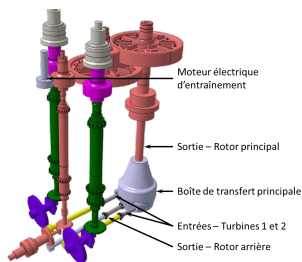


Applications

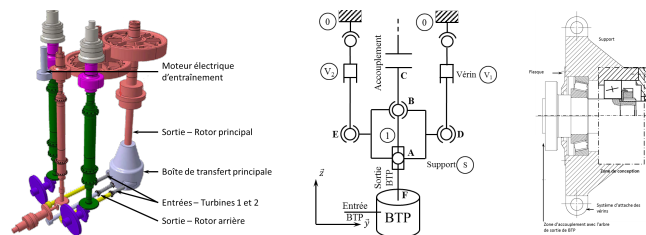


Exercices d'application – Détermination du torseur de cohésion.

Savoirs et compétences :

- ☐ Mod2-C16-S1 : Déterminer le torseur de cohésion dans un solide.
- ☐ Mod2-C16-S2 : Identifier les sollicitations (traction, compression, flexion, torsion, cisaillement).

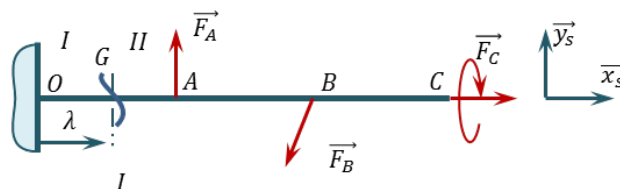
Sur un hélicoptère, la Boîte de Transmission Principale (BTP) permet de distribuer la puissance au rotor principal, au rotor de queue ainsi qu'à différents accessoires (alternateur, pompe hydraulique etc.). Afin d'évaluer la qualité de la BTP, un banc d'essai permet de la solliciter et de recréer les conditions de vol.



On étudie la vie où l'hélicoptère passe d'une condition de vol stationnaire à un déplacement. Cette configuration du banc d'essai se traduit par les efforts suivants en A, B et C :

$$\{\mathcal{T}(\text{Ext}_A \rightarrow 1)\} = \begin{Bmatrix} 0 & 0 \\ F_y & 0 \\ 0 & 0 \end{Bmatrix}_{A, \mathcal{R}_s} \quad \{\mathcal{T}(\text{Ext}_B \rightarrow 1)\} = \begin{Bmatrix} -F_x & 0 \\ -F_y & 0 \\ 0 & 0 \end{Bmatrix}_{B, \mathcal{R}_s} \quad \{\mathcal{T}(\text{Ext}_C \rightarrow 2)\} = \begin{Bmatrix} F_x & C_t \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{Bmatrix}_{C, \mathcal{R}_s}.$$

Question 1 Après avoir identifier les différents tronçons à étudier, déterminer le torseur de cohésion dans le solide 1. On considère le tronçon [OA] pour lequel $\lambda \in]0, \ell_1[$



- On isole la partie II.
- On réalise le bilan des actions mécaniques :
 - action en $\{A \rightarrow II\} = \begin{Bmatrix} F_y \vec{y}_s \\ 0 \end{Bmatrix}_A = \begin{Bmatrix} F_y \vec{y}_s \\ F_y (\ell_1 - \lambda) \vec{z}_s \end{Bmatrix}_G$;
 - action en $\{B \rightarrow II\} = \begin{Bmatrix} -F_x \vec{x}_s - F_y \vec{y}_s \\ 0 \end{Bmatrix}_B = \begin{Bmatrix} -F_x \vec{x}_s - F_y \vec{y}_s \\ -F_y (\ell_2 - \lambda) \vec{z}_s \end{Bmatrix}_G$;
 - action en $\{C \rightarrow II\} = \begin{Bmatrix} F_x \vec{x}_s \\ C_t \vec{x}_s \end{Bmatrix}_C = \begin{Bmatrix} F_x \vec{x}_s \\ C_t \vec{x}_s \end{Bmatrix}_G$;
 - $\{\mathcal{T}_{\text{coh}}(I \rightarrow II)\}$

