

2 – SLCI : SYSTÈMES LINÉAIRES CONTINUS ET INVARIANTS - ANALYSER, MODÉLISER, RÉSOUDRE

CHAPITRE 5 – ÉTUDE DES SYSTÈMES FONDAMENTAUX DU SECOND ORDRE

Compétences

Résoudre : à partir des modèles retenus :

- choisir une méthode de résolution analytique, graphique, numérique ;
- mettre en œuvre une méthode de résolution.

Rés – C1.1 : Loi entrée sortie géométrique et cinématique – Fermeture géométrique.

Mod2 – C4.1 : Représentation par schéma bloc.

Projet Romeo : un robot d'assistance à la personne

D'après concours E3A – MP – 2014.

Mise en situation

Objectifs

On veut étudier la rigidité du robot face au couple résistant dû à l'appui du patient sur son épaule : Lorsque le patient sollicite le robot pour se relever, le robot ne doit pas s'affaisser.



Les exigences précédentes se présentent ainsi dans le cahier des charges :

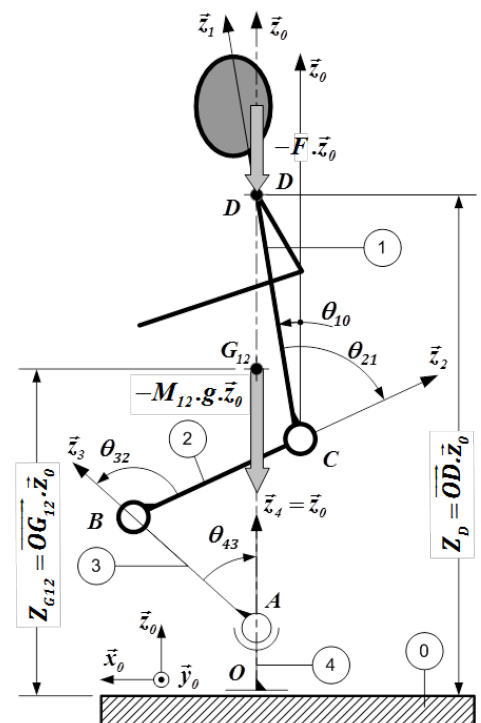
Maintien de la position sous charge (Variation de hauteur du point d'appui)	< 5 mm	Flexibilité : 2
Dépassement de position face à un échelon de sollicitation.	< 5%	Flexibilité : 2

On supposera que la variation de hauteur du point d'appui est sensiblement la variation de hauteur d'un point de la hanche (point C).

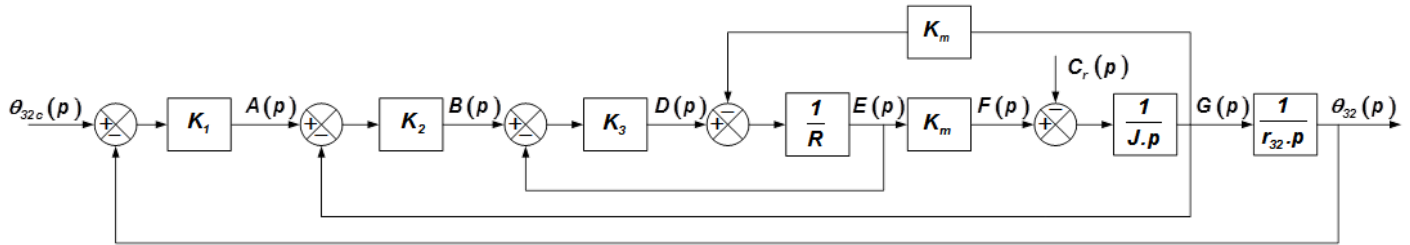
Pour que le robot puisse prendre une posture conforme à celle demandée par le cahier des charges, il faut un positionnement suffisamment précis des diverses articulations, et en particulier, celle du genou. Cette position doit pouvoir être maintenue sous l'action de charges extérieures, comme l'appui du patient sur l'épaule de Roméo dans le cas du scénario proposé à l'étude. Il faut donc que la commande du moteur du genou soit suffisamment précise et robuste, ce qui impose un asservissement de position angulaire.

