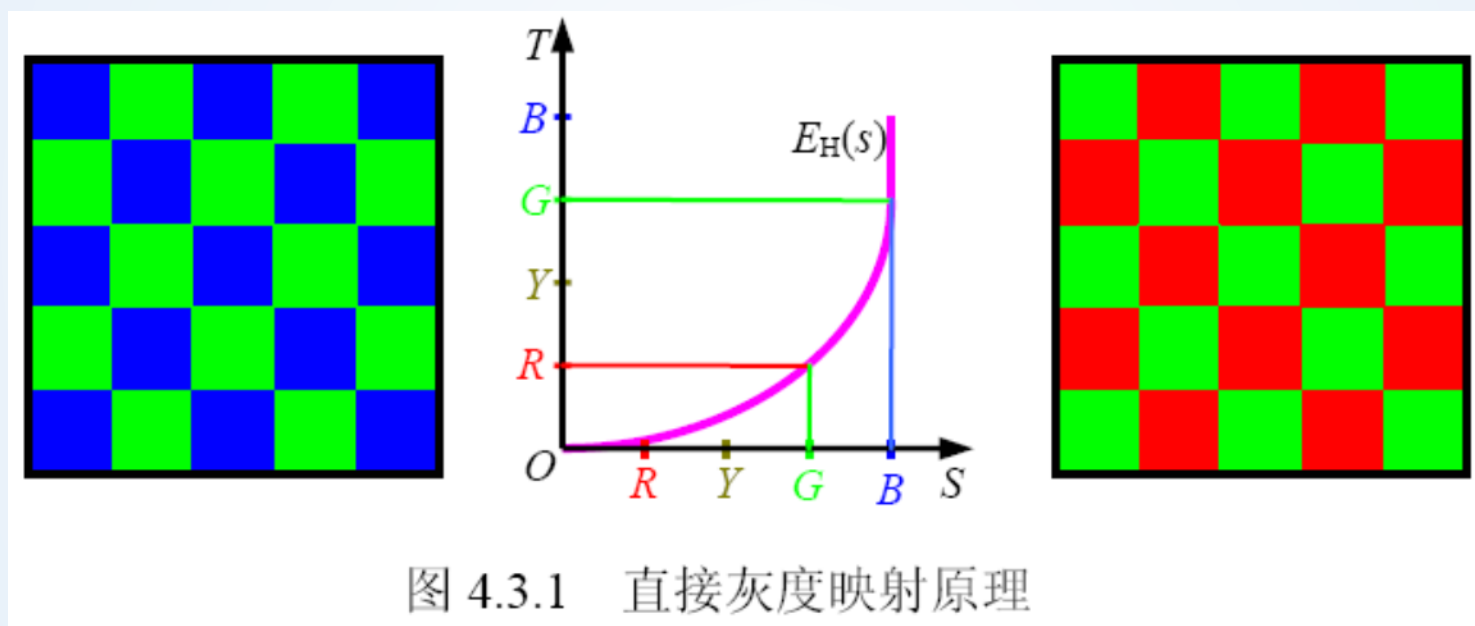
$$g(x, y) = T[f(x, y)]$$





# 灰度变换

## 灰度变换的原理





# 灰度变换

## 灰度变换的关键——映射函数

- 图像的灰度变换关键在于设计合适的**映射函数**（曲线）
- 灰度变换映射函数的分类：
  - 线性变换
    - ✓ 图像求反
    - ✓ 灰度线性变换
    - ✓ 分段线性变换
  - 非线性变换
    - ✓ 对数变换
    - ✓ 幂律变换



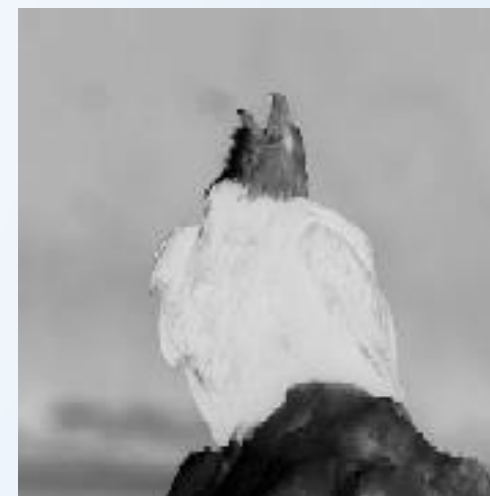
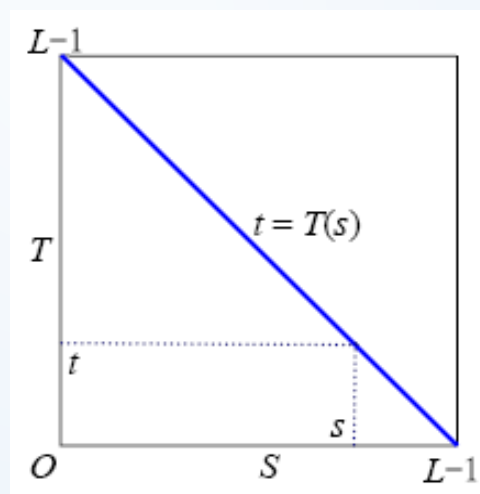
# 灰度变换

## 图像求反

将原图灰度值翻转，简单地说，就是使黑变白，使白变黑



$$t = (L-1) - s$$





# 灰度变换

## 线性变换（1）

对输入图像灰度作**线性扩张或压缩**，映射函数为一个直线方程，其表达式如下：

$$g(x, y) = Cf(x, y) + R ;$$

其中：

C是变换直线的斜率，R是截距；

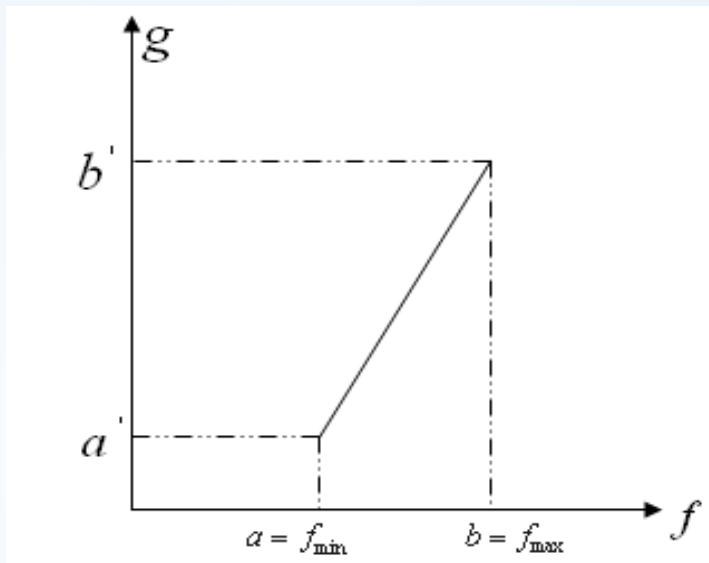
$$\left\{ \begin{array}{ll} C > 1 & \text{—— 对比度扩张} \\ C < 1 & \text{—— 对比度压缩} \\ C = 1 & \text{—— 相当于复制} \end{array} \right.$$



# 灰度变换

## 线性变换（2）

### 线性变换映射曲线



线性变换前：图像灰度集中在 $[a, b]$ 之间。

线性变换后：图像灰度集中在 $[a', b']$ 之间。

当映射曲线斜率 $g > 1$ 时，灰度范围拉伸；当 $0 < g < 1$ 时，灰度范围压缩



# 灰度变换

## 线性变换（3）

应用：

在**曝光不足或过度**的情况下，图像灰度可能会局限在一个很小的范围内。这时在显示器上看到的将是一个模糊不清、似乎没有灰度层次的图像。采用灰度线性变换方法可以**拉伸灰度动态范围**，增强原图各部分的反差，使图像清晰。









# 灰度变换

---

## 分段线性变换（1）

- 线性拉伸将原始输入图像中的灰度值**不加区别**地扩展。
- 在实际应用中,为了突出图像中**感兴趣**的研究对象,常常要求**局部**扩展拉伸某一范围的灰度值,或对**不同范围**的灰度值进行**不同的拉伸**处理,即分段线性拉伸。

