

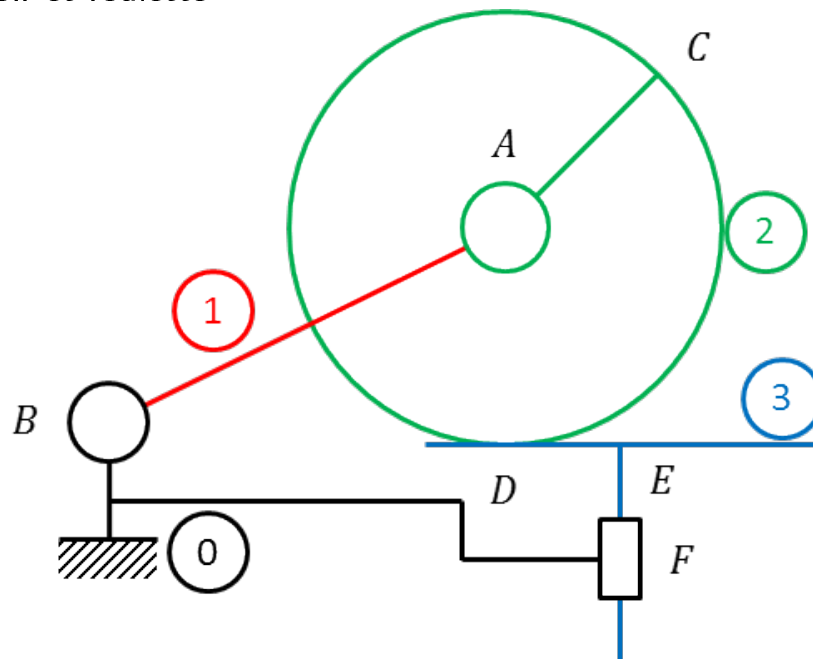
## CI 3 – CIN : ÉTUDE DU COMPORTEMENT CINÉMATIQUE DES SYSTÈMES

### CHAPITRE 4 – ÉTUDE DES CHAÎNES FERMÉES : DÉTERMINATION DES LOIS ENTRÉES – SORTIES

#### EXERCICES D'APPLICATION

*D'après ressources de Jean-Pierre Pupier.*

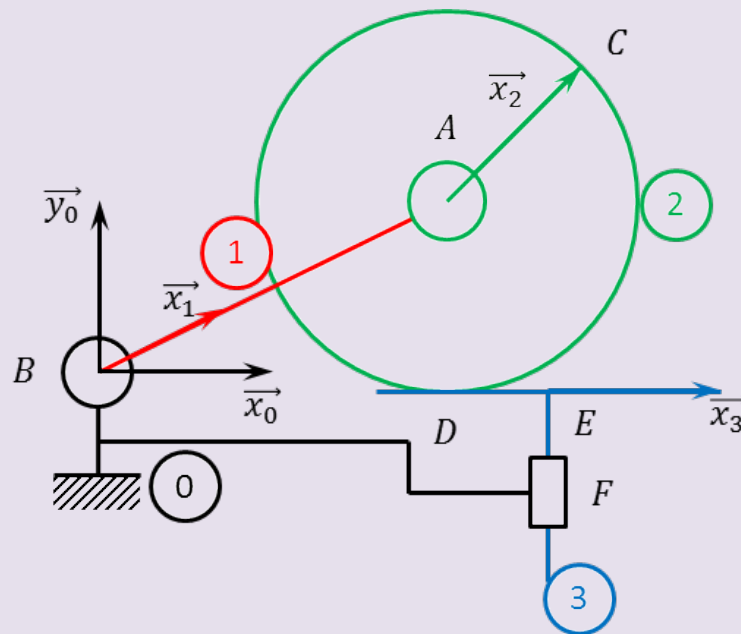
#### Exercice 1 – Poussoir et roulette



Fonctionnement : La rotation de 1 (entrée) fait mouvoir 3 (sortie).

