

Sciences  
Industrielles de  
l'Ingénieur

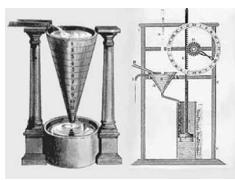
## Découverte des Systèmes Linéaires Continus et Invariants Analyse, Modélisation, Résolution

### Cours

## Chapitre 1 Introduction aux Systèmes Linéaires Continus Invariants

### Savoirs et compétences :

- A-C11.1 : Définition et structure d'un système asservi : chaîne directe (ou chaîne d'action), chaîne de retour (ou chaîne d'acquisition), comparateur et écart.
- A-C11.2 : Consigne, perturbation.
- A-C11.3 : Régulation, poursuite.
- A-C11.4 : Définition des performances : rapidité, précision et stabilité.



Horloge à eau (II<sup>e</sup>s. av. J.C.)



Robot Nao (XXI<sup>e</sup>s.)

<p><b>1 Historique</b></p> <p>1.1 La mesure du temps ..... 2 1.2 L'automatisation du calcul ..... 2 1.3 La régulation ..... 2 1.4 Les automates ..... 3 1.5 L'automatisation des tâches ..... 3 1.6 L'arrivée de l'électronique ..... 3 1.7 La robotique ..... 3</p> <p><b>2 Les systèmes automatisés</b></p> <p>2.1 Présentation ..... 4 2.2 Définitions ..... 5 2.3 Nature des informations ..... 6</p> <p><b>3 Structure des systèmes asservis</b></p> <p>3.1 Structure en blocs ..... 7 3.2 Schéma bloc ..... 8</p> <p><b>4 Performance des systèmes asservis</b></p> <p>4.1 Précision des systèmes ..... 10 4.2 Rapidité des systèmes ..... 10 4.3 Stabilité des systèmes ..... 10</p>	<p><b>2</b></p> <p><b>4</b></p> <p><b>6</b></p> <p><b>10</b></p>
---	--

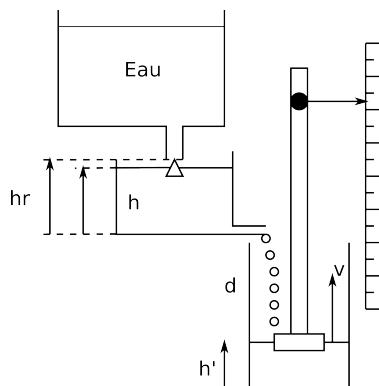
## 1 Historique

L'automatique a pour origine étymologique le mot grec *automatos* qui signifie « qui se meut de soi-même ». Historiquement, cette science est plutôt née de techniques permettant de mettre en œuvre la régulation de systèmes.

Très tôt, les hommes ont donc chercher à automatiser des tâches afin d'améliorer le confort de leur existence ou pour améliorer leur sécurité. Plus tard, avec l'essor de l'industrie au XIX<sup>e</sup> siècle, les hommes chercheront à automatiser les tâches répétitives et délicates afin d'accroître la productivité et d'améliorer la précision.

### 1.1 La mesure du temps

Dès l'antiquité s'est posé le problème de compter le temps. Dans le but d'améliorer la précision des clepsydres, Ctésibios d'Alexandrie, en 270 av. JC développa un système innovant. En s'apercevant que le débit d'un fluide devenait constant en maintenant une hauteur d'eau constante, il introduit un réservoir entre la source d'eau et réservoir aval. Un flotteur situé dans ce dernier et relié à une règle permet de mesurer le temps.



$h_r$  : hauteur de référence pour obtenir le débit voulu en sortie

$h$  : hauteur courante dans le réservoir intermédiaire

$v$  : vitesse d'ascension de l'indicateur de temps

$h'$  : hauteur d'eau dans le réservoir de sortie

### 1.2 L'automatisation du calcul

Pour faciliter le travail de son père, surintendant de Haute Normandie, Pascal mis au point la Pascaline, machine à calculer qui permettait de réaliser de façon automatique addition, soustraction et multiplication.