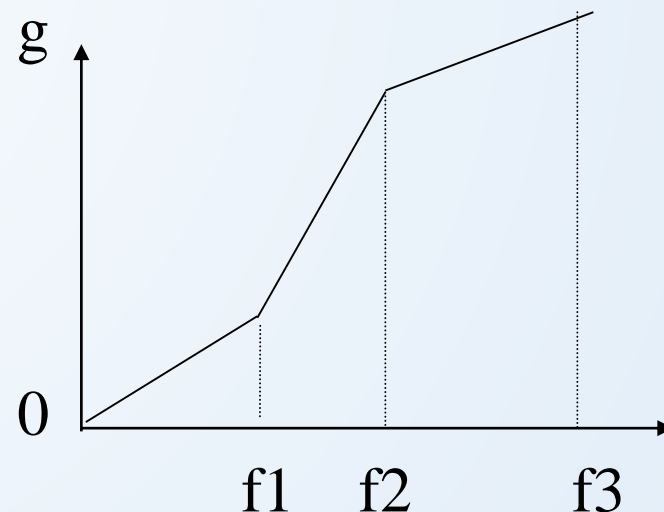


# 灰度变换

## 分段线性变换（2）

与线性变换相类似，都是对输入图像的灰度对比度进行拉伸（Contrast stretching），只是对不同灰度范围进行不同的映射处理。当灰度范围分成三段时，其表达式及曲线图如下：

$$g(x,y) = \begin{cases} r1 f(x,y) & ; & 0 < f < f1 \\ r2[f(x,y)-f1]+a & ; & f1 < f < f2 \\ r3[f(x,y)-f2]+b & ; & f2 < f < f3 \end{cases}$$





# 灰度变换

## 分段线性变换 (3)



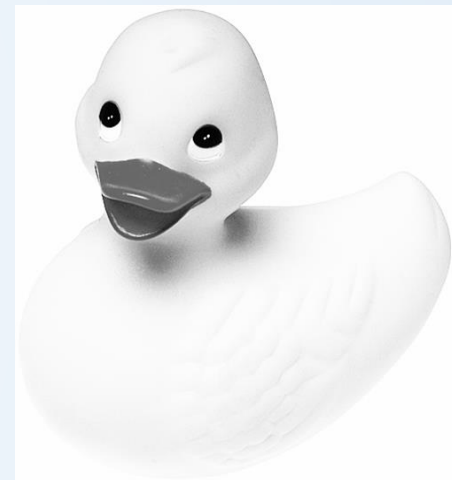
处理前



处理后



处理前



处理后



# 灰度变换

## 非线性变换

□ 非线性拉伸不是对图像的整个灰度范围进行扩展，而是**有选择地**对某一灰度值范围进行扩展，其它范围的灰度值则有可能被压缩。

□ **与分段线性拉伸的区别：**

非线性拉伸不是通过在不同灰度值区间选择不同的线性方程来实现对不同灰度值区间的扩展与压缩，而是**在整个灰度值范围内采用统一的非线性变换函数**，利用函数的数学性质实现对不同灰度值区间的扩展与压缩。



# 灰度变换

## 对数扩展

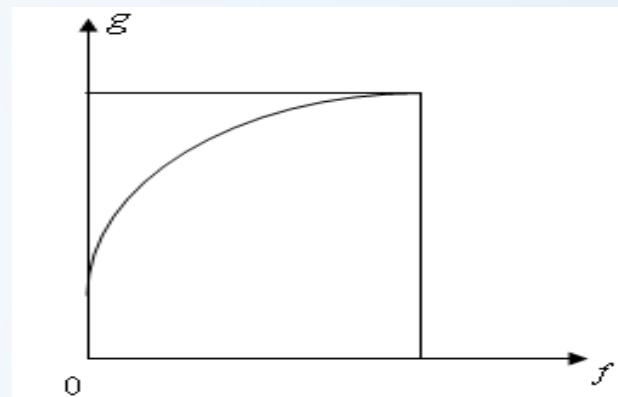
□ 基本形式:  $g(x,y)=\lg[f(x,y)]$

□ 实际应用中一般取自然对数变换:

$$g(x,y)=C \cdot \ln[f(x,y)+1]$$

$[f(x,y)+1]$ 是为了避免对零求对数,

$C$ 为尺度比例系数, 用于调节动态范围。

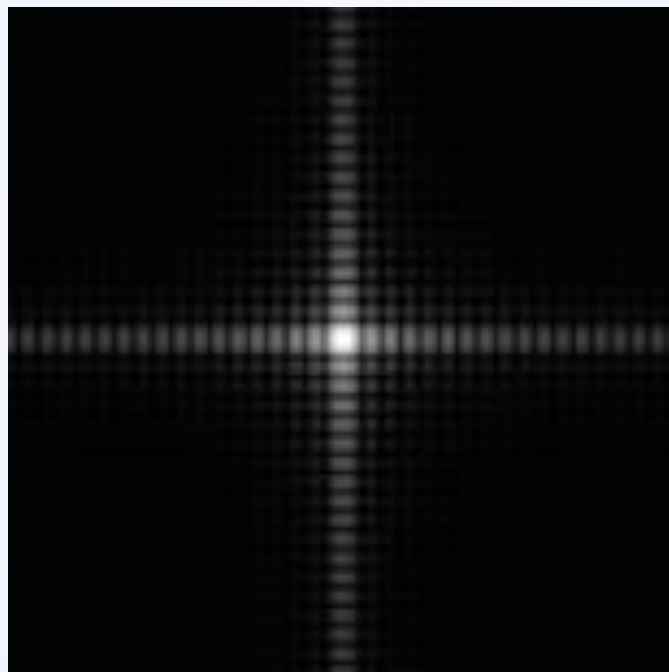




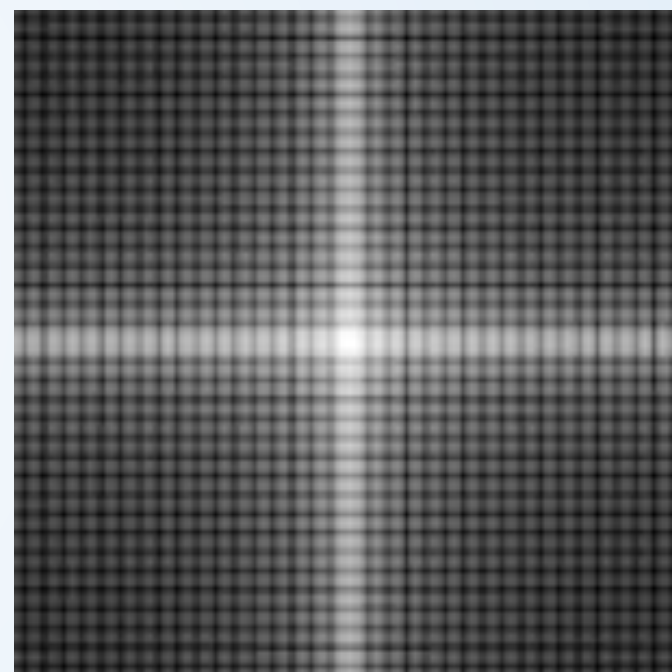
# 灰度变换

## 对数扩展

图像灰度的对数变换  
将扩张数值较小的灰  
度范围，压缩数值较  
大的图像灰度范围。



处理前



处理后





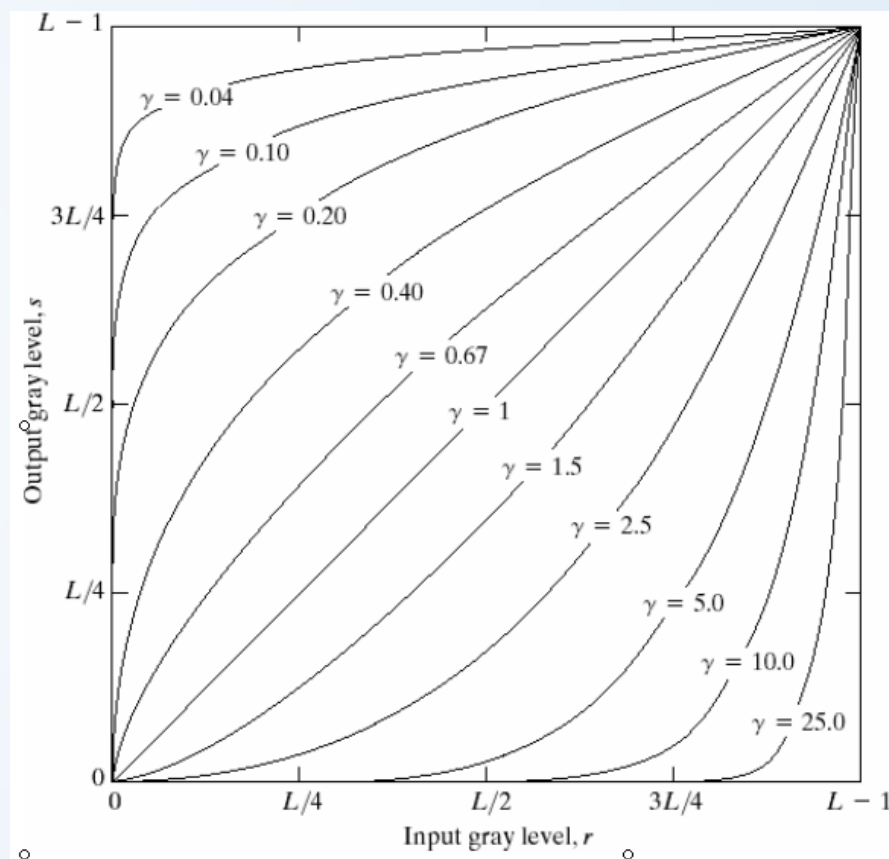
# 灰度变换

## 指数（幂律）扩展

□ 基本形式:

$$s = cr^\gamma$$

- 部分  $\gamma$  值的指数曲线将较窄范围的暗色输入值映射为较宽范围的输出值
- 部分  $\gamma$  值的指数曲线将较窄范围的高灰度级输入值映射为较宽范围的输出值





