DDS 1

Les ptits devoirs du soir

Du 2 septembre au 20 octobre 2022

Exercice 218 – Moteur à courant continu★

B2-04

On donne les équations du moteur à courant continu :

- $u(t) = e(t) + Ri(t) + L\dfrac{\mathrm{d}i(t)}{\mathrm{d}t}$;
- $e(t) = K\omega(t)$;
- $c(t) = Ki(t)$;
- $c(t) - f\omega(t) = J\dfrac{\mathrm{d}\omega(t)}{\mathrm{d}t}$.

Question 1 *Exprimer la fonction de transfert* $H(p) = \dfrac{\Omega(p)}{U(p)}$.

Question 2 *Préciser l'ordre et la classe de* H.

Question 3 *Mettre* $H(p)$ *sous forme canonique.*

Question 4 *Donner les caractéristiques de la fonction de transfert.*

Question 5 *Vérifier l'homgénéité des différentes constantes.*

Éléments de corrigé :
1. $H(p) = \dfrac{K_m}{K_m^2 + (R+Lp)(Jp+f)}$.
2. Ordre 2, classe 0.
3. $H(p) = \dfrac{\dfrac{K_m}{K_m^2+Rf}}{1 + \dfrac{(RJ+Lf)}{K_m^2+Rf}p + \dfrac{LJ}{K_m^2+Rf}p^2}$.
4. $K = \dfrac{K_m}{K_m^2+Rf}$, $\omega_0 = \sqrt{\dfrac{K_m^2+Rf}{LJ}}$, $\xi = \dfrac{RJ+Lf}{2\sqrt{LJ(K_m^2+Rf)}}$.

Corrigé voir 218.

Exercice 217 – Moteur à courant continu★

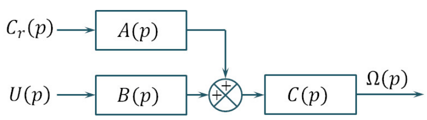
B2-07

On donne les équations du moteur à courant continu :

- $u(t) = e(t) + Ri(t) + L\dfrac{\mathrm{d}i(t)}{\mathrm{d}t}$;
- $e(t) = K\omega(t)$;
- $c(t) = Ki(t)$;
- $c(t) + c_r(t) - f\omega(t) = J\dfrac{\mathrm{d}\omega(t)}{\mathrm{d}t}$.

Question 1 *Réaliser le schéma-blocs.*

Question 2 *Mettre le schéma-blocs sous la forme suivante.*



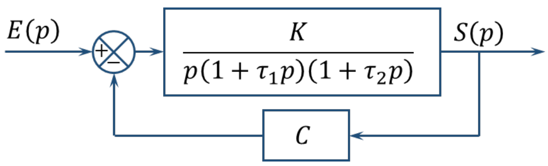
Éléments de corrigé :
1. .
2. $A(p) = R + Lp$, $B(p) = K$, $C(p) = \dfrac{1}{K^2 + (f+Jp)(R+Lp)}$ (plusieurs réponses possibles).

Corrigé voir 217.

Exercice 216 – Valeur finale★

C2-03

Soit le schéma-blocs suivant.



Question 1 *Déterminer la valeur finale de* $s(t)$ *lorsque l'entrée est un échelon d'amplitude* E_0.

Question 2 *En déduire la valeur de l'erreur statique.*

Question 3 *Déterminer la valeur finale de* $s(t)$ *lorsque l'entrée est une rampe de pente* k.

Question 4 *En déduire la valeur de l'erreur de traînage.*

Question 5 *Qu'en est-il si* $C = 1$ *?*

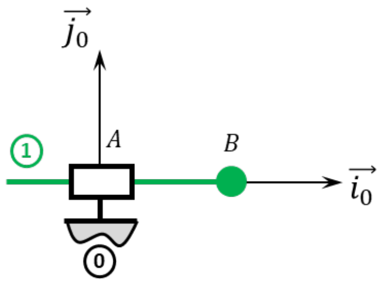
Éléments de corrigé :
1. $s_\infty = \lim\limits_{p\to 0} p\dfrac{E_0}{p}\dfrac{K}{p(1+\tau_1 p)(1+\tau_2 p) + CK} = \dfrac{E_0}{C}$.
2. $\lim\limits_{t\to+\infty}(e(t) - s(t)) = E_0 - \dfrac{E_0}{C}$.
3. $s_\infty = \infty$.
4. $\varepsilon_v = \infty$.
5. $\varepsilon_v = \dfrac{k}{K}$.

Corrigé voir 216.

Exercice 215 – Mouvement T – ⋆

B2-12

Soit le mécanisme suivant. On note $\overrightarrow{AB} = \lambda(t)\overrightarrow{i_0}$.



Question 1 *Tracer le graphe des liaisons.*

Question 2 *Retracer le schéma cinématique pour* $\lambda = 10\,\text{mm}$.

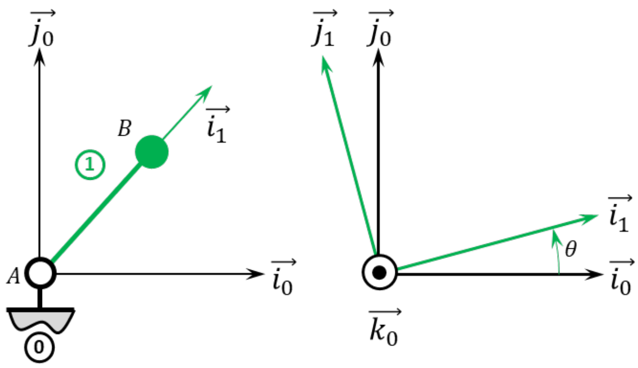
Question 3 *Retracer le schéma cinématique pour* $\lambda = -20\,\text{mm}$.

Corrigé voir 215.

Exercice 214 – Mouvement R ⋆

B2-12

Soit le mécanisme suivant. On a $\overrightarrow{AB} = R\overrightarrow{i_1}$ avec $R = 20\,\text{mm}$.



Question 1 *Tracer le graphe des liaisons.*

Question 2 *Retracer le schéma cinématique pour* $\theta = \dfrac{\pi}{4}$ *rad.*

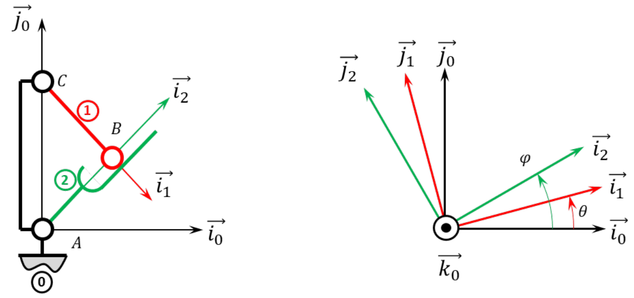
Question 3 *Retracer le schéma cinématique pour* $\theta = \pi$ *rad.*

Corrigé voir 214.

Exercice 213 – Barrière Sympact ⋆⋆

B2-12

Soit le mécanisme suivant. On a $\overrightarrow{AC} = H\overrightarrow{j_0}$ et $\overrightarrow{CB} = R\overrightarrow{i_1}$. De plus, $H = 120\,\text{mm}$ et $R = 40\,\text{mm}$.



Question 1 *Tracer le graphe des liaisons.*

Question 2 *Retracer le schéma cinématique pour* $\theta(t) = \dfrac{\pi}{2}$ *rad.*

Question 3 *Retracer le schéma cinématique pour* $\theta(t) = 75\,°$.

Question 4 *Dans l'hypothèse où la pièce **1** peut faire des tours complets, quelle doit être la longueur minimale de la pièce **2**.*

Question 5 *Dans l'hypothèse où la pièce **2** fait* 12 cm, *quel sera le débattement maximal de la pièce **1**.*

Indications :
1. .
2. .
3. .
4. 160 mm.
5. 160,8 °.

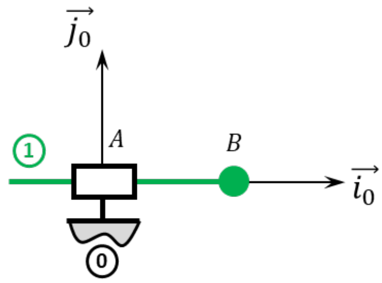
Corrigé voir 213.

Exercice 212 – Mouvement T – ⋆

C2-05

B2-13

Soit le mécanisme suivant. On note $\overrightarrow{AB} = \lambda(t)\overrightarrow{i_0}$.



Question 1 *Quel est le mouvement de **1** par rapport à **0**.*

Question 2 *Donner l'équation paramétrique de la trajectoire du point B, point appartenant à **1** par rapport à **0**.*

Indications :
1. .
2. $x_B(t) = \lambda(t)$.

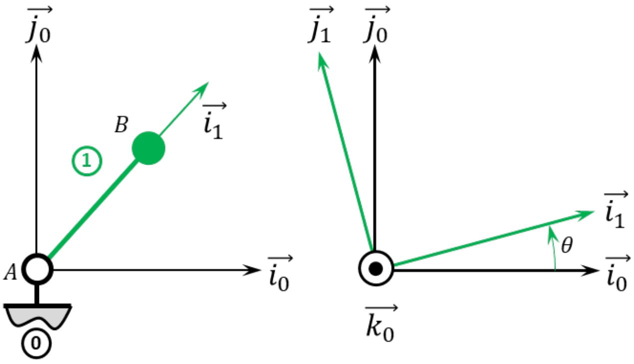
Corrigé voir 178.

Exercice 211 – Mouvement R ⋆

C2-05

B2-13

Soit le mécanisme suivant. On a $\overrightarrow{AB} = R\,\overrightarrow{i_1}$ avec $R = 20\,\text{mm}$.



Question 1 *Quel est le mouvement de **1** par rapport à **0**.*

Question 2 *Quelle est la trajectoire du point B appartenant à **1** par rapport à **0**.*

Question 3 *Donner l'équation paramétrique de la trajectoire du point B, point appartenant à **1** par rapport à **0**.*

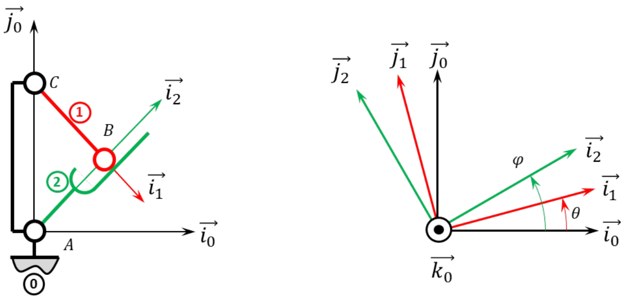
Indications :
1. .
2. .
3. $x_B(t) = R\cos\theta(t)$ et $y_B(t) = R\sin\theta(t)$.

Corrigé voir 172.

Exercice 210 – Barrière Sympact ⋆⋆

B2-13

Soit le mécanisme suivant. On a $\overrightarrow{AC} = H\,\overrightarrow{j_0}$ et $\overrightarrow{CB} = R\,\overrightarrow{i_1}$. De plus, $H = 120\,\text{mm}$ et $R = 40\,\text{mm}$.



Question 1 *Calculer $\overrightarrow{V(B,1/0)}$?*

Question 2 *Calculer $\overrightarrow{V(B,2/0)}$?*

Question 3 *Justifier que $\overrightarrow{V(B,2/1)} \cdot \overrightarrow{j_2} = 0$.*

Question 4 *En déduire une relation cinématique entre les différentes grandeurs.*

Indications :
1. $\overrightarrow{V(B,1/0)} = R\dot{\theta}\,\overrightarrow{j_1}$.
2. $\overrightarrow{V(B,2/0)} = \lambda\dot{\varphi}\,\overrightarrow{j_2}$.
3. .
4. $\lambda\dot{\varphi} - R\dot{\theta}\cos(\varphi - \theta) = 0$.

Corrigé voir 210.

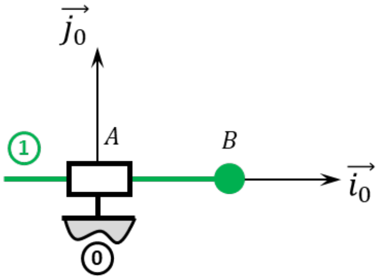
Exercice 209 – Mouvement T – ⋆

B2-14

B2-15

C1-05

Soit le mécanisme suivant. On note $\overrightarrow{AB} = \lambda(t)\,\overrightarrow{i_0}$. On note m_1 la masse du solide **1**. On note G le centre d'inertie de **1** tel que $\overrightarrow{BG} = \ell\,\overrightarrow{j_1}$. La pesanteur est telle que $\overrightarrow{g} = -g\,\overrightarrow{i_0}$. Un vérin pneumatique positionné entre **1** et **0** permet de maintenir **1** en équilibre.



