

04 – ÉTUDE DES SYSTÈMES ÉLECTRIQUES – ANALYSER, MODÉLISER, RÉSOUDRE, RÉALISER

CHAPITRE 1 – DIPÔLES, SOURCES ET CIRCUITS ÉLECTRIQUES

Compétences

Résoudre :

- Rés – C4 : Grandeurs électriques dans un circuit
- Rés-C4. : Loi des noeuds, loi des mailles
- Rés-C4-S1 : Choisir une méthode de résolution pour déterminer les grandeurs électriques
- Rés-C4-S2 : Déterminer les grandeurs choisies.

Girouette – anémomètre de voilier

On s'intéresse à l'ensemble girouette-anémomètre d'une centrale de navigation monté en tête de mât d'un voilier et plus en particulier à la girouette permettant de connaître l'orientation du vent. Un potentiomètre rotatif dont l'axe est solidaire de la girouette permet de mesurer cette direction.



Objectifs

Le matériel de mesure sur le bateau permet de réaliser des mesures entre +4 et -4V. Le potentiomètre est alimenté en -5/+5V. Quelle valeur de résistance choisir pour qu'une rotation de la girouette comprise entre $-\pi$ et π soit traduite par une tension de sortie comprise entre -4 et 4V?

Question 1 Déterminer l'expression de R' en fonction de α et R_0 .

Corrigé

Lorsque $\alpha = -\pi$, $R' = 0$; lorsque $\alpha = \pi$, $R' = R_0$. La variation de résistance est proportionnelle au secteur angulaire, on a donc :

$$R'(\alpha) = \frac{R_0}{2} + \frac{R_0}{2\pi} \alpha$$

Question 2 Quelles doivent être les expressions de R_1 et de R_2 en fonction de R , R' et R_0 et les valeurs de E_1 et de E_2 pour qu'il en soit ainsi ?

Corrigé

Pour que la modélisation soit conforme au capteur initial, il faut nécessairement que :

- $R_1 = R + R_0 - R'$;
- $R_2 = R + R'$;
- $E_1 = +6V$;
- $E_2 = -6V$.

On note E_{Th} et R_{Th} les éléments du générateur de Thévenin vus entre le point B et la masse.

Question 3 Exprimer E_{Th} en fonction de E_1 , E_2 , R_1 et R_2 , puis en fonction de R , R_0 et α . Exprimer R_{Th} en fonction de R_1 et R_2 puis en fonction de R , R_0 et α .

Corrigé

Pour calculer la résistance de Thévenin, on désactive les sources et on calcule la résistance équivalente :

$$R_{Th} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} = \frac{(R + R_0 - R')(R + R')}{R + R_0 - R' + R + R'} = \frac{R^2 + R_0 R + R_0 R' - R'^2}{2R + R_0}$$

$$R_{Th} = \frac{R^2 + R_0 R + R_0 \left(\frac{R_0}{2} + \frac{R_0}{2\pi} \alpha \right) - \left(\frac{R_0}{2} + \frac{R_0}{2\pi} \alpha \right)^2}{2R + R_0} = \frac{R^2 + R_0 R + \frac{R_0^2}{2} + \frac{R_0^2}{2\pi} \alpha - \frac{R_0^2}{4} - \frac{R_0^2}{4\pi^2} \alpha^2 - 2 \frac{R_0^2 \alpha}{4\pi}}{2R + R_0}$$

$$R_{Th} = \frac{R^2 + R_0 R + \frac{R_0^2}{4} \left(1 - \frac{\alpha^2}{\pi^2} \right)}{2R + R_0}$$

Pour calculer E_{Th} on utilise le théorème de Millmann et on a :

$$E_{Th} = \frac{\frac{E_1}{R_1} + \frac{E_2}{R_2}}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}} = \frac{E_1 R_2 + E_2 R_1}{R_2 + R_1} = \frac{E_1 (R + R') + E_2 (R + R_0 - R')}{(R + R') + (R + R_0 - R')}$$

$$E_{Th}(\alpha) = \frac{E_1 \left(R + \left(\frac{R_0}{2} + \frac{R_0}{2\pi} \alpha \right) \right) + E_2 \left(R + R_0 - \left(\frac{R_0}{2} + \frac{R_0}{2\pi} \alpha \right) \right)}{\left(R + \left(\frac{R_0}{2} + \frac{R_0}{2\pi} \alpha \right) \right) + \left(R + R_0 - \left(\frac{R_0}{2} + \frac{R_0}{2\pi} \alpha \right) \right)} = \frac{E_1 \left(R + R_0 \frac{\pi + \alpha}{2\pi} \right) + E_2 \left(R + R_0 \frac{\pi - \alpha}{2\pi} \right)}{\left(R + R_0 \frac{\pi + \alpha}{2\pi} \right) + \left(R + R_0 \frac{\pi - \alpha}{2\pi} \right)}$$

$$E_{Th}(\alpha) = \frac{E_1 \left(R + R_0 \frac{\pi + \alpha}{2\pi} \right) + E_2 \left(R + R_0 \frac{\pi - \alpha}{2\pi} \right)}{2R + R_0}$$