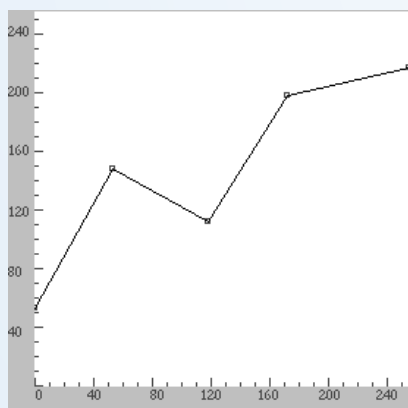


# 灰度变换



处理前

处理后

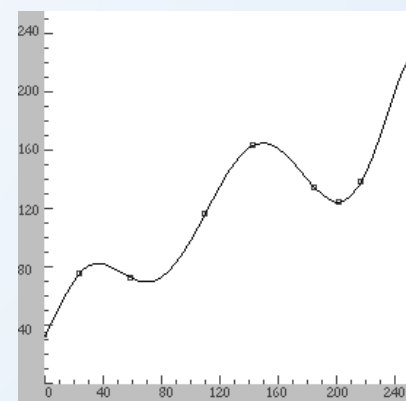


处理曲线



处理前

处理后



处理曲线

# 主要内容

Main Content

图像增强简介

灰度变换

直方图处理

空域滤波



# 直方图处理

## 灰度直方图

是图像的一种**统计**表达，它描述了图像中各灰度值的像素个数，反映了该图中**不同灰度级出现的统计概率**。

$$h(r_k) = n_k$$

式中， $r_k$ 表示第**k**级灰度值， $n_k$ 表示图像中灰度为 $r_k$ 的像素个数。

进行**归一化**,则灰度为 $r_k$ 的像素在整个图像中的概率为：

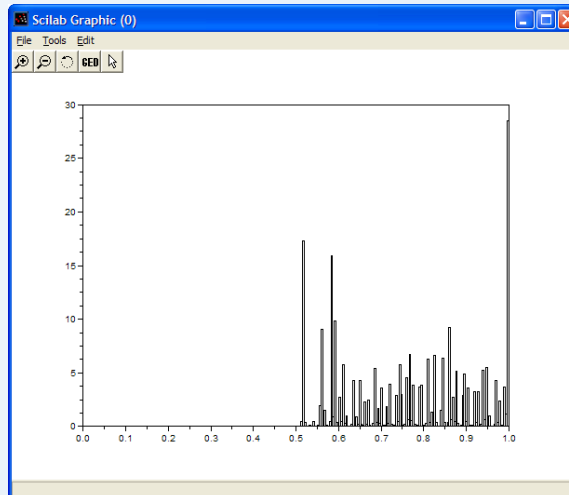
$$P(r_k) = n_k / n$$

式中，**n**为图像的像素总个数



## ➤ 图像视觉特性与灰度级分布之间的关系 (1) :

- 



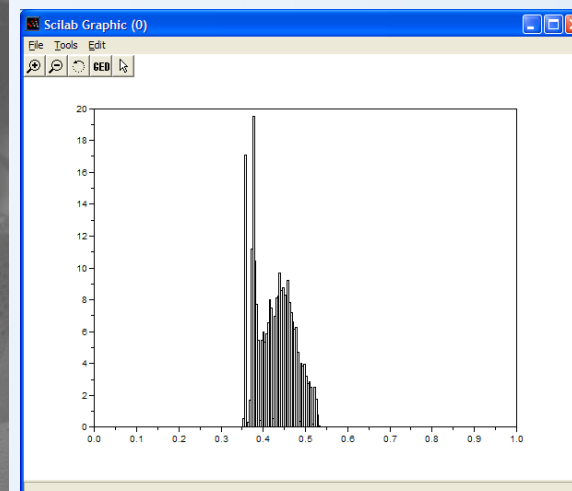
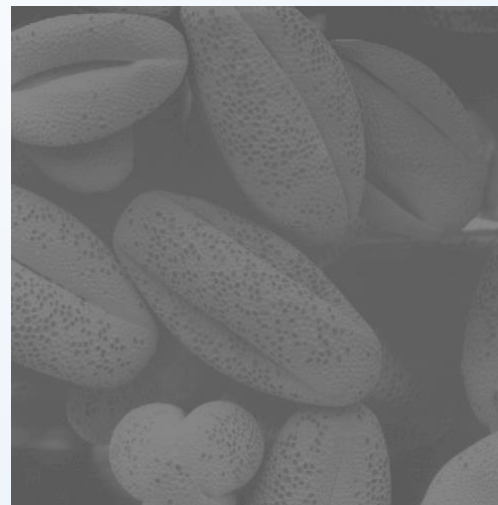
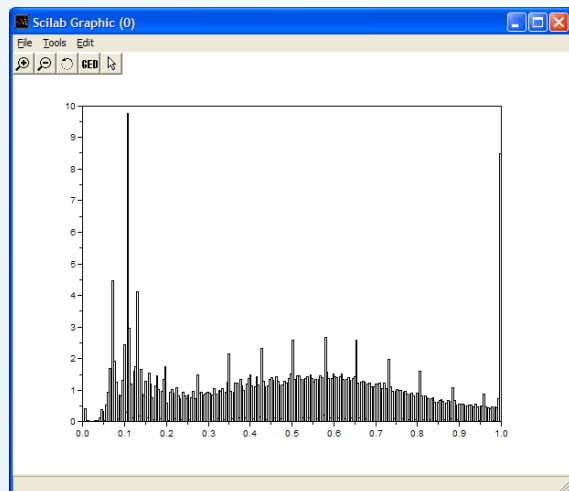
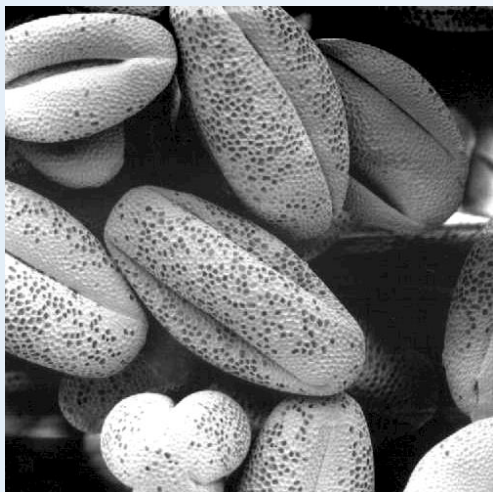


# 直方图处理

## 灰度直方图

### ➤ 图像视觉特性与灰度级分布之间的关系 (2) :

- ✓ **高**对比度图像的直方图分量覆盖了**很宽**的灰度级范围
- ✓ **低**对比度图像的直方图分量则比较**集中**





# 直方图处理

## 直方图均衡化

- 若一幅图像的像素倾向于占据**整个**可能的灰度级范围并且**分布均匀**，则该图像会有**高对比度**的外观并展示**灰色调的较大变化**，最终效果将是一幅灰度**细节丰富**且**清晰**的图像
- 一些图像由于其灰度分布**集中在较窄的区间**，**对比度很弱**，图像**细节看不清楚**。此时，可采用图像灰度**直方图均衡化**处理，使得图像的灰度**分布趋向均匀**，图像所占有的像素**灰度间距拉开**，加大了图像反差，改善视觉效果，达到增强目的





# 直方图处理

## 直方图均衡化的原理（1）

- 直方图均衡化的基本思想是**把原始图像的直方图变换为均匀分布**，以增加像素灰度值的动态范围，从而达到增强图像的目的
- 直方图处理也是一种点处理方式，可用下式表达

$$g(x, y) = T[f(x, y)]$$

- 问题的关键是寻找**合适的变换 $T[ ]$**



# 直方图处理

## 直方图均衡化的原理（2）

- 设 $r$ 和 $s$ 分别表示原图像灰度级和经直方图均衡化后的图像灰度级。为便于讨论，对 $r$ 和 $s$ 进行归一化，使： $0 \leq r, s \leq 1$ .
- 对 $[0, 1]$ 区间内的任一个 $r$ 值进行如下变换： $s = T(r)$
- 变换函数 $s = T(r)$ 应满足下列条件：
  - ✓ 在 $0 \leq r \leq 1$ 的区间内, $T(r)$ **单值单调增加**，保证图像的**灰度级**从黑到白的**次序不变**
  - ✓ 对于 $0 \leq r \leq 1$ ，有 **$0 \leq T(r) \leq 1$** ，保证映射变换后的像素**灰度值在允许的范围**内

