Chapitre 3 – Modélisation des pièces déformables en torsion

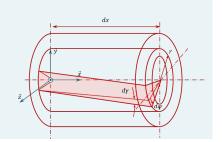
l'Ingénieur

Définitions

Définition - Torseur des sollicitations

Pour une sollicitation en torsion, le torseur de cohésion est de la forme :

$$\{\mathcal{T}_{\mathrm{coh}}\} = \left\{ \begin{array}{cc} 0 & M_t \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{array} \right\}_{G,\left(\overrightarrow{x},\overrightarrow{y},\overrightarrow{z}'\right)}.$$



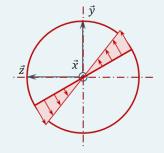
Définition – Contrainte et déformations longitudinales

En torsion, la contrainte est uniquement tangentielle et dépend de la position radiale dans la section:

$$\tau = \frac{M_t}{I_0} r \quad \text{avec} \quad \begin{matrix} \tau & \text{contrainte tangentielle en MPa,} \\ M_t & \text{moment de torsion en Nm,} \\ I_0 & \text{moment quadratique polaire en mm}^4 \text{ et } \\ r & \text{rayon en mm.} \end{matrix}$$

L'angle unitaire de torsion est défini par

$$\theta(x) = \frac{\mathrm{d}\varphi}{\mathrm{d}x} \quad \text{avec} \quad \frac{\theta}{\mathrm{d}\varphi} \quad \text{angle unitaire de torsion en rad/m,}$$



La déformation est définie par :

$$\gamma = r \frac{\mathrm{d} \varphi}{\mathrm{d} x} = r \theta \quad \text{avec} \quad \frac{\theta}{\mathrm{d} \varphi} \quad \text{angle unitaire de torsion en rad/m,}$$

Résultat Loi de comportement - Loi de Hooke

Lorsqu'un matériau est sollicité dans un domaine élastique, contrainte et déformation sont liées par la loi de Hooke :

 σ contrainte en MPa, $\tau = G\gamma$ avec ε déformation sans dimension, E module de Young en MPa ($N \cdot mm^2$).

Résultat - Déformations transversales

En traction, la déformation la plus importante est suivant la direction de l'effort. Cependant, cet allongement s'accompagne d'un rétrécissement de la section. Le coefficient de Poisson est défini par (on considère que la direction de traction est suivant \overrightarrow{x}):

$$v = \frac{\varepsilon_y}{\varepsilon_x} = \frac{\varepsilon_z}{\varepsilon_x} \simeq 0.3.$$

Résultat – Dimensionnement à la traction

• Dimensionnement en contrainte : pour dimensionner une poutre à la traction avec un coefficient de sécurité

1



s (supérieur à 1), la contrainte maximale ne doit pas dépasser la résistance pratique à l'extension $Rpe = \frac{Re}{S}$:

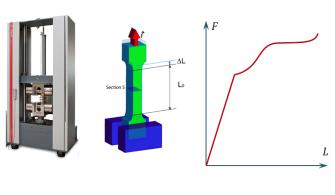
$$\sigma_{max} \le \frac{Re}{s}$$
 (Re: limite d'élasticité en MPa).

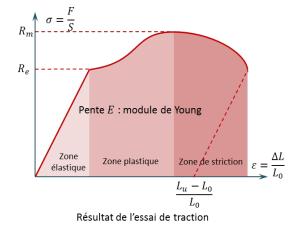
- Dimensionnement en déplacement : le déplacement d'un point ne doit pas dépasser un déplacement limite fixé par le cahier des charges.
- Suivant la géométrie de la poutre (gorges, rayon de raccordement...), des concentrations de contraintes peuvent apparaître. Ainsi la contrainte maximale est pondérée par un coefficient *Kt* donnée par des abaques :

$$\sigma_{max}Kt \leq \frac{Re}{s}.$$

2 Caractérisation des paramètres

Le module de Young E, la limite élastique Re et la limite à la rupture Rm sont déterminés grâce à l'essai de traction.





Éprouvette

Résultat brut de l'essai