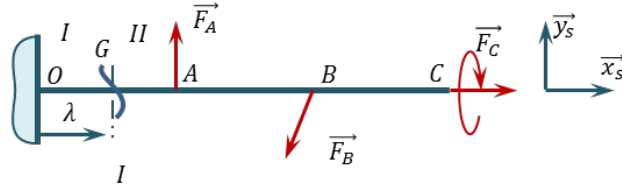
- On applique le PFS à la partie II et on a :

$$\{A \rightarrow II\} + \{B \rightarrow II\} + \{C \rightarrow II\} + \{\mathcal{T}_{\text{coh}}(I \rightarrow II)\} = \{0\} \Leftrightarrow \{\mathcal{T}_{\text{coh}}(II \rightarrow I)\} = \{A \rightarrow II\} + \{B \rightarrow II\} + \{C \rightarrow II\}$$

Ainsi,

$$\begin{pmatrix} N & M_t \\ T_y & M_{fy} \\ T_z & M_{fz} \end{pmatrix}_G = \begin{pmatrix} 0 & C_t \\ 0 & 0 \\ 0 & F_y(\ell_1 - \lambda) - F_y(\ell_2 - \lambda) \end{pmatrix}_G$$

On considère le tronçon $[AB]$ pour lequel $\lambda \in]\ell_1, \ell_2[$



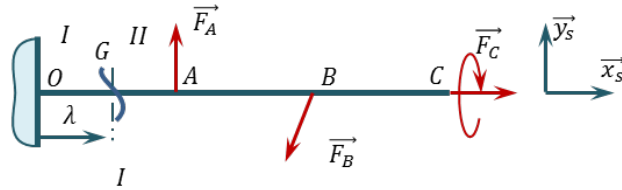
- On isole la partie II.
- On réalise le bilan des actions mécaniques :
 - action en $\{B \rightarrow II\} = \begin{pmatrix} -F_x \vec{x}_s - F_y \vec{y}_s \\ 0 \end{pmatrix}_B = \begin{pmatrix} -F_x \vec{x}_s - F_y \vec{y}_s \\ -F_y(\ell_2 - \lambda) \vec{z}_s \end{pmatrix}_G$;
 - action en $\{C \rightarrow II\} = \begin{pmatrix} F_x \vec{x}_s \\ C_t \vec{x}_s \end{pmatrix}_B = \begin{pmatrix} F_x \vec{x}_s \\ C_t \vec{x}_s \end{pmatrix}_G$;
 - $\{\mathcal{T}_{\text{coh}}(I \rightarrow II)\}$
- On applique le PFS à la partie II et on a :

$$\{B \rightarrow II\} + \{C \rightarrow II\} + \{\mathcal{T}_{\text{coh}}(I \rightarrow II)\} = \{0\} \Leftrightarrow \{\mathcal{T}_{\text{coh}}(II \rightarrow I)\} = \{B \rightarrow II\} + \{C \rightarrow II\}$$

Ainsi,

$$\begin{pmatrix} N & M_t \\ T_y & M_{fy} \\ T_z & M_{fz} \end{pmatrix}_G = \begin{pmatrix} 0 & C_t \\ -F_y & 0 \\ 0 & -F_y(\ell_2 - \lambda) \end{pmatrix}_G$$

