CI 2 – SLCI : Étude du comportement des Systèmes Linéaires Continus Invariants

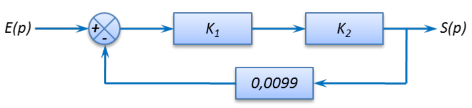
Chapitre 3 – Modélisation des Systèmes Linéaires Continus Invariants
Modélisation par schémas blocs

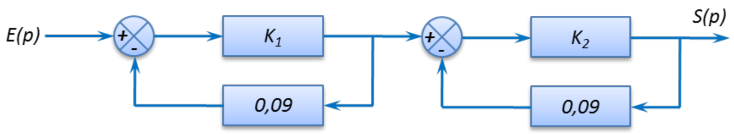
Exercices d'application

D'après ressources de Jean-Pierre Pupier.

Exercice 1

On considère les systèmes représentés ci-dessous :





Le premier système a pour fonction de transfert $H_1(p)$ et le deuxième $H_2(p)$.

Question 1

Calculer $H_1(p)$ et $H_2(p)$.

Correction

Dans le premier cas, on peut calculer la fonction de transfert en boucle fermée :

$$H_1(p) = \frac{S(p)}{E(p)} = \frac{K_1(p)K_2(p)}{1+K_1(p)K_2(p)K_3}$$

Dans le second cas, deux FTBF se succèdent. On a :

$$H_2(p) = \frac{S(p)}{E(p)} = \frac{K_1(p)}{1+K_1(p)K_4} \cdot \frac{K_2(p)}{1+K_2(p)K_3} = \frac{K_1(p)K_2(p)}{(1+K_1(p)K_4)\cdot(1+K_2(p)K_4)}$$

Question 2

On pose $K_1 = K_2 = K$. Calculer K tel que $H_1(p) = H_2(p)$.

Correction

Dans le premier cas :

$$H_1(p) = \frac{K^2}{1+K^2K_3}$$

Dans le second cas :

$$H_2(p) = \frac{K^2}{(1+KK_4)\cdot(1+KK_4)} = \frac{K^2}{1+K^2K_4^2+2KK_4}$$

Ainsi,

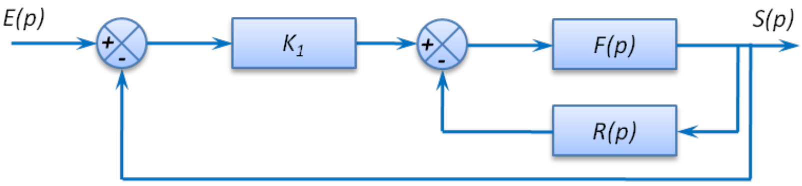
$$H_1(p) = H_2(p) \Longleftrightarrow \frac{K^2}{1+K^2K_3} = \frac{K^2}{1+K^2K_4^2+2KK_4} \Longleftrightarrow \frac{1}{1+K^2K_3} = \frac{1}{1+K^2K_4^2+2KK_4}$$

Correction

$$\Longleftrightarrow 1+K^2K_3 = 1+K^2K_4^2+2KK_4 \Longleftrightarrow KK_3 = KK_4^2+2K_4 \Longleftrightarrow K = \frac{2K_4}{K_3-K_4^2} = 100$$

Exercice 2

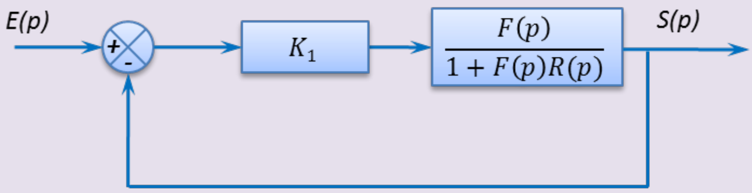
On considère le système suivant :

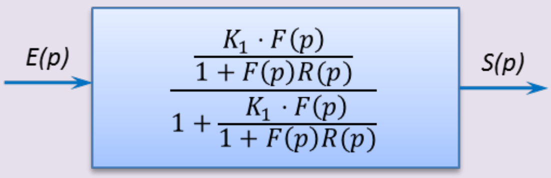


Question 1

Calculer la fonction de transfert $H(p)$ du système.

