



武汉大学  
*Wuhan University*

# 第二章 数字图像处理 基础

涂卫平

武汉大学计算机学院

2018年秋季学期



# 主要内容

Main Content

人类视觉基础

图像的数字化

数字图像的表达形式

像素间的基本关系

数字图像的代数运算



# 人类视觉基础

- **视觉**是人类最高级的感知器官，所以，毫无疑问图像在人类感知中扮演着重要角色。

人类视觉的产生很复杂，除了光源对眼睛的刺激还需要人脑对光刺激的解释。人感受到的物体颜色主要取决于反射光的特性。如果物体比较均衡地反射各种光谱，则看起来是白色的；如果物体对某些光谱反射的较多，则看起来物体就呈现相对应的颜色。

- **人类感知**只限于电磁波谱的**视觉波段**，**成像机器**则可以覆盖几乎**全部电磁波谱**。
- 研究图像处理首先要了解人类的视觉感知系统。



The diagram illustrates the process of human vision. It begins with '光刺激' (Light Stimulus) in an oval, which branches into two paths for the '右眼' (Right Eye) and '左眼' (Left Eye). Each path consists of a '视网膜接收' (Retina Reception) box followed by a '视网膜神经处理' (Retina Neural Processing) box. These paths converge into a central '视觉通道' (Visual Channel) oval. From there, the signal goes to a large rounded rectangle labeled '大脑皮层处理' (Cerebral Cortex Processing), which contains a list of five steps: 1. 存储参考图象 (Store reference image), 2. 信息处理 (Information processing), 3. 特征提取 (Feature extraction), 4. 决策 (Decision), and 5. 描述 (Description). The final output is '响应' (Response) in an oval.

```
graph LR; A([光刺激]) --> B[视网膜接收]; A --> C[视网膜接收]; B --> D[视网膜神经处理]; C --> E[视网膜神经处理]; D --> F([视觉通道]); E --> F; F --> G[大脑皮层处理]; G --> H([响应]);
```

视觉系统处理流程示意图：

- 光刺激
- 右眼：视网膜接收 → 视网膜神经处理
- 左眼：视网膜接收 → 视网膜神经处理
- 视觉通道
- 大脑皮层处理：
  - 1. 存储参考图象
  - 2. 信息处理
  - 3. 特征提取
  - 4. 决策
  - 5. 描述
- 响应

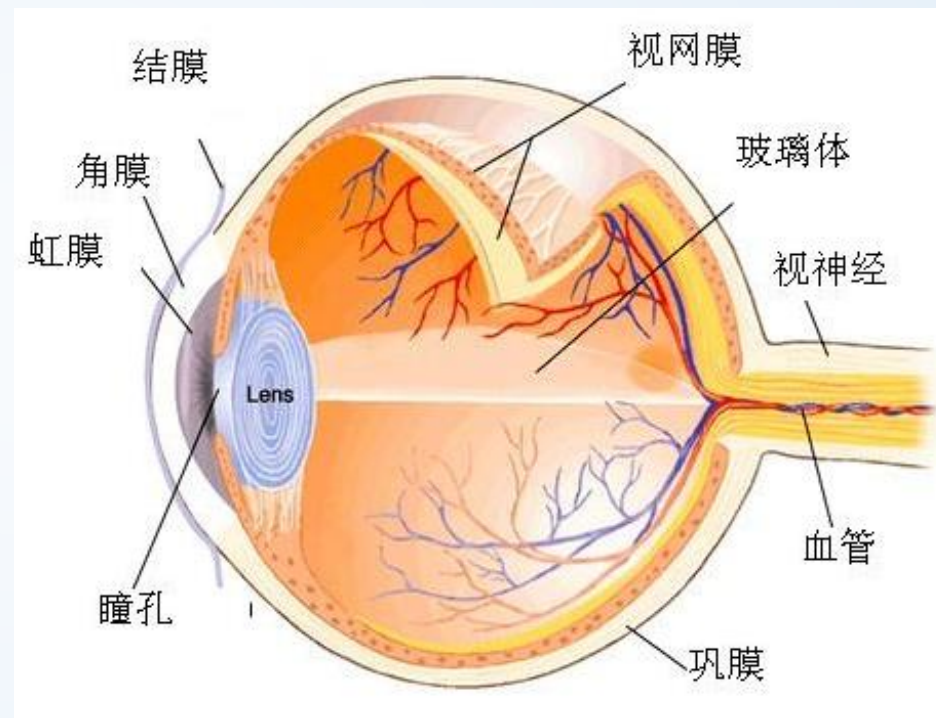
## 人的视觉过程的流图



# 人类视觉基础

## 视觉系统的基本构造

- 人眼的构造相当于一架**摄像机**或**照相机**。前面是由**角膜**、**晶状体**、**前房**、**后房**、**玻璃体**所共同组成的具备镜头功能的组合，把物体发出的光线聚焦到后面的相当于胶卷的用于检测光线的视网膜上。



人眼横截面简图

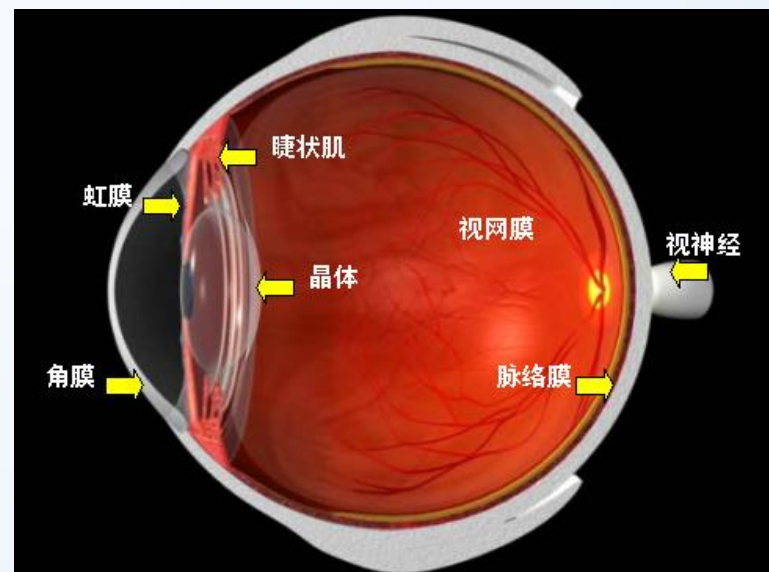
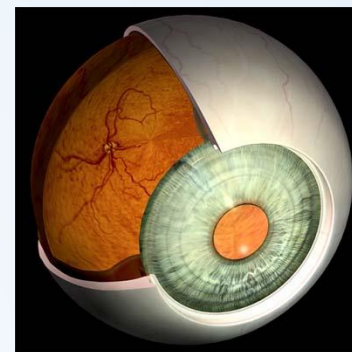
眼睛的基本特性：眼睛对光的感觉-**光觉**；对颜色的感觉-**色觉**。



# 人类视觉基础

## 人眼的构造——眼球

人眼的形状像一个小球，通常称为眼球。眼球内具有特殊的折光系统，使进入眼内的可见光汇聚在视网膜上。视网膜上含有感光的杆状细胞和锥状细胞，这些感光细胞把接受到的色光信号传到神经节细胞，再由视神经传到大脑皮层枕叶视觉神经中枢，产生色感。



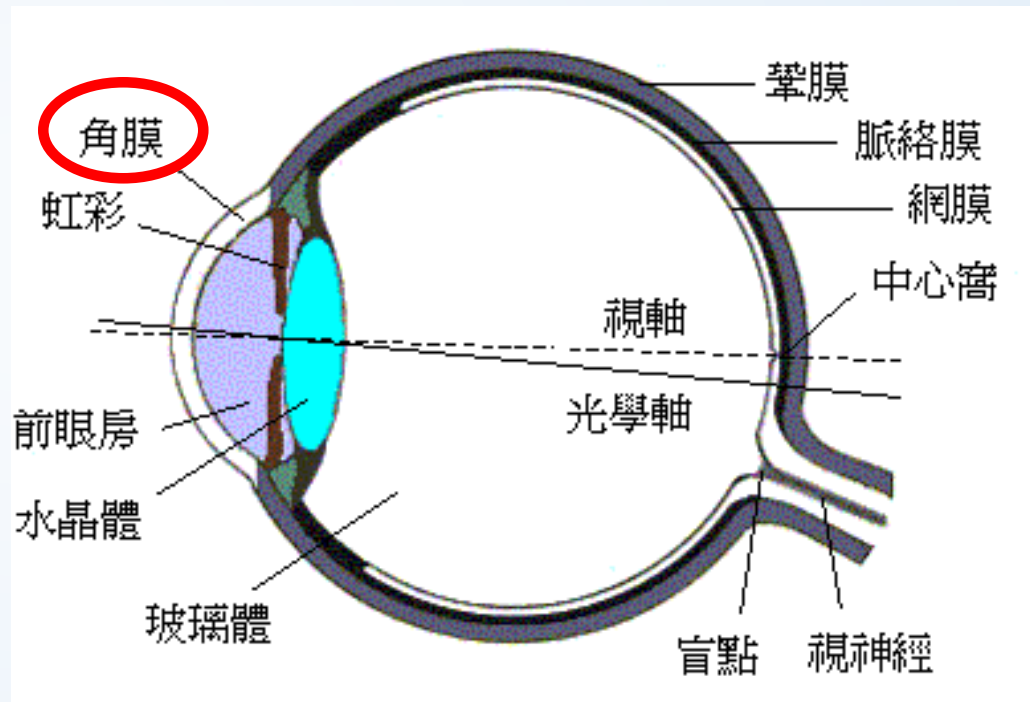




# 人眼的构造——角膜

角膜(cornea): 如同相机的滤镜

眼球最前端是透明的角膜，它是平均折射率为1.336的透明体，俗称眼白，微向前突出，曲率半径前表面约7.7毫米，后表面约6.8毫米，光由这里折射进入眼球而成像。



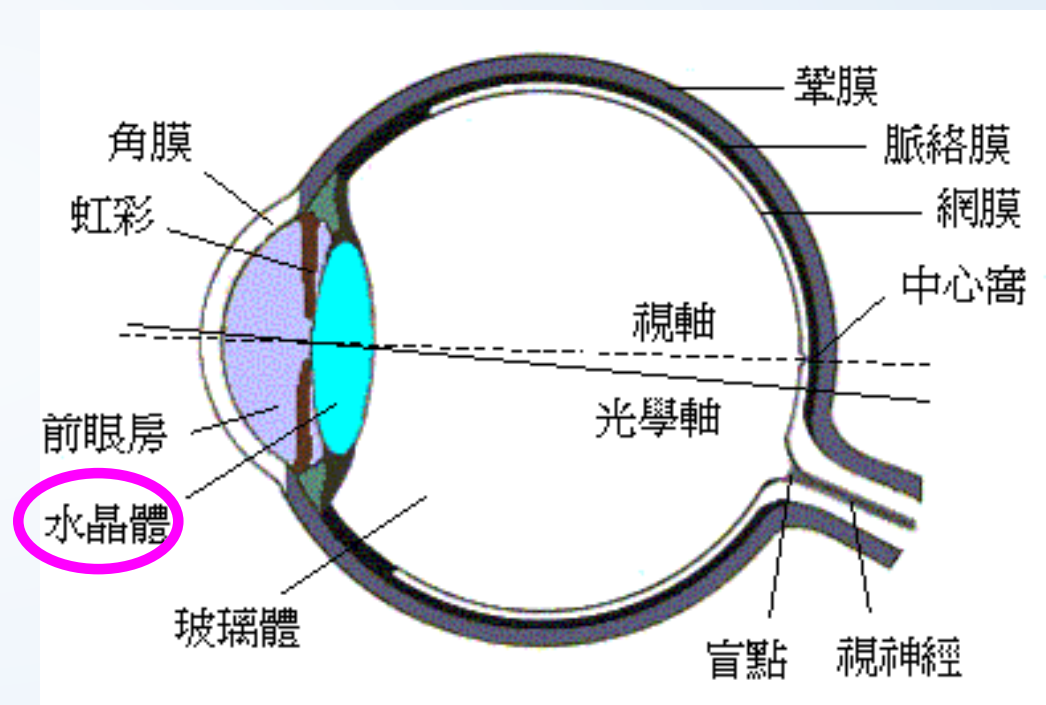


# 人类视觉基础

## 人眼的构造——晶状体

晶状体，水晶体 (lens)：如同相机的镜片。晶状体在眼睛正面中央，光线投射进来以后，经过它的折射传给视网膜。所谓近视眼、远视眼、老花眼以及各种色彩、形态的视觉或错觉，大部分都是由于水晶体的伸缩作用所引起。

