

CI 2 – SLCI : ÉTUDE DU COMPORTEMENT DES SYSTÈMES LINÉAIRES CONTINUS INVARIANTS

CHAPITRE 2 – MODÉLISATION DES SYSTÈMES LINÉAIRES CONTINUS INVARIANTS

TRANSFORMÉE DE LAPLACE

TRAVAIL DIRIGÉ

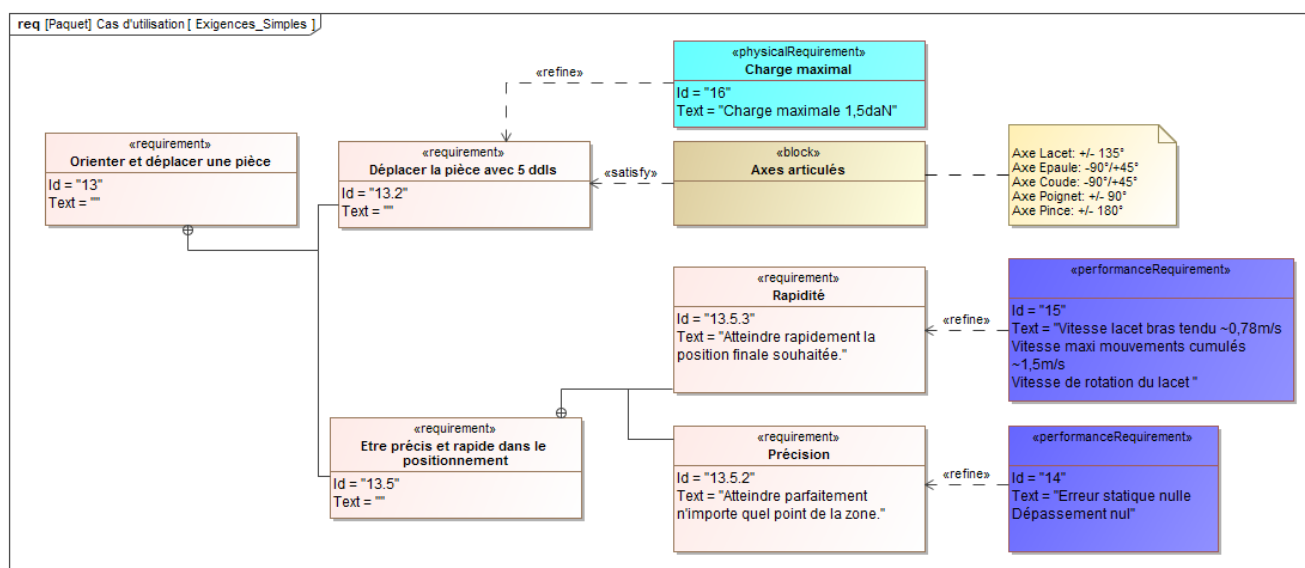
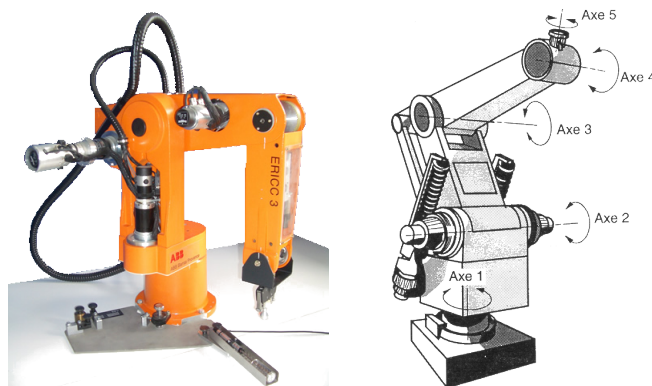
Robot Ericc

Le robot Ericc est un robot série équipé de 5 axes en série qui lui permettent d'atteindre toutes les positions et toutes les orientations de l'espace. Le dernier axe peut être équipé d'une pince ou d'un outil spécifique. Le robot est par exemple utilisé sur les chaînes de montage dans le domaine de l'automobile afin de souder des éléments de carrosserie de voiture.

Les axes sont appelés ainsi :

- axe 1 : axe de lacet ;
- axe 2 : axe d'épaule ;
- axe 3 : axe de coude ;
- axe 4 : axe de poignet ;
- axe 5 : axe de pince.

On s'intéresse uniquement au déplacement de l'axe de lacet. On donne le cahier des charges partiel du robot Ericc.

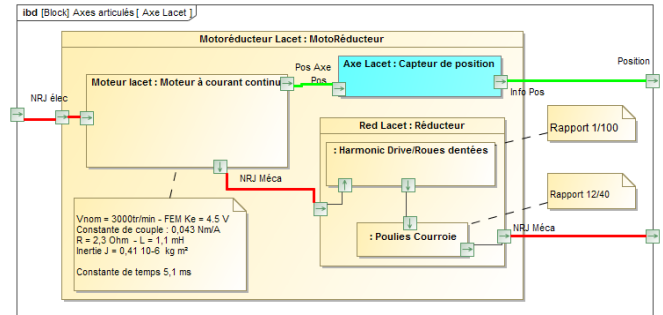


Objectif

L'objectif est de vérifier les exigences de performance

Exigence	Critère	Niveau	Flexibilité
ID 13.5.2	Erreur Statique	0	Aucune
	Dépassement	Aucun	Aucune

Pour déplacer uniquement l'axe de rotation du lacet l'utilisateur peut, par le biais d'un logiciel, piloter l'angle à atteindre par l'axe. Un hacheur permet de distribuer l'énergie électrique dans un motoréducteur. Ce dernier est relié à un système poulie-courroie. La position de l'axe de lacet est mesurée par un codeur incrémental. Le signal du codeur est alors comparé à la consigne de l'utilisateur.



