

Colle

Pompe à chaleur à compresseur Scroll

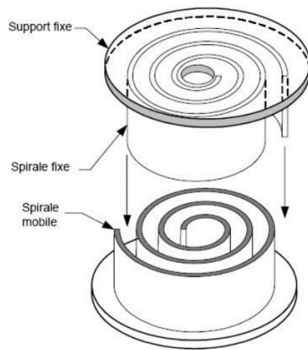
XENS – PSI – 2018

Savoirs et compétences :

□ Mod2.C34 : chaînes de solides.

Présentation

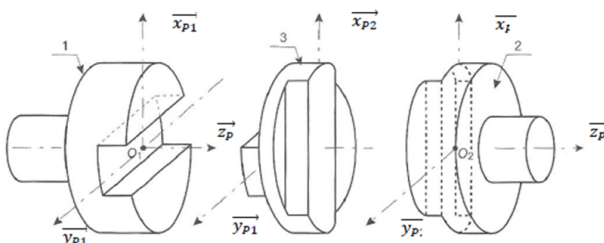
Le compresseur Scroll utilise deux spirales de géométrie identique emboîtées l'une dans l'autre. L'une des spirales est fixe tandis que la seconde est mobile et mise en mouvement grâce à un arbre muni d'un excentrique.



Etude préliminaire d'un joint de Oldham

Le joint de Oldham est un accouplement utilisé en général entre 2 axes parallèles mais non-coaxiaux. La figure ci-après en donne les constituants de principe :

- un arbre d'entrée (noté 1) pouvant tourner autour de l'axe (O_1, \vec{z}_{p1}) par rapport à un bâti ;
- un arbre de sortie (noté 2) pouvant tourner autour de l'axe (O_2, \vec{z}_{p2}) par rapport à un bâti ;
- une pièce intermédiaire appelée en général « noix » ou « croix » (notée 3).

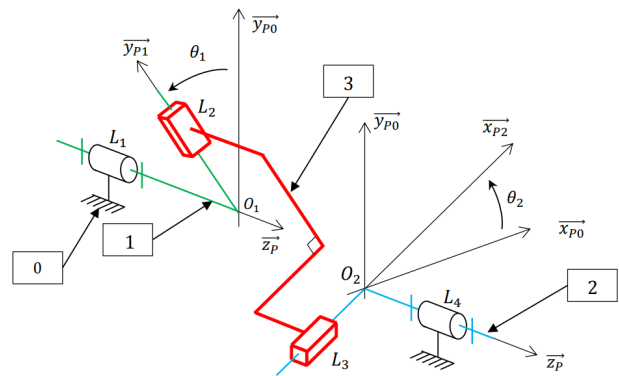


La transmission de la rotation de l'arbre 1 à l'arbre 2 est rendue possible par les caractéristiques des liaisons avec la noix 3 : il est nécessaire d'avoir deux glissières orthogonales au niveau de la noix. Ainsi, on retrouve :

- une glissière de direction \vec{y}_{p1} entre 1 et 3 ;
- une glissière de direction \vec{x}_{p2} entre 3 et 2.

Ces 2 glissières sont par construction constamment orthogonales.

La figure ci-après représente le paramétrage de ce même joint de Oldham avec $\mathcal{B}_0(\vec{x}_{p0}, \vec{y}_{p0}, \vec{z}_{p0})$ la base fixe liée au bâti 0.



Paramétrage :

- $\vec{O_1 O_2} = -e \vec{x}_{p0} + h \vec{z}_0$;
- $\vec{L_1 O_1} = l_1 \vec{z}_p$;
- $\vec{O_1 L_2} = \lambda_2 \vec{y}_{p1}$;
- $\vec{O_2 L_4} = l_2 \vec{z}_p$;
- $\vec{L_3 O_2} = \lambda_2 \vec{x}_{p2}$.

Les liaisons entre le bâti 0 et les pièces 1 et 2 sont toutes deux des liaisons pivots d'axes respectifs (L_1, \vec{z}_p) et (L_4, \vec{z}_p) .