Or, $E_1 = -E_2 = 6 \text{ V}$; donc :

$$E_{Th}(\alpha) = \frac{6 \left(R + R_0 \frac{\pi + \alpha}{2\pi} \right) - 6 \left(R + R_0 \frac{\pi - \alpha}{2\pi} \right)}{2R + R_0} = \frac{6\alpha R_0}{\pi(2R + R_0)}$$

Corrigé

Question 4 Calculer la valeur des résistances R pour que la tension V_s à vide varie entre -4 V et $+4 \text{ V}$.

Lorsque le montage est à vide, le courant ne circule pas. L'intensité est donc nulle. En conséquence :

$$V_s = E_{Th}$$

Pour $\alpha = -\pi$, on veut donc $V_s = -4$, en conséquence :

$$E_{Th}(-\pi) = -4 \iff \frac{-6\pi R_0}{\pi(2R + R_0)} = -4 \iff -6\pi R_0 = -4\pi(2R + R_0) \iff R = \frac{R_0}{4}$$

De même, pour $\alpha = \pi$, on veut donc $V_s = 4$, en conséquence :

$$E_{Th}(\pi) = 4 \iff \frac{6\pi R_0}{\pi(2R + R_0)} = 4 \iff 6\pi R_0 = 4\pi(2R + R_0) \iff R = \frac{R_0}{4}$$

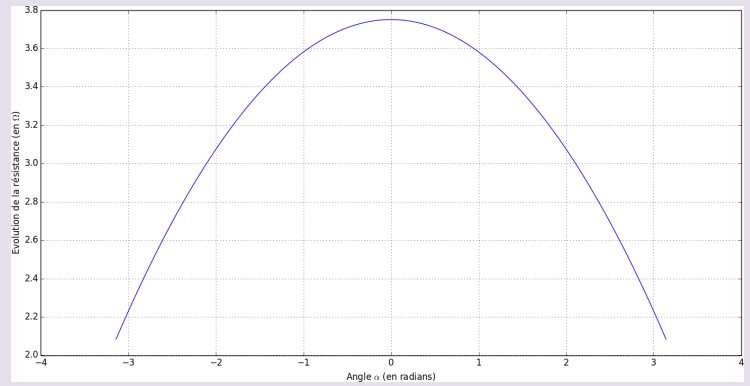
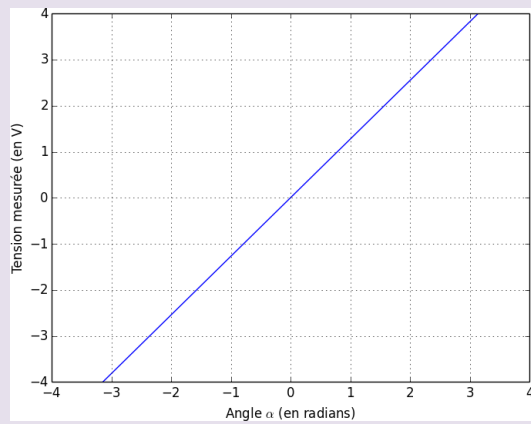
Corrigé

Question 5 Tracer les caractéristiques $E_{Th} = f(\alpha)$ et $R_{Th} = g(\alpha)$. Préciser les valeurs minimales et maximales.

$$\text{On a donc } E_{Th}(\alpha) = \frac{4\alpha}{\pi} \text{ et } R_{Th}(\alpha) = \frac{\frac{R_0^2}{16} + \frac{R_0^2}{4} + \frac{R_0^2}{4} \left(1 - \frac{\alpha^2}{\pi^2} \right)}{\frac{3R_0}{2}} = \frac{5R_0 + 4R_0 \left(1 - \frac{\alpha^2}{\pi^2} \right)}{24}.$$

Corrigé

Corrigé



Question 6 Conclure sur le comportement d'un capteur potentiométrique.

Corrigé

Ce travail met le fonctionnement d'un capteur potentiométrique en évidence. On peut ainsi choisir les composants technologiques qui permettront de s'assurer que la tension mesurée sera proportionnelle à l'angle de déplacement et comprise entre -4 et +4V comme demandé dans le cahier des charges.