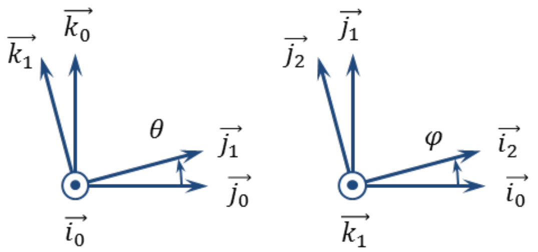
CI 3 – CIN : Étude cinématique des systèmes de solides de la chaîne d'énergie
Analyser, Modéliser, Résoudre
Chapitre 2 – Géométrie Vectorielle

Produit scalaire

Exercice 1

On donnes les figures planes associées aux bases suivantes : $\left(\overrightarrow{i_0},\overrightarrow{j_0},\overrightarrow{k_0}\right)$, $\left(\overrightarrow{i_0},\overrightarrow{j_1},\overrightarrow{k_1}\right)$ et $\left(\overrightarrow{i_2},\overrightarrow{j_2},\overrightarrow{k_1}\right)$:



Question 1
Calculer les produits scalaires suivants :

- $\overrightarrow{i_0}\cdot\overrightarrow{j_0}$
- $\overrightarrow{j_0}\cdot\overrightarrow{k_0}$
- $\overrightarrow{j_0}\cdot\overrightarrow{j_1}$
- $\overrightarrow{j_0}\cdot\overrightarrow{k_1}$
- $\overrightarrow{i_0}\cdot\overrightarrow{i_2}$
- $\overrightarrow{k_1}\cdot\overrightarrow{k_0}$
- $\overrightarrow{i_0}\cdot\overrightarrow{j_2}$
- $\overrightarrow{i_2}\cdot\overrightarrow{j_1}$
- $\overrightarrow{j_2}\cdot\overrightarrow{j_0}$
- $\overrightarrow{k_1}\cdot\overrightarrow{i_2}$
- $\overrightarrow{i_0}\cdot\overrightarrow{k_1}$
- $\overrightarrow{j_2}\cdot\overrightarrow{i_2}$

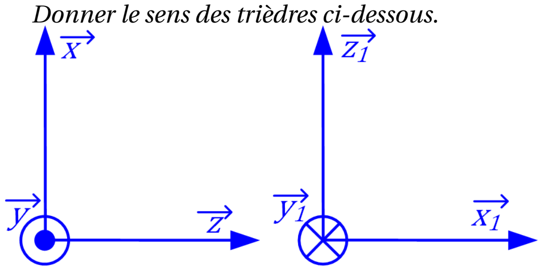
Question 2
Exprimer :

- *le vecteur $\overrightarrow{j_1}$ dans la base $\left(\overrightarrow{i_0},\overrightarrow{j_0},\overrightarrow{k_0}\right)$;*
- *le vecteur $\overrightarrow{k_1}$ dans la base $\left(\overrightarrow{i_0},\overrightarrow{j_0},\overrightarrow{k_0}\right)$;*
- *le vecteur $\overrightarrow{i_2}$ dans la base $\left(\overrightarrow{i_1},\overrightarrow{j_1},\overrightarrow{k_1}\right)$;*
- *le vecteur $\overrightarrow{j_2}$ dans la base $\left(\overrightarrow{i_0},\overrightarrow{j_0},\overrightarrow{k_0}\right)$.*

Exercice 2

D'après DS proposé par Antoine Martin & David Noël – Lycée Descartes – UPSTI.

Question 1
Donner le sens des trièdres ci-dessous.



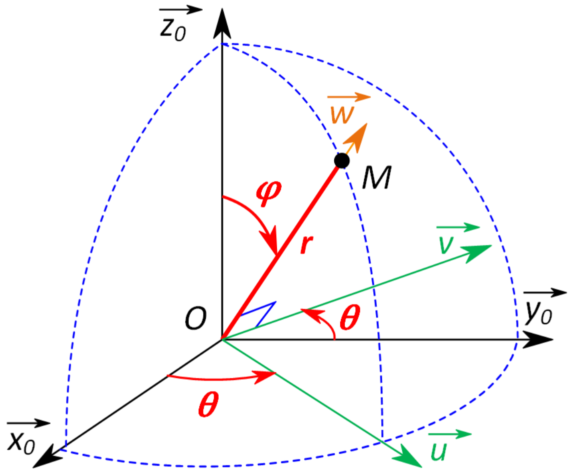
- Trièdre $\left(\overrightarrow{x},\overrightarrow{y},\overrightarrow{z}\right)$: Direct ☐ Indirect ☐
- Trièdre $\left(\overrightarrow{y},\overrightarrow{x},\overrightarrow{z}\right)$: Direct ☐ Indirect ☐
- Trièdre $\left(\overrightarrow{x_1},\overrightarrow{y_1},\overrightarrow{z_1}\right)$: Direct ☐ Indirect ☐
- Trièdre $\left(\overrightarrow{z_1},\overrightarrow{x_1},\overrightarrow{y_1}\right)$: Direct ☐ Indirect ☐

On considère une rotation d'angle θ autour de l'axe $(O,\overrightarrow{x_1})$ qui permet de passer de la base $\left(\overrightarrow{x_1},\overrightarrow{y_1},\overrightarrow{z_1}\right)$ vers une seconde base $\left(\overrightarrow{x_2},\overrightarrow{y_2},\overrightarrow{z_2}\right)$.

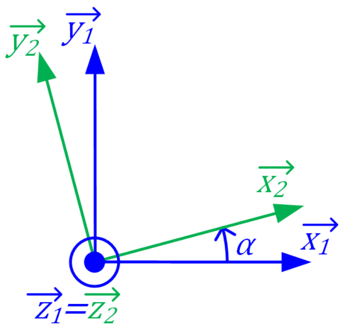
On considère une rotation d'angle φ autour de l'axe $(O,(\overrightarrow{z_2}))$ qui permet de passer de la base $\left(\overrightarrow{x_2},\overrightarrow{y_2},\overrightarrow{z_2}\right)$ vers une seconde base $\left(\overrightarrow{x_3},\overrightarrow{y_3},\overrightarrow{z_3}\right)$.

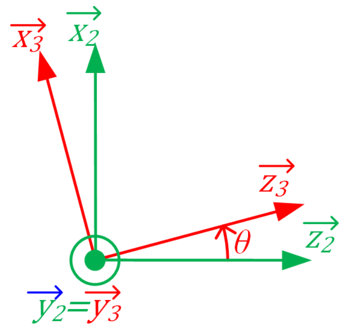
Question 2
Faire les figures de projection correspondant à l'énoncé ci-dessus.

Question 3
Effectuer les projections planes pour exprimer le vecteur $\overrightarrow{OM}$ *dans la base* $\mathcal{B}_0 = \left(\overrightarrow{x_0}, \overrightarrow{y_0}, \overrightarrow{z_0}\right)$.



Question 4
En s'aidant des figures de projection proposées, effectuer les calculs vectoriels ci-dessous (les bases sont orthonormées directes).





- $\overrightarrow{x_2} \cdot \overrightarrow{z_1}$;
- $\overrightarrow{z_3} \cdot \overrightarrow{z_3}$;
- $\overrightarrow{y_1} \cdot \overrightarrow{x_2}$;
- $\overrightarrow{x_2} \cdot \overrightarrow{x_3}$;
- $\overrightarrow{x_1} \cdot \overrightarrow{x_3}$.