

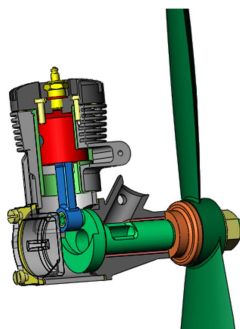
# 3 – ÉTUDE CINÉMATIQUE DES SYSTÈMES DE SOLIDES DE LA CHAÎNE D'ÉNERGIE

## ANALYSER – MODÉLISER – RÉSOUDRE

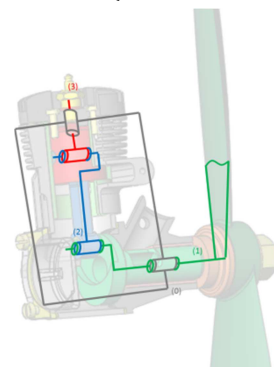
### CHAPITRE 2 : MODÉLISATION DES SYSTÈMES MÉCANIQUES



Système réel :  
moteur d'avion de modélisme



Système modélisé :  
modélisation 3D



Système modélisé :  
Schéma cinématique

#### Compétences : Modéliser, Communiquer

- Mod2 – C12 : Modélisation cinématique des liaisons entre solides ;
- Mod2 – C14 : Modèle cinématique d'un mécanisme ;
- Com1 – C2 : Schémas cinématique, d'architecture, technologique.

<b>1°- MODÉLISATION DES SOLIDES ET DES LIAISONS .....</b>	<b>2</b>
A. Définitions préliminaires.....	2
B. Liaisons entre solides .....	2
1- Degré de liberté .....	2
2- Liaisons.....	3
3- Réalisation : .....	3
4- Liaison parfaite.....	3
<b>2°- LIAISONS NORMALISÉES PARFAITES.....</b>	<b>3</b>
A. Liaison sphère plan (Anciennement ponctuelle).....	3
B. Liaison cylindre – plan (Anciennement linéaire rectiligne) .....	4
C. Sphère cylindre (Anciennement linéaire annulaire).....	4
D. Liaison sphérique (Anciennement rotule).....	4
E. Liaison Appui plan.....	4
F. Liaison sphérique à doigt (Anciennement rotule à doigt) .....	5
G. Liaison pivot glissant .....	5
H. Liaison hélicoïdale .....	5
I. Liaison pivot.....	5
J. Liaison glissière.....	6
<b>3°- TABLEAU DES LIAISONS NORMALISÉES .....</b>	<b>6</b>
<b>4°- ASSOCIATION DE LIAISONS .....</b>	<b>8</b>
A. Graphe des liaisons.....	8
B. Liaison sphère-plan (Anciennement ponctuelle).....	9
C. Liaison cylindre – plan (Anciennement linéaire rectiligne) .....	9
D. Liaison sphère – cylindre (Anciennement linéaire annulaire) .....	9
E. Liaison appui plan .....	10
F. Liaison sphérique (Anciennement rotule).....	10
G. Liaison pivot glissant .....	10
H. Liaison pivot.....	10
I. Liaisons glissière.....	11
<b>5°- MODÉLISATION PAR SCHÉMA CINÉMATIQUE .....</b>	<b>11</b>
A. Construction des schémas cinématiques .....	11
B. Les différents types de schémas.....	12

## 1°- Modélisation des solides et des liaisons

### A. Définitions préliminaires

#### Modélisation :

La modélisation est l'opération qui consiste à représenter un système dans un formalisme différent afin de réaliser des analyses et des résolutions de problèmes. En cinématique, statique, cinétique et dynamique, on utilise le schéma cinématique pour représenter les systèmes réels. Attention, le modèle est une **représentation** du réel. Il y a donc des **écarts** entre le réel et le modèle qu'il s'agit de savoir **quantifier** ou **justifier**.

#### Première hypothèse : Solide indéformable

Un solide indéformable (ou parfait) est une entité matérielle :

- de masse constante ;
- dont la distance entre deux points est invariable au cours du temps.

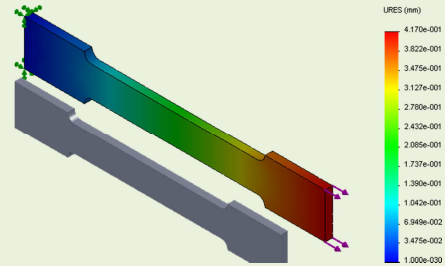
Si on note donc  $A$  et  $B$  deux points appartenant à un solide  $S$  et  $t$  le temps, on a donc

$$\forall A, B \in S, \forall t \in \mathbb{R}, \|\overrightarrow{AB}(t)\| = cte$$

#### Exemples de solides déformables



Pâte à modeler



Éprouvette sollicitée lors d'un essai mécanique

En réalité les solides indéformables n'existent pas. Les plus rigides d'entre eux subissent de petites déformations provoquées par :

- la variation de température (dilatation)
- les actions mécaniques (efforts).

### B. Liaisons entre solides

#### 1- Degré de liberté

Considérons un solide parfait **1** complètement libre par rapport à un solide **0** (exemple : avion **1** par rapport au sol **0**). Son déplacement global peut se décomposer en deux déplacements.

- Rotation : l'orientation du solide **1** change par rapport à **0**.
- Translation : le solide **1** garde la même orientation par rapport à **0** mais sa position évolue.

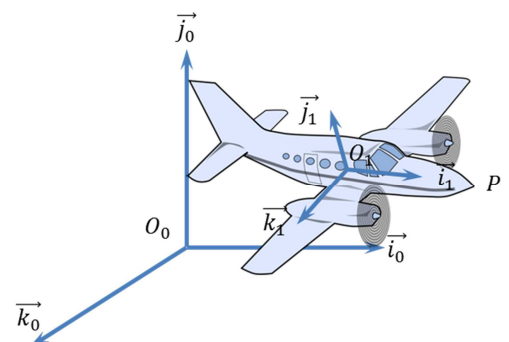
Le solide **1** évoluant dans l'espace à trois dimensions, chaque déplacement peut à son tour être décomposé en trois déplacements élémentaires (un sur chaque dimension). On suppose qu'un repère orthonormé direct  $\mathcal{R} = (O, \vec{i}_0, \vec{j}_0, \vec{k}_0)$  est lié au solide **0**.

