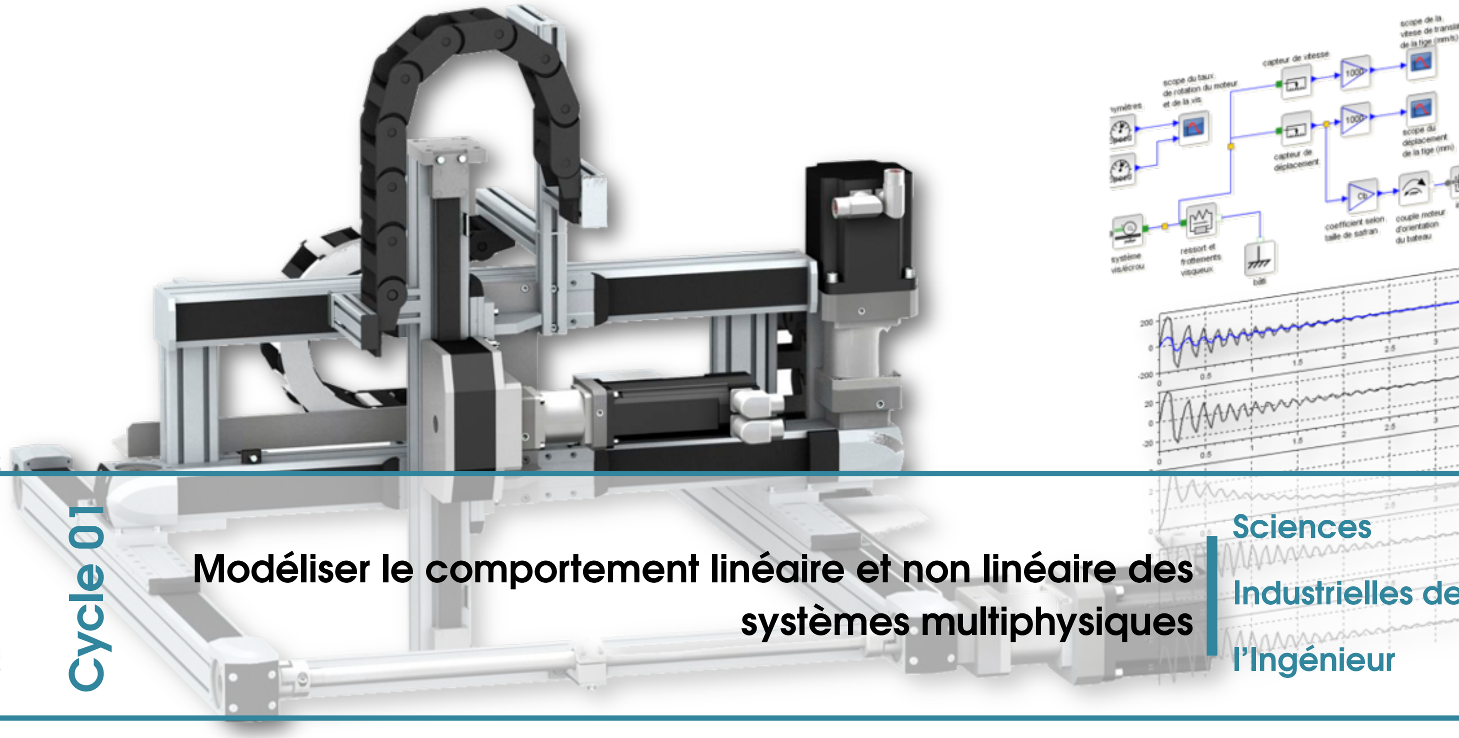


PSI★ – MP

Cycle 01

Modéliser le comportement linéaire et non linéaire des systèmes multiphysiques

Sciences Industrielles de l'Ingénieur

Cours

# Chapitre 4

# Précision des systèmes

***Savoirs et compétences :***

- ❒ *Res2.C10 : précision des SLCI : erreur en régime permanent*
- ❒ *Res2.C11 : précision des SLCI : influence de la classe de la fonction de transfert en boucle ouverte*
- ❒ *Res2.C10.SF1 : déterminer l'erreur en régime permanent vis-à-vis d'une entrée en échelon ou en rampe (consigne ou perturbation)*
- ❒ *Res2.C11.SF1 : relier la précision aux caractéristiques fréquentielles*





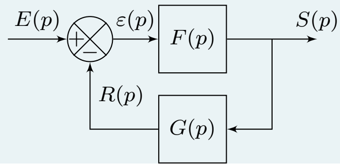
*Xavier Pessoles*
*PSI★ – MP*

## 1 Système non perturbé

**Définition** La précision est l'écart entre la valeur de consigne et la valeur de la sortie. Pour caractériser la précision d'un système, on s'intéresse généralement à l'écart en régime permanent.

Attention à bien s'assurer que, lors d'une mesure expérimentale par exemple, les grandeurs de consigne et de sortie sont bien de la même unité (et qualifient bien la même grandeur physique).

