

## DDS 2

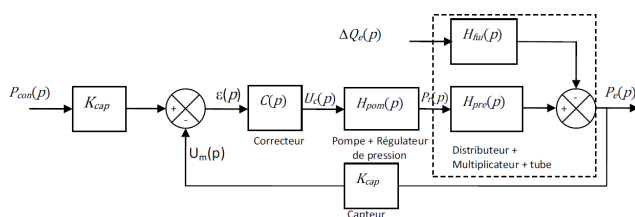
Les p'tits devoirs du soir  
Xavier Pessoles

## Exercice 181 – Banc hydraulique \*

C2-03

## Pas de corrigé pour cet exercice.

Pour limiter l'erreur statique due aux fuites, on envisage d'asservir la pression d'eau dans le tube. La pression d'eau à l'intérieur du tube est mesurée par un capteur de pression.



- $P_{con}(p)$  : pression de consigne d'eau dans le tube (Pa)  
 $P_e(p)$  : pression d'eau dans le tube (Pa)  
 $U_c(p)$  : tension de commande du régulateur de pression (V)  
 $P_r(p)$  : pression d'huile régulée (Pa)  
 $\Delta Q_e(p)$  : débit de fuite ( $\text{m}^3\text{s}^{-1}$ )  
 $U_m(p)$  : tension de mesure du capteur (V)

## Hypothèses

- L'ensemble de mise sous pression tube + distributeur + multiplicateur de pression est défini par les transmittances suivantes :  $H_{pre}(p) = \frac{K_m}{1 + T_1 p}$  et  $H_{fui}(p) = \frac{K_f}{1 + T_1 p}$  avec  $K_m = 3,24$ ;  $K_f = 2,55 \times 10^{10} \text{ Pa m}^{-3} \text{ s}$ ;  $T_1 = 10 \text{ s}$ .
- L'ensemble pompe + régulateur de pression est modélisé par la fonction de transfert :  $H_{pom}(p) = \frac{K_{pom}}{1 + T_2 p}$  avec  $K_{pom} = 1,234 \times 10^7 \text{ Pa/V}$ ;  $T_2 = 5 \text{ s}$ .
- Le capteur est modélisé par un gain pur :  $K_{cap} = 2,5 \times 10^{-8} \text{ V/Pa}$ .

La pression de consigne est de  $P_{con} = 800 \text{ bars}$  et les débits de fuite sont estimés à  $\Delta Q_e = 5 \times 10^{-4} \text{ m}^3/\text{s}$ .

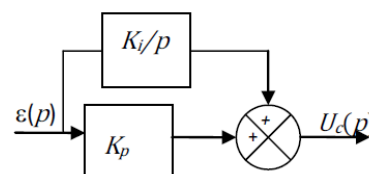
Le cahier des charges concernant le réglage de la pression de test est le suivant.

Stabilité :	marge de phase de $60^\circ$ marge de gain de 12 dB
Rapidité :	temps d'établissement $t_e < 40 \text{ s}$ (voir remarque ci-dessous)
Précision :	erreur statique $< 5\%$ soit pour une consigne de 800 bars : erreur statique due à la consigne : $\varepsilon_{con} < 5\%$ erreur statique due à la perturbation $\varepsilon_{pert} < 40 \text{ bars}$
Amortissement :	pas de dépassement

Dans le cas d'un système bouclé convenablement amorti, on pourra utiliser, sans aucune justification, la relation :  $t_e \cdot \omega_{0\text{dB}} = 3$  où  $\omega_{0\text{dB}}$  désigne la pulsation de coupure à 0 dB en boucle ouverte et  $t_e$  le temps d'établissement en boucle fermée vis-à-vis d'un échelon de consigne :

- $t_e = t_m$ , temps du 1er maximum si le dépassement est supérieur à 5 %,
- $t_e = t_R$ , temps de réponse à 5 % si le dépassement est nul ou inférieur à 5 %.

On se propose de corriger le système avec le correcteur défini sur le schéma bloc ci-dessous.



