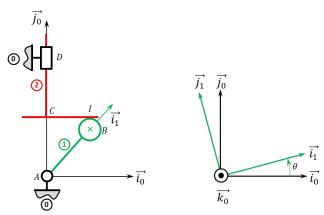
## DDS<sub>2</sub>

## Les ptits devoirs du soir

Xavier Pessoles

## Exercice 169 - Pompe à pistons radiaux \*\* **B2-12** Pas de corrigé pour cet exercice.

Soit le mécanisme suivant. On a  $\overrightarrow{AB} = e \overrightarrow{i_1}$  et  $\overrightarrow{BI} =$  $\overrightarrow{R}_{j_0}$ . De plus, e = 10 mm et R = 20 mm. Le contact entre 1 et 2 en B est maintenu en permanence par un ressort suffisamment raide (non représenté) positionné entre 0 et 2.



**Question 1** Tracer le graphe des liaisons.

Question 2 Retracer le schéma cinématique pour  $\theta(t) = 0$  rad.

**Question 3** Retracer le schéma cinématique pour  $\theta(t) = \frac{\pi}{2} rad.$ 

**Question 4** Retracer le schéma cinématique pour  $\theta(t) = -\frac{\pi}{2}$  rad.

**Question 5** En déduire la course de la pièce 2.

Corrigé voir 169.

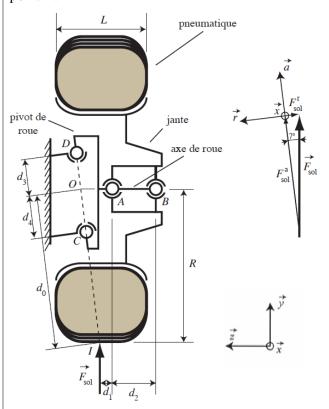
# Exercice 168 - Suspension automobile \*\*

**B2-14** 

C1-05

On s'intéresse à la liaison entre l'axe de la toue et le châssis du véhicule. Les notations adoptées seront les suivantes :  $F_C^a$  (respectivement  $F_C^r$ ,  $F_C^x$ ) désignera la composante suivant  $\overrightarrow{a}$  (respectivement  $\overrightarrow{r}$ ,  $\overrightarrow{x}$ ) de l'effort

extérieur exercé en C. On procédera de même pour le point D.



Question 1 Réaliser le graphe d'analyse en faisant apparaître l'ensemble des actions mécaniques.

Question 2 Peut-on résoudre complètement le système? Pourquoi?

Corrigé voir 168.

## Exercice 167 - Parallélépipède\* B2-10 Pas de corrigé pour cet exercice.

La matrice d'inertie d'un cylindre d'axe  $(G, \overline{k})$  de rayon R et de hauteur H et de masse m est donnée en

son centre d'inertie par 
$$I_G(1) = \begin{pmatrix} A & 0 & 0 \\ 0 & A & 0 \\ 0 & 0 & C \end{pmatrix}_{(\overrightarrow{i}, \overrightarrow{j}, \overrightarrow{k})}$$
 avec

$$A = m\left(\frac{R^2}{4} + \frac{H^2}{12}\right)$$
 et  $C = m\frac{R^2}{2}$ .

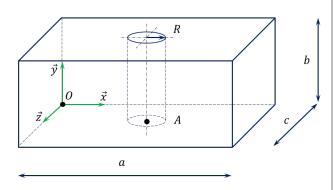
Xavier Pessoles 1



La matrice d'inertie d'un parallélépipède de cotés a, b et c et de masse m est donnée en son centre d'iner-

tie par 
$$I_G(1) = \begin{pmatrix} A & 0 & 0 \\ 0 & B & 0 \\ 0 & 0 & C \end{pmatrix}_{\left(\overrightarrow{i}, \overrightarrow{j}, \overrightarrow{k}\right)}$$
 avec  $A = m \frac{b^2 + c^2}{12}$ ,  $B = m \frac{a^2 + c^2}{12}$ ,  $C = m \frac{a^2 + b^2}{12}$ .

Soit la pièce suivante.



On pose 
$$\overrightarrow{OA} = \frac{a}{2} \overrightarrow{x} + \frac{c}{2} \overrightarrow{z}$$
.

**Question 1** Déterminer la position du centre d'inertie G du solide.

**Question 2** Déterminer la matrice d'inertie du solide en G, en A puis O.

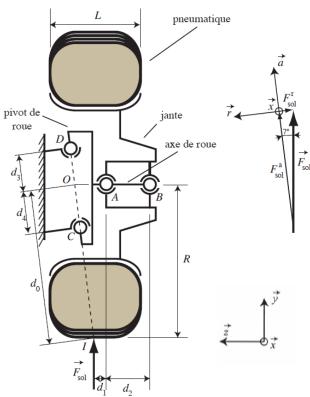
Corrigé voir 167.