Pour un système non perturbé dont le schéma-blocs est celui donné ci-contre, on caractérise l'écart en régime permanent par :

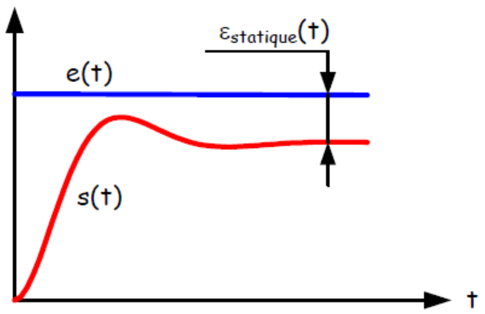


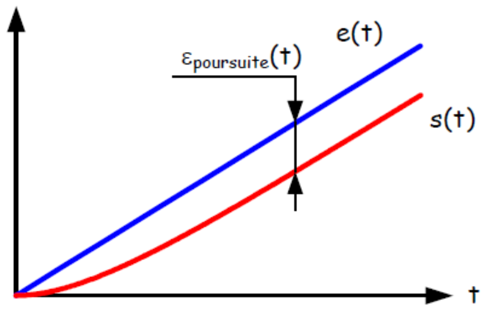

$$\varepsilon_{\text{permanent}} = \lim_{t\to+\infty} \varepsilon(t) \iff \varepsilon_{\text{permanent}} = \lim_{p\to 0} p\varepsilon(p)$$

**Définition** Un système est précis pour une entrée lorsque $\varepsilon_{\text{permanent}} = 0$.

**Définition** ˜
Le nom de l'écart dépend de l'entrée avec lequel le système est sollicité :

- écart statique, système sollicité par une entrée échelon : $e(t) = E_0$ et $E(p) = \dfrac{E_0}{p}$ ;
- écart en vitesse ou en poursuite, système sollicité par une rampe : $e(t) = Vt$ et $E(p) = \dfrac{V}{p^2}$ ;
- écart en accélération : système sollicité par une parabole, $e(t) = At^2$ et $E(p) = \dfrac{A}{p^3}$.




### Petit développement ...

Calculons l'écart statique pour le système précédent. On a : $\varepsilon(p) = E(p) - R(p) = E(p) - \varepsilon(p)F(p)G(p)$. En conséquences, $\varepsilon(p) = E(p) - \varepsilon(p)F(p)G(p) \iff \varepsilon(p)\big(1 + F(p)G(p)\big) = E(p) \iff \varepsilon(p) = \dfrac{E(p)}{1+F(p)G(p)}$.

**Résultat**

$$\varepsilon(p) = \frac{E(p)}{1 + \text{FTBO}(p)}$$

### Poursuivons ...

On a $\text{FTBO}(p) = \dfrac{K_{BO}\left(1 + a_1 p + ... + a_m p^m\right)}{p^\alpha\left(1 + b_1 p + ... + b_n p^n\right)}$ avec $m < n$.

#### FTBO de classe nulle

- Pour une entrée échelon : $\varepsilon_{\text{permanent}} = \lim\limits_{p\to 0} p \dfrac{E_0}{p} \dfrac{1}{1+\text{FTBO}(p)} = \dfrac{E_0}{1+K_{BO}}$.
- Pour une entrée de type rampe : $\varepsilon_{\text{permanent}} = \lim\limits_{p\to 0} p \dfrac{V}{p^2} \dfrac{1}{1+\text{FTBO}(p)} = +\infty$.
- Pour une entrée de type parabole : $\varepsilon_{\text{permanent}} = \lim\limits_{p\to 0} p \dfrac{A}{p^3} \dfrac{1}{1+\text{FTBO}(p)} = +\infty$.

#### FTBO de classe 1

- Pour une entrée échelon : $\varepsilon_{\text{permanent}} = \lim\limits_{p\to 0} p \dfrac{E_0}{p} \dfrac{1}{1 + \dfrac{K_{BO}\left(1 + a_1 p + ... + a_m p^m\right)}{p\left(1 + b_1 p + ... + b_n p^n\right)}} = 0$.
- Pour une entrée de type rampe : $\varepsilon_{\text{permanent}} = \lim\limits_{p\to 0} p \dfrac{V}{p^2} \dfrac{1}{1 + \dfrac{K_{BO}\left(1 + a_1 p + ... + a_m p^m\right)}{p\left(1 + b_1 p + ... + b_n p^n\right)}} = \dfrac{V}{K_{BO}}$.

- Pour une entrée de type parabole : $\varepsilon_{\text{permanent}} = \lim\limits_{p\to 0} p \dfrac{A}{p^3} \dfrac{1}{1+\dfrac{K_{BO}\left(1+a_1 p+...+a_m p^m\right)}{p\left(1+b_1 p+...+b_n p^n\right)}} = +\infty$.

**FTBO de classe 2**

- Pour une entrée échelon : $\varepsilon_{\text{permanent}} = \lim\limits_{p\to 0} p \dfrac{E_0}{p} \dfrac{1}{1+\dfrac{K_{BO}\left(1+a_1 p+...+a_m p^m\right)}{p^2\left(1+b_1 p+...+b_n p^n\right)}} = 0$.
- Pour une entrée de type rampe : $\varepsilon_{\text{permanent}} = \lim\limits_{p\to 0} p \dfrac{V}{p^2} \dfrac{1}{1+\dfrac{K_{BO}\left(1+a_1 p+...+a_m p^m\right)}{p^2\left(1+b_1 p+...+b_n p^n\right)}} = 0$.
- Pour une entrée de type parabole : $\varepsilon_{\text{permanent}} = \lim\limits_{p\to 0} p \dfrac{A}{p^3} \dfrac{1}{1+\dfrac{K_{BO}\left(1+a_1 p+...+a_m p^m\right)}{p^2\left(1+b_1 p+...+b_n p^n\right)}} = \dfrac{A}{K_{BO}}$.