Lors de la phase de relevée du patient, le mouvement ascensionnel découle des mouvements articulaires Hanche, Genou et Cheville. Les mouvements doivent donc être synchronisés en position mais aussi en vitesse pour limiter les erreurs de trainage, ce qui impose un asservissement en vitesse.

Enfin, l'équilibre dynamique demande à ce que, les accélérations des diverses articulations, les efforts et les intensités électriques dans les moteurs soient bien maîtrisées ce qui impose un asservissement en intensité.



Le schéma bloc représente un modèle simplifié de la commande de mouvement du genou.



- Entrée : consigne de variation de position angulaire du genou : θ_{32c} (variation par rapport à une position de référence θ_{32-0}).
- Sortie : variation de position angulaire du genou : θ_{32} , relativement à θ_{32-0} .
- Perturbation : couple résistant C_r (dû aux actions de la pesanteur, aux actions du patient sur le robot, ...)
- Inertie équivalente, supposée constante, ramenée à l'arbre moteur : J
- Résistance de l'induit du moteur : R
- Constante de couple du moteur : K_m
- Rapport de réduction de la chaîne cinématique : $r_{32} = \frac{\dot{\theta}_{\text{moteur}}}{\dot{\theta}_{32}}$.

Comme tous les axes commandés du robot, le moteur du genou est contrôlé en position, en vitesse et en intensité par trois capteurs : position, vitesse et courant, associés à trois correcteurs proportionnels dont les gains sont notés respectivement K_1 , K_2 et K_3 .

Question 1

Que représentent les variables $d(t)$ ($D(p)$ dans le domaine de Laplace), $e(t)$ ($E(p)$ dans le domaine de Laplace), $f(t)$ ($F(p)$ dans le domaine de Laplace), et $g(t)$ ($G(p)$ dans le domaine de Laplace) qui apparaissent dans le schéma bloc ? Quelles en sont leurs unités (système international) ?

Question 2

A partir du schéma bloc, exprimer :

- $\theta_{32}(p)$, la variation angulaire de sortie, en fonction du couple résistant $C_r(p)$ et de la variable intermédiaire $F(p)$ (équation notée (1)) ;
- $F(p)$ en fonction de $D(p)$ et de $\theta_{32}(p)$ (équation notée (2)) ;
- $D(p)$ en fonction de $B(p)$ et de $F(p)$ (équation notée (3)) ;
- $B(p)$ en fonction de $A(p)$ et de $\theta_{32}(p)$ (équation notée (4)) ;
- $A(p)$ en fonction de $\theta_{32c}(p)$ et de $\theta_{32}(p)$ (équation notée (5)).

On suppose que le Robot est en genuflexion, face au patient (position angulaire de référence du genou : $\theta_{32-0}(p)$), prêt à recevoir l'action du patient.

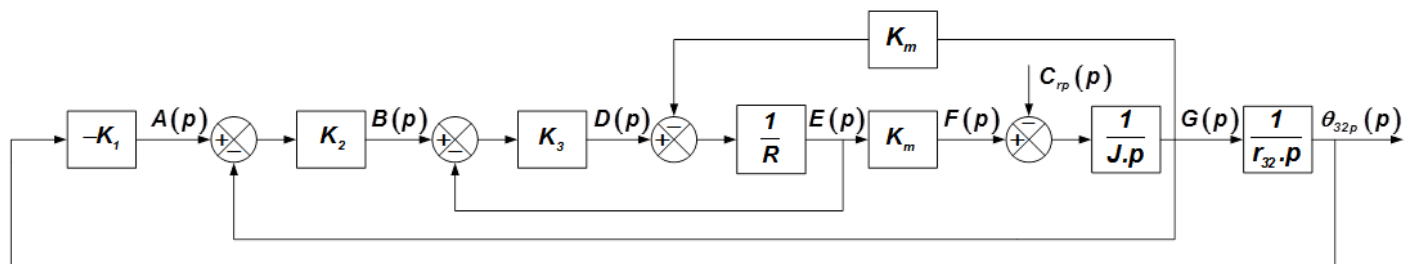
Le couple résistant total sur l'arbre moteur est alors dû :

- à l'action du patient sur l'épaule du Robot : $C_{rp}(p)$ et dans le domaine temporel $c_{rp}(t)$;
- au poids propre du Robot : $C_{rg}(p)$ et dans le domaine temporel $c_{rg}(t)$.

