

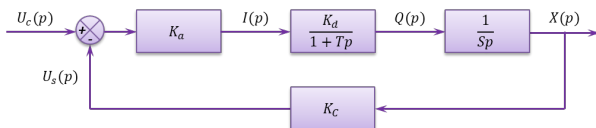
## Exercice 1 – Vérin\*

**B2-07** Pas de corrigé pour cet exercice.

**Question 1** Réaliser le schéma-blocs.

On a :

- $U_c(p) = \frac{1}{K_a} I(p) + U_s(p)$
- $Q(p) = SpX(p)$
- $U_s(p) = K_C \cdot X(p)$
- $F(p) = \frac{Q(p)}{I(p)} = \frac{K_d}{1 + Tp}$

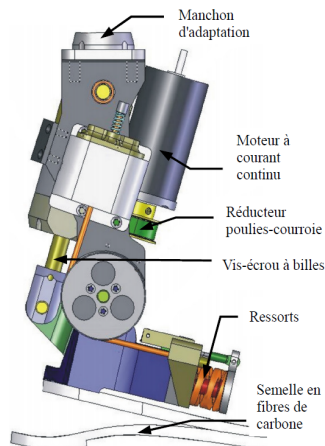


## Exercice 2 – Prothèse active transtibiale\*

**B2-07** Pas de corrigé pour cet exercice.

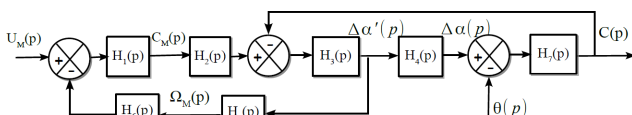
### Présentation

Des ingénieurs du M.I.T. ont mis au point une prothèse active transtibiale capable de proposer un comportement similaire à celui des membres non amputés. On étudie dans ce sujet le prototype initial qui a permis de valider la pertinence d'une telle prothèse active.



L'actionneur de la prothèse est un moteur à courant continu alimenté par une batterie rechargeable de 16 Volts. L'énergie mécanique est transmise par un réducteur de type poulies-courroie suivi d'un système vis-écrou qui adapte cette énergie mécanique pour la prothèse (ensemble de liaisons entre le pied artificiel constitué d'une semelle en fibres de carbone et le manchon ou tibia artificiel). Des ressorts permettent d'ajuster également l'énergie mécanique fournie au pied artificiel. L'effort exercé par les ressorts est directement relié au couple exercé par l'actionneur.

On peut modéliser la chaîne d'énergie de la façon suivante :



Les grandeurs temporelles sont les suivantes :

- $u_M$  tension d'alimentation du moteur (V) ;
- $C_M$  couple exercé par le moteur (Nm) ;
- $\omega_M$  vitesse angulaire du moteur ( $\text{rad s}^{-1}$ ) ;
- $\alpha$  angle de rotation du basculeur (rad) tel que  $\alpha = \alpha_r + \Delta\alpha$  où  $\alpha_r$  est la position repos et  $\Delta\alpha$  est la variation angulaire autour de la position repos. On a alors :  $\frac{d\alpha}{dt} = \frac{d\Delta\alpha}{dt}$ . On note  $\Delta\alpha'(p)$  la transformée de Laplace de  $\frac{d\Delta\alpha}{dt}$  ;
- $\theta$  angle de rotation du pied (rad) tel que  $\theta = 0 \text{ rad}$  pour la position repos ;
- $C$  couple exercé par le pied (Nm).

On note en majuscule, lorsque cela est possible, les variables associées aux grandeurs temporelles dans le domaine symbolique.

### Comportement dynamique de la prothèse

**Objectif** L'objectif de cette partie est d'établir les équations de comportement dynamique de la prothèse autour de la position de repos lors des phases d'appui et oscillante. Ces équations permettront de compléter le schéma-blocs de la chaîne d'énergie.

On donne l'équation différentielle linéarisée suivante qui caractérise le comportement dynamique de la prothèse :  $J_M \frac{d^2 \Delta\alpha(t)}{dt^2} + \mu_m \frac{d\Delta\alpha(t)}{dt} = C_M(t)R_T - C(t)R_T^2$  avec  $R_T = \frac{1}{145}$ .

Le moteur électrique est régi par les équations électriques et de couplage électromécanique :

- $u_M(t) = Ri(t) + e(t)$  avec  $i(t)$  courant moteur et  $e(t)$  fcm ;
- $e(t) = k_c \omega_M(t)$  avec  $\omega_M(t)$  vitesse angulaire du rotor du moteur par rapport au stator ;
- $C_M(t) = k_c i(t)$ .

**Question 1** À partir des équations caractérisant le système, déterminer les expressions littérales des fonctions de transfert  $H_1(p)$ ,  $H_2(p)$ ,  $H_3(p)$  et  $H_6(p)$ .