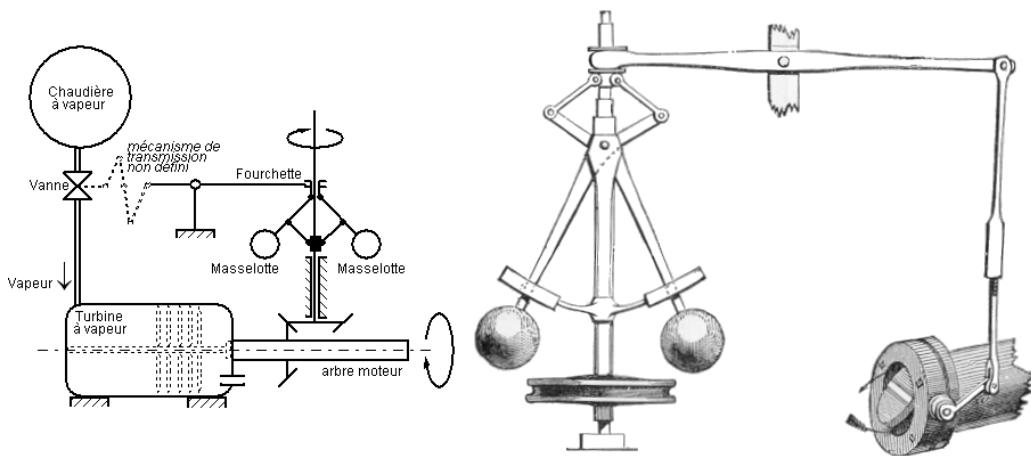
Machine à calculer de Pascal (XVII<sup>e</sup>s.)

### 1.3 La régulation

Dans le but de réguler la vitesse de rotation des machines à vapeur, James Watt fut un des premiers ingénieurs à inventer un mécanisme à rétroaction.

Il utilisa pour cela un mécanisme rotatif équipé de deux boules reliées à la sortie d'une machine à vapeur. En tournant, et par le biais des forces d'inertie, les deux boules étaient animées d'un mouvement d'élévation. Par un mécanisme de bielles, l'élévation de ces boules entraînaient une réduction du débit de vapeur dans la machine à vapeur.

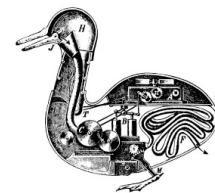
A l'inverse, lors du ralentissement de la machine, les boules retombaient, provoquant une augmentation du débit de vapeur dans la machine à vapeur.



Régulateur à boules de Watt (XVIII<sup>e</sup>s.)

## 1.4 Les automates

La période s'étalant du XVIII<sup>e</sup> au XIX<sup>e</sup> siècle est marquée par de nombreuses créations comme le « canard » de Vaucanson. Cet ingénieur avait réussi à créer un automate qui ingérait de la nourriture, en faisait une bouillie, et la rejetait par le postérieur. En outre le canard battait des ailes.



Canard digérateur de Vaucanson (XVIII<sup>e</sup>s.)

## 1.5 L'automatisation des tâches

Avec la révolution industrielle au XIX<sup>e</sup> siècle, l'automatisation des tâches prend de l'ampleur. Dans tous les secteurs industriels, on cherche à accroître la productivité pour faire face à une demande croissante. Dans le domaine du textile en particulier, Jacquard met au point des métiers à tisser semi-automatiques en utilisant des cartes perforées.



Métier à tisser - Jacquard (XIX<sup>e</sup>s.)

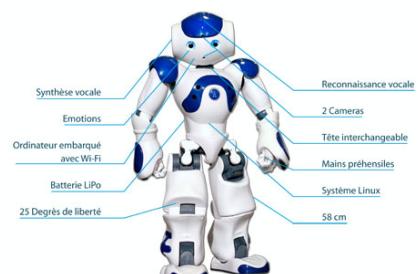
## 1.6 L'arrivée de l'électronique

Au fur et à mesure de l'évolution, les tâches se complexifient et le volume des informations à traiter aussi. C'est ainsi qu'au XX<sup>e</sup> siècle, l'électronique va permettre d'intégrer une grande quantité d'informations et va pouvoir générer un grand nombre de commandes pour des actionneurs différents.



## 1.7 La robotique

Le début du XXI<sup>e</sup> siècle voit l'arrivée des premiers robots humanoïdes grands publics. Les problèmes posés par la conception de ces produits proviennent de la difficulté de reproduire les comportements humains. En effet, il va falloir créer des robots qui ont d'une part des mouvements aussi fluides que les mouvements humains, qui ne doivent pas être déséquilibrés par leur propre poids, qui doivent gérer des situations de chutes, la marche sur des sols glissants. La robotique reste un domaine de pointe de la recherche française et internationale.