它像一种能自动调节焦距的凸透镜一样。







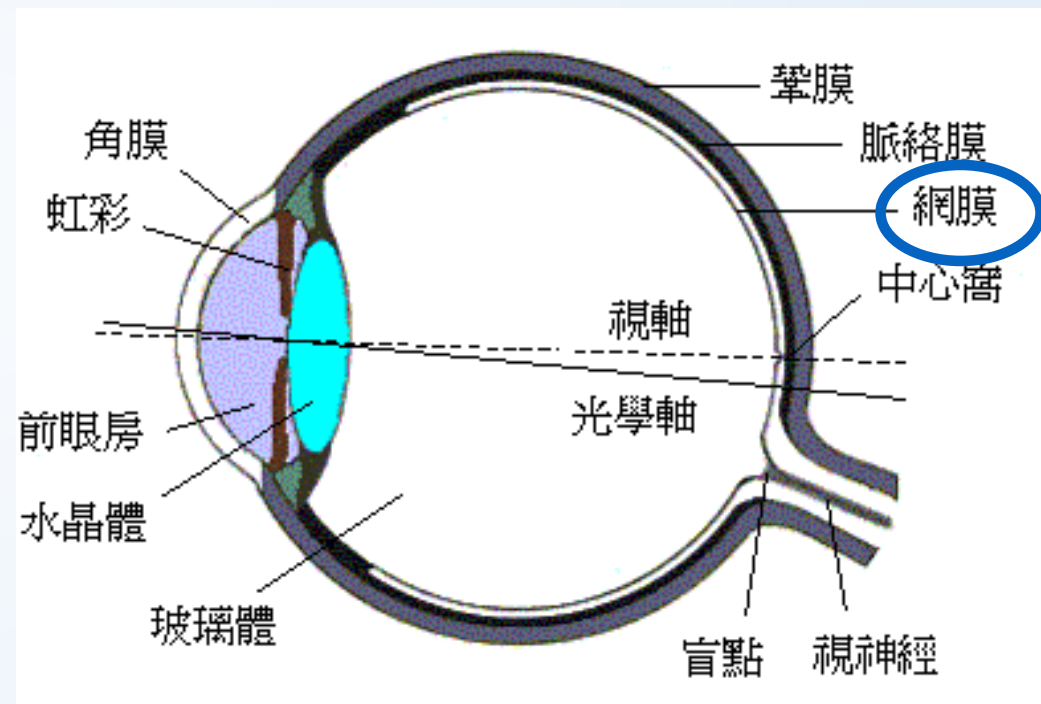
# 人类视觉基础

## 人眼的构造——视网膜

视网膜 (retina): 如同底片。

视网膜是视觉接收器的所在，也是一个复杂的神经中心。

眼睛的感觉为视网膜中的杆状细胞和锥状细胞所致。杆状细胞能够感受弱光的刺激，但不能分辨颜色，锥状细胞在强光下反应灵敏，具有辨别颜色的本领。





# 人类视觉基础

□ **锥状细胞**（也称中央凹）：600 ~ 700万，既能感光、又能感色、对颜色敏感。可以充分识别图像细节，每个细胞接一个神经末端，又叫适亮视觉（photopic vision）、白昼视觉。

□ **杆状细胞**：7500 ~ 15000万，只能感光、不能感色。几个杆状细胞联到同一个神经末梢，分辨率低，提供视野的整体视象，不感受颜色，对低照度敏感，夜视觉。

**夜盲症**就是由于杆状体缺陷造成的



# 人类视觉基础

## 两者有明确的分工：

强光作用下，锥状体起作用。  
既有明亮感，又有彩色感  
(明视觉)

弱光作用下，杆状体起主作用。  
只有明暗感没有彩色感  
(暗视觉)

锥状细胞大致将电磁光谱的可见光部分分为三个波段：**红**、**绿**、**蓝**。由于这种原因，这三种颜色被称为**三基色**。

人类视觉对颜色的主观感觉可以直观地用**色调**、**饱和度**和**亮度**来表述。



# 人类视觉基础

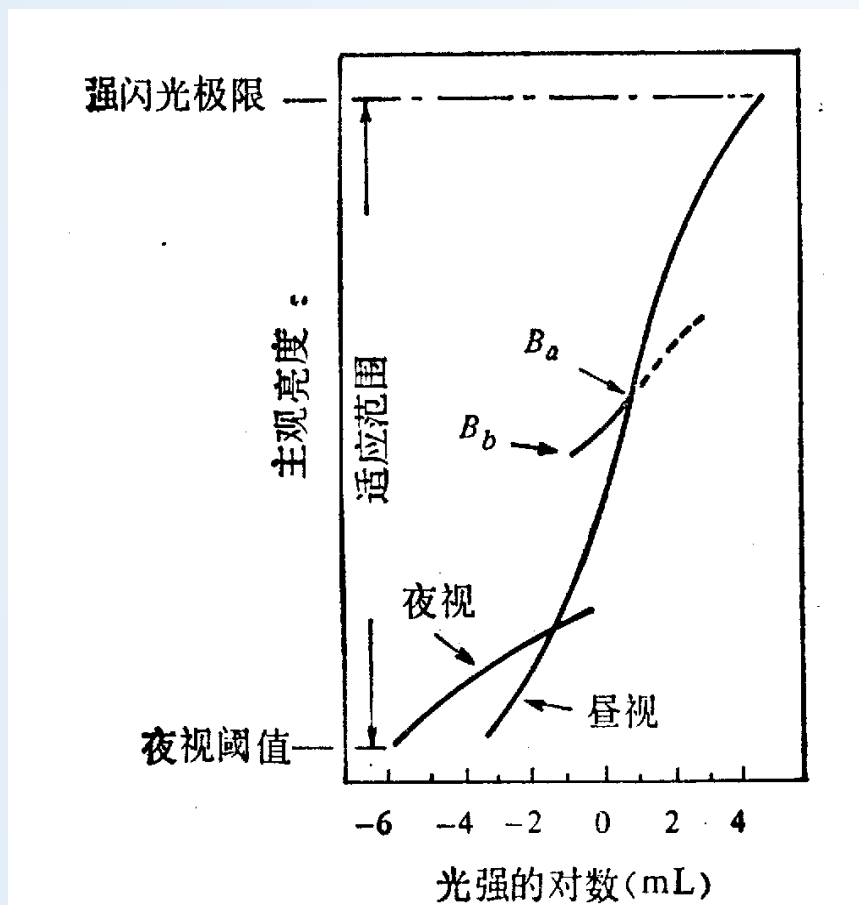
**亮度**指照射在景物或图像上**光线**的明暗程度。图像**亮度增加**时，就会显得**耀眼或刺眼**；**亮度越小**时，图像就会显得**灰暗**。

**色调**是各种图像色彩模式下**原色**的明暗程度，级别范围从0到255，共256级。对**灰度**图像，当色调级别为255时，就是白色，当级别为0时，就是黑色，中间是各种**程度不同的灰色**。对于彩色图像，在RGB模式中，色调代表**红、绿、蓝**三种**原色的明暗程度**。

**饱和度**是指图像颜色的**浓度**。饱和度越高，颜色越饱满，即所谓的青翠欲滴的感觉。饱和度越低，颜色就会显得越陈旧、惨淡。饱和度为0时，图像就为灰度图像。

# 人类视觉基础

## 亮度适应



光强度与主观亮度的关系曲线

## 主观亮度和主观适应性

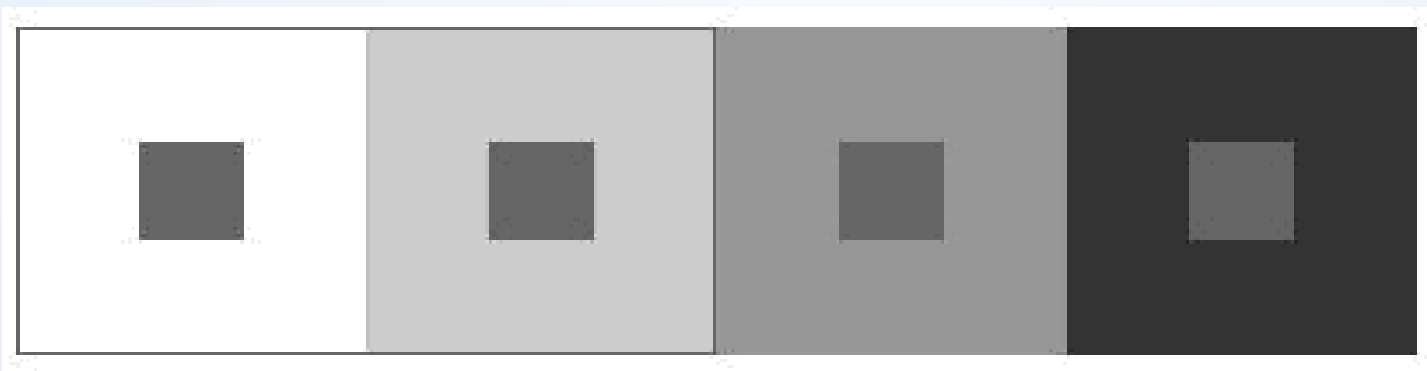
- 人眼的视觉系统能适应的光的亮度等级从可以看见的昏暗到眩目相差能达到 $10^{10}$ 等级。但是人眼并不能同时在这这么大的范围内看清物体，而只能在同一时间内适应一个小的亮度变化范围（ $10^6$ 等级）
- 人眼对亮度变化跟踪滞后的性质称为视觉惰性（或短暂的记忆特性）
  - ☞ 暗适应：亮→暗：慢（10~30秒左右）
  - ☞ 亮适应：暗→亮：快（1~2秒左右）



