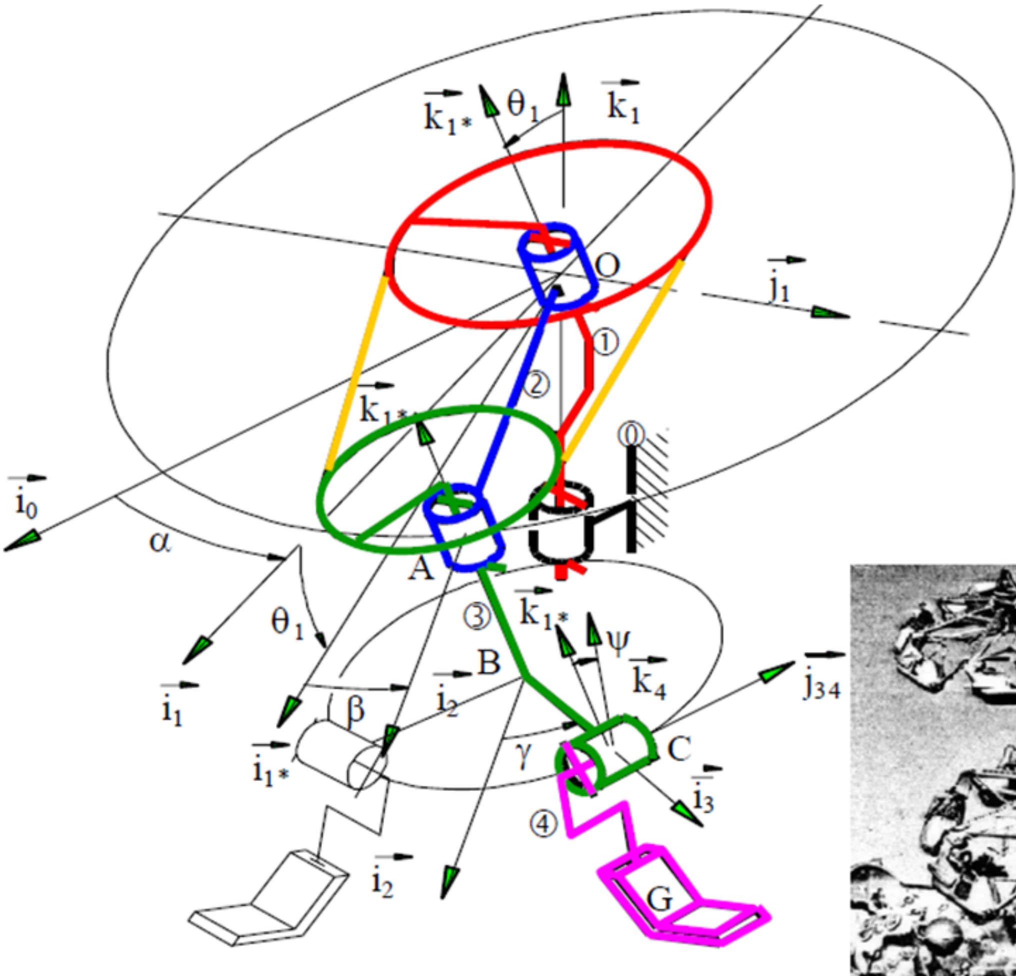
CI 3 – CIN : ÉTUDE DU COMPORTEMENT CINÉMATIQUE DES SYSTÈMES

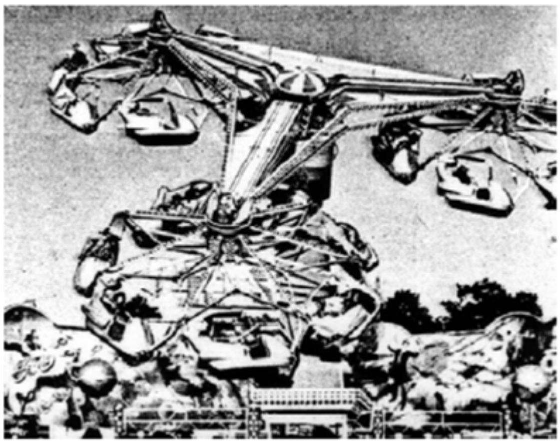
CHAPITRE 7 – TORSEURS

TRAVAUX DIRIGÉS

D'après ressources de Florestan Mathurin

1 Carrousel au triple mouvement





Le carrousel étudié est constitué d'un fût 1 supportant un plateau tournant 2 sur lequel sont articulés des disques 3 auxquels sont liées les nacelles 4.

