

## CI 2 – SLCI : ÉTUDE DU COMPORTEMENT DES SYSTÈMES LINÉAIRES CONTINUS INVARIANTS

### CHAPITRE 2 – MODÉLISATION DES SLCI – TRANSFORMÉE DE LAPLACE

Compétences

**Résoudre :** à partir des modèles retenus :

*D'après ressources de Florestan Mathurin.*  
<http://florestan.mathurin.free.fr>

### Étude du système de régulation du niveau d'eau d'un bassin du système RAMSES

#### Présentation du système RAMSES

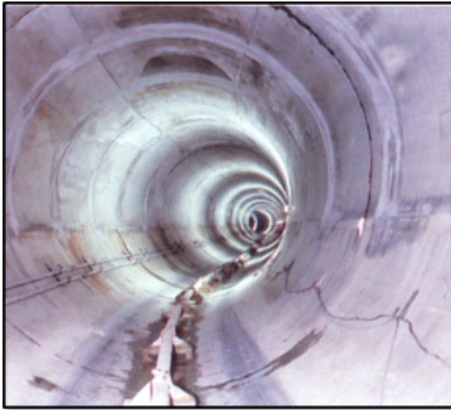
Après avoir été confrontée à des orages violents ayant entraînés des inondations exceptionnelles au début des années 80, la ville de Bordeaux a décidé de faire de son programme de lutte contre les inondations une priorité.

Presque trente ans plus tard et après plus d'un milliard d'euros de travaux réalisés, le système RAMSES est l'un des systèmes anti-inondations les plus performants au monde.



*Observation en temps réel du comportement d'un bassin de stockage depuis la tour de contrôle*

Le système RAMSES, c'est :	
Plus de 2052 km de canalisations de diamètre 300 mm à 4500 mm	49 pluviographes
82 bassins d'étalement et de stockage offrant une capacité totale de 2544850 m <sup>3</sup> .	300 limnimètres (équipement permettant l'enregistrement et la transmission de la mesure de la hauteur d'eau, en un point donné, dans un cours d'eau, un barrage, un réservoir...)
61 stations de pompage d'un débit total de 133,4 m <sup>3</sup> /s Un réseau d'échange d'informations et un télé-contrôle centralisé	31 débitmètres, 6 marégraphes



Canalisation ( $\varnothing = 4,5 \text{ m}$ )



Station de pompage

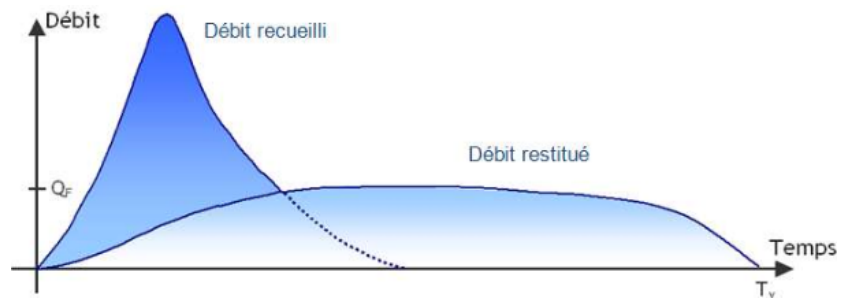


Bassin de stockage enterré



Bassin d'étalement extérieur

Grâce à un réseau de tranchées drainantes, l'eau est stockée localement dans différents bassins puis restituée progressivement à faible débit dans le réseau aval (Garonne ou usine de traitement) au moyen d'un ouvrage hydraulique de régulation.



Moteur	Il tourne à une vitesse angulaire de $\omega_m(t)$ pour une tension de commande $u_m(t)$ .	$\tau \frac{d\omega_m(t)}{dt} + \omega_m(t) = K_m u_m(t)$
Réducteur	Il réduit l'angle de l'axe de rotation du moteur $\theta_m(t)$ en un angle d'ouverture $\theta_v(t)$ de la vanne.	$\theta_v(t) = r \theta_m(t)$
Vanne	Elle délivre un débit $q_e(t)$ pour un angle d'ouverture $\theta_v(t)$ .	$q_e(t) = K_v \cdot \theta_v(t)$
Réservoir	Il est de section constante $S$ , et a pour débit d'entrée $q_e(t)$ et de sortie $q_s(t)$ .	$q_e(t) - q_s(t) = S \cdot \frac{dh(t)}{dt}$
Limnimètre (capteur)	Il traduit le niveau d'eau $h(t)$ atteint dans le réservoir en tension $u_{mes}(t)$ , image de ce niveau.	$u_{mes}(t) = a \cdot h(t)$
Potentiomètre (Interface H/M)	Il traduit la consigne de niveau d'eau $h_c(t)$ souhaité en tension $u_c(t)$ , image de cette consigne.	
Régulateur (comparateur + correcteur)	Il compare la tension de consigne $u_c(t)$ à la tension de mesure $u_{mes}(t)$ pour en déduire la tension $\varepsilon(t)$ , image de l'erreur, puis corrige (amplifie) cette tension $\varepsilon(t)$ en une tension de commande du moteur $u_m(t)$ .	$\varepsilon(t) = u_c(t) - u_{mes}(t)$ et $u_m(t) = A\varepsilon(t)$

$\tau$ ,  $K_m$ ,  $r$ ,  $K_v$ ,  $S$ ,  $a$  et  $A$  sont des coefficients constants.

On suppose que toutes les conditions initiales sont nulles.

### Question 1

Appliquer, pour chacun des modèles de connaissance des constituants du système, la transformation de Laplace. Puis indiquer sa fonction de transfert, et enfin en déduire son schéma-bloc.

Le modèle de connaissance du potentiomètre (interface H/M) n'est jamais donné dans les sujets de concours, il faut donc être capable de le retrouver !

### Question 2

Donner cette relation entre  $h_c(t)$  et  $u_c(t)$  qui assure que  $\varepsilon(t)$  soit bien une image de l'erreur du niveau d'eau. En déduire le schéma-bloc correspondant au potentiomètre.

La relation entre vitesse angulaire  $\omega_m(t)$  et position angulaire  $\theta_m(t)$  du moteur, n'est aussi jamais donnée dans les sujets de concours, il faut donc la connaître.

### Question 3

Donner donc en précisant les unités, cette relation temporelle générale qui lie vitesse et position. En déduire le schéma-bloc qui passe de  $\Omega_m(p)$  à  $\Theta_m(p)$ .

### Question 4

Donner la variable d'entrée et la variable de sortie du système. Puis, représenter le schéma bloc du système entier en précisant le nom des constituants sous les blocs, ainsi que les flux d'énergie ou d'information entre les blocs.

### Question 5

Déterminer les fonctions de transfert  $F_1(p) = \frac{H(p)}{H_c(p)}$  lorsque  $Q_s(p) = 0$  et  $F_1(p) = \frac{H(p)}{Q_s(p)}$  lorsque  $H_c(p) = 0$ .

### Question 6

En déduire, à l'aide du théorème de superposition, l'expression de  $H(p)$  en fonction de  $H_c(p)$  et  $Q_s(p)$ .