CI 6 : ÉTUDE DU COMPORTEMENT STATIQUE DES SYSTÈMES

CHAPITRE 2 – PRINCIPE FONDAMENTAL DE LA STATIQUE

TRAVAUX DIRIGÉS

Ressources de Florestan Mathurin.

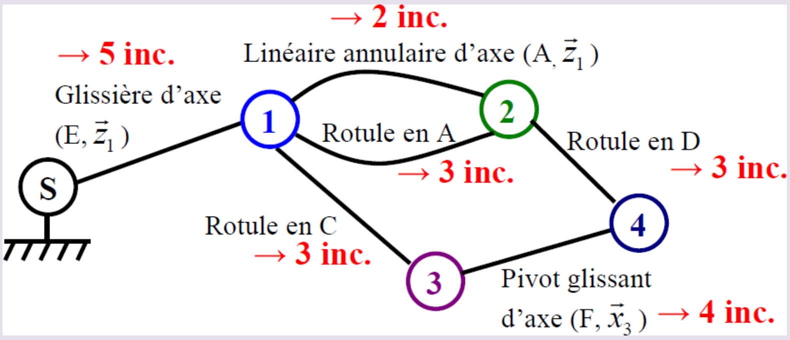
Système de positionnement de radar

Étude du critère de masse à déplacer

Question 1

Établir le graphe de structure du système. Indiquer sur ce graphe le nombre d'inconnues des torseurs d'actions mécaniques transmissibles par chacune des liaisons.

Corrigé



Question 2

Donner la forme des torseurs d'actions transmissibles des liaisons 1–3, 3–4 et 2–4 dans la base 3 conformément à la notation imposée ci-dessous.

Corrigé

La liaison entre 1 et 3 est une liaison rotule de centre C :

$$\{F_{1\to 3}\} = \left\{ \begin{array}{cc} X_{13} & 0 \\ Y_{13} & 0 \\ Z_{13} & 0 \end{array} \right\}_{C,B_3}$$

La liaison entre 3 et 4 est une liaison pivot glissant de de centre F et d'axe $\overrightarrow{x_3}$:

$$\{F_{4\to 3}\} = \left\{ \begin{array}{cc} 0 & 0 \\ Y_{43} & M_{43} \\ Z_{43} & N_{43} \end{array} \right\}_{F,B_3}$$

La liaison entre 2 et 4 est une liaison rotule de de centre D :

$$\{F_{2\to 4}\} = \left\{ \begin{array}{cc} X_{24} & 0 \\ Y_{24} & 0 \\ Z_{24} & 0 \end{array} \right\}_{D,B_3}$$

Action mécanique exercée par le solide i sir le solide j au point P dans la base 3 :

$$\{F_{j\to i}\} = \left\{\begin{array}{cc} X_{ij} & L_{ij} \\ Y_{ij} & M_{ij} \\ Z_{ij} & N_{ij} \end{array}\right\}_{P,B_3} \quad \text{avec} \quad \overrightarrow{R_{i\to j}} = X_{ij}\overrightarrow{x_3} + Y_{ij}\overrightarrow{y_3} + Z_{ij}\overrightarrow{z_3} \quad \text{et} \quad \overrightarrow{M_{P,i\to j}} = L_{ij}\overrightarrow{x_3} + M_{ij}\overrightarrow{y_3} + N_{ij}\overrightarrow{z_3}$$

Question 3

Déterminer les directions de $\overrightarrow{R_{1\to 3}}$ et de $\overrightarrow{R_{2\to 4}}$ puis en déduire des simplifications dans les torseurs précédents.

Corrigé

On isole les solides 3 et 4. Cet ensemble est soumis à 2 forces. D'après le PFS, ces deux forces ont même norme, même direction et sens opposé. En conséquence, $X_{13} + X_{24} = 0$ et $Y_{13} = Z_{13} = Y_{24} = Z_{24} = 0$.

$$\{F_{1\to 3}\} = \left\{\begin{array}{cc} X_{13} & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{array}\right\}_{C,B_3} \qquad \{F_{2\to 4}\} = \left\{\begin{array}{cc} X_{24} & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{array}\right\}_{D,B_3}$$

Question 4

Déterminer l'expression de $||\overrightarrow{R_{2\to 4}}||$ en fonction de p et S.

Corrigé

On a $||\overrightarrow{R_{2\to 4}}|| = pS$

Question 5

En isolant le solide 2 et en utilisant le théorème du moment statique au point A projetée sur $\overrightarrow{z_2}$, déterminer l'expression de X_{42} en fonction de P et des paramètres géométriques utiles.

Corrigé

On isole le solide 2.
On fait le bilan des actions mécaniques extérieures au point A : Liaison rotule en A :

$$\{F_{1\to 2}\} = \left\{\begin{array}{cc} X_{12} & 0 \\ Y_{12} & 0 \\ Z_{12} & 0 \end{array}\right\}_{A,B_2}$$

Liaison linéaire annulaire au point B :

$$\{F_{1\to 2}\} = \left\{\begin{array}{cc} 0 & 0 \\ Y'_{12} & 0 \\ Z'_{12} & 0 \end{array}\right\}_{B,B_2} = \left\{\begin{array}{cc} 0 & - \\ Y'_{12} & - \\ Z'_{12} & 0 \end{array}\right\}_{A,B_2}$$

Liaison rotule au point D :

$$\{F_{4\to 2}\} = \left\{\begin{array}{cc} X_{42} & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{array}\right\}_{D,B_2} = \left\{\begin{array}{cc} X_{42} & - \\ 0 & - \\ 0 & 0 \end{array}\right\}_{A,B_2}$$

Pesanteur en G :

$$\{F_{pes\to 2}\} = \left\{\begin{array}{cc} -P & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{array}\right\}_{G,B_2} = \left\{\begin{array}{cc} -P & - \\ 0 & - \\ 0 & \end{array}\right\}_{A,B_2}$$

On donne : $\overrightarrow{BA} = 180\overrightarrow{z_0}$, $\overrightarrow{BA} = -230\overrightarrow{y_1}$, $\overrightarrow{AD} = 710\overrightarrow{x_2}$, $\overrightarrow{AG} = 1200\overrightarrow{x_2} - 270\overrightarrow{z_2}$ où les dimensions sont en mm. $P = 400N$, $S = 28\cdot 10^{-3}m^2$.

Question 6

Calculer la valeur de la pression p *maximale pour la position* $\theta = 0^o$ *(et donc* $\gamma = 18^o$*) et* $\beta = 0^o$ *avec les valeurs numériques données.*

Corrigé

Question 7

Le vérin utilisé peut supporter une pression de 10 bars maximum. Conclure quant à la capacité du système à satisfaire le critère de masse de radar à déplacer.

Corrigé