Partie 2

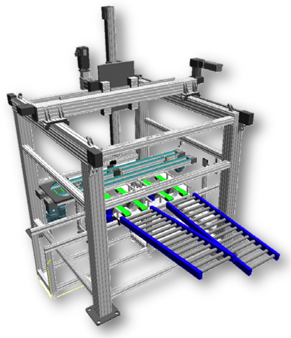
# Découverte des Systèmes Linéaires Continus et Invariants
# Analyse, Modélisation, Résolution

Sciences Industrielles de l'Ingénieur

PTSI

## Chapitre 3
## Modélisation des SLCI par schémas blocs

## TD 3



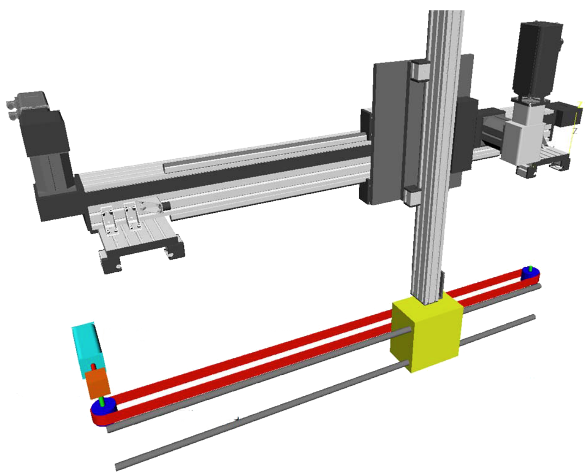
### Asservissement d'un axe de robot cartésien

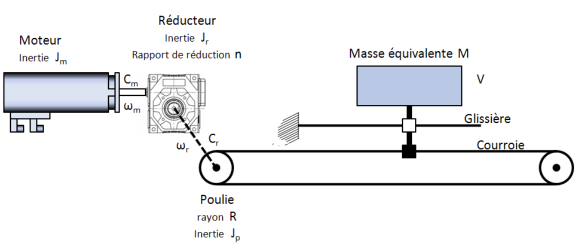
*D'après concours externe de l'agrégation de Génie Mécanique – Épreuve d'Automatique et d'Informatique Industrielle – 2008.*

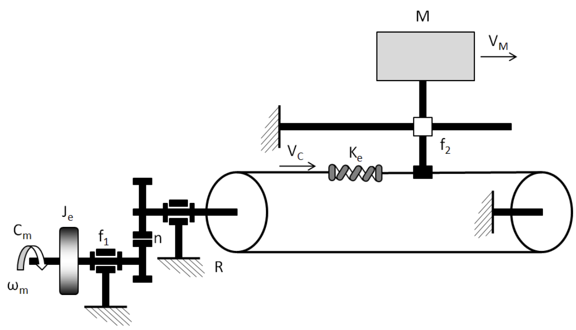
***Savoirs et compétences :***

**Objectif** TODO

### Mise en situation






Une ligne d'assemblage est équipée d'un robot cartésien permettant de réaliser des opérations de chargement et de déchargement. Ce robot possède 3 axes perpendiculaires entre eux. Nous nous intéressons à la commande d'un des axes dont ont donne un premier modèle.

On note :

- $\omega_m(t)$, $\omega_p(t)$ $(\text{rad} \cdot \text{s}^{-1})$ : fréquences de rotation du moteur et de la poulie ;
- $Y_c(t)$, $Y_m(t)$ (m) : position de la courroie et du chariot ;
- $V_c(t)$, $V_m(t)$ $(\text{m} \cdot \text{s}^{-1})$ : vitesses linéaires de déplacement de la courroie et du chariot ;
- $R = 45 \cdot 10^{-3}$ m : rayon de la poulie ;
- $n = \dfrac{\omega_m}{\omega_p} = 7,25$ : rapport de transmission du réducteur simple ;
- $K_e = 300\,000\ \text{N} \cdot \text{m}^{-1}$ : raideur équivalent de la courroie ;
- $f_m = 0,005\ \text{N} \cdot \text{m} \cdot \text{rad}^{-1} \cdot \text{s}^{-1}$ et $f_g = 100\ \text{N} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{s}^{-1}$ : frottement visqueux équivalents dans les éléments

en rotation et dans la glissière ;

- $M = 150$ kg : masse du chariot et de la charge à déplacer ;
- $J_e = 0,0062$ kg $\cdot$ m$^2$ : inertie équivalente de l'arbre de la poulie et de l'arbre moteur ramenée à l'arbre moteur.

## Modélisation du système mécanique

La relation entre la fréquence de rotation du moteur et la vitesse de déplacement de la courroie est donnée par la relation suivante :

$$V_c(t) = R \cdot \omega_p(t) = \frac{R}{n} \cdot \omega_m(t) \tag{1}$$

L'effort dû à l'élasticité de la courroie s'opposant à l'effort de traction de la courroie, on a :

$$F_c(t) = K_e\left(Y_c(t) - Y_m(t)\right) \tag{2}$$

L'application du théorème de la résultante dynamique au chariot en projection sur l'axe de déplacement du chariot on a :

$$M\frac{\mathrm{d}V_m(t)}{\mathrm{d}t} = F_c(t) - f_g V_m(t) \tag{3}$$

L'application du théorème de l'énergie cinétique à l'ensemble {Moteur, Réducteur, Courroie} :

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left[\frac{1}{2}J_e\omega_m(t)^2\right] = C_m(t)\omega_m(t) - f_m\omega_m(t)^2 - F_c(t)V_c(t) \tag{4}$$

**Question 1** *Donner dans le domaine temporel puis dans le domaine de Laplace la relation entre $V_m(t)$ et $Y_m(t)$. Comment traduire cette relation en schéma bloc ?*

**Question 2** *Appliquer la transformée de Laplace à chacune des équations et établir la modélisation par schéma bloc associée à chacune d'entre elles.*

**Question 3** *En utilisant la figure 1, établir le schéma bloc associé au déplacement du chariot en fonction du couple fourni par le moteur. On explicitera chacune des fonctions de transfert $H_i$.*

**Question 4** *Après avoir modifié le schéma bloc, exprimer la fonction de transfert $H = \dfrac{C_m}{V_M}$ en fonction des différentes fonctions de transfert $H_i$.*

## Modélisation de la commande du système

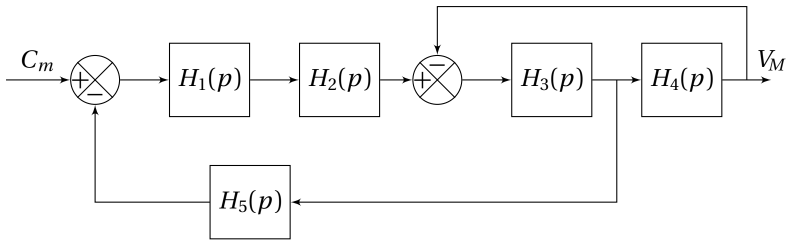



FIGURE 1 – Schéma bloc à remplir