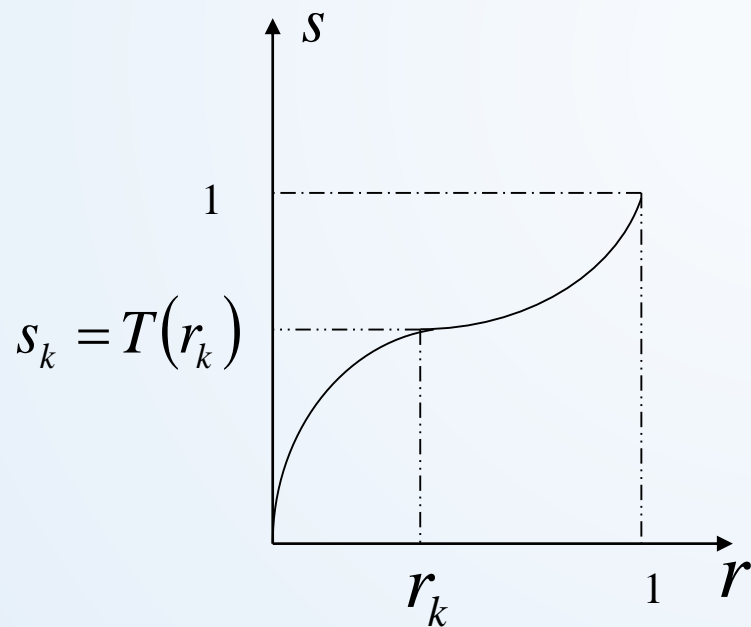




# 直方图处理

## 直方图均衡化的原理（3）

满足这两个条件的变换函数的一个例子如：



- $T(r)$ 单值单调增加
- $0 \leq T(r) \leq 1$



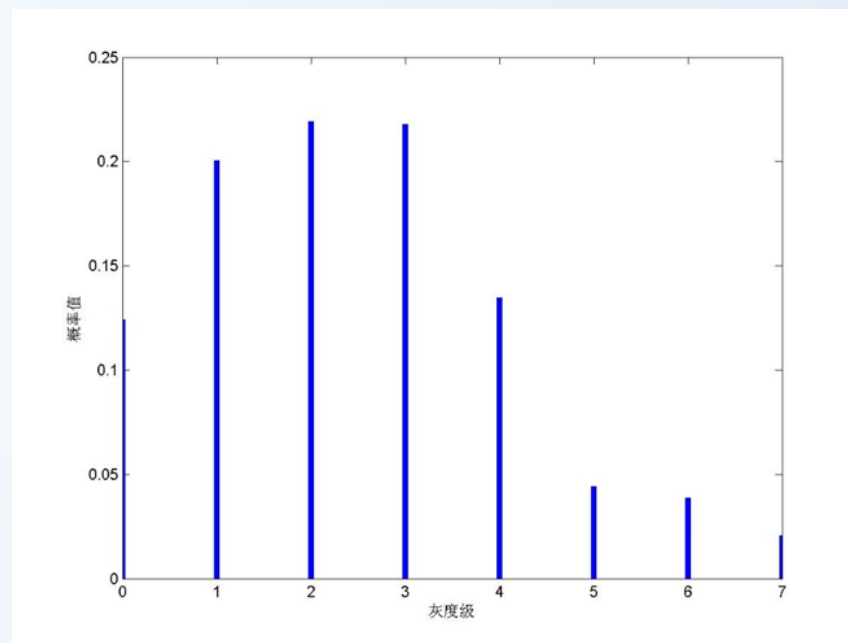
# 直方图处理

## 直方图均衡化的原理（4）

直方图累积分布函数满足上述两个条件：

$$s_k = T(r_k) = \sum_{j=0}^k p_r(r_j) = \sum_{j=0}^k \frac{n_j}{n}$$

$$0 \leq r_k \leq 1, k = 0, 1, \dots, l-1$$





# 直方图处理

## 直方图均衡化计算过程举例

假设64×64的灰度图像，共8个灰度级，已知灰度级分布

表 4.2.1 直方图均衡化计算列表

序号	运 算	步骤和结果							
1	列出原始图灰度级 $s_k, k=0, 1, \dots, 7$	0	1	2	3	4	5	6	7
2	统计原始直方图各灰度级像素 $n_k$	790	1 023	850	656	329	245	122	81
3	用式(4.2.2)计算原始直方图	0.19	0.25	0.21	0.16	0.08	0.06	0.03	0.02
4	计算累积直方图	0.19	0.44	0.65	0.81	0.89	0.95	0.98	1.00
5	取整扩展: $t_k = \text{int}[(N-1)t_k+0.5]$	1	3	5	6	6	7	7	7
6	确定映射对应关系 ( $s_k \rightarrow t_k$ )	$0 \rightarrow 1$	$1 \rightarrow 3$	$2 \rightarrow 5$	$3, 4 \rightarrow 6$		$5, 6, 7 \rightarrow 7$		
7	统计新直方图各灰度级像素 $n_k$		790		1 023		850	985	448
8	用 $p_l(t_k) = n_k/n$ 计算新直方图		0.19		0.25		0.21	0.24	0.11