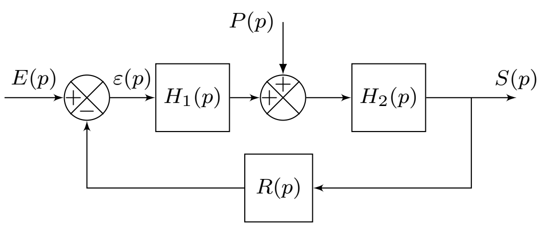
**Résultat**

| Classe | Consigne échelon $e(t)=E_0$ $E(p)=\dfrac{E_0}{p}$ | Consigne en rampe $e(t)=V\,t$ $E(p)=\dfrac{V}{p^2}$ | Consigne parabolique $e(t)=At^2$ $E(p)=\dfrac{A}{p^3}$ |
|---|---|---|---|
| 0 | $\varepsilon_S=\dfrac{E_0}{1+K_{BO}}$ | $\varepsilon_V=+\infty$ | $\varepsilon_A=+\infty$ |
| 1 | $\varepsilon_S=0$ | $\varepsilon_V=\dfrac{V}{K_{BO}}$ | $\varepsilon_A=+\infty$ |
| 2 | $\varepsilon_S=0$ | $\varepsilon_V=0$ | $\varepsilon_A=\dfrac{A}{K_{BO}}$ |

R L'écart statique est nul si la boucle ouverte comprend au moins une intégration. À défaut, l'augmentation du gain statique de la boucle ouverte provoque une amélioration de la précision.

## 2 Système perturbé

Soit le schéma-blocs suivant :



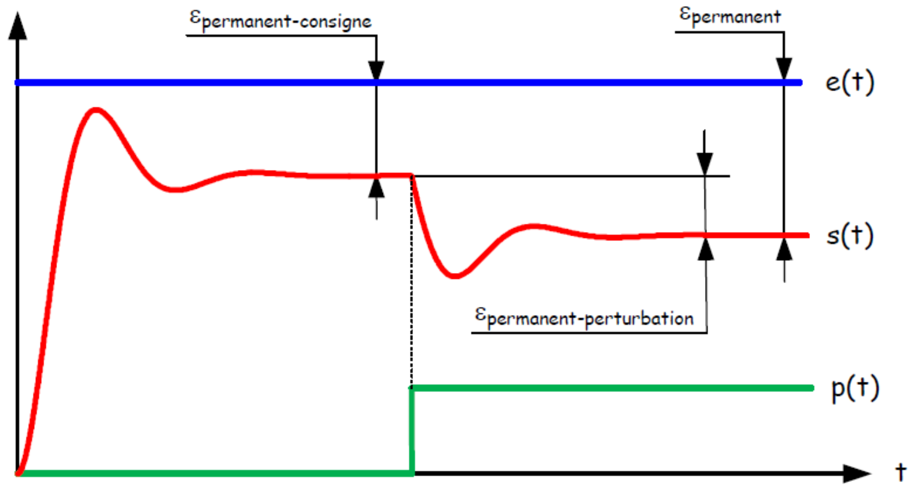

**L'écart est caractérisé par le soustracteur principal, c'est-à-dire celui situé le plus à gauche du schéma-blocs.**

Par lecture directe, on a : $\varepsilon(p) = E(p) - R(p)S(p) = E(p) - R(p)\big(H_2(p)\big(P(p)+\varepsilon(p)H_1(p)\big)\big) \Longleftrightarrow \varepsilon(p) = E(p) - R(p)H_2(p)P(p) - R(p)H_1(p)H_2(p)\varepsilon(p) \Longleftrightarrow \varepsilon(p)\big(1+R(p)H_1(p)H_2(p)\big) = E(p) - R(p)H_2(p)P(p) \Longleftrightarrow \varepsilon(p) = \dfrac{E(p)}{1+R(p)H_1(p)H_2(p)} - \dfrac{R(p)H_2(p)}{1+R(p)H_1(p)H_2(p)}P(p)$.

On a donc : $\varepsilon(p) = \underbrace{\dfrac{1}{1+\text{FTBO}(p)}E(p)}_{\text{Écart vis-à-vis de la consigne}} - \underbrace{\dfrac{R(p)H_2(p)}{1+\text{FTBO}(p)}P(p)}_{\text{Écart vis-à-vis de la perturbation}}$ .

**Résultat** Il faut au moins un intégrateur en amont d'une perturbation constante pour annuler l'écart vis-à-vis de cette perturbation. Un intégrateur placé en aval n'a aucune influence.

Quand ce n'est pas le cas, un gain $K_1$ important en amont de la perturbation réduit toujours l'écart vis-à-vis de cette perturbation.

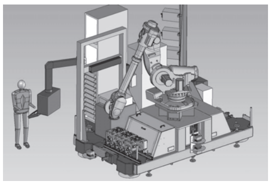



## Références

[1] Frédéric Mazet, *Cours d'automatique de deuxième année, Lycée Dumont Durville, Toulon.*

[2] Florestan Mathurin, *Précision des SLCI, Lycée Bellevue, Toulouse,* `http://florestan.mathurin.free.fr/`.