Robot Nao – Aldebaran Robotics (XXI<sup>e</sup>s.)

## 2 Les systèmes automatisés

### 2.1 Présentation

Les systèmes techniques qui nous entourent peuvent être classés en trois catégories :

- les **systèmes manuels** (ou élémentaires) pour lesquels l'intervention humaine prédomine. L'utilisateur commande le système et fournit l'énergie (musculaire) nécessaire à la réalisation de la fonction de service (FS) pour laquelle le système a été conçu ;
- les **systèmes mécanisés** conçus pour alléger la tâche de l'utilisateur. Dans ces systèmes, l'énergie provient le plus souvent d'une source extérieure et le rôle de l'utilisateur consiste à commander le système ;
- les **systèmes automatisés** pour lesquels l'intervention humaine se limite à la programmation du système et à son réglage préalable.

■ **Exemple** Fonction de service : voler dans l'air

FS : Voler dans l'air



Système manuel  
*Machine volante de De Vinci*



Système mécanisé  
*ULM*



Système automatisé  
*Avion – Airbus A350*

Réaliser un système automatisé c'est concevoir un système capable d'effectuer une ou plusieurs opérations sans intervention d'un opérateur humain.

Les systèmes automatisés ont plusieurs objectifs :

#### Améliorer la sécurité

Les systèmes automatisés permettent de réaliser des opérations qui peuvent s'avérer trop dangereuses pour les hommes. Ainsi ont-été conçu des systèmes pour envoyer des satellites dans l'espace, pour inspecter les bassins de combustibles dans les centrales nucléaires, pour assurer l'entretien sur des monuments etc.



#### Améliorer le confort

Afin d'améliorer le quotidien des hommes aussi bien dans leur vie personnelle que professionnelle, les entreprises développent des produits qui permettent de faire évoluer notre confort : régulateur de vitesse, aspirateurs robotisés, ...



#### Améliorer la qualité

Dans le but d'améliorer la qualité des opérations réalisées par les hommes, des robots chirurgicaux et d'autres produits sont en cours de développement. Ils assurent ainsi la précision, la stabilité et la reproductibilité d'opérations de précision.



## Améliorer la productivité

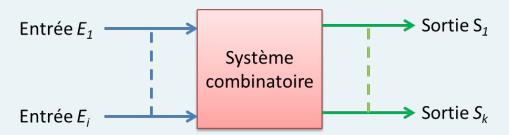
Pour améliorer la productivité industrielle et diminuer les tâches trop répétitives pour les hommes, les chaînes de fabrication et d'assemblage ont été largement automatisées et robotisées.



### 2.2 Définitions

#### Définition Systèmes à logique combinatoire

Les fonctions de sorties  $S_j$  ne dépendent que des entrées  $E_i$  à l'instant considéré.  $E_i$  et  $S_j$  sont respectivement des variables et des fonctions binaires ne pouvant prendre que les valeurs 0 et 1 par convention.

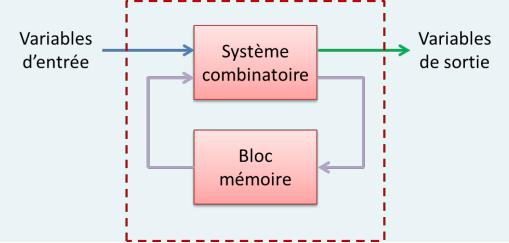


L'outil mathématique rigoureux permettant de représenter et traiter de tels systèmes est **l'algèbre de Boole**. Ces systèmes ont un comportement de type **logique combinatoire**.

#### Exemple Afficheurs 7 segments

#### Définition Systèmes à logique séquentielle

Si une même combinaison des variables d'entrée peut donner deux sorties différentes, il faut tenir compte de l'état du système à l'instant  $t$ . On s'intéresse à ce système en le faisant évoluer séquence par séquence d'un état fini à un autre. L'état précédent conditionnant l'état présent et ainsi de suite. Un tel système est dit à comportement séquentiel.



