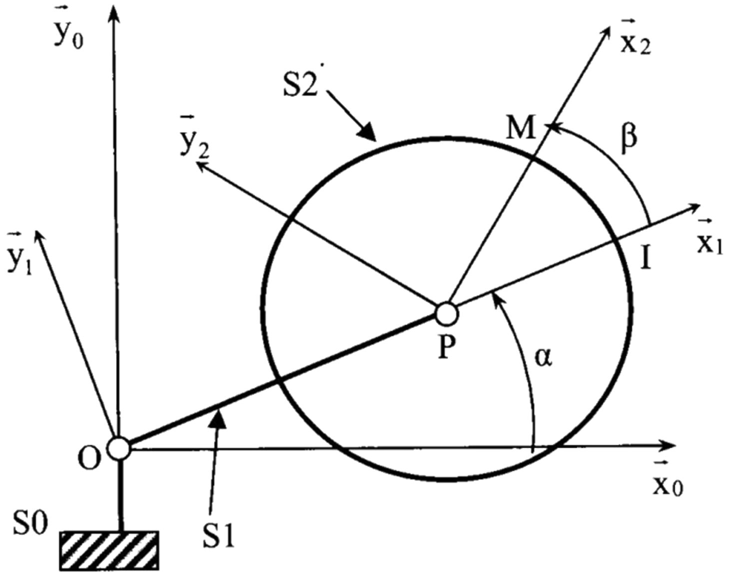
CI 3 – CIN : Étude du comportement cinématique des systèmes

Chapitre 5 – Cinématique du solide indéformable

Exercices d'application

D'après ressources de Jean-Pierre Pupier.

Exercice 1



Soit le mécanisme plan constitué par :

– solide S_0 : fixe, repère lié $\mathscr{R}_0 = \left(O, \overrightarrow{x_0}, \overrightarrow{y_0}, \overrightarrow{z_0}\right)$;
– solide S_1 : barre OP de longueur L, en liaison pivot d'axe $(O, \overrightarrow{z_0})$ par rapport à S_0, repère lié à $\mathscr{R}_1 = \left(O, \overrightarrow{x_1}, \overrightarrow{y_1}, \overrightarrow{z_0}\right)$;
– solide S_2 : disque de centre P et de rayon R, en liaison pivot d'axe $(P, \overrightarrow{z_0})$ par rapport à S_1, repère lié à $\mathscr{R}_2 = \left(P, \overrightarrow{x_2}, \overrightarrow{y_2}, \overrightarrow{z_0}\right)$.

On note :

– $\alpha = \left(\overrightarrow{x_0}; \overrightarrow{x_1}\right)$;
– $\beta = \left(\overrightarrow{x_1}; \overrightarrow{x_2}\right)$.

Question 1
Déterminer la trajectoire du point M dans le repère $\mathscr{R}_0$.

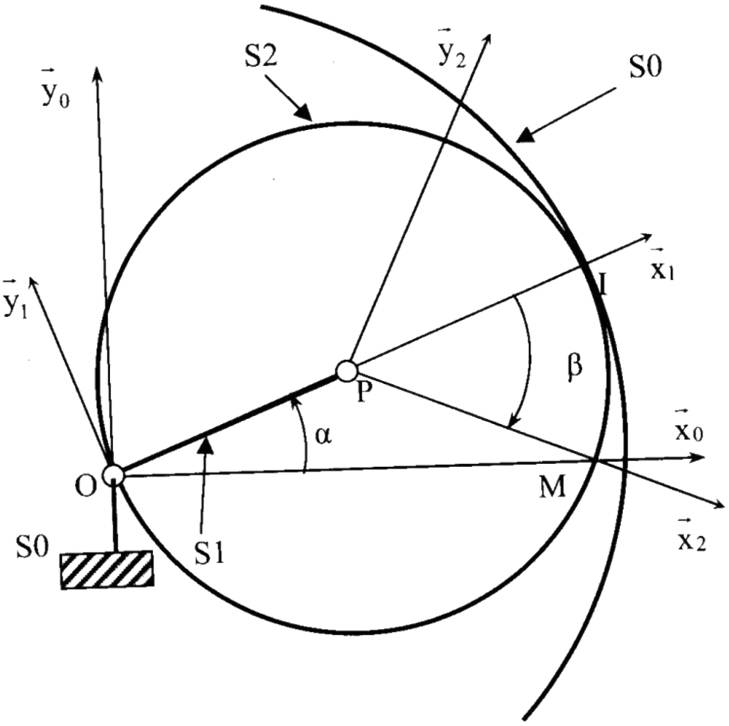
Question 2
Réaliser les figures planes permettant de passer de $\mathscr{R}_0$ à $\mathscr{R}_1$ et de $\mathscr{R}_1$ à $\mathscr{R}_2$.