Question 1 *Réaliser le graphe d'analyse en faisant apparaître l'ensemble des actions mécaniques.*

Question 2 *Donner le torseur de chacune des actions mécaniques.*

Question 3 *Simplifier les torseurs dans l'hypothèse des problèmes plans.*

Question 4 *Proposer une démarche permettant de déterminer l'effort que doit développer le vérin pour maintenir **1** en équilibre.*

Indications :
1. .
2. $\{\mathscr{F}(0\rightarrow 1)\} = \left\{ \begin{array}{c} Y_{01}\,\overrightarrow{j_1} + Z_{01}\,\overrightarrow{k_1} \\ L_{01}\,\overrightarrow{i_1} + M_{01}\,\overrightarrow{j_1} + N_{01}\,\overrightarrow{k_1} \end{array} \right\}_A$, $\{\mathscr{F}(\text{pes}\rightarrow 1)\} = \left\{ \begin{array}{c} -m_1 g\,\overrightarrow{i_1} \\ \overrightarrow{0} \end{array} \right\}_G$, $\{\mathscr{F}(\text{ver}\rightarrow 1)\} = \left\{ \begin{array}{c} F_v\,\overrightarrow{i_1} \\ \overrightarrow{0} \end{array} \right\}_G$.
3. $\{\mathscr{F}(0\rightarrow 1)\} = \left\{ \begin{array}{c} Y_{01}\,\overrightarrow{j_1} \\ N_{01}\,\overrightarrow{k_1} \end{array} \right\}_A$, $\{\mathscr{F}(\text{pes}\rightarrow 1)\} = \left\{ \begin{array}{c} -m_1 g\,\overrightarrow{i_1} \\ \overrightarrow{0} \end{array} \right\}_G$, $\{\mathscr{F}(\text{ver}\rightarrow 1)\} = \left\{ \begin{array}{c} F_v\,\overrightarrow{i_1} \\ \overrightarrow{0} \end{array} \right\}_G$.
4. TRS suivant $\overrightarrow{i_0}$.

Corrigé voir 209.

DDS

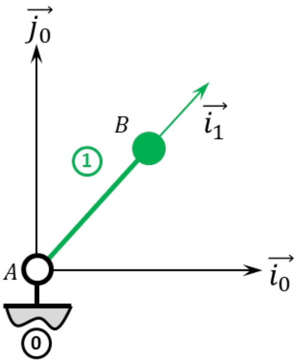
Exercice 208 – Mouvement R ⋆

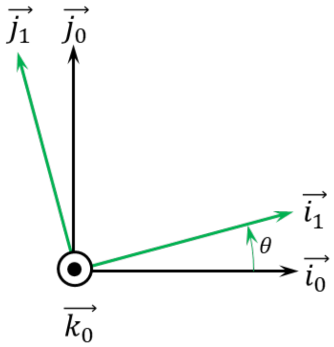
B2-14

B2-15

C1-05

Soit le mécanisme suivant. On a $\overrightarrow{AB} = R\,\overrightarrow{i_1}$ avec $R = 20\,\text{mm}$. La liaison pivot est motorisée par un moteur dont l'action mécanique sur **1** est donnée par $\overrightarrow{C_m} = C_m\,\overrightarrow{k_0}$. On note m_1 la masse du solide 1 et B son centre d'inertie. La pesanteur est telle que $\overrightarrow{g} = -g\,\overrightarrow{j_0}$.





Question 1 *Réaliser le graphe d'analyse en faisant apparaître l'ensemble des actions mécaniques.*

Question 2 *Donner le torseur de chacune des actions mécaniques.*

Question 3 *Simplifier les torseurs dans l'hypothèse des problèmes plans.*

Question 4 *Proposer une démarche permettant de déterminer l'effort que doit développer le moteur pour maintenir **1** en équilibre.*

Indications :

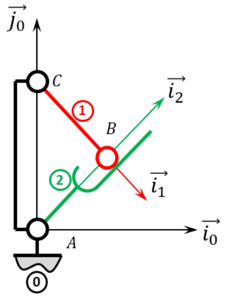
1. .
2. $\left\{\mathscr{F}(0\to 1)\right\} = \left\{\begin{array}{c} X_{01}\,\overrightarrow{i_1}+Y_{01}\,\overrightarrow{j_1}+Z_{01}\,\overrightarrow{k_1} \\ L_{01}\,\overrightarrow{i_1}+M_{01}\,\overrightarrow{j_1}\end{array}\right\}_A$,
$\left\{\mathscr{F}(\text{pes}\to 1)\right\} = \left\{\begin{array}{c} -m_1 g\,\overrightarrow{j_0} \\ \overrightarrow{0}\end{array}\right\}_B$, $\left\{\mathscr{F}(\text{Mot}\to 1)\right\} = \left\{\begin{array}{c} \overrightarrow{0} \\ C_m\,\overrightarrow{k_0}\end{array}\right\}_A$.
3. $\left\{\mathscr{F}(0\to 1)\right\} = \left\{\begin{array}{c} X_{01}\,\overrightarrow{i_1}+Y_{01}\,\overrightarrow{j_1} \\ M_{01}\,\overrightarrow{j_1}\end{array}\right\}_A$, $\left\{\mathscr{F}(\text{pes}\to 1)\right\} = \left\{\begin{array}{c} -m_1 g\,\overrightarrow{j_0} \\ \overrightarrow{0}\end{array}\right\}_B$, $\left\{\mathscr{F}(\text{Mot}\to 1)\right\} = \left\{\begin{array}{c} \overrightarrow{0} \\ C_m\,\overrightarrow{k_0}\end{array}\right\}_A$.
4. TMS en A en projection sur $\overrightarrow{k_0}$.

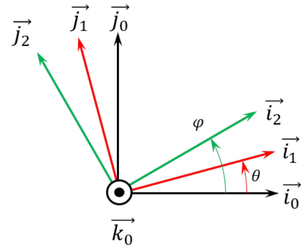
Corrigé voir 208.

Exercice 207 – Barrière Sympact ⋆⋆

C1-05

Soit le mécanisme suivant. On a $\overrightarrow{AC} = H\,\overrightarrow{j_0}$ et $\overrightarrow{CB} = R\,\overrightarrow{i_1}$. De plus, $H = 120\,\text{mm}$ et $R = 40\,\text{mm}$.





On néglige la pesanteur sur la pièce **1**.

On note $\left\{\mathscr{F}(\text{Moteur}\to 1)\right\} = \left\{\begin{array}{c} \overrightarrow{0} \\ C_m\,\overrightarrow{k_0}\end{array}\right\}_{\forall P}$ l'action mécanique du moteur sur la pièce **1**.

On note $\left\{\mathscr{F}(\text{Ressort}\to 2)\right\} = \left\{\begin{array}{c} \overrightarrow{0} \\ C_r\,\overrightarrow{k_0}\end{array}\right\}_{\forall P}$ l'action mécanique d'un ressort couple sur la pièce **2**. Le raideur du ressort est telle qu'il exerce un couple de 45 Nm pour un angle de rotation 100°. On considère que le couple est nul lorsque la pièce 2 est à la verticale ($\varphi_0 = \dfrac{\pi}{2}$). Il est au maximum lorsque $\varphi_f = 0$.

On note $\left\{\mathscr{F}(\text{Pes}\to 2)\right\} = \left\{\begin{array}{c} -M g\,\overrightarrow{j_0} \\ \overrightarrow{0}\end{array}\right\}_{\forall G}$ avec $\overrightarrow{AG} = L\,\overrightarrow{i_2}$.

Question 1 *Réaliser un graphe d'analyse.*

Question 2 *Expliciter C_r en fonction des différents constantes (k, φ_o, φ_f) et celles qui vous sembleraient utile.*

Question 3 *Proposer une méthode permettant d'exprimer le couple moteur en fonction des autres actions mécaniques.*

Indications :

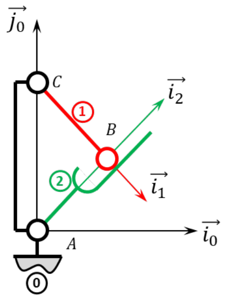
1. .
2. $C_r(\varphi) = k\dfrac{\pi}{2(\varphi_f-\varphi_0)}\varphi - k\dfrac{\pi\varphi_0}{2(\varphi_f-\varphi_0)}$ et $C_r(\varphi) = -k\varphi + k\dfrac{\pi}{2}$.
3. On isole 1, TMS sur $\left(C, \overrightarrow{k_0}\right)$. On isole 2, TMS sur $\left(A, \overrightarrow{k_0}\right)$.

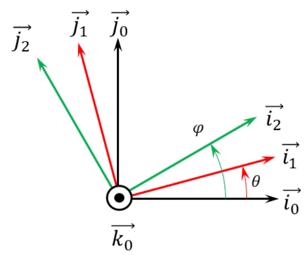
Corrigé voir 207.

Exercice 206 – Barrière Sympact ⋆

C2-06

Soit le mécanisme suivant. On a $\overrightarrow{AC} = H\,\overrightarrow{j_0}$ et $\overrightarrow{CB} = R\,\overrightarrow{i_1}$. De plus, $H = 120\,\text{mm}$ et $R = 40\,\text{mm}$.





Question 1 *Tracer le graphe des liaisons.*

Question 2 *Exprimer $\varphi(t)$ en fonction de $\theta(t)$.*

Question 3 *Exprimer $\dot\varphi(t)$ en fonction de $\dot\theta(t)$.*

Question 4 *En utilisant Python, tracer $\dot\varphi(t)$ en fonction de $\dot\theta(t)$. On considérera que la fréquence de rotation de la pièce* **1** *est de 10 tours par minute.*

Indications :

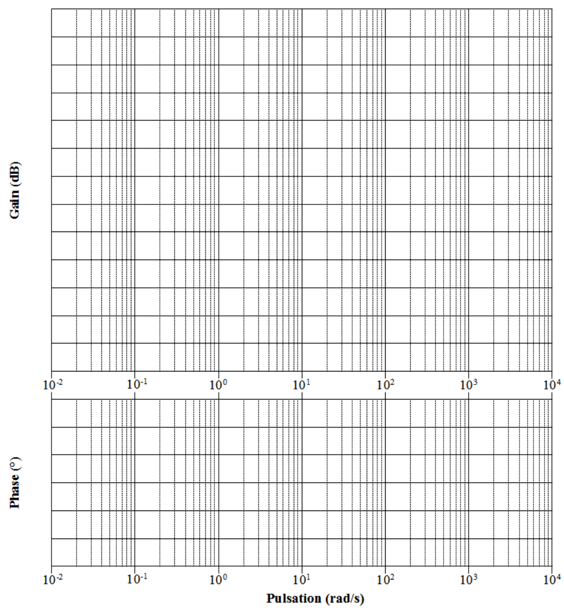
1. .
2. $\tan\varphi(t) = \dfrac{R\sin\theta(t)+h}{R\cos\theta(t)}$.
3. $\dot\varphi(t) = \dfrac{R\dot\theta(t)(R+h\sin\theta(t))}{R^2+h^2+2Rh\sin\theta(t)}$.
4. .

Corrigé voir 206.

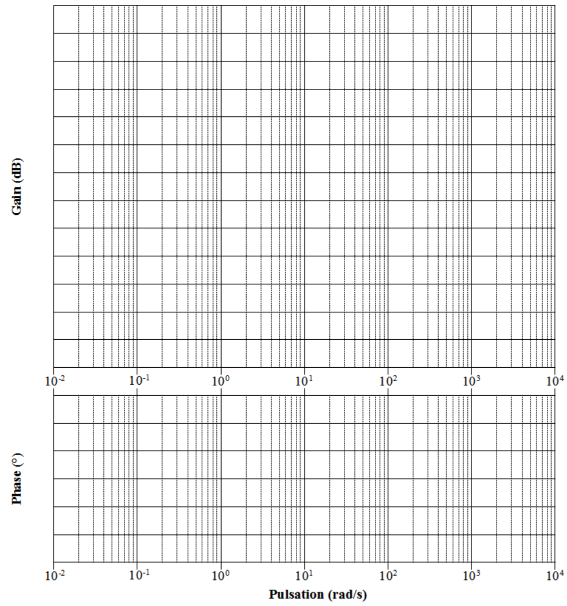
Exercice 205 – Ecart⋆

C2-02

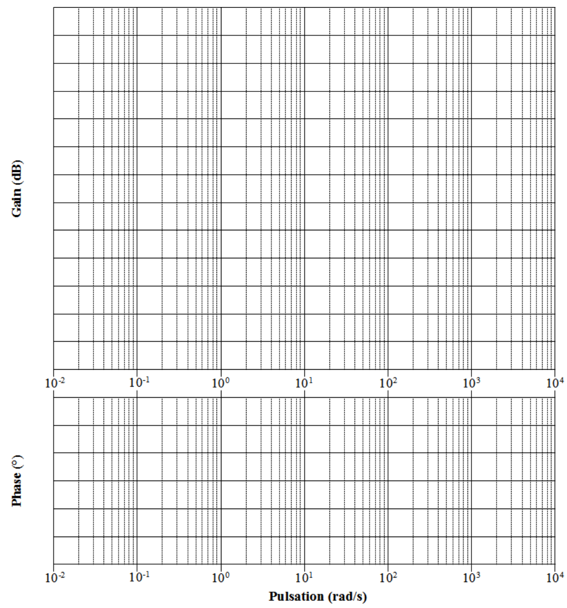
Question 1 *Tracer le diagramme de Bode de la fonction de transfert suivante :* $F_1(p) = \dfrac{15}{1+10p}$.