已知

$$r_i = \frac{n_i}{64 \times 64}$$

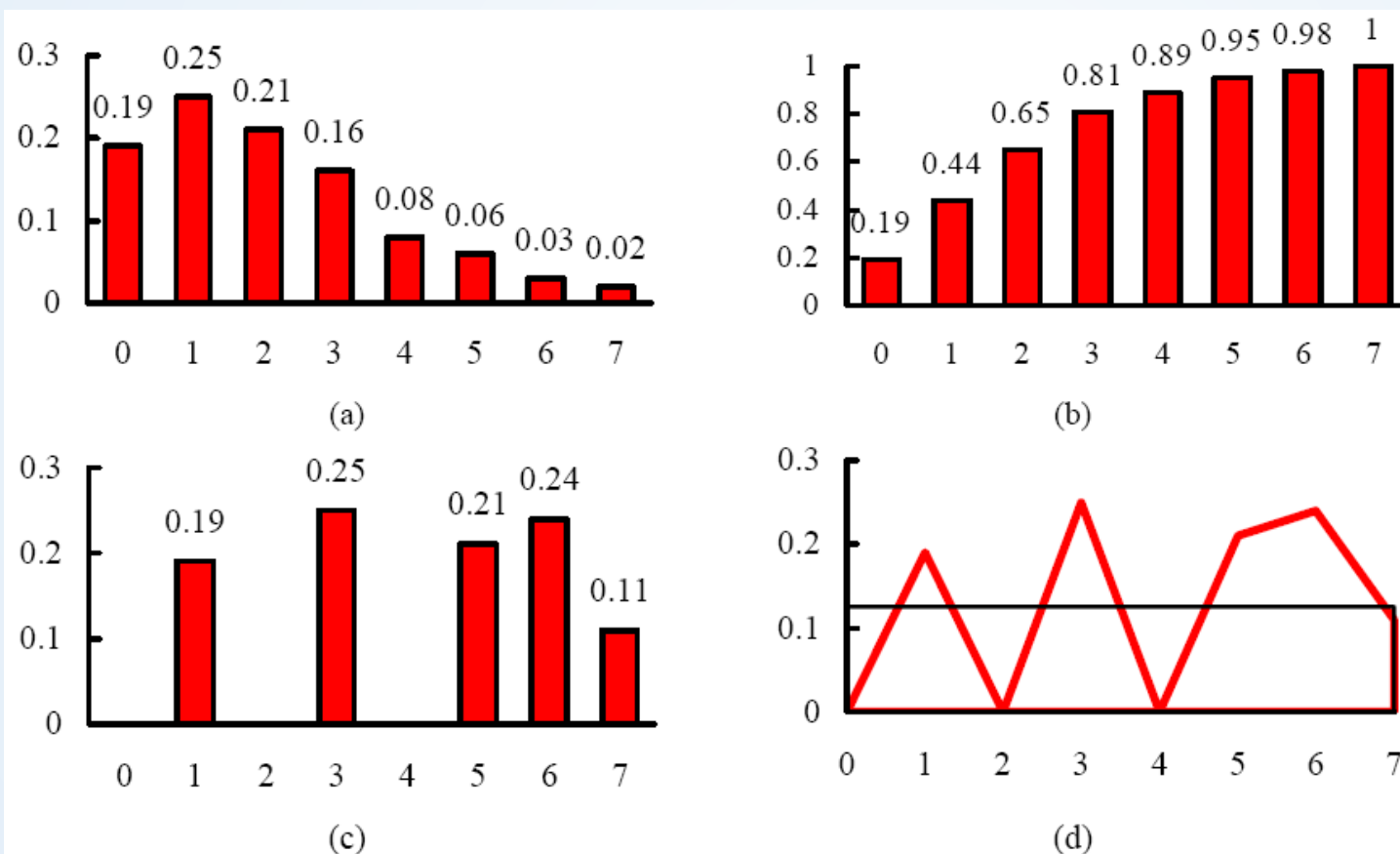
$$t_k = \sum_{j=0}^k r_j$$

Int[ ]函数是向下取最大整数



# 直方图处理

## 直方图均衡化计算过程举例



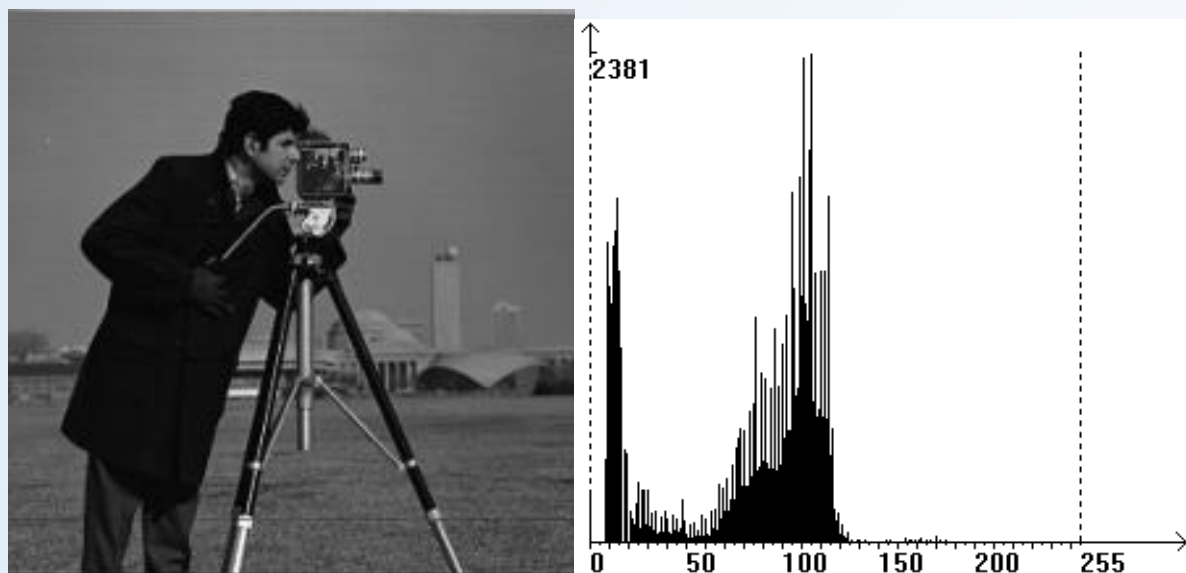
- (a) 原始直方图
- (b) 累积直方图
- (c) 均衡化的直方图
- (d) 均衡化的像素分布