## Exercice 166 - Suspension automobile \*\*

Xavier Pessoles

#### C2-07 Pas de corrigé pour cet exercice.

On s'intéresse à la liaison entre l'axe de la toue et le châssis du véhicule. Les notations adoptées seront les suivantes :  $F_C^a$  (respectivement  $F_C^r$ ,  $F_C^x$ ) désignera la composante suivant  $\overrightarrow{a}$  (respectivement  $\overrightarrow{r}$ ,  $\overrightarrow{x}$ ) de l'effort extérieur exercé en C. On procédera de même pour le point D.



**Question 1** Réaliser le graphe des liaisons en faisant apparaître les actions mécaniques. Exprimer les torseurs des actions mécaniques de chacune des liaisons.

**Question 2** En isolant l'ensemble {pneumatique + jante + axe de roue}, écrire les équations issues du principe fondamental de la statique appliqué au point C, en projection sur les axes de la base  $(\overrightarrow{a}, \overrightarrow{r}, \overrightarrow{x})$  en fonction des composantes  $F_{sol}^a$  et  $F_{sol}^r$  et des dimensions  $d_0$ ,  $d_3$  et  $d_4$ .

**Question 3** Résoudre littéralement le système.

Corrigé voir 166.

## Exercice 165 - Parallélépipède percé\*

#### **B2-10** Pas de corrigé pour cet exercice.

La matrice d'inertie d'un cylindre d'axe  $(G, \overrightarrow{k})$  de rayon R et de hauteur H et de masse m est donnée en

son centre d'inertie par 
$$I_G(1) = \begin{pmatrix} A & 0 & 0 \\ 0 & A & 0 \\ 0 & 0 & C \end{pmatrix}_{(\overrightarrow{i}, \overrightarrow{j}, \overrightarrow{k})}$$
 avec

$$A = m\left(\frac{R^2}{4} + \frac{H^2}{12}\right)$$
 et  $C = m\frac{R^2}{2}$ .

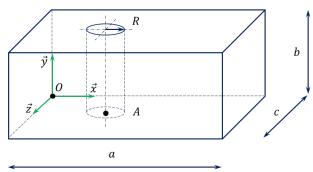
Soit la pièce suivante

2

La matrice d'inertie d'un parallélépipède rectangle de cotés  $a,\ b$  et c et de masse m est donnée en son

centre d'inertie par 
$$I_G(1) = \begin{pmatrix} A & 0 & 0 \\ 0 & B & 0 \\ 0 & 0 & C \end{pmatrix}_{\left(\overrightarrow{i}, \overrightarrow{j}, \overrightarrow{k}\right)}$$
 avec 
$$A = m \frac{b^2 + c^2}{12}, B = m \frac{a^2 + c^2}{12}, C = m \frac{a^2 + b^2}{12}.$$





On pose 
$$\overrightarrow{OA} = \frac{a}{3}\overrightarrow{x} + \frac{c}{2}\overrightarrow{z}$$
.

**Question 1** Déterminer la position du centre d'inertie G du solide.

**Question 2** *Déterminer la matrice d'inertie du solide en G*, *en A puis O*.

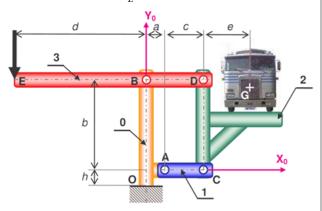
Corrigé voir 165.

#### Exercice 163 - Pèse camion \*\*

## C1-05 Pas de corrigé pour cet exercice.

On considère un bâti  $\mathbf{0}$  auquel est attaché le repère  $\mathcal{R} = (O; \overrightarrow{x_0}; \overrightarrow{y_0}; \overrightarrow{z_0})$ . Le champ de pesanteur est  $g = -g \overrightarrow{y_0}$ . La barre  $\mathbf{1}$  est liée au bâti  $\mathbf{0}$  par une liaison pivot parfaite d'axe  $(A, \overrightarrow{z_0})$ . Le plateau porte camion  $\mathbf{2}$  est lié à la barre  $\mathbf{1}$  par une liaison pivot parfaite d'axe  $(C, \overrightarrow{z_0})$ . Le levier  $\mathbf{3}$  est lié au bâti  $\mathbf{0}$  par une liaison pivot parfaite d'axe  $(B, \overrightarrow{z_0})$ . Ce levier est également lié au plateau  $\mathbf{2}$  par une liaison pivot parfaite d'axe  $(D, \overrightarrow{z_0})$ . Le camion  $\mathbf{4}$ , de centre de masse G et de masse G inconnue, repose sur le plateau  $\mathbf{2}$ . L'action mécanique connue est caractérisée par :

$$\{\text{ext} \to 3\} = \left\{ \begin{array}{c} -F \overrightarrow{y_0} \\ \overrightarrow{0} \end{array} \right\}_E.$$



**Question** 1 *Tracer le graphe de structure. Définir le nombre d'inconnues statiques.* 

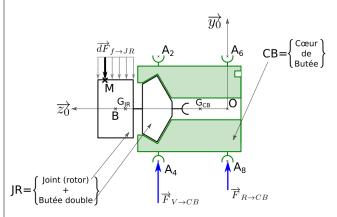
**Question 2** Donner la stratégie permettant de déterminer la valeur de F en fonction de M.