Question 2 *Tracer le diagramme de Bode de la fonction de transfert suivante :* $F_2(p) = \dfrac{10}{(1+10p)(10+p)}$.



Question 3 *Tracer le diagramme de Bode de la fonction de transfert suivante :* $F_3(p) = \dfrac{40}{p(1+300p)}$.

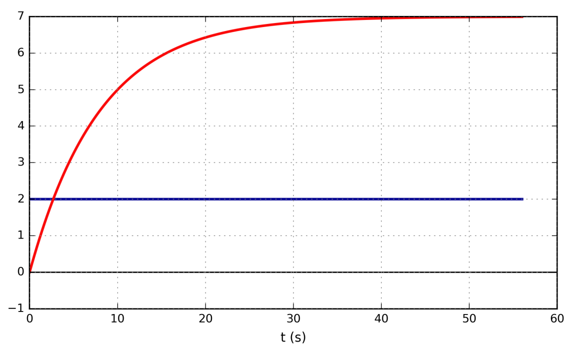


Corrigé voir 205.

Exercice 204 – Identification temporelle ⋆

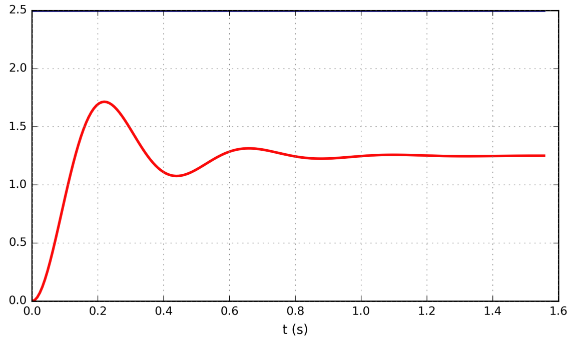
B2-06

Soit la réponse à un échelon.



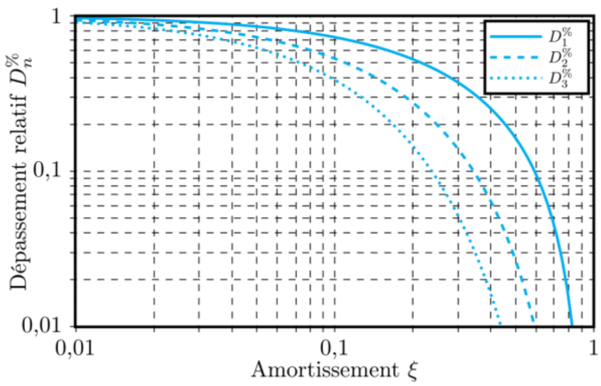
Question 1 *Déterminer la fonction de transfert du système.*

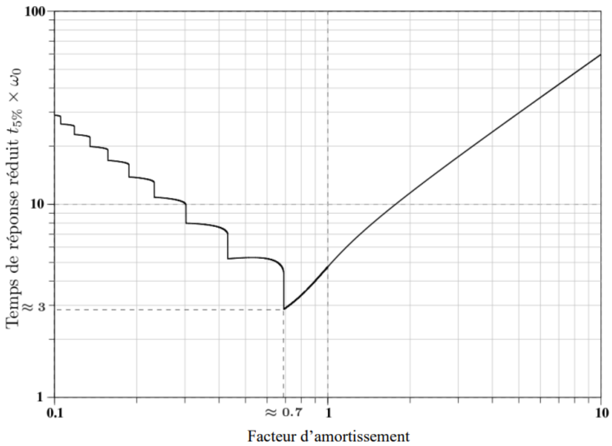
Soit la réponse à un échelon d'amplitude 2,5.



Question 2 *Déterminer la fonction de transfert du système en réalisant les mesures nécessaires et en utilisant les formules appropriées.*

Question 3 *Déterminer la fonction de transfert du système en utilisant les abaques.*





Indications :

1. $H(p) = \dfrac{3,5}{1+8p}$.
2. $H(p) = \dfrac{0,5}{1+\dfrac{2\times 0,1}{14,25}p+\dfrac{p^2}{14,25^2}}$.
3. $H(p) = \dfrac{0,5}{1+\dfrac{2\times 0,3}{16}p+\dfrac{p^2}{16^2}}$.

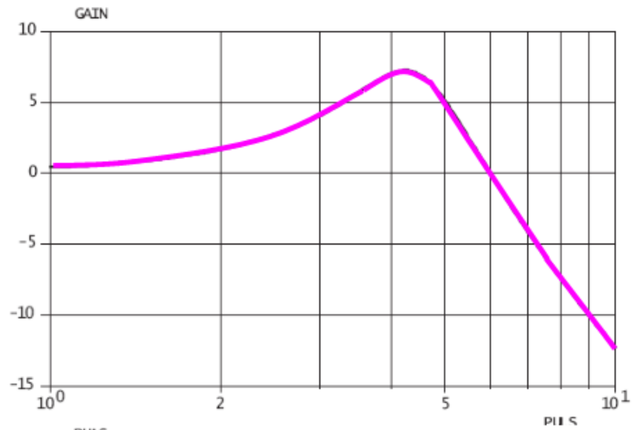
Corrigé voir 204.

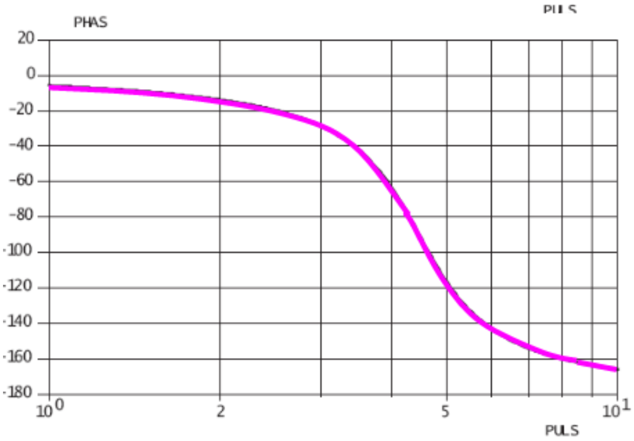
Exercice 203 – Identification ⋆

B2-06

D'après Florestan Mathurin.

Soit un système dont le diagramme de Bode est donné ci-dessous.

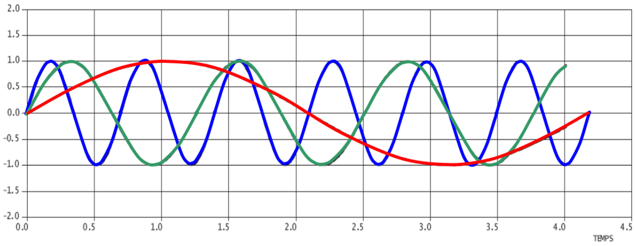




Question 1 *Tracer le diagramme de Bode asymptotique.*

Question 2 *Identifier le type de la fonction de transfert et ses valeurs remarquables.*

Le diagramme temporel ci-dessous présente 3 signaux d'entrée sinusoïdaux.



Question 3 *Déterminer les période et les pulsations de chacun des signaux.*

Question 4 *En déduire le gain et le déphasage en régime permanent pour chacune des courbes temporelles de sortie correspondant aux 3 entrées.*

Indications :

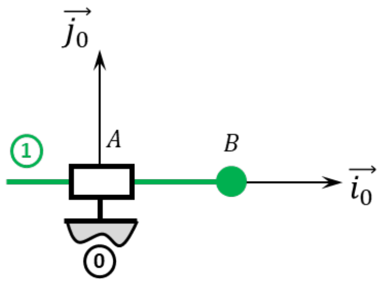
1. .
2. $H(p) = \dfrac{1}{1+\dfrac{2\times 0,23}{4,5}p+\dfrac{p^2}{4,5^2}}$.
3. .
   - Signal rouge : $T=4{,}2$ s et $\omega 1{,}5$ rad/s.
   - Signal vert : $T=3{,}6/3=1{,}2$ s et $\omega=5{,}2$ rad/s.
   - Signal bleu : $T=4{,}2/6=0{,}7$ s et $\omega=9$ rad/s.
4. .
   - $s(t)=1,12\sin(\omega t-0,17)$.
   - $s(t)=1,8\sin(\omega t-2,1)$.
   - $s(t)=0,3\sin(\omega t-2,8)$.

Corrigé voir 203.

Exercice 202 – Mouvement T ⋆

C2-07

Soit le mécanisme suivant. On note $\overrightarrow{AB}=\lambda(t)\overrightarrow{i_0}$. On note m_1 la masse du solide **1**. On note G le centre d'inertie de **1** tel que $\overrightarrow{BG}=\ell\overrightarrow{j_1}$ ($\overrightarrow{j_1}=\overrightarrow{j_0}$). La pesanteur est telle que $\overrightarrow{g}=-g\overrightarrow{i_0}$. Un vérin pneumatique positionné entre **1** et **0** permet de maintenir **1** en équilibre.



On donne $\{\mathscr{F}(\text{pes}\rightarrow 1)\} = \left\{\begin{array}{c} -m_1 g\overrightarrow{i_1} \\ \overrightarrow{0}\end{array}\right\}_G$ et $\{\mathscr{F}(\text{ver}\rightarrow 1)\} = \left\{\begin{array}{c} F_v\overrightarrow{i_1} \\ \overrightarrow{0}\end{array}\right\}_A$.

Question 1 *Réaliser le graphe d'analyse en faisant apparaître l'ensemble des actions mécaniques.*

On isole **1** et on applique le théorème de la résultante statique en projection suivant $\overrightarrow{i_0}$.

Question 2 *Exprimer l'équation d'équilibre de la pièce **1**.*

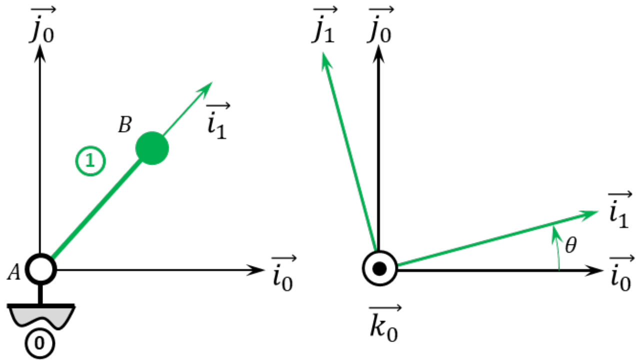
Question 3 *Déterminer l'ensemble des inconnues de liaison.*

Corrigé voir 202.

Exercice 201 – Mouvement R ⋆

C2-07

Soit le mécanisme suivant. On a $\overrightarrow{AB}=R\overrightarrow{i_1}$ avec $R=20$ mm. La liaison pivot est motorisée par un moteur dont l'action mécanique sur **1** est donnée par $\overrightarrow{C_m}=C_m\overrightarrow{k_0}$. On note m_1 la masse du solide 1 et B son centre d'inertie. La pesanteur est telle que $\overrightarrow{g}=-g\overrightarrow{j_0}$.



Question 1 *Réaliser le graphe d'analyse en faisant apparaître l'ensemble des actions mécaniques.*

On donne $\{\mathscr{F}(\text{pes}\rightarrow 1)\} = \left\{\begin{array}{c} -m_1 g\overrightarrow{j_0} \\ \overrightarrow{0}\end{array}\right\}_B$ et $\{\mathscr{F}(\text{Mot}\rightarrow 1)\} = \left\{\begin{array}{c} \overrightarrow{0} \\ C_m\overrightarrow{k_0}\end{array}\right\}_A$.

On isole **1** et on réalise un théorème du moment statique en A en projection sur $\overrightarrow{k_0}$.

Question 2 *Donner l'équation d'équilibre de la pièce **1**.*

Question 3 *Déterminer l'ensemble des inconnues de liaisons.*

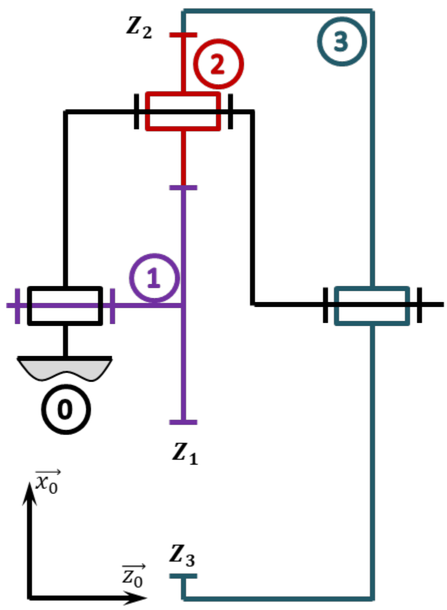
Corrigé voir 201.

Exercice 200 – Train simple ⋆

A3-05

C2-06

Soit le train d'engrenages suivant.



Question 1 *Tracer le graphe des liaisons.*

Question 2 *Déterminer $\dfrac{\omega_{3/0}}{\omega_{1/0}}$ en fonction du nombre de dents des roues dentées.*

DDS

Question 3 *Donner une relation géométrique entre Z_1, Z_2 et Z_3 permettant de garantir le fonctionnement du train d'engrenages.*

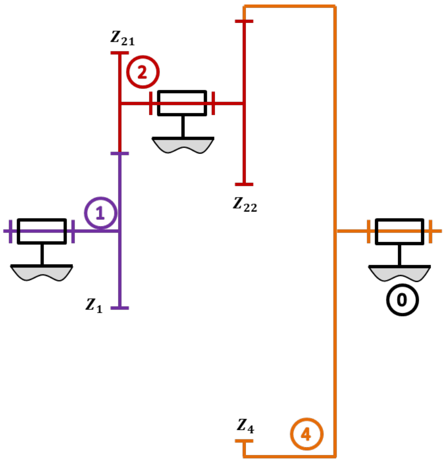
Corrigé voir 200.

