Cycle RdM

Résistance des matériaux

Chapitre 1– Modélisation des pièces déformables

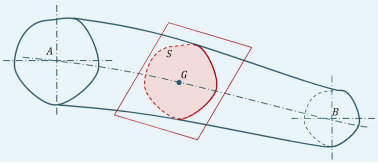
Sciences Industrielles de l'Ingénieur

Fiche PT

1 Hypothèses de la RdM

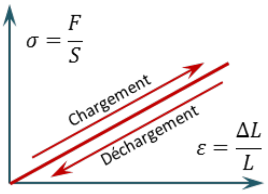
Définition

Poutre :
Une poutre d'origine A et et d'extrémité B est un solide engendré par une surface plane S dont une dimension est très grande par rapport aux deux autres. On appelle alors AB la ligne moyenne (ou fibre neutre), S la section droite, perpendiculaire à la ligne moyenne et G son centre d'inertie.

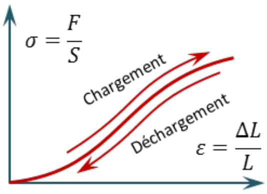


Hypothèse(s) Matériaux
On suppose en RdM que les matériaux sont :

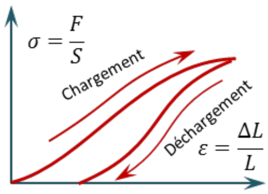
- **continus :** malgré l'organisation en grains ou en fibres de certains matériaux, on considère que les dimensions de ces grains ou fibres sont négligeables devant les dimensions de la pièce étudie ;
- **homogènes :** en tous points les caractéristiques des matériaux sont les mêmes (acier ou plastique, à la différence du béton ou du bois) ;
- **isotropes :** en tous points les caractéristiques mécaniques sont les mêmes dans toutes les directions ;
- **élastiques :** après suppression des contraintes mécaniques, le matériau retrouve ces dimensions initiales ;
- **linéaires :** contraintes et déformations sont liées par une loi linéaire.



Comportement élastique linéaire



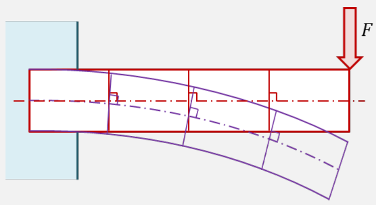
Comportement élastique non linéaire



Comportement non élastique non linéaire

Hypothèse(s)

Hypothèse de Navier – Bernoulli – Hypothèse cinématique
Lors de la déformation d'une poutre droite, on fait l'hypothèse que le déplacement d'une section droite est un déplacement de corps rigide. Autrement dit, une section plane perpendiculaire à la fibre neutre avant déformation reste perpendiculaire à la fibre neutre après déformation.
(Cette hypothèse n'est plus vérifiée lorsque existe une contrainte de cisaillement.)



Hypothèse(s) **Hypothèse des petits déplacements :** les déplacements petits devront rester petits devant les dimensions de la poutre.

2 Torseur de cohésion et sollicitations

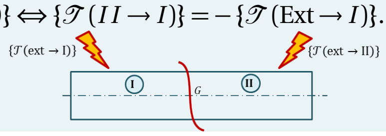
Hypothèse(s) Hypothèse de Barré – Saint Venant :
En s'éloignant suffisant des zones où sont concentrés les efforts, les contraintes et déformations ne dépendent que du torseur de cohésion.

Définition Torseur de cohésion :

Sous une action mécanique extérieure à une poutre, des actions intérieures assurent sa cohésion. Ces actions internes sont modélisées par le torseur de cohésion.

En subdivisant la poutre en deux tronçons notés I et II, puis en isolant la partie I, cette dernière est alors soumise aux actions mécaniques de cohésions du tronçon II sur le tronçon I ainsi qu'aux actions mécaniques extérieures. D'après le PFS appliqué à la poutre on a alors : $\{\mathcal{T}(\text{Ext} \rightarrow I)\} + \{\mathcal{T}(II \rightarrow I)\} = \{0\} \Longleftrightarrow \{\mathcal{T}(II \rightarrow I)\} = -\{\mathcal{T}(\text{Ext} \rightarrow I)\}$.

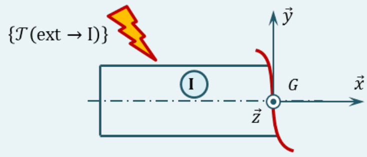
Par convention, le torseur de cohésion s'exprime au point G et représente l'action du tronçon II sur le tronçon I. On le notera : $\mathcal{T}_{\text{coh}}$.



Définition Sollicitations :

On a :

$$\mathcal{T}_{\text{coh}} = \left\{ \begin{array}{cc} N & M_t \\ T_y & M_{fy} \\ T_z & M_{fz} \end{array} \right\}_{G,(\overrightarrow{x},\overrightarrow{y},\overrightarrow{z})}.$$



On appelle :

- N : l'effort normal, induisant un allongement ou un raccourcissement de la poutre ;
- T_y et T_z : les efforts tranchants suivant $\overrightarrow{y}$ ou $\overrightarrow{z}$, induisant un glissement des sections ;
- M_t : le moment de torsion, induisant un glissement des sections ;
- M_{fy} et M_{fz} : les moments de flexion autour de $\overrightarrow{y}$ ou $\overrightarrow{z}$, induisant une modification de la courbure de la poutre.

R On peut montrer qu'en un point G d'abscisse x :

- la dérivée de l'effort tranchant est égale à la charge élémentaire appliquée en ce point ;
- la dérivée du moment de flexion est égale à l'opposé de l'effort tranchant en ce point : $\dfrac{\mathrm{d}M_{fz}(x)}{\mathrm{d}t} = -T_y(x)$.

3 Méthode