La **rotation** se décompose donc en :

- une rotation autour de  $\vec{i}$  :  $R_x$
- une rotation autour de  $\vec{j}$  :  $R_y$
- une rotation autour de  $\vec{k}$  :  $R_z$

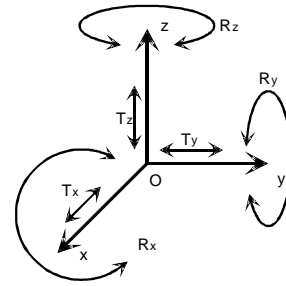
La **translation** se décompose donc en :

- une translation suivant  $\vec{i}$  :  $T_x$
- une translation suivant  $\vec{j}$  :  $T_y$
- une translation suivant  $\vec{k}$  :  $T_z$



Ces six quantités ( $R_x$ ,  $R_y$ ,  $R_z$ ,  $T_x$ ,  $T_y$ ,  $T_z$ ) sont appelées **degrés de liberté (ddl) du solide 1 par rapport au solide 0**.

Les degrés de liberté sont **indépendants** les uns par rapport aux autres. Par exemple la translation suivant  $x$  peut s'effectuer sans aucune translation suivant  $y$  ou  $z$ .



## 2- Liaisons

En construction mécanique, on n'a besoin que de certains degrés de liberté (on parle aussi de « mobilités ») entre deux solides (par exemple le solide 1 doit posséder uniquement une rotation autour de  $\vec{i}$  par rapport au solide 0 ; cas d'une porte). Les autres degrés de liberté ne doivent pas exister.

## 3- Réalisation :

On met les deux solides en contact par l'intermédiaire d'une surface  $S_1$  appartenant à 1 et d'une surface  $S_0$  appartenant à 0.

- Au cours du mouvement, la surface  $S_1$  glisse sur la surface  $S_2$ . Les conditions à remplir sont :
  - Non pénétration d'une surface dans l'autre
  - Non séparation des surfaces.

## 4- Liaison parfaite

### Liaison parfaite :

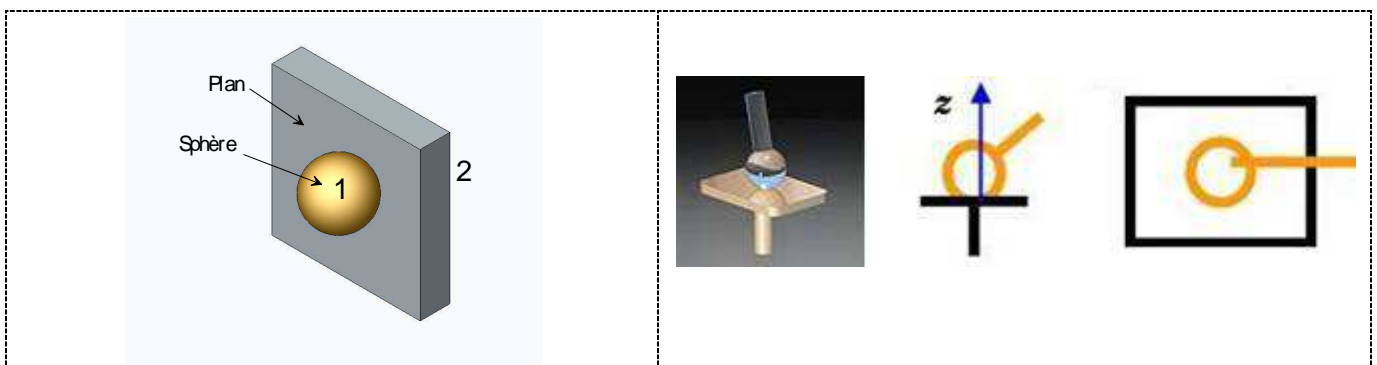
Une liaison parfaite est une **modélisation** d'une liaison réelle entre deux solides indéformables, qui permet d'étudier le fonctionnement d'un mécanisme.

Les qualités d'une liaison parfaite sont :

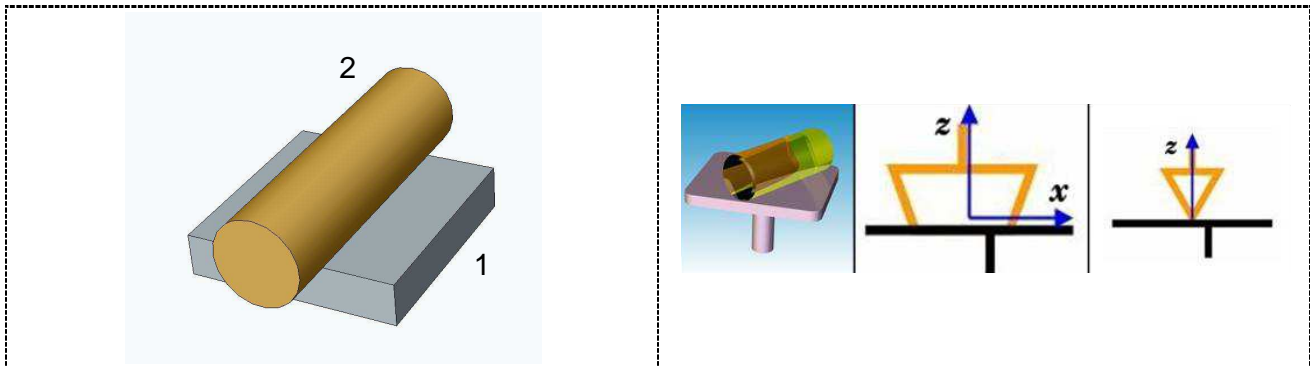
- surfaces ayant une géométrie parfaite ;
- pas d'adhérence ni de frottement ;
- pas de déformation sous l'effort ;
- pas de jeu ni de serrage entre les pièces.

