04 – Étude des Systèmes Électriques – Analyser, Modéliser, Résoudre, Réaliser

Chapitre 1 – Dipôles, Sources et Circuits électriques

Compétences

Résoudre :

–

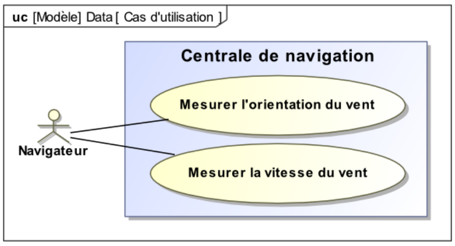
Rés – C1.1 :

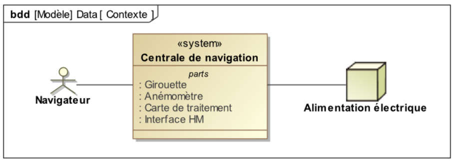
Girouette – anémomètre de voilier

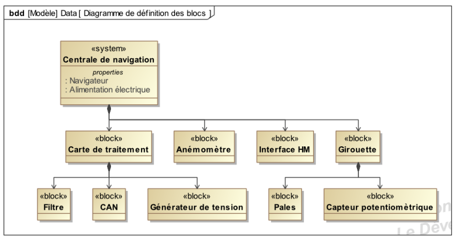
On s'intéresse à l'ensemble girouette–anémomètre d'une centrale de navigation monté en tête de mât d'un voilier et plus en particulier à la girouette permettant de connaître l'orientation du vent.

Objectifs

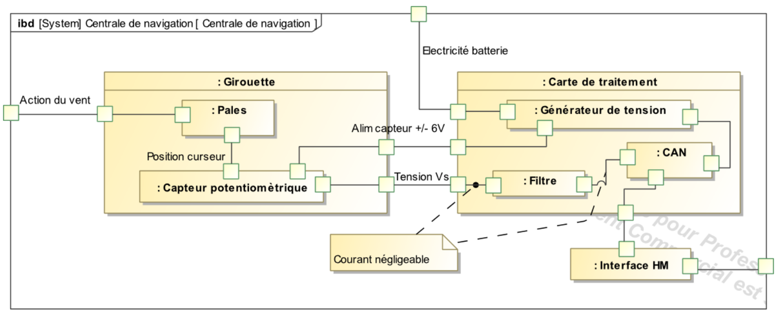
L'objectif est de modéliser le circuit électrique du système afin de pouvoir connaître l'orientation du vent en fonction de la position du potentiomètre rotatif.

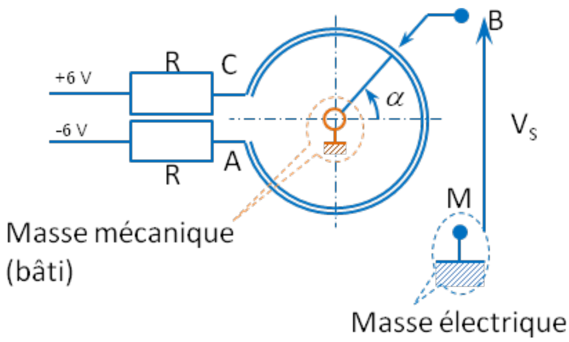






On donne le diagramme de bloc interne associé au système de mesure de la direction du vent ainsi que le le schéma électrique du potentiomètre rotatif.





Schématisation du potentiomètre rotatif

On suppose que l'angle du potentiomètre varie de $-\pi$ à π. On note $R_0 = 10\ k\Omega$ la résistance totale entre A et C et R' la résistance de la piste comprise entre A et B.