# 人类视觉基础

## 亮度对比效应

① **同时对比效应**:人眼对亮暗程度所形成“黑”“白”感觉具有相对性,即按对比度感觉物体亮度对比。



两目标物亮度相同，但人会感觉到背景暗的目标物亮，背景亮的目标物暗。

**对比度接近的目标物体，人眼会认为两个目标物体亮度接近——亮度恒定。**

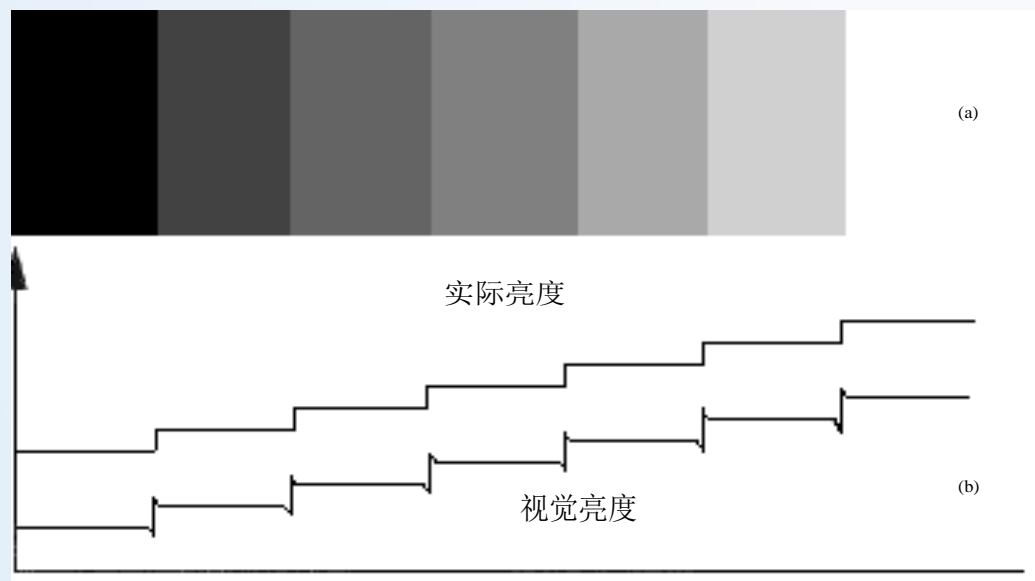




# 人类视觉基础

## 亮度对比效应

- ② 马赫带（Mach Band）效应：视觉的主观感受在亮度有变化的地方出现虚幻的明亮或黑暗的条纹。



马赫带效应的出现是人类的视觉系统造成的。生理学对马赫带效应的解释是：人类的视觉系统有增强边缘对比度的机制。

# 主要内容

Main Content

人类视觉基础

图像的数字化

数字图像的表达形式

像素间的基本关系

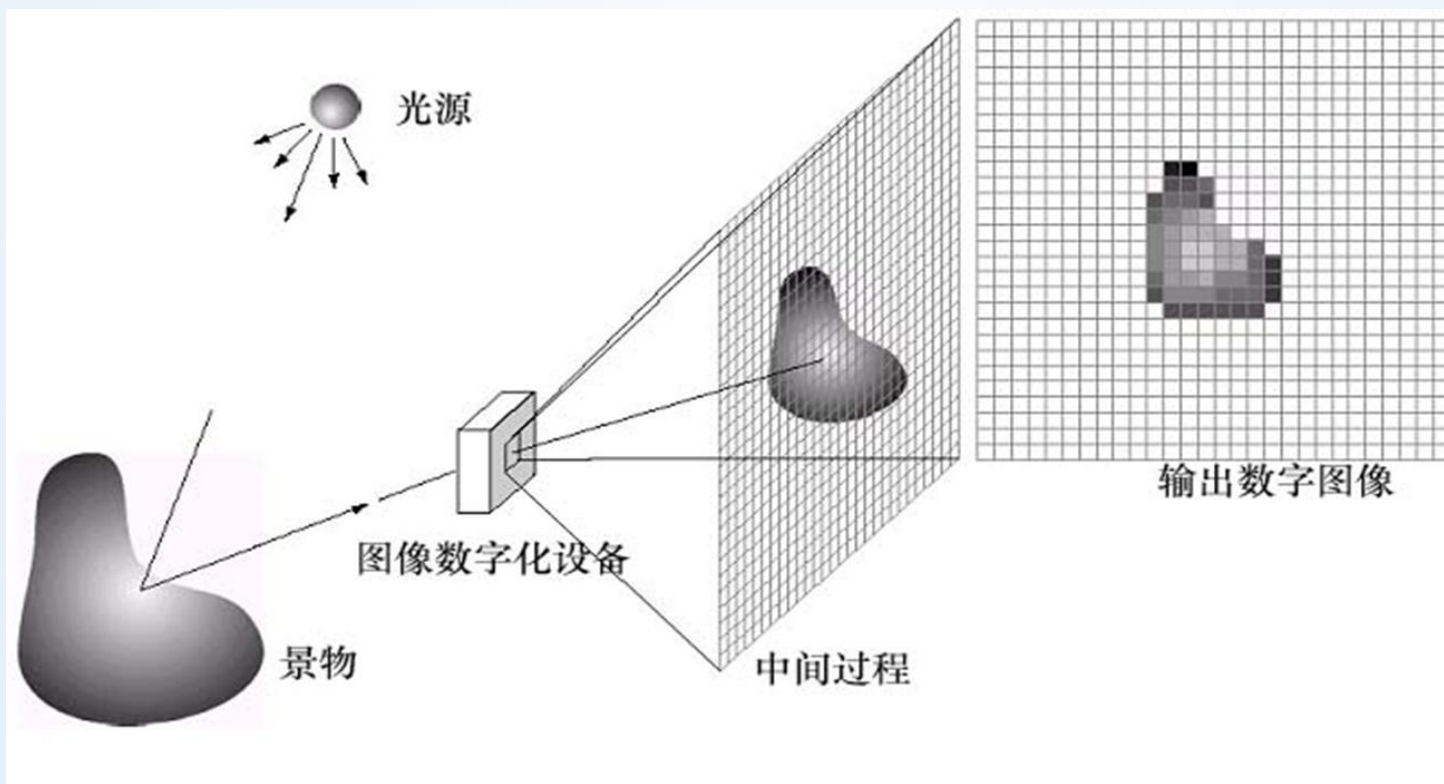
数字图像的代数运算



# 图像的数字化

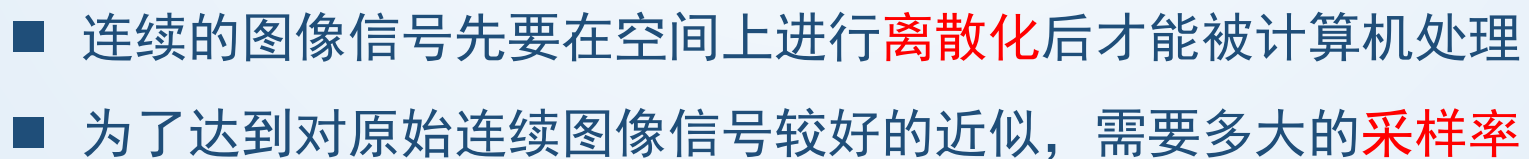
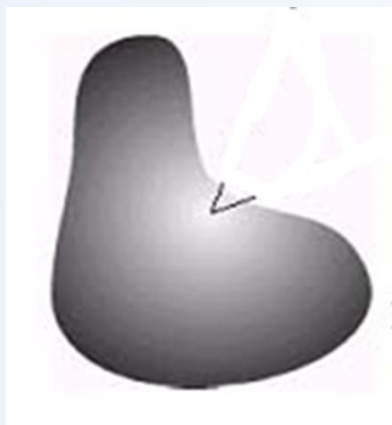
## 从模拟图像到数字图像

人眼所感知的景物一般是**连续**的，我们称之为**模拟**图像。连续函数表示的图像无法用计算机进行处理，也无法在各种数字系统中传输或存储，必须将代表图像的连续（模拟）信号转变为离散（数字）信号。这样的变换过程被称为图像信号的**数字化**。





## 图像数字化的过程





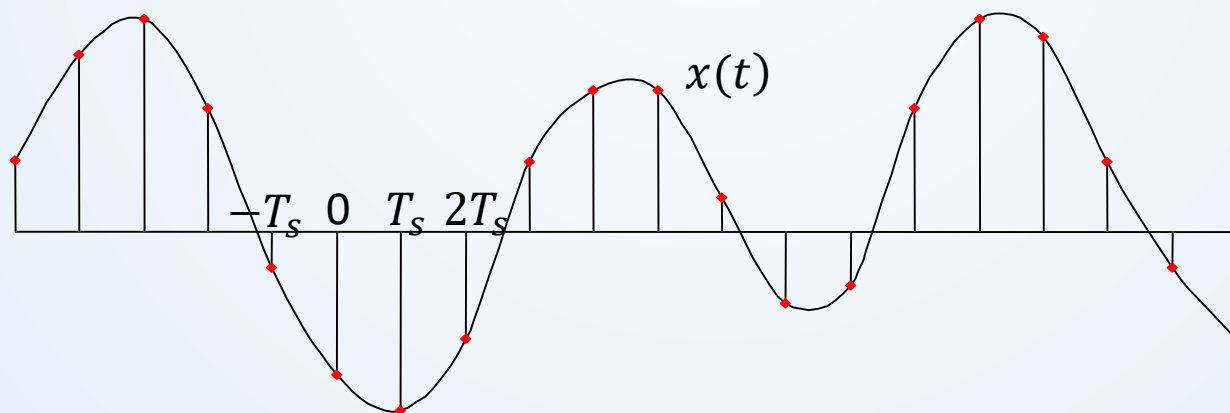
# 图像的数字化的

## 一维连续信号的采样

工程中的许多信号实际上都是连续信号，或者称为连续时间函数，记为  $x(t)$ ， $t$  的取值从  $-\infty$  连续变化到  $+\infty$ 。但是，用计算机处理这些信号，首先必须对连续信号进行采样，即按照一定的时间间隔  $T_s$  进行取值：

$$x_d(n) = x(nT_s), n = \dots, -2, -1, 0, 1, 2, \dots$$

称  $T_s$  为采样间隔，称  $x_d(n)$  为离散信号或时间序列。





# 图像的数字化

## Nyquist采样条件

一般情况下连续信号不可能由离散信号恢复出来。如果要完全恢复，必须满足以下条件：

- ① 原始信号为有限带宽信号
- ② 采样频率不小于信号最高频率的2倍





# 图像的数字化的

## 二维连续信号的采样

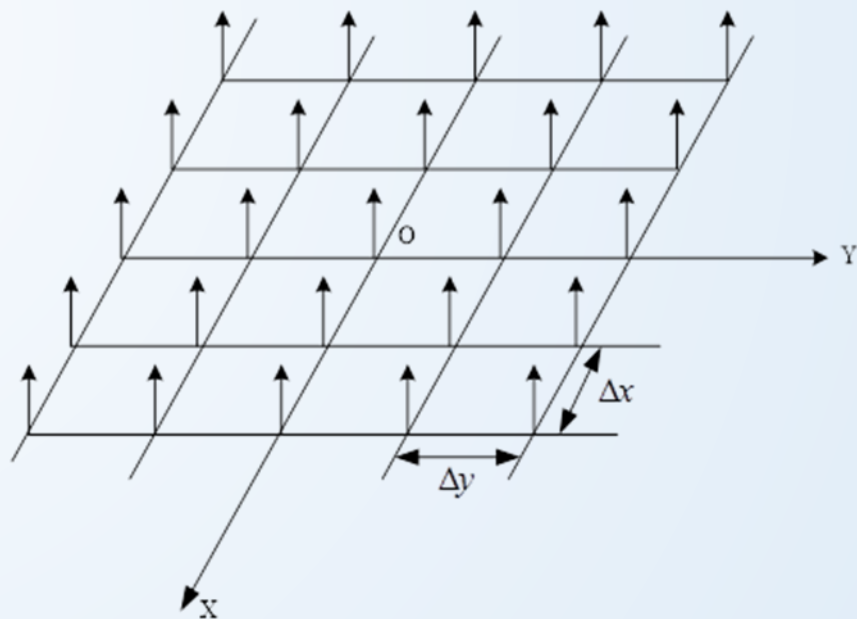
假设二维连续图像 $f(x, y)$ ， $x$ 和 $y \in (-\infty, +\infty)$ ，且 $f(x, y)$ 具有有限带宽。

对二维连续图像采样就是用二维离散采样函数 $s(x, y)$ 与原图像 $f(x, y)$ 相乘：

$$f_s(m, n) = f(x, y)s(x, y)$$

其中二维离散采样函数 $s(x, y)$ ：

$$s(x, y) = \sum_{m=-\infty}^{+\infty} \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \delta(x - m \cdot \Delta x, y - n \cdot \Delta y)$$