Corrigé voir 163.

#### Exercice 159 - Banc Balafre \*

#### **B2-10** Pas de corrigé pour cet exercice.

La figure suivante représente le paramétrage permettant de modéliser les actions mécaniques s'exerçant sur l'ensemble  $S = \{JR + CB\}$ . On nommera G le centre d'inertie de l'ensemble S.



#### Données et hypohèses

- On note  $\overrightarrow{BM} = z \overrightarrow{z_0} + R_J \overrightarrow{u}(\theta)$  où  $R_J$  est le rayon du joint avec  $R_J = 175$  mm;
- la longueur du joint est  $L_J = 150 \,\mathrm{mm}$ . La position du point B, centre du joint est  $\overrightarrow{OB} = z_B \, \overrightarrow{z_0}$  avec  $z_B = 425 \,\mathrm{mm}$ ;
- Le coeur de butée a une masse  $M_{CB} = 40 \,\mathrm{kg}$  et la position de son centre d'inertie  $G_{CB}$  est paramétrée par  $\overrightarrow{OG_{CB}} = L_{CB} \,\overrightarrow{z_0}$  avec  $L_{CB} = 193 \,\mathrm{mm}$ ;
- L'ensemble  $JR = \{ \text{Joint(rotor)} + \text{Butée double} \}$  a une masse  $M_{JR} = 100\,\text{kg}$  et la position de son centre d'inertie  $G_{JR}$  est paramétrée par  $\overrightarrow{OG_{JR}} = L_{JR} \overrightarrow{z_0}$  avec  $L_{JR} = 390\,\text{mm}$ . On notera  $I_{G_{JR}}(JR) =$

$$\begin{pmatrix} A_{JR} & -F_{JR} & -E_{JR} \\ -F_{JR} & B_{JR} & -D_{JR} \\ -E_{JR} & -D_{JR} & C_{JR} \end{pmatrix}_{\mathscr{B}_{JR}}$$
 la matrice d'inertie de

l'ensemble JR au point  $G_{JR}$  exprimée dans une base  $\mathcal{B}_{JR} = (\overrightarrow{x_{JR}}, \overrightarrow{y_{JR}}, \overrightarrow{z_0})$  liée à JR;

• Les positions des points  $A_4$  et  $A_8$  sont paramétrées par  $\overrightarrow{OA_4} = z_4 \overrightarrow{z_0} - R_{CB} \overrightarrow{y_0}$  et  $\overrightarrow{OA_8} = -R_{CB} \overrightarrow{y_0}$  avec  $z_4 = 280 \, \mathrm{mm}$  et  $R_{CB} = 150 \, \mathrm{mm}$ .

**Question 1** Déterminer l'expression de la coordonnée  $z_G$  de  $\overrightarrow{OG}$  selon  $\overrightarrow{z_0}$ . Faire l'application numérique.

**Question 2** Sachant que l'ensemble JR possède une symétrie de révolution par rapport à  $(O, \overrightarrow{z_0})$ , simplifier la matrice d'inertie  $I_{G_{IR}}(JR)$ .

Corrigé voir 159.



## Exercice 169 - Pompe à pistons radiaux \*\*

## **B2-12** Pas de corrigé pour cet exercice.

**Question 1** Tracer le graphe des liaisons.

**Question 2** Retracer le schéma cinématique pour  $\theta(t) = 0$  rad.

**Question 3** Retracer le schéma cinématique pour  $\theta(t) = \frac{\pi}{2}$  rad.

**Question 4** Retracer le schéma cinématique pour  $\theta(t) = -\frac{\pi}{2}$  rad.

Question 5 En déduire la course de la pièce 2.

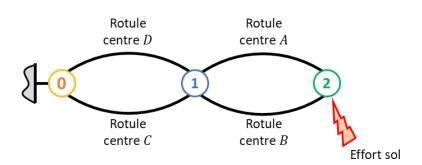
## Exercice 168 - Suspension automobile \*\*

**B2-14** 

C1-05

**Question 1** Réaliser le graphe d'analyse en faisant apparaître l'ensemble des actions mécaniques.

- 1 Pivot de roue
- 2 Jante



Question 2 Peut-on résoudre complètement le système? Pourquoi?