Avec de tels systèmes, toutes les situations sont envisagées. Les événements prévus perturbateurs du cycle entraînent, dans la plupart des cas l'arrêt de l'automatisme (les états successifs répétitifs et prévus sont momentanément arrêtés). Les outils généralement utilisés pour décrire et analyser ces systèmes sont le **GRAFCET** ou les diagrammes SysML (diagramme d'état ou diagramme d'activités).

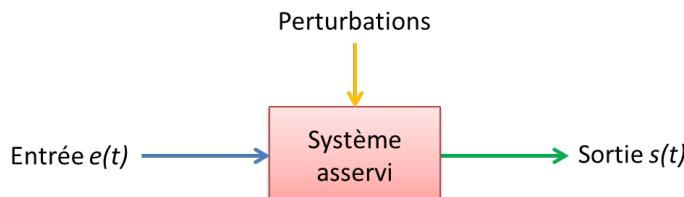
#### Exemple Ligne d'assemblage automatisée

#### Définition Systèmes automatiques ou asservis

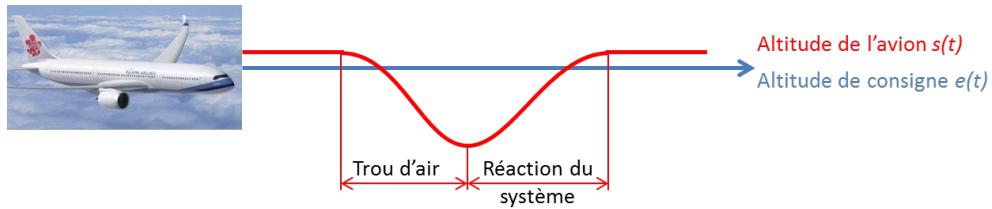
Un système asservi est commandé par **une (ou des) entrée(s)** qu'il transforme en **grandeur(s) de sortie**. Les entrées sont de deux types :

- la loi de consigne  $e(t)$  est une grandeur de commande qui est modifiable ;
- la perturbation : c'est une entrée parasite qui nuit au bon fonctionnement du système. On ne peut pas modifier les perturbations.

La sortie  $s(t)$  est une grandeur **observable** (par des capteurs) qui permet de juger de la qualité de la tâche accomplie.



#### Exemple Pilote automatique d'avion



## 2.3 Nature des informations

### Définition Informations logiques

Les informations logiques sont des informations binaires. Elles sont de type 0 ou 1, vrai ou faux, ouvert ou fermé, tout ou rien (TOR).

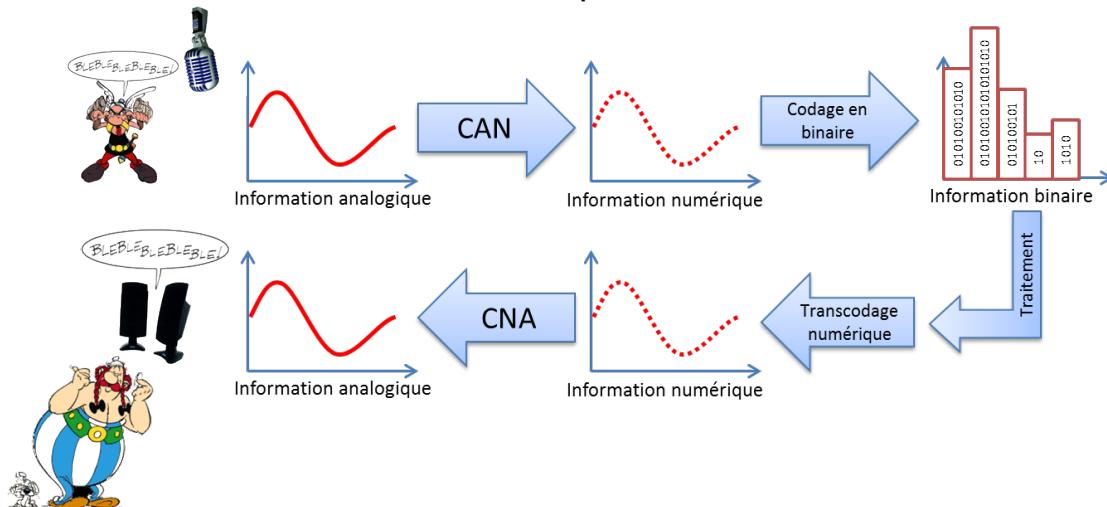
### Définition Informations analogiques

Une information analogique peut prendre, de manière continue, toutes les valeurs possibles dans un intervalle donné. Un signal analogique peut être représenté par une courbe continue. Les grandeurs physiques (température, vitesse, position, tension, ...) sont des informations analogiques.