Question 3
Déterminer $\overrightarrow{\Omega(S_1/S_0)}$, $\overrightarrow{\Omega(S_2/S_1)}$, $\overrightarrow{\Omega(S_2/S_0)}$.

Question 4
Déterminer $\overrightarrow{V(P \in S_1/S_0)}$ puis $\overrightarrow{\Gamma(P \in S_1/S_0)}$.

Question 5
Déterminer $\overrightarrow{V(M \in S_2/S_0)}$ puis $\overrightarrow{\Gamma(M \in S_2/S_0)}$.

Le mécanisme précédent a été en réalité complété par un cercle de centre O lié à S_0 et de rayon R (voir la figure ci-contre).
Par ailleurs on adopte $L = R$. De plus à $t = 0$, $\alpha = \beta = 0$.
S_1 est un bras porte satellite et S_2 un satellite qui roule sans glisser en I sur S_0. Cette condition se traduit par $\overrightarrow{V(I \in S_2/S_0)}$.

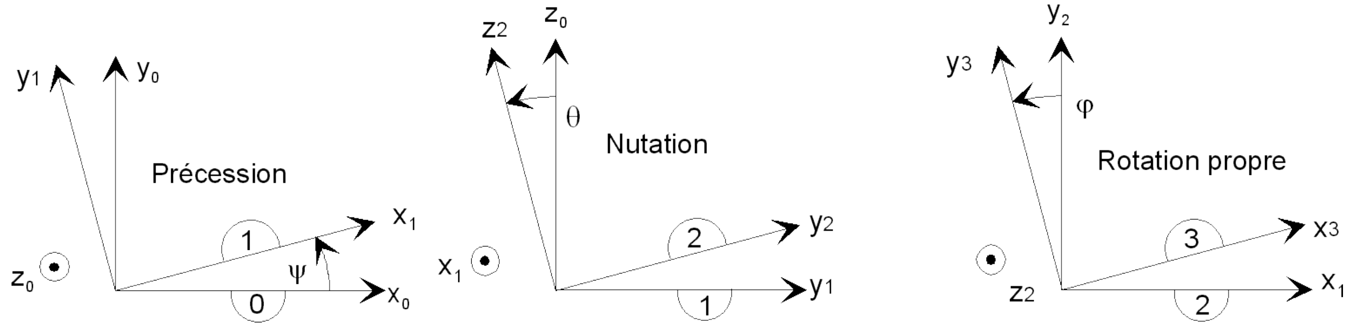


Question 6
Déduire des questions précédentes la relation entre $\dot{\alpha}$ et $\dot{\beta}$.

Question 7
Donner l'expression de $\overrightarrow{V(M \in S_2/S_0)}$ en projection dans $\mathscr{R}_0 = \left(O, \overrightarrow{x_0}, \overrightarrow{y_0}, \overrightarrow{z_0}\right)$.

Question 8
En déduire la trajectoire du point M par rapport à $\mathscr{R}_0$.

Exercice 2 – Dérivation vectorielle



Question 1
Faire les calculs suivants : $\left[\dfrac{d\overrightarrow{y_1}}{dt}\right]_{\mathscr{R}_0}$, $\left[\dfrac{d\overrightarrow{x_0}}{dt}\right]_{\mathscr{R}_1}$, $\left[\dfrac{d\overrightarrow{y_1}}{dt}\right]_{\mathscr{R}_3}$, $\left[\dfrac{d\overrightarrow{z_2}}{dt}\right]_{\mathscr{R}_0}$, $\left[\dfrac{d\overrightarrow{y_3}}{dt}\right]_{\mathscr{R}_0}$, $\left[\dfrac{d\overrightarrow{x_3}}{dt}\right]_{\mathscr{R}_0}$.

Question 2
Faire les calculs suivants : $\left[\dfrac{d\overrightarrow{V}}{dt}\right]_{\mathscr{R}_0}$ *avec* $\overrightarrow{V} = 3\cos\alpha(t)\overrightarrow{x_1}$, $\left[\dfrac{d\overrightarrow{U}}{dt}\right]_{\mathscr{R}_0}$ *avec* $\overrightarrow{U} = -7\sin\alpha(t)\overrightarrow{y_2}$, $\left[\dfrac{d\overrightarrow{W}}{dt}\right]_{\mathscr{R}_0}$ *avec* $\overrightarrow{W} = -3\alpha(t)^3\overrightarrow{y_1} + 6\sin\alpha(t)\overrightarrow{y_0}$, $\left[\dfrac{d\overrightarrow{S}}{dt}\right]_{\mathscr{R}_0}$ *avec* $\overrightarrow{S} = 4t^3\alpha(t)\cos\alpha(t)\overrightarrow{y_1}$.