# Découverte des Systèmes Linéaires Continus et **Invariants** Analyse, Modélisation, Résolution

Sciences Industrielles de l'Ingénieur

## **Chapitre 3** Modélisation des SLCI par schémas blocs

# **TD 4**



## Transmission à variation continue vario-fendt

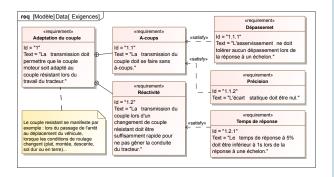
D'après concours CCP MP - 2008.

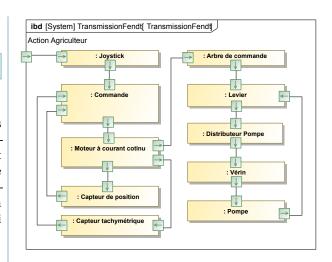
Savoirs et compétences :

#### Mise en situation

#### **Objectif**

Les tracteurs de la gamme Fendrt 900 Vario sont équipés d'une transmission à variation continue. Ce dispositif permet de régler la vitesse de façon continue sans à-coups et d'exploiter au mieux les capacités du moteur thermique quelle que soit la configuration de travail. Pour cela le tracteur est équipé d'un groupe hydraulique constitué d'un arbre de commande, de deux moteurs hydrauliques ainsi que d'une pompe à débit variable.





## Asservissement de position de l'arbre de commande

Afin de régler le débit de la pompe, on actionne un arbre de commande à l'aide d'un moteur à courant continu dont les équations caractéristiques sont les suivantes:

- u(t) = Ri(t) + e(t);
- $e(t) = k_e \frac{\mathrm{d}\theta(t)}{\mathrm{d}t}$ ;  $c(t) = k_a i(t)$ ;  $J_e \cdot \frac{\mathrm{d}^2\theta(t)}{\mathrm{d}t^2} = c(t)$ .

1

Le moteur est asservi en vitesse grâce à une génératrice tachymétrique de gain  $K_t$ .

Le moteur est aussi asservi en position. On utilise pour



cela un capteur de gain  $K_p$  fournissant une tension  $u_r(t)$  proportionnel à la position angulaire de l'arbre moteur. Le signal de commande est élaboré après que l'écart  $\varepsilon(t)$  a été modulé par un correcteur proportionnel de gain  $K_C$ . Ainsi, on a :

• 
$$u(t) = K_c (u_e(t) - u_r(t)).$$

Le moteur à courant continu entraîne un arbre de commande comportant deux cames destinées à commander la pompe ainsi que deux moteurs hydrauliques (dont le but est de fournir de l'énergie hydraulique au système).

**Question** 1 Donner les équations du moteur à courant continu dans le domaine de Laplace et tracer les schémas blocs élémentaires correspondant. Réaliser alors le schéma bloc du moteur à courant continu.

Correction On a les équations suivantes :

- U(p) = RI(p) + E(p);
- $E(p) = k_e p\Theta(p)$ ;
- $C(p) = k_a I(p)$ ;
- $J_e p^2 \Theta(p) = C(p)$ .

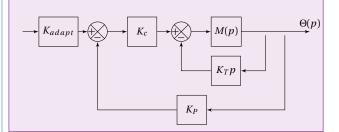
On peut ainsi établir les schémas blocs suivants :

On note 
$$M(p) = \frac{\Theta(p)}{U(p)}$$

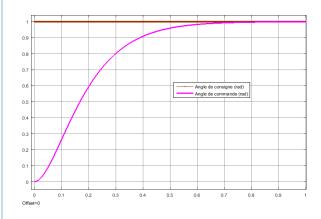
**Question 2** Réaliser le schéma bloc de l'asservissement en vitesse grâce à la génératrice tachymétrique puis l'asservissement en position en utilisant le correcteur proportionnel et le capteur de position angulaire. Compléter le schéma bloc pour que la grandeur asservie soit l'angle de l'arbre de commande.

**Correction** Le signal en sortie du moteur étant une position angulaire, il est nécessaire d'avoir recours à une dérivation pour réaliser le retour tachymétrique. Cela explique donc la présence d'une multiplication par *p* dans la boucle d'asservissement en vitesse.

Pour que la grandeur asservie soit un angle, on ajoute en entrée du schéma bloc un gain d'adaptation permettant de convertir un angle de consigne en tension de commande.



**Question 3** Une simulation correspondant à une sollicitation par un échelon d'un radian a été réalisée grâce à un logiciel de simulation multiphysique. L'asservissement de la position de l'arbre de commande respecte-t-il les exigences 1.1.1, 1.1.2 et 1.2.1 du cahier des charges?