**Correction** On a d'une part,  $C_M(p) = H_1(p)(U_M(p) - \Omega_M(p))$ .

D'autre part, en utilisant les deux équations du moteur électrique, on a  $U_M(p) = RI(p) + E(p)$  et  $E(p) = k_c \Omega_M(p)$  soit  $U_M(p) = RI(p) + k_c \Omega_M(p)$ . De plus  $C_M(p) = k_c I(p)$ ; donc  $U_M(p) = R \frac{C_M(p)}{k_c} + k_c \Omega_M(p)$ . Par

suite,  $C_M(p) = \frac{k_c}{R} (U_M(p) - k_c \Omega_M(p))$ .

En identifiant, on a donc  $H_1(p) = \frac{k_c}{R}$  et  $H_6(p) = k_c$ .

D'après le schéma-blocs,

$\Delta\alpha(p) = (C(p) - C_M(p)H_2(p))H_3(p)H_4(p)$  soit

En utilisant l'équation différentielle caractéristique du comportement de la prothèse, on a :

$$J_M p^2 \Delta\alpha(p) + \mu_m p \Delta\alpha(p) = C_M(p)R_T - C(p)R_T^2 \Leftrightarrow \Delta\alpha(p)(J_M p^2 + \mu_m p) = C_M(p)R_T - C(p)R_T^2$$

$$\Leftrightarrow \Delta\alpha(p) = \frac{R_T^2}{J_M p^2 + \mu_m p} \left( \frac{C_M(p)}{R_T} - C(p) \right).$$

$$\text{Or, } \Delta\alpha(p) = \frac{1}{p} \Delta\alpha'(p); \text{ donc } H_4(p) = \frac{1}{p}.$$

Au final,  $H_3(p) = \frac{R_T^2}{J_M p + \mu_m}$  et  $H_2(p) = R_T$ .

On a par ailleurs  $H_4(p) = \frac{1}{p}$ ,  $H_5(p) = \frac{1}{R_T}$  et  $H_7(p) = k_{RS}d_0^2$  ( $k_{RS} = 1200 \times 10^3 \text{ N m}^{-1}$  raideur équivalente du ressort et  $d_0 = 0,035 \text{ m}$ ).

On considère que  $\theta(p) = 0$ .

**Question 2** Déterminer la fonction de transfert en boucle fermée  $FTBF(p) = \frac{C(p)}{U_M(p)}$ .

## Correction

## Contrôler le processus lors de la phase d'appui

**Objectif** La gestion des modes de commande permet de définir les séquences où l'asservissement s'effectue en position et celles où l'asservissement s'effectue en couple. L'objectif de cette partie est de définir l'asservissement en couple et d'analyser les performances de cet asservissement.

## Mise en place de l'asservissement en couple

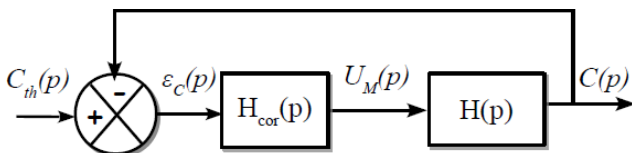
**Question 3** Compléter le schéma-blocs afin de mettre en place l'asservissement en couple. Proposer une expression de  $K_A$  permettant de réaliser un asservissement correct.

## Correction



## Analyse des performances de l'asservissement en couple

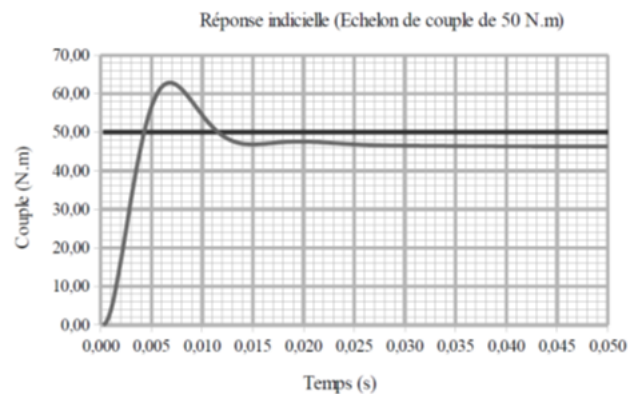
Le schéma-blocs de l'asservissement en couple peut être simplifié par le schéma-blocs suivant avec  $H(p) = \frac{a_0}{1 + a_1 p + a_2 p^2}$  où  $a_0 = 2,9 \text{ NmV}^{-1}$ ,  $a_1 = \frac{26}{4356} \text{ s}$  et  $a_2 = \frac{1}{4356} \text{ s}^2$  et  $H_{\text{cor}}(p) = H_c(p) K_{\text{amp}} K_A$ .



**Objectif** L'objectif est de déterminer une correction  $H_{\text{cor}}(p)$  qui permette de respecter le cahier des charges rappelé ci-après.

Critères	Valeur
Rapidité (temps de réponse à 5%)	$t_{r5\%} < 0,1 \text{ s}$
Précision pour une entrée en échelon (écart normalisé par la valeur de l'échelon)	10 % maxi

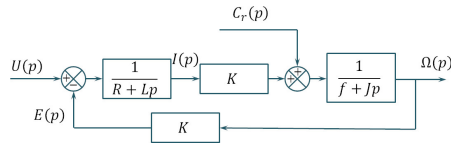
À l'aide des courbes, valider l'ensemble des critères du cahier des charges en justifiant clairement vos réponses.