Question 1 Représenter la figure plane de calcul reliant la base $\mathcal{B}_1(\vec{x}_{p1}, \vec{y}_{p1}, \vec{z}_{p0})$ à la base \mathcal{B}_0 ainsi que celle reliant la base $\mathcal{B}_2(\vec{x}_{p2}, \vec{y}_{p2}, \vec{z}_{p0})$ à la base \mathcal{B}_0 . Exprimer \vec{y}_{p1} et \vec{x}_{p2} dans la base \mathcal{B}_0 en fonction respectivement de θ_1 et θ_2 .

Question 2 Étant donnée l'orthogonalité entre \vec{y}_{p1} et \vec{x}_{p2} , montrer que $\sin(\theta_2 - \theta_1) = 0$.

Question 3 Justifier, à partir du résultat précédent, que l'accouplement en rotation par joint de Oldham soit qualifié de « homocinétique en rotation », c'est-à-dire que le rapport de transmission entre la vitesse de rotation de 1 par rapport à 0, ω_1 , et celle de 2 par rapport à 0, ω_2 , est

constant dans le temps.

Question 4 Calculer le degré d'hyperstatisme de ce modèle d'accouplement à partir des grandeurs cinématiques.

Afin de baisser l'hyperstatisme de l'accouplement, une version alternative est proposée en remplaçant les liaisons L_2 et L_3 par des liaisons pivot-glissant toujours d'axes respectifs (O_1, \vec{y}_{P1}) et (O_2, \vec{x}_{P2}) .

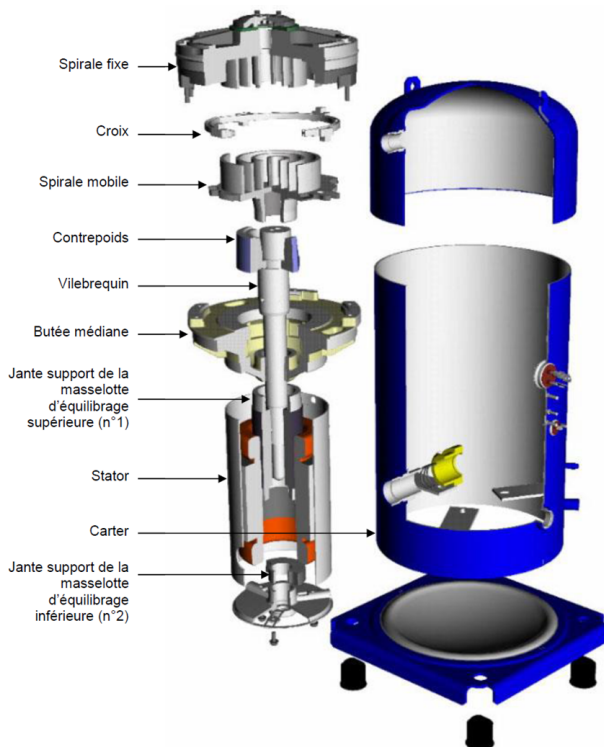
Question 5 Vérifier, à partir d'une analyse basée sur les grandeurs statiques, que le degré d'hyperstatisme a bien diminué suite à cette modification.

Question 6 Proposer une modification permettant de rendre le système isostatique en conservant sa fonctionnalité.

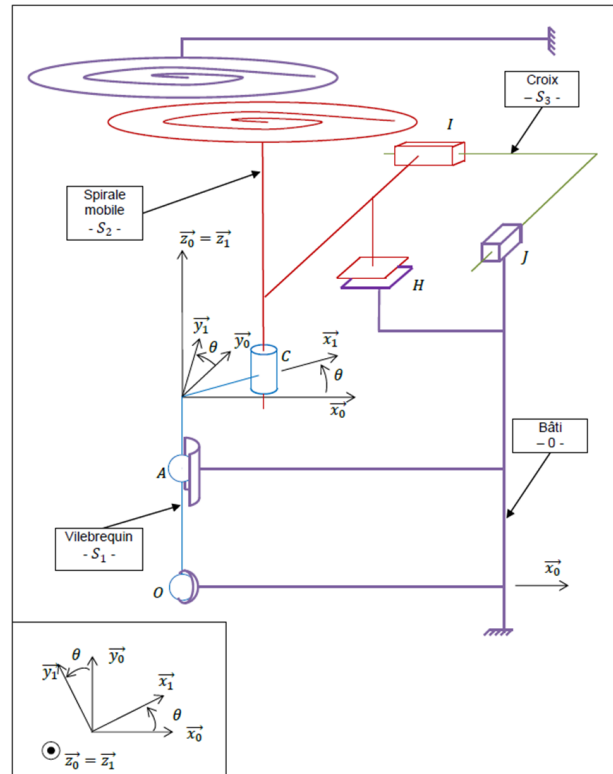
Etude cinématique du compresseur Scroll complet