**Question 1** Déterminer la fonction de transfert  $C(p)$  de ce correcteur.

**Question 2** Tracer l'allure de son diagramme de Bode en fonction des coefficients  $K_i$  et  $K_p$ .

**Question 3** Quelle est l'influence d'un tel correcteur sur la précision et la stabilité ? Justifier.

**Question 4** Quelle valeur faut-il donner à  $\omega_{0\text{dB}}$  pour répondre au critère de rapidité du cahier des charges ?

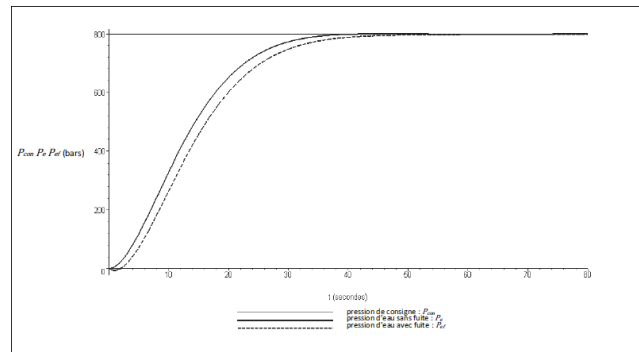
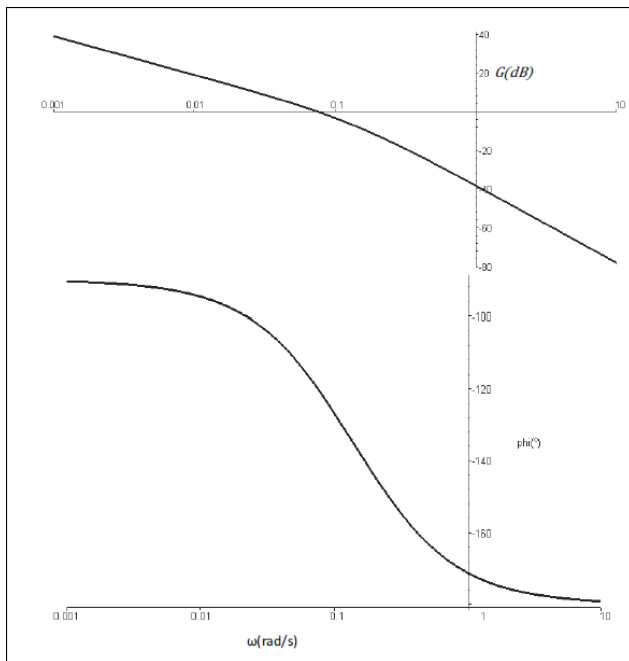
**Question 5** Déterminer analytiquement le rapport

$T = \frac{K_p}{K_i}$  pour obtenir la marge de phase spécifiée dans le cahier des charges.

**Question 6** En déduire les valeurs de  $K_i$  et  $K_p$  qui permettent de régler rapidité et marge de phase.

On donne les diagrammes de Bode en gain et en phase de la fonction de transfert en boucle ouverte corrigée avec le correcteur Proportionnel Intégral déterminé précédemment. On donne sa réponse temporelle avec et sans débit de fuite pour une pression de consigne d'eau de 800 bars.

**Question 7** La réponse du système est-elle satisfaisante au regard du cahier des charges ? Justifier.



Éléments de corrigé :

1.  $C(p) = K_i \frac{1 + p \frac{K_p}{K_i}}{p}$ .
2. .
3. .
4.  $T = 6,79$ .
5.  $K_i = 0,05$  et  $K_p = 0,34$  (à vérifier).

Corrigé voir ??.

## Exercice 181 – Banc hydraulique ★

C2-03

Pas de corrigé pour cet exercice.