# 图像数字化

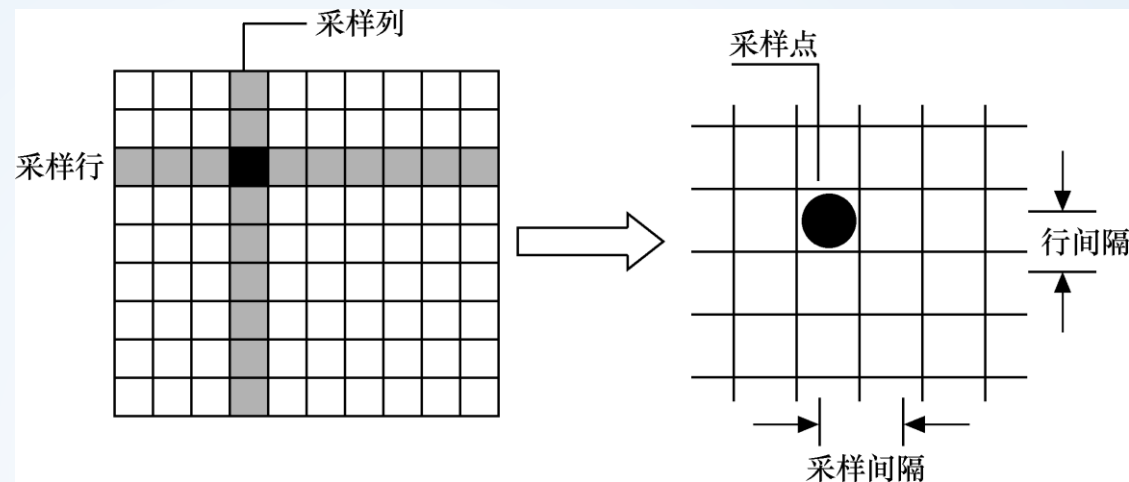
## 数字图像的采样

- 图像的**采样**（Sampling）是指将在空间上连续的图像坐标转换成离散的采样点（即**像素**）集的操作，即图像在**空间**上的**离散化**
- 图像是一种二维分布的信息，为了对它进行采样操作，**需要先将二维信号变为一维信号，再对一维信号完成采样。**
  - 先沿**垂直方向**按一定间隔从上到下顺序地沿水平方向直线扫描，取出各**水平线**上灰度值的一维扫描
  - 再对一维扫描线信号按一定间隔采样得到离散信号

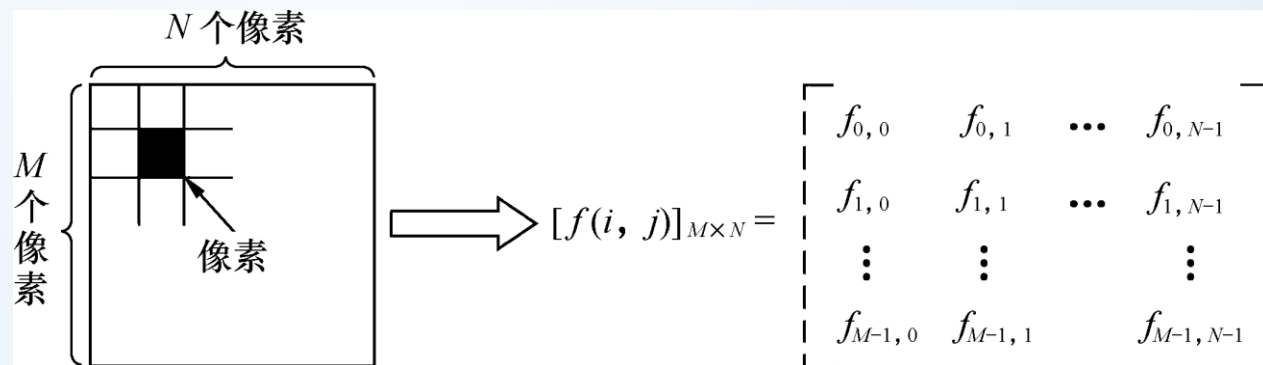


# 图像的数字

## 数字图像的采样



采样示意图



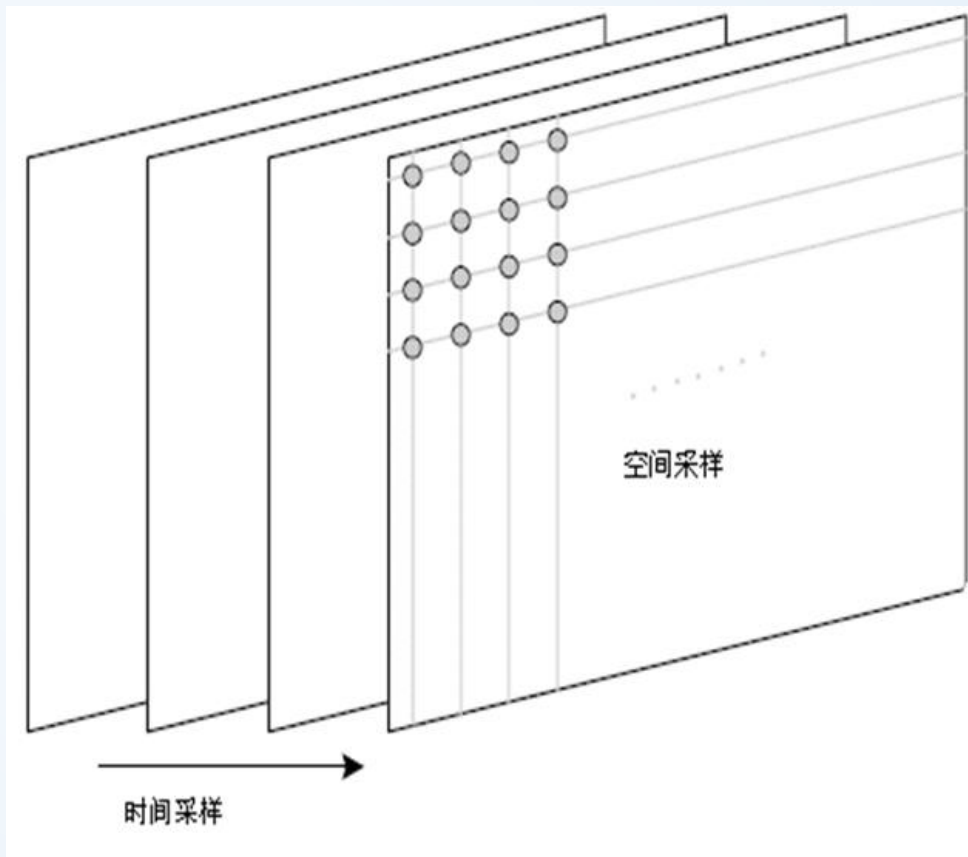
用矩阵理论表示数字图像



# 图像的数字化

## 数字图像的采样

- 对于运动图像，即时间域上的连续图像，需要先在时间轴上采样，再沿垂直方向采样，最后沿水平方向采样。





# 图像数字化

## 与采样相关的分辨率概念

- **空间分辨率**是指映射到图像平面上的**单位尺寸范围内的像素的数量**,

**单位：像素/英寸，像素/厘米**

或者是指要精确测量和再现**一定尺寸的图像所必须的像素个数**。

**单位：像素×像素**

- 当对一幅图像采样时，若每行（横向）像素为M个，每列（纵向）像素为N个，则图像大小为**MXN**个像素。
- 一般来说，采样间隔越大，所得图像像素数越少，**空间分辨率**低，质量差，严重时出现马赛克效应；
- 采样间隔越小，所得图像像素数目越多，**空间分辨率**高，图像质量好，但数据量大。



## 图像空间分辨率：

(f)  $8 \times 8$







# 图像的数字化

## 空间分辨率

采样点数越高，图像细节越好；采样点数越低，图像越容易出现马赛克效应。



(a)



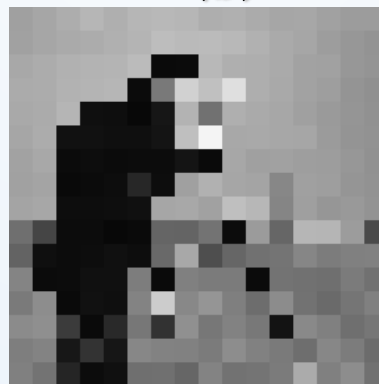
(b)



(c)



(d)



(e)



(f)

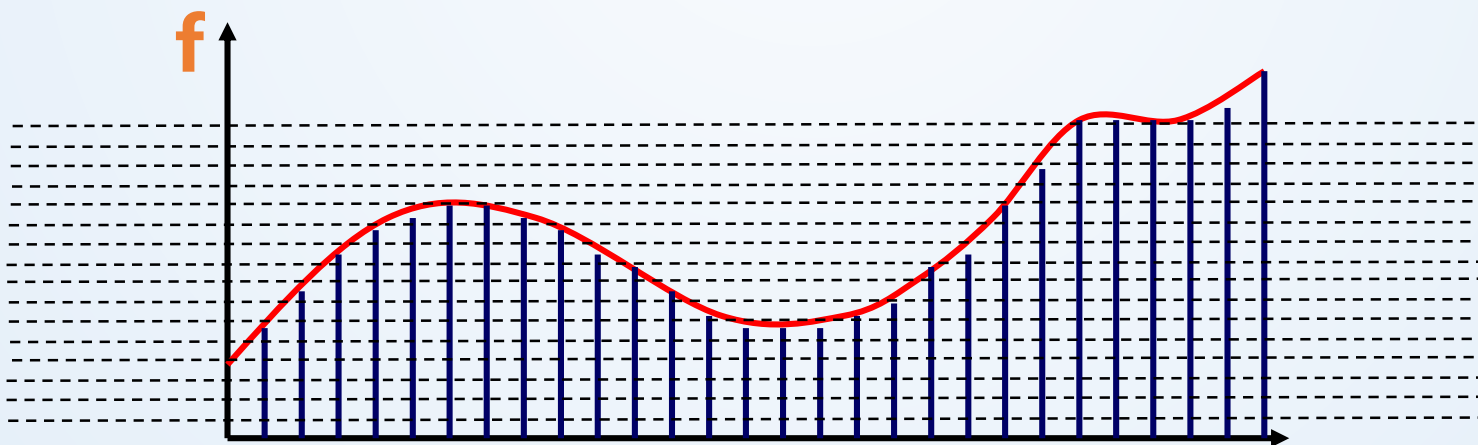
(a)  $256 \times 256$ , (b)  $128 \times 128$ , (c)  $64 \times 64$ , (d)  $32 \times 32$ , (e)  $16 \times 16$ , (f)  $8 \times 8$



# 图像的数字化

## 数字图像的量化

- 模拟图像经过采样后，在空间上离散化为像素。但经过采样所得到的像素值仍是连续量。
- 把采样后所得的各像素的灰度值从连续值转换到离散量的过程称为图像灰度的量化。





# 图像的数字化的

## 数字图像的量化

■ 离散的灰度值取值的个数，称为**量化级数**。像素灰度的量化级数，也就是**灰度级数**。例如：如果灰度级数为**256**，则像素的量化级为**256**；像素灰度取值范围为**0~255**（黑~白）之间的整数，像素值量化后用**一个字节（8位）**来表示。

- **灰度**——表示图像像素**明暗程度**的数值
- **灰度级**——表示图像中**不同灰度的最大数量**

256级灰度



16级灰度



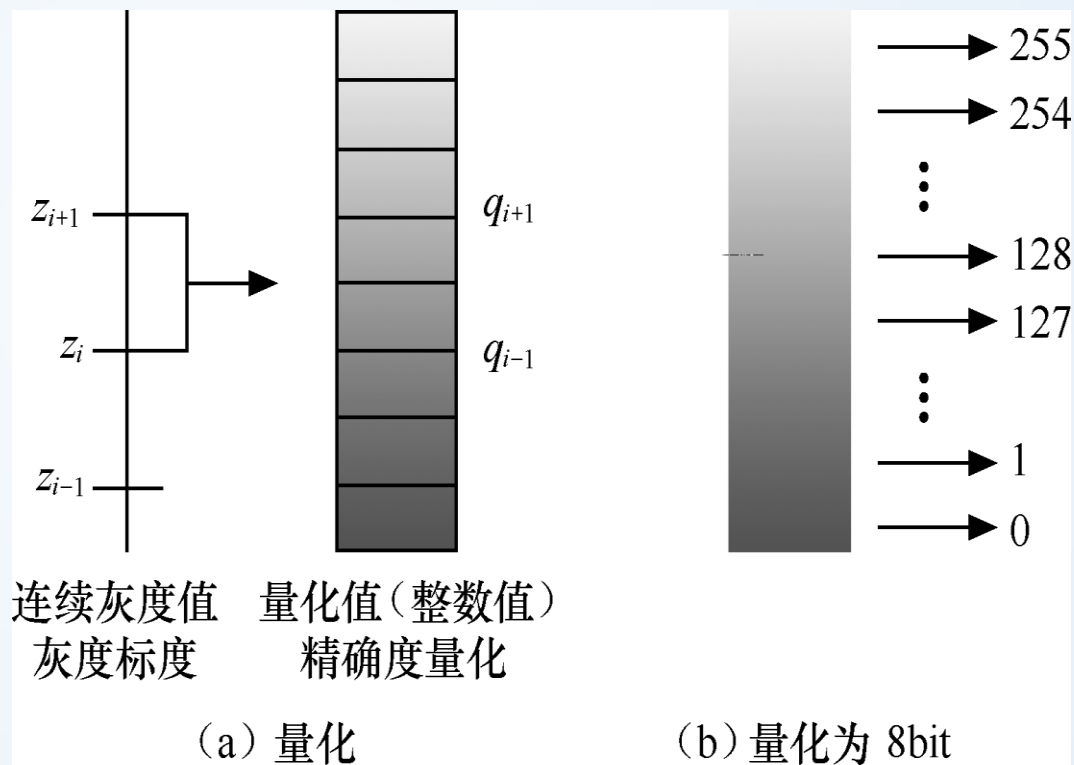


# 图像的数字化的

## 数字图像的量化

### 均匀量化:

- 将图像的整个灰度范围平均分为N段，N一般为2的整数次幂；
- 每一段的灰度值用该段中心的灰度值表示；
- 依次为每个段的灰度值分配二进制码字





# 图像数字化

## 与量化相关的分辨率概念

- **幅度分辨率**是指描述像素灰度的**量化等级**，即**灰度级数G**
- 量化等级越多，则图像的幅度分辨率越高，图像质量越好，图像数据量越大
- 量化等级越少，图像层次欠丰富，灰度分辨率低，会出现**假轮廓**现象，图像质量变差，但数据量小
- 充分考虑到人眼的识别能力，目前非特殊用途的图像均为**8bits**（**256级量化**）