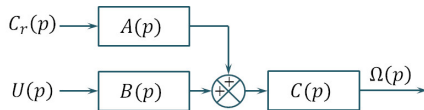
### Exercice 3 – Moteur à courant continu\*

B2-07

**Question 1** Réaliser le schéma-blocs.



**Question 2** Mettre le schéma-blocs sous la forme suivante.



En utilisant le schéma-blocs proposé, on a  $\Omega(p) = (C_r(p)A(p) + U(p)B(p))C(p)$ .

$$\text{D'autre part, } \Omega(p) = \left( C_r(p) + \frac{K}{R+Lp} (U(p) - K\Omega(p)) \right) \frac{1}{f+Jp}.$$

$$\text{On a donc } (f+Jp)\Omega(p) = C_r(p) + U(p) \frac{K}{R+Lp}$$

$$\Leftrightarrow (f+Jp)\Omega(p) + \frac{K^2}{R+Lp}\Omega(p) = C_r(p) + U(p) \frac{K}{R+Lp}$$

$$\Leftrightarrow \left( (f+Jp) + \frac{K^2}{R+Lp} \right) \Omega(p) = C_r(p) + U(p) \frac{K}{R+Lp}$$

$$\Leftrightarrow \frac{K^2 + (f+Jp)(R+Lp)}{R+Lp} \Omega(p) = C_r(p) + U(p) \frac{K}{R+Lp}$$

$$\Leftrightarrow \Omega(p) = \left( C_r(p) + U(p) \frac{K}{R+Lp} \right) \frac{R+Lp}{K^2 + (f+Jp)(R+Lp)}.$$

Dés lors plusieurs schéma-blocs peuvent répondre à la question. Par exemple,  $A(p) = 1$ ,  $B(p) = \frac{K}{R+Lp}$ ,

$$C(p) = \frac{R+Lp}{K^2 + (f+Jp)(R+Lp)}.$$

En poursuivant, on a aussi :  $\Omega(p) = (C_r(p)(R+Lp) + U(p)K) \frac{1}{K^2 + (f+Jp)(R+Lp)}$ .

On a donc aussi,  $A(p) = R+Lp$ ,  $B(p) = K$ ,  $C(p) = \frac{1}{K^2 + (f+Jp)(R+Lp)}$ .

### Exercice 4 – Conception de la commande d'un robot chirurgical\*

B2-07 Pas de corrigé pour cet exercice.

#### Présentation du système

Le mouvement de l'axe 1 est régi par l'équation suivante :  $\Delta C_1(t) = J \frac{d^2 \Delta \theta_1(t)}{dt^2} - k_1 \frac{r'_9}{r_0} h_2 \Delta F_x(t)$  avec  $J = 1,98 \times 10^{-5} \text{ kg m}^2$ ,  $k_1 \frac{r'_9}{r_0} = 0,00717$ ,  $h_2 = 0,2 \text{ m}$ .

Le couple moteur  $\Delta C_1(t)$  est fourni par une machine à courant continu modélisée par les équations suivantes :  $u_1(t) = L \frac{di_1(t)}{dt} + R i_1(t) + e_1(t)$ ,  $e_1(t) = k_e \frac{d\Delta \theta_1(t)}{dt}$ ,

$\Delta C_1(t) = k_t i_1(t)$  avec  $u_1(t)$  la tension aux bornes du moteur,  $i_1(t)$  l'intensité traversant le moteur et  $e_1(t)$  la force contre électromotrice, avec  $R = 2,08 \Omega$ ,  $k_t = 0,0525 \text{ N mA}^{-1}$  et  $k_e = 0,0525 \text{ V s rad}^{-1}$ .

On fait l'hypothèse que l'influence de l'inductance  $L$  est négligeable sur les performances attendues, soit  $L = 0$ .

La consigne est notée  $\Delta \theta_{c1}(t)$ . Le cahier des charges sélectif conduit à choisir un correcteur associant une anticipation (via la présence de  $\sigma_4$  dans la relation suivante) et une correction PID. La tension de commande du moteur est donnée par :  $U_1(p) = (\Delta \theta_{c1}(p) - \Delta \theta_1(p)) \left( \sigma_1 + \frac{\sigma_2}{p} \right) - \sigma_3 p \Delta \theta_1(p) + \sigma_4 \Delta \theta_{c1}(p)$  avec  $\Delta \theta_{c1}(p)$  la consigne de position angulaire exprimée dans le domaine symbolique.