La vue éclatée présentée sur la figure suivante permet d'identifier les différents composants du compresseur :

- le bâti fixe composé du carter extérieur, du stator du moteur électrique, de la butée médiane et de la spirale fixe placée en partie haute;
- l'axe principal composé d'un vilebrequin, du rotor moteur, du contrepoids et de masselottes d'équilibrage;
- la spirale mobile;
- la croix.



Le schéma cinématique proposé reprend les éléments précédents en conservant les ensembles cinématiques. Les contacts entre les spirales fixe et mobile sont négligés dans cette modélisation.



Paramétrage :

- $\mathcal{R}_0(O; \vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$ est le repère associé au bâti 0;
- $\mathcal{R}_1(O; \vec{x}_1, \vec{y}_1, \vec{z}_1)$ est le repère associé au vilebrequin 1 :
 - la rotation de S_1 par rapport à 0 est repérée par l'angle $\theta = (\vec{x}_0, \vec{x}_1) = (\vec{y}_0, \vec{y}_1)$;
 - la vitesse de rotation est notée $\omega = \dot{\theta} = 3600 \text{ tr/min}$.

- $\vec{OA} = a \vec{z}_1$ avec $a = 340 \text{ mm}$;

- $\vec{AC} = R_{\text{orb}} \vec{x}_1 + d \vec{z}_1$ avec $R_{\text{orb}} = 8 \text{ mm}$ et $d = 80 \text{ mm}$.

Liaisons supposées parfaites :

- entre le vilebrequin S_1 et le bâti 0 :
 - liaison rotule de centre O;
 - liaison linéaire annulaire de centre A et d'axe $\vec{A z}_0$;
- entre le vilebrequin S_1 et la spirale mobile S_2 :
 - liaison pivot glissant d'axe (C, \vec{z}_0) ;
- entre la spirale mobile S_2 et la croix S_3 :
 - liaison glissière de direction \vec{x}_0 ;
- entre la croix S_3 et le bâti 0 :
 - liaison glissière de direction \vec{y}_0 .

Liaison non parfaite :

- entre la spirale mobile S_2 et le bâti 0 :
 - liaison appui-plan avec frottement de normale \vec{z}_0 .

Question 7 Tracer le graphe des liaisons du système tel que modélisé sur la Figure précédente en faisant apparaître chaque liaison avec ses caractéristiques.

Question 8 Démontrer par le calcul que l'association des liaisons en O et en A entre le vilebrequin et le carter forme une liaison pivot d'axe (O, \vec{z}_1) .

Question 9 Indiquer la valeur de l'indice de mobi-

lité du système dans cette modélisation à partir de l'analyse du schéma cinématique. Proposer une démarche qui, sans utiliser le degré d'hyperstatisme du système, permettrait de retrouver analytiquement cette valeur.

Il est intéressant de remarquer que la croix S_3 réalise un accouplement de type joint de Oldham entre la spirale mobile S_2 et le bâti 0.

Question 10 Justifier alors que la vitesse de rotation de S_2 par rapport à 0 est nulle.

Question 11 Exprimer, dans la base \mathcal{B}_1 , la vitesse instantanée du point C appartenant à S_2 dans son mouvement par rapport à 0. Faire l'application numérique.

Question 12 Dédurre des questions précédentes le type de mouvement de la spirale mobile S_2 dans son déplacement par rapport à 0 ainsi que ses qualificatifs et caractéristiques.

