

CI 3 – CIN : ÉTUDE DU COMPORTEMENT CINÉMATIQUE DES SYSTÈMES

CHAPITRE 2 – GÉOMÉTRIE DANS L'ESPACE

EXERCICES D'APPLICATION

D'après ressources de Jean-Pierre Pupier.

Exercice 1

Soit un repère $\mathcal{R} = (O, \vec{x}, \vec{y}, \vec{z})$. On donne les coordonnées dans \mathcal{R} des points suivants correspondants respectivement à l'origine et à l'extrémité des vecteurs :

- \vec{V}_1 : point $A_1 : (2, 1, 0)$, point $B_1 : (3, 1, 0)$;
- \vec{V}_2 : point $A_2 : (1, -3, 0)$, point $B_2 : (-2, -1, 0)$;
- \vec{V}_3 : point $A_3 : (1, 1, 0)$, point $B_3 : (3, 2, 0)$;
- \vec{V}_4 : point $A_4 : (-1, 2, 0)$, point $B_4 : (1, 1, 0)$.

Question 1

Calculer les composantes de chaque vecteur dans la base \mathcal{B} associée au repère \mathcal{R} .

Question 2

Calculer la norme de chaque vecteur.

Question 3

Calculer la somme de ces quatre vecteurs dans la base \mathcal{B} .

Question 4

Écrire les composantes du vecteur unitaire colinéaire à \vec{V}_2 et de même sens dans la base \mathcal{B} .

Question 5

Calculer les produits scalaires $\vec{V}_1 \cdot \vec{V}_2$ et $\vec{V}_3 \cdot \vec{V}_4$.

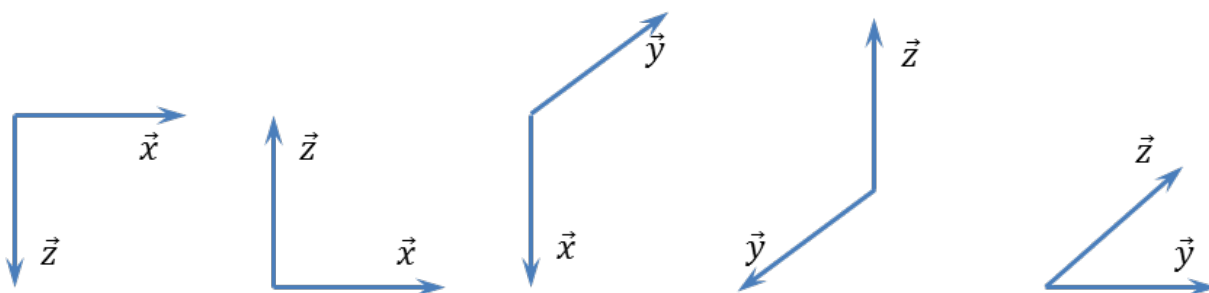
Question 6

Calculer les produits vectoriels $\vec{V}_1 \wedge \vec{V}_2$ et $\vec{V}_3 \wedge \vec{V}_4$.

Exercice 2

Question 1

Dessiner le troisième vecteur de la base orthonormée directe $\mathcal{B} = (\vec{x}, \vec{y}, \vec{z})$.



Question 2

Exprimer les produits des vecteurs de base d'une base orthonormée directe.

$$\vec{x} \cdot \vec{y} \quad \vec{x} \wedge \vec{y} \quad \vec{y} \cdot \vec{z} \quad \vec{y} \wedge \vec{z} \quad \vec{x} \cdot \vec{z} \quad \vec{x} \wedge \vec{z}$$

Question 3

Calculer le cosinus puis l'angle α formé par les vecteurs $\vec{V}_1 = \begin{bmatrix} -1 \\ 2 \\ 2 \end{bmatrix}_{\mathcal{B}}$ et $\vec{V}_2 = \begin{bmatrix} 3 \\ -2 \\ 3 \end{bmatrix}_{\mathcal{B}}$.

Question 4

Calculer le sinus puis l'angle γ formé par les vecteurs $\vec{V}_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ 4 \\ 8 \end{bmatrix}_{\mathcal{B}}$ et $\vec{V}_2 = \begin{bmatrix} -2 \\ 5 \\ 3 \end{bmatrix}_{\mathcal{B}}$.

Question 5

Calculer l'angle entre $\vec{V} = 10\vec{x} + 8\vec{y} + 6\vec{z}$ et le vecteur de base \vec{x} .

Exercice 3

Question 1

Représentez un repère orthonormé $\mathcal{R} = (O, \vec{x}, \vec{y}, \vec{z})$ en vue orthogonale (\vec{y} vertical, \vec{x} horizontal, \vec{z} vers « nous »), puis un repère orthonormé $\mathcal{R}_1 = (O, \vec{x}_1, \vec{y}_1, \vec{z}_1)$ tel que $\alpha = (\vec{x}, \vec{x}_1)$. Mettez un point M tel que $\vec{OM} = a\vec{x}_1$ avec $a > 0$.