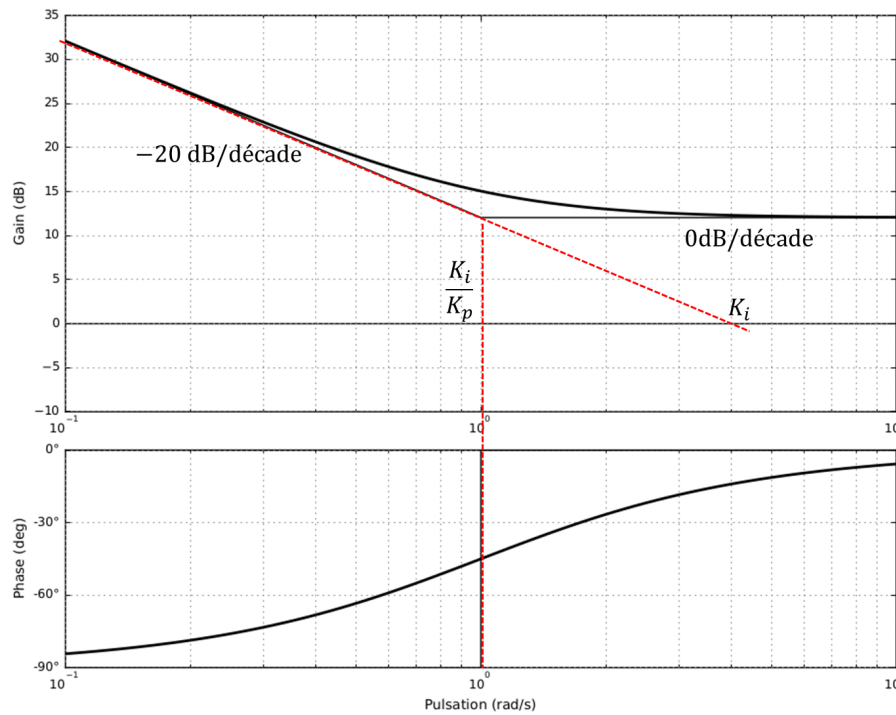
**Question 1** Déterminer la fonction de transfert  $C(p)$  de ce correcteur.

On a  $C(p) = \frac{K_i}{p} + K_p = \frac{K_i + p K_p}{p} = K_i \frac{1 + p \frac{K_p}{K_i}}{p}$ .

**Question 2** Tracer l'allure de son diagramme de Bode en fonction des coefficients  $K_i$  et  $K_p$ .

	$\omega \rightarrow 0$	$\omega = \frac{K_i}{K_p}$	$\omega \rightarrow \infty$
$\frac{K_i}{p}$	-20dB/Décade -90°		-20dB/Décade -90°
$1 + \frac{K_p}{K_i} p$	0dB/Décade 0°		+20dB/Décade +90°
$C(p)$	-20dB/Décade -90°		0dB/Décade 0°

Coupe l'axe des  
abscisse en  $\omega = K_i$



**Question 3** Quelle est l'influence d'un tel correcteur sur la précision et la stabilité? Justifier.

Ce correcteur augmente la classe de la FTBO donc augmente la précision. Cependant, il réduit la phase. Il faut donc veiller à ce que la pulsation de cassure soit réglée de telle sorte que le système ne soit pas déstabilisé.

**Question 4** Quelle valeur faut-il donner à  $\omega_{0dB}$  pour répondre au critère de rapidité du cahier des charges?

D'après la remarque, on a  $t_e \omega_{0dB} = 3$  soit  $\omega_{0dB} = 3/t_e = 0,075 \text{ rad s}^{-1}$ .

**Question 5** Déterminer analytiquement le rapport  $T = \frac{K_p}{K_i}$  pour obtenir la marge de phase spécifiée dans le cahier des charges.

Calculons la fonction de transfert en boucle ouverte non corrigée :  $F_{BO} = \frac{K_{pom}}{1 + T_2 p} \frac{K_m}{1 + T_1 p} K_{cap}$ .

Le correcteur doit être réglé pour que  $\omega_{0dB} = 0,075 \text{ rad s}^{-1}$ .

Calculons la marge de phase.  $\arg(F_{BO}) = -\arg(1 + T_1 p) - \arg(1 + T_2 p) = -\arctan T_1 \omega - \arctan T_2 \omega$ . On a donc  $\arg(F_{BO}(0,075)) = -\arctan(10 \times 0,075) - \arctan(5 \times 0,075) = -57^\circ$  soit une marge de phase de  $-123^\circ$ .

Pour atteindre une marge de phase de  $60^\circ$ , on peut donc baisser la phase de  $63^\circ$ .

Calculons  $\arg(C(j\omega)) = -90 + \arctan\left(\frac{K_p}{K_i} \omega\right)$ .

