

## CI 2 – SLCI : ÉTUDE DU COMPORTEMENT DES SYSTÈMES LINÉAIRES CONTINUS INVARIANTS

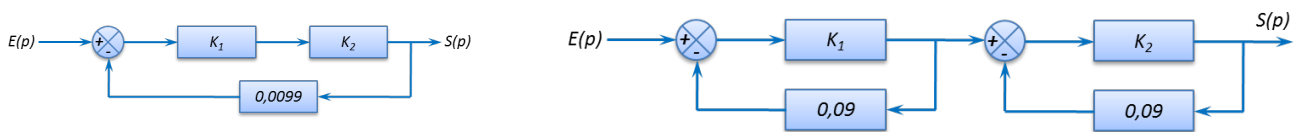
### CHAPITRE 3 – MODÉLISATION DES SYSTÈMES LINÉAIRES CONTINUS INVARIANTS MODÉLISATION PAR SCHÉMAS BLOCS

#### EXERCICES D'APPLICATION

*D'après ressources de Jean-Pierre Pupier.*

#### Exercice 1

On considère les systèmes représentés ci-dessous :



Le premier système a pour fonction de transfert  $H_1(p)$  et le deuxième  $H_2(p)$ .

#### Question 1

Calculer  $H_1(p)$  et  $H_2(p)$ .

Dans le premier cas, on peut calculer la fonction de transfert en boucle fermée :

$$H_1(p) = \frac{S(p)}{E(p)} = \frac{K_1(p)K_2(p)}{1 + K_1(p)K_2(p)K_3}$$

Dans le second cas, deux FTBF se succèdent. On a :

$$H_2(p) = \frac{S(p)}{E(p)} = \frac{K_1(p)}{1 + K_1(p)K_4} \cdot \frac{K_2(p)}{1 + K_2(p)K_3} = \frac{K_1(p)K_2(p)}{(1 + K_1(p)K_4) \cdot (1 + K_2(p)K_4)}$$

Correction

#### Question 2

On pose  $K_1 = K_2 = K$ . Calculer  $K$  tel que  $H_1(p) = H_2(p)$ .

Dans le premier cas :

$$H_1(p) = \frac{K^2}{1 + K^2 K_3}$$

Dans le second cas :

$$H_2(p) = \frac{K^2}{(1 + K K_4) \cdot (1 + K K_4)} = \frac{K^2}{1 + K^2 K_4^2 + 2K K_4}$$

Ainsi,

$$H_1(p) = H_2(p) \iff \frac{K^2}{1 + K^2 K_3} = \frac{K^2}{1 + K^2 K_4^2 + 2K K_4} \iff \frac{1}{1 + K^2 K_3} = \frac{1}{1 + K^2 K_4^2 + 2K K_4}$$

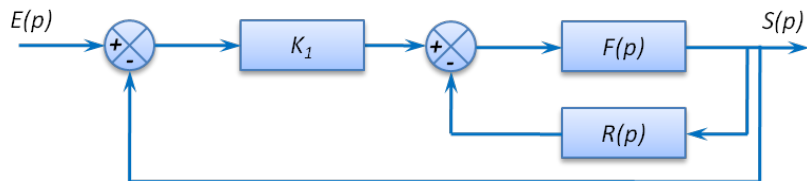
Correction

Correction

$$\Leftrightarrow 1 + K^2 K_3 = 1 + K^2 K_4^2 + 2K K_4 \Leftrightarrow K K_3 = K K_4^2 + 2K K_4 \Leftrightarrow K = \frac{2K_4}{K_3 - K_4^2} = 100$$

## Exercice 2

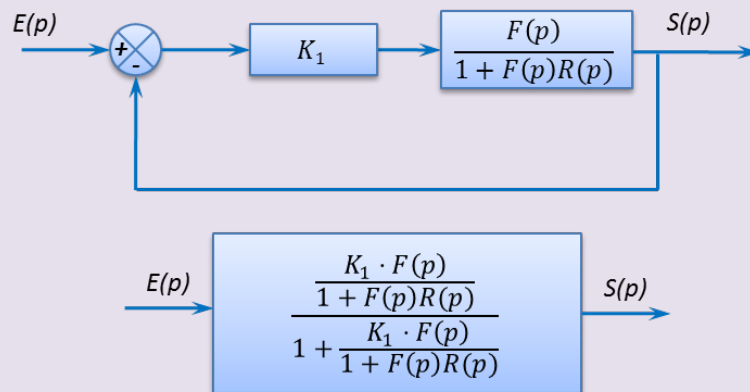
On considère le système suivant :



### Question 1

Calculer la fonction de transfert  $H(p)$  du système.