# Activation
Corrigé



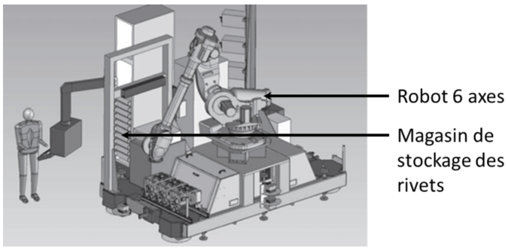
## Cellule d'assemblage pour avion Falcon

*D'après concours E3A – PSI 2015.*

***Savoirs et compétences :***

### Présentation

Le tronçon central du fuselage du Falcon 7X est assemblé par rivetage grâce à un robot 6 axes. Les rivets sont stockés dans des cassettes rangées verticalement. Un chariot de sélection se déplace verticalement pour déplacer une buse d'aspiration qui permettra d'acheminer les rivets contenus dans la cassette vers l'effecteur (robot). Le chariot fait l'objet de cette étude.




**Objectif** Vérifier que les correcteurs proposés permettent ou non d'obtenir un écart statique nul et un écart en vitesse nul.

### Étude du modèle simplifié

**Question 1** *Donner l'expression de $\varepsilon(p)$.*

**Correction**
On raisonne par superposition :
Si $C_r(p)=0$ :

$$Y_1(p)=Y_{\text{cons}}(p)\dfrac{\dfrac{K_G K_{\text{Capt}} C(p) H_m(p) K_r}{p}}{1+\dfrac{K_G K_{\text{Capt}} C(p) H_m(p) K_r}{p}}$$

$$=Y_{\text{cons}}(p)\dfrac{K_G K_{\text{Capt}} C(p) H_m(p) K_r}{p+K_G K_{\text{Capt}} C(p) H_m(p) K_r}$$

$$=Y_{\text{cons}}(p)\dfrac{K_G K_{\text{Capt}} C(p) K_M K_r}{(1+T_E p)(1+T_M p)p+K_G K_{\text{Capt}} C(p) K_M K_r}$$

.

**Correction** Si $Y_{\text{Cons}}(p)=0$ :

$$Y_2(p)=C_r(p)\dfrac{\dfrac{H_c(p)K_r}{p}}{1+\dfrac{K_r K_G K_{\text{Capt}} C(p) H_m(p)}{p}}$$

$$=C_r(p)\dfrac{H_c(p)K_r}{p+K_r K_G K_{\text{Capt}} C(p) H_m(p)}$$

$$=C_r(p)\dfrac{\dfrac{(R+Lp)K_M K_r}{K_C}}{(1+T_E p)(1+T_M p)p+K_r K_G K_{\text{Capt}} C(p) K_M}$$

On a donc : $Y(p)=Y_1(p)+Y_2(p)$.

**Question 2** *On souhaite déterminer l'erreur en position du système. Calculer l'écart statique pour $C(p)=K_p$. Pouvait-on prévoir le résultat ?*

**Correction**

**Question 3** *On souhaite déterminer l'erreur en position du système. Calculer l'écart statique pour $C(p)=\dfrac{K_i}{p}$. Pouvait-on prévoir le résultat ?*

**Correction**

**Question 4** *On souhaite déterminer l'erreur en vitesse du système. Calculer l'erreur pour $C(p)=\dfrac{K_i}{p}$. Pouvait-on prévoir le résultat ?*

**Correction**

**Question 5** *On souhaite déterminer l'erreur pour un entrée en position du système avec une perturbation de type rampe. Calculer l'erreur pour $C(p)=\dfrac{K_i}{p}$. Pouvait-on prévoir le résultat ?*