Exercice 199 – Train simple ⋆

A3-05

C2-06

Soit le train d'engrenages suivant.



Question 1 *Tracer le graphe des liaisons.*

Question 2 *Déterminer $\dfrac{\omega_{4/0}}{\omega_{1/0}}$ en fonction du nombre de dents des roues dentées.*

Question 3 *Donner une relation géométrique entre Z_1, Z_{21}, Z_{22} et Z_4 permettant de garantir le fonctionnement du train d'engrenages (on fera l'hypothèse que toutes les roues dentées ont le même module).*

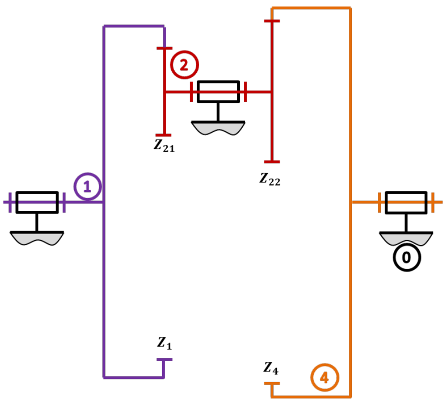
Corrigé voir 199.

Exercice 198 – Train simple ⋆

A3-05

C2-06

Soit le train d'engrenages suivant.



Question 1 *Tracer le graphe des liaisons.*

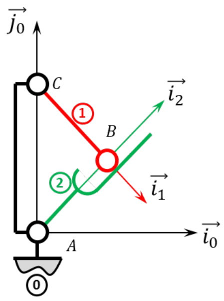
Question 2 *Déterminer $\dfrac{\omega_{4/0}}{\omega_{1/0}}$ en fonction du nombre de dents des roues dentées.*

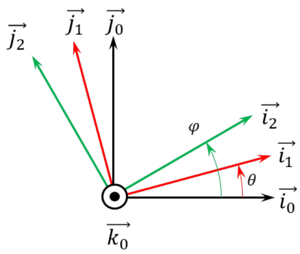
Corrigé voir 198.

Exercice 197 – Barrière Sympact ⋆⋆

C2-07

Soit le mécanisme suivant. On a $\overrightarrow{AC} = H\,\overrightarrow{j_0}$, $\overrightarrow{CB} = R\,\overrightarrow{i_1}$ et $\overrightarrow{AB} = \lambda\,\overrightarrow{i_2}$. De plus, $H = 120\,\text{mm}$ et $R = 40\,\text{mm}$.





On néglige la pesanteur sur la pièce **1**.

On note $\{\mathscr{F}(\text{Moteur} \rightarrow 1)\} = \left\{ \begin{array}{c} \overrightarrow{0} \\ C_m\,\overrightarrow{k_0} \end{array} \right\}_{\forall P}$ l'action mécanique du moteur sur la pièce **1**.

On note $\{\mathscr{F}(\text{Ressort} \rightarrow 2)\} = \left\{ \begin{array}{c} \overrightarrow{0} \\ C_r\,\overrightarrow{k_0} \end{array} \right\}_{\forall P}$ l'action mécanique d'un ressort couple sur la pièce **2**.

On note $\{\mathscr{F}(\text{Pes} \rightarrow 2)\} = \left\{ \begin{array}{c} -M\,g\,\overrightarrow{j_0} \\ \overrightarrow{0} \end{array} \right\}_{\forall G}$ avec $\overrightarrow{AG} = L\,\overrightarrow{i_2}$.

Question 1 *Réaliser un graphe d'analyse.*

Question 2 *Proposer une méthode permettant d'exprimer le couple moteur en fonction des autres actions mécaniques.*

Question 3 *Mettre en œuvre une méthode permettant d'exprimer le couple moteur en fonction des autres actions mécaniques.*

Question 4 *Tracer, en utilisant Python, l'évolution du couple moteur en fonction de l'angle de la manivelle. On prendra $M = 1\,\text{kg}$ et $L = 0{,}1\,\text{m}$*

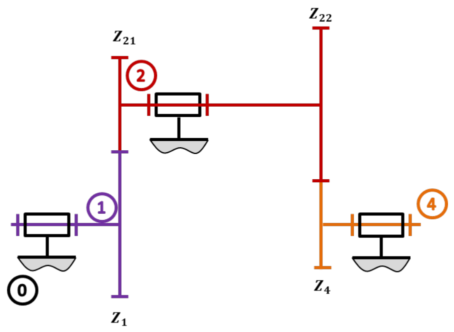
Corrigé voir 197.

Exercice 196 – Train simple ⋆

A3-05

C2-06

Soit le train d'engrenages suivant.



Question 1 *Tracer le graphe des liaisons.*

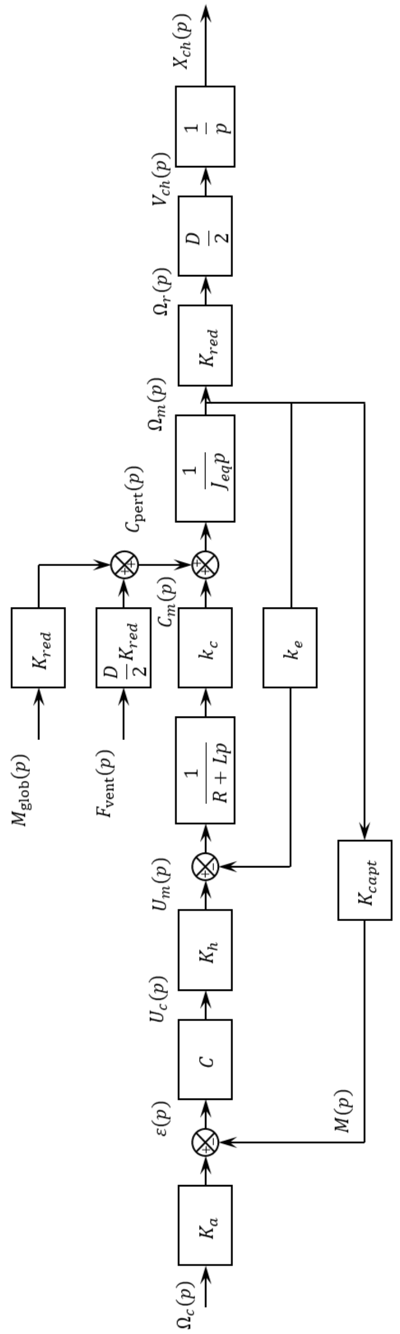
Question 2 *Déterminer $\dfrac{\omega_{4/0}}{\omega_{1/0}}$ en fonction du nombre de dents des roues dentées.*

Corrigé voir 196.

Exercice 195 – La Seine Musicale★

B2-07

Soit le schéma-blocs suivant.



Question 1 *En considérant que la perturbation $C_{pert}(p)$ est nulle, déterminer $H_f(p) = \dfrac{\Omega_m(p)}{\Omega_c(p)}$ sous forme canonique.*

Question 2 *En prenant $\Omega_c(p) = 0$, exprimer la fonction de transfert $H_r(p) = \dfrac{\Omega_m(p)}{C_{pert}(p)}$ en la mettant sous la forme : $H_r(p) = -\dfrac{\alpha\left(1+\tau p\right)}{1+\gamma p+\delta p^2}$. Exprimer α, τ, γ et δ en fonction des différents paramètres de l'étude.*

Question 3 *Exprimer $X_{ch}(p)$ en fonction de $\Omega_m(p)$ et $C_{pert}(p)$.*

Indications :

1. $H_f(p) = \dfrac{K_a}{(k_e k_c + C K_h K_{\text{capt}} k_c)} \dfrac{C K_h k_c}{\dfrac{J_{eq}(R+Lp)}{k_e k_c + C K_h K_{\text{capt}} k_c} p + 1}$.
2. $\alpha = -\dfrac{R}{(C K_h K_{\text{capt}} + k_e) k_c}$, $\tau = \dfrac{L}{R}$, $\gamma = \dfrac{R J_{eq}}{(C K_h K_{\text{capt}} + k_e) k_c}$, $\delta = \dfrac{L J_{eq}}{(C K_h K_{\text{capt}} + k_e) k_c}$.
3. $X_{ch}(p) = \left(H_f(p)\Omega_c(p) + H_r(p) C_{\text{pert}}(p)\right) \dfrac{D K_{\text{red}}}{2p}$.

Corrigé voir 195.

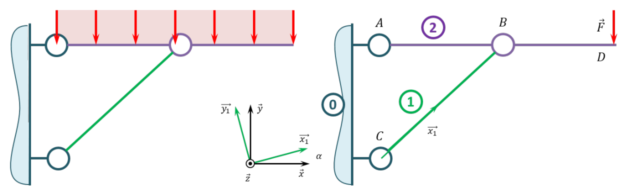
Exercice 194 – Détermination des efforts dans une structure étayée ⋆⋆

C2-07

Lors de la démolition d'une partie de la gare de Lyon Part-Dieu (en 2018), des étais ont du être posés afin de soutenir la structure supérieure.

Dans le but de dimensionner les étais, il est nécessaire de déterminer les actions mécanique dans chacune des liaisons.

Pour cela, on utilise la modélisation suivante.



Modèle initial — Modèle retenu

On a $\overrightarrow{AB} = a\,\vec{x}$, $\overrightarrow{BD} = b\,\vec{x}$ et $\overrightarrow{CB} = L\,\vec{x_1}$.

Question 1 *Tracer le graphe d'analyse du système (graphe des liaisons et actions extérieures).*

Question 2 *Proposer une stratégie permettant de déterminer les actions mécaniques dans les liaisons.*

Question 3 *Déterminer les actions mécaniques dans les liaisons en fonction de F.*

Éléments de corrigé :

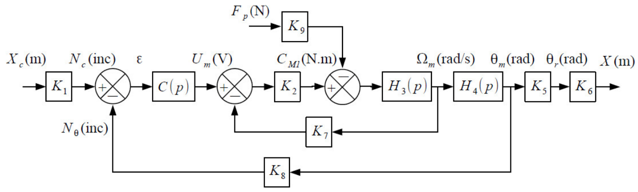
3. $X_{02} = -F\dfrac{a+b}{a\tan\alpha}$, $Y_{01} = F\dfrac{a+b}{a\sin\alpha}$, $Y_{02} = -\dfrac{b}{a}F$.

Corrigé voir 194.

Exercice 193 – Machine de rééducation SysReeduc ⋆

B2-07

On propose une modélisation par schéma-blocs dans la figure suivante.



Le moteur à courant continu est régi par les équations suivantes : $u_m(t) = e(t) + Ri(t)$, $e(t) = k_e\omega_m(t)$ et $C_{M1}(t) = k_t i(t)$.

Une étude dynamique a mené à l'équation suivante :

$$(M+m)r\rho_1\dot{\omega}_m(t) = \frac{C_{M1}(t)}{\rho_1 r} - F_p(t)$$

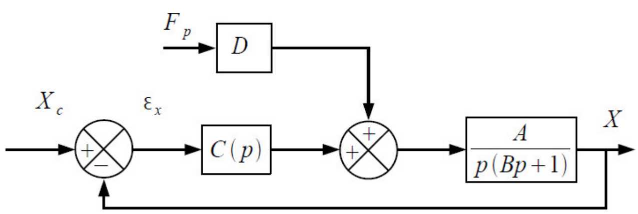
avec : M la masse du chariot et m la masse du support de pied, $\rho_1 = \dfrac{1}{10}$ le rapport de réduction du réducteur, $r = 46{,}1$ mm le rayon de la poulie du transmetteur poulie–courroie, $C_{M1}(t)$ le couple délivré par le moteur et $F_p(t)$ l'effort délivré par le patient sur le support 3.

Le codeur incrémental possède 500 fentes équiréparties. Deux émetteurs-récepteurs positionnés en quadrature permettent de mesurer l'information.

Question 1 *À partir des équations proposées, déterminer les fonctions de transfert K_1, K_2, $H_3(p)$, $H_4(p)$, K_5, K_6, K_7, K_8 et K_9.*

Question 2 *Montrer que le schéma-blocs peut être mis sous la forme suivante. On exprimera A, B et D en fonction des paramètres du système r, ρ_1, k_t, k_e, R, M, m et K_8.*

1. ...
   - $K_2 = \dfrac{k_t}{R}$;
   - $K_7 = k_e$;
   - $K_9 = \rho_1 r$ et $H_3(p) = \dfrac{1}{(M+m)r^2\rho_1^2 p}$;
   - $H_4(p) = \dfrac{1}{p}$;
   - $K_8 = \dfrac{2000}{2\pi}$;
   - $K_5 = \rho_1$ et $K_6 = r$ (à convertir en mètres) ;
   - $K_1 = \dfrac{K_8}{K_5 K_6}$.
2. $A = \dfrac{K_8}{k_e}$, $B = \dfrac{R(m+M)r^2\rho_1^2}{k_e k_t}$ et $D = \dfrac{K_9 R r \rho_1}{K_8 k_t}$

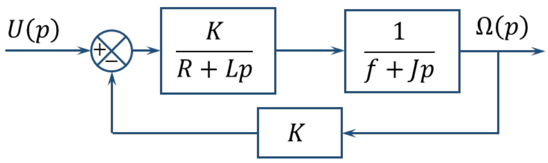


Corrigé voir 181.