On considère le tronçon $[BC]$ pour lequel $\lambda \in]\ell_2, \ell_3[$



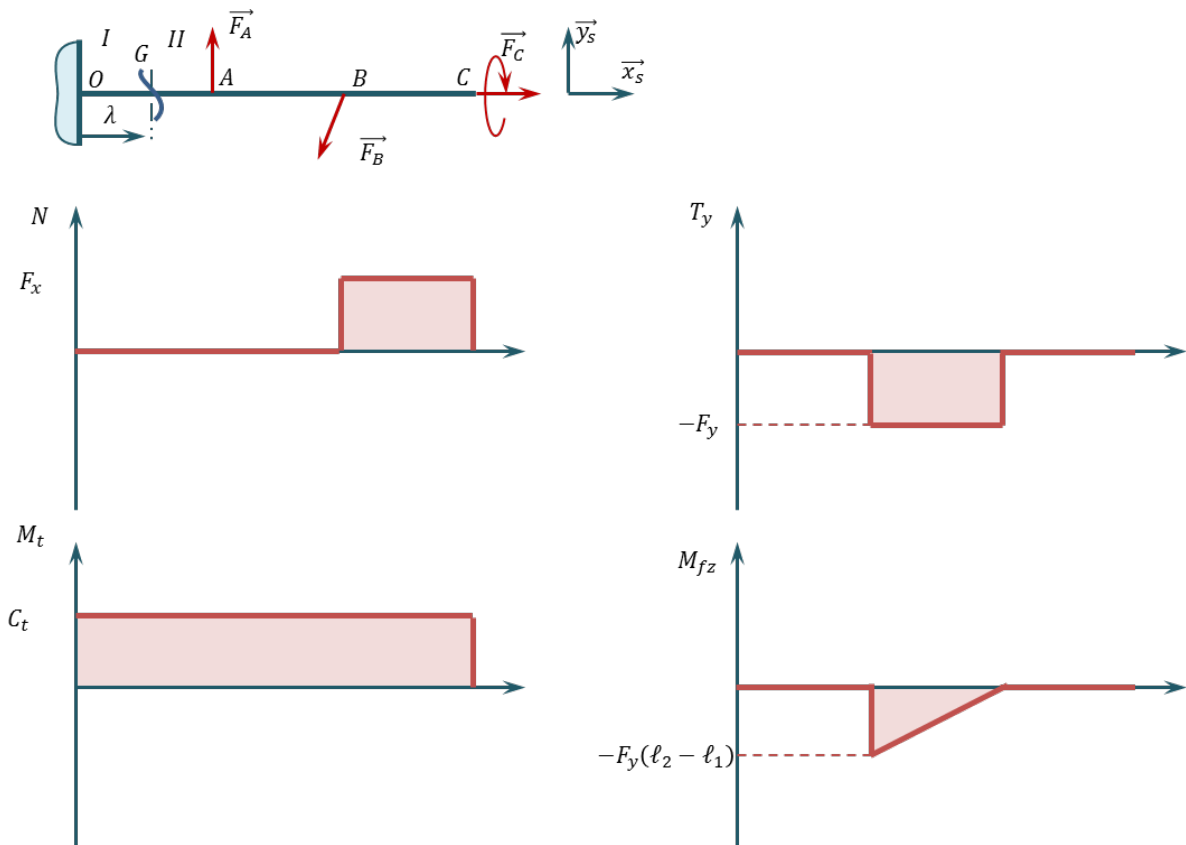
- On isole la partie II.
- On réalise le bilan des actions mécaniques :
 - action en $\{C \rightarrow II\} = \begin{pmatrix} F_x \vec{x}_s \\ C_t \vec{x}_s \end{pmatrix}_B = \begin{pmatrix} F_x \vec{x}_s \\ C_t \vec{x}_s \end{pmatrix}_G$;
 - $\{\mathcal{T}_{\text{coh}}(I \rightarrow II)\}$
- On applique le PFS à la partie II et on a :

$$\{C \rightarrow II\} + \{\mathcal{T}_{\text{coh}}(I \rightarrow II)\} = \{0\} \Leftrightarrow \{\mathcal{T}_{\text{coh}}(II \rightarrow I)\} = \{C \rightarrow II\}$$

Ainsi,

$$\begin{pmatrix} N & M_t \\ T_y & M_{fy} \\ T_z & M_{fz} \end{pmatrix}_G = \begin{pmatrix} F_x & C_t \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}_G$$

Question 2 Tracer les diagrammes des sollicitations associés à chacune des composantes du torseur de cohésion.



Question 3 En tenant compte des sollicitations auxquelles l'arbre est soumis, déterminer son diamètre.

- En tenant compte de la sollicitation de torsion, on a : $\tau = \frac{M_t}{I_0} r <$
- En tenant compte de la sollicitation de traction, on a : $\sigma = \frac{F_x}{S} < \frac{\sigma_E}{3} \Rightarrow \frac{F_x}{\frac{\pi d^2}{4}} < \frac{\sigma_E}{3} \Rightarrow \frac{3F_x}{\sigma_E} < \frac{\pi d^2}{4} \Rightarrow d > \sqrt{\frac{12F_x}{\pi\sigma_E}}$.
- En tenant compte de la sollicitation de flexion, on a :