Données

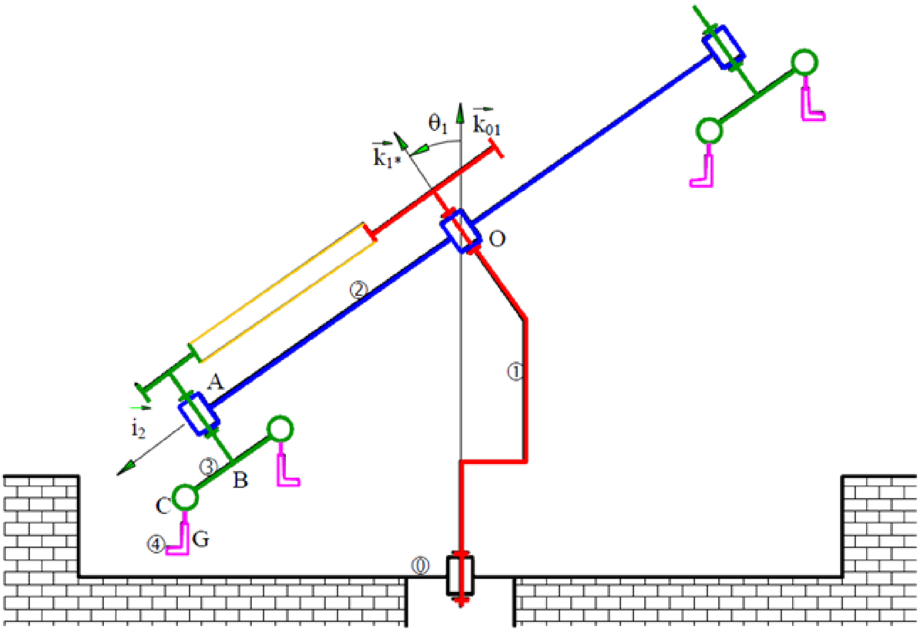
- $\mathscr{R}_0(O,\overrightarrow{i_0},\overrightarrow{j_0},\overrightarrow{k_{01}})$ repère lié au bâti 0
- $\mathscr{R}_1(O,\overrightarrow{i_1},\overrightarrow{j_1},\overrightarrow{k_1})$ et $\mathscr{R}_1^*(O,\overrightarrow{i_1^*},\overrightarrow{j_1^*},\overrightarrow{k_1^*})$ repères liés à 1
- $\mathscr{R}_2(O,\overrightarrow{i_2},\overrightarrow{j_2},\overrightarrow{k_2})$ repère lié à 2
- $\mathscr{R}_3(C,\overrightarrow{i_3},\overrightarrow{j_3},\overrightarrow{k_3})$ repère lié à 3
- $\mathscr{R}_4(C,\overrightarrow{i_4},\overrightarrow{j_4},\overrightarrow{k_4})$ repère lié à 4

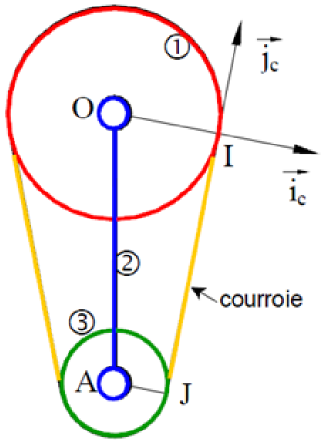
$$\overrightarrow{OA} = L\,\overrightarrow{i_2} \quad \overrightarrow{AB} = h\,\overrightarrow{k_1^*} \quad \overrightarrow{BC} = R\,\overrightarrow{i_3} \quad \overrightarrow{GC} = e\,\overrightarrow{k_4}$$

L, h, R et e sont des constantes positives.