Colle

Interface maître et esclave d'un robot

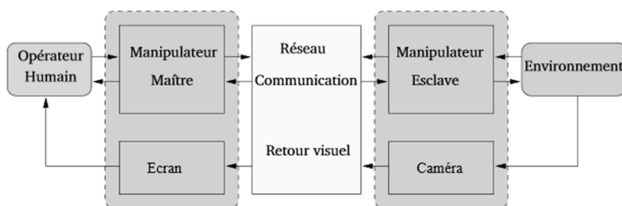
CCP PSI 2015

Savoirs et compétences :

□ Mod2.C34 : chaînes de solides.

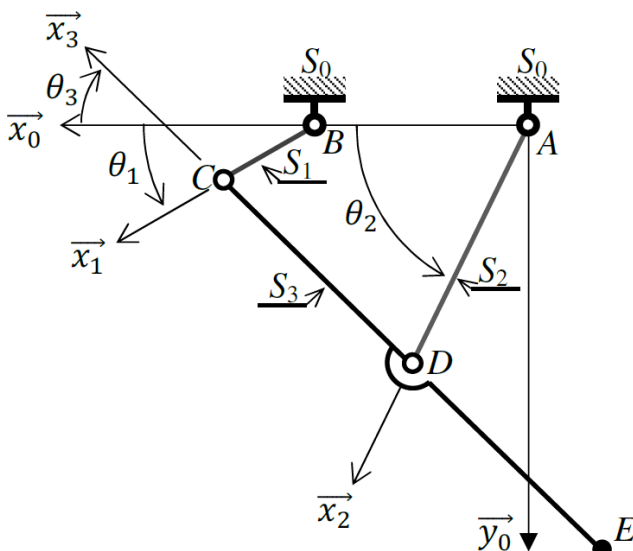
Mise en situation

La téléopération consiste à mettre en relation deux manipulateurs appelés communément maître et esclave. Le manipulateur maître permet au chirurgien de donner sa consigne de déplacement à l'aide d'un levier de commande tandis que l'esclave l'exécute au contact de l'environnement (l'organe à opérer). Les deux sous-systèmes échangent des informations de déplacement et d'effort au travers d'un ou plusieurs canaux de communication. Un retour visuel est également mis en place en parallèle à ce dispositif.

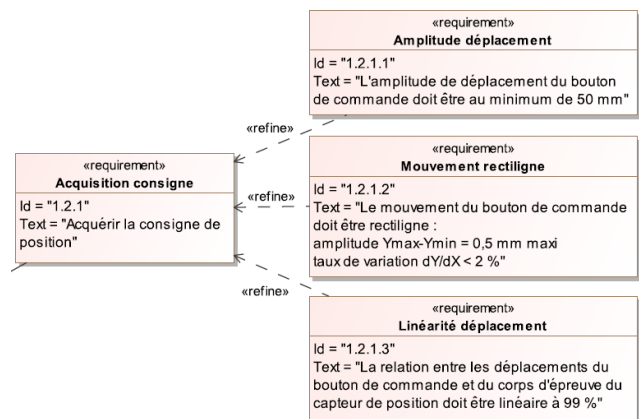


Modélisation de l'interface maître

Ce mécanisme est constitué de 4 barres reliées par des liaisons pivots.



Objectif Vérifier que les exigences « Amplitude déplacement » (id 1.2.1.1), « Mouvement rectiligne » (id 1.2.1.2), « Linéarité déplacement » (id 1.2.1.3) peuvent être satisfaites par le mécanisme de HOEKEN.

