DDS 2

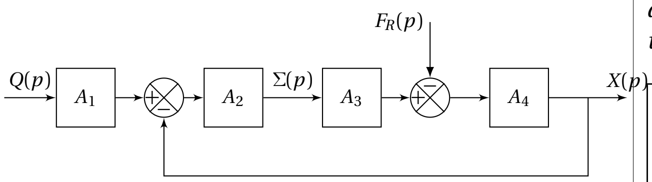
Les ptits devoirs du soir

Xavier Pessoles

Exercice 179 – Quille pendulaire⋆

B2-07

Le comportement d'un vérin est défini par le modèle continu ci-dessous.



On a :

- $q(t)=S\dfrac{\mathrm{d}x(t)}{\mathrm{d}t}+\dfrac{V}{2B}\dfrac{\mathrm{d}\sigma(t)}{\mathrm{d}t}$ (a) ;
- $M\dfrac{\mathrm{d}^2x(t)}{\mathrm{d}t^2}=S\sigma(t)-kx(t)-\lambda\dfrac{\mathrm{d}x(t)}{\mathrm{d}t}-f_R(t)$ (b).

On a :

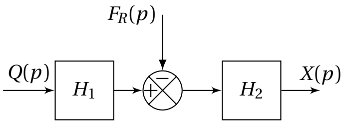
- $\mathcal{L}\left(q(t)\right)=Q(p)$: débit d'alimentation du vérin $\left[\mathrm{m^3s^{-1}}\right]$;
- $\mathcal{L}\left(\sigma(t)\right)=\Sigma(p)$: différence de pression entre les deux chambres du vérin [Pa] ;
- $\mathcal{L}\left(x(t)\right)=X(p)$: position de la tige du vérin [m] ;
- $\mathcal{L}\left(f_R(t)\right)=F_R(p)$: composante selon l'axe de la tige du vérin de la résultante du torseur d'inter-effort de la liaison pivot entre tige et quille [N].

Les constantes sont les suivantes :

- S : section du vérin $\left[\mathrm{m^2}\right]$;
- k : raideur mécanique du vérin $\left[\mathrm{N\,m^{-1}}\right]$;
- V : volume d'huile de référence $\left[\mathrm{m^3}\right]$;
- B : coefficient de compressibilité de l'huile $\left[\mathrm{N\ m^{-2}}\right]$;
- M : masse équivalente à l'ensemble des éléments mobiles ramenés sur la tige du vérin [kg] ;
- λ : coefficient de frottement visqueux $\left[\mathrm{N\,m^{-1}s}\right]$.

Question 1 *Donner les expressions des fonctions de transfert A_1, A_2, A_3 et A_4 en fonction de la variable complexe p et des constantes.*

Le schéma-blocs de la figure précédente peut se mettre sous la forme suivante.



Question 2 *Donner les expressions des fonctions de transfert H_1 et H_2 en fonction de A_1, A_2, A_3 et A_4, puis de la variable p et des constantes.*

Question 3 *Pour ce vérin non perturbé ($F_R=0$), donner sa fonction de transfert $X(p)/Q(p)$ en fonction de la variable p et des constantes.*

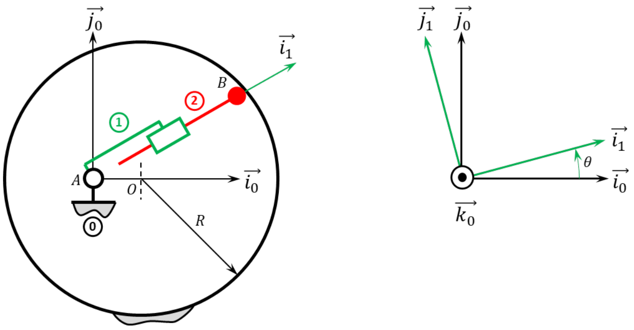
1. $A_1=\dfrac{1}{Sp}$, $A_2=\dfrac{S2B}{V}$, $A_3=S$ et $A_4=\dfrac{1}{Mp^2+\lambda p+k}$.
2. $H_1(p)=A_1A_2A_3$ et $H_2=\dfrac{A_4}{1+A_2A_3A_4}$.
3. $\dfrac{X(p)}{Q(p)}=\dfrac{2BS}{p\left(MVp^2+\lambda pV+kV+2BS^2\right)}$.

Corrigé voir ??.

Exercice 175 – Pompe à palettes ⋆⋆

B2-12 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

Soit le mécanisme suivant. On a $\overrightarrow{AO}=e\,\overrightarrow{i_0}$ et $\overrightarrow{AB}=\lambda(t)\,\overrightarrow{i_1}$. De plus $e=10\,\mathrm{mm}$ et $R=20\,\mathrm{mm}$. Le contact entre **0** et **2** en B est maintenu en permanence (notamment par effet centrifuge lors de la rotation de la pompe).



Question 1 *Tracer le graphe des liaisons.*

Question 2 *Retracer le schéma cinématique pour $\theta(t)=0$ rad.*

Question 3 *Retracer le schéma cinématique pour $\theta(t)=\pi$ rad.*

Question 4 *En déduire la course de la pièce **2**.*

Corrigé voir ??.