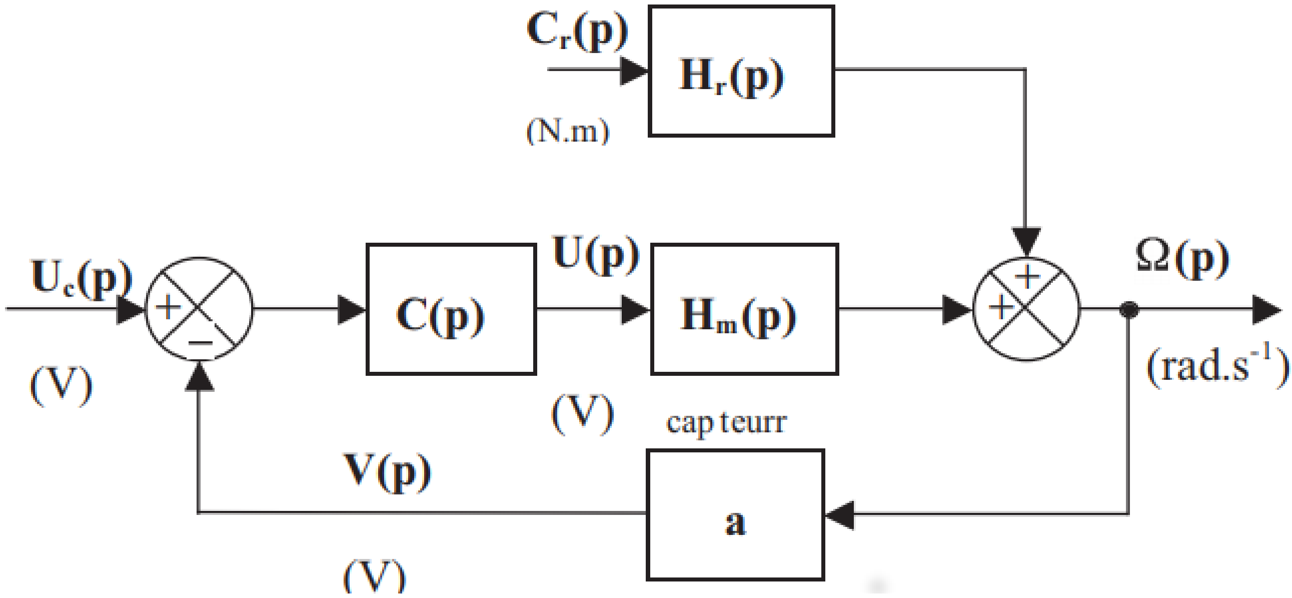
Correction

# Application Corrigé

## Application

***Savoirs et compétences :***

On considère le schéma-blocs suivant.




On a $H_r(p) = K_r \dfrac{1+0,492p}{1+10,34p+5,1p^2}$ et $K_r = 0{,}37\,\mathrm{rad\,s^{-1}\,N^{-1}\,m^{-1}}$. $H_m(p) = \dfrac{0,5}{(1+10p)(1+0,5p)}$. Le gain du capteur est de $a = 2\,\mathrm{V\,rad^{-1}\,s}$.

**On considère que** $C(p) = K_P$ **et que** $C_r(p) = 0$.

**Question 1** *Déterminer l'écart statique et l'écart de traînage.*

**On considère que** $C(p) = K_P$ **et que** $C_r(p)$ **est une perturbation de type échelon.**

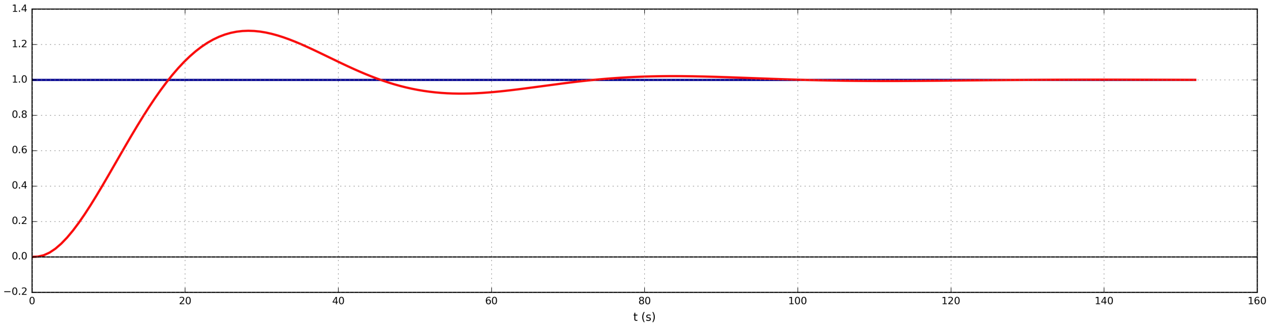
**Question 2** *Déterminer l'écart statique et l'écart de traînage.*

**On considère que** $C(p) = K_p + \dfrac{1}{T_i p}$ **et que** $C_r(p) = 0$.

**Question 3** *Déterminer l'écart statique et l'écart de traînage.*

**On considère que** $C(p) = K_p + \dfrac{1}{T_i p}$ **et que** $C_r(p)$ **est une perturbation de type échelon.**

**Question 4** *Déterminer l'écart statique et l'écart de traînage.*


1.4
1.2
1.0
0.8
0.6
0.4
0.2
0.0
−0.2
0
20
40
60
80
100
120
140
160
t (s)

# TD 01
# Corrigé

## Fauteuil dynamique de cinéma

*Concours Centrale-Supélec TSI 2015*

***Savoirs et compétences :***

## Présentation du système

### Mise en situation

### Exigence fonctionnelle « amplifier la sensation d'accélération »

### Comportement de l'ensemble variateur et moteur du dosseret

**Objectif**

- Établir un modèle simplifié de l'asservissement de courant.
- Établir un modèle simplifié de l'asservissement de vitesse.
- Analyser la précision de l'asservissement de position.

### Modélisation de l'asservissement de vitesse

**NE PAS TRAITER LES QUESTIONS 1 à 3.**

**Question 1** *Exprimer la fonction de transfert de la boucle de vitesse $H_\Omega(p) = \Omega(p)/U_{C\Omega}(p)$, lorsque $C_R(p) = 0$. Le résultat sera mis sous une forme canonique.*

