

04 – ÉTUDE DES SYSTÈMES ÉLECTRIQUES – ANALYSER, MODÉLISER, RÉSOUDRE, RÉALISER

CHAPITRE 1 – DIPÔLES, SOURCES ET CIRCUITS ÉLECTRIQUES

Compétences

Résoudre :

Rés – Cl.1 :

Détermination de grandeurs par les lois de Kirchhoff

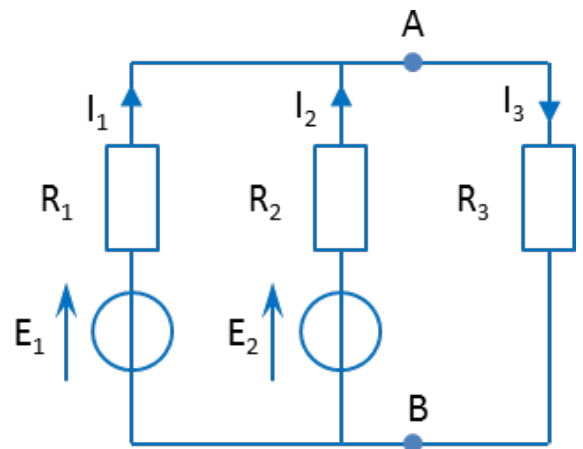
Méthode

Cette méthode consiste à décrire l'ensemble des mailles et nœuds indépendants du montage, ainsi que la loi d'Ohm. On arrive alors à un système de n équations à n inconnues. La résolution permet ainsi de déterminer les grandeurs variables du montage. Elle permet de déterminer plusieurs inconnues.

On donne le schéma ci-contre. Les valeurs des tensions des deux générateurs et des trois résistances est connue.

Question 1

Déterminer I_1 , I_2 , I_3 .



On cherche 3 inconnues. Il faut donc 3 équations.

En écrivant la loi des nœuds en A, on a :

$$I_1 + I_2 - I_3 = 0$$

Le système contient 3 mailles. 2 suffisent, et après avoir positionné les flèches désignant les tensions dans les composants, on a donc :

$$E_1 - R_1 I_1 - R_3 I_3 = 0$$

$$E_2 - R_2 I_2 - R_3 I_3 = 0$$

On a donc le système d'équation suivant où on cherche à isoler I_1 , I_2 , I_3 :

$$(S) = \begin{cases} I_1 + I_2 - I_3 = 0 \\ E_1 - R_1 I_1 - R_3 I_3 = 0 \\ E_2 - R_2 I_2 - R_3 I_3 = 0 \end{cases} \iff \begin{cases} I_3 = I_1 + I_2 \\ E_1 - R_1 I_1 - R_3 (I_1 + I_2) = 0 \\ E_2 - R_2 I_2 - R_3 (I_1 + I_2) = 0 \end{cases} \iff \begin{cases} I_3 = I_1 + I_2 \\ E_1 - I_1 (R_1 + R_3) - R_3 I_2 = 0 \\ E_2 - I_2 (R_2 + R_3) - R_3 I_1 = 0 \end{cases}$$

$$\iff \begin{cases} I_3 = I_1 + I_2 \\ I_1 = \frac{E_1 - R_3 I_2}{R_1 + R_3} \\ E_2 - I_2 (R_2 + R_3) - R_3 \frac{E_1 - R_3 I_2}{R_1 + R_3} = 0 \end{cases} \iff \begin{cases} I_3 = I_1 + I_2 \\ I_1 = \frac{E_1 - R_3 I_2}{R_1 + R_3} \\ E_2 (R_1 + R_3) - I_2 (R_2 + R_3)(R_1 + R_3) - R_3 (E_1 - R_3 I_2) = 0 \end{cases}$$

$$\iff \begin{cases} I_3 = I_1 + I_2 \\ I_1 = \frac{E_1 - R_3 I_2}{R_1 + R_3} \\ I_2 (R_2 + R_3)(R_1 + R_3) - R_3^2 I_2 = E_2 (R_1 + R_3) - R_3 E_1 \end{cases} \iff \begin{cases} I_3 = I_1 + I_2 \\ I_1 = \frac{E_1 - R_3 \frac{E_2 (R_1 + R_3) - R_3 E_1}{R_1 R_2 + R_1 R_3 + R_2 R_3}}{R_1 + R_3} \\ I_2 = \frac{E_2 (R_1 + R_3) - R_3 E_1}{R_1 R_2 + R_1 R_3 + R_2 R_3} \end{cases}$$

Corrigé

Corrigé

$$\Leftrightarrow \begin{cases} I_3 = I_1 + I_2 \\ I_1 = \frac{E_1(R_1 R_2 + R_1 R_3 + R_2 R_3) - R_3(E_2(R_1 + R_3) - R_3 E_1)}{(R_1 + R_3) \cdot (R_1 R_2 + R_1 R_3 + R_2 R_3)} \\ I_2 = \frac{E_2(R_1 + R_3) - R_3 E_1}{R_1 R_2 + R_1 R_3 + R_2 R_3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} I_3 = I_1 + I_2 \\ I_1 = \frac{E_1(R_1 R_2 + R_1 R_3 + R_2 R_3 + R_3^2) - R_3(E_2(R_1 + R_3))}{(R_1 + R_3) \cdot (R_1 R_2 + R_1 R_3 + R_2 R_3)} \\ I_2 = \frac{E_2(R_1 + R_3) - R_3 E_1}{R_1 R_2 + R_1 R_3 + R_2 R_3} \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} I_3 = \frac{E_1 R_2 + E_2 R_1}{R_1 R_2 + R_1 R_3 + R_2 R_3} \\ I_1 = \frac{E_1(R_2 + R_3) - E_2 R_3}{R_1 R_2 + R_1 R_3 + R_2 R_3} \\ I_2 = \frac{E_2(R_1 + R_3) - R_3 E_1}{R_1 R_2 + R_1 R_3 + R_2 R_3} \end{cases}$$