## 2°- Liaisons normalisées parfaites

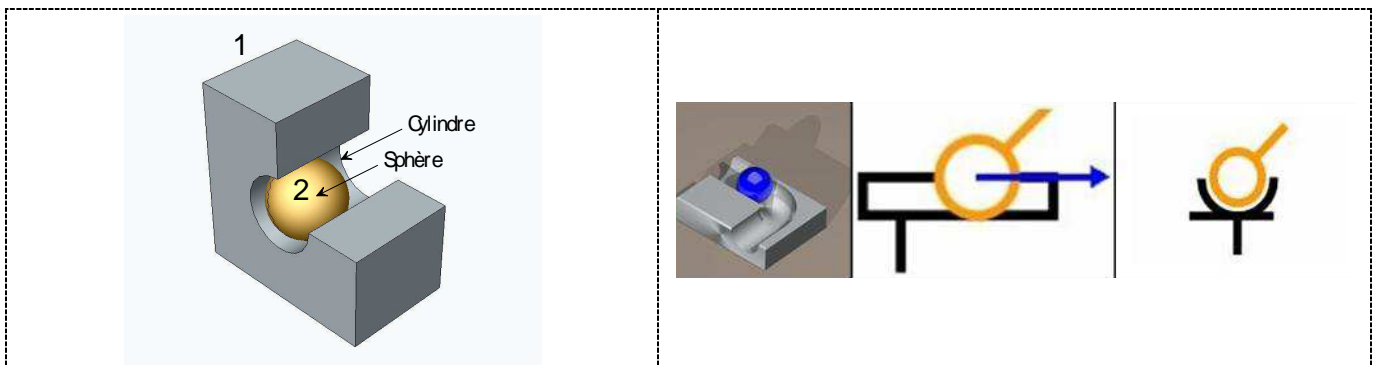
### A. Liaison sphère plan (Anciennement ponctuelle)



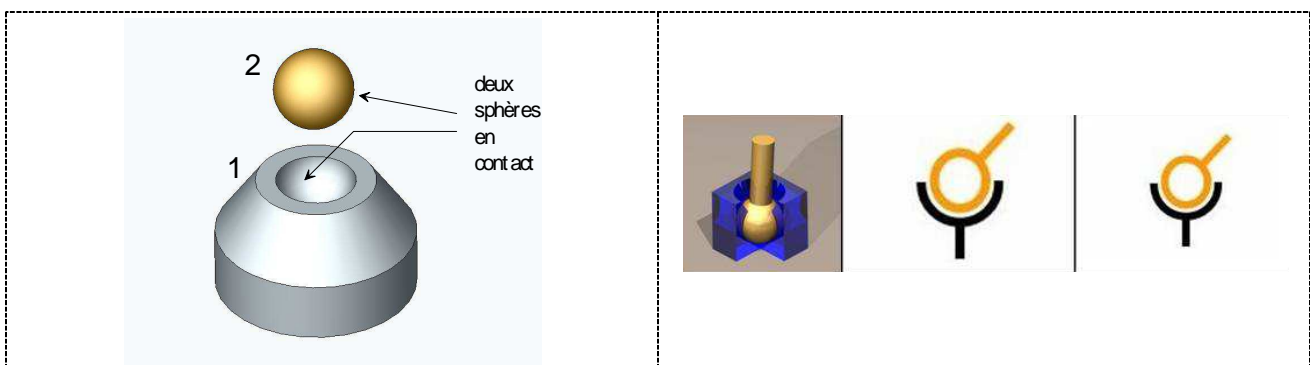
### B. Liaison cylindre – plan (Anciennement linéaire rectiligne)



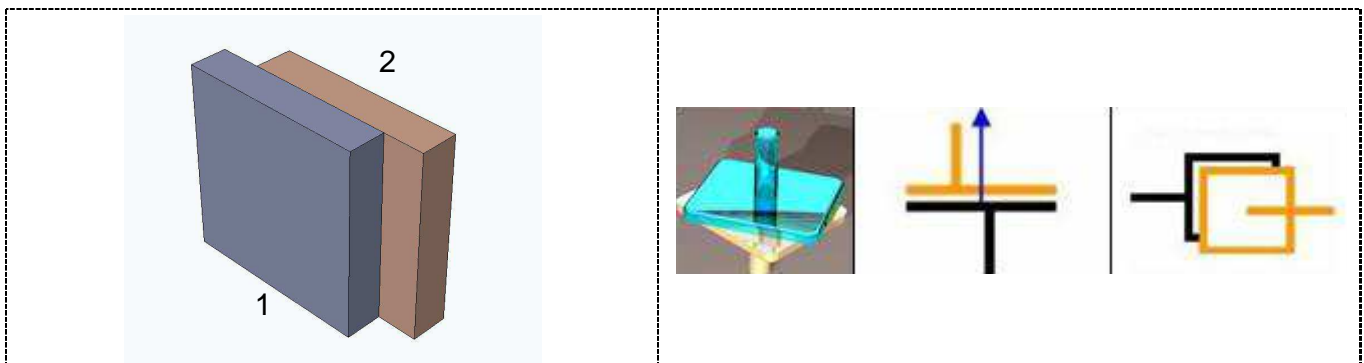
### C. Sphère cylindre (Anciennement linéaire annulaire)