**Question 1** Compléter le schéma-blocs.

**Correction** En utilisant l'équation de mouvement de l'axe 1, on a :  $\Delta C_1(p) = J p^2 \Delta \theta_1(p) - k_1 \frac{r'_9}{r_0} h_2 \Delta F_x(p)$

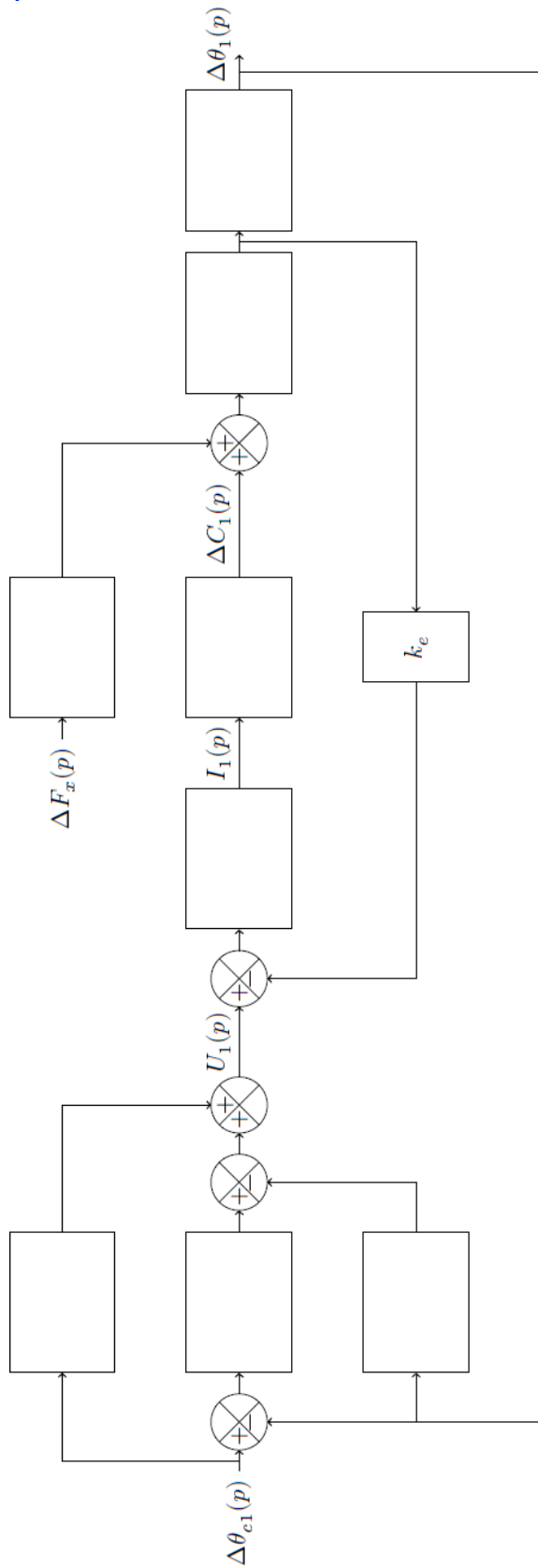
Pour la suite, on considère la perturbation nulle ( $\Delta F_x(p) = 0$ ).

**Question 2** À partir de ce schéma-blocs, en notant  $H_{processus} = \frac{\Delta \theta_1(p)}{U_1(p)} = \frac{K}{p(1+\tau p)}$ , exprimer  $K$  et  $\tau$  en fonction des données de l'énoncé.

**Correction**

**Question 3** Exprimer la fonction de transfert en boucle fermée, sous sa forme canonique, notée  $B_F(p) = \frac{\Delta \theta_1(p)}{\Delta \theta_{c1}(p)}$  en fonction de  $K$ ,  $\tau$ ,  $\sigma_1$ ,  $\sigma_2$ ,  $\sigma_3$  et  $\sigma_4$ .

**Correction**



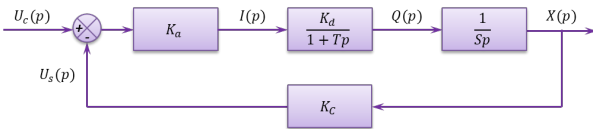
## Exercice 5 – Vérin\*

**B2-07** Pas de corrigé pour cet exercice.

**Question 1** Réaliser le schéma-blocs.

On a :

- $U_c(p) = \frac{1}{K_a} I(p) + U_s(p)$
- $Q(p) = SpX(p)$
- $U_s(p) = K_C \cdot X(p)$
- $F(p) = \frac{Q(p)}{I(p)} = \frac{K_d}{1 + Tp}$



## Exercice 6 – Tuyère à ouverture variable\*

**B2-07** Pas de corrigé pour cet exercice.

### Présentation du système

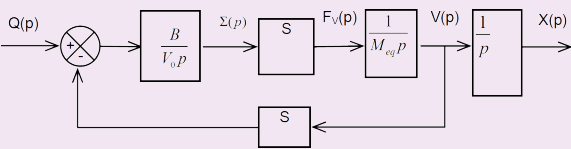
**Objectif** On souhaite vérifier que le système permet de respecter le cahier des charges suivant :

- temps de réponse à 5% : 4 s au maximum ;
- précision : l'erreur statique doit être nulle ;
- précision : l'erreur de traînage doit être inférieure à 1 mm pour une consigne de 25 mm s<sup>-1</sup>.