Le couple résistant total est donc $c_r(t) = c_{rp}(t) + c_{rg}(t)$ et dans le domaine de Laplace : $C_r(p) = C_{rp}(p) + C_{rg}(p)$.

On modélise l'action du patient sur l'épaule du Robot par un échelon de couple $c_{rp}(t) = c_{rp} \cdot u(t)$ où la fonction $u(t)$ est la fonction Heaviside.

Puisque l'on veut extraire de l'étude la seule influence de l'action du patient sur le robot, le théorème de superposition réduit l'étude au modèle suivant : figure 17



Question 3

Que représente la grandeur $\theta_{32p}(t)$ ($\theta_{32p}(p)$ dans le domaine de Laplace) ? Réécrire l'équation (5) dans le cas de l'étude proposée : seule l'influence de l'action du patient sur le robot est recherchée.

Question 4

A partir des équations (4) et (5), déterminer l'expression de $B(p)$ en fonction de $\theta_{32p}(p)$ (équation notée (6)).

Question 5

A partir des équations (6) et (3), déterminer l'expression de $D(p)$ en fonction de $F(p)$ et de $\theta_{32p}(p)$ (équation notée (7)).

Question 6

A partir des équations (7) et (2) déterminer l'expression de $F(p)$ en fonction de $\theta_{32p}(p)$ (équation notée (8)).

Question 7

Finalement, montrer que l'expression de $\theta_{32p}(p)$ en fonction de $C_{rp}(p)$ peut s'écrire sous la forme

$$\theta_{32p}(p) = \frac{\alpha}{1 + \beta p + \gamma p^2} C_{rp}(p)$$

Préciser les expressions de α , β , et γ , en fonction des diverses constantes.

On choisit les gains K_1 , K_2 et K_3 égaux à 100 (unité SI).

On pose l'inertie équivalente ramenée à l'arbre moteur : $J = 1,4 \cdot 10^{-5} \text{ kg} \cdot \text{m}^2$. Les valeurs numériques de la résistance aux bornes du moteur (terminal resistance, en anglais dans la documentation) et de la constante de couple (torque constant, en anglais dans la documentation) sont indiquées en annexe 4 dans la documentation moteur. On rappelle que le rapport de réduction est : $r_{32} = 95,91$.

Question 8

Calculer la valeur numérique du gain α de la fonction de transfert $\frac{\theta_{32p}(p)}{C_{rp}(p)}$, en précisant les unités.

Pour la suite de l'étude, on prendra : Valeurs données en unité du système international.

$$\theta_{32p}(p) = \frac{-1,7 \cdot 10^{-3}}{1 + 0,960 \cdot p + 2,25 \cdot 10^{-6} p^2} C_{rp}(p)$$

Question 9

Calculer la valeur numérique du coefficient d'amortissement de cette fonction de transfert. Commenter ce résultat en s'appuyant sur les exigences du cahier des charges.

Application numérique :

- la personne pose sa main et exerce un effort de 100 N ce qui induit un couple C_{rp} estimé à $C_{rp} = 1 \text{ N} \cdot \text{m}$ (valeur surestimée, proche de celle déterminée lors de la vérification du couple de calage) ;
- cette sollicitation induit alors une rotation de l'articulation du genou : $\delta \theta_{32}$. C'est la variation angulaire de l'articulation du genou due seulement à l'appui du patient sur le robot.

Question 10

Calculer la variation angulaire au niveau du genou $\delta \theta_{32}$ induite par cette perturbation. On donnera le résultat en degré.

On suppose que la position initiale avant appui du patient est celle décrite par la figure 14 et par les données géométrique suivantes :

- $l_2 = 320 \text{ mm}$;
- $\theta_{21} = -73^\circ$, $\theta_{10} = 10^\circ$: soit une inclinaison de la cuisse par rapport à la verticale de 63° .

Le cahier des charges précise que le maintien de la position sous charge (variation de hauteur du point d'appui qui est sensiblement la variation de hauteur de la hanche) doit être inférieure à 5 mm.

Question 11

Est-ce que l'influence de cette perturbation est compatible avec les exigences du cahier des charges ? Quelles sont les éventuelles solutions pour limiter l'influence de cette perturbation ?