# 图像的数字化

# 数字图像的量化



## 像素的量化级数:

(a) 256

(b) 64

(c) 32

(d) 16

(e) 4

(f) 2

## 图像的量化示例





# 图像的数字化

## 数字图像的量化



(a) 256级



(b) 128级



(c) 64级



(d) 32级



(e) 16级



(f) 8级



(g) 2级

采样点一定量化级数变化对图像质量的影响







# 图像数字化

## 数字图像的数据量

一幅数字化图像，设其每行像素数为N，×每列像素数为M，每个像素值占用位数为Q，则其**总数据量**是：

$$B = M \times N \times \frac{Q}{8} \quad (\text{Byte})$$

该图像的量化级数为：  $2^Q$



# 主要内容

Main Content

人类视觉基础

图像的数字化

数字图像的表达形式

像素间的基本关系

数字图像的代数运算



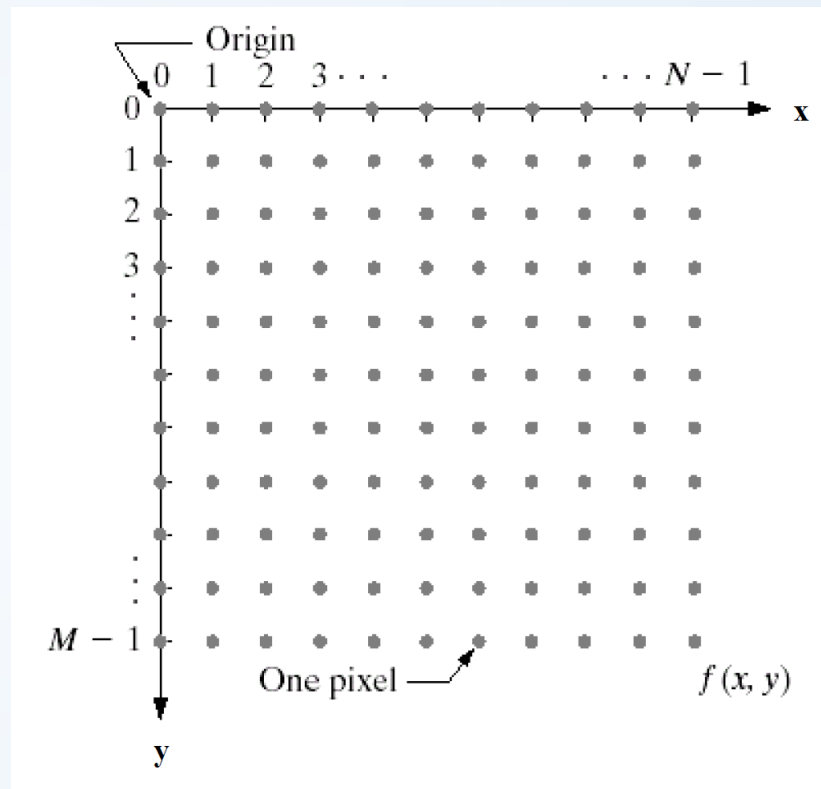




# 数字图像的表达形式

## ■ 数字图像的像素

- 数字图像由M行、N列像素组成
- 每个像素存储一个灰度值



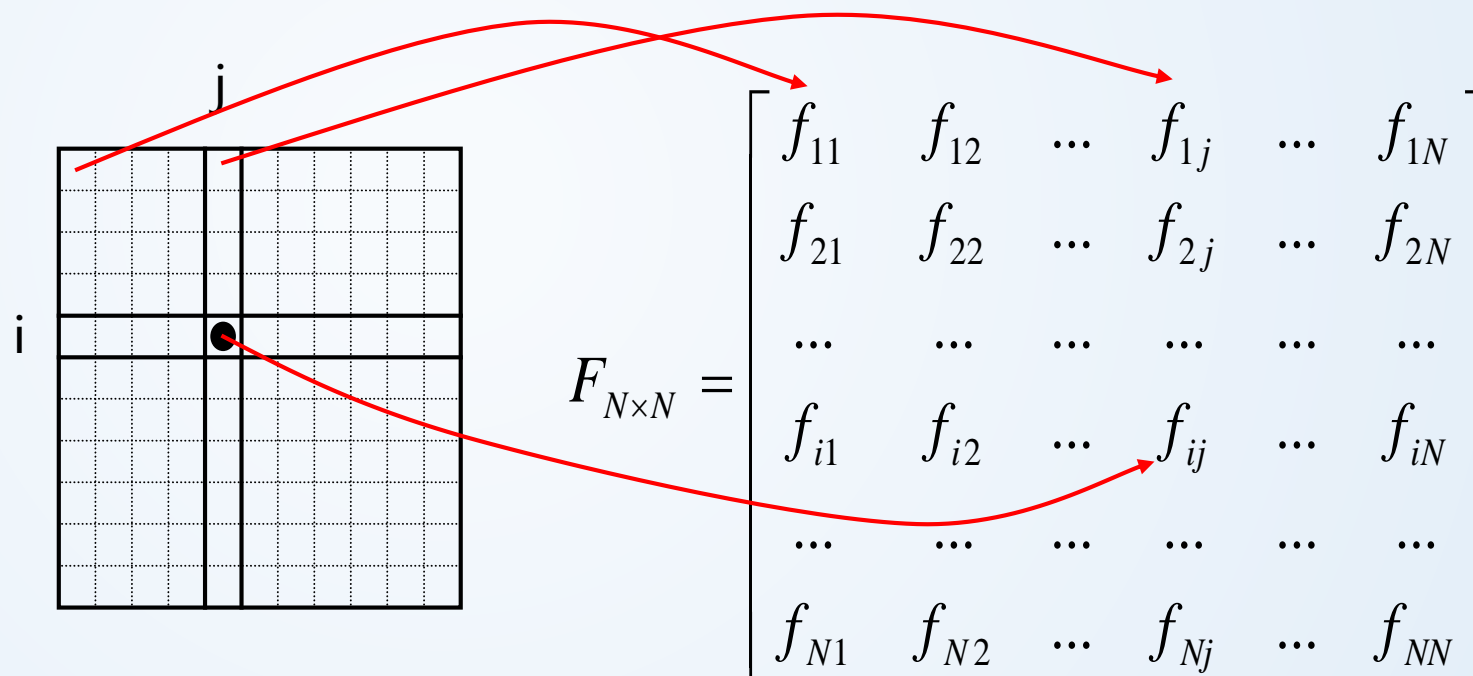
图中每个点代表一个像素点



# 数字图像的表达形式

## 数字图像的矩阵表示

数字图像中  
的每个像素  
对应矩阵中  
的一个元素

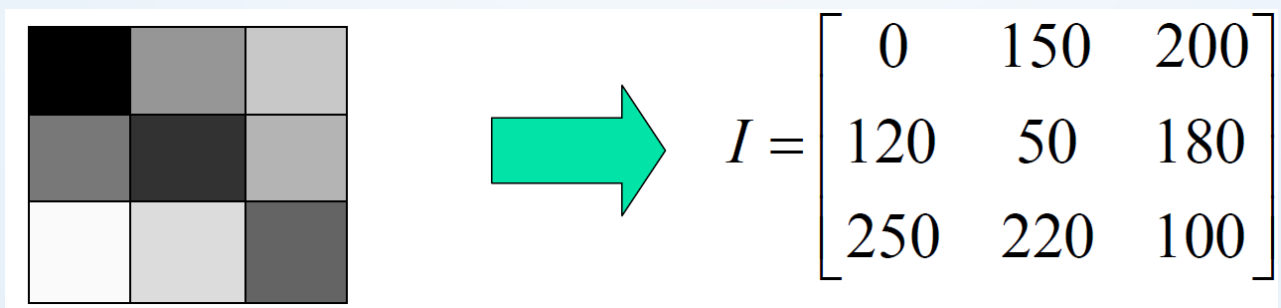




# 数字图像表示形式

## 图像模式——（1）灰度图像

- **灰度图像**指图像中每个像素的信息由一个**量化的灰度级**来描述，用来表示该点的**亮度**水平，**没有颜色信息**。
- 通常用**一个字节**来存储灰度值，可以表达的灰度级为**256**（ $2^8=256$ ），即像素灰度值的取值区间为**[0, 255]**。“0”表示纯黑色，“255”表示纯白色。
- 人眼对灰度的分辨能力通常在**20~60**级，因此以字节为单位，既保证了人眼的分辨力，又符合计算机的习惯。
- 在特殊应用中，可能采用更高的灰度级，比如CT，采用12位或16位。

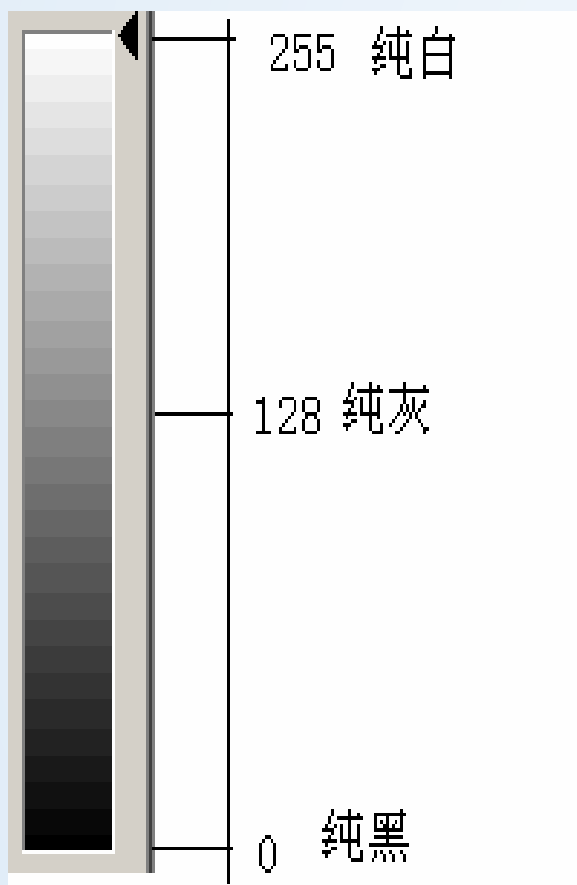




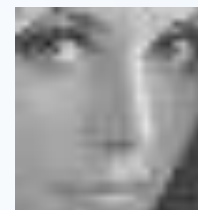
# 数字图像的表现形式

## ➤ 灰度级

## 灰度图像(128x128)及其对应的数值矩阵



(仅列出一部分(26x31))