图 4.4.3 直方图均衡化

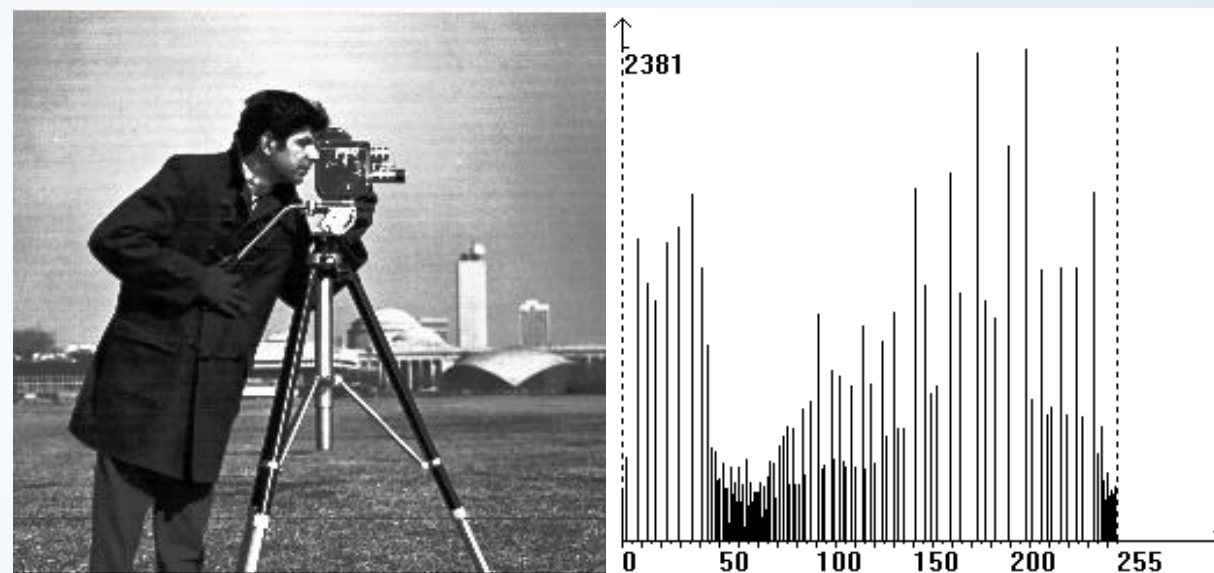


# 直方图处理

## 直方图均衡化效果示例



原始图像及其直方图

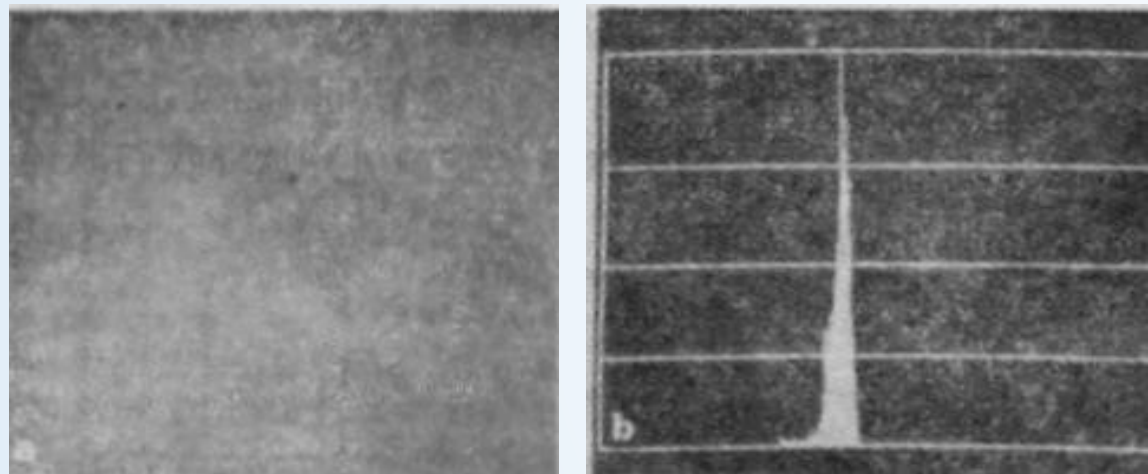


均衡化后的图像及其直方图

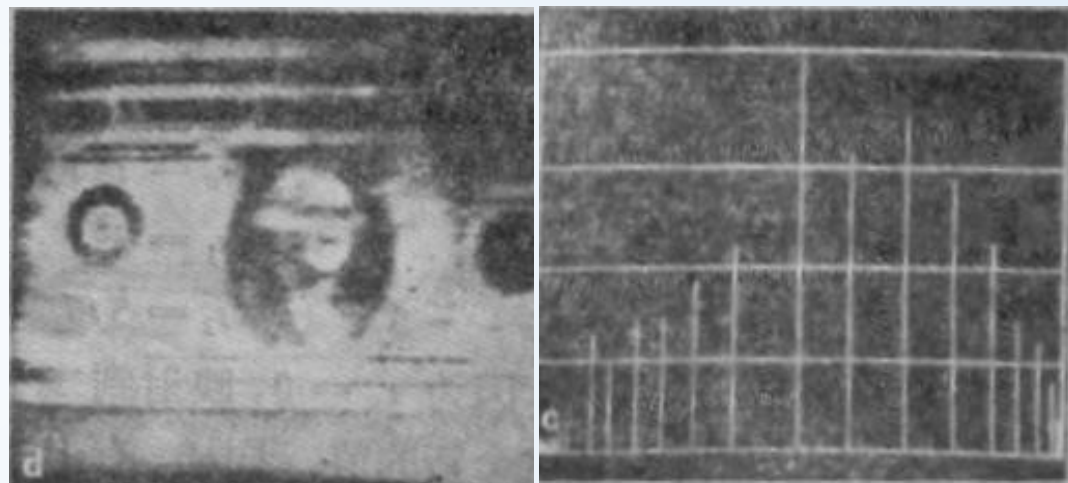


# 直方图处理

## 直方图均衡化效果示例



原始图像及其直方图

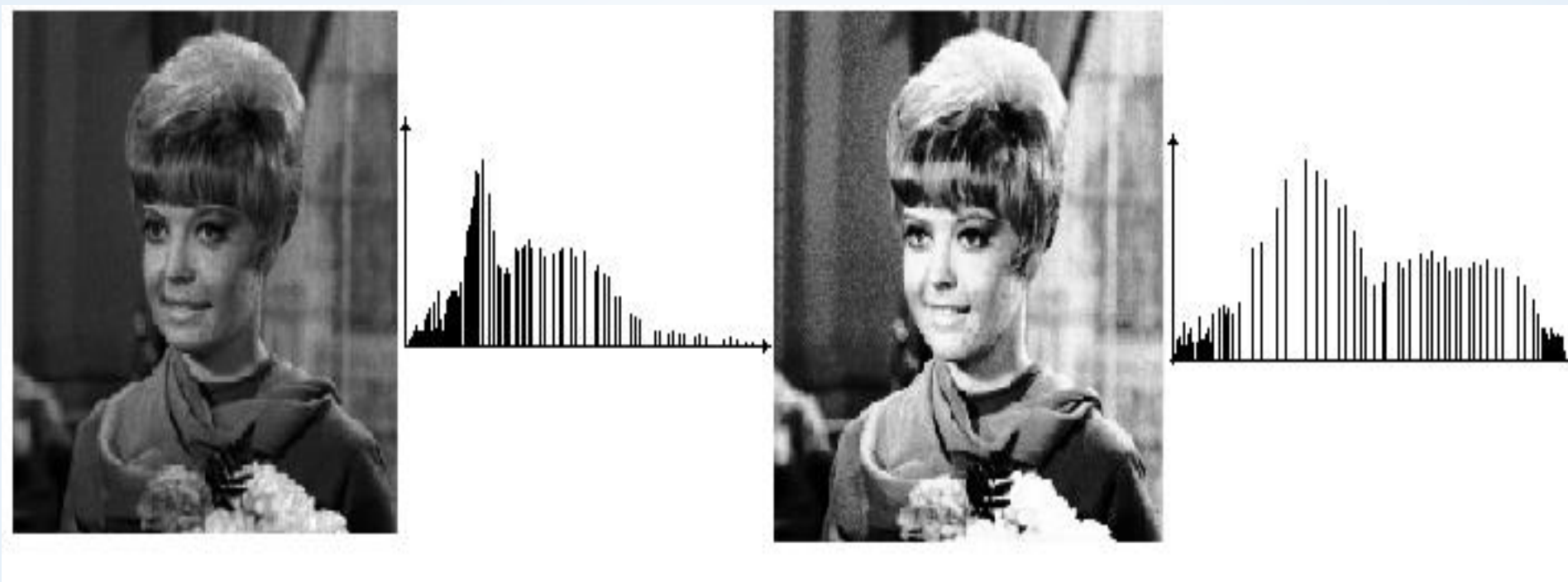


均衡化后的图像及其直方图



# 直方图处理

## 直方图均衡化效果示例



原始图像及其直方图

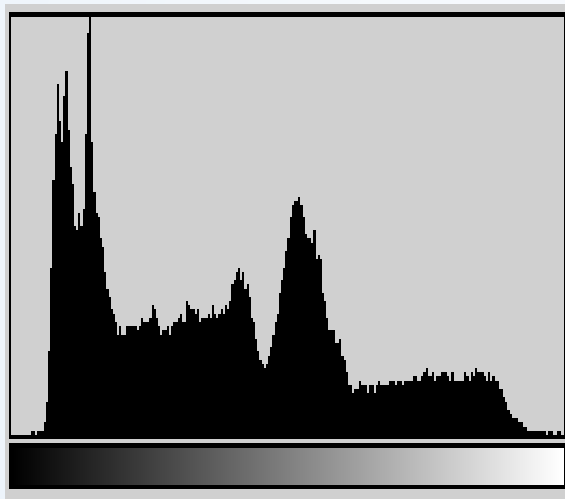
均衡化后的图像及其直方图



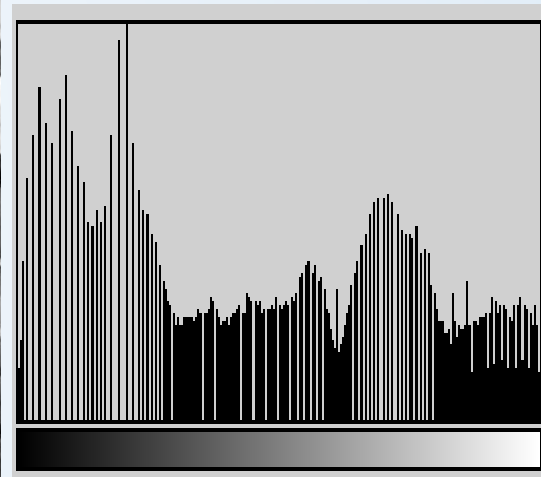


# 直方图处理

## 直方图均衡化效果示例



原始图像及其直方图



均衡化后的图像及其直方图





# 直方图处理

## 直方图均衡化总结

- 直方图均衡化增加了图像灰度动态范围，所以也增加了图像的对比度，反映在视觉上就是图像有较大的反差，许多细节可看得比较清晰了。（优点）
- 实质上压缩了灰度相近的范围，拉大了灰度相差较大的范围，所以直方图均衡化在增强反差的同时也增加了图像的可视粒度 (graininess, patchiness)，图像看上去是一粒一粒的。（缺点）
- 增强效果不易控制，处理的结果总是全局均衡化的直方图。（缺点）



# 直方图处理

---

## 直方图规定化

- 实际应用中，有时需要具有**特定直方图**的图像，以便能够**有目的地**对图像中的某些灰度级分布范围内的图像加以增强。
- 直方图规定化方法可以按照**预先设定**的某个形状来调整图像的直方图。



# 直方图处理

## 直方图规定化的基本思想（1）

- 设  $r$  和  $z$  分别代表连续的原始图像和目标图像的灰度级
- 设  $P_r(r)$  和  $P_z(z)$  分别表示原始图像和目标图像灰度分布的概率密度函数
- 直方图规定化就是通过建立  $P_z(z)$  和  $P_r(r)$  之间的联系，来计算得到  $z$  和  $r$  之间的映射关系。

已知

已知

已知



# 直方图处理

## 直方图规定化的基本思想（2）

直方图规定化原理是对原始图像和目标图像的直方图都做均衡化，变成相同的归一化的均匀直方图。此均匀直方图起到媒介作用，再对目标图像做均衡化的逆运算即可。

*直方图均衡化是直方图规定化的桥梁。*



# 直方图处理

## 直方图规定化的分析过程（连续模型）

- 首先对原始图像进行直方图均衡化处理:  $s = T(r) = \int_0^r P_r(\omega) d\omega$
- 对目标图像进行均衡化处理:  $u = G(z) = \int_0^z P_z(\omega) d\omega$
- 得到的  $s$  和  $u$  具有相同（或相近）的均匀分布
- 通过逆函数来求  $z$ :  $z = G^{-1}(u)$
- 用  $s$  代替  $u$ :  $z = G^{-1}(u) = G^{-1}(s) = G^{-1}[T(r)]$



# 直方图处理

## 直方图规定化的分析过程（离散模型）（1）

步骤1：对原始输入图像进行直方图均衡

$$s_m = T(r_m) = \sum_{j=0}^m P_r(r_j) = \sum_{j=0}^m \frac{n_j}{n} \quad m = 0, 1, 2, \dots, L-1$$

步骤2：根据指定的直方图分布，进行直方图均衡

$$v_n = G(z_n) = \sum_{i=0}^n P_z(z_i) \quad n = 0, 1, 2, \dots, L-1$$

步骤3：求步骤2的反变换，将原始直方图对应映射到规定直方图

$$z_k = G^{-1}(v_k) = G^{-1}(s_k) = G^{-1}[T(r_k)] \quad k = 0, 1, 2, \dots, L-1$$



# 直方图处理

## 直方图规定化的分析过程（离散模型）（2）

$$z_k = G^{-1}(s_k) = G^{-1}[T(r_k)] \quad k = 0, 1, 2, \dots, L-1$$

问题：  $G^{-1}(\cdot)$  难以获得

解决办法：再次利用均衡化直方图的桥梁作用

$$s_m = \sum_{j=0}^m P_r(r_j) \quad v_n = G(z_n) = \sum_{i=0}^n P_z(z_i)$$

由于  $s$  和  $v$  具有相同的均匀分布，可以认为有：  $v_n \approx s_m$ ，也就是将  $s$  中的第  $m$  个灰度级映射到  $v$  中的第  $n$  个灰度级。映射规则如下：

$$\min \left| \sum_{j=0}^m P_r(r_j) - \sum_{i=0}^n P_z(z_i) \right| \quad \begin{matrix} i = 0, 1, 2, \dots, L-1 \\ j = 0, 1, 2, \dots, L-1 \end{matrix}$$