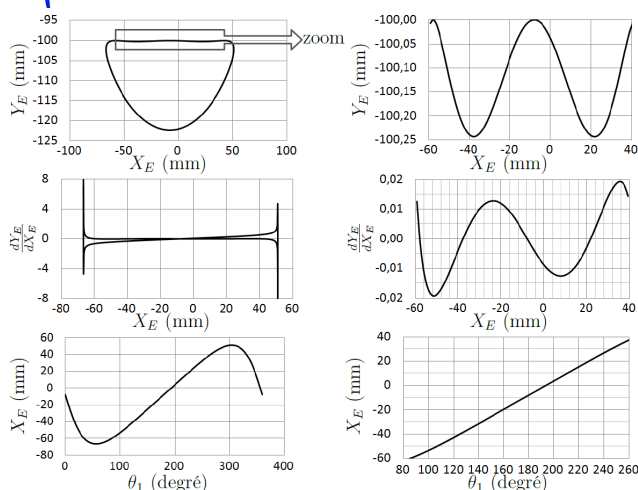


- Solide S_0 , repère $\mathcal{R}_0(A; \vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$, $\vec{AB} = L_0 \vec{x}_0$ avec $L_0 = 50 \text{ mm}$.
- Solide S_1 , repère $\mathcal{R}_1(B; \vec{x}_1, \vec{y}_1, \vec{z}_0)$, $\vec{BC} = L_1 \vec{x}_1$ avec $L_1 = 25 \text{ mm}$, $\theta_1 = (\vec{x}_0, \vec{x}_1) = (\vec{y}_0, \vec{y}_1)$.
- Solide S_2 , repère $\mathcal{R}_2(A; \vec{x}_2, \vec{y}_2, \vec{z}_0)$, $\vec{AD} = L_2 \vec{x}_2$ avec $L_2 = 62,5 \text{ mm}$, $\theta_2 = (\vec{x}_0, \vec{x}_2) = (\vec{y}_0, \vec{y}_2)$.
- Solide S_3 , repère $\mathcal{R}_3(C; \vec{x}_3, \vec{y}_3, \vec{z}_0)$, $\vec{ED} = \vec{DC} = L_2 \vec{x}_3$ avec $\theta_3 = (\vec{x}_0, \vec{x}_3) = (\vec{y}_0, \vec{y}_3)$.

Question 1 Donner une relation algébrique reliant les paramètres L_0, L_1, L_2, θ_1 et θ_3 .

Question 2 De même, exprimer le vecteur position du point E (\vec{AE}) dans la base du repère \mathcal{R}_0 en fonction de L_0, L_1, L_2, θ_1 et θ_3 .

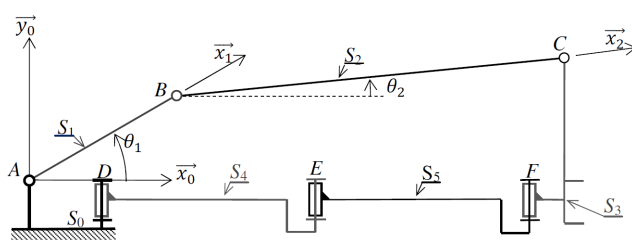
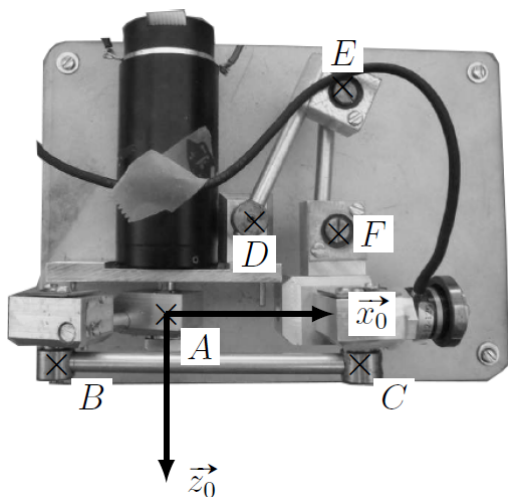
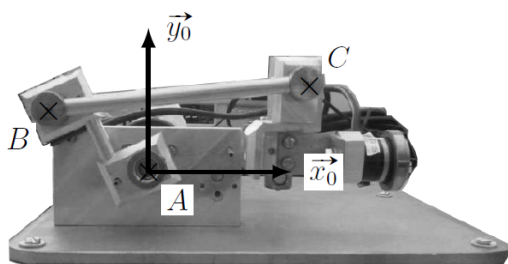
La résolution analytique du système d'équations permettant d'obtenir le déplacement du point E en fonction de l'angle de rotation θ_1 du moteur et des différentes longueurs du mécanisme n'étant pas triviale, seuls les résultats d'une simulation numérique seront analysés.



Question 3 Vérifier, à l'aide des figures précédentes, que le déplacement du point E est compatible avec les exigences « Amplitude déplacement » (id 1.2.1.1) et « Mouvement rectiligne » (id 1.2.1.2) sur l'intervalle $X_E \in [-60 \text{ mm}; 40 \text{ mm}]$.