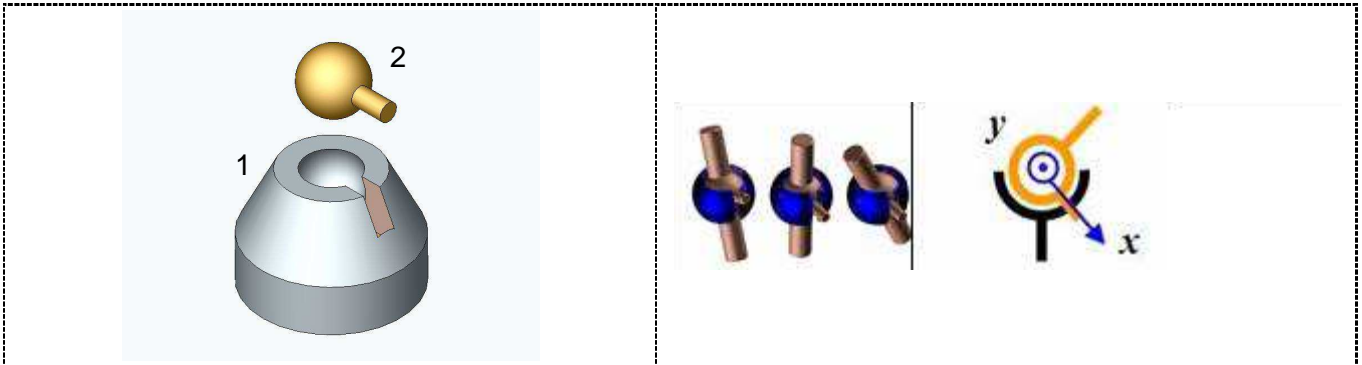
### D. Liaison sphérique (Anciennement rotule)