**Correction**

$$H_\Omega(p) = \dfrac{k_1\left(1+\dfrac{1}{T_1 p}\right)\dfrac{K}{K_{rI}}\dfrac{1}{Jp+f}}{1+K_\Omega k_1\left(1+\dfrac{1}{T_1 p}\right)\dfrac{K}{K_{rI}}\dfrac{1}{Jp+f}} = \dfrac{k_1\left(1+T_1 p\right)K}{T_1 p K_{rI}\left(Jp+f\right)+K_\Omega k_1\left(1+T_1 p\right)K}$$

$$= \dfrac{\dfrac{K k_1}{K_\Omega k_1 K}\left(1+T_1 p\right)}{\dfrac{T_1 K_{rI} J}{K_\Omega k_1 K}p^2+\left(\dfrac{f T_1 K_{rI}}{K_\Omega k_1 K}+\dfrac{K_\Omega k_1 T_1 K}{K_\Omega k_1 K}\right)p+1} \quad H_\Omega(p) = \dfrac{\dfrac{1}{K_\Omega}\left(1+T_1 p\right)}{\dfrac{T_1 K_{rI} J}{K_\Omega k_1 K}p^2+\left(\dfrac{f K_{rI}}{K_\Omega k_1 K}+1\right)T_1 p+1}$$

**Question 2** *$T_1$ étant égal à $J/f$, montrer alors que la fonction de transfert en boucle fermée peut se mettre sous la forme $\dfrac{b}{\tau p+1}$. Calculer les valeurs numériques des termes* b *et $\tau$.*

**Correction**

On a $H_\Omega(p) = \dfrac{\dfrac{1}{K_\Omega}\left(1+\dfrac{J}{f}p\right)}{\dfrac{\dfrac{J}{f}K_{rI}J}{K_\Omega k_1 K}p^2+\left(\dfrac{f K_{rI}}{K_\Omega k_1 K}+1\right)\dfrac{J}{f}p+1} = \dfrac{\left(f+Jp\right)}{\dfrac{K_{rI}J^2}{k_1 K}p^2+\left(\dfrac{f K_{rI}}{k_1 K}+K_\Omega\right)Jp+f K_\Omega}$

$= \dfrac{\left(f+Jp\right)k_1 K}{K_{rI}J^2p^2+\left(f K_{rI}+K_\Omega k_1 K\right)Jp+f K_\Omega k_1 K}$

On a : $\Delta = \left(f K_{rI}+K_\Omega k_1 K\right)^2 J^2 - 4 f K_\Omega k_1 K K_{rI} J^2 = \left(f^2 K_{rI}^2 + K_\Omega^2 k_1^2 K^2 + 2 f K_{rI} K_\Omega k_1 K\right)J^2 - 4 f K_\Omega k_1 K K_{rI} J^2$

$= \left(f^2 K_{rI}^2 + K_\Omega^2 k_1^2 K^2 - 2 f K_{rI} K_\Omega k_1 K\right)J^2 = \left(f K_{rI} - K_\Omega k_1 K\right)^2 J^2$

On a donc

$p_{12}=\dfrac{-\left(f K_{rI}+K_\Omega k_1 K\right)J\pm\left(f K_{rI}-K_\Omega k_1 K\right)J}{2K_{rI}J^2}$,

$p_1=\dfrac{-f J K_{rI}-K_\Omega k_1 K J+f J K_{rI}-K_\Omega k_1 K J}{2K_{rI}J^2}=-\dfrac{K_\Omega k_1 K}{K_{rI}J}$, $p_2=\dfrac{-f J K_{rI}-K_\Omega k_1 K J-f J K_{rI}+K_\Omega k_1 K J}{2K_{rI}J^2}=-\dfrac{f}{J}$.

On a donc

$$H_\Omega(p)=\frac{J\left(\frac{f}{J}+p\right)k_1 K}{\left(p+\frac{f}{J}\right)\left(p+\frac{K_\Omega k_1 K}{K_{rI}J}\right)}=\frac{J k_1 K}{p+\frac{K_\Omega k_1 K}{K_{rI}J}}=\frac{\frac{K_{rI}J^2}{K_\Omega}}{\frac{K_{rI}J}{K_\Omega k_1 K}p+1}$$

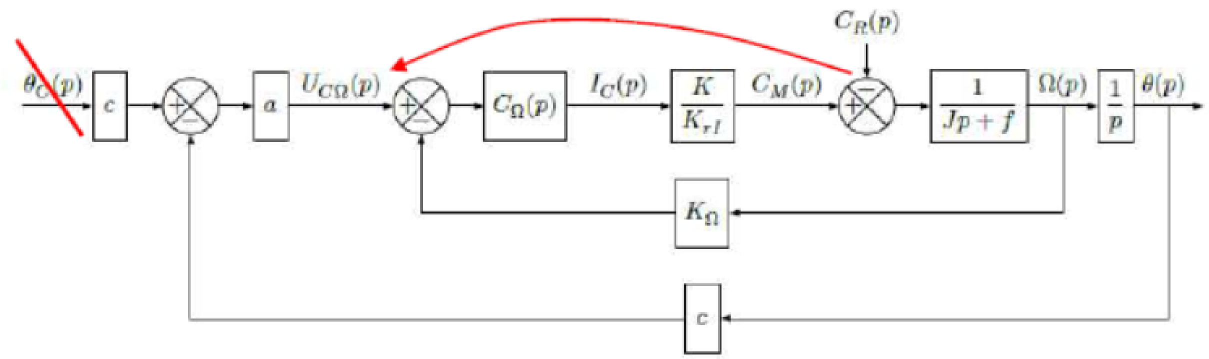
On a donc $b=\dfrac{K_{rI}J^2}{K_\Omega}$ et $\tau=\dfrac{K_{rI}J}{K_\Omega k_1 K}$.