#### Question 1

*Définir les différents repères liés aux solides. Dessiner les axes sur le schéma.*



On a les repères suivants :

- $\mathcal{R}_0 = (B, \vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$  lié à 0 ;
- $\mathcal{R}_1 = (B, \vec{x}_1, \vec{y}_1, \vec{z}_0)$  lié à 1 ;
- $\mathcal{R}_2 = (A, \vec{x}_2, \vec{y}_2, \vec{z}_0)$  lié à 2 ;
- $\mathcal{R}_3 = (E, \vec{x}_3, \vec{y}_3, \vec{z}_0)$  lié à 3.

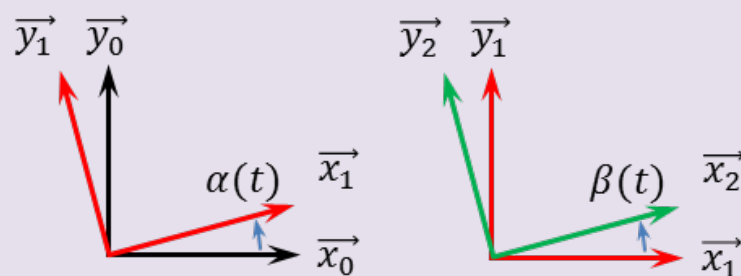
## Question 2

Réaliser le paramétrage géométrique de ce mécanisme (tous les paramètres). Préciser si les paramètres sont variables ou constants. Indiquez les paramètres sur le schéma.

Il est possible de définir les paramètres géométriques constants suivants :

- $\vec{BA} = R \vec{x}_1$  ;
- $\vec{AC} = r \vec{x}_2$  et  $\vec{DA} = r \vec{y}_0$  ;
- $\vec{BF} = a \vec{x}_0 - b \vec{y}_0$ .

Les paramètres angulaires permettant le changements de repères sont donnés par les figures suivantes :



On peut par ailleurs définir  $\lambda$  tel que  $\vec{FE} = \lambda \vec{y}_0$  ou encore  $\mu_1(t)$  et  $\mu_2(t)$  tels que  $\vec{BD} = \mu_1(t) \vec{x}_0 + \mu_2(t) \vec{y}_0$

### Question 3

Trouver la loi entrée sortie.

On peut par exemple écrire la fermeture de chaîne vectorielle suivante :

$$\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{DB} = \overrightarrow{0}$$

En projetant cette loi sur  $\overrightarrow{y_0}$  on obtient :

$$\overrightarrow{BA} \cdot \overrightarrow{y_0} + \overrightarrow{AD} \cdot \overrightarrow{y_0} + \overrightarrow{DB} \cdot \overrightarrow{y_0} = 0 \iff R \overrightarrow{x_1} \cdot \overrightarrow{y_0} - r \overrightarrow{y_0} \cdot \overrightarrow{y_0} - \mu_1(t) \overrightarrow{x_0} \cdot \overrightarrow{y_0} - \mu_2(t) \overrightarrow{y_0} \cdot \overrightarrow{y_0} = 0$$

$$\iff R \cos\left(\frac{\pi}{2} - \alpha(t)\right) - r - \mu_2(t) = 0$$

On a donc  $R \sin \alpha(t) - r - \mu_2(t) = 0$  soit :

$$\mu_2(t) = R \sin \alpha(t) - r$$

Correction

### Question 4

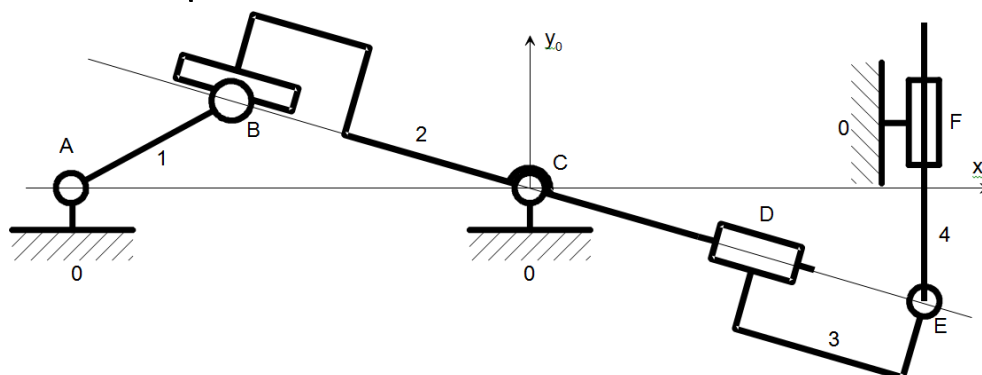
Calculer l'expression de la vitesse de 3 dans 0 en fonction de la vitesse angulaire de 1 dans 0 et de certains paramètres constants.