Question 2

Exprimer les composantes de \vec{OM} en projection sur la base \mathcal{B} liée au repère \mathcal{R} .

Question 3

Exprimer $\vec{z} \wedge \vec{OM}$. Vous l'exprimerez en projection sur la base \mathcal{B} puis dans \mathcal{B}_1 (utiliser plusieurs méthodes).

Exercice 4

On donne les coordonnées de trois points dans le repère orthonormé $\mathcal{R} = (D, \vec{x}, \vec{y}, \vec{z})$:

$$A : (3, 2, 0) \quad B : (0, 3, 2) \quad C : (2, 3, 0)$$

Question 1

Calculez les composantes du vecteur \vec{V} de norme 1000 colinéaire à \vec{AB} et de même sens.

Question 2

Calculez le moment au point A du pointeur (D, \vec{D}) où $\vec{D} = (200, 300, -100)_{\mathcal{B}}$.

Question 3

Calculez le moment au point E milieu de AB, du pointeur (D, \vec{D}) .

Question 4

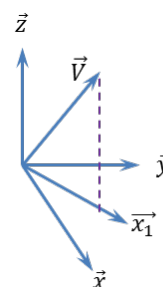
Calculez le moment par rapport à l'axe δ (orienté de A vers B) du pointeur (D, \vec{D}) .

Exercice 5

Question 1

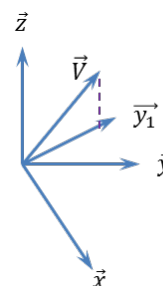
On note $\mathcal{B} = (\vec{x}, \vec{y}, \vec{z})$, $\mathcal{B}_1 = (\vec{x}_1, \vec{y}_1, \vec{z}_1)$, $\alpha = (\vec{x}, \vec{x}_1)$, $\beta = (\vec{x}_1, \vec{V})$.

Exprimer les composantes scalaires sous formes de colonnes du vecteur \vec{V} en projection sur la base \mathcal{B}_1 puis sur la base \mathcal{B} et ceci en fonction de la norme de \vec{V} notée simplement V et des angles orientés α et β .



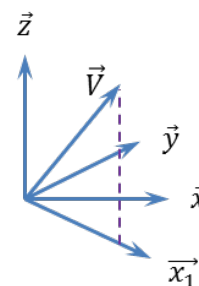
Question 2

Même question avec $\mathcal{B} = (\vec{x}, \vec{y}, \vec{z})$, $\mathcal{B}_1 = (\vec{x}_1, \vec{y}_1, \vec{z}_1)$, $\alpha = (\vec{x}, \vec{x}_1)$, $\beta = (\vec{y}_1, \vec{V})$.



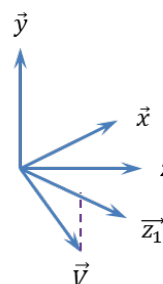
Question 3

Même question avec $\mathcal{B} = (\vec{x}, \vec{y}, \vec{z})$, $\mathcal{B}_1 = (\vec{x}_1, \vec{y}_1, \vec{z}_1)$, $\alpha = (\vec{z}, \vec{V})$, $\beta = (\vec{x}, \vec{x}_1)$.



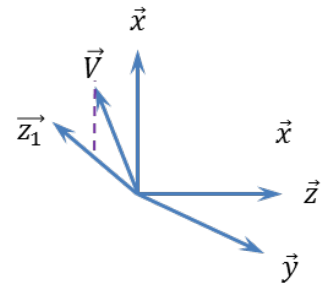
Question 4

Même question avec $\mathcal{B} = (\vec{x}, \vec{y}, \vec{z})$, $\mathcal{B}_1 = (\vec{x}_1, \vec{y}_1, \vec{z}_1)$, $\alpha = (\vec{z}_1, \vec{V})$, $\beta = (\vec{z}, \vec{z}_1)$.



Question 5

Même question avec $\mathcal{B} = (\vec{x}, \vec{y}, \vec{z})$, $\mathcal{B}_1 = (\vec{x}, \vec{y}_1, \vec{z}_1)$, $\alpha = (\vec{x}, \vec{V})$, $\beta = (\vec{z}, \vec{z}_1)$.



Question 6

Même question avec $\mathcal{B} = (\vec{x}, \vec{y}, \vec{z})$, $\mathcal{B}_1 = (\vec{x}_1, \vec{y}_1, \vec{z})$, $\alpha = (\vec{y}_1, \vec{V})$, $\beta = (\vec{y}, \vec{y}_1)$.

