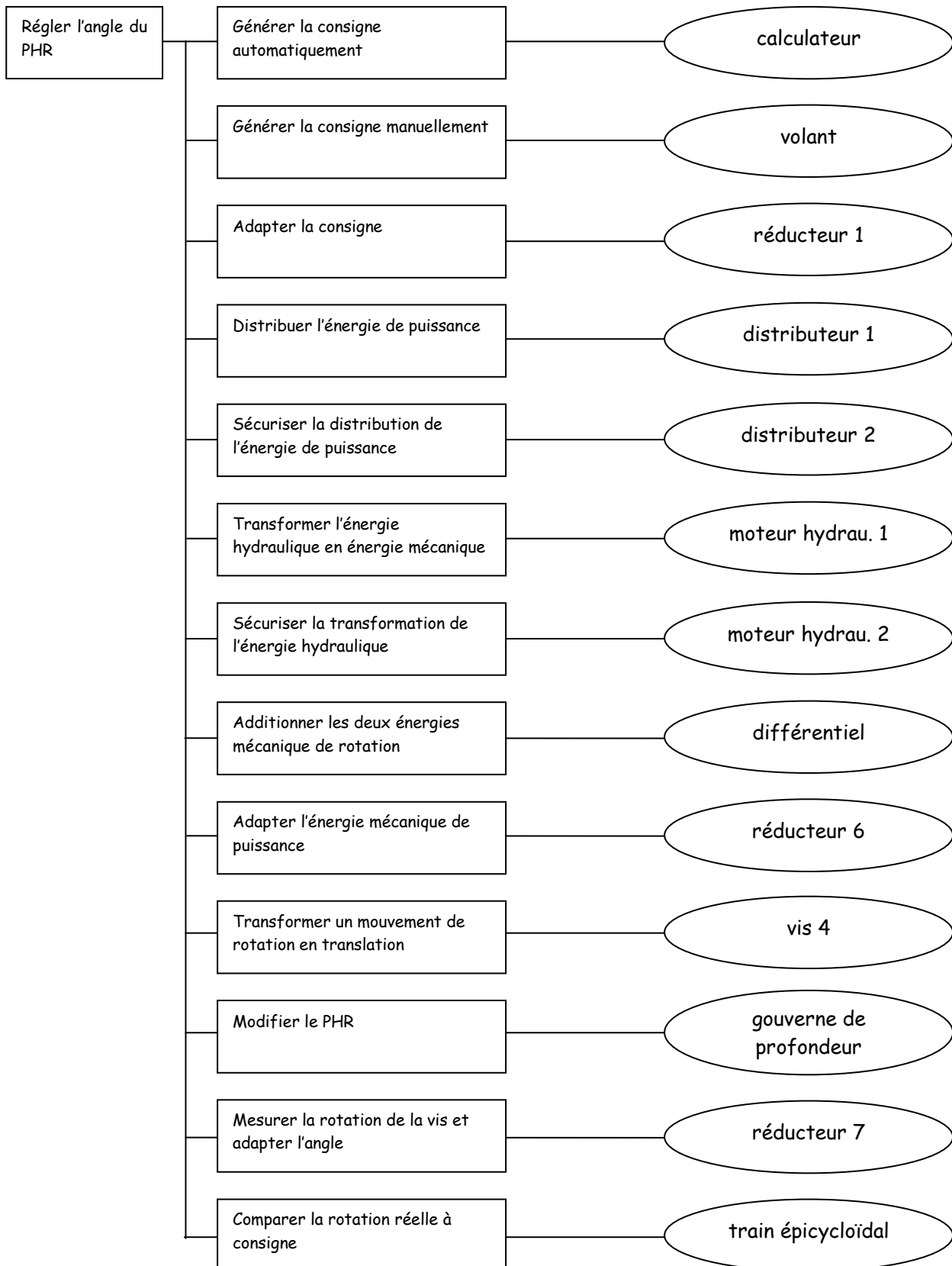


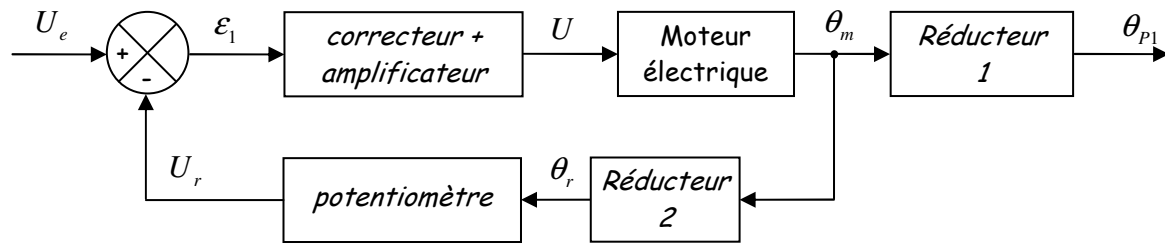
Analyse fonctionnelle

Q1/ Compléter le diagramme FAST relatif à la fonction principale régler l'angle du PHR.



I ETUDE DE L'ASSERVISSEMENT EN POSITION DU MOTEUR ELECTRIQUE

Q2/ Construire le schéma bloc fonctionnel de cet asservissement.



Analyse du moteur électrique

Q3/ Identifier la réponse en justifiant le modèle retenu et la (ou les) techniques utilisées pour déterminer les paramètres. Les tracés seront laissés apparents sur la figure du document réponse DR2.

La réponse possède une tangente à l'origine non nulle et tend vers une valeur finie, il s'agit donc de la réponse indicielle d'un système du 1^{er} ordre. On suppose ainsi que la fonction de transfert liant la tension aux bornes du moteur à la vitesse de rotation de son arbre de sortie peut être modélisée par un 1^{er} ordre de gain statique k et de constante de temps T .

Pour déterminer K , on mesure la valeur finale 250 rad/s et on sait que c'est égale à $k.U$, donc $k=50$ rad/s/V.