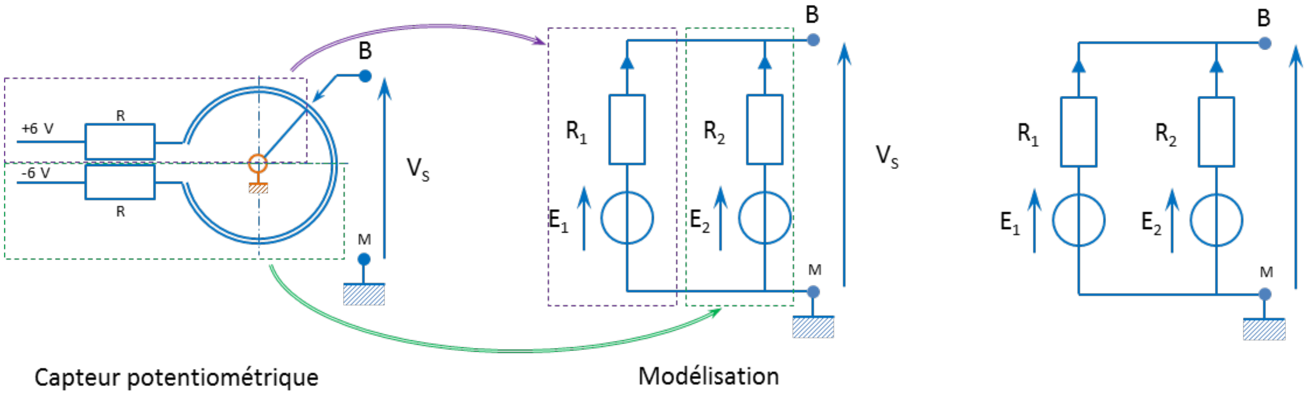
Question 1 *Déterminer l'expression de R' en fonction de α et R_0.*

Corrigé

Lorsque $\alpha = -\pi$, $R' = 0$; lorsque $\alpha = \pi$, $R' = R_0$. La variation de résistance est proportionnelle au secteur angulaire, on a donc :

$$R'(\alpha) = \frac{R_0}{2} + \frac{R_0}{2\pi}\alpha$$

Pour faciliter l'étude de ce capteur, on se ramène au schéma électrique équivalent ci-dessous.



Modélisation du potentiomètre rotatif

Question 2 *Quelles doivent être les expressions de R_1 et de R_2 en fonction de R, R' et R_0 et les valeurs de E_1 et de E_2 pour qu'il en soit ainsi ?*

Corrigé

Pour que la modélisation soit conforme au capteur initial, il faut nécessairement que :
- $R_1 = R + R_0 - R'$;
- $R_2 = R + R'$;
- $E_1 = +6V$;
- $E_2 = -6V$.

On note E_{Th} et R_{Th} les éléments du générateur de Thévenin vus entre le point B et la masse.

Question 3 *Exprimer E_{th} en fonction de E_1 , E_2, R_1 et R_2, puis en fonction de R, R_0 et α. Exprimer R_{Th} en fonction de R_1 et R_2 puis en fonction de R, R_0 et α.*

Corrigé

Pour calculer la résistance de Thévenin, on désactive les sources et on calcule la résistance équivalente :

$$R_{Th} = \frac{R_1R_2}{R_1+R_2} = \frac{(R+R_0-R')(R+R')}{R+R_0-R'+R+R'} = \frac{R^2+R_0R+R_0R'-R'^2}{2R+R_0}$$

$$R_{Th} = \frac{R^2+R_0R+R_0\left(\frac{R_0}{2}+\frac{R_0}{2\pi}\alpha\right)-\left(\frac{R_0}{2}+\frac{R_0}{2\pi}\alpha\right)^2}{2R+R_0} = \frac{R^2+R_0R+\frac{R_0^2}{2}+\frac{R_0^2}{2\pi}\alpha-\frac{R_0^2}{4}-\frac{R_0^2}{4\pi^2}\alpha^2-2\frac{R_0^2\alpha}{4\pi}}{2R+R_0}$$

$$R_{Th} = \frac{R^2+R_0R+\frac{R_0^2}{4}\left(1-\frac{\alpha^2}{\pi^2}\right)}{2R+R_0}$$

Pour calculer E_{Th} on utilise le théorème de Millmann et on a :

$$E_{Th} = \frac{\frac{E_1}{R_1}+\frac{E_2}{R_2}}{\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2}} = \frac{E_1R_2+E_2R_1}{R_2+R_1} = \frac{E_1(R+R')+E_2(R+R_0-R')}{(R+R')+(R+R_0-R')}$$

$$E_{Th}(\alpha) = \frac{E_1\left(R+\left(\frac{R_0}{2}+\frac{R_0}{2\pi}\alpha\right)\right)+E_2\left(R+R_0-\left(\frac{R_0}{2}+\frac{R_0}{2\pi}\alpha\right)\right)}{\left(R+\left(\frac{R_0}{2}+\frac{R_0}{2\pi}\alpha\right)\right)+\left(R+R_0-\left(\frac{R_0}{2}+\frac{R_0}{2\pi}\alpha\right)\right)} = \frac{E_1\left(R+R_0\frac{\pi+\alpha}{2\pi}\right)+E_2\left(R+R_0\frac{\pi-\alpha}{2\pi}\right)}{\left(R+R_0\frac{\pi+\alpha}{2\pi}\right)+\left(R+R_0\frac{\pi-\alpha}{2\pi}\right)}$$

$$E_{Th}(\alpha) = \frac{E_1\left(R+R_0\frac{\pi+\alpha}{2\pi}\right)+E_2\left(R+R_0\frac{\pi-\alpha}{2\pi}\right)}{2R+R_0}$$