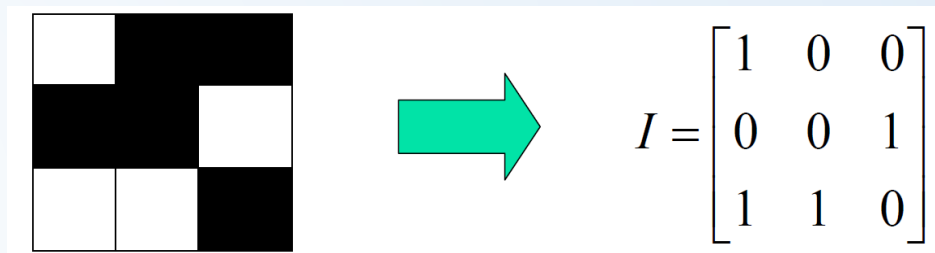
```
125,153,158,157,127,70,103,120,129,144,144,150,150,147
,150,160,165,160,164,165,167,175,175,166,133, 60,
133,154,158,100,116,120, 97, 74, 54, 74, 118,146,
148,150,145,157,164,157,158,162,165,171,155,115, 88, 49,
155,163, 95,112,123,101,137,108, 81, 71, 63,
81,137,142,146,152,159,161,159,154,138, 81, 78, 84, 114,
95, 167, 69, 85, 59, 65, 43, 85, 34, 69,78,104,101, 117, 132,
134,149,160,165,158,143,114, 99, 57, 45, 51,57,
```



# 数字图像表示形式

## 图像模式——（2）二值图像

- **二值图像**指图像中每个像素只能为黑或者白，没有中间的过渡，二值图像只有两个灰度级：0和1，理论上只需要一位二进制位来表示。
- 在文字识别、图样识别等应用中，灰度图像一般要经过二值化处理得到二值图像，二值图像中的黑或者白用来表示不需要进一步处理的背景和需要进一步处理的前景目标，以便于对目标进行识别。



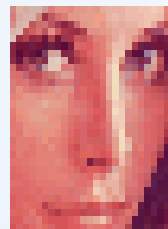


# 数字图像表示形式

## 图像模式—— (3) 彩色图像

- **彩色图像**是指每个像素的信息由**RGB三原色**构成的图像，其中**RGB**由不同的灰度级来描述
- 每个像素用**红、绿、蓝**三元组来表示。
- 通常，三元组的每个数值也是在**0到255**之间，**0**表示相应的基色在该像素中没有，而**255**则代表相应的基色在该像素中取得最大值。这种情况下每个像素可用三个字节来表示。

### 彩色图象(128x128)及其对应的数值矩阵（仅列出一部分(25x31)）



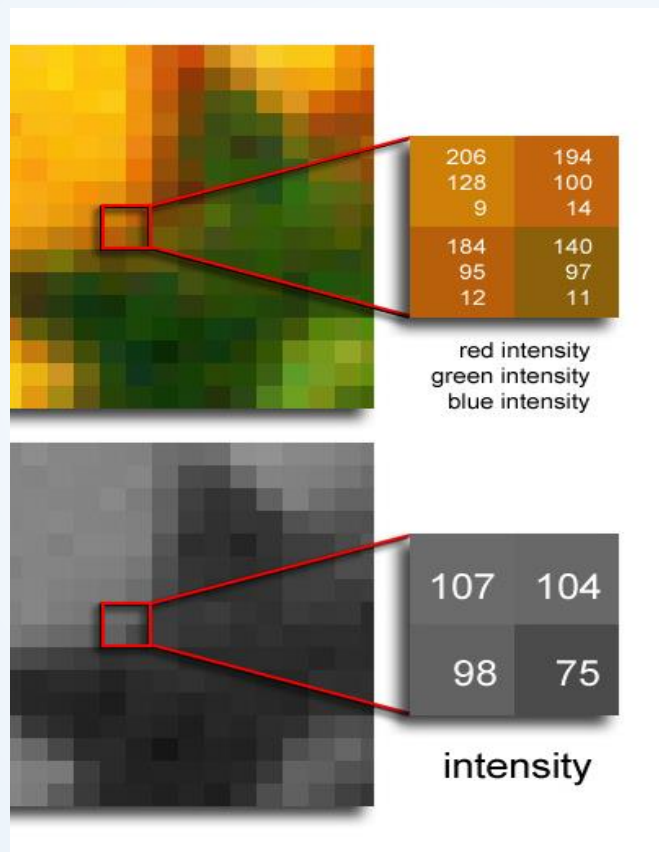
(207,137,130)	(220,179,163)	(215,169,161)	(210,179,172)	(210,179,172)	(207,154,146)
(217,124,121)	(226,144,133)	(226,144,133)	(224,137,124)	(227,151,136)	(227,151,136)
(226,159,142)	(227,151,136)	(230,170,154)	(231,178,163)	(231,178,163)	(231,178,163)
(236,187,171)	(236,187,171)	(239,195,176)	(239,195,176)	(240,205,187)	(239,195,176)
(231,138,123)	(217,124,121)	(215,169,161)	(216,179,170)	(216,179,170)	(207,137,120)
(159, 51, 71)	(189, 89,101)	(216,111,110)	(217,124,121)	(227,151,136)	(227,151,136)
(226,159,142)	(226,159,142)	(237,159,135)	(237,159,135)	(231,178,163)	(236,187,171)
(231,178,163)	(236,187,171)	(236,187,171)	(236,187,171)	(239,195,176)	(239,195,176)
(236,187,171)	(227,133,118)	(213,142,135)	(216,179,170)	(221,184,170)	(190, 89, 89)
(204,109,113)	(204,115,118)	(189, 85, 97)	(159, 60, 78)	(136, 38, 65)	(160, 56, 75)
(204,109,113)	(227,151,136)	(226,159,142)	(237,159,135)	(227,151,136)	





# 数字图像的表现形式

## 彩色图像和灰度图像的表现



红，绿，  
蓝三分量

强度  
分量

# 主要内容

Main Content

人类视觉基础

图像的数字化

数字图像表示形式

像素间的基本关系

数字图像的代数运算



# 像素间的基本关系

---

像素间基本关系的描述是像素邻域操作算法的基础。像素邻域处理方法是许多图像增强和恢复技术的核心内容。

- 相邻像素
- 邻接性、连通性、区域和边界
- 距离度量



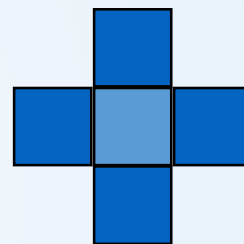
# 像素间的基本关系

## 相邻像素-邻域

### 1. 像素的4-邻域

坐标为  $(x, y)$  的像素  $p$  有4个水平和垂直的相邻像素，坐标分别为： $(x+1, y)$ ,  $(x-1, y)$ ,  $(x, y+1)$ ,  $(x, y-1)$ ，这个像素集称为  $p$  的4邻域。

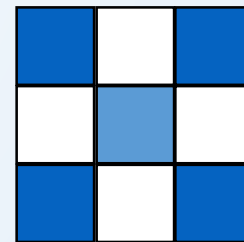
$N_4(p)$



### 2. 像素的4-对角邻域

坐标为  $(x, y)$  的像素  $p$  有4个对角相邻像素，其坐标分别为： $(x-1, y-1)$ ,  $(x-1, y+1)$ ,  $(x+1, y-1)$ ,  $(x+1, y+1)$ ，记为  $N_D(p)$ 。

$N_D(p)$





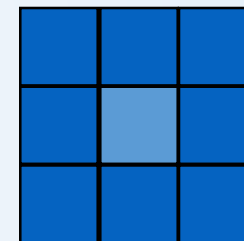
# 像素间的基本关系

## 相邻像素-邻域

### 3. 像素的8-邻域

把像素p的4-对角邻域像素和4-邻域像素组成的集合称为像素p的8-邻域，记为 $N_8(p)$ 。

$N_8(p)$





# 像素间的基本关系

## 相邻像素-邻接性

像素的邻域仅说明了两个像素在位置上的关系，若再加上灰度取值相同或相近，则称两个像素邻接。

两个像素p和q邻接的条件：

(1) **相邻**：p(m, n)和q(s, t)位置上满足相邻，即

4相邻：  $(m, n) \in N_4(q)$  或者  $(s, t) \in N_4(p)$ ;

8相邻：  $(m, n) \in N_8(q)$  或者  $(s, t) \in N_8(p)$ ;

(2) **灰度值相近**，即称为灰度值相近（似）准则。

$p \in V$  和  $q \in V$ , 其中  $V = \{v_1, v_2, \dots\}$



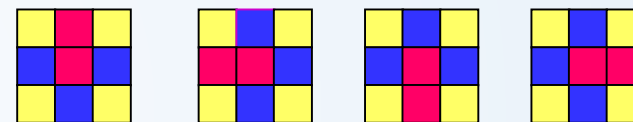


# 像素间的基本关系

## 相邻像素-邻接性

令  $V$  是用于定义邻接性的灰度值集合（相似性准则）

(1) **4-邻接**: 若像素  $p$  和  $q$  的灰度值均属于  $V$  中的元素, 且  $q$  在  $N_4(p)$  中, 则  $p$  和  $q$  是 4 邻接的.



(2) **8-邻接**: 若像素  $p$  和  $q$  的灰度值均属于  $V$  中的元素, 且  $q$  在  $N_8(p)$  集中, 则  $p$  和  $q$  是 8 邻接的.





# 像素间的基本关系

## 相邻像素-邻接性

4-邻接与8-邻接的关系：**4-邻接必8-邻接，反之不一定成立。**

两种邻接及其关系见下图所示，相似性准则为 $V=\{1\}$ ，其中p与q 4-邻接，也是8-邻接；q与r 8-邻接但非4-邻接。

	<b>p</b>	
	<b>q</b>	
<b>r</b>		

(1) 像素标记

0	1	0
0	1	0
1	0	0

(2) 像素取值

0	1	0
0	1	0
1	0	0

(3) 4邻接

0	1	0
0	1	0
1	0	0

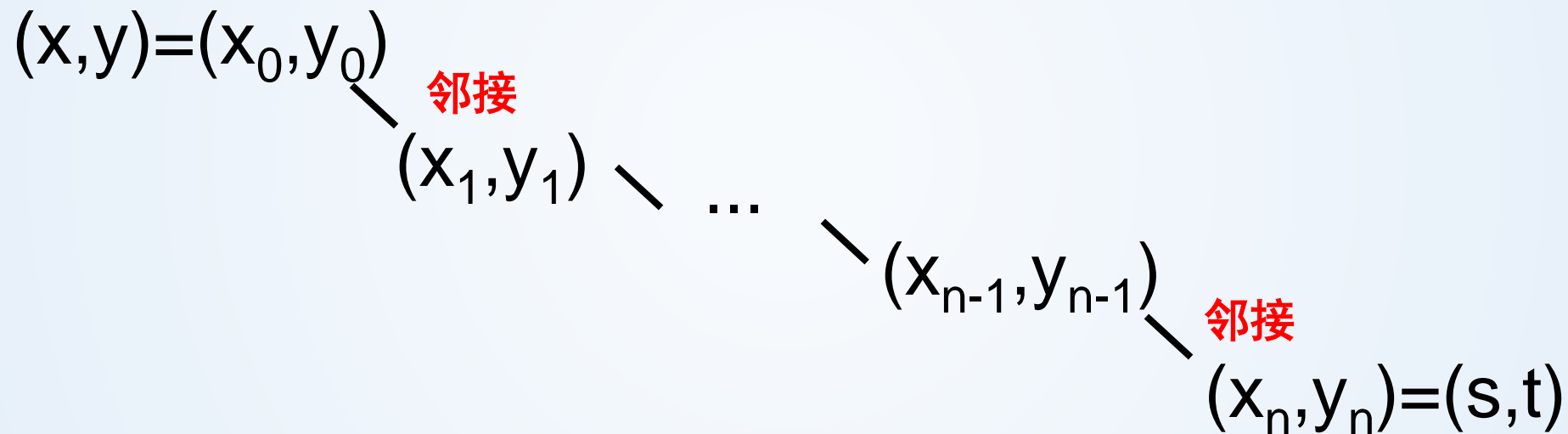
(4) 8邻接



# 像素间的基本关系

## 通路和连通性

两个像素 $p=(x, y)$ 和 $q=(s, t)$ 之间的**通路**:



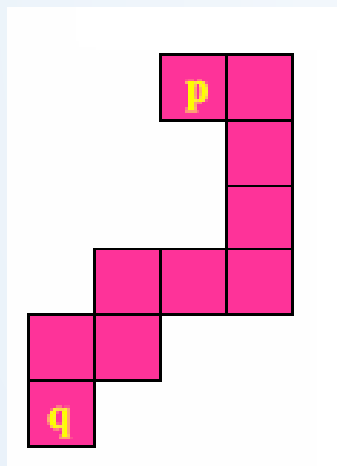
如果在 $p$ 和 $q$ 之间有一条通路，则称 $p$ 和 $q$ 是**连通**的。若 $p=q$ ，则形成的通路为**闭合通路**。



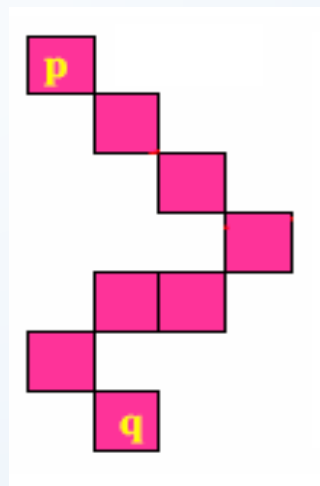
# 像素间的基本关系

## 连通性

由不同通路形成不同种类的连通：**4-连通**，**8-连通**。



4-连通



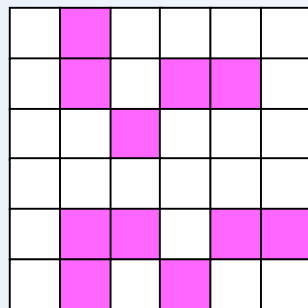
8-连通



# 像素间的基本关系

## 连通集

将相连通的像素的集合称为一个连通集。

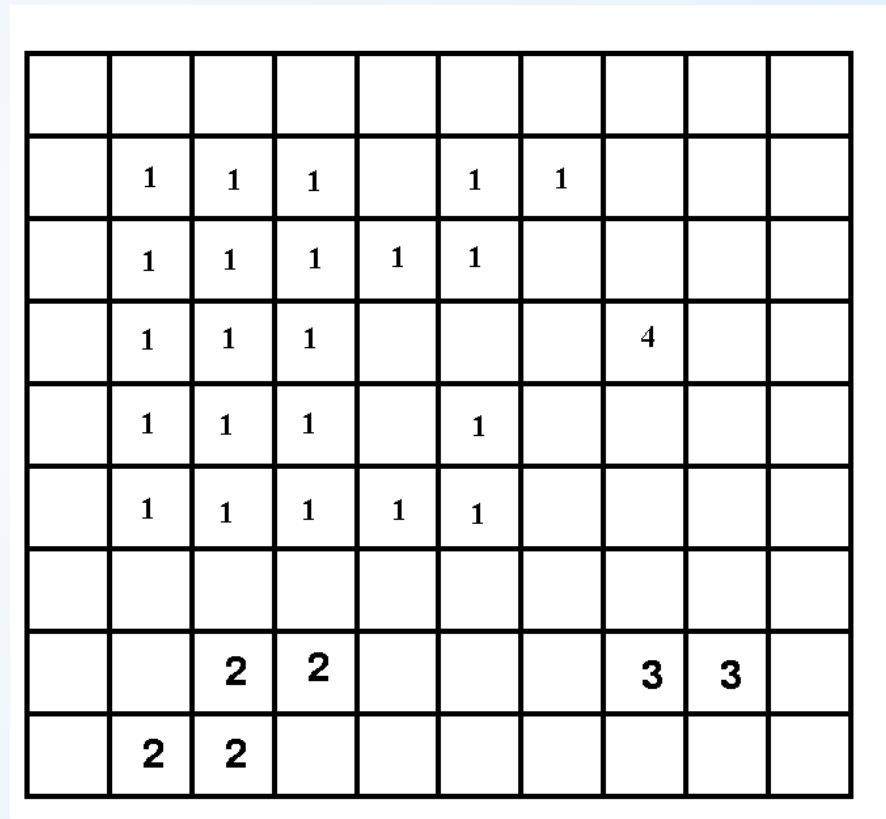
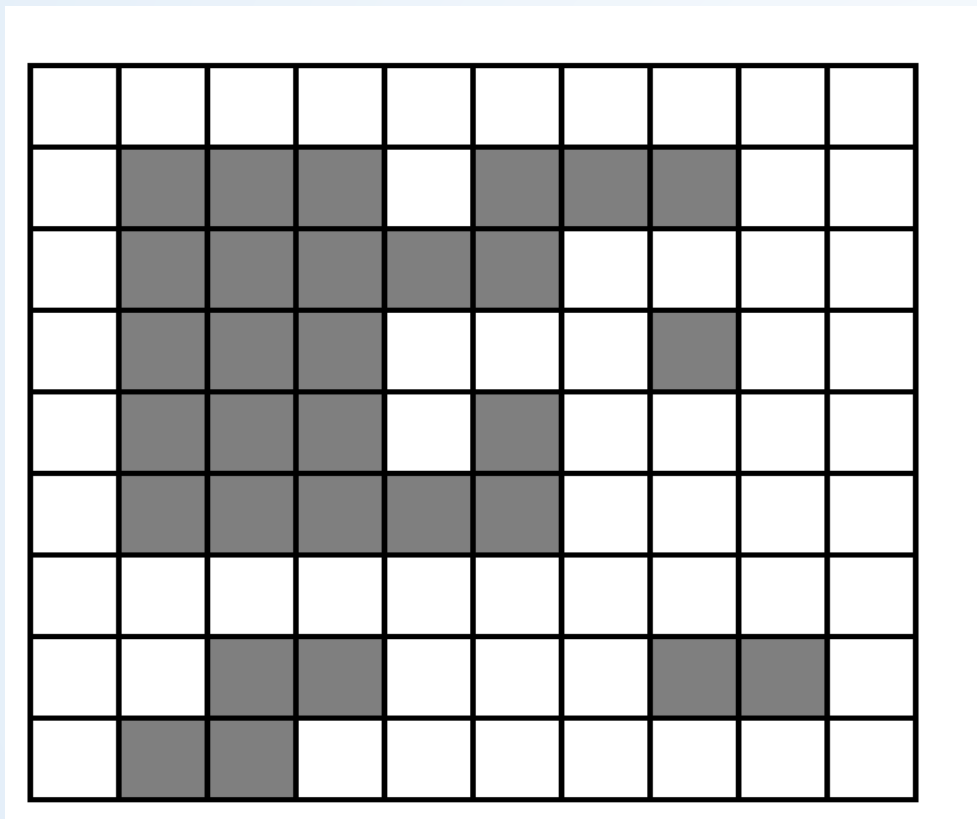


- 4-连通意义下为6个连通集
- 8-连通意义下为2个连通集



# 像素间的基本关系

## 连通集







# 像素间的基本关系

## 区域

设 $R$ 是图像中的像素子集，如果 $R$ 是连通集，则称 $R$ 为一个区域。

## 边界

边界指区域中的这样一些元素集合，其有一个或多个邻域象素不在该区域当中。边界是闭合路径。

可以看到：通过统计 **区域的个数**，即可获得提取的 **目标物的个数**



# 像素间的基本关系

## 像素的距离

对于像素 $p(x, y)$ 、 $q(u, v)$ 和 $r(w, z)$ ，如果存在函数 $D$ 满足以下条件：

- (1)  $D(p, q) \geq 0$  ( $D(p, q) = 0$ ，当且仅当 $p = q$ ，即 $p$ 和 $q$ 是指同一像素)；
- (2)  $D(p, q) = D(q, p)$ ；
- (3)  $D(p, r) \leq D(p, q) + D(q, r)$ 。

则 $D$ 是距离度量函数。



# 像素间的基本关系

## 欧氏距离

像素 $p(x,y)$ 和 $q(u,v)$ 之间的欧氏

(Euclidean) 距离定义为:

$$D_e(p,q)=[(x-u)^2+(y-v)^2]^{1/2}$$

也即, 所有距像素点 $(x,y)$ 的欧氏距离小于或等于 $d$ 的像素都包含在以 $(x,y)$ 为中心,以 $d$ 为半径的圆平面中。

$2\sqrt{2}$	$\sqrt{5}$	2	$\sqrt{5}$	$2\sqrt{2}$
$\sqrt{5}$	$\sqrt{2}$	1	$\sqrt{2}$	$\sqrt{5}$
2	1	0	1	2
$\sqrt{5}$	$\sqrt{2}$	1	$\sqrt{2}$	$\sqrt{5}$
$2\sqrt{2}$	$\sqrt{5}$	2	$\sqrt{5}$	$2\sqrt{2}$