Question 1

Réaliser le schéma-bloc fonctionnel de l'axe de lacet du robot Ericc.

Étude de la vitesse du moteur en boucle ouverte

Un moteur électrique est alimenté par une tension continue. Pour une tension donnée, le moteur tourne à une vitesse donnée.

Le comportement du moteur est régi par l'équation différentielle suivante :

$$\omega_m(t) + \tau \frac{d\omega_m(t)}{dt} = Ku(t)$$

en notant :

- $\omega_m(t)$ la fréquence de rotation du moteur (en rad/s) ;
- $u(t)$ la tension d'alimentation du moteur (en V) ;
- $K = 23,26 rad \cdot s^{-1} V^{-1}$ le gain du moteur ;
- $\tau = 0,51s$: constante de temps mécanique du moteur.

Le moteur est suivi de deux réducteurs. Le rapport de réduction total est noté $r = \frac{12}{4000}$. La fréquence de rotation en sortie des réducteurs $\omega(t)$ peut se calculer ainsi :

$$\omega(t) = r \omega_m(t)$$

Question 2

On se place dans les conditions de Heaviside. Donner les deux équations dans le domaine de Laplace. Exprimer alors $\Omega(p)$ en fonction de $U(p)$.

Question 3

On sollicite le système par une entrée échelon d'amplitude 1V. Déterminer l'expression de $\Omega(p)$ sous forme littérale.

Question 4

Après avoir déterminé les valeurs initiales et finales de $\omega(t)$ ainsi que la pente à l'origine, tracer l'allure de $u(t)$ et $\omega(t)$ en indiquant les valeurs numériques.

Question 5

Commenter l'allure de la courbe.

Étude de la position du moteur en boucle ouverte

On souhaite maintenant avoir accès à la position du moteur en fonction du temps. La position angulaire de l'axe de lacet est notée θ .

On se replace dans les conditions où $U(p)$ n'est pas un échelon.

Question 6

Exprimer la relation entre $\theta(t)$ et $\omega(t)$. En déduire la relation entre $\Theta(p)$ et $\Omega(p)$.

Question 7

Exprimer alors $\Theta(p)$ en fonction de $U(p)$.

Question 8

On sollicite à nouveau le système par une entrée échelon d'amplitude 1V. Déterminer l'expression de $\Theta(p)$ sous forme littérale.

Question 9

Après avoir déterminé les valeurs initiales et finales de $\theta(t)$ ainsi que la pente à l'origine, tracer l'allure de la courbe en indiquant les valeurs numériques.

Question 10

Commenter l'allure de la courbe. Ce comportement est-il envisageable sur l'axe de lacet du robot ? Commenter. Justifier la nécessité de mettre en œuvre un asservissement en position.

Question 11

Déterminer l'expression de $\Theta(p)$ dans le domaine temporel. On utilisera la transformée de Laplace inverse.

Étude de l'asservissement en position de l'axe de lacet

On se replace dans les conditions où $U(p)$ n'est pas un échelon.

Afin d'asservir la position angulaire de l'axe de lacet, on utilise un codeur incrémental. La loi de comportement du codeur est la suivante :

$$u_s(t) = K_{capt} \cdot \theta(t)$$

La consigne angulaire donnée par l'utilisateur est adaptée suivant la loi de comportement suivante :

$$u_e(t) = K_{adapt} \cdot \theta_e(t) \quad \text{avec} \quad K_{adapt} = K_{capt} = 1 \text{ V/rad}$$

Un comparateur permet de comparer la tension d'entrée et la tension de sortie :

$$\varepsilon(t) = u_e(t) - u_s(t)$$

Enfin, le hacheur permet d'amplifier la faible tension $\varepsilon(t)$ en tension de commande pour le moteur à courant continu :

$$u(t) = K_{ampli} \cdot \varepsilon(t) \quad K_{ampli} = 10$$

Question 12

Justifier que $K_{adapt} = K_{capt}$.

On se place dans les conditions de Heaviside.

Question 13

Transformer chacune des 4 équations dans le domaine de Laplace.

Question 14

Exprimer $\Theta(p)$ en fonction de $\Theta_e(p)$.

Question 15

On désire connaître la réponse indicielle du système (entrée échelon d'amplitude 1 rad). Exprimer $\Theta(p)$ en fonction de $\Theta_e(p)$.

Question 16

Après avoir déterminé les valeurs initiales et finales de $\theta(t)$ ainsi que la pente à l'origine, tracer l'allure de la courbe en indiquant les valeurs numériques.

Question 17

Déterminer l'expression de $\Theta(p)$ dans le domaine temporel. On utilisera la transformée de Laplace inverse.

Question 18

Conclure sur la validité du cahier des charges.