Correction



$$\frac{S(p)}{E(p)} = \frac{K_1 F(p)}{1 + F(p)R(p) + K_1 F(p)}$$

On donne pour valeur aux différents blocs  $F(p) = \frac{8}{p(p+4)(p+5)}$ ,  $R(p) = p$  et  $K_1 = 5$ .

### Question 2

Calculer  $H(p)$ .

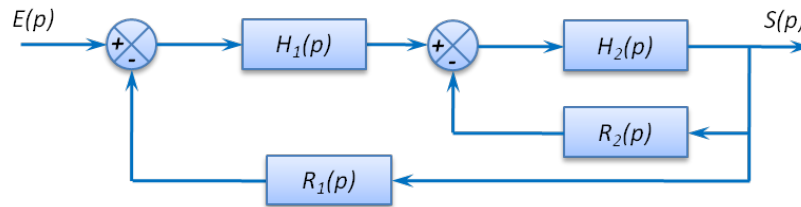
Correction

On remplace les fonctions de transfert par leurs valeurs :

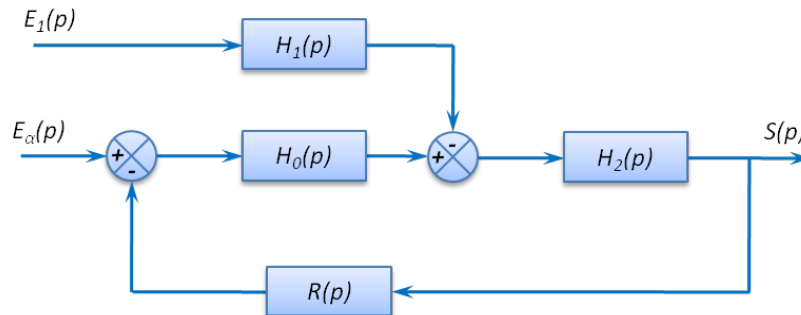
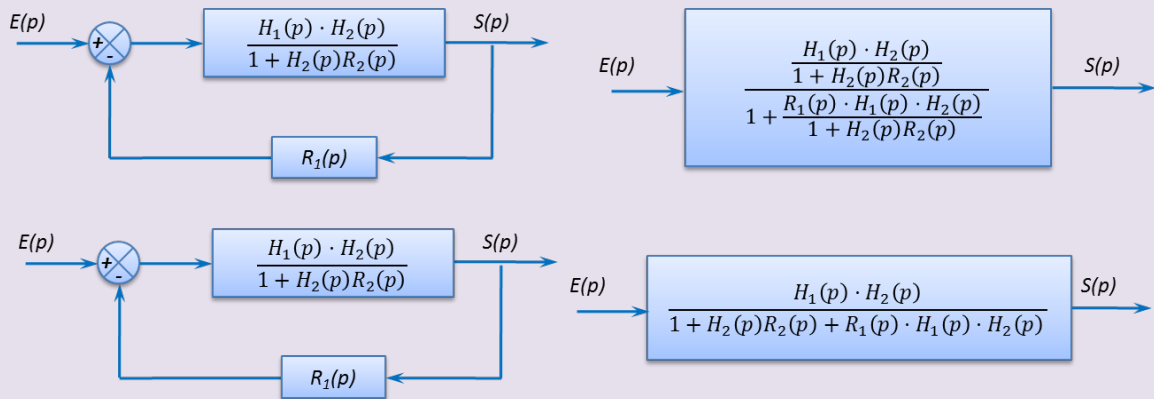
$$\frac{S(p)}{E(p)} = \frac{K_1 \frac{8}{p(p+4)(p+5)}}{1 + \frac{8p}{p(p+4)(p+5)} + K_1 \frac{8}{p(p+4)(p+5)}} = \frac{8K_1}{p(p+4)(p+5) + 8p + 8K_1}$$

### Exercice 3

Déterminer la sortie  $S(p)$  et éventuellement la fonction de transfert correspondant aux schémas suivants :



Correction



Correction

On note  $G_1(p) = \frac{S(p)}{E_\alpha(p)}$  lorsque  $E_1(p) = 0$  :