### Modélisation du comportement du vérin – hypothèse fluide compressible

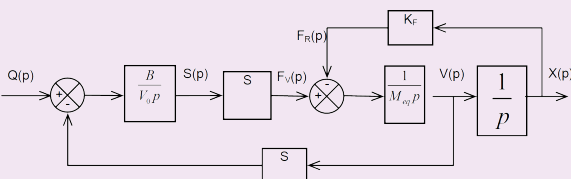
**Question 1** À partir des équations, compléter le schéma-blocs en indiquant les fonctions de transferts de chaque bloc.

**Correction**



**Question 2** Modifier le schéma-blocs précédent pour intégrer l'effort résistant.

**Correction**



**Question 3** Donner l'expression de la fonction de transfert du vérin  $H_V(p) = \frac{X(p)}{Q(p)}$ . On donnera le résultat

sous la forme  $H_V(p) = \frac{K_V}{p(1 + a_2 p^2)}$  en précisant les expressions de  $K_V$  et  $a_2$ .

**Correction**

$$H_{BF}(p) = \frac{X(p)}{X_{ref}(p)} = \frac{K_c K_p K_u K_D \frac{K_V}{p(1 + a_2 p^2)}}{1 + K_c K_p K_u K_D \frac{K_V}{p(1 + a_2 p^2)}}$$

$$H_{BF}(p) = \frac{1}{1 + \frac{p(1 + a_2 p^2)}{K_c K_p K_u K_D K_V}}$$

$$H_{BF}(p) = \frac{1}{1 + \frac{p}{K_c K_p K_u K_D K_V} + \frac{a_2}{K_c K_p K_u K_D K_V} p^3}$$

### Validation du comportement du vérin

**Question 4** Donner l'expression de la forme canonique de la fonction de transfert en boucle fermée  $H_{BF}(p) = \frac{X(p)}{X_{ref}(p)}$ . On donnera le résultat en fonction de  $K_C$ ,  $K_U$ ,  $K_D$ ,  $K_p$ ,  $K_V$  et  $a_2$ .

**Correction**

$$H_{BF}(p) = \frac{X(p)}{X_{ref}(p)} = \frac{K_c K_p K_u K_D \frac{K_V}{p(1 + a_2 p^2)}}{1 + K_c K_p K_u K_D \frac{K_V}{p(1 + a_2 p^2)}}$$

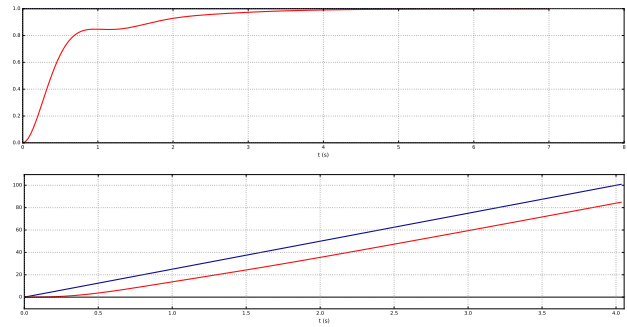
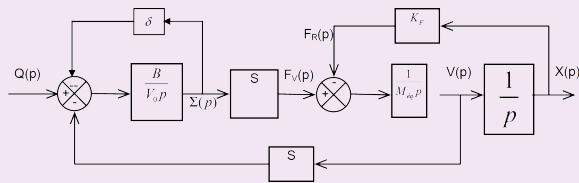
$$H_{BF}(p) = \frac{1}{1 + \frac{p(1 + a_2 p^2)}{K_c K_p K_u K_D K_V}}$$

$$H_{BF}(p) = \frac{1}{1 + \frac{p}{K_c K_p K_u K_D K_V} + \frac{a_2}{K_c K_p K_u K_D K_V} p^3}$$

### Prise en compte du débit de fuite

**Question 5** Modifier le schéma-blocs précédent pour intégrer le débit de fuite.

**Correction**



**Question 6** Donner l'expression de la fonction de transfert du vérin  $H_V(p) = \frac{X(p)}{Q(p)}$ . On donnera le résultat sous la forme  $H_V(p) = \frac{K_V}{p(1 + a_1 p + a_2 p^2 + a_3 p^3)}$  en précisant les expressions de  $K_V$ ,  $a_1$ ,  $a_2$  et  $a_3$ .

**Correction**

$$H_{B1}(p) = \frac{\frac{B}{V_0 p}}{1 + \frac{\delta B}{V_0 p}} = \frac{\frac{1}{\delta}}{1 + \frac{V_0}{\delta B} p}$$

$$H_v(p) = \frac{\frac{B}{\delta B + V_0 p} S}{1 + \frac{B}{\delta B + V_0 p} S^2} \frac{1}{K_F + M_{eq} p^2}$$

$$H_v(p) = \frac{BS}{(\delta B + V_0 p)(K_F + M_{eq} p^2) + BS^2 p}$$

$$H_v(p) = \frac{BS}{\delta BK_F + K_F V_0 p + \delta B M_{eq} p^2 + V_0 M_{eq} p^3 + BS^2 p}$$

$$H_v(p) = \frac{\frac{S}{\delta K_F}}{1 + \frac{K_F V_0 + BS^2}{\delta BK_F} p + \frac{M_{eq}}{K_F} p^2 + \frac{V_0 M_{eq}}{\delta BK_F} p^3}$$

$$K_v = \frac{S}{\delta K_F}$$

$$a_1 = \frac{K_F V_0 + BS^2}{\delta BK_F}$$

$$a_2 = \frac{M_{eq}}{K_F}$$

$$a_3 = \frac{V_0 M_{eq}}{\delta BK_F}$$

**Retour sur le cahier des charges**

On donne la réponse à un échelon et à une rampe de pente  $25 \text{ mm s}^{-1}$ .