Correction





$$\frac{S(p)}{E(p)} = \frac{K_1F(p)}{1+F(p)R(p)+K_1F(p)}$$

On donne pour valeur aux différents blocs $F(p) = \dfrac{8}{p\,(p+4)\,(p+5)}$, $R(p) = p$ et $K_1 = 5$.

Question 2

Calculer $H(p)$.

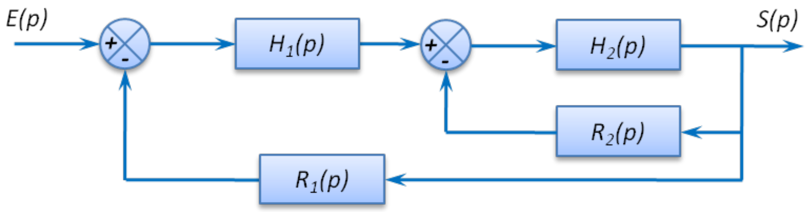
Correction

On remplace les fonctions de transfert par leurs valeurs :

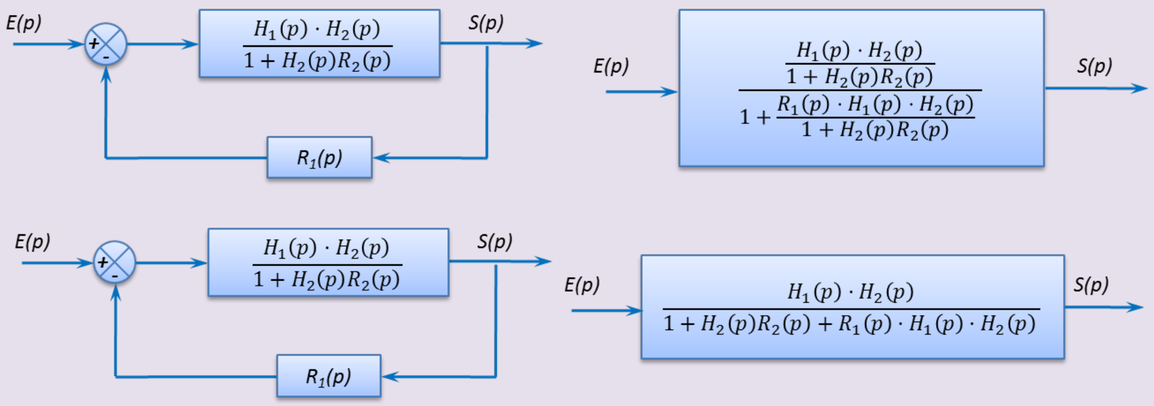
$$\frac{S(p)}{E(p)} = \frac{K_1\dfrac{8}{p\,(p+4)\,(p+5)}}{1+\dfrac{8p}{p\,(p+4)\,(p+5)}+K_1\dfrac{8}{p\,(p+4)\,(p+5)}} = \frac{8K_1}{p\,(p+4)\,(p+5)+8p+8K_1}$$

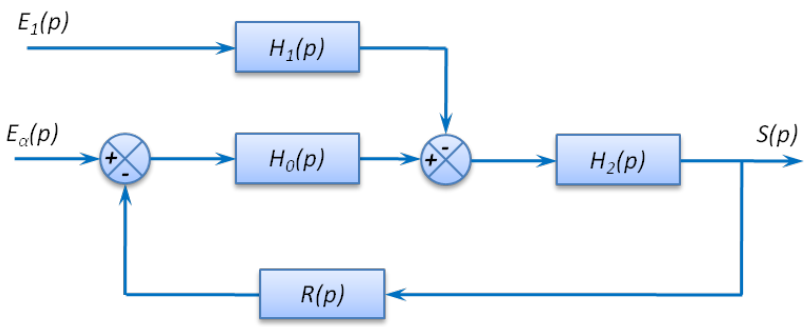
Exercice 3

Déterminer la sortie $S(p)$ et éventuellement la fonction de transfert correspondant aux schémas suivants :



Correction





Correction

On note $G_1(p) = \dfrac{S(p)}{E_\alpha(p)}$ lorsque $E_1(p) = 0$:

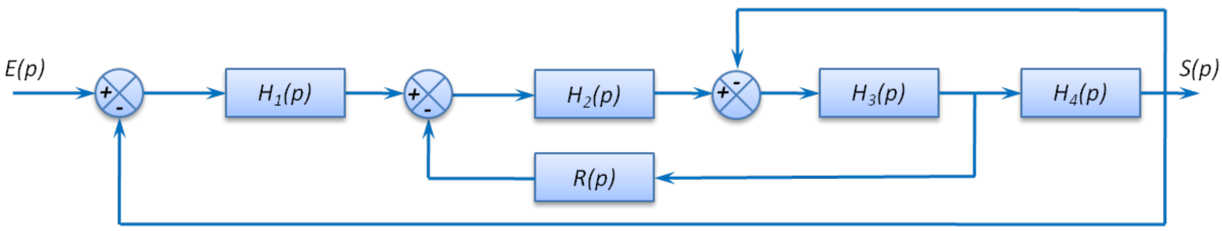
$$G_1(p) = \frac{H_0(p)\cdot H_2(p)}{1 + H_0(p)\cdot H_2(p)\cdot R(p)}$$

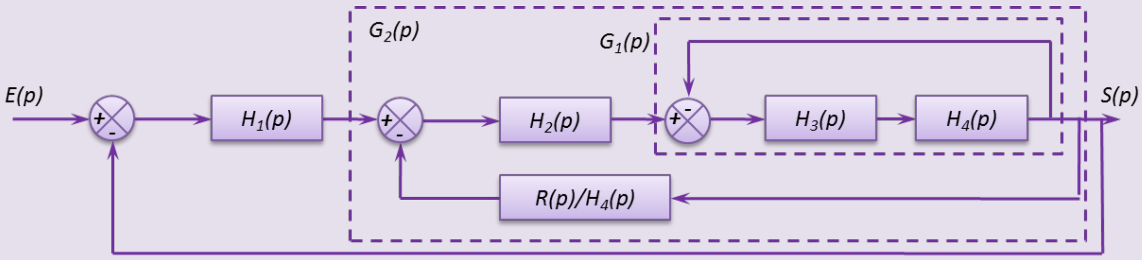
On note $G_2(p) = \dfrac{S(p)}{E_1(p)}$ lorsque $E_\alpha(p) = 0$:

$$G_2(p) = -H_1(p)\cdot \frac{H_2(p)}{1 + H_0(p)\cdot H_2(p)\cdot R(p)}$$

Au final,

$$S(p) = G_1(p)E_\alpha(p) + G_2(p)E_1(p)$$





On a :

$$G_1(p) = \frac{H_3(p)\cdot H_4(p)}{1+H_3(p)\cdot H_4(p)}$$

$$G_2(p) = \frac{H_2(p)\cdot G_1(p)}{1+H_2(p)\cdot G_1(p)\cdot \dfrac{R(p)}{H_4(p)}} = \frac{H_2(p)\cdot \dfrac{H_3(p)\cdot H_4(p)}{1+H_3(p)\cdot H_4(p)}}{1+H_2(p)\cdot \dfrac{H_3(p)\cdot H_4(p)}{1+H_3(p)\cdot H_4(p)}\cdot \dfrac{R(p)}{H_4(p)}} = \frac{H_2(p)\cdot H_3(p)\cdot H_4(p)}{1+H_3(p)\cdot H_4(p)+H_2(p)\cdot H_3(p)\cdot R(p)}$$

Au final,

$$H(p) = \frac{H_1(p)\cdot G_2(p)}{1+H_1(p)\cdot G_2(p)} = \frac{H_1(p)\cdot \dfrac{H_2(p)\cdot H_3(p)\cdot H_4(p)}{1+H_3(p)\cdot H_4(p)+H_2(p)\cdot H_3(p)\cdot R(p)}}{1+H_1(p)\cdot \dfrac{H_2(p)\cdot H_3(p)\cdot H_4(p)}{1+H_3(p)\cdot H_4(p)+H_2(p)\cdot H_3(p)\cdot R(p)}}$$

$$H(p) = \frac{H_1(p)\cdot H_2(p)\cdot H_3(p)\cdot H_4(p)}{1+H_3(p)\cdot H_4(p)+H_2(p)\cdot H_3(p)\cdot R(p)+H_1(p)\cdot H_2(p)\cdot H_3(p)\cdot H_4(p)}$$

Correction