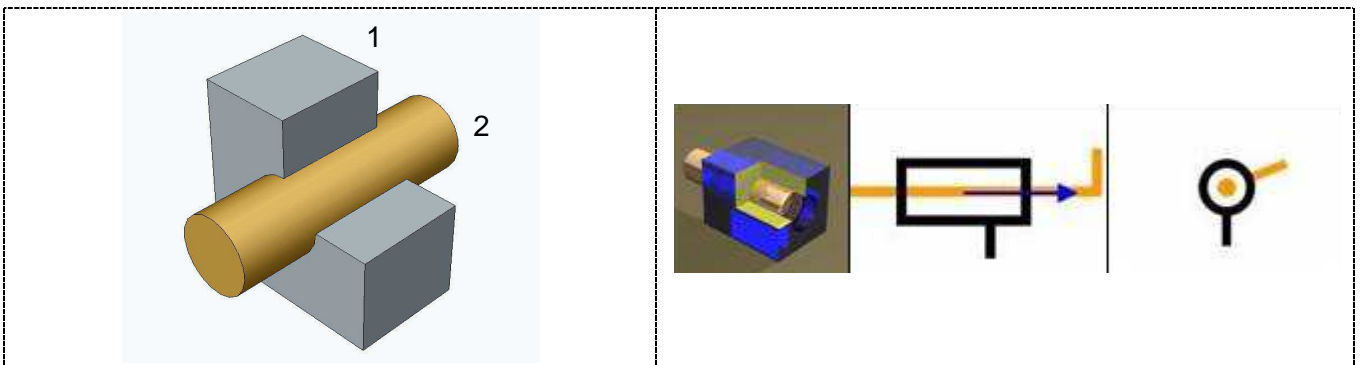
### E. Liaison Appui plan



### F. Liaison sphérique à doigt (Anciennement rotule à doigt)



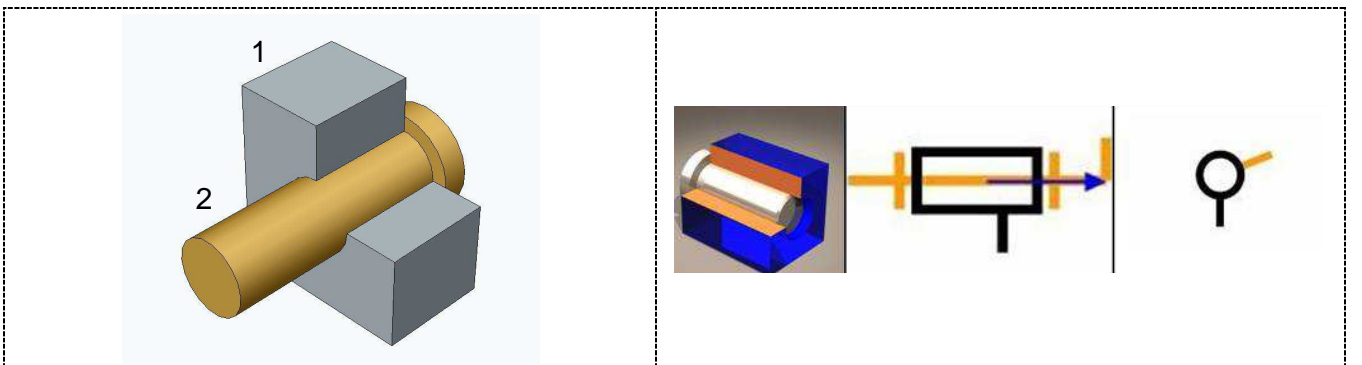
### G. Liaison pivot glissant



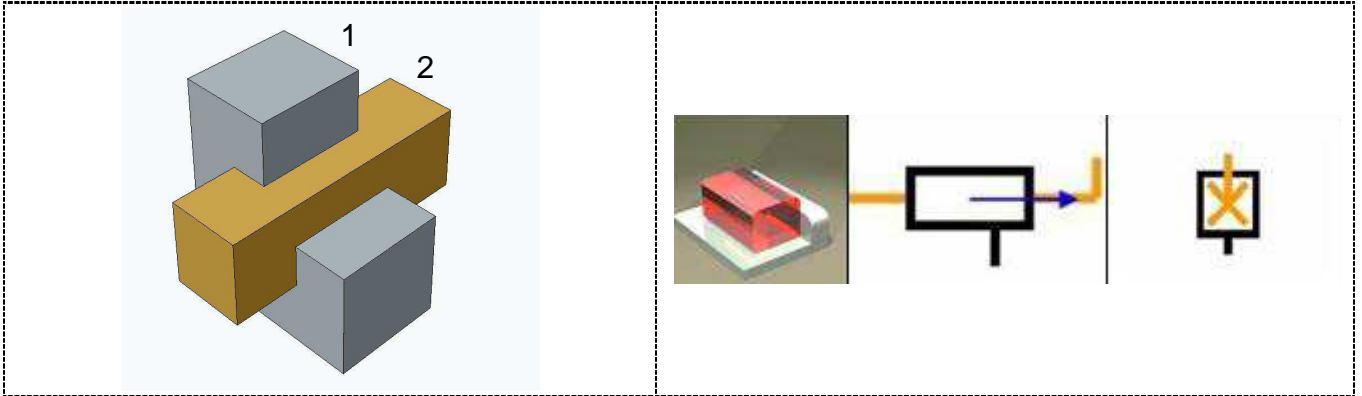
### H. Liaison hélicoïdale



### I. Liaison pivot



### J. Liaison glissière



### 3°- Tableau des liaisons normalisées

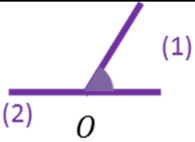
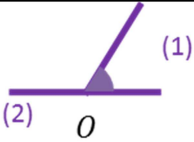
**CE TABLEAU EST À CONNAITRE PAR CŒUR !**

L'énoncé des degrés de liberté que possède une liaison sous-entend le choix d'un repère orthonormé direct lié à un solide. L'orientation de ce repère définit la base qui lui est associée.



Nom complet de la liaison	Vue de face	Vue de profil	Perspective	Axe primaire	Axe secondaire	Degrés de liberté
Sphère plan de normale $(O, \vec{z})$ ( $O$ : centre de la sphère)				2		$R_x$ $T_x$ $R_y$ $T_y$ $R_z$ 0
Linéaire rectiligne d'axe $(O, \vec{x})$ et de normale $(O, \vec{z})$ ( $O$ milieu de la ligne)				axe de contact entre 1 et 2	2	$R_x$ $T_x$ 0 $T_y$ $R_z$ 0
Linéaire annulaire d'axe $(O, \vec{x})$ ( $O$ : centre de la sphère)				axe de 2		$R_x$ $T_x$ $R_y$ 0 $R_z$ 0
Sphérique de centre $O$ (ou rotule)						$R_x$ 0 $R_y$ 0 $R_z$ 0
Appui plan de normale $(O, \vec{z})$ ( $O$ lié à 1 ou à 2)				plan commun (1 ou 2)		0 $T_x$ 0 $T_y$ $R_z$ 0
Sphérique à doigt de centre $O$ ( $O$ : centre de la sphère)				1	2	$R_x$ 0 $R_y$ 0 0   0
Pivot glissant d'axe $(O, \vec{x})$ ( $O$ milieu du tube)				axe commun (1 ou 2)		$R_x$ $T_x$ 0   0 0   0
Hélicoïdale d'axe $(O, \vec{x})$ ( $O$ milieu du tube)				axe commun (1 ou 2)		$R_x$ $T_x$ 0   0 0   0 <hr/> $T_x = k R_x$
Pivot d'axe $(O, \vec{x})$ ( $O$ milieu du tube)				axe commun (1 ou 2)		$R_x$ 0 0   0 0   0
Glissière de direction $(O, \vec{x})$ ( $O$ milieu du tube)				axe commun (1 ou 2)		0 $T_x$ 0   0 0   0



Encastrement de centre $O$					0 0
					0 0
					0 0

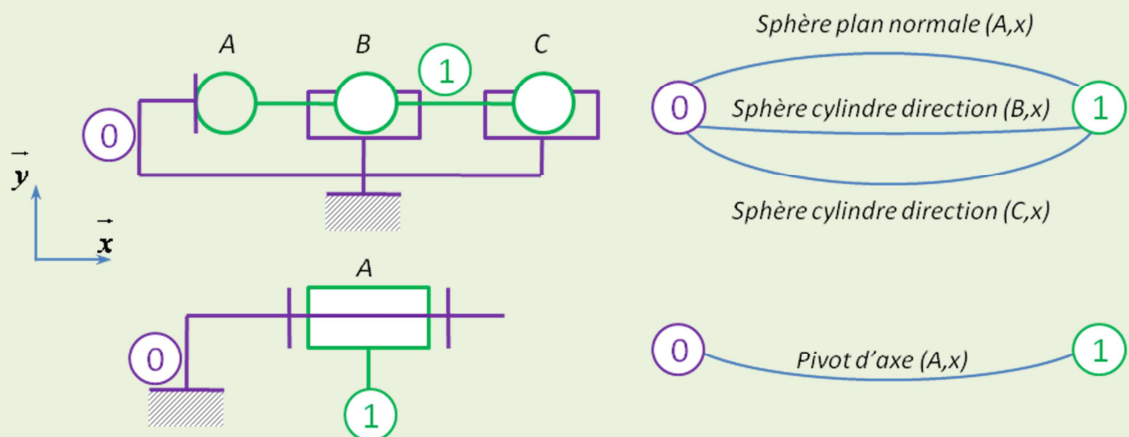
#### 4°- Association de liaisons

##### A. Graphe des liaisons

###### Définition : Graphe des liaisons

Dans le graphe des liaisons, les classes d'équivalence cinématiques sont représentées par des nœuds. Les liaisons sont représentées par des arcs. Son but est d'analyser la structure du mécanisme

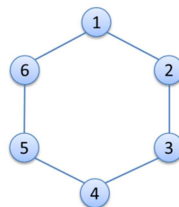
###### Exemples



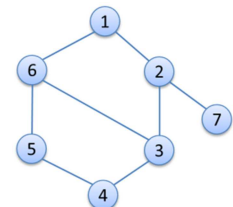
On définit 3 types de graphes caractéristiques :



Chaîne ouverte  
Liaisons en séries



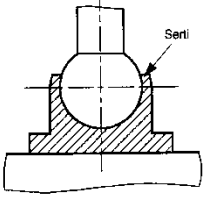
Chaîne ouverte  
(Liaisons en parallèles)