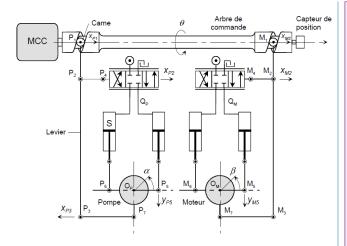
**Correction** La mesure du temps de réponse à 5% donne 0, 475 s. On observe aucun déplacement et l'écart statique est nul. L'asservissement de la position angulaire de l'arbre de commande permet donc de satisfaire les exigences 1.1.1, 1.1.2 et 1.2.1.

#### **Transmission Vario**

2

La figure suivante illustre le fonctionnement de la transmission Vario.





Ce fonctionnement peut se décrire en deux étapes :

- 1. sous l'action une rotation d'angle  $\theta$  de l'arbre de commande, la came de pas  $p_p$  (en mm/rad) provoque une translation  $x_{P1}$  d'un galet. Le levier pivote alors autour de  $P_3$  provoquant un déplacement de  $P_2$  noté  $x_{P21}$  du distributeur puis une rotation d'un angle  $\alpha$  de la pompe.
- 2. en pivotant, la pompe entraine une translation du point  $P_3$ . Le levier pivote alors autour de  $P_1$  provoquant un déplacement de  $P_2$  noté  $x_{P22}$ .

Au final, on note:

- $x_{P2} = x_{P21} x_{P22}$  la translation de  $P_2$ ;
- $P_1P_2 = a$ ,  $P_2P_3 = b$ ;
- $O_P P_5 = c$ ,  $O_P P_7 = d$ .

Le débit volumique  $q_P(t)$  en sortie du distributeur est proportionnel au déplacement  $x_{P2}$  du tiroir :

•  $q_P(t) = K_d x_{P2}(t)$ .

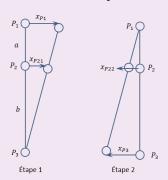
En circulant dans le distributeur, le fluide agit sur les vérins dont la vitesse de déplacement est proportionnel à leur section:

• 
$$q_P(t) = S \frac{\mathrm{d} y_{P5}(t)}{\mathrm{d} t}$$
.

Le vérin permet alors de régler le débit de la pompe en modifiant l'inclinaison  $\alpha$  du barillet.

Question 4 Par une étude géométrique, montrer que . Déterminer alors le rapport  $\frac{x_{P22}}{x_{P3}}$ .

Correction La figure suivante montre les configurations du levier lors des deux étapes.



En faisant l'hypothèse que l'angle de rotation est faible, on peut considérer les triangles formés comme étant rectangles et appliquer le théorème de Thalès :

- $x_{P21}$

5 Donner les relations géométriques entre Question  $y_{P5}(t)$  et  $\alpha(t)$  puis entre  $x_{P3}(t)$  et  $\alpha(t)$ .

**Correction** En linéarisant, les déplacements  $y_{P5}(t)$  et  $x_{P3}(t)$  sont proportionnels à  $\alpha(t)$  et aux distances respectives  $O_P P_5$  et  $O_P P_7$  soient c et d. On a donc  $y_{P5}(t) =$  $c\alpha(t)$  et  $x_{P3}(t) = d\alpha(t)$ .

**Ouestion** 6 Compléter alors le schéma bloc de la figure \*\* traduisant la relation entre la rotation du moteur  $\theta(t)$ et la rotation  $\alpha(t)$  du barillet permettant le changement de débit de la pompe.

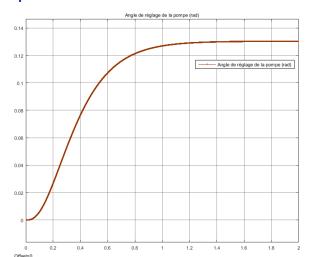
**Correction** La came de pas  $p_p$  transforme la rotation  $\theta(t)$  en déplacement  $x_{P1}(t)$ . On a donc  $P_1(p) = p_p$ . On a

- $Q_P(p) = K_d X_{P2}(p)$  et donc  $P_3(p) = K_d$ ;

•  $Q_P(p) = Sp Y_{P5}(p)$  et donc  $P_4(p) = \frac{1}{Sp}$ . D'après la question précédente,  $P_5(p) = \frac{1}{c}$  et  $P_6(p) = d$ .

**Question** 7 On donne le résultat de la simulation complète permettant de représenter l'angle de rotation de la pompe en fonction de la commande du joystick. Conclure sur la satisfaction des exigences 1.1.1 et 1.2.1.





**Correction** La valeur finale n'est pas dépassée, ce qui permet de satisfaire l'exigence 1.1.1.

La mesure du temps de réponse à 5% donne 0,87 s. L'exigence 1.2.1 est satisfaite.

