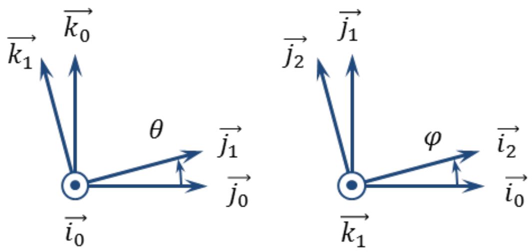
CI 3 – CIN : ÉTUDE CINÉMATIQUE DES SYSTÈMES DE SOLIDES DE LA CHAÎNE D'ÉNERGIE
ANALYSER, MODÉLISER, RÉSOUDRE

CHAPITRE 2 – GÉOMÉTRIE VECTORIELLE

Produit scalaire

Exercice 1

On donnes les figures planes associées aux bases suivantes : $\left(\overrightarrow{i_0}, \overrightarrow{j_0}, \overrightarrow{k_0}\right)$, $\left(\overrightarrow{i_0}, \overrightarrow{j_1}, \overrightarrow{k_1}\right)$ et $\left(\overrightarrow{i_2}, \overrightarrow{j_2}, \overrightarrow{k_1}\right)$:



Question 1
Calculer les produits scalaires suivants :

- $\overrightarrow{i_0} \cdot \overrightarrow{j_0}$;
- $\overrightarrow{j_0} \cdot \overrightarrow{k_0}$;
- $\overrightarrow{j_0} \cdot \overrightarrow{j_1}$;
- $\overrightarrow{j_0} \cdot \overrightarrow{k_1}$;
- $\overrightarrow{i_0} \cdot \overrightarrow{i_2}$;
- $\overrightarrow{k_1} \cdot \overrightarrow{k_0}$;
- $\overrightarrow{i_0} \cdot \overrightarrow{j_2}$;
- $\overrightarrow{i_2} \cdot \overrightarrow{j_1}$;
- $\overrightarrow{j_2} \cdot \overrightarrow{j_0}$;
- $\overrightarrow{k_1} \cdot \overrightarrow{i_2}$;
- $\overrightarrow{i_0} \cdot \overrightarrow{k_1}$;
- $\overrightarrow{j_2} \cdot \overrightarrow{i_2}$.

Question 2
Exprimer :

- *le vecteur $\overrightarrow{j_1}$ dans la base $\left(\overrightarrow{i_0}, \overrightarrow{j_0}, \overrightarrow{k_0}\right)$;*
- *le vecteur $\overrightarrow{k_1}$ dans la base $\left(\overrightarrow{i_0}, \overrightarrow{j_0}, \overrightarrow{k_0}\right)$;*
- *le vecteur $\overrightarrow{i_2}$ dans la base $\left(\overrightarrow{i_1}, \overrightarrow{j_1}, \overrightarrow{k_1}\right)$;*
- *le vecteur $\overrightarrow{j_2}$ dans la base $\left(\overrightarrow{i_0}, \overrightarrow{j_0}, \overrightarrow{k_0}\right)$.*

Question 3
Calculer les produits vectoriels suivants :

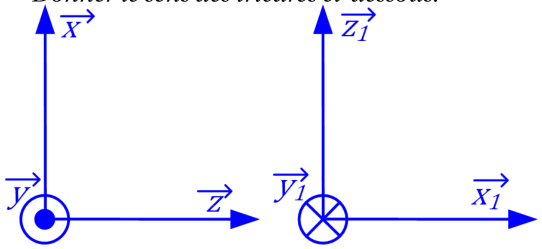
- $\overrightarrow{i_0} \wedge \overrightarrow{j_0}$;
- $\overrightarrow{j_0} \wedge \overrightarrow{k_0}$;
- $\overrightarrow{j_0} \wedge \overrightarrow{j_1}$;
- $\overrightarrow{j_0} \wedge \overrightarrow{k_1}$;
- $\overrightarrow{i_0} \wedge \overrightarrow{i_2}$;
- $\overrightarrow{k_1} \wedge \overrightarrow{k_0}$;
- $\overrightarrow{i_0} \wedge \overrightarrow{j_2}$;
- $\overrightarrow{i_2} \wedge \overrightarrow{j_1}$;
- $\overrightarrow{j_2} \wedge \overrightarrow{j_0}$;
- $\overrightarrow{k_1} \wedge \overrightarrow{i_2}$;
- $\overrightarrow{i_0} \wedge \overrightarrow{k_1}$;
- $\overrightarrow{j_2} \wedge \overrightarrow{i_2}$.