Question 4 Proposer, à partir de la dernière figure, une démarche permettant de vérifier l'exigence « Linéarité déplacement » (id 1.2.1.3) sur l'intervalle $X_E \in [-60 \text{ mm}; 40 \text{ mm}]$.

Modélisation de l'interface esclave



| Solide | Repère associé | Paramètres géométriques | Paramètres dynamiques |
|---------------------------------|---|--|---|
| S_0 (bâti) | $\mathcal{R}_0(A, \vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$ | | |
| S_1 (barre AB + rotor moteur) | $\mathcal{R}_1(A, \vec{x}_1, \vec{y}_1, \vec{z}_1)$ | $\vec{AB} = L_1 \vec{x}_1$ avec $L_1 = 35 \text{ mm}$ $\theta_1 = (\vec{x}_0, \vec{x}_1) = (\vec{y}_0, \vec{y}_1)$ | Inertie équivalente ramenée à l'axe (A, \vec{z}_0) : $I_1 = 5,7 \times 10^{-5} \text{ kg} \cdot \text{m}^2$ Frottement fluide entre rotor et stator : $f_v = 1,6 \times 10^{-3} \text{ N} \cdot \text{m} \cdot \text{s}$ Masse négligée |
| S_2 (barre BC) | $\mathcal{R}_2(B, \vec{x}_2, \vec{y}_2, \vec{z}_2)$ | $\vec{BC} = L_2 \vec{x}_2$ avec $L_2 = 80 \text{ mm}$ $\theta_2 = (\vec{x}_0, \vec{x}_2) = (\vec{y}_0, \vec{y}_2)$ | Masse et inertie négligées |
| S_3 (organe terminal) | $\mathcal{R}_3(C, \vec{x}_3, \vec{y}_3, \vec{z}_3)$ | $\vec{AC} = L_3 \cdot \vec{y}_0 + x_s(t) \cdot \vec{x}_0$ avec $L_3 = 25 \text{ mm}$ | Masse : $M_3 = 0,1 \text{ kg}$ |
| S_4 (barre DE) | | | Masse et inertie négligées |
| S_5 (barre EF) | | | Masse et inertie négligées |

Objectif Modéliser le comportement dynamique de l'interface esclave de façon à évaluer son comportement au sein d'une boucle d'asservissement.

On note $\{\mathcal{T}(\text{mot} \rightarrow S_1)\} = \left\{ \begin{matrix} \vec{0} \\ C_m \vec{z} \end{matrix} \right\}_{\forall P}$ l'expression, dans la base \mathcal{B}_0 du torseur de l'action mécanique exercée par le moteur sur le solide S_1 et l'accélération de la pesanteur sera représentée par le vecteur $\vec{g} = -g \vec{y}_0$.

Question 5 Tracer le graphe des liaisons du dispositif esclave. Préciser les actions mécaniques extérieures. Donner le degré d'hyperstatisme de la modélisation de ce mécanisme.

Question 6 Proposer une modification simple pour le rendre isostatique.

Question 7 Montrer que le mouvement de S_3/S_0 ne peut être qu'une translation de direction \vec{x}_0 .

Question 8 En utilisant le théorème de l'énergie cinétique, déterminer l'équation de mouvement liant les paramètres $C_m, \dot{\theta}_1, \ddot{\theta}_1, \dot{x}_s, \ddot{x}_s, f_v, M_3$ et I_1 .

Question 9 La relation géométrique liant les paramètres x_s et θ_1 n'étant pas triviale, on propose de la linéariser autour du point de fonctionnement par l'expression $\theta_1(t) \simeq \alpha x_s(t)$ avec $\alpha = -30 \text{ m}^{-1}$. En déduire l'équation différentielle liant les paramètres $C_m, \dot{x}_s, \ddot{x}_s, f_v, M_3, I_1$ et α .

Question 10 Donner, dans les conditions d'Heaviside et sous forme canonique, la fonction de transfert modélisant le comportement dynamique du manipulateur esclave : $H(p) = \frac{X_s(p)}{C_m(p)}$ sachant que $X_s(p) = \mathcal{L}[x_s(t)]$ et $C_m(p) = \mathcal{L}[c_m(t)]$. Faire l'application numérique.