On cherche donc  $\frac{K_p}{K_i}$  tel que  $\arg(C(0,075)) = -63$  Soit  $-90 + \arctan\left(\frac{K_p}{K_i} 0,075\right) = -63 \Leftrightarrow \arctan\left(\frac{K_p}{K_i} 0,075\right) = 27$

$$\Rightarrow \frac{K_p}{K_i} 0,075 = 0,51 \Leftrightarrow \frac{K_p}{K_i} = 6,79.$$

**Question 6** En déduire les valeurs de  $K_i$  et  $K_p$  qui permettent de régler rapidité et marge de phase.

Il faut chercher  $K_i$  et  $K_p$  pour respecter  $\omega_{0dB}$ . Recherchons le gain de la boucle ouverte non corrigée pour  $\omega_{0dB}$ .

$$G_{dB}(F_{BO}) = 20 \log(K_{pom} K_m K_{cap}) - 20 \log(\sqrt{1^2 + T_1^2 \omega^2}) - 20 \log(\sqrt{1^2 + T_2^2 \omega^2})$$

$$\text{On a alors } G_{dB}(F_{BO})(0,075) = -0,004 - 1,94 - 0,57 = 2,52 \text{ dB.}$$

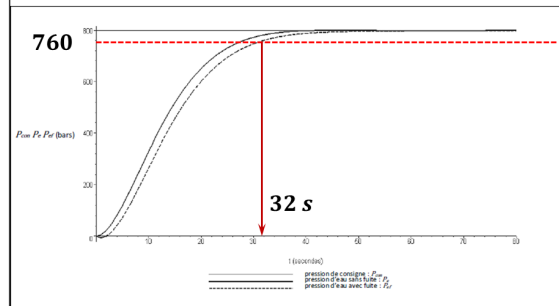
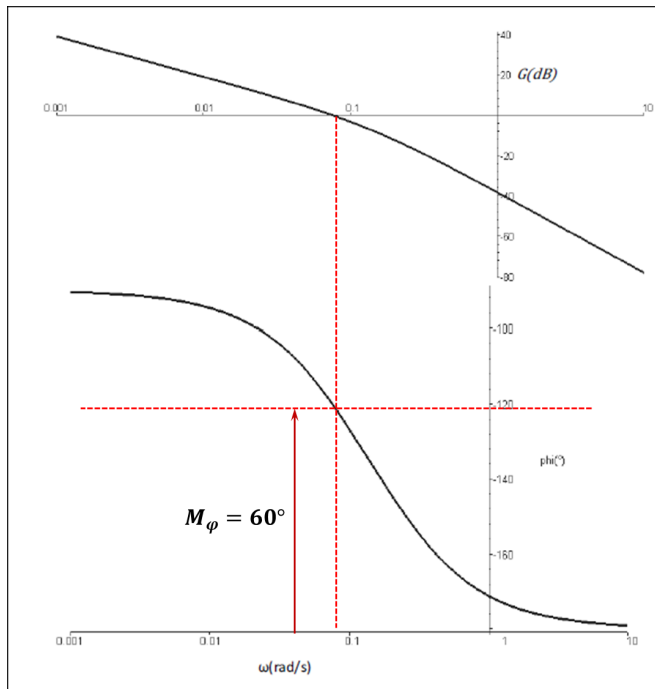
$$\text{Il faut donc baisser le gain de } 2,52 \text{ dB } G_{dB}(C(p)) = 20 \log K_i - 20 \log \omega + 20 \log \left( \sqrt{1 + \left( \frac{K_p}{K_i} \right)^2 \omega^2} \right).$$

$$\text{On a alors } G_{dB}(C(0,075)) = 20 \log K_i + 22,5 + 1 = -2,52 \text{ soit } K_i = 10^{-\frac{2,52 + 1 + 22,5}{20}} = 0,05.$$

$$\text{Par suite, } K_p = 6,79 \times 0,05 = 0,34.$$

(A vérifier).

**Question 7** La réponse du système est-elle satisfaisante au regard du cahier des charges? Justifier.



- Stabilité :
  - Marge de phase mesurée :