**Question 7** Le cahier des charges est-il vérifié?



## Exercice 7 – Véhicule à trois roues Clever\*

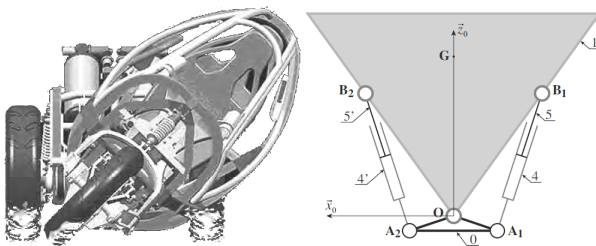
**B2-07** Pas de corrigé pour cet exercice.

### Présentation du système

Le Clever est un démonstrateur technologique développé par un tissu d'industriels européens. Clever est la contraction de Compact Low Emission VEHICLE for uRban tRansportation (véhicule compacte à faibles émissions pour le transport urbain) car, avec une consommation de seulement 2,5 L/100 km, il s'annonce très écologique.

L'habitacle peut s'incliner grâce à un système constitué

- d'un calculateur qui détermine le mouvement et la position à donner à l'habitacle en fonction des conditions d'utilisation;
- d'un système hydro-mécanique de transmission de puissance et d'adaptation de mouvement;
- d'un système de contrôle de l'inclinaison de l'habitacle.



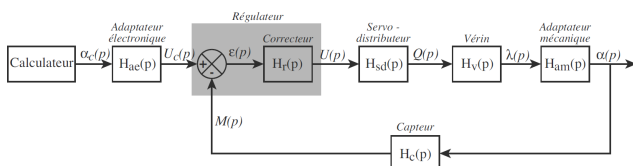
**Objectif** L'objectif est que le mouvement de l'habitacle soit contrôlé :

- écart statique : 0°;
- écart de traînage pour une entrée en rampe unitaire : 0°;
- temps de réponse à 5% : inférieur à 0,1 s.

### Modélisation du servo-distributeur et du vérin

L'orientation de l'habitacle est contrôlée par un asservissement de la position angulaire. L'architecture de cet asservissement est représentée par le schéma-blocs de la figure suivante.

On modélise le comportement du servo-distributeur par un gain pur noté  $K_s$  et le capteur par  $H_c(p) = C$  avec  $C = 1 \text{ V rad}^{-1}$ . L'adaptateur mécanique a un comportement linéaire sur l'intervalle d'utilisation. On a donc  $H_{am}(p) = R$  ( $R = 7 \text{ rad m}^{-1}$ ). Enfin, on considère que  $H_r(p) = 1$ .



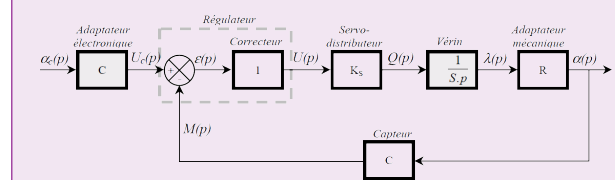
À ce stade de l'étude, le modèle de comportement du fluide correspond à un comportement incompressible. L'équation caractérisant le comportement du vérin est alors :  $q(t) = S\dot{\lambda}(t)$  où :

- $S$  représente la section utile du vérin en sortie de tige (diamètre 32 mm);

- $q$  est le débit en entrée de vérin;
- $v(t) = \dot{\lambda}(t) = \frac{d\lambda(t)}{dt}$  est la vitesse de translation de la tige du vérin par rapport au corps.

**Question 1** Donner l'expression de la fonction de transfert du vérin  $H_{V1}(p)$  (telle que  $\lambda(p) = H_{V1}(p)Q(p)$ ) et compléter le schéma-bloc associé à la modélisation actuelle du système.

### Correction



**Question 2** Déterminer la fonction de transfert en boucle fermée  $FTBF_1$  (telle que  $\alpha(p) = FTBF_1(p)\alpha_c(p)$ ) du système bouclé. Mettre  $FTBF_1(p)$  sous la forme  $\frac{K_1}{1 + \tau_1 p}$  en précisant les expressions de  $K_1$  et de  $\tau_1$ .

### Correction

$$FTBF_1(p) = \frac{C \frac{K_s R}{S \cdot p}}{1 + C \frac{K_s R}{S \cdot p}} = \frac{C K_s R}{S \cdot p + C K_s R} = \frac{1}{1 + \frac{S}{C K_s R} \cdot p}$$

**Question 3** À partir du critère de temps de réponse à 5% ( $t_{r5\%}$ ) du système, déterminer l'expression puis la valeur numérique minimale du gain du servo-distributeur.