Pour déterminer T , on a 3 méthodes à notre disposition. Etant donné le bruit de fin de mesure, on choisit de prendre la méthode à 63% : à 63% de la VF, on est à $t=T$ d'où $T=0.01s$. On peut également faire la méthode de la tangente à l'origine qui vaut $k.U/T$, et on obtient 0,009s.

Détermination de la fonction de transfert du moteur

Q4/ Déterminer la fonction de transfert $M(p) = \frac{\theta_m(p)}{U(p)}$ du moteur électrique.

On passe les 4 équations dans le domaine de Laplace en supposant les conditions de Heaviside :

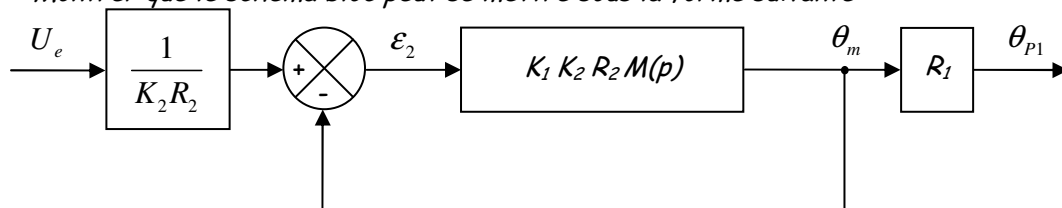
$$\begin{cases} U(p) = RI(p) + E(p) \\ E(p) = k_e p \theta_m(p) \\ J_e p^2 \theta_m(p) = C_m(p) \\ C_m(p) = k_a I(p) \end{cases} \Rightarrow U(p) = \left(\frac{RJ_e}{k_a} p^2 + k_e p \right) \theta_m(p) \Rightarrow \frac{\theta_m(p)}{U(p)} = \frac{1}{p \left(\frac{RJ_e}{k_a} p + k_e \right)} = \frac{1/k_e}{p \left(\frac{RJ_e}{k_a k_e} p + 1 \right)}$$

Q5/ Donner les expressions littérales de $K_m = 1/k_e$ et $\tau_m = \frac{RJ_e}{k_a k_e}$.

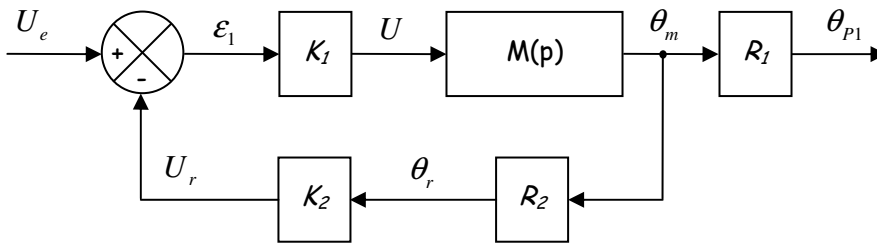
Q6/ Application numérique : calculer $K_m = 50$ rad/s/V et $\tau_m = 0,01$ s. On retrouve les résultats issus de l'identification.