Autre solution : $b=\dfrac{1}{K_\Omega}=20\pi=62{,}8\,\text{rad}\,\text{s}—1\text{V}^{-1}$ et $\tau=\dfrac{K_{ri}J}{k_1 K K_\Omega}=2{,}17\times10^{-3}\,\text{s}$.

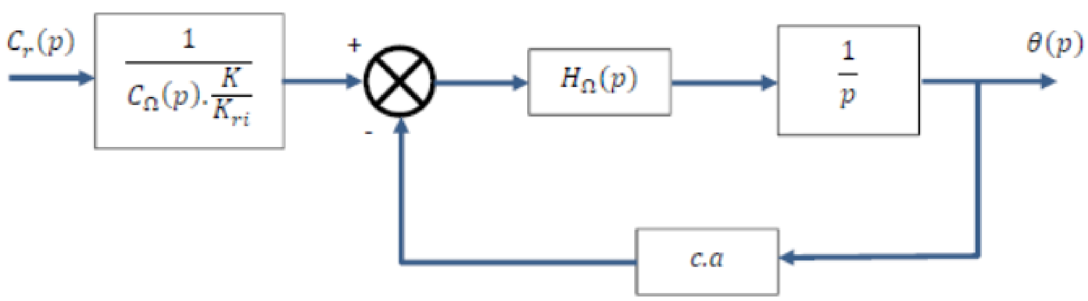
**Question** 3 *En déduire, à l'aide de la figure précédente, $\theta(p)/C_R(p)$ lorsque $\theta_C(p)=0$. Calculer ensuite la valeur finale de $\theta(t)$ lorsque $c_R(t)$ est un échelon unitaire. Conclure quant à l'action, en régime permanent, du correcteur proportionnel et intégral sur les effets d'une perturbation $c_R(t)$ de type échelon.*

**Correction**

On effectue une transformation de schéma en déplaçant le comparateur de $C_r(p)$




D'où la nouvelle structure de schéma bloc :




$$\frac{\theta(p)}{C_r(p)}=\frac{1}{C_\Omega(p).\frac{K}{K_{ri}}}\cdot\frac{H_\Omega(p).\frac{1}{p}}{1+c.a.H_\Omega(p).\frac{1}{p}}=\frac{K_{ri}.T_1.p}{K.k_1.(1+T_1.p)}\cdot\frac{\frac{b}{1+\tau p}\cdot\frac{1}{p}}{1+\frac{b}{1+\tau p}\cdot\frac{1}{p}}$$

L'application du théorème de la valeur finale pour une entrée de type échelon donne :

$$\theta(\infty)=\lim_{p\to0}p.\theta(p)=0$$

Ce résultat était prévisible car le correcteur PI est placé avant la perturbation.

$$\frac{\theta(p)}{C_r(p)}=\frac{1}{C_\Omega(p)\frac{K}{K_{ri}}}\frac{\frac{b}{1+\tau p}\frac{1}{p}}{1+\frac{abc}{1+\tau p}\frac{1}{p}}=\frac{1}{k_1\left(1+\frac{1}{T_1 p}\right)\frac{K}{K_{ri}}}\frac{\frac{b}{1+\tau p}\frac{1}{p}}{1+\frac{abc}{1+\tau p}\frac{1}{p}}$$
$$=\frac{T_1 K_{ri} p}{k_1\left(T_1 p+1\right)K}\cdot\frac{b}{p\left(1+\tau p\right)+abc}$$
et $\lim\limits_{t\to\infty}\theta(t)=1$.

### Modélisation de la boucle d'asservissement de position

**Question 4** *Exprimer la fonction de transfert $\theta(p)/\theta_C(p)$. Déterminer ensuite la valeur numérique de $a$ pour avoir un facteur d'amortissement égal à 0,7. Justifier le choix de ce facteur d'amortissement. (Pour ce calcul et les calculs suivants prendre $b=63\,\text{rad}\cdot\text{s}^{-1}\cdot\text{V}^{-1}$, $\tau=2{,}2\,\text{ms}$, $c=40\,\text{rad}^{-1}$.)*

**Correction**

On a $\dfrac{\theta(p)}{\theta_C(p)}=c\dfrac{\frac{ab}{p(\tau p+1)}}{1+\frac{abc}{p(\tau p+1)}}=\dfrac{abc}{p(\tau p+1)+abc}=\dfrac{1}{\frac{\tau}{abc}p^2+\frac{p}{abc}+1}$.

On a $\omega_0=\sqrt{abc/\tau}$ et $\dfrac{2\xi}{\omega_0}=\dfrac{1}{abc}$ et $\xi=\dfrac{1}{2\sqrt{abc\tau}}$. En conséquence, $a=\dfrac{1}{4bc\tau\xi^2}=0{,}092$. (On prend $\xi=0{,}7$ car cela correspond au temps de réponse le plus rapide pour un second ordre.)