### Définition Informations numériques

L'information numérique sous la forme d'un mot binaire est constituée de plusieurs bits (variables binaires 0/1). Cette information numérique est en général issue d'un traitement (échantillonnage et codage) d'une information analogique. On parle de conversion analogique numérique (CAN).

### ■ Exemple



## 3 Structure des systèmes asservis

### Définition Systèmes suiveurs

Dans le cas de ces systèmes, la consigne  $e(t)$  fluctue au cours du temps. Le système doit faire son possible pour qu'à chaque instant la cible soit suivie.



- **Exemple**
  - Centres d'usinage
  - Radars

### Définition Systèmes régulateurs

Ces systèmes ont la propriété d'avoir une consigne constante. Les perturbations font varier la position du système. Il doit donc de façon automatique revenir à la position pilotée.

- **Exemple**
  - régulateur de vitesse
  - réseau pneumatique

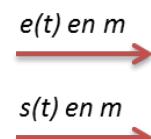
## 3.1 Structure en blocs

Dans le but de modéliser les structures asservies, on utilise une représentation en schéma blocs.

### Les flèches

Les flèches symbolisent des grandeurs physiques. Suivant leurs positions dans le système, la grandeur physique peut être :

- un tension (en  $V$ ) ;
- une position (en  $m$  ou en  $rad$ ) ;
- une vitesse (en  $m \cdot s^{-1}$  ou en  $rad \cdot s^{-1}$ ) ;
- une accélération (en  $m \cdot s^{-2}$  ou en  $rad \cdot s^{-2}$ ) ;
- un effort (en  $N$ ) ;
- ...



L'orientation de la flèche à une importance dans le fonctionnement du système.

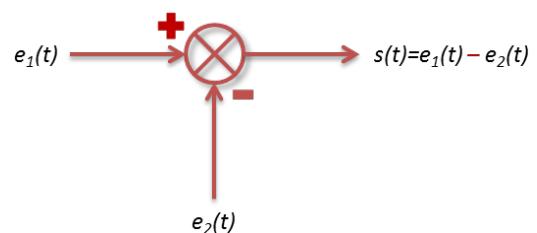
### Les blocs

Les blocs peuvent représenter des composants d'un système (actionneur, moteur, capteur, engrenage ...) ou des opérations mathématiques (dérivation ou intégration). Les blocs sont reliés par des flèches. Ils peuvent transformer la nature des grandeurs physiques. Ainsi, un moteur transforme une tension (en  $V$ ) en une vitesse de rotation (en  $rad/s$ ).



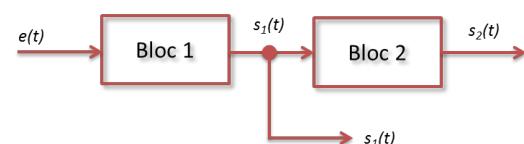
### Les comparateurs

Ils permettent d'additionner ou de soustraire des grandeurs physiques. Il est indispensable que ce soit des grandeurs de même type à chaque borne d'un comparateur. Suivant les cas on utilise des sommateurs ou des soustracteurs.



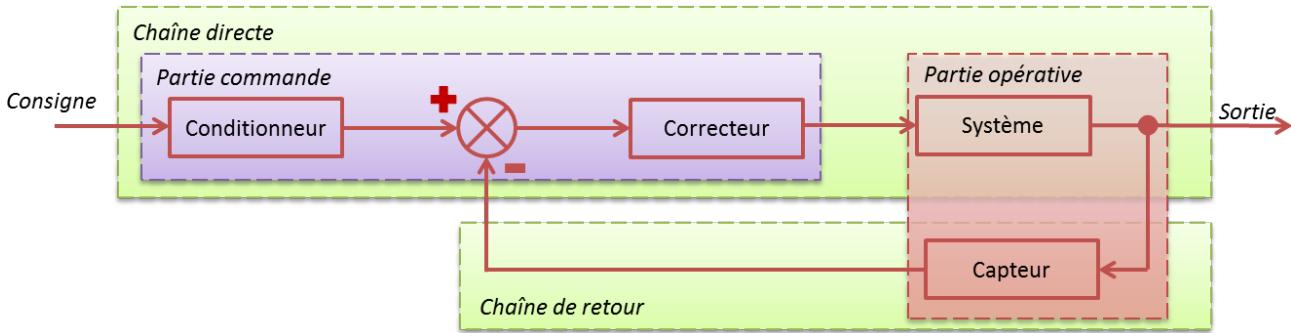
### Les points de prélèvement

Ils permettent de réutiliser des grandeurs dans plusieurs blocs.