En dérivant l'expression précédente, on a donc

$$\mu_2(t) dt = \alpha(t) R \cos \alpha(t)$$

Correction

## Exercice 2 – Mécanisme pour mouvement alternatif



Le mécanisme ci-dessus est cinématiquement plan. La rotation de l'arbre d'entrée 1 permet d'imprimer un mouvement de translation alternatif à l'arbre de sortie 4.

Remarque

Soignez l'écriture (les indices doivent être parfaitement lisibles).

### Question 1

Définir les différents repères liés aux sous-ensembles cinématiques. Indiquer les autres origines possibles pour chaque repère.

Correction

On a les repères suivants :

- $\mathcal{R}_0 = (A, \vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$  lié à 0 ;
- $\mathcal{R}_1 = (A, \vec{x}_1, \vec{y}_1, \vec{z}_0)$  lié à 1 (autre origine possible : B) ;
- $\mathcal{R}_2 = (C, \vec{x}_2, \vec{y}_2, \vec{z}_0)$  lié à 2 ;
- $\mathcal{R}_3 = (E, \vec{x}_2, \vec{y}_2, \vec{z}_0)$  lié à 3 (autre origine possible : D) ;
- $\mathcal{R}_4 = (E, \vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$  lié à 4.

### Question 2

Compléter le schéma ci-dessus en indiquant les divers axes utiles des repères.

Correction

### Question 3

Effectuer le paramétrage de ce mécanisme (les paramètres intermédiaires non utiles pour trouver la loi entrée-sortie ne doivent pas apparaître). On donne :  $AB = r$  ,  $AC = a$  ,  $\vec{CF} \cdot \vec{x}_0 = b$ . La position du point D sur CE n'a aucune importance ; il ne faut pas la faire intervenir dans les calculs. Il en est de même de l'altitude du point F.

Correction

### Question 4

Indiquer les paramètres variables et les paramètres constants sur le schéma.

Correction

### Question 5

Trouver la loi entrée-sortie.

Correction

### Question 6

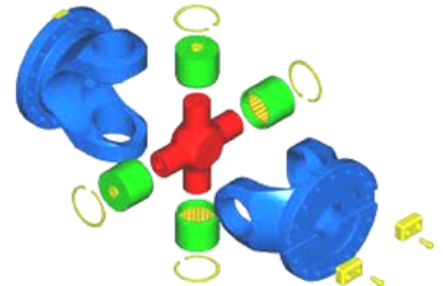
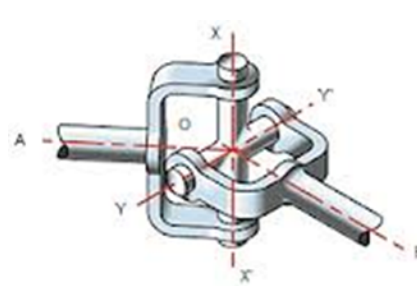
Trouver l'expression de la valeur du paramètre d'entrée pour laquelle le point E est au maximum en bas en utilisant une méthode mathématique puis en utilisant une méthode géométrique (plus intuitive). Faites un dessin pour la deuxième réponse.