- Liaison 1–0 : pivot d'axe $(O, \overrightarrow{k_{01}})$: $\alpha = (\overrightarrow{i_0}, \overrightarrow{i_1})$
- Liaison 1–2 : pivot d'axe $(O, \overrightarrow{k_{21}^*})$: $\beta = (\overrightarrow{i_1^*}, \overrightarrow{i_2})$
- Liaison 3–2 : pivot d'axe $(A, \overrightarrow{k_{321}^*})$: $\gamma = (\overrightarrow{i_2}, \overrightarrow{i_3})$
- Liaison 4–3 : pivot d'axe $(C, \overrightarrow{j_{43}})$: $\psi = (\overrightarrow{k_{321}^*}, \overrightarrow{k_4})$

Inclinaison du plateau 1 : rotation d'axe $(O, \overrightarrow{j_1})$, $\theta_1 = (\overrightarrow{i_1}, \overrightarrow{i_1^*})$ où θ_1 est une constante positive. La liaison 1–0 n'est pas animée ; donc $\alpha = \dot{\alpha} = 0$. Un moteur permet d'animer la liaison 2–1 ($\beta \neq 0$).





Question 1

Exprimer $\overrightarrow{\Omega(2/1)}$ *et* $\overrightarrow{V(A \in 2/1)}$.

Question 2

Exprimer $\overrightarrow{\Omega(3/1)}$ *et* $\overrightarrow{V(C \in 3/1)}$.

Question 3

Exprimer $\overrightarrow{V(G \in 4/1)}$.

Le fût 1 est muni d'une poulie de diamètre D sur laquelle s'enroule une courroie qui entraîne en rotation la poulie de diamètre $D/2$ liée au disque 3 lors du mouvement de 2 par rapport à 1.

On a les hypothèses suivantes :

- non glissement entre la courroie et les poulies ;
- la courroie est inextensible.

De plus le siège 4 est bloqué dans la position $\psi = -\pi/2$ par rapport au disque 3.

Question 4

En utilisant les hypothèses précédentes, montrer que $\dot{\gamma} = -2\dot{\beta}$.

Question 5

En déduire la nouvelle expression de $\overrightarrow{V(G,4/1)}$ *en fonction de* R, L, e *et* $\dot{\beta}$.

Question 6

Exprimer l'accélération du point G *dans le mouvement de 4/1 en fonction de* R, L, e, $\dot{\beta}$ *si* $\dot{\beta}$ *est constant.*

Question 7
Calculer la valeur maximale de la norme de cette accélération pour $\dot{\beta} = 2 rad/s$, $L = 5m$, $R = 1m$, $e = 1m$.

Le dessin ci-dessous montre le mécanisme permettant de faire varier en fonctionnement l'angle θ_1. L'actionneur de ce mécanisme est le vérin hydraulique 5–6.

Soit $\overrightarrow{FH} = 2a\,\overrightarrow{i_7}$, $\overrightarrow{FE} = 3a\,\overrightarrow{i_1}$ (où a est une constante positive) ; $\overrightarrow{EH} = x(t)\overrightarrow{i_{56}}$ et $\varphi(t) = (\overrightarrow{i_7}, \overrightarrow{i_1})$.

Question 8
Exprimer x en fonction de a et φ puis la vitesse de sortie de la tige du vérin, soit $\overrightarrow{V(H, 6/5)}$, en fonction de a, φ et $\dot{\varphi}$.

Question 9
En considérant que dans cet intervalle de temps, $\dot{\varphi}$ est constante, déterminer le volume d'huile nécessaire au passage de la position $\varphi = \pi/9$ à la position $\varphi = \pi/3$, si S est la section du piston sur laquelle agit l'huile.

AN : $a = 2m$, $S = 700 cm^2$.