Or, $E_1 = -E_2 = 6\ V$; donc :

$$E_{Th}(\alpha) = \frac{6\left(R+R_0\frac{\pi+\alpha}{2\pi}\right)-6\left(R+R_0\frac{\pi-\alpha}{2\pi}\right)}{2R+R_0} = \frac{6\alpha R_0}{\pi(2R+R_0)}$$

Corrigé

Question 4 *Calculer la valeur des résistances R pour que la tension V_s à vide varie entre $-4\ V$ et $+4\ V$.*

Lorsque le montage est à vide, le courant ne circule pas. L'intensité est donc nulle. En conséquence :

$$V_S = E_{Th}$$

Pour $\alpha = -\pi$, on veut donc $V_S = -4$, en conséquence :

$$E_{Th}(-\pi) = -4 \Longleftrightarrow \frac{-6\pi R_0}{\pi(2R+R_0)} = -4 \Longleftrightarrow -6\pi R_0 = -4\pi(2R+R_0) \Longleftrightarrow R = \frac{R_0}{4}$$

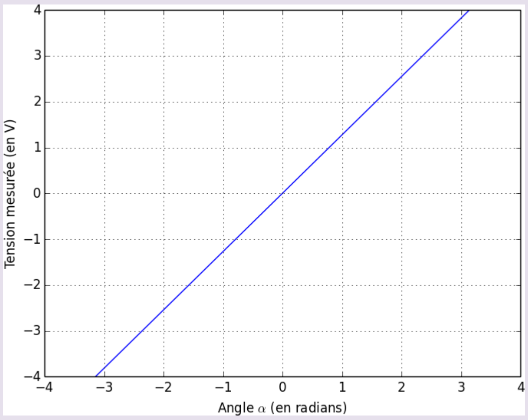
De même, pour $\alpha = \pi$, on veut donc $V_S = 4$, en conséquence :

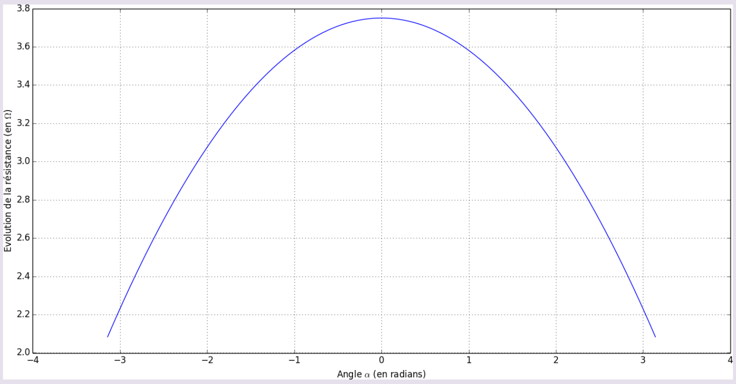
$$E_{Th}(\pi) = 4 \Longleftrightarrow \frac{6\pi R_0}{\pi(2R+R_0)} = 4 \Longleftrightarrow 6\pi R_0 = 4\pi(2R+R_0) \Longleftrightarrow R = \frac{R_0}{4}$$

Corrigé

Question 5 *Tracer les caractéristiques $E_{Th} = f(\alpha)$ et $R_{Th} = g(\alpha)$. Préciser les valeurs minimales et maximales.*

On a donc $E_{Th}(\alpha) = \dfrac{4\alpha}{\pi}$ et $R_{Th}(\alpha) = \dfrac{\frac{R_0^2}{16}+\frac{R_0^2}{4}+\frac{R_0^2}{4}\left(1-\frac{\alpha^2}{\pi^2}\right)}{\frac{3R_0}{2}} = \dfrac{5R_0+4R_0\left(1-\frac{\alpha^2}{\pi^2}\right)}{24}$.





Corrigé

Question 6 *Conclure sur le fonctionnement d'un capteur potentiométrique.*