Exercice 2

D'après DS proposé par Antoine Martin & David Noël – Lycée Descartes – UPSTI.

Question 1

Donner le sens des trièdres ci-dessous.



- Trièdre $\left(\overrightarrow{x}, \overrightarrow{y}, \overrightarrow{z}\right)$: Direct □ Indirect □
- Trièdre $\left(\overrightarrow{y}, \overrightarrow{x}, \overrightarrow{z}\right)$: Direct □ Indirect □
- Trièdre $\left(\overrightarrow{x_1}, \overrightarrow{y_1}, \overrightarrow{z_1}\right)$: Direct □ Indirect □
- Trièdre $\left(\overrightarrow{z_1}, \overrightarrow{x_1}, \overrightarrow{y_1}\right)$: Direct □ Indirect □

On considère une rotation d'angle θ autour de l'axe $(O, \overrightarrow{x_1})$ qui permet de passer de la base $\left(\overrightarrow{x_1}, \overrightarrow{y_1}, \overrightarrow{z_1}\right)$ vers une seconde base $\left(\overrightarrow{x_2}, \overrightarrow{y_2}, \overrightarrow{z_2}\right)$.

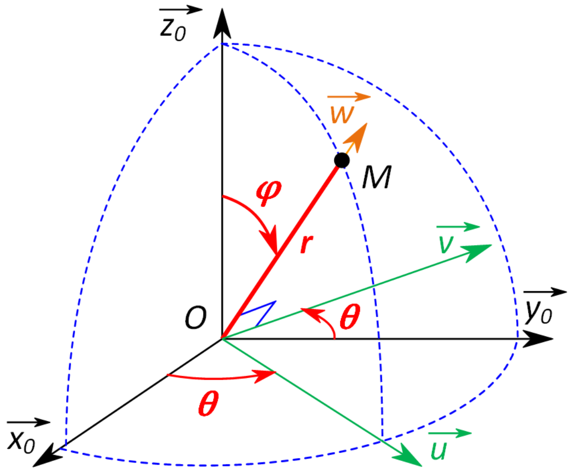
On considère une rotation d'angle φ autour de l'axe $(O, (\overrightarrow{z_2}))$ qui permet de passer de la base $\left(\overrightarrow{x_2}, \overrightarrow{y_2}, \overrightarrow{z_2}\right)$ vers une seconde base $\left(\overrightarrow{x_3}, \overrightarrow{y_3}, \overrightarrow{z_3}\right)$.

Question 2

Faire les figures de projection correspondant à l'énoncé ci-dessus.

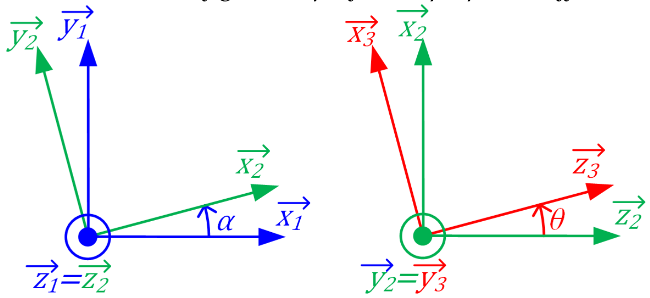
Question 3

Effectuer les projections planes pour exprimer le vecteur $\overrightarrow{OM}$ dans la base $\mathscr{B}_0 = \left(\overrightarrow{x_0}, \overrightarrow{y_0}, \overrightarrow{z_0}\right)$.



Question 4

En s'aidant des figures de projection proposées, effectuer les calculs vectoriels ci-dessous (les bases sont orthonormées directes).



- $\overrightarrow{x_2} \cdot \overrightarrow{z_1}$;
- $\overrightarrow{z_3} \cdot \overrightarrow{z_3}$;
- $\overrightarrow{y_1} \cdot \overrightarrow{x_2}$;
- $\overrightarrow{x_2} \cdot \overrightarrow{x_3}$;
- $\overrightarrow{x_1} \cdot \overrightarrow{x_3}$.

- $\overrightarrow{x_2} \wedge \overrightarrow{z_1}$;
- $\overrightarrow{z_3} \wedge \overrightarrow{z_3}$;
- $\overrightarrow{y_1} \wedge \overrightarrow{x_2}$;
- $\overrightarrow{x_2} \wedge \overrightarrow{x_3}$;
- $\overrightarrow{x_1} \wedge \overrightarrow{x_3}$.