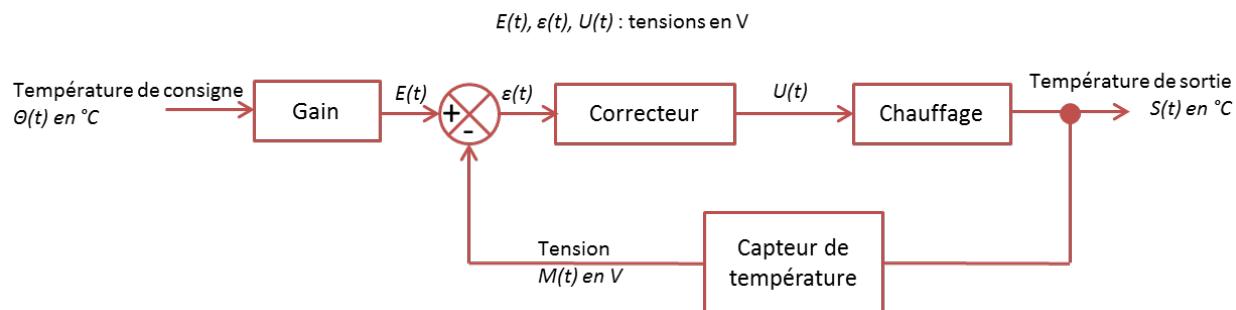
### 3.2 Schéma bloc

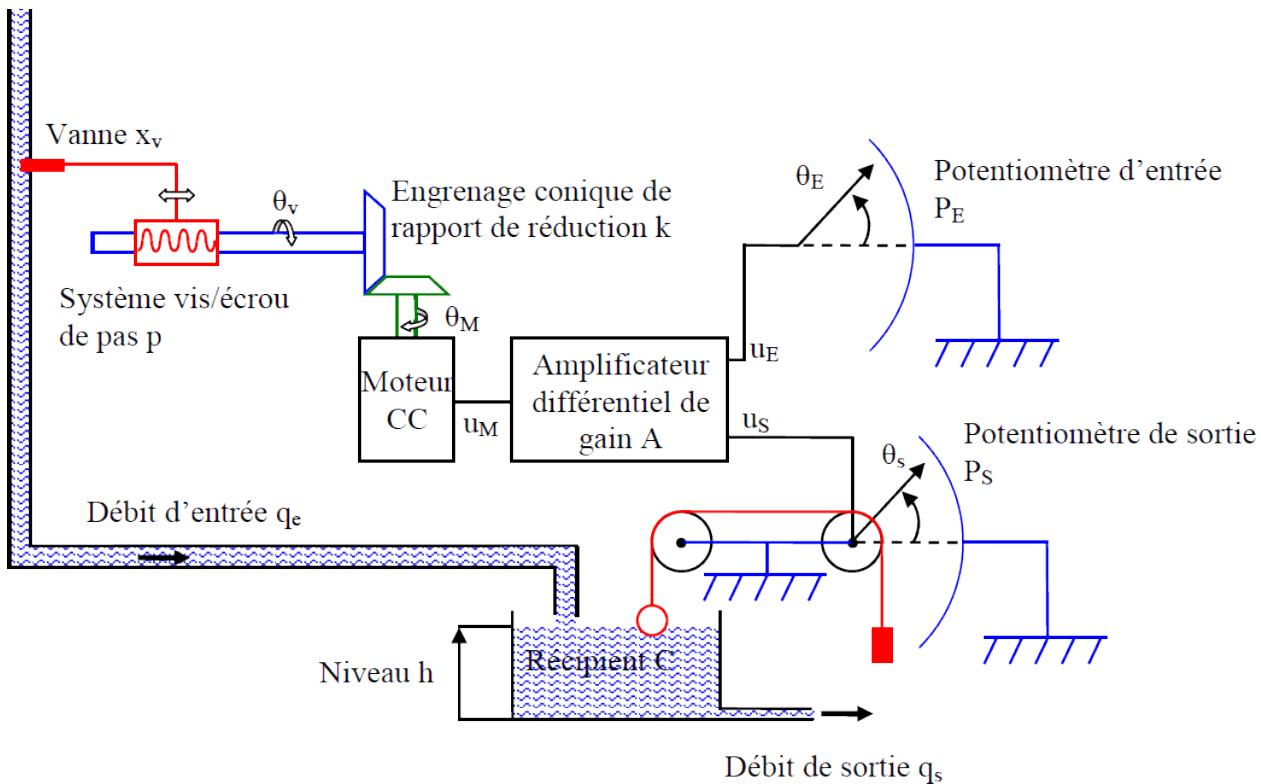
Le schéma bloc permet de modéliser un système complexe en tenant compte de son aspect multi physique. Communément, un système asservi prend la forme suivante :