# 像素间的基本关系

## 街区距离

像素 $p(x, y)$ 和 $q(u, v)$ 之间的 $D_4$ 距离，  
也即街区 (city-block) 距离，定义  
为：

$$D_4(p, q) = |x - u| + |y - v|$$

也即，所有相距像素点 $(x, y)$ 的 $D_4$ 距离  
小于或等于 $d$ 的像素组成一个中心点在  
 $(x, y)$ 的菱形。

4	3	2	3	4
3	2	1	2	3
2	1	0	1	2
3	2	1	2	3
4	3	2	3	4



# 像素间的基本关系

## 棋盘距离

像素 $p(x, y)$ 和 $q(u, v)$ 之间的 $D_8$ 距离，也即棋盘距离，定义为：

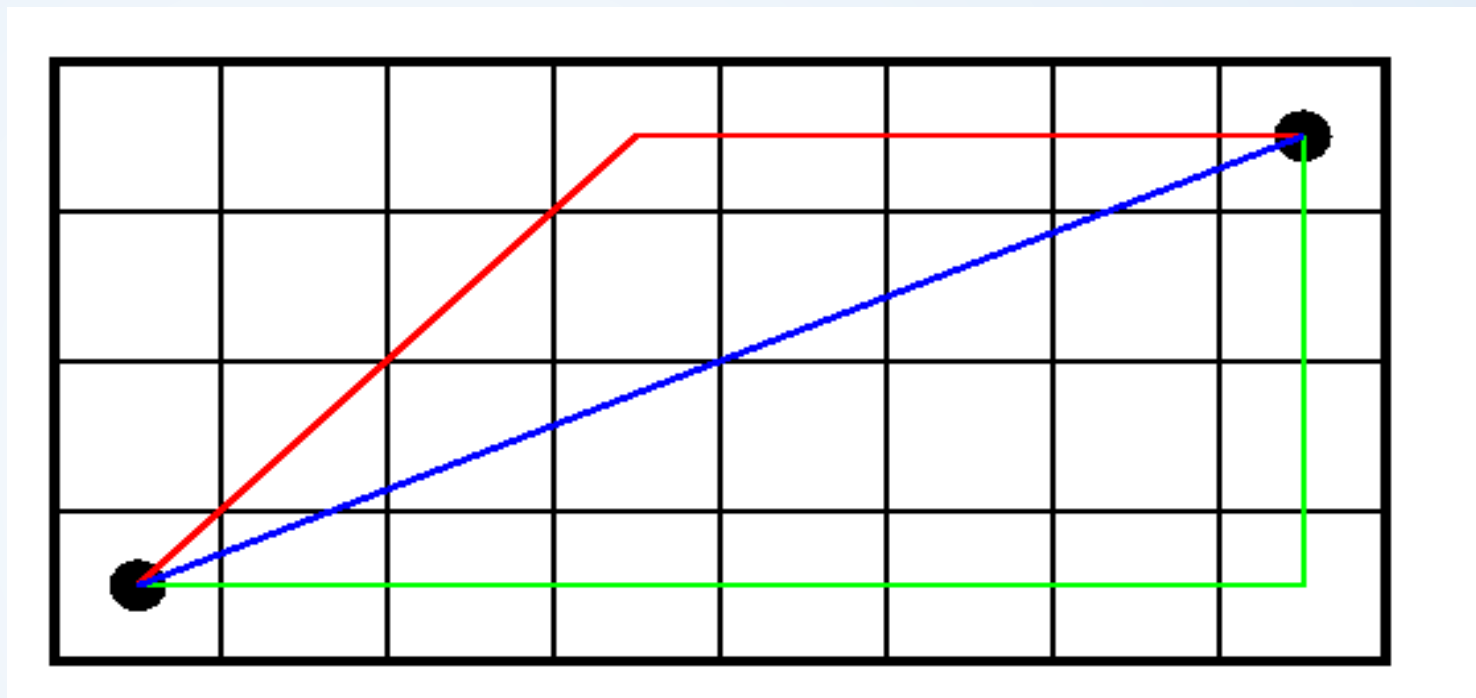
$$D_8(p, q) = \max(|x-u|, |y-v|)$$

也即，所有距像素点 $(x, y)$ 的 $D_8$ 距离小于或等于 $d$ 的像素组成一个中心点在 $(x, y)$ 的方形。

2	2	2	2	2
2	1	1	1	2
2	1	0	1	2
2	1	1	1	2
2	2	2	2	2



## 三种距离的比较



## 欧式距离

## 街区距离, 4-邻接路径所需步数

## 棋盘距离, 8-邻接路径所需步数

$$\sqrt{7^2 + 3^2}$$

$$\text{max}(7, 3) = 4 + 3$$



# 主要内容

Main Content

人类视觉基础

图像的数字化

数字图像的表达形式

像素间的基本关系

数字图像的代数运算



# 数字图像的代数运算

图像的代数运算是指两幅输入图像对应像素间的一对一的灰度值相加、相减、相乘和相除运算。

加法:  $g(x, y) = f_1(x, y) + f_2(x, y)$

减法:  $g(x, y) = f_1(x, y) - f_2(x, y)$

乘法:  $g(x, y) = f_1(x, y) \times f_2(x, y)$

除法:  $g(x, y) = f_1(x, y) \div f_2(x, y)$



# 数字图像的代数运算

## 加法运算的应用——去除“加性噪声” (1)

对于原图像  $f(x, y)$ , 有一个噪音图像集  $\{g_i(x, y)\}$ ,  $i = 1, 2, \dots, M$ ,

其中:  $g_i(x, y) = f(x, y) + e_i(x, y)$

$$\underbrace{g(x, y)}_{\text{混入噪声的图像}} = \underbrace{f(x, y)}_{\text{原始图像}} + \underbrace{e(x, y)}_{\text{随机噪声}}$$

M个图像的均值为:

$$\begin{aligned}\bar{g}(x, y) &= \frac{1}{M} \sum_{i=1}^M [f_i(x, y) + e_i(x, y)] \\ &= f(x, y) + \frac{1}{M} \sum_{i=1}^M e_i(x, y)\end{aligned}$$

当: 噪音  $e_i(x, y)$  为互不相关, 且均值为0时, 上述**图像均值将降低噪音的影响**。



# 数字图像的代数运算

## 加法运算的应用——去除“加性噪声” (2)

$$\begin{aligned}\bar{g}(x, y) &= \frac{1}{M} \sum_{i=1}^M [f_i(x, y) + e_i(x, y)] \\ &= f(x, y) + \frac{1}{M} \sum_{i=1}^M e_i(x, y)\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\because E\{\bar{g}(x, y)\} &= E\left\{\frac{1}{M} \sum_{i=1}^M g_i(x, y)\right\} = \frac{1}{M} \sum_{i=1}^M E\{g_i(x, y)\} \\ &= \frac{1}{M} \sum_{i=1}^M \{E[f_i(x, y)] + E[e_i(x, y)]\} \\ &= \frac{1}{M} \sum_{i=1}^M f_i(x, y) = f(x, y)\end{aligned}$$

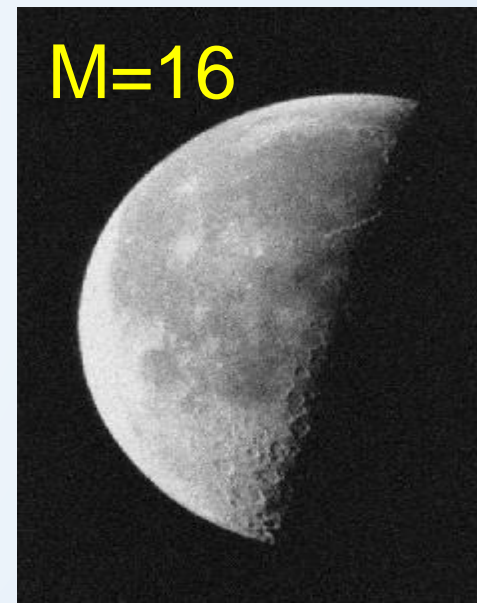
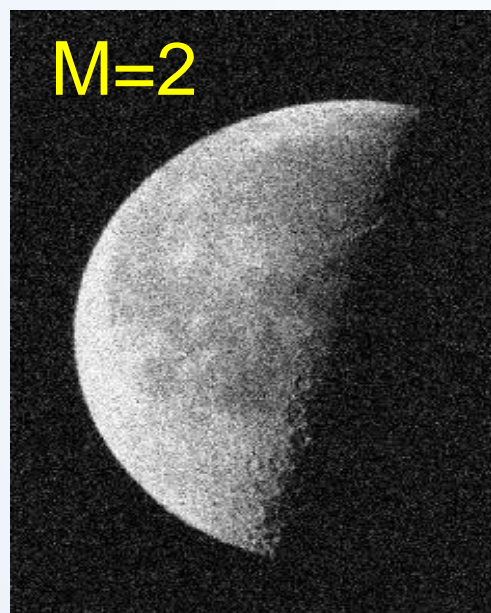
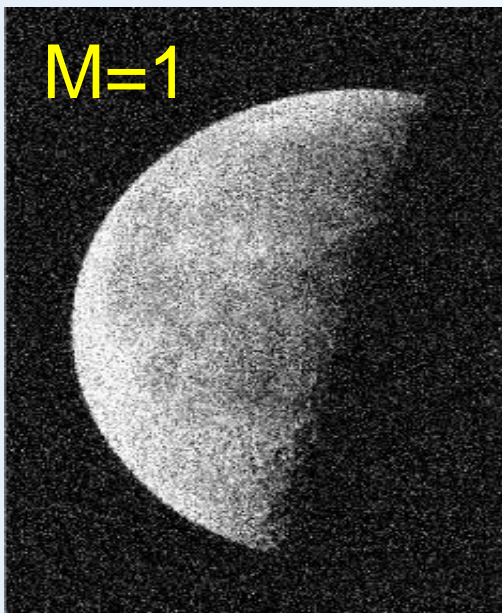
则  $\bar{g}(x, y)$  是  $f(x, y)$  的无偏估计

利用同一景物的多幅  
图像取平均，可以消  
除噪声。一般选8幅取  
平均。



# 数字图像的代数运算

## 加法运算的应用——去除“加性噪声” (3)

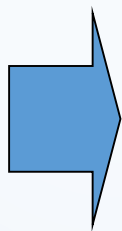






# 数字图像的代数运算

## 加法运算的应用——生成图像叠加效果







# 数字图像的代数运算

## 减法运算的应用——检测同一场景两幅图像之间的变化

设：时刻1的图像为  $T_1(x, y)$ ,

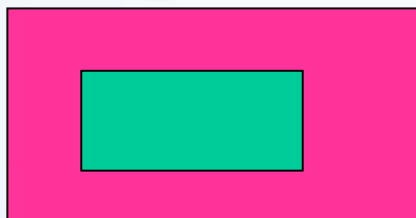
时刻2的图像为  $T_2(x, y)$

$$g(x, y) = T_2(x, y) - T_1(x, y)$$

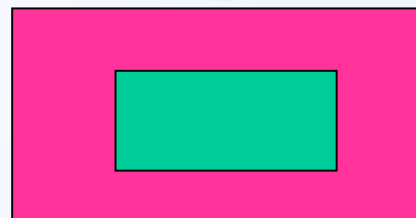
$g(x, y)$



$T_1(x, y)$



$T_2(x, y)$

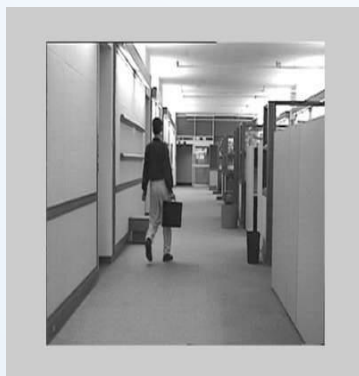


=

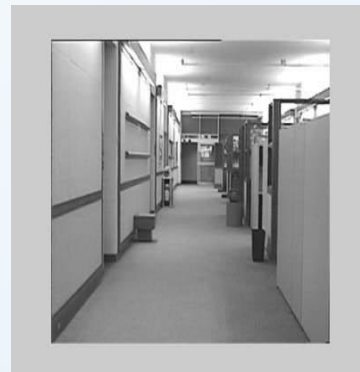
-



=



-



差影法



# 数字图像的代数运算

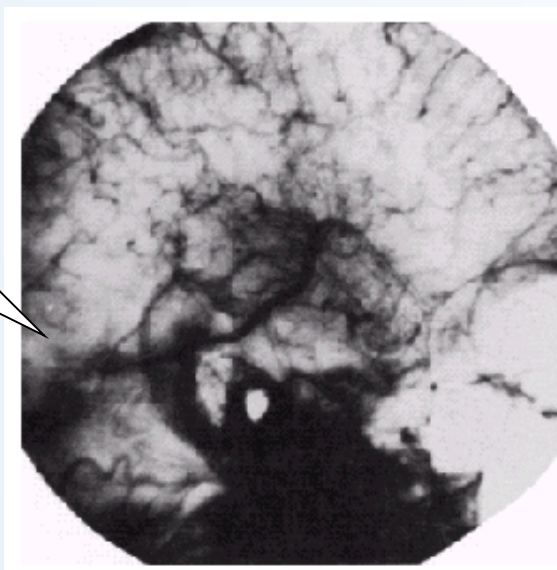
## 减法运算的应用——去除不需要的叠加性图案

设：背景图像 $b(x, y)$ ，前景背景混合图像 $f(x, y)$

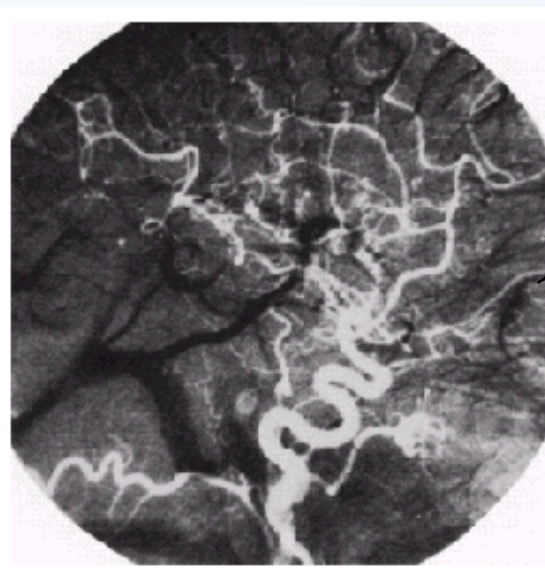
$$g(x, y) = f(x, y) - b(x, y)$$

$g(x, y)$  为去除了背景图像

背景  
图像



(a) 从病人头顶向下拍摄的X光照片



差值  
图像

(b) 碘元素注入后拍摄的X光照片与背景图像的差值



# 数字图像的代数运算

## 乘法运算的应用——图像的局部显示



掩膜图像

对于需要保留下来的区域，掩膜图像的值置为1，而在需要被抑制掉的区域，掩膜图像的值置为0。原图像乘上掩膜图像，可抹去图像的某些部分。



# 数字图像的代数运算

## 乘法运算的应用——改变图像的灰度



(a) 原图



(b) 乘以1.2



(c) 乘以2

乘法运算结果



武汉大学  
*Wuhan University*

谢谢!

2018.9.12.