Schéma bloc de l'asservissement

Q7/ Montrer que le schéma bloc peut se mettre sous la forme suivante :



Le schéma bloc initial est :



En plaçant les blocs K2 et R2 après le sommateur, il en résulte la forme proposée.

Détermination de la fonction de transfert en boucle ouverte

Q8/ Déterminer la fonction de transfert en boucle ouverte $T(p) = \frac{\theta_m}{\varepsilon_2}$, la mettre sous la forme

$$T(p) = \frac{K_{BO}}{p(1 + \tau_m p)} \text{ et en déduire l'expression du gain de boucle } K_{BO}.$$

$$T(p) = \frac{\theta_m}{\varepsilon_2} = K_1 K_2 R_2 M(p) \text{ d'où } K_{BO} = K_1 K_2 K_m R_2.$$

Détermination de la fonction de transfert en boucle fermée

Q9/ Déterminer la fonction de transfert $F(p) = \frac{\theta_{p1}}{U_e}$ et montrer qu'elle peut se mettre sous la forme d'un système du second ordre. On notera K_{BF} le gain statique, ζ le coefficient d'amortissement et ω_0 la pulsation propre.

$$F(p) = \frac{\theta_{p1}}{U_e} = \frac{1}{K_2 R_2} \frac{\frac{K_{BO}}{p(1 + \tau_m p)}}{1 + \frac{K_{BO}}{p(1 + \tau_m p)}} R_1 = \frac{R_1}{K_2 R_2} \frac{K_{BO}}{p(1 + \tau_m p) + K_{BO}} = \frac{\frac{R_1}{K_2 R_2}}{\frac{\tau_m}{K_{BO}} p^2 + \frac{1}{K_{BO}} p + 1}$$

Q10/ Donner l'expression littérale de K_{BF} en fonction de R_1 , R_2 et K_2 , de ζ et ω_0 en fonction de K_{BO} et τ_m .

$$K_{BF} = \frac{R_1}{K_2 R_2}, \quad \omega_0 = \sqrt{\frac{K_{BO}}{\tau_m}}, \quad \zeta = \frac{1}{2K_{BO}} \sqrt{\frac{K_{BO}}{\tau_m}} = \frac{1}{2\sqrt{\tau_m K_{BO}}}$$

Analyse des performances

Q11/ Déterminer la valeur du gain de boucle K_{BO} de telle sorte que la réponse à une entrée de type échelon soit la plus rapide possible sans toutefois produire de dépassement.

Il faut que l'amortissement soit égale à 1 : $\zeta = 1 = \frac{1}{2\sqrt{\tau_m K_{BO}}} \Rightarrow K_{BO} = \frac{1}{4\tau_m} = 25 \text{ s}^{-1}$.

Q12/ Déterminer l'écart de position pour une entrée de type échelon en calculant l'écart statique : $\varepsilon_s = \lim_{t \rightarrow \infty} \varepsilon_2(t)$. Le système est précis à une entrée de type échelon si $\varepsilon_s = 0$, conclure.

$$\varepsilon_2(p) = \frac{1}{K_2 R_2} U_e - \frac{1}{R_1} \theta_{p1} = \frac{1}{K_2 R_2} U_e - \frac{1}{R_1} \frac{\frac{R_1}{K_2 R_2}}{\frac{\tau_m}{K_{BO}} p^2 + \frac{1}{K_{BO}} p + 1} U_e = -\frac{1}{K_2 R_2} \frac{\frac{\tau_m}{K_{BO}} p^2 + \frac{1}{K_{BO}} p}{\frac{\tau_m}{K_{BO}} p^2 + \frac{1}{K_{BO}} p + 1} U_e$$

$$\varepsilon_s = \lim_{t \rightarrow \infty} \varepsilon_2(t) = \lim_{p \rightarrow 0} p \varepsilon_2(p) = \lim_{p \rightarrow 0} p \frac{1}{K_2 R_2} \frac{\frac{\tau_m}{K_{BO}} p^2 + \frac{1}{K_{BO}} p}{\frac{\tau_m}{K_{BO}} p^2 + \frac{1}{K_{BO}} p + 1} \frac{1}{p} = 0 \text{ donc le système est précis.}$$

(condition d'application du théorème de la valeur finale vérifié car pôle de la fonction à partie réelle <0)

Q13/ Déterminer le temps de réponse à 5% à l'aide de la Figure 3.