Exercice 192 – Fonctions de transfert⋆

B2-07

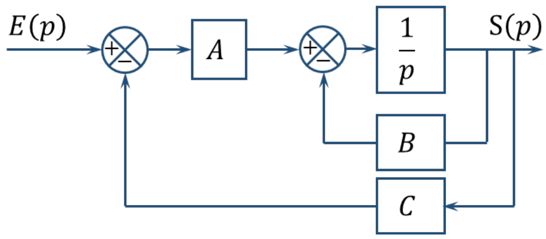
Soit le schéma-blocs suivant.



Question 1 *Déterminer la fonction de transfert en boucle ouverte. Mettre l'expression sous forme canonique et exprimer les paramètres caractéristiques.*

Question 2 *Déterminer la fonction de transfert en boucle fermée. Mettre l'expression sous forme canonique et exprimer les paramètres caractéristiques.*

Soit le schéma-blocs suivant.



Question 3 *Déterminer la fonction de transfert en boucle ouverte. Mettre l'expression sous forme canonique et exprimer les paramétrés caractéristiques.*

Question 4 *Déterminer la fonction de transfert en boucle fermée. Mettre l'expression sous forme canonique et exprimer les paramétrés caractéristiques.*

Indications

1. $K_{\text{BO}} = \dfrac{K^2}{Rf}$, $\omega_{\text{BO}} = \sqrt{\dfrac{Rf}{LJ}}$, $\xi_{\text{BO}} = \dfrac{RJ+Lf}{2\sqrt{LJRf}}$.
2. $K_{\text{BF}} = \dfrac{K^2}{K^2+Rf}$, $\xi_{\text{BF}} = \dfrac{RJ+Lf}{2LJ\sqrt{Rf+K^2}}$.
3. $K_{\text{BO}} = \dfrac{AC}{B}$ et $\tau_{\text{BO}} = \dfrac{1}{B}$.
4. $K_{\text{BF}} = \dfrac{AC}{B+AC}$ et $\tau_{\text{BF}} = \dfrac{1}{B+AC}$.

Corrigé voir 192.

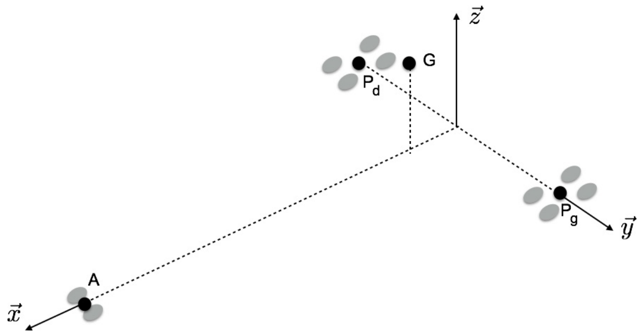
Exercice 191 – ⋆

B2-16

La configuration du train d'atterrissage de l'avion A350-900 est de type tricycle avec :

- deux atterrisseurs principaux (gauche et droit) attachés sur la voilure, légèrement à l'arrière du centre de gravité G de l'avion et de part et d'autre du plan de symétrie vertical $\left(O,\overrightarrow{x},\overrightarrow{z}\right)$ de l'avion. Ils supportent l'essentiel du poids de l'avion ;
- un atterrisseur auxiliaire situé sous le nez de l'avion, qui assure l'équilibre longitudinal de l'avion au sol et permet de manoeuvrer.

Les atterrisseurs principaux sont équipés de quatre roues chacun, tandis que l'atterrisseur auxiliaire est équipé de deux roues.



Les mobilités entre les différents éléments de l'avion (roues, fuselage...) ne sont pas considérées ; ces éléments ne forment donc qu'une seule classe d'équivalence désignée « avion ».

On modélise chacune des 8 liaisons au sol par une liaison ponctuelle (sphère-plan). **Question 1** *Réaliser le graphe des liaisons.*

Question 2 *Déterminer le degré d'hyperstatisme d'une modélisation de la liaison avion-sol dans laquelle chaque contact roue-sol serait considéré ponctuel.*

Pour simplifier l'étude, les actions mécaniques de contact entre chaque atterrisseur et le sol sont modélisées globalement par un effort ponctuel vertical. Ainsi la modélisation introduit trois liaisons ponctuelles de normales $(A,\overrightarrow{z})$ (atterrisseur auxiliaire), $(P_g,\overrightarrow{z})$ (atterrisseur principal gauche) et $(P_d,\overrightarrow{z})$ (atterrisseur principal droit).

Question 3 *Démontrer que ce modèle simplifié est isostatique.*

Éléments de corrigé :

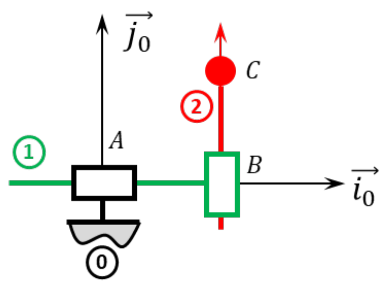
1. .
2. $h=7$.
3. $h=0$.

Corrigé voir 191.

Exercice 190 – Mouvement TT – ⋆

B2-12

Soit le mécanisme suivant. On note $\overrightarrow{AB} = \lambda(t)\overrightarrow{i_0}$ et $\overrightarrow{BC} = \mu(t)\overrightarrow{j_0}$.



Question 1 *Tracer le graphe des liaisons.*

Question 2 *Retracer le schéma cinématique pour $\lambda = 10\,\text{mm}$ et $\mu = 10\,\text{mm}$.*

Question 3 *Retracer le schéma cinématique pour $\lambda = 20\,\text{mm}$ et $\mu = 10\,\text{mm}$.*

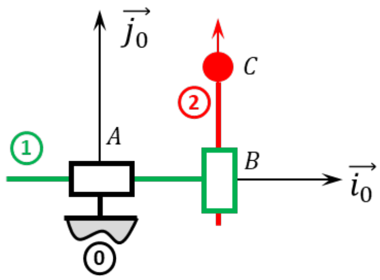
Corrigé voir 190.

Exercice 189 – Mouvement TT – ⋆

C2-05

B2-13

Soit le mécanisme suivant. On note $\overrightarrow{AB} = \lambda(t)\,\overrightarrow{i_0}$ et $\overrightarrow{BC} = \mu(t)\,\overrightarrow{j_0}$.



Question 1 *Quel est le mouvement de **2** par rapport à **0**.*

Question 2 *Donner l'équation du mouvement du point C dans le mouvement de **2** par rapport à **0**.*

On souhaite que le point C réalise un cercle de centre A et de rayon $R = 10\,\text{cm}$ à la vitesse $v = 0{,}01\,\text{m}\,\text{s}^{-1}$.

Question 3 *Donner la relation liant $\theta(t)$, v et R.*

Par ailleurs la vitesse du point C est donnée par $\overrightarrow{V(C,2/0)} = \dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left[\overrightarrow{AC}\right]_{\mathcal{R}_0} = R\dot{\theta}\,\overrightarrow{e_\theta}$.

Question 4 *Donner les expressions de $\lambda(t)$ et $\mu(t)$ permettant la réalisation de cette trajectoire en fonction de v, R et du temps.*

Question 5 *En utilisant Python, tracer $\lambda(t)$, $\mu(t)$ et la trajectoire générée.*

Indications :

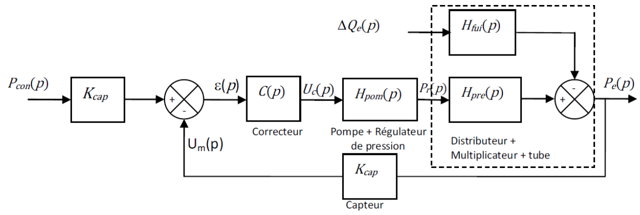
1. .
2. $x_C(t) = \lambda(t)$ et $y_C(t) = \mu(t)$.
3. $\theta(t) = \dfrac{v}{R}t$.
4. $\lambda(t) = R\cos\left(\dfrac{v}{R}t\right)$, $\mu(t) = R\sin\left(\dfrac{v}{R}t\right)$.
5. .

Corrigé voir 189.

Exercice 188 – Banc hydraulique ⋆

C2-03

Pour limiter l'erreur statique due aux fuites, on envisage d'asservir la pression d'eau dans le tube. La pression d'eau à l'intérieur du tube est mesurée par un capteur de pression.



- $P_{\text{con}}(p)$: pression de consigne d'eau dans le tube (Pa)
- $P_e(p)$: pression d'eau dans le tube (Pa)
- $U_c(p)$: tension de commande du régulateur de pression (V)
- $P_r(p)$: pression d'huile régulée (Pa)
- $\Delta Q_e(p)$: débit de fuite (m^3s^{-1})
- $U_m(p)$: tension de mesure du capteur (V)

Hypothèses :

- L'ensemble de mise sous pression tube + distributeur + multiplicateur de pression est défini par les transmittances suivantes : $H_{\text{pre}}(p) = \dfrac{K_m}{1+T_1 p}$ et $H_{\text{fui}}(p) = \dfrac{K_f}{1+T_1 p}$ avec $K_m = 3{,}24$; $K_f = 2{,}55 \times 10^{10}\,\text{Pa}\,\text{m}^{-3}\,\text{s}$; $T_1 = 10\,\text{s}$.
- L'ensemble pompe+régulateur de pression est modélisé par la fonction de transfert : $H_{\text{pom}}(p) = \dfrac{K_{\text{pom}}}{1+T_2 p}$ avec $K_{\text{pom}} = 1{,}234 \times 10^7\,\text{Pa/V}$; $T_2 = 5\,\text{s}$.
- Le capteur est modélisé par un gain pur : $K_{\text{cap}} = 2{,}5 \times 10^{-8}\,\text{V/Pa}$.

La pression de consigne est de $P_{\text{con}} = 800\,\text{bars}$ et les débits de fuite sont estimés à $\Delta Q_e = 5 \times 10^{-4}\,\text{m3/s}$.

Le cahier des charges concernant le réglage de la pression de test est le suivant.

Stabilité :	marge de phase de 60° marge de gain de 12 dB
Rapidité :	temps d'établissement te < 40 s
Précision :	erreur statique < 5% soit pour une consigne de 800 bars : erreur statique due à la consigne : $\varepsilon_{\text{con}} < 5\%$ erreur statique due à la perturbation $\varepsilon_{\text{pert}} < 40\,\text{bars}$
Amortissement :	pas de dépassement

Dans le cas d'un système bouclé convenablement amorti, on pourra utiliser, sans aucune justification, la relation : $t_e \cdot \omega_{0\,\text{dB}} = 3$ où $\omega_{0\,\text{dB}}$ désigne la pulsation de coupure à 0 dB en boucle ouverte et t_e le temps d'établissement en boucle fermée vis-à-vis d'un échelon de consigne :

- $t_e = t_m$, temps du 1er maximum si le dépassement est supérieur à 5 %,
- $t_e = t_R$, temps de réponse à 5 % si le dépassement est nul ou inférieur à 5 %.

On envisage tout d'abord un correcteur de type proportionnel : $C(p) = K_p$.

Question 1 *Déterminer, en fonction de K_p, ε_{con} définie comme l'erreur statique pour une entrée consigne P_{con} de type échelon, dans le cas où le débit de fuite est nul.*

Question 2 *Proposer un réglage de K_p pour limiter ε_{con} à la valeur spécifiée dans le cahier des charges.*

Question 3 *Dans le cas où la consigne de pression est nulle, déterminer en fonction de K_p la fonction de transfert en régulation définie par : $H_{pert}(p) = \dfrac{P_e(p)}{\Delta Q_e(p)}$. En déduire, en fonction de K_p, ε_{pert} définie comme l'erreur statique pour une perturbation ΔQ_e de type échelon, dans le cas où la consigne de pression est nulle.*

Question 4 *Proposer un réglage de K_p pour limiter ε_{pert} à la valeur spécifiée au cahier des charges.*

Question 5 *Proposer un réglage de K_p pour vérifier le critère d'amortissement. Conclure quant au choix d'un correcteur proportionnel.*

Éléments de corrigé :

1. $\varepsilon_{\text{con}\,\%} = \dfrac{1}{1+K_P K_m K_{\text{pom}} K_{\text{cap}}}$;
2. $K_P > 19$;
3. $\varepsilon_{\text{pert}} = \Delta Q_e \dfrac{K_f}{1+K_{\text{cap}} K_P K_m K_{\text{pom}}}$;
4. $K_P > -1$.
5. $K_P < 0,125$. Il est impossible de vérifier les trois conditions avec un correcteur proportionnel.