La caractéristique principale d'un système asservi est la présence de la chaîne de retour. C'est cette partie du système qui permet au système de respecter la consigne fixée par l'utilisateur.

#### ■ Exemple Système asservi – schéma blocs



**■ Exemple Asservissement d'un niveau d'eau**


Le système représenté ci-dessus est destiné à asservir le niveau  $h$  d'un liquide contenu dans un récipient  $C$  pour un angle de référence  $\theta_E$  réglé par l'opérateur.

Le niveau  $h$  est transformé en un angle  $\theta_s$  au moyen d'un flotteur agissant sur le curseur d'un potentiomètre  $P_S$  ( $\frac{\theta_s}{h} = K_\theta = 1 \text{ rad/m}$ ). Les deux potentiomètres  $P_E$  et  $P_S$ , identiques, transforment les angles d'entrée et de sortie en tensions électriques dont la différence est amplifiée par un amplificateur de gain  $A$ . La tension de sortie de l'amplificateur  $u_M$  est appliquée à l'induit d'un moteur à courant continu dont l'inducteur est alimenté par une tension constante. Ce moteur agit par l'intermédiaire d'un réducteur et d'un système vis/écrou, sur une vanne linéaire qui commande le débit  $Q_E$  du liquide entrant dans le récipient  $C$ . Le débit de sortie  $q_S$  est supposé proportionnel au niveau  $h$  du liquide.

Représenter le schéma-bloc fonctionnel du système asservi.

## 4 Performance des systèmes asservis

Dans l'analyse des systèmes asservis, nous distinguerons **l'aspect statique** et **l'aspect dynamique**.

**L'aspect statique** concerne l'étude des systèmes asservis en régime permanent (entrée fixe). On définit l'erreur statique comme la différence entre la sortie demandée et la sortie réalisée lorsque le régime d'équilibre est atteint. Au cours de la synthèse des systèmes asservis, on s'efforcera en général d'annuler cette erreur statique.

**L'aspect dynamique**, essentiel en automatique, s'étudie par les notions de précision dynamique, de rapidité et de stabilité. Il s'intéresse au comportement transitoire de la sortie, soit à la suite d'une variation de la consigne, soit de l'apparition d'une perturbation dans la chaîne d'action.

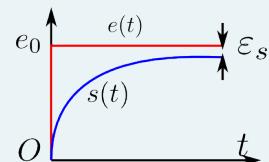
### 4.1 Précision des systèmes

La précision qualifie l'aptitude d'un système à atteindre l'erreur visée.

Elle est caractérisée par l'écart entre la valeur visée et la valeur effectivement atteinte par la grandeur de sortie. L'écart éventuel s'exprime dans la même unité que la grandeur de sortie.

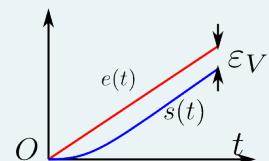
#### Définition Précision – Écart statique $\varepsilon_S$

Le système est en mode régulation (entrée fixe). On définit alors l'écart statique  $\varepsilon_S$  comme l'écart entre la consigne fixe et la réponse  $s(t)$  en régime permanent.