On a $t_r \cdot \omega_0 \approx 5 \Rightarrow t_r = 5 \sqrt{\frac{\tau_m}{K_{BO}}} = 0,1 \text{ s}$

Détermination du gain K_1

Q14/ Déterminer le nombre de tour maximal N_v que va faire la vis.

Quand je fais un tour, j'avance de 10 mm donc pour avancer de 0,6m, il faut faire $N_v = 600/10 = 60$ tours

Q15/ Déterminer le nombre de tour N_{p1} que va faire l'arbre d'entrée du réducteur 52.

$$N_{p1} = \frac{1}{5} N_v = 12 \text{ tours}$$

Q16/ En déduire le nombre de tour N_m que va faire l'arbre du moteur.

$$N_m = 150 N_{p1} = 1800 \text{ tours}$$

Q17/ En supposant que l'on utilise le capteur sur toute sa plage (10 tours), déterminer le rapport de réduction R_2 du réducteur reliant la sortie du moteur à l'entrée du potentiomètre.

Le moteur tourne de 1800 tours et on veut que le potentiomètre tourne de 10 tours, il faut donc que $R_2 = 1/180$.

Q18/ Déterminer le gain du capteur potentiométrique.

On bouge de 12V en 5 tours, donc le gain est $K_2 = \frac{12}{5 \times 2\pi} \approx 0,382 \text{ V/rad}$

Q19/ En déduire le gain K_1 du régulateur connaissant la valeur de K_{BO} fixée en Q11/.

En Q11/, on avait $K_{BO} = 25 = K_1 K_2 R_2 K_m \Rightarrow K_1 = \frac{25}{K_2 R_2 K_m} \approx 235,6$

Analyse des performances en mode suiveur

Dans le cas d'une entrée de type rampe $u_e(t) = t u(t)$, le cahier des charges stipule que l'écart de traînage ne doit pas excéder $\varepsilon_T \leq 0,5 \text{ rad}$.

Q20/ Déterminer l'écart de traînage $\varepsilon_T = \lim_{t \rightarrow \infty} \varepsilon_2(t)$ à une entrée de type rampe.

On reprend le calcul de Q11/ en remplaçant U_e par $1/p^2$, on obtient :

$$\varepsilon_T = \lim_{t \rightarrow \infty} \varepsilon_2(t) = \lim_{p \rightarrow 0} p \varepsilon_2(p) = \lim_{p \rightarrow 0} p \frac{1}{K_2 R_2} \frac{\frac{\tau_m}{K_{BO}} p^2 + \frac{1}{K_{BO}} p}{\frac{\tau_m}{K_{BO}} p^2 + \frac{1}{K_{BO}} p + 1} \frac{1}{p^2} = \frac{1}{K_2 R_2} \frac{1}{K_{BO}}$$

Q21/ En déduire une première inégalité sur K_{BO} permettant de vérifier cette partie du cahier charges.

$$\frac{1}{K_2 R_2} \frac{1}{K_{BO}} < 0,5 \Rightarrow K_{BO} > \frac{2}{K_2 R_2} \approx 942 \text{ s}^{-1}$$

Q22/ En reprenant la Q11/, déterminer une seconde inégalité sur K_{BO} permettant d'assurer que la réponse indicielle du système ne présentera pas de dépassement.

$$\zeta > 1 \Rightarrow \frac{1}{2\sqrt{\tau_m K_{BO}}} > 1 \Rightarrow K_{BO} < \frac{1}{4\tau_m} = 25 \text{ s}^{-1}$$

Dans la pratique le régulateur est un correcteur dont la fonction de transfert est

$$C_1(p) = K_1 \frac{1 + T_1 p}{1 + b T_1 p} \quad \text{avec } b > 1.$$

Q23/ Justifier la nécessité de ce correcteur.

Les deux inégalités Q20/ et Q21/ ne peuvent pas être vérifiées en même temps, il faut donc ajouter un correcteur permettant de le faire et on suppose que le correcteur proposé permettra de le faire si on trouve les bons paramètres.