CI 3 – CIN : Étude du comportement cinématique des systèmes

Chapitre 4 – Étude des chaînes fermées : Détermination des lois Entrée – Sortie

Compétences

Résoudre : à partir des modèles retenus :
- choisir une méthode de résolution analytique, graphique, numérique ;
- mettre en œuvre une méthode de résolution.

Rés – C1.1 : Loi entrée sortie géométrique et cinématique – Fermeture géométrique.
Mod2 – C4.1 : Représentation par schéma bloc.

Prothèse active transtibiale

D'après concours Mines-Ponts – MP – 2013.

Question 1
Après avoir identifié les différents paramètres variables du système, préciser quelle est l'entrée et quelle est la sortie.

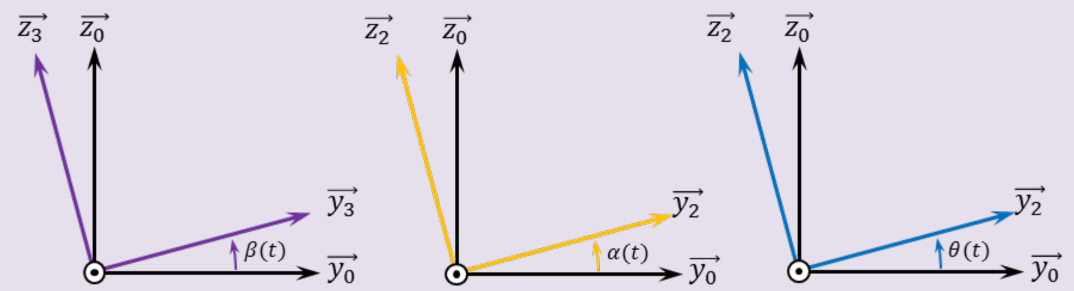
Corrigé

Les paramètres variables sont :
- l'angle $\alpha(t)$;
- l'angle $\beta(t)$;
- l'angle $\theta(t)$ (non représenté) ;
- la distance $\lambda(t)$ représentative de l'élongation du vérin.

L'actionneur étant ici le vérin 3, $\lambda(t)$ est l'entrée du système. Dans le cas du système, $\theta(t)$ peut être considéré comme la sortie.

Question 2
Paramétrer le système et réaliser les figures planes correspondant aux différents changements de repères.

Corrigé



Question 3
Déterminer la loi entrée-sortie entre $\alpha(t)$ et $\lambda(t)$.

Corrigé

En considérant le triangle OAB la fermeture géométrique s'écrit $\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BO}=\overrightarrow{0}$.
En remplaçant les termes et en projetant sur $\overrightarrow{y_0}$ et $\overrightarrow{z_0}$, on a :

$$a\,\overrightarrow{z_0}-\lambda(t)\overrightarrow{y_3}+b\,\overrightarrow{y_2}=\overrightarrow{0}\iff\left\{\begin{array}{l}-\lambda(t)\cos\beta(t)+b\cos\alpha(t)=0\\ a-\lambda(t)\sin\beta(t)+b\sin\alpha(t)=0\end{array}\right.$$

Corrigé

On cherche à éliminer $\beta(t)$, en conséquence :

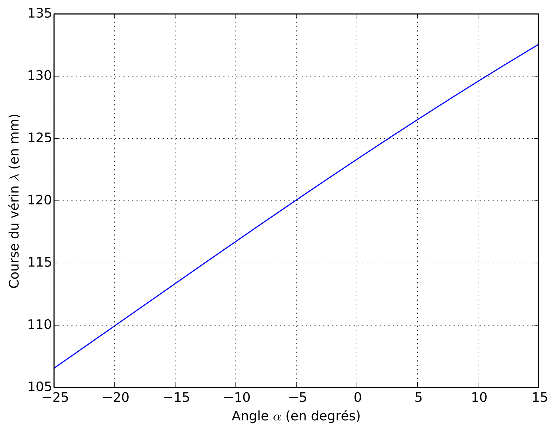
$$\begin{cases} \lambda(t)\cos\beta(t) = b\cos\alpha(t) \\ \lambda(t)\sin\beta(t) = a + b\sin\alpha(t) \end{cases} \Longrightarrow \lambda^2(t) = b^2 + a^2 + 2ab\sin\alpha(t)$$

Par ailleurs, les exigences 4 et 5 du cahier des charges indiquent les variations du mouvement de la cheville, il est donc possible de tracer la courbes.

python

```
a=0.117
b=0.039
x=linspace(-25,15,200)
plt.plot(x,1000.*sqrt(b*b+a*a+2*a*b*sin(x*math.pi/180)))
plt.ylabel("Course du vérin $\\lambda$ (en mm)")
plt.xlabel("Angle $\\alpha$ (en degrés)")
plt.grid()
```

La loi entrée sortie correspondant au mouvement de la cheville est donnée par la courbe ci-contre.



Question 4

Commenter l'allure de la courbe et donner son équation. Comment les bornes de variation ont-elles été choisies ? En linéarisant le comportement du système, déterminer l'équation de le droite.

Question 5

Donner le schéma bloc du système depuis la sortie du moteur jusqu'à la rotation α de la prothèse. L'exigence 3 est-elle vérifiée ?

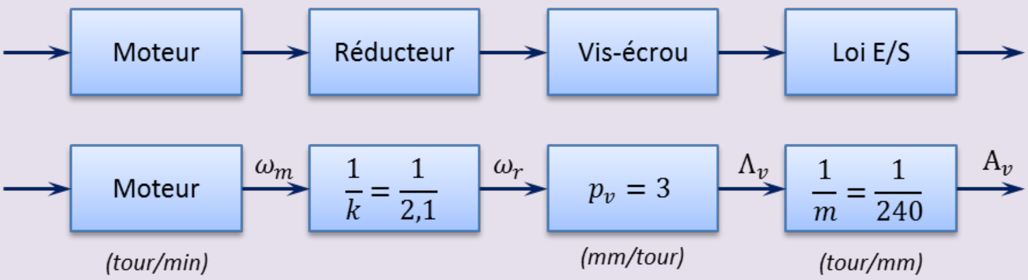
Corrigé

D'après les notes de l'ibd, le domaine de variation de l'angle de la cheville doit être compris entre -25 et 15 degrés. Sur cette plage, on observe qu'il est possible de linéariser le comportement de la cheville.

Ainsi, pour 2 couples de points $(-20, 110)$ et $(10, 130)$, le coefficient directeur est donné par : $m = \dfrac{130-110}{10-(-20)} = \dfrac{20}{30} \simeq 0,66\ mm/° \simeq 240\ mm/tour$.

L'ordonnée à l'origine est donnée par : $y = mx + p \Leftarrow p = 110 - \dfrac{2}{3}(-20) \simeq 123\ mm$.

Corrigé



Corrigé

Le moteur ayant une fréquence de rotation nominale de 7 600 tr/min, la fréquence de rotation de la cheville sera de :

$$\alpha_v = \omega_m \cdot \frac{1}{k} \cdot p_v \cdot \frac{1}{m} \cdot 7600 \cdot \frac{1}{2,1} \cdot 3 \cdot \frac{1}{240} \simeq 45,24 tr/min \simeq 4,73\ rad/s.$$

La vitesse maximale demandée par le cahier des charges n'est donc pas dépassée. L'exigence est donc satisfaite.