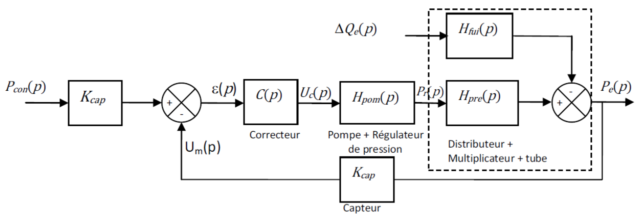
Corrigé voir 188.

Exercice 187 – Banc hydraulique ⋆

C2-03

Pas de corrigé pour cet exercice.

Pour limiter l'erreur statique due aux fuites, on envisage d'asservir la pression d'eau dans le tube. La pression d'eau à l'intérieur du tube est mesurée par un capteur de pression.



$P_{\text{con}}(p)$:	pression de consigne d'eau dans le tube (Pa)
$P_e(p)$:	pression d'eau dans le tube (Pa)
$U_c(p)$:	tension de commande du régulateur de pression (V)
$P_r(p)$:	pression d'huile régulée (Pa)
$\Delta Q_e(p)$:	débit de fuite (m^3s^{-1})
$U_m(p)$:	tension de mesure du capteur (V)

Hypothèses

- L'ensemble de mise sous pression tube + distributeur + multiplicateur de pression est défini par les transmittances suivantes : $H_{\text{pre}}(p) = \dfrac{K_m}{1+T_1 p}$ et $H_{\text{fui}}(p) = \dfrac{K_f}{1+T_1 p}$ avec $K_m = 3,24$; $K_f = 2,55 \times 10^{10}\,\text{Pa}\,\text{m}^{-3}\,\text{s}$; $T_1 = 10\,\text{s}$.
- L'ensemble pompe+régulateur de pression est modélisé par la fonction de transfert : $H_{\text{pom}}(p) = \dfrac{K_{\text{pom}}}{1+T_2 p}$ avec $K_{\text{pom}} = 1{,}234 \times 10^7\,\text{Pa/V}$; $T_2 = 5\,\text{s}$.
- Le capteur est modélisé par un gain pur : $K_{\text{cap}} = 2{,}5 \times 10^{-8}\,\text{V/Pa}$.

La pression de consigne est de $P_{\text{con}} = 800\,\text{bars}$ et les débits de fuite sont estimés à $\Delta Q_e = 5 \times 10^{-4}\,\text{m3/s}$.

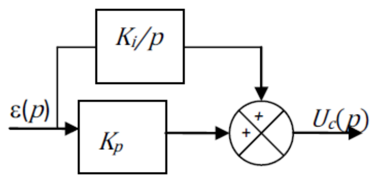
Le cahier des charges concernant le réglage de la pression de test est le suivant.

Stabilité :	marge de phase de 60° marge de gain de 12 dB
Rapidité :	temps d'établissement $t_e < 40\,\text{s}$ (voir remarque ci-dessous)
Précision :	erreur statique < 5% soit pour une consigne de 800 bars : erreur statique due à la consigne : $\varepsilon_{\text{con}} < 5\%$ erreur statique due à la perturbation $\varepsilon_{\text{pert}} < 40\,\text{bars}$
Amortissement :	pas de dépassement

Dans le cas d'un système bouclé convenablement amorti, on pourra utiliser, sans aucune justification, la relation : $t_e \cdot \omega_{0\,\text{dB}} = 3$ où $\omega_{0\,\text{dB}}$ désigne la pulsation de coupure à 0 dB en boucle ouverte et t_e le temps d'établissement en boucle fermée vis-à-vis d'un échelon de consigne :

- $t_e = t_m$, temps du 1er maximum si le dépassement est supérieur à 5 %,
- $t_e = t_R$, temps de réponse à 5 % si le dépassement est nul ou inférieur à 5 %.

On se propose de corriger le système avec le correcteur défini sur le schéma bloc ci-dessous.



Question 1 *Déterminer la fonction de transfert $C(p)$ de ce correcteur.*

Question 2 *Tracer l'allure de son diagramme de Bode en fonction des coefficients K_i et K_p.*

Question 3 *Quelle est l'influence d'un tel correcteur sur la précision et la stabilité ? Justifier.*

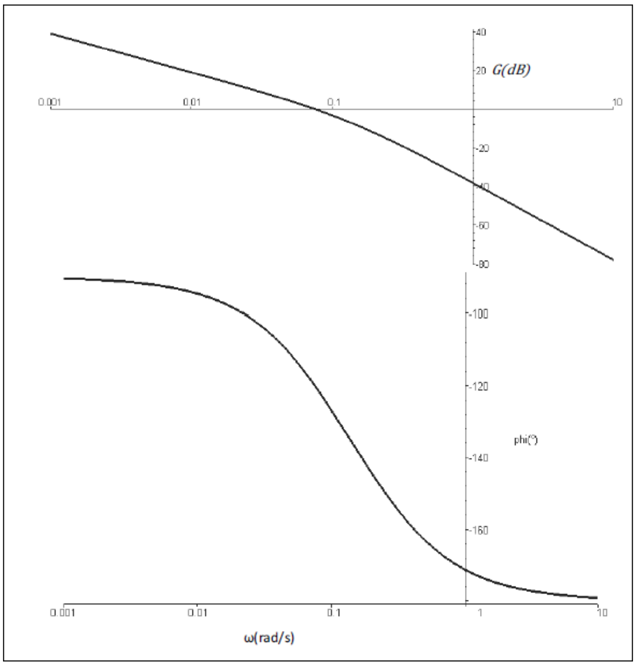
Question 4 *Quelle valeur faut-il donner à $\omega_{0\,\text{dB}}$ pour répondre au critère de rapidité du cahier des charges ?*

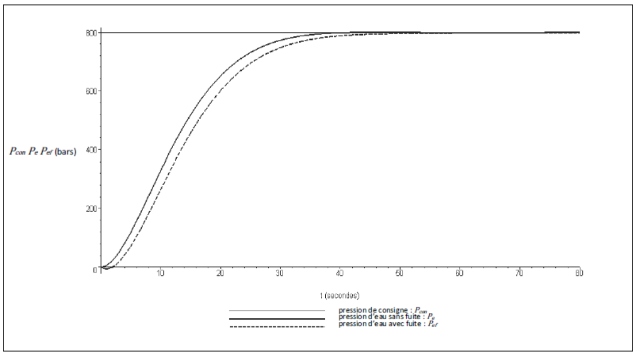
Question 5 *Déterminer analytiquement le rapport $T = \dfrac{K_p}{K_i}$ pour obtenir la marge de phase spécifiée dans le cahier des charges.*

Question 6 *En déduire les valeurs de K_i et K_p qui permettent de régler rapidité et marge de phase.*

On donne les diagrammes de Bode en gain et en phase de la fonction de transfert en boucle ouverte corrigée avec le correcteur Proportionnel Intégral déterminé précédemment. On donne sa réponse temporelle avec et sans débit de fuite pour une pression de consigne d'eau de 800 bars.

Question 7 *La réponse du système est-elle satisfaisante au regard du cahier des charges ? Justifier.*





Éléments de corrigé :

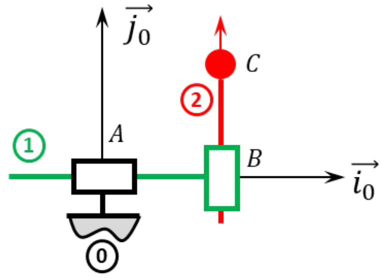
1. $C(p) = K_i \dfrac{1+p\dfrac{K_p}{K_i}}{p}$.
2. .
3. .
4. $T = 6,79$.
5. $K_i = 0,05$ et $K_p = 0,34$ (à vérifier).

Corrigé voir 187.

Exercice 186 – Mouvement TT – ⋆

B2-13

Soit le mécanisme suivant. On note $\overrightarrow{AB} = \lambda(t)\,\overrightarrow{i_0}$ et $\overrightarrow{BC} = \mu(t)\,\overrightarrow{j_0}$.



Question 1 *Déterminer $\overrightarrow{V(C,2/0)}$ par dérivation vectorielle ou par composition.*

Question 2 *Donner le torseur cinématique $\{\mathscr{V}(2/0)\}$ au point C.*

Question 3 *Déterminer $\overrightarrow{\Gamma(C,2/0)}$.*

Indications :

1. $\overrightarrow{V(C,2/0)} = \dot{\lambda}(t)\,\overrightarrow{i_0} + \dot{\mu}(t)\,\overrightarrow{j_0}$.
2. $\{\mathscr{V}(2/0)\} = \left\{ \begin{array}{c} \overrightarrow{0} \\ \dot{\lambda}(t)\,\overrightarrow{i_0} + \dot{\mu}(t)\,\overrightarrow{j_0} \end{array} \right\}_{\forall P}$.
3. $\overrightarrow{\Gamma(C,2/0)} = \ddot{\lambda}(t)\,\overrightarrow{i_0} + \ddot{\mu}(t)\,\overrightarrow{j_0}$.

Corrigé voir 186.

Exercice 185 – Mouvement TT – ⋆

B2-14

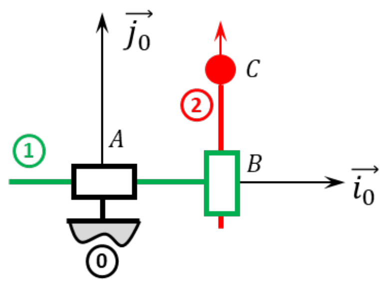
B2-15

C1-05

Soit le mécanisme suivant. On note $\overrightarrow{AB} = \lambda(t)\,\overrightarrow{i_0}$ et $\overrightarrow{BC} = \mu(t)\,\overrightarrow{j_0}$. $G_1 = B$ désigne le centre d'inertie de **1**,et m_1 sa masse. $G_2 = C$ désigne le centre d'inertie de **2** et m_2 sa masse.

Un vérin électrique positionné entre **0** et **1** permet de maintenir **1** en équilibre. Un vérin électrique positionné entre **1** et **2** permet de maintenir **2** en équilibre.

On cherche à résoudre le problème **en statique**. L'accélération de la pesanteur est donnée par $\overrightarrow{g} = -g\,\overrightarrow{j_0}$.



Question 1 *Réaliser le graphe d'analyse en faisant apparaître l'ensemble des actions mécaniques.*

Question 2 *Donner le torseur de chacune des actions mécaniques.*

Question 3 *Simplifier les torseurs dans l'hypothèse des problèmes plans.*

Question 4 *Proposer une démarche permettant de déterminer les efforts que doivent développer chacun des vérins pour maintenir le mécanisme en équilibre.*

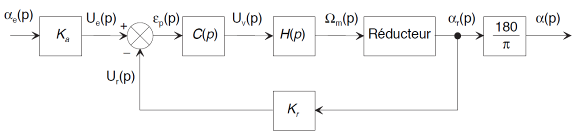
Corrigé voir 185.

Exercice 184 – Palettisation – Stabilité ⋆

C2-03

Une boucle de position est représentée ci-dessous. On admet que :

- $H(p) = \dfrac{\Omega_m(p)}{U_v(p)} = \dfrac{30}{1+5\times 10^{-3}p}$;
- $K_r = 4\,\mathrm{V\,rad^{-1}}$: gain du capteur de position ;
- K_a : gain de l'adaptateur du signal de consigne $\alpha_e(t)$;
- $N = 200$: rapport de transmission du réducteur (la réduction est donc de $1/N$).
- le signal de consigne $\alpha_e(t)$ est exprimé en degré ;
- le correcteur $C(p)$ est à action proportionnelle de gain réglable K_c.



On montre que la fonction de transfert du réducteur est $R(p) = \dfrac{\alpha_r(p)}{\Omega_m(p)} = \dfrac{1}{Np}$, que $k_a = \dfrac{\pi}{180}k_r$ et que la FTBO est donnée par $T(p) = \dfrac{k_{BO}}{p\left(1+\tau_m p\right)}$ $\left(k_{BO} = \dfrac{k_c k_m k_r}{N}\right)$.

On souhaite une marge de phase de 45°.

Question 1 *Déterminer la valeur de K_{BO} permettant de satisfaire cette condition.*

Question 2 *En déduire la valeur du gain K_c du correcteur.*

Question 3 *Déterminer l'écart de position.*

Éléments de corrigé :

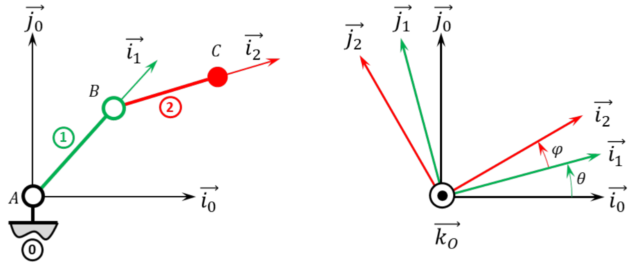
1. $k_{BO} = \dfrac{\sqrt{2}}{\tau_m}$.
2. $k_c = \dfrac{\sqrt{2}N}{\tau_m k_m k_r} = 471,1$.
3. $\varepsilon_s = 0$.

Corrigé voir 184.

