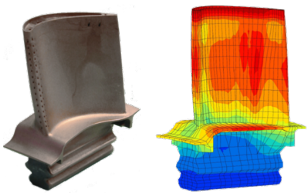
Applications



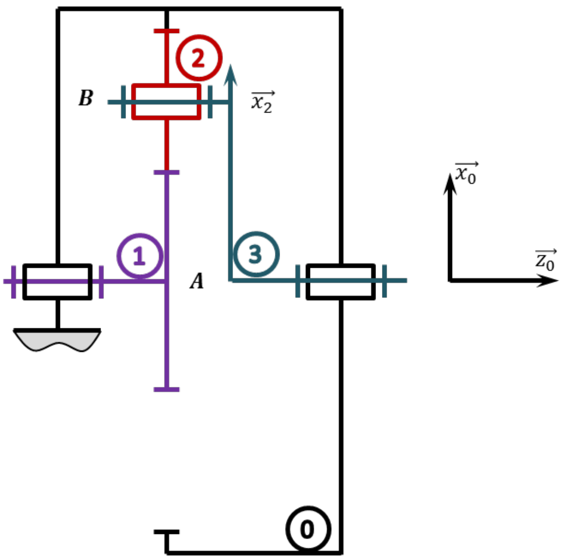
Exercices d'application

Savoirs et compétences :
Résoudre : *à partir des modèles retenus :*
- ***
- ***
- ***

Exercice 1 – Calcul de l'inertie équivalente d'un train épicycloïdal

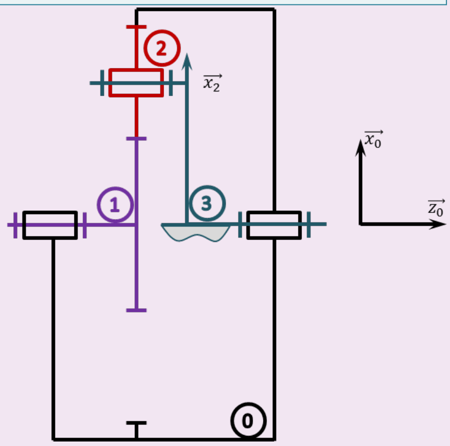
On considère le train épicycloïdal suivant à trois satellites. On donne l'inertie de chacune des pièces :

$$\overline{\overline{I_A}}(1/0)=\begin{pmatrix}A_1 & 0 & 0\\ 0 & B_1 & 0\\ 0 & 0 & C_1\end{pmatrix}\quad \overline{\overline{I_B}}(2/0)=\begin{pmatrix}A_2 & 0 & 0\\ 0 & B_2 & 0\\ 0 & 0 & C_2\end{pmatrix}\quad \overline{\overline{I_A}}(3/0)=\begin{pmatrix}A_3 & 0 & 0\\ 0 & B_3 & 0\\ 0 & 0 & C_3\end{pmatrix}$$



Question 1 *Déterminer le rapport de réduction du train épicycloïdal.*

Méthode
1. Écrire le rapport de réduction recherché.
2. Refaire le schéma en fixant le porte satellite et en libérant le bâti. Le porte satellite devient donc le bâti et le train peut être considéra comme un train simple.
3. Déterminer le rapport de réduction du train simple (les taux de rotation seront donc exprimés en fonction du porte-satellite) en fonction du nombre de dents des roues dentées.
4. Introduire les fréquences de rotation exprimées au point 1.
5. Exprimer le rapport de réduction cherché en fonction du nombre de dents des solides.



On recherche $k = \dfrac{\omega(3/0)}{\omega(1/0)}$.
On bloque le porte satellite **3** et on libère la couronne **0**.
On peut donc exprimer $\dfrac{\omega(0/3)}{\omega(1/3)} = (-1)^1 \dfrac{Z_1 \cdot Z_2}{Z_2 \cdot Z_0} = -\dfrac{Z_1}{Z_0}$.
En décomposant le taux de rotation, on introduit $\omega(1/0)$ et $\omega(0/3)$:
$\dfrac{\omega(0/3)}{\omega(1/3)} = \dfrac{\omega(0/3)}{\omega(1/0)+\omega(0/3)} = -\dfrac{Z_1}{Z_0} \Leftrightarrow \dfrac{-\omega(3/0)}{\omega(1/0)-\omega(3/0)} = -\dfrac{Z_1}{Z_0} \Leftrightarrow$
$Z_0\omega(3/0) = Z_1\left(\omega(1/0)-\omega(3/0)\right) \Leftrightarrow \omega(3/0)(Z_0+Z_1) = Z_1\omega(1/0) \Leftrightarrow$
$\dfrac{\omega(3/0)}{\omega(1/0)} = \dfrac{Z_1}{Z_1+Z_0}$.
Au final, $k = \dfrac{\omega(3/0)}{\omega(1/0)} = \dfrac{Z_1}{Z_1+Z_0}$.

Question 2 *Déterminer l'énergie cinétique de l'ensemble $E = \{1,2,3\}$ par rapport au référentiel de la pièce **0** supposé galiléen.*

Méthode
1. On calcule $T(1/0)$,

Calcul de l'énergie cinétique $T(1/0)$
Par définition, $2T(1/0) = \{\mathscr{V}(1/0)\} \times \{\mathscr{C}(1/0)\}$ A étant un point fixe dans **0**, on a :

$$\{\mathscr{V}(1/0)\} = \left\{ \begin{array}{l} \overrightarrow{\Omega(1/0)} = \omega(1/0)\overrightarrow{z_0} \\ \overrightarrow{V(A\in 1/0)} = \overrightarrow{0} \end{array} \right\}_A \quad \{\mathscr{C}(1/0)\} = \left\{ \begin{array}{l} M_1\overrightarrow{V(G\in 1/0)} \\ \overrightarrow{\sigma(A\in 1/0)} = \overline{\overline{I}}(A,0)\overrightarrow{\Omega(1/0)} = C_1\omega(1/0)\overrightarrow{z} \end{array} \right\}_A$$