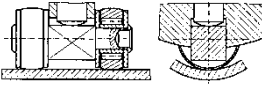
Chaîne complexe



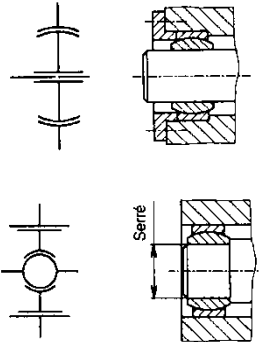
### B. Liaison sphère-plan (Anciennement ponctuelle)

	<hr/> <hr/> <hr/> <hr/> <hr/> <hr/> <hr/> <hr/> <hr/> <hr/>
	<hr/> <hr/> <hr/> <hr/> <hr/> <hr/> <hr/> <hr/> <hr/> <hr/>

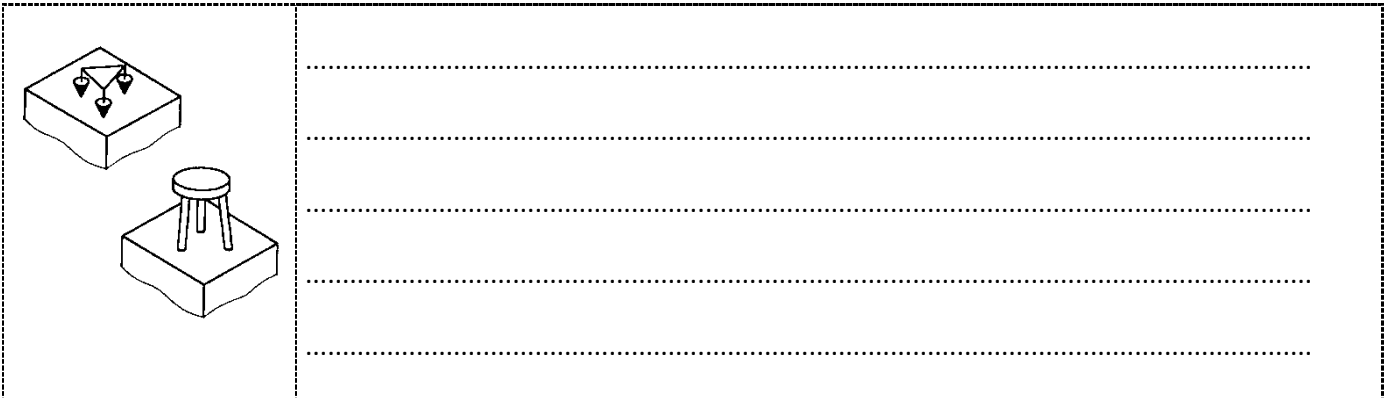
### C. Liaison cylindre – plan (Anciennement linéaire rectiligne)

	<hr/> <hr/> <hr/> <hr/> <hr/> <hr/> <hr/> <hr/> <hr/> <hr/>
	<hr/> <hr/> <hr/> <hr/> <hr/> <hr/> <hr/> <hr/> <hr/> <hr/>

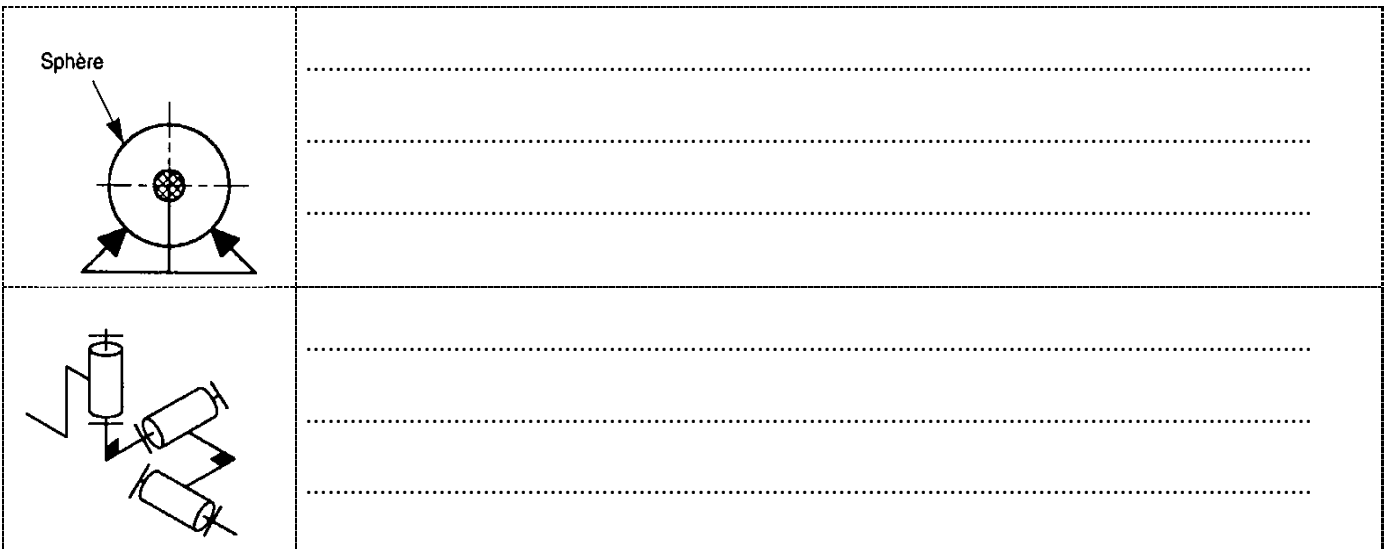
### D. Liaison sphère – cylindre (Anciennement linéaire annulaire)

	<hr/> <hr/> <hr/> <hr/> <hr/> <hr/> <hr/> <hr/> <hr/> <hr/>
	<hr/> <hr/> <hr/> <hr/> <hr/> <hr/> <hr/> <hr/> <hr/> <hr/>