Calculons le degré d'hyperstatisme :

- mobilités : m = 2 (rotations autour de  $\overrightarrow{a}$  et de  $\overrightarrow{z}$ );
- inconnues statiques :  $I_s = 3 \times 4 = 12$ ;
- équations :  $E_s = 2 \times 6 = 12$ .
- $h = m E_s + I_s = 2 12 + 12 = 2$ .

On ne peut donc pas déterminer toutes les actions mécaniques.

### Exercice 167 - Parallélépipède\*

**B2-10** Pas de corrigé pour cet exercice.

**Question 1** Déterminer la position du centre d'inertie G du solide.

**Question 2** Déterminer la matrice d'inertie du solide en G, en A puis O.

#### Exercice 166 - Suspension automobile \*\*

C2-07 Pas de corrigé pour cet exercice.

**Question** 1 Réaliser le graphe des liaisons en faisant apparaître les actions mécaniques. Exprimer les torseurs des actions mécaniques de chacune des liaisons.

**Question 2** En isolant l'ensemble {pneumatique + jante + axe de roue}, écrire les équations issues du principe fondamental de la statique appliqué au point C, en projection sur les axes de la base  $(\overrightarrow{a}, \overrightarrow{r}, \overrightarrow{x})$  en fonction des composantes  $F_{sol}^a$  et  $F_{sol}^r$  et des dimensions  $F_{sol}^a$  et  $F_{sol}^a$  et  $F_{sol}^r$  et des dimensions  $F_{sol}^a$  et  $F_{sol}^a$ 

Xavier Pessoles 4



Question 3 Résoudre littéralement le système.

#### Exercice 165 - Parallélépipède percé\*

B2-10 Pas de corrigé pour cet exercice.

**Question** 1 Déterminer la position du centre d'inertie G du solide.

**Question 2** *Déterminer la matrice d'inertie du solide en G*, *en A puis O*.

#### Exercice 163 - Pèse camion \*\*

C1-05 Pas de corrigé pour cet exercice.

**Question** 1 *Tracer le graphe de structure. Définir le nombre d'inconnues statiques.* 

**Question 2** Donner la stratégie permettant de déterminer la valeur de F en fonction de M.

#### Exercice 159 - Banc Balafre \*

**B2-10** Pas de corrigé pour cet exercice.

## Données et hypohèses

- On note  $\overrightarrow{BM} = z \overrightarrow{z_0} + R_J \overrightarrow{u}(\theta)$  où  $R_J$  est le rayon du joint avec  $R_J = 175 \, \text{mm}$ ;
- la longueur du joint est  $L_I = 150$  mm. La position du point B, centre du joint est  $\overrightarrow{OB} = z_B \overrightarrow{z_0}$  avec  $z_B = 425$  mm;
- Le coeur de butée a une masse  $M_{CB}=40\,\mathrm{kg}$  et la position de son centre d'inertie  $G_{CB}$  est paramétrée par  $\overrightarrow{OG_{CB}}=L_{CB}\overrightarrow{z_0}$  avec  $L_{CB}=193\,\mathrm{mm}$ ;
- L'ensemble  $JR = \{\text{Joint(rotor)} + \text{But\'ee double}\}\$ a une masse  $M_{JR} = 100\,\text{kg}$  et la position de son centre d'inertie

$$G_{JR} \text{ est paramétrée par } \overrightarrow{OG_{JR}} = L_{JR} \overrightarrow{z_0} \text{ avec } L_{JR} = 390 \, \text{mm. On notera } I_{G_{JR}}(JR) = \begin{pmatrix} A_{JR} & -F_{JR} & -E_{JR} \\ -F_{JR} & B_{JR} & -D_{JR} \\ -E_{JR} & -D_{JR} & C_{JR} \end{pmatrix}_{\mathscr{B}_{JR}}$$

la matrice d'inertie de l'ensemble JR au point  $G_{JR}$  exprimée dans une base  $\mathscr{B}_{JR} = (\overrightarrow{x_{JR}}, \overrightarrow{y_{JR}}, \overrightarrow{z_0})$  liée à JR;

• Les positions des points  $A_4$  et  $A_8$  sont paramétrées par  $\overrightarrow{OA_4} = z_4 \overrightarrow{z_0} - R_{CB} \overrightarrow{y_0}$  et  $\overrightarrow{OA_8} = -R_{CB} \overrightarrow{y_0}$  avec  $z_4 = 280 \, \mathrm{mm}$  et  $R_{CB} = 150 \, \mathrm{mm}$ .

**Question** 1 Déterminer l'expression de la coordonnée  $z_G$  de  $\overrightarrow{OG}$  selon  $\overrightarrow{z_0}$ . Faire l'application numérique.

**Question 2** Sachant que l'ensemble JR possède une symétrie de révolution par rapport à  $(O, \overline{z_0})$ , simplifier la matrice d'inertie  $I_{G_{IR}}(JR)$ .

5