### Correction

$$t_{r5\%} = \frac{3 \cdot S}{C K_s R} \text{ soit pour avoir } t_{r5\%} \leq 0,1 \text{ s} = t_0 \text{ il faut que :}$$

$$K_s > \frac{3 \cdot S}{C R t_0} = \frac{3 \times \pi \times 16^2 \times 10^{-6}}{1 \times \frac{\pi}{180} \times 400 \times 0,1} = 3 \times 18 \times 4 \times 16 \times 10^{-6} = 3,456 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3 \text{ s}^{-1} \text{ V}^{-1}$$

### Modélisation du comportement du vérin avec fluide compressible et du comportement dynamique du mécanisme

La compressibilité du fluide étant prise en compte dans le modèle, l'évolution du débit est une fonction du déplacement mais aussi de la pression sous la forme de la relation (1). L'effort exercé par le vérin en sortie de tige est décrit par la relation (2).

$$q(t) = S\dot{\lambda}(t) + \frac{V_0}{B} \dot{p}_r(t) \quad (1) \quad F_V(t) = S p_r(t) \quad (2)$$

où :

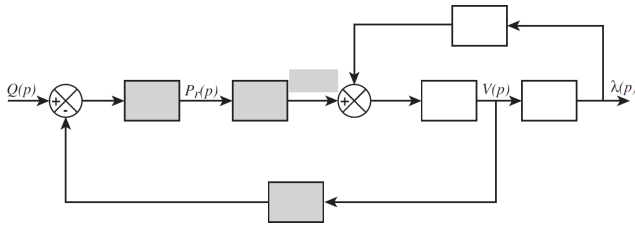
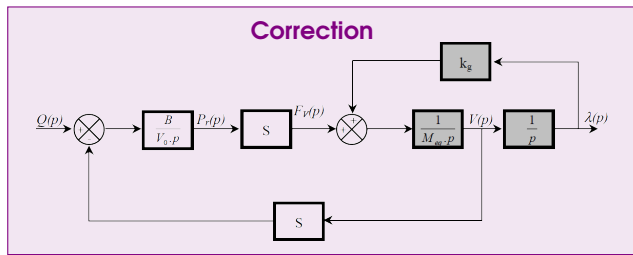
- $p_r(t)$  : pression utile dans le vérin;



- $V_0$  : volume caractéristique moyen de fluide contenu dans le vérin et les durites,  $V_0 = 2,5 \times 10^5 \text{ m}^3$ ;
- $B$  : coefficient de compressibilité du fluide,  $B = 109 \text{ Pa}$ ;
- $F_v(t)$  : effort développé par le vérin en sortie de tige;
- $S$  : section utile du vérin en sortie de tige.

Par ailleurs,  $F_v(t) + k_g \lambda(t) = m_{eq} \ddot{\lambda}(t)$  avec  $m_{eq}$  la masse équivalente du système,  $k_g$  une constante,  $\lambda(t)$  le déploiement des vérins.

**Question 4** Appliquer la transformation de Laplace aux équations précédentes et compléter le schéma-blocs.



### Analyse du comportement global

**Question 5** Donner l'expression de la fonction de transfert en boucle fermée du vérin  $H_{V2}$  (telle que  $\lambda(p) = H_{V2}Q(p)$ ) et préciser les expressions des coefficients  $K_V$  et  $\omega_V$  de sa forme canonique :  $H_{V2}(p) = \frac{K_V}{p \left( 1 + \frac{p^2}{\omega_V^2} \right)}$ .

**Correction**

$$H_{V2}(p) = \frac{\frac{BS}{V_0 \cdot p} \cdot \frac{1}{1 - k_g \cdot \frac{1}{M_{eq} \cdot p^2}}}{1 + \frac{BS^2}{V_0 \cdot M_{eq} \cdot p^2} - k_g} = \frac{BS}{V_0 \cdot p (M_{eq} \cdot p^2 - k_g) + BS^2 \cdot p} = \frac{BS}{p \left( 1 + \frac{V_0 \cdot M_{eq}}{BS^2 - V_0 \cdot k_g} \cdot p^2 \right)}$$

$$H_{V2}(p) = \frac{BS}{p \left( 1 + \frac{V_0 \cdot M_{eq}}{BS^2 - V_0 \cdot k_g} \cdot p^2 \right)}$$

$$K_V = \frac{BS}{BS^2 - V_0 \cdot k_g}$$

$$\omega_V = \left( \frac{BS^2 - V_0 \cdot k_g}{V_0 \cdot M_{eq}} \right)^{\frac{1}{2}}$$

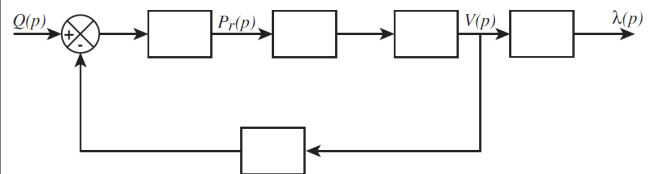
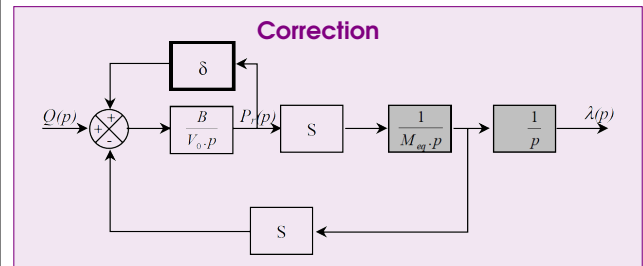
$k_g$  peut maintenant être négligé.