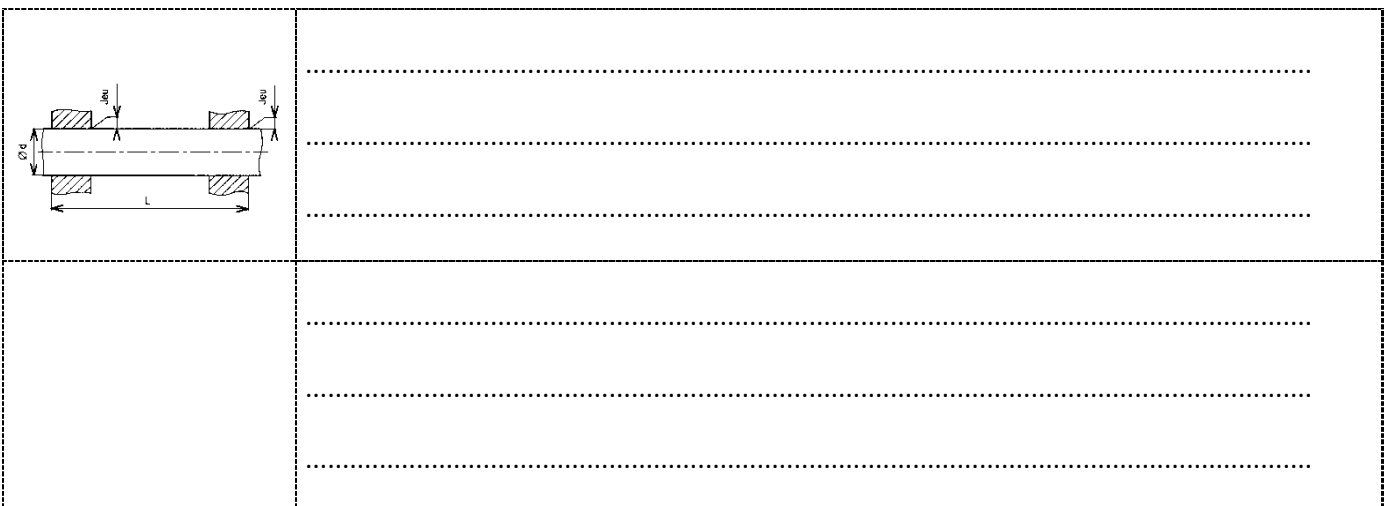
### E. Liaison appui plan



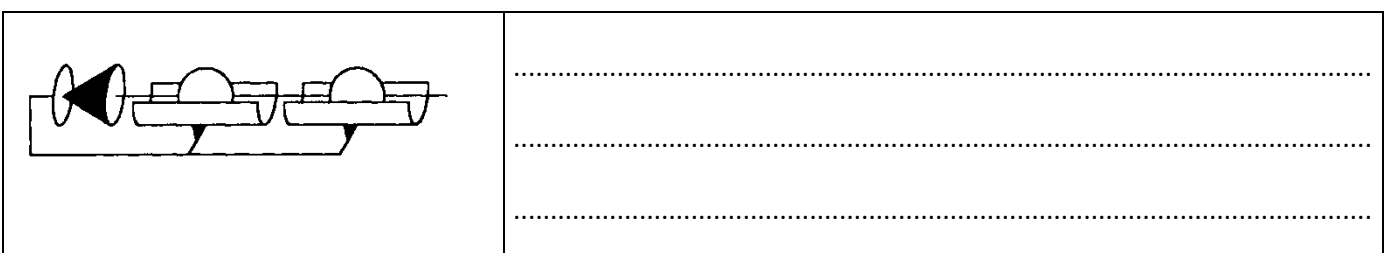
### F. Liaison sphérique (Anciennement rotule)

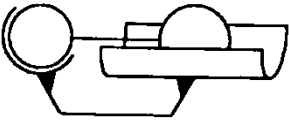
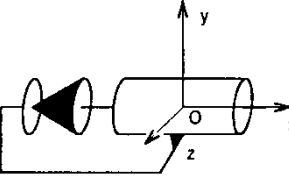
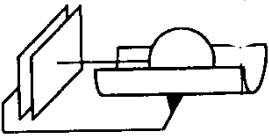


### G. Liaison pivot glissant

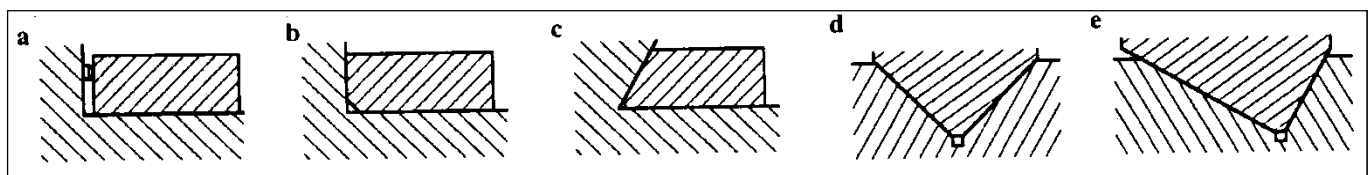


### H. Liaison pivot



	<hr/> <hr/> <hr/> <hr/> <hr/> <hr/> <hr/> <hr/> <hr/> <hr/>
	<hr/> <hr/> <hr/> <hr/> <hr/> <hr/> <hr/> <hr/> <hr/> <hr/>
	<hr/> <hr/> <hr/> <hr/> <hr/> <hr/> <hr/> <hr/> <hr/> <hr/>

### I. Liaisons glissière



## 5°- Modélisation par schéma cinématique

### A. Construction des schémas cinématiques

#### Définition : Classe d'équivalence cinématique

Une classe d'équivalence cinématique est un ensemble de pièces en liaison encastrement (démontable ou non). Toutes les pièces faisant partie d'une même classe d'équivalence n'ont pas de mobilités relatives entre elles. Elles ont le même mouvement lors du fonctionnement du mécanisme.

#### Remarque :

Pour identifier les classes d'équivalence sur un dessin d'ensemble on les colorie d'une seule et même couleur. Généralement on commence en coloriant le bâti d'une seule et même couleur (plutôt claire). Les pièces d'une même classe d'équivalence sont souvent assemblées par des vis ou par des soudures.