Exercice 179 – Quille pendulaire⋆

B2-07

Question 1 *Donner les expressions des fonctions de transfert A_1, A_2, A_3 et A_4 en fonction de la variable complexe p et des constantes.*

D'une part, on transforme les équations dans le domaine de Laplace : $Q(p)=SpX(p)+\dfrac{V}{2B}p\Sigma(p)$ et $Mp^2X(p)=S\Sigma(p)-kX(p)-\lambda pX(p)-F_R(p)$.

En utilisant le schéma-blocs, on a $\Sigma(p)=A_2\left(A_1Q(p)-X(p)\right)=A_1A_2Q(p)-A_2X(p)$.

Par ailleurs $\Sigma(p)=\dfrac{Q(p)-SpX(p)}{\dfrac{V}{2B}p}=Q(p)\dfrac{2B}{Vp}-X(p)\dfrac{S2B}{V}$. On a donc $A_2=\dfrac{S2B}{V}$, $A_1A_2=\dfrac{2B}{Vp}$ soit $A_1=\dfrac{2B}{Vp}\dfrac{V}{S2B}=\dfrac{1}{Sp}$.

On a aussi $X(p)=A_4\left(-F_R(p)+A_3\Sigma(p)\right)=-A_4F_R(p)+A_3A_4\Sigma(p)$. Par ailleurs, $X(p)\left(Mp^2+\lambda p+k\right)=S\Sigma(p)-F_R(p)\Leftrightarrow X(p)=\dfrac{S\Sigma(p)}{Mp^2+\lambda p+k}-\dfrac{F_R(p)}{Mp^2+\lambda p+k}$. On a donc : $A_4=\dfrac{1}{Mp^2+\lambda p+k}$ et $A_3=S$.

Au final, $A_1=\dfrac{1}{Sp}$, $A_2=\dfrac{S2B}{V}$, $A_3=S$ et $A_4=\dfrac{1}{Mp^2+\lambda p+k}$.

Question 2 *Donner les expressions des fonctions de transfert H_1 et H_2 en fonction de A_1, A_2, A_3 et A_4, puis de la variable p et des constantes.*

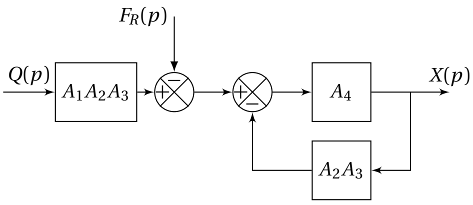
Méthode 1 : Utilisation des relations précédentes On a $X(p)=\left(H_1Q(p)-F_R(p)\right)H_2(p)$.

Par ailleurs, on a vu que $X(p)=A_4\left(-F_R(p)+A_3\Sigma(p)\right)$ et $\Sigma(p)=A_2\left(A_1Q(p)-X(p)\right)$.

On a donc $X(p)=A_4\left(-F_R(p)+A_3A_2\left(A_1Q(p)-X(p)\right)\right)\Leftrightarrow X(p)(1+A_2A_3A_4)=A_4\left(-F_R(p)+A_3A_2A_1Q(p)\right)$. On a donc $H_1(p)=A_1A_2A_3$ et $H_2=\dfrac{A_4}{1+A_2A_3A_4}$.

Méthode 2 : Lecture directe du schéma-blocs Revient à utiliser la méthode précédente.

Méthode 3 : Algèbre de schéma-blocs Le schéma-blocs proposé est équivalent au schéma suivant.



On retrouve le même résultat que précédemment.

$A_1=\dfrac{1}{Sp}$, $A_2=\dfrac{S2B}{V}$, $A_3=S$ et $A_4=\dfrac{1}{Mp^2+\lambda p+k}$.

En faisant le calcul on obtient : $H_1(p)=\dfrac{2BS}{pV}$ et $H_2=\dfrac{\dfrac{1}{Mp^2+\lambda p+k}}{1+\dfrac{2BS^2}{V}\dfrac{1}{Mp^2+\lambda p+k}}=\dfrac{1}{Mp^2+\lambda p+k+\dfrac{2BS^2}{V}}$.

Question 3 *Pour ce vérin non perturbé ($F_R=0$), donner sa fonction de transfert $X(p)/Q(p)$ en fonction de la variable p et des constantes.*

Dans ce cas, $\dfrac{X(p)}{Q(p)}=H_1(p)H_2(p)=\dfrac{2BS}{p\left(MVp^2+\lambda pV+kV+2BS^2\right)}$.

Exercice 175 – Pompe à palettes ⋆⋆

B2-12 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

Question 1 *Tracer le graphe des liaisons.*

Question 2 *Retracer le schéma cinématique pour $\theta(t)=0$ rad.*

Question 3 *Retracer le schéma cinématique pour $\theta(t)=\pi$ rad.*

Question 4 *En déduire la course de la pièce* ***2****.*