Exercice 183 – Mouvement RR ⋆

B2-12

Soit le mécanisme suivant. On a $\overrightarrow{AB} = R\,\overrightarrow{i_1}$ avec $R = 20\,\mathrm{mm}$ et $\overrightarrow{BC} = L\,\overrightarrow{i_2}$ avec $L = 15\,\mathrm{mm}$.



Question 1 *Tracer le graphe des liaisons.*

Question 2 *Retracer le schéma cinématique pour $\theta = \dfrac{\pi}{4}$ rad et $\varphi = \pi$ rad.*

Question 3 *Retracer le schéma cinématique pour $\theta = \dfrac{\pi}{4}$ rad et $\varphi = -\dfrac{\pi}{4}$ rad.*

Question 4 *Retracer le schéma cinématique pour $\theta = \dfrac{3\pi}{4}$ rad et $\varphi = -\dfrac{\pi}{4}$ rad.*

Corrigé voir 183.

Exercice 182 – Mouvement RR ⋆

B2-14

B2-15

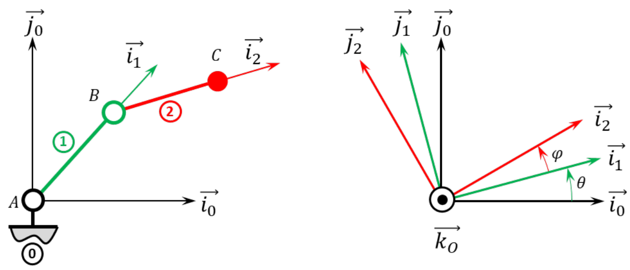
C1-05

Soit le mécanisme suivant. On a $\overrightarrow{AB} = R\,\overrightarrow{i_1}$ avec $R = 20\,\mathrm{mm}$ et $\overrightarrow{BC} = L\,\overrightarrow{i_2}$ avec $L = 15\,\mathrm{mm}$. De plus :

- G_1 désigne le centre d'inertie de **1** et $\overrightarrow{AG_1} = \dfrac{1}{2}R\,\overrightarrow{i_1}$, on note m_1 la masse de **1** ;
- G_2 désigne le centre d'inertie de **2** et $\overrightarrow{BG_2} = \dfrac{1}{2}L\,\overrightarrow{i_2}$, on note m_2 la masse de **2**.

Un moteur électrique positionné entre **0** et **1** permet de maintenir **1** en équilibre. Un moteur électrique positionné entre **1** et **2** permet de maintenir **2** en équilibre.

L'accélération de la pesanteur est donnée par $\overrightarrow{g} = -g\,\overrightarrow{j_0}$.



Question 1 *Réaliser le graphe d'analyse en faisant apparaître l'ensemble des actions mécaniques.*

Question 2 *Donner le torseur de chacune des actions mécaniques.*

Question 3 *Simplifier les torseurs dans l'hypothèse des problèmes plans.*

DDS

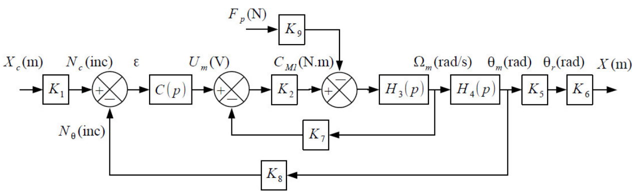
Question 4 *Proposer une démarche permettant de déterminer les couples que doivent développer chacun des moteurs pour maintenir le mécanisme en équilibre.*

Corrigé voir 182.

Exercice 181 – Machine de rééducation SysReeduc ⋆

B2-07

On propose une modélisation par schéma-blocs dans la figure suivante.



Le moteur à courant continu est régi par les équations suivantes : $u_m(t) = e(t) + Ri(t)$, $e(t) = k_e\omega_m(t)$ et $C_{M1}(t) = k_t i(t)$.

Une étude dynamique a mené à l'équation suivante :

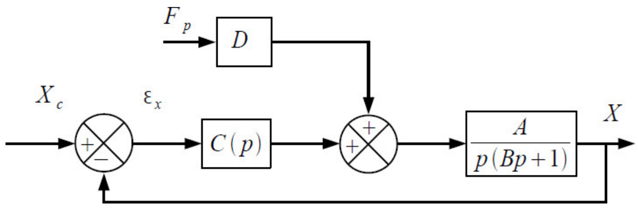
$$(M+m)r\rho_1\dot{\omega}_m(t) = \frac{C_{M1}(t)}{\rho_1 r} - F_p(t)$$

avec : M la masse du chariot et m la masse du support de pied, $\rho_1 = \frac{1}{10}$ le rapport de réduction du réducteur, $r = 46{,}1$ mm le rayon de la poulie du transmetteur poulie–courroie, $C_{M1}(t)$ le couple délivré par le moteur et $F_p(t)$ l'effort délivré par le patient sur le support 3.

Le codeur incrémental possède 500 fentes équiréparties. Deux émetteurs-récepteurs positionnés en quadrature permettent de mesurer l'information.

Question 1 *À partir des équations proposées, déterminer les fonctions de transfert K_1, K_2, $H_3(p)$, $H_4(p)$, K_5, K_6, K_7, K_8 et K_9.*

Question 2 *Montrer que le schéma-blocs peut être mis sous la forme suivante. On exprimera A, B et D en fonction des paramètres du système r, ρ_1, k_t, k_e, R, M, m et K_8.*



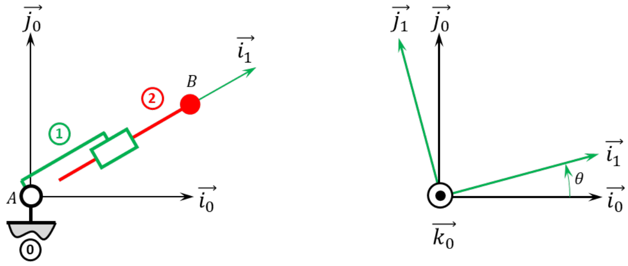
Corrigé voir 181.

1. ...
   - $K_2 = \frac{k_t}{R}$;
   - $K_7 = k_e$;
   - $K_9 = \rho_1 r$ et $H_3(p) = \frac{1}{(M+m)r^2\rho_1^2 p}$;
   - $H_4(p) = \frac{1}{p}$;
   - $K_8 = \frac{2000}{2\pi}$;
   - $K_5 = \rho_1$ et $K_6 = r$ (à convertir en mètres) ;
   - $K_1 = \frac{K_8}{K_5 K_6}$.
2. $A = \frac{K_8}{k_e}$, $B = \frac{R(m+M)r^2\rho_1^2}{k_e k_t}$ et $D = \frac{K_9 R r \rho_1}{K_8 k_t}$

Exercice 180 – Mouvement RT ⋆

B2-12

Soit le mécanisme suivant. On a $\overrightarrow{AB} = \lambda(t)\overrightarrow{i_1}$.



Question 1 *Tracer le graphe des liaisons.*

Question 2 *Retracer le schéma cinématique pour $\theta = \frac{\pi}{4}$ rad et $\lambda(t) = 20$ mm.*

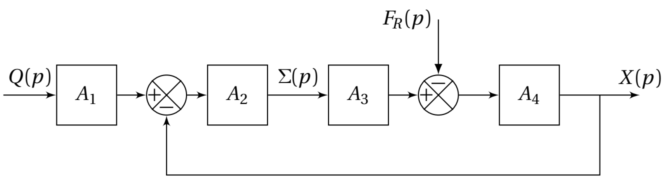
Question 3 *Retracer le schéma cinématique pour $\theta = \frac{-\pi}{4}$ rad et $\lambda(t) = -20$ mm.*

Corrigé voir 180.

Exercice 179 – Quille pendulaire⋆

B2-07

Le comportement d'un vérin est défini par le modèle continu ci-dessous.



On a :

- $q(t) = S\frac{\mathrm{d}x(t)}{\mathrm{d}t} + \frac{V}{2B}\frac{\mathrm{d}\sigma(t)}{\mathrm{d}t}$ (a) ;
- $M\frac{\mathrm{d}^2x(t)}{\mathrm{d}t^2} = S\sigma(t) - kx(t) - \lambda\frac{\mathrm{d}x(t)}{\mathrm{d}t} - f_R(t)$ (b).

On a :

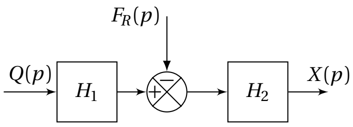
- $\mathscr{L}(q(t)) = Q(p)$: débit d'alimentation du vérin $[\mathrm{m^3 s^{-1}}]$;
- $\mathscr{L}(\sigma(t)) = \Sigma(p)$: différence de pression entre les deux chambres du vérin [Pa] ;
- $\mathscr{L}(x(t)) = X(p)$: position de la tige du vérin [m] ;
- $\mathscr{L}(f_R(t)) = F_R(p)$: composante selon l'axe de la tige du vérin de la résultante du torseur d'inter-effort de la liaison pivot entre tige et quille [N].

Les constantes sont les suivantes :

- S : section du vérin $[m^2]$;
- k : raideur mécanique du vérin $[N\,m^{-1}]$;
- V : volume d'huile de référence $[m^3]$;
- B : coefficient de compressibilité de l'huile $[N\ m^{-2}]$;
- M : masse équivalente à l'ensemble des éléments mobiles ramenés sur la tige du vérin $[kg]$;
- λ : coefficient de frottement visqueux$[N\,m^{-1}s]$.

Question 1 *Donner les expressions des fonctions de transfert A_1, A_2, A_3 et A_4 en fonction de la variable complexe p et des constantes.*

Le schéma-blocs de la figure précédente peut se mettre sous la forme suivante.



Question 2 *Donner les expressions des fonctions de transfert H_1 et H_2 en fonction de A_1, A_2, A_3 et A_4, puis de la variable p et des constantes.*

Question 3 *Pour ce vérin non perturbé ($F_R = 0$), donner sa fonction de transfert $X(p)/Q(p)$ en fonction de la variable p et des constantes.*

1. $A_1 = \dfrac{1}{Sp}$, $A_2 = \dfrac{S2B}{V}$, $A_3 = S$ et $A_4 = \dfrac{1}{Mp^2+\lambda p+k}$.
2. $H_1(p) = A_1A_2A_3$ et $H_2 = \dfrac{A_4}{1+A_2A_3A_4}$.
3. $\dfrac{X(p)}{Q(p)} = \dfrac{2BS}{p\left(MVp^2+\lambda pV+kV+2BS^2\right)}$.

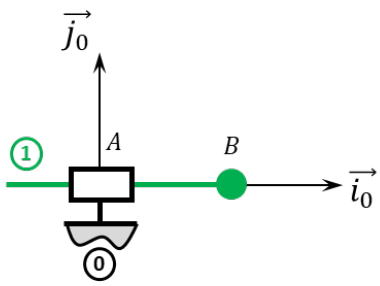
Corrigé voir 181.

Exercice 178 – Mouvement T – ⋆

C2-05

B2-13

Soit le mécanisme suivant. On note $\overrightarrow{AB} = \lambda(t)\overrightarrow{i_0}$.



Question 1 *Quel est le mouvement de **1** par rapport à **0**.*

Question 2 *Donner l'équation paramétrique de la trajectoire du point B, point appartenant à **1** par rapport à **0**.*

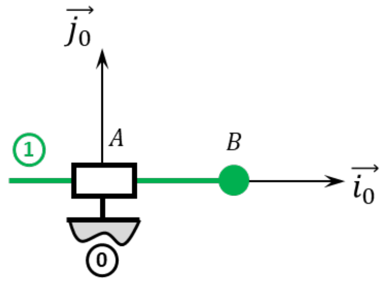
Indications :
1. .
2. $x_B(t) = \lambda(t)$.

Corrigé voir 178.

Exercice 177 – Mouvement T – ⋆

B2-13

Soit le mécanisme suivant. On note $\overrightarrow{AB} = \lambda(t)\overrightarrow{i_0}$.



Question 1 *Donner le torseur cinématique $\{\mathcal{V}(1/0)\}$ au point B.*

Question 2 *Déterminer $\overrightarrow{\Gamma(B,1/0)}$.*

Indications :
1. $\{\mathcal{V}(1/0)\} = \left\{\begin{array}{c}\overrightarrow{0}\\ \dot{\lambda}(t)\overrightarrow{i_0}\end{array}\right\}_{\forall P}$.
2. $\overrightarrow{\Gamma(B,1/0)} = \ddot{\lambda}(t)\overrightarrow{i_0}$.

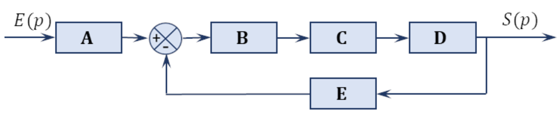
Corrigé voir 177.

Exercice 176 – Calcul de FTBO⋆

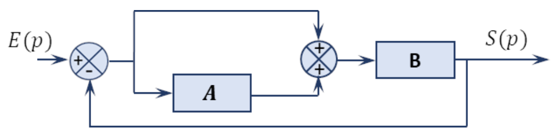
B2-07

Pas de corrigé pour cet exercice.