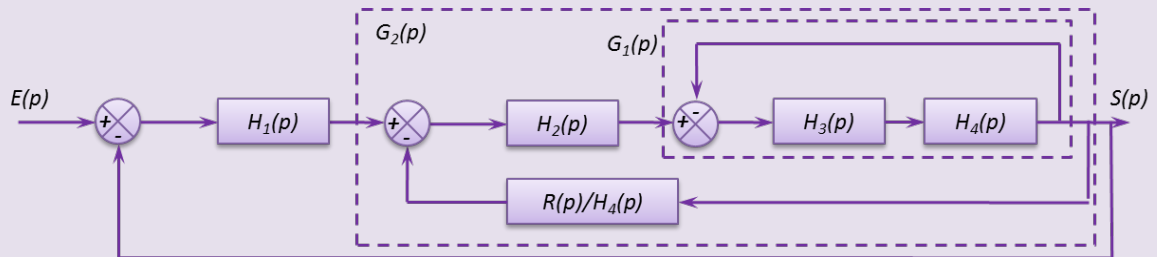
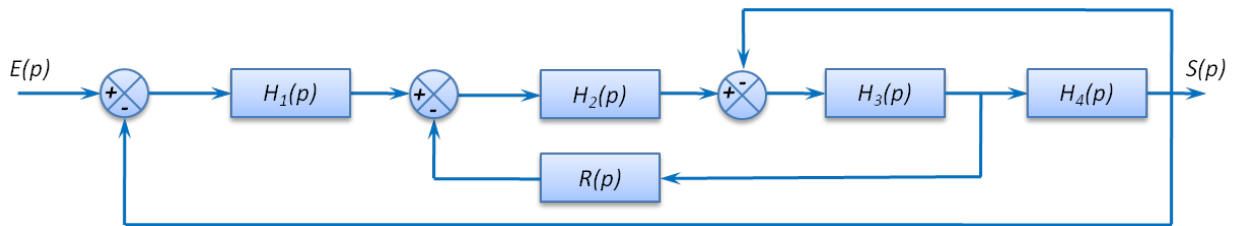
$$G_1(p) = \frac{H_0(p) \cdot H_2(p)}{1 + H_0(p) \cdot H_2(p) \cdot R(p)}$$

On note  $G_2(p) = \frac{S(p)}{E_1(p)}$  lorsque  $E_\alpha(p) = 0$  :

$$G_2(p) = -H_1(p) \cdot \frac{H_2(p)}{1 + H_0(p) \cdot H_2(p) \cdot R(p)}$$

Au final,

$$S(p) = G_1(p)E_\alpha(p) + G_2(p)E_1(p)$$



On a :

$$G_1(p) = \frac{H_3(p) \cdot H_4(p)}{1 + H_3(p) \cdot H_4(p)}$$

$$G_2(p) = \frac{H_2(p) \cdot G_1(p)}{1 + H_2(p) \cdot G_1(p) \cdot \frac{R(p)}{H_4(p)}} = \frac{H_2(p) \cdot \frac{H_3(p) \cdot H_4(p)}{1 + H_3(p) \cdot H_4(p)}}{1 + H_2(p) \cdot \frac{H_3(p) \cdot H_4(p)}{1 + H_3(p) \cdot H_4(p)} \cdot \frac{R(p)}{H_4(p)}} = \frac{H_2(p) \cdot H_3(p) \cdot H_4(p)}{1 + H_3(p) \cdot H_4(p) + H_2(p) \cdot H_3(p) \cdot R(p)}$$

Au final,

$$H(p) = \frac{H_1(p) \cdot G_2(p)}{1 + H_1(p) \cdot G_2(p)} = \frac{H_1(p) \cdot \frac{H_2(p) \cdot H_3(p) \cdot H_4(p)}{1 + H_3(p) \cdot H_4(p) + H_2(p) \cdot H_3(p) \cdot R(p)}}{1 + H_1(p) \cdot \frac{H_2(p) \cdot H_3(p) \cdot H_4(p)}{1 + H_3(p) \cdot H_4(p) + H_2(p) \cdot H_3(p) \cdot R(p)}}$$

$$H(p) = \frac{H_1(p) \cdot H_2(p) \cdot H_3(p) \cdot H_4(p)}{1 + H_3(p) \cdot H_4(p) + H_2(p) \cdot H_3(p) \cdot R(p) + H_1(p) \cdot H_2(p) \cdot H_3(p) \cdot H_4(p)}$$

Correction