#### Définition Précision – Écart dynamique $\varepsilon_V$

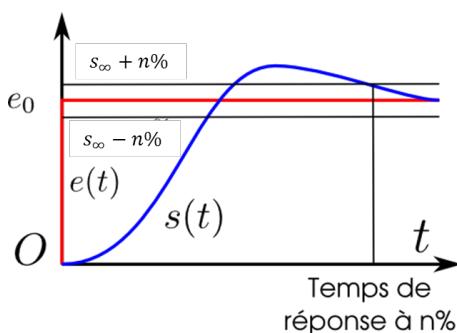
Encore appelé écart de traînage ou écart de poursuite, il représente la différence entre la consigne variable et la réponse en régime permanent.



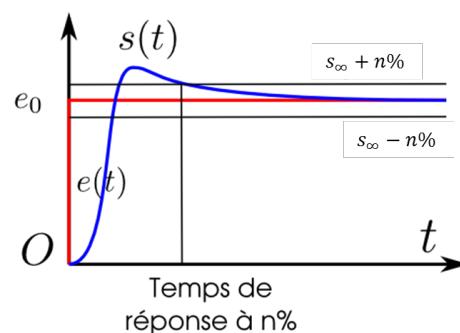
### 4.2 Rapidité des systèmes

#### Définition Rapidité

La rapidité est caractérisée par le temps que met le système à réagir à une variation brusque de la grandeur d'entrée (temps de réponse). Cette notion est fortement liée à la notion de précision dynamique.



Système lent



Système rapide

La valeur finale étant souvent atteinte de manière asymptotique, on retient alors comme critère d'évaluation de la rapidité d'un système : **le temps de réponse à n%**. En pratique,  $n = 5$ .

Le temps de réponse à 5% est le temps mis par le système pour atteindre sa valeur de régime permanent à  $\pm 5\%$  près et y rester.

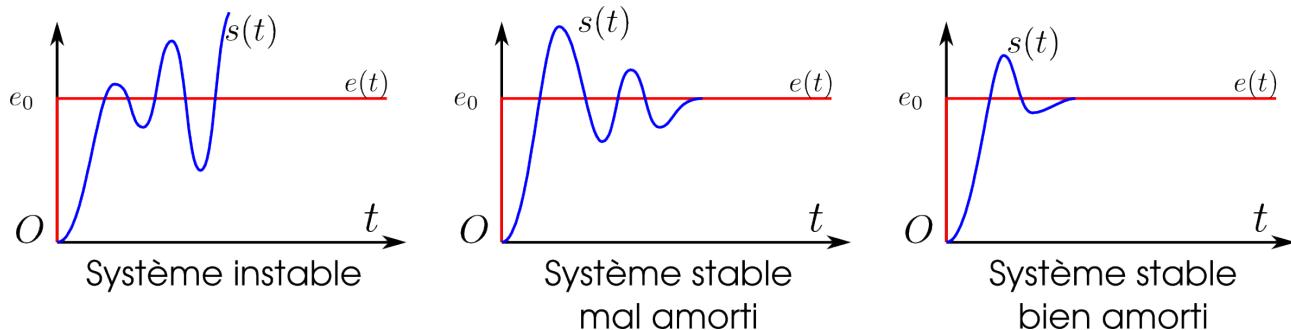
#### Résultat Détermination du temps de réponse à n%

1. Tracer sur le même graphe la consigne  $e(t)$  et la réponse du système  $s(t)$ .
2. Tracer la droite correspondant à la valeur asymptotique de  $s(t)$ .
3. Tracer la bande correspondant à une variation de  $\pm n\%$  de la valeur asymptotique.
4. Relever la dernière valeur à partir de laquelle  $s(t)$  coupe la bande et n'en sort plus.

### 4.3 Stabilité des systèmes

**Définition Stabilité**

La stabilité traduit la propriété de convergence temporelle asymptotique vers un état d'équilibre.



Un système peut présenter une sortie divergente soit en raison du comportement dynamique intrinsèque du système commandé soit en raison du bouclage. Ce comportement est intolérable pour un système asservi. Dans la pratique la seule stabilité asymptotique n'est pas suffisante. On exigera, dans la plupart des cas, un comportement transitoire correctement amorti.

**Références**

- [1] Cours et TD de Florestan Mathurin – PCSI – MPSI – Lycée Bellevue – Toulouse. <http://florestan.mathurin.free.fr>.