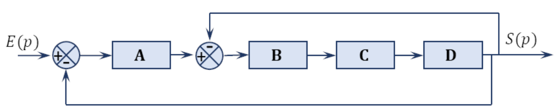
Question 1 *Déterminer la FTBO dans la cas suivant.*



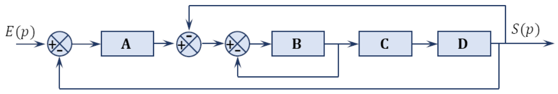
Question 2 *Déterminer la FTBO dans la cas suivant.*



Question 3 *Déterminer la FTBO dans la cas suivant.*



Question 4 *Déterminer la FTBO dans la cas suivant.*



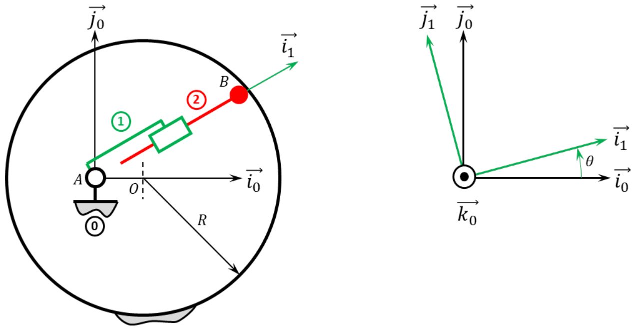
1. FTBO$(p) = BCDE$.
2. FTBO$(p) = B(1+A)$.
3. FTBO$(p) = A\dfrac{BCD}{1+BCD}$.
4. FTBO$(p) = \dfrac{ABCD}{1+B+BCD}$.

Corrigé voir 176.

Exercice 175 – Pompe à palettes ★★

B2-12

Soit le mécanisme suivant. On a $\overrightarrow{AO} = e\,\overrightarrow{i_0}$ et $\overrightarrow{AB} = \lambda(t)\,\overrightarrow{i_1}$. De plus $e = 10\,\text{mm}$ et $R = 20\,\text{mm}$. Le contact entre **0** et **2** en B est maintenu en permanence (notamment par effet centrifuge lors de la rotation de la pompe).



Question 1 *Tracer le graphe des liaisons.*

Question 2 *Retracer le schéma cinématique pour $\theta(t) = 0$ rad.*

Question 3 *Retracer le schéma cinématique pour $\theta(t) = \pi$ rad.*

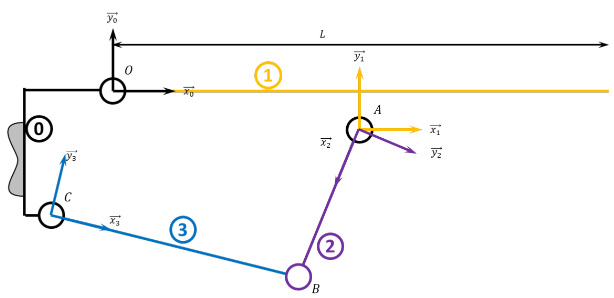
Question 4 *En déduire la course de la pièce **2**.*

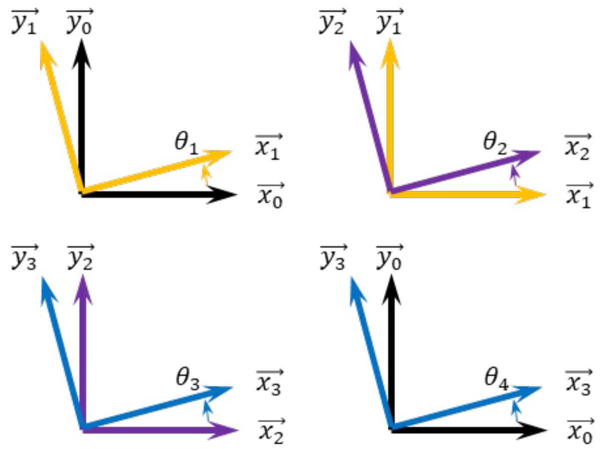
Corrigé voir 175.

Exercice 174 – Système 4 barres ★★

C2-06 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

On a :
- $\overrightarrow{OA} = a\,\overrightarrow{x_1} - f\,\overrightarrow{y_1}$ avec $a = 355\,\text{mm}$ et $f = 13\,\text{mm}$;
- $\overrightarrow{AB} = b\,\overrightarrow{x_2}$ avec $b = 280\,\text{mm}$;
- $\overrightarrow{BC} = -c\,\overrightarrow{x_3}$ avec $c = 280\,\text{mm}$;
- $\overrightarrow{OC} = -d\,\overrightarrow{x_0} - e\,\overrightarrow{y_0}$ avec $d = 89{,}5\,\text{mm}$ et $e = 160\,\text{mm}$;





Question 1 *Tracer le graphe des liaisons.*

Question 2 *Exprimer $\theta_1(t)$ en fonction de $\theta_4(t)$.*

Question 3 *Exprimer $\dot\theta_1(t)$ en fonction de $\dot\theta_4(t)$.*

Question 4 *En utilisant Python, tracer $\dot\theta_1(t)$ en fonction de $\dot\theta_4(t)$. On considérera que la fréquence de rotation de la pièce **1** est de 10 tours par minute.*

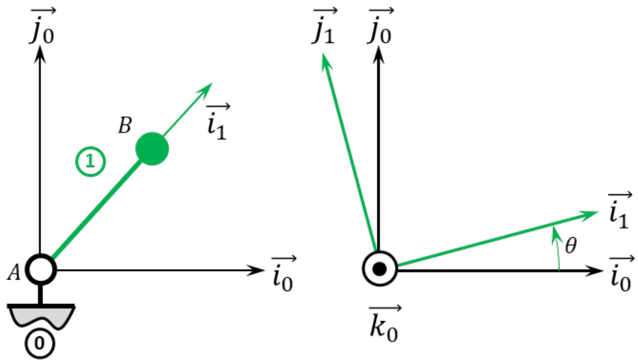
Corrigé voir 174.

Exercice 173 – Mouvement R ★

C2-05

B2-13

Soit le mécanisme suivant. On a $\overrightarrow{AB} = R\,\overrightarrow{i_1}$ avec $R = 20\,\text{mm}$.



Question 1 *Quel est le mouvement de **1** par rapport à **0**.*

Question 2 *Quelle est la trajectoire du point B appartenant à **1** par rapport à **0**.*

Question 3 *Donner l'équation paramétrique de la trajectoire du point B, point appartenant à **1** par rapport à **0**.*

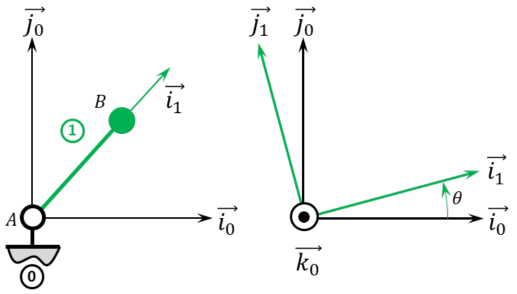
Indications :
1. .
2. .
3. $x_B(t) = R\cos\theta(t)$ et $y_B(t) = R\sin\theta(t)$.

Corrigé voir 172.

Exercice 172 – Mouvement R ⋆

B2-13

Soit le mécanisme suivant. On a $\overrightarrow{AB} = R\,\overrightarrow{i_1}$ avec $R = 20\,\text{mm}$.



Question 1 *Déterminer $\overrightarrow{V(B,1/0)}$ par dérivation vectorielle.*

Question 2 *Déterminer $\overrightarrow{V(B,1/0)}$ par une autre méthode.*

Question 3 *Donner le torseur cinématique $\{\mathcal{V}(1/0)\}$ au point B.*

Question 4 *Déterminer $\overrightarrow{\Gamma(B,1/0)}$.*

Indications :
1. $\overrightarrow{V(B,1/0)} = R\dot{\theta}\,\overrightarrow{j_1}$.
2. $\overrightarrow{V(B,1/0)} = R\dot{\theta}\,\overrightarrow{j_1}$.
3. $\{\mathcal{V}(1/0)\} = \left\{\begin{array}{c} \dot{\theta}\,\overrightarrow{k_0} \\ R\dot{\theta}\,\overrightarrow{j_1} \end{array}\right\}_B$.
4. $\overrightarrow{\Gamma(B,1/0)} = R\ddot{\theta}\,\overrightarrow{j_1} - R\dot{\theta}^2\,\overrightarrow{i_1}$.

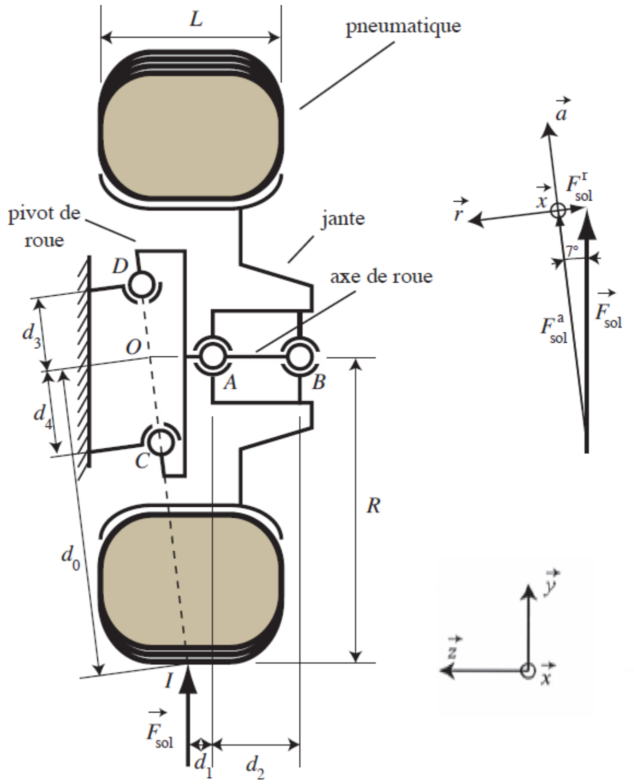
Corrigé voir 172.

Exercice 171 – Suspension automobile ⋆⋆

B2-14

C1-05

On s'intéresse à la liaison entre l'axe de la toue et le châssis du véhicule. Les notations adoptées seront les suivantes : F_C^a (respectivement F_C^r, F_C^x) désignera la composante suivant $\overrightarrow{a}$ (respectivement $\overrightarrow{r}$, $\overrightarrow{x}$) de l'effort extérieur exercé en C. On procédera de même pour le point D.



Question 1 *Réaliser le graphe d'analyse en faisant apparaître l'ensemble des actions mécaniques.*

Question 2 *Peut-on résoudre complètement le système ? Pourquoi ?*

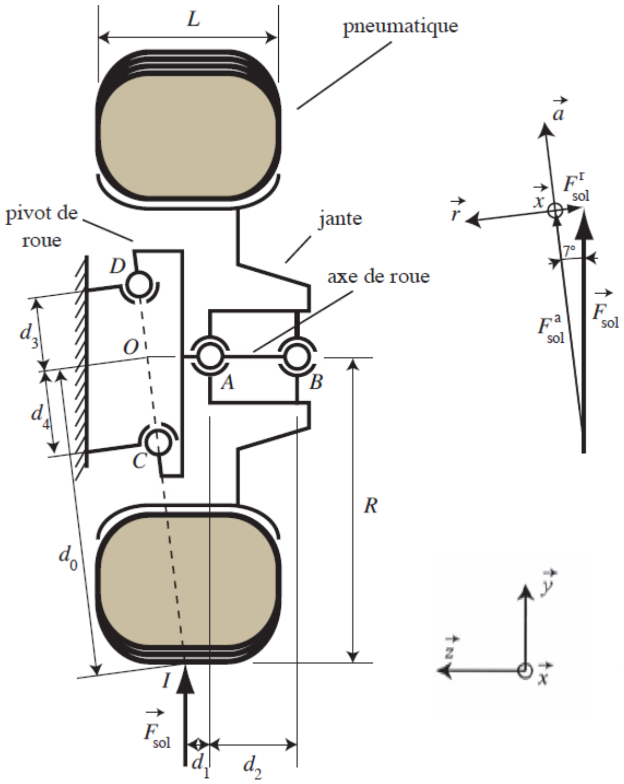
Corrigé voir 171.

Exercice 170 – Suspension automobile ⋆⋆

C2-07 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

On s'intéresse à la liaison entre l'axe de la toue et le châssis du véhicule. Les notations adoptées seront les suivantes : F_C^a (respectivement F_C^r, F_C^x) désignera la composante suivant $\overrightarrow{a}$ (respectivement $\overrightarrow{r}$, $\overrightarrow{x}$) de l'effort extérieur exercé en C. On procédera de même pour le point D.

DDS



Question 1 *Réaliser le graphe des liaisons en faisant apparaître les actions mécaniques. Exprimer les torseurs des actions mécaniques de chacune des liaisons.*

Question 2 *En isolant l'ensemble {pneumatique + jante + axe de roue}, écrire les équations issues du principe fondamental de la statique appliqué au point C, en projection sur les axes de la base $\left(\overrightarrow{a}, \overrightarrow{r}, \overrightarrow{x}\right)$ en fonction des composantes F^a_{sol} et F^r_{sol} et des dimensions d_0, d_3 et d_4.*

Question 3 *Résoudre littéralement le système.*

Corrigé voir 170.