### Modélisation du comportement dynamique avec prise en compte d'un débit de fuite

Pour pallier le problème de stabilité du modèle précédemment établi, une solution possible consiste à introduire un débit de fuite au niveau du vérin. Celui-ci a pour effet de réduire artificiellement le débit réel entrant dans le vérin en fonction de la pression utile. L'expression

du débit est alors :  $q(t) = S\dot{\lambda}(t) + \frac{V_0}{B}\dot{p}_r(t) - \delta p_r(t)$  où  $\delta$  représente le coefficient de débit de fuite.

**Question 6** Proposer une modification du schéma-bloc donné afin de prendre en compte le débit de fuite.



**Question 7** Déterminer l'expression de la fonction de transfert  $H_{V3}$  (telle que  $\lambda(p) = H_{V3}Q(p)$ ) associée au comportement dynamique du vérin ainsi modélisé. On donnera le résultat sous la forme suivante :  $H_{V3}(p) = \frac{K_V}{p \left( 1 + a_1 p + \frac{p^2}{\omega_V^2} \right)}$ . Donner l'expression de  $a_1$  en fonction de  $M_{eq}$ ,  $\delta$  et  $S$  et déterminer l'expression du coefficient d'amortissement  $\xi_V$  du second ordre en fonction de  $M_{eq}$ ,  $\delta$ ,  $S$ ,  $B$  et  $V_0$ .

**Correction**

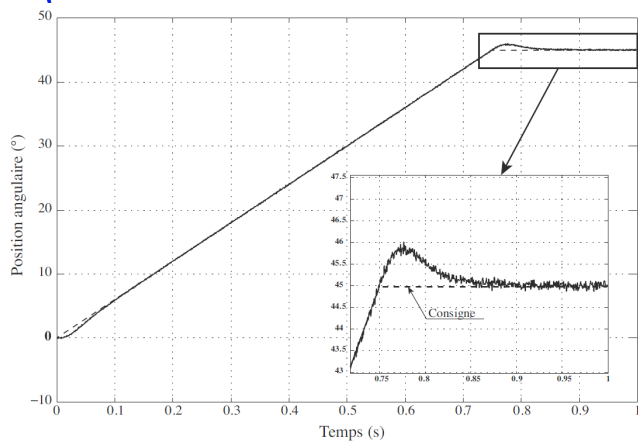
$$Q(p) = S\dot{\lambda}(p) + \frac{V_0}{B}p \cdot P_r(p) - \delta P_r(p)$$

$$H_{V3}(p) = \frac{\frac{BS}{V_0 \cdot p} \cdot \frac{1}{1 - B\delta \cdot \frac{1}{M_{eq} \cdot p}}}{1 + \frac{BS^2}{V_0 \cdot M_{eq} \cdot p^2} - \frac{BS^2}{V_0 \cdot p}} = \frac{BS}{(V_0 \cdot p - B\delta) \cdot M_{eq} \cdot p^2 + BS^2 \cdot p} = \frac{\frac{1}{S}}{p \left( 1 - \frac{\delta \cdot M_{eq}}{S^2} \cdot p + \frac{V_0 \cdot M_{eq}}{BS^2} \cdot p^2 \right)}$$

$$\frac{2\xi_V}{\omega_V} = -\frac{\delta \cdot M_{eq}}{S^2} \text{ et } \omega_V = \left( \frac{BS^2}{V_0 \cdot M_{eq}} \right)^{\frac{1}{2}} \text{ soit } \xi_V = \frac{1}{2} \frac{\delta \cdot M_{eq}}{S^2} \left( \frac{BS^2}{V_0 \cdot M_{eq}} \right)^{\frac{1}{2}} = -\frac{1}{2} \delta \left( \frac{BM_{eq}}{V_0 \cdot S^2} \right)^{\frac{1}{2}}$$

### Retour sur le cahier des charges

Le régulateur étant a priori optimisé, on réalise un essai de validation du comportement temporel de l'inclinaison de l'habitacle, le véhicule étant à l'arrêt. Le calculateur envoie un signal de consigne représentant l'évolution de la position angulaire souhaitée (de 0 à 45° en 0,75 s).



**Question 8** Quels sont les critères du cahier des charges validés?

### Correction

- Ecart de traînage = 0  $\Rightarrow$  validé
- Ecart dynamique (dépassement pour entrée en trapèze) =  $0,8^\circ \Rightarrow$  validé
- Temps de réponse lié à la bande passante et l'amortissement  $\Rightarrow$  validé (ne peut pas être lu sur une entrée en trapèze).