#### Méthode de réalisation des schémas cinématiques : (Une méthode parmi d'autres)

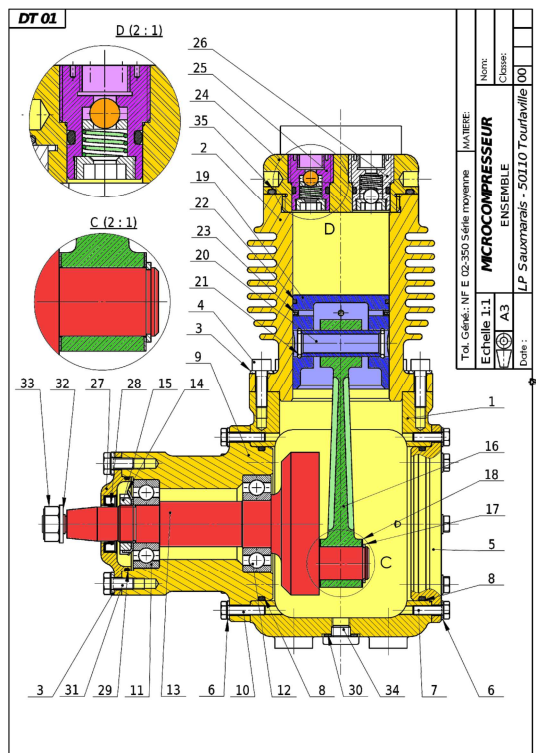
A partir d'un dessin d'ensemble ou d'un mécanisme :

- colorier chacune des classes d'équivalence ;
- réaliser le graphe des liaisons ;
- indiquer sur le schéma le **repère** de représentation (dans le plan ou en 3D) ;
- placer sur le schéma, les **centres** de chaque liaison (points A, B, C, ...) ;

- tracer les axes principaux des liaisons (par exemple axe d'un pivot ou d'une glissière ou normale d'un appui plan) ;
- dessiner chacun des symboles normalisés des liaisons en couleur en respectant leur **direction** ;
- relier les groupes cinématiques par des traits (éviter les zigzags et croisements de traits) : on ne tient pas compte de la forme et de l'épaisseur des pièces qui composent le mécanisme ;
- ajouter le symbole indiquant le **groupe de référence** dit « le bâti ».

## B. Les différents types de schémas

Prenons le cas du microcompresseur suivant



Dessin d'ensemble

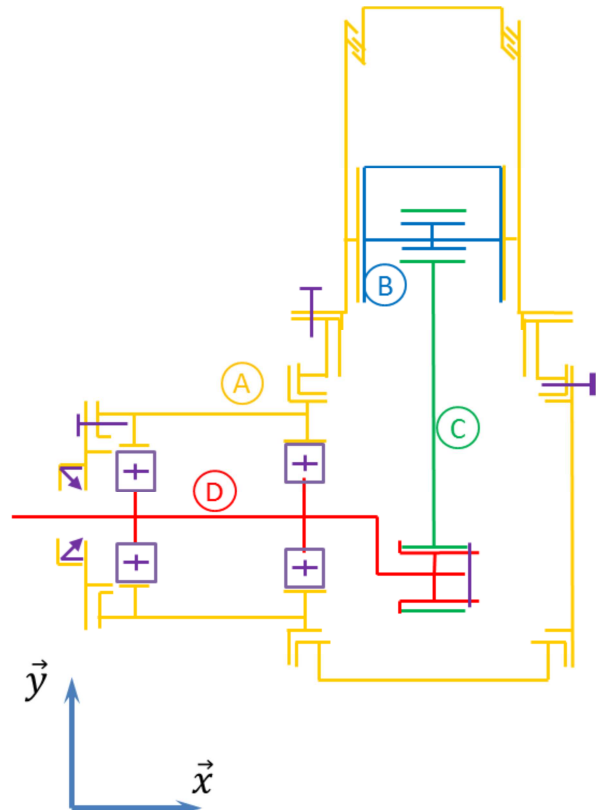


Schéma technologique

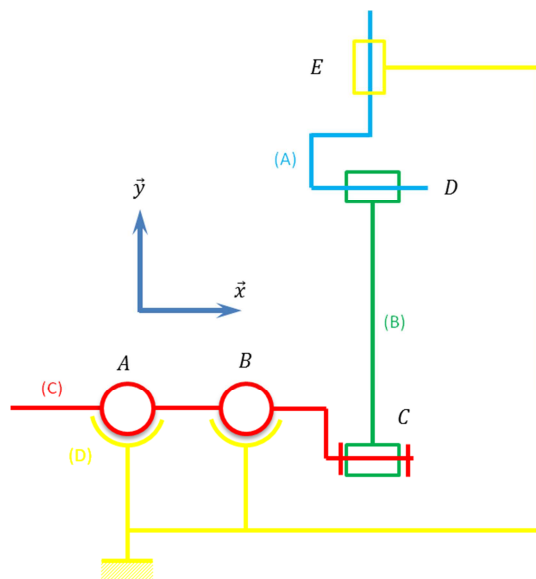


Schéma d'architecture

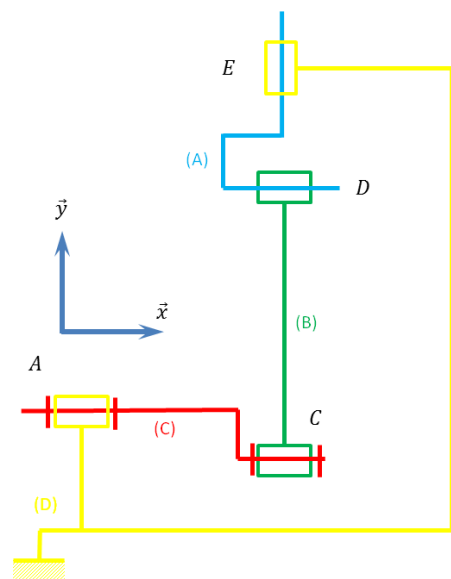


Schéma cinématique minimal