Partie 2

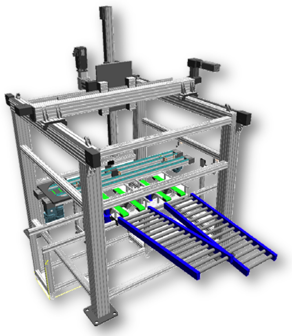
Découverte des Systèmes Linéaires Continus et Invariants
Analyse, Modélisation, Résolution

Sciences Industrielles de l'Ingénieur

PTSI

Chapitre 3
Modélisation des SLCI par schémas blocs

TD 3

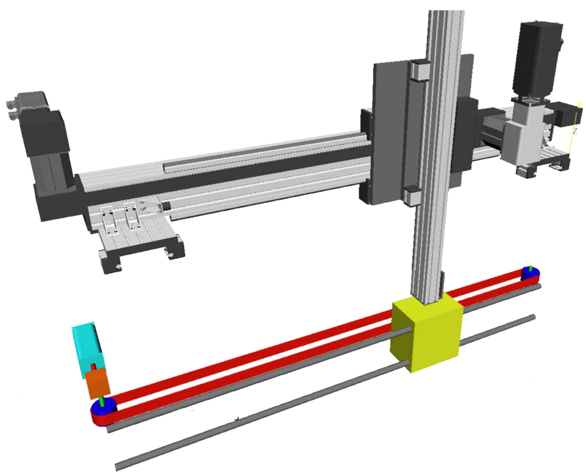


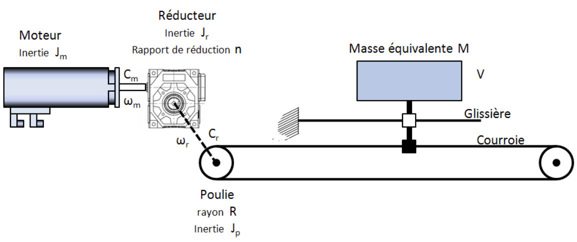
Asservissement d'un axe de robot cartésien

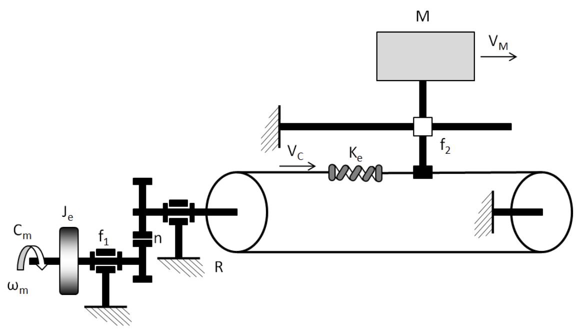
D'après concours externe de l'agrégation de Génie Mécanique – Épreuve d'Automatique et d'Informatique Industrielle – 2008.

Savoirs et compétences :

Objectif TODO







Une ligne d'assemblage est équipée d'un robot cartésien permettant de réaliser des opérations de chargement et de déchargement. Ce robot possède 3 axes perpendiculaires entre eux. Nous nous intéressons à la commande d'un des axes dont ont donne un premier modèle.

On note :

- $\omega_m(t)$, $\omega_p(t)$ $(\text{rad}\cdot\text{s}^{-1})$: fréquences de rotation du moteur et de la poulie ;
- $Y_c(t)$, $Y_m(t)$ (m) : position de la courroie et du chariot ;
- $V_c(t)$, $V_m(t)$ $(\text{m}\cdot\text{s}^{-1})$: vitesses linéaires de déplacement de la courroie et du chariot ;
- $R = 45\cdot 10^{-3}$ m : rayon de la poulie ;
- $n = \dfrac{\omega_m}{\omega_p} = 7,25$: rapport de transmission du réducteur simple ;
- $K_e = 300\,000\,\text{N}\cdot\text{m}^{-1}$: raideur équivalent de la courroie ;
- $f_m = 0,005\,\text{N}\cdot\text{m}\cdot\text{rad}^{-1}\cdot\text{s}^{-1}$ et $f_g = 100\,\text{N}\cdot\text{m}^{-1}\cdot\text{s}^{-1}$: frottement visqueux équivalents dans les éléments

en rotation et dans la glissière ;

- $M = 150$ kg : masse du chariot et de la charge à déplacer ;
- $J_e = 0,0062 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$: inertie équivalente de l'arbre de la poulie et de l'arbre moteur ramenée à l'arbre moteur ;

La relation entre la fréquence de rotation du moteur et la vitesse de déplacement de la courroie est donnée par la relation suivante :

$$V_c(t) = R \cdot \omega_p(t) = \frac{R}{n} \cdot \omega_m(t) \quad (1)$$

L'effort dû à l'élasticité de la courroie s'opposant à l'effort de traction de la courroie, on a :

$$F_c(t) = K_e \left(Y_c(t) - Y_m(t) \right) \quad (2)$$

L'application du théorème de la résultante dynamique au chariot en projection sur l'axe de déplacement du chariot on a :

$$M \frac{\mathrm{d}V_m(t)}{\mathrm{d}t} = F_c(t) - f_g V_m(t) \quad (3)$$

L'application du théorème de l'énergie cinétique à l'ensemble {Moteur, Réducteur, Courroie} :

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left[\frac{1}{2} J_e \omega_m(t)^2\right] = C_m(t)\omega_m(t) - f_m \omega_m(t)^2 - F_c(t) V_c(t) \quad (4)$$

Question 1 *Donner dans le domaine temporel puis dans le domaine de Laplace la relation entre $V_m(t)$ et $Y_m(t)$. Comment traduire cette relation en schéma bloc ?*

Question 2 *Appliquer la transformée de Laplace à chacune des équations et établir la modélisation par schéma bloc associée à chacune d'entre elles.*

Question 3 *En utilisant la figure 1, établir le schéma bloc associé au déplacement du chariot en fonction du couple fourni par le moteur.*

Question 4 *Établir la fonction de transfert (transmittance) : $H(p) = \dfrac{V_m(m)}{C_m(p)}$.*

Question 5 *Montrer que H peut se mettre sous la forme d'un produit d'une fonction de transfert du premier ordre et du second ordre dont on explicitera chacune des caractéristiques.*

Question 6 *Tracer le diagramme de Bode des deux fonctions de transfert élémentaires ainsi que du système complet.*

Question 7 *En déduire à quelle condition, on peut considérer que le système est modélisable uniquement par un second ordre.*

Question 8 *Montrer que si la raideur de la courroie est infiniment grande (et que K_e est donc infinie) H peut se mettre sous la forme d'une fonction de transfert du premier ordre dont on explicitera les caractéristiques.*

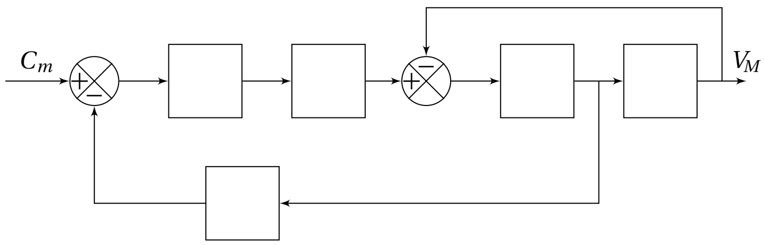


FIGURE 1 – Schéma bloc à remplir