### Analyse de la précision du système

**Question 5** *Exprimer dans un premier temps $\mu(p)$ en fonction de $\theta_C(p)$, puis déterminer de façon littérale et numérique l'erreur de position $\mu_p$, l'erreur de trainage $\mu_v$ et l'erreur en accélération $\mu_a$. Conclure quant à la précision statique du système suite aux différentes consignes $\theta_C(p)$ de type échelon, rampe et accélération.*

**Correction** On a $\mu(p)=\dfrac{\theta_c(p)}{1+\frac{abc}{p(1+\tau p)}}=\dfrac{p(1+\tau p)}{p(1+\tau p)+abc}\theta_c(p)=\dfrac{p(1+\tau p)}{p(1+\tau p)+abc}\theta_c(p)$.

La FTBO est de classe 1 et de gain $K_{BO}=abc$ on a donc :
- pour une entrée échelon, $\mu_p=0$ ;
- pour une entrée rampe, $\mu_v=\dfrac{1}{abc}$ ;
- pour une entrée accélération, $\mu_a=\infty$.

### Validation et optimisation de la performance simulée en accélération du dosseret

**Objectif** Valider la performance simulée en accélération au regard du cahier des charges fonctionnel.

**Question 6** *Déterminer l'erreur de position $\mu_p$ puis l'erreur de traînage $\mu_v$. Conclure sur l'erreur de position au regard du cahier des charges.*

**Correction**

On a $\varepsilon_{\text{codeur}}(p)=c\theta_c(p)-c\theta(p)$
$$=c\theta_c(p)-\frac{bc}{p(\tau p+1)}U_{C\Omega}(p)=c\theta_c(p)-\frac{bc}{p(\tau p+1)}\left(\theta_C(p)dp+a\varepsilon_{\text{codeur}}(p)\right)$$
$$\Leftrightarrow \varepsilon_{\text{codeur}}(p)\left(1+\frac{abc}{p(\tau p+1)}\right)=\theta_C(p)\left(c-\frac{bcd}{\tau p+1}\right)$$
$$\Leftrightarrow \varepsilon_{\text{codeur}}(p)\left(1+\frac{abc}{p(\tau p+1)}\right)=\theta_C(p)c\frac{\tau p+1-bd}{\tau p+1}$$

$\Leftrightarrow \varepsilon_{\text{codeur}}(p) = \theta_C(p) c p \dfrac{\tau p + 1 - b d}{p\left(\tau p + 1\right) + a b c}$

On a alors :

- $\mu_p = \lim\limits_{p \to 0} p \dfrac{1}{p} c p \dfrac{\tau p + 1 - b d}{p\left(\tau p + 1\right) + a b c} = \lim\limits_{p \to 0} c p \dfrac{\tau p + 1 - b d}{p\left(\tau p + 1\right) + a b c} = 0$ ;
- $\mu_v = \lim\limits_{p \to 0} p \dfrac{1}{p^2} c p \dfrac{\tau p + 1 - b d}{p\left(\tau p + 1\right) + a b c} = \dfrac{1 - b d}{a b}$.

**Question 7** *D'après l'erreur de traînage $\mu_v$ déterminée à la question précédente, calculer la valeur numérique de d qui permet d'annuler cette erreur de traînage. En prenant en compte la valeur numérique de d et de b, déterminer l'expression de l'erreur en accélération $\mu_a$. Calculer ensuite sa valeur numérique et conclure au regard du cahier des charges.*

**Correction** On a $\mu_v = \dfrac{1 - b d}{a b c}$. En conséquences, $\mu_v = 0 \Leftrightarrow 0 = \dfrac{1 - b d}{a b} \Leftrightarrow d = \dfrac{1}{b}$.

$\mu_a = \lim\limits_{p \to 0} p \dfrac{1}{p^3} c p \dfrac{\tau p + 1 - b d}{p\left(\tau p + 1\right) + a b c} = \dfrac{\tau}{a b}$.

**Question 8** *Conclure quant au respect du cahier des charges vis-à-vis des accélérations produites par le dosseret du siège dynamique de cinéma.*

**Correction**

### Exigence fonctionnelle « incliner le spectateur suivant l'axe de tangage et de roulis »

**Objectif** Valider le choix de conception pour la réalisation de la commande simultanée des deux moteurs de l'assise du siège.

**Question 9** *En réutilisant éventuellement les calculs effectués aux questions 6 et 7 et en tenant compte des différences de réglage de retour vitesse et des différences d'inertie entre les deux motorisations, exprimer la valeur finale de $\theta_1(t) - \theta_2(t)$ lorsque la consigne $\theta_C(t)$ est respectivement égale à $u(t)$, $t \cdot u(t)$ puis $\frac{t^2}{2} u(t)$, $u(t)$ étant la fonction échelon unité.*

**Correction** En raisonnant graphiquement, on a $\theta_1(p) - \theta_2(p) = \varepsilon_{\text{codeur 1}}(p) - \varepsilon_{\text{codeur 2}}(p)$ ; donc :

- $\mu_p = \mu_{p1} - \mu_{p2} = 0$ ;
- $\mu_v = \mu_{v1} - \mu_{v2} = \dfrac{1 - b_1 d}{a b_1} - \dfrac{1 - b_2 d}{a b_2}$ ;
- $\mu_a = \mu_{a1} - \mu_{a2} = \infty$.

La figure **??** représente le résultat d'une simulation de $\theta_1(t) - \theta_2(t)$ pour une consigne $\theta_C\ (t) = \frac{t^2}{2} U(t)$

**Question 10** *Conclure quant à l'erreur en accélération lors de la commande simultanée.*

**Correction**