Correction

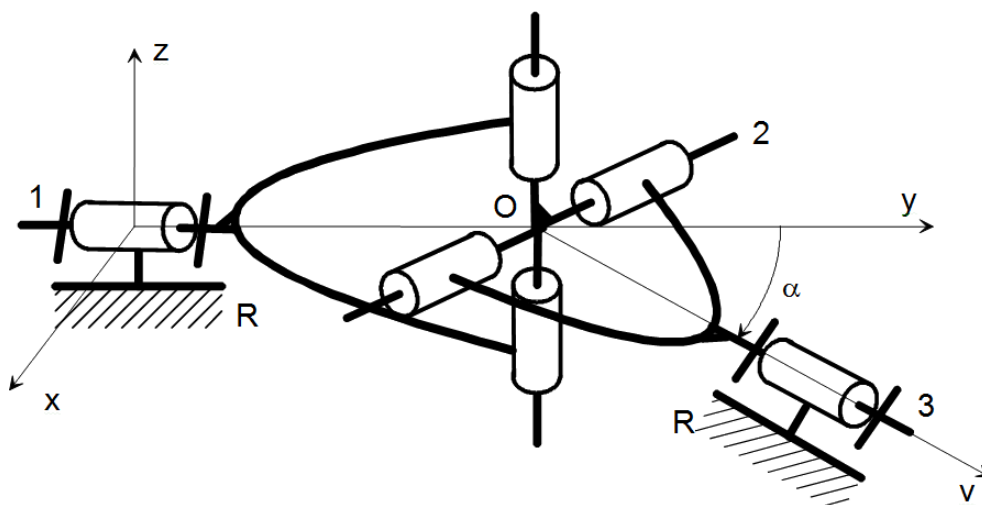
### Exercice 3 – Joint de Cardan

Un joint de Cardan est un accouplement qui permet de transmettre un mouvement de rotation entre deux arbres concourants mais non alignés. L'angle maximum pratiquement utilisé entre les arbres est de  $45^\circ$ . Une application courante est la transmission entre boîte de vitesses et roues-avant d'une voiture.

Les vues ci-dessous donnent des images d'un joint de cardan.



La modélisation suivante est proposée.



On appelle :

- $\mathcal{R}$  le repère lié au solide R considéré comme fixe.  $\mathcal{R} = (O, \vec{x}, \vec{y}, \vec{z})$  ;
- $\mathcal{R}'$  le repère lié au solide R considéré comme fixe.  $\mathcal{R}' = (O, \vec{u}, \vec{v}, \vec{z})$ . On pose  $\alpha = (\vec{y}, \vec{v})$  (constant) ;
- $\alpha$  l'"angle de brisure" ;
- $\mathcal{R}_1$  le repère lié au solide 1.  $\mathcal{R}_1 = (O, \vec{x}_1, \vec{y}, \vec{z}_1)$ . On pose  $\theta_1 = (\vec{x}, \vec{x}_1)$  ;
- $\mathcal{R}_3$  le repère lié au solide 3.  $\mathcal{R}_3 = (O, \vec{x}_3, \vec{v}, \vec{z}_3)$ . On pose  $\theta_3 = (\vec{u}, \vec{x}_3)$ .

### Question 1

Tracer en vue orthogonale, les trois dessins (figures de changement de base) permettant le passage de  $\mathcal{R}$  à  $\mathcal{R}_1$ , de  $\mathcal{R}$  à  $\mathcal{R}'$  et de  $\mathcal{R}'$  à  $\mathcal{R}_3$ .

Correction

### Question 2

Exprimer la condition géométrique sur 2 permettant de lier  $\mathcal{R}_1$  à  $\mathcal{R}_3$ .

Correction

### Question 3

Développer cette relation et trouver la loi entrée sortie :  $\theta_3 = f(\theta_1, \alpha)$ . Tracer, pour  $\alpha = 45^\circ$ , la courbe représentant l'évolution de la sortie  $\theta_3$  en fonction de l'entrée  $\theta_1$  avec  $\theta_1$  variant de  $-\pi$  à  $+\pi$ .

Correction

### Question 4

Dériver cette relation par rapport au temps pour trouver la vitesse de sortie  $\dot{\theta}_3$  en fonction de la vitesse d'entrée  $\dot{\theta}_1$ , de  $\theta_1$  et de  $\alpha$ .

Correction

### Question 5

Tracer l'évolution de la vitesse de sortie  $\dot{\theta}_3$  en fonction notamment de l'évolution de l'angle d'entrée  $\theta_1$ . On prendra un angle de brisure de  $45^\circ$  et une vitesse d'entrée constante  $\dot{\theta}_1$  de 1 rad/s.

Correction

**Question 6**

*Conclure sur une des propriétés de ce mécanisme.*

Correction