单映射规则  
(single  
mapping law  
/ SML)





# 直方图处理

## 直方图规定化计算过程举例

假设64×64的灰度图像，共8个灰度级，已知灰度级分布；已知目标直方图

表 4.2.2 直方图规定化计算列表

序号	运 算	步骤和结果							
1	列出原始图灰度级 $s_k, k = 0, \dots, 7$	0	1	2	3	4	5	6	7
2	统计原始直方图各灰度级像素 $n_k$	790	1 023	850	656	329	245	122	81
3	用式(4.2.2)计算原始直方图	0.19	0.25	0.21	0.16	0.08	0.06	0.03	0.02
4	计算原始累积直方图	0.19	0.44	0.65	0.81	0.89	0.95	0.98	1.00
5	规定直方图 $p_u(u_k) = n_k / n, n = 4096$	0	0	0	0.2	0	0.6	0	0.2
6	计算规定累积直方图	0	0	0	0.2	0.2	0.8	0.8	1.0
7S	SML 映射	3	3	5	5	5	7	7	7
8S	确定映射对应关系	0, 1 → 3		2, 3, 4 → 5			5, 6, 7 → 7		
9S	变换后直方图	0	0	0	0.44	0	0.45	0	0.11
7G	GML 映射	3	5	5	5	7	7	7	7
8G	查找映射对应关系	0 → 3	1, 2, 3 → 5			4, 5, 6, 7 → 7			
9G	变换后直方图	0	0	0	0.19	0	0.62	0	0.19

注：表中步骤 7S 到 9S 对应 SML 映射方法，步骤 7G 到 9G 对应 GML 映射方法。

已知

$$r_i = \frac{n_i}{64 \times 64}$$

$$s_m = \sum_{j=0}^m r_j$$

已知

$$v_n = \sum_{j=0}^n r_j$$

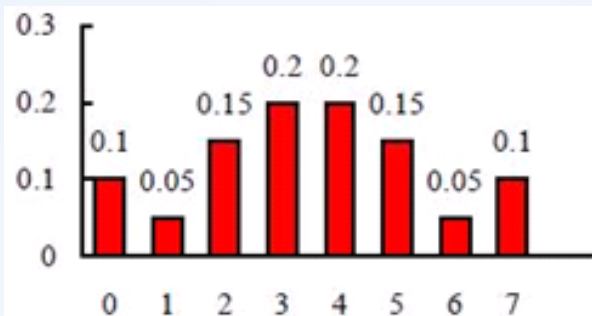




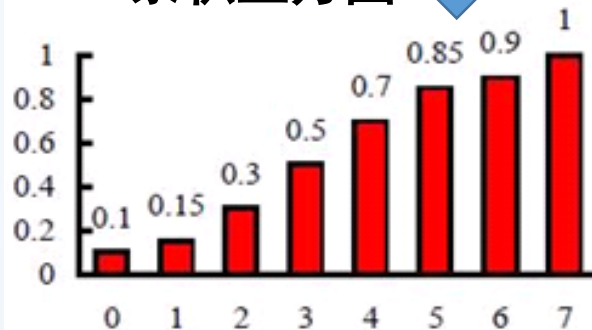
# 直方图处理

## 直方图规范化计算过程举例

原始图像直方图

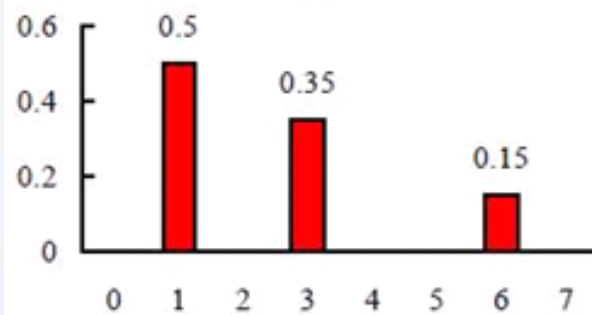


累积直方图



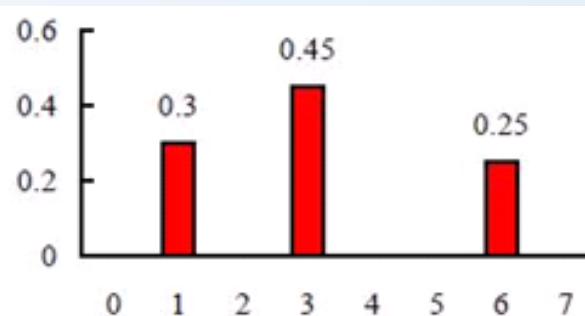
(c)

变换后得到的图像直方图

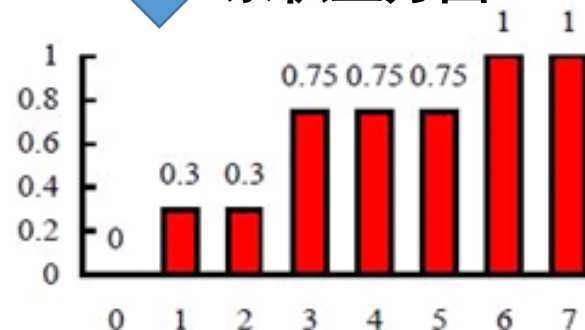


(e)

目标图像直方图



累积直方图



(d)

映射关系:

0, 1, 2, 3 → 1

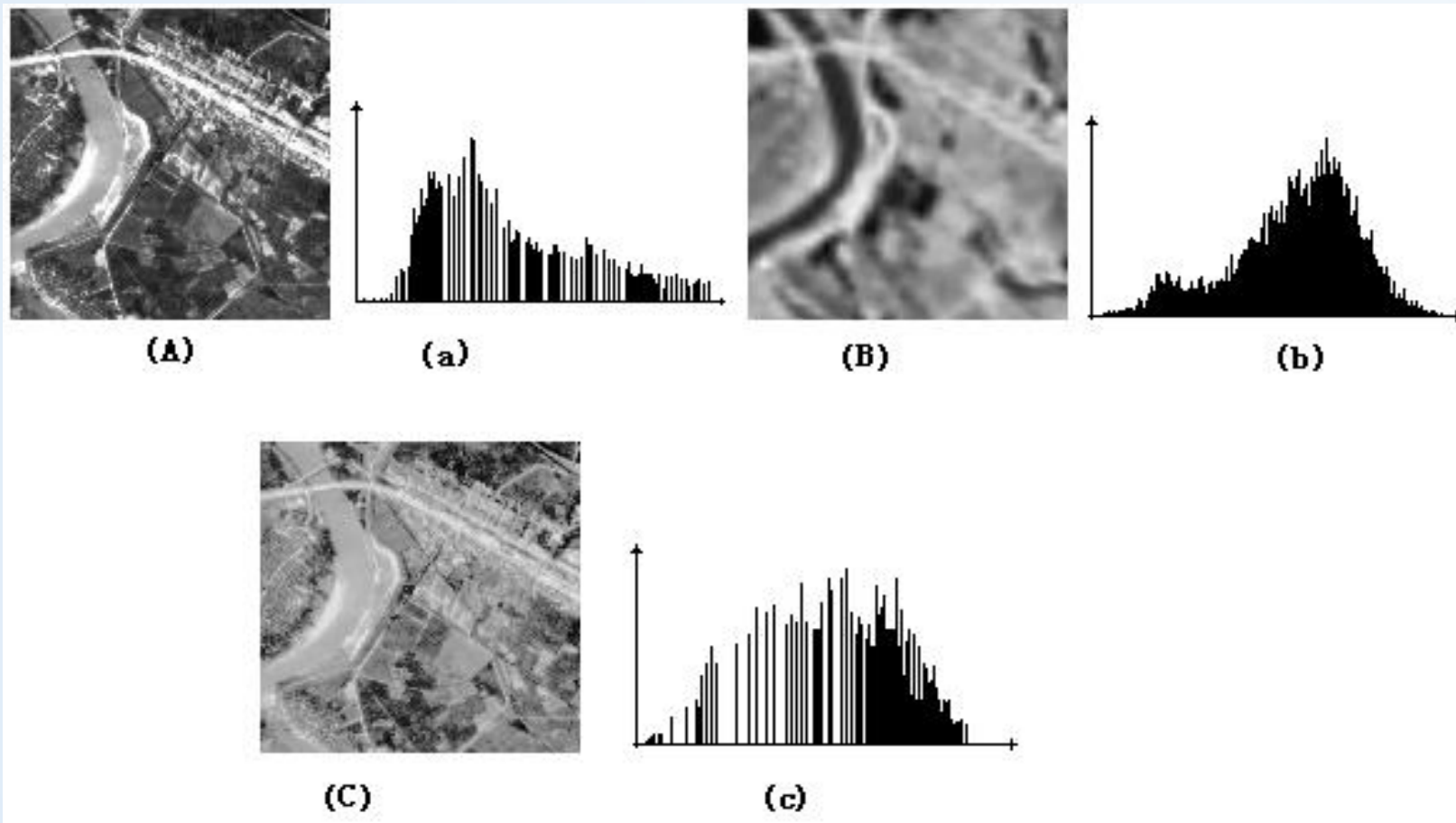
4, 5 → 3

6, 7 → 6



# 直方图处理

## 直方图规定化示例



图(C)和(c)是将图像(A)按图(b)的直方图进行规定化得到的结果及其直方图。通过对比可以看出图(C)的对比度同图(B)接近一致，对应的直方图形状差异也不大。



# 直方图处理

---

## 直方图均衡化 vs 直方图规定化

### □ 直方图均衡化

- 自动增强
- 效果不易控制
- 总得到全图增强的结果

### □ 直方图规定化

- 有选择地增强
- 须给定需要的直方图
- 可得到特定增强的结果

# 主要内容

Main Content

图像增强简介

灰度变换

直方图处理

空域滤波



# 空域滤波

## 空域滤波简介

- 空域滤波是一种**邻域**处理方法，通过直接在图像空间中对邻域内的像素进行处理，达到**增强图像**的目的。
- 空域滤波使用**空域模板**进行图像处理，故又称“模板”为“空域滤波器”



# 空域滤波

## 空域滤波简介

➤ **模板/空域滤波器**由两部分组成：

- ✓ **邻域**——空域滤波器的作用范围
- ✓ **操作**——对该邻域所包围的图像像素执行的预定义操作

➤ **说明：**

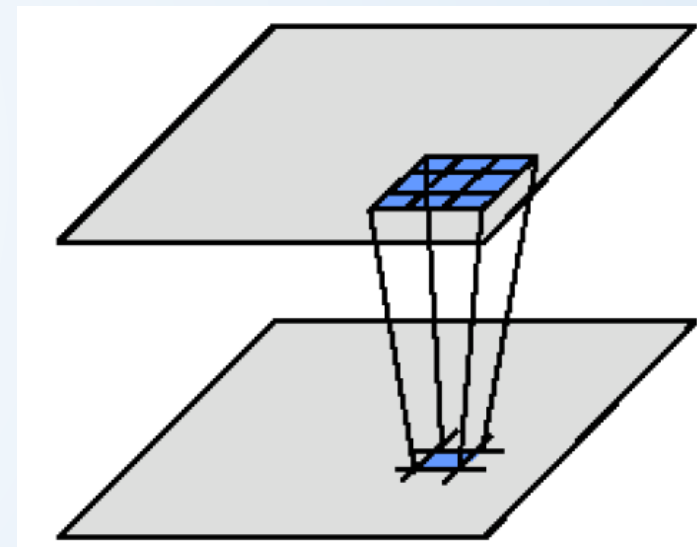
模板中的邻域比“4-邻域”、“8-邻域”意义更广，可以是 $m \times n$ 的小图像（远小于常见的图像尺寸）。最基本的尺寸为 $3 \times 3$ ，更大尺寸模板如 $5 \times 5$ 、 $7 \times 7$ 等也常被使用。



# 空域滤波

## 空域滤波简介

- 空域滤波产生一个**新像素**，其坐标等于**邻域中心的坐标**，像素的值就是滤波的结果
- 如果空域滤波器在图像像素上执行的是**线性操作**，就称该滤波器为**线性空域滤波器**，否则就称为**非线性空域滤波器**





# 空域滤波

## 线性空域滤波的定义

在 $M \times N$ 的图像 $f$ 上，使用 $m \times n$ 的滤波器：

$$g(x, y) = \sum_{s=-a}^a \sum_{t=-b}^b w(s, t) f(x + s, y + t) \quad m = 2a + 1, n = 2b + 1$$

空间滤波的简化形式：

$$R = w_1 z_1 + w_2 z_2 + \cdots + w_{mn} z_{mn}$$

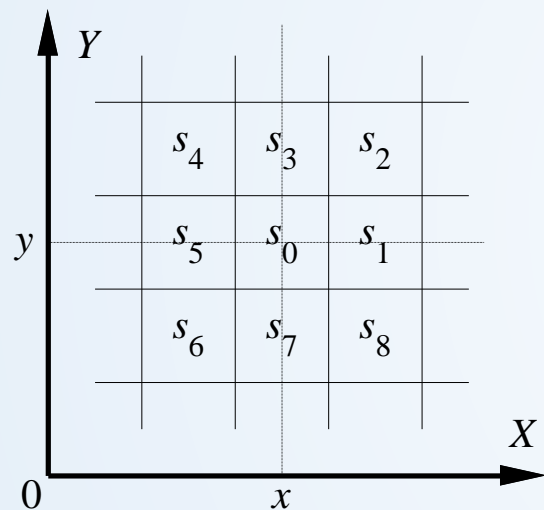
其中， $w$ 是**滤波器系数**， $z$ 是与该系数对应的图像灰度值， $mn$ 为滤波器中包含的像素点总数。





# 空域滤波

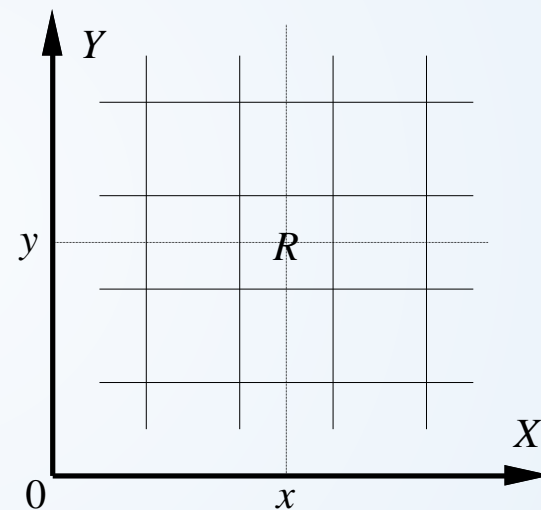
## 线性空域滤波的定义



(a)

$k_4$	$k_3$	$k_2$
$k_5$	$k_0$	$k_1$
$k_6$	$k_7$	$k_8$

(b)



(c)

滤波的输出为:  $R = k_0s_0 + k_1s_1 + \cdots + k_8s_8$

3×3线性空域滤波示意图



# 空域滤波

---

## 线性空域滤波的步骤

- (1) 将模板在图中漫游，并将模板中心与图中某个像素位置重合；
- (2) 将模板上系数与模板下对应像素相乘；
- (3) 将所有乘积相加；
- (4) 将和（模板的输出响应）赋给图中对应模板中心位置的像素。



# 空域滤波

## 线性空域滤波的边界问题（1）

当在图像上移动模板至图像的边界时，在原图像中找不到与模板中的加权系数相对应的9个像素，即模板**悬挂**在图像的边界上。这种现象在图像的上下左右四个边界上均会出现。

$$\frac{1}{9} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

模板

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 2 & 2 & 2 & 2 & 2 \\ 3 & 3 & 3 & 3 & 3 \\ 4 & 4 & 4 & 4 & 4 \end{bmatrix}$$

原图像

$$\begin{bmatrix} - & - & - & - & - \\ - & 2 & 2 & 2 & - \\ - & 3 & 3 & 3 & - \\ - & - & - & - & - \end{bmatrix}$$

空域滤波后的图像



# 空域滤波

## 线性空域滤波的边界问题（2）

两种解决办法：

- 忽略图像边界数据
- 在图像四周复制原图像边界像素的值，从而使模板悬挂在图像四周时可以进行正常的计算

实际应用中，多采用第一种方法。



# 空域滤波

## 空域滤波的分类

按照图像增强的目的，空域滤波可分为平滑滤波和锐化滤波。

- 平滑滤波能**减弱或消除**图像中的**高频分量**。高频分量对应图像中的区域边缘等灰度值具有**较大、较快变化**的部分。平滑滤波将这些分量滤去可**减少**局部灰度的**起伏**，使图像变得比较平滑，**降低噪声**。
- 锐化滤波能**减弱或消除**图像中的**低频分量**，低频分量对应图像中灰度值**缓慢变化**的区域，因而与图像的整体特性如整体对比度和平均灰度值等有关。锐化滤波将这些分量滤去可使图像**反差增加**，边缘明显。



# 空域滤波

## 空域滤波的分类

从**功能**和**特点**两个维度，空域滤波器可分为四类。

表 4.4.1 空域滤波分类			
功能 \ 特点	特点		
	线性	非线性	
平滑	线性平滑滤波	非线性平滑滤波	
锐化	线性锐化滤波	非线性锐化滤波	





武汉大学  
*Wuhan University*

谢谢!

2018.9.19.

