**2.20** 设总体，其中未知，；是取自这个总体的一个样本. 试证，是的有效估计.

解：①集合与参数无关；

②，

，

即的无偏估计的下界为；

③又，故是的有效估计.

**2.21** 设总体，其中未知，；是取自这个总体的一个样本. 试证，是待估函数的有效估计.

解：①集合与参数无关；记；

②，

，

即的无偏估计的下界为；

③又，故是的有效估计.

**2.22** 设总体，其中未知，；是取自这个总体的一个样本，. （1）试证，不是的无偏估计；（2）试证，是的无偏估计；（3）试求的估计量的效率.

解：（1）计算可得，

故不是的无偏估计；

（2）由样本及统计量性质即得，

因此是的无偏估计；

（3）①集合与参数无关；记；

②

，

，

即的无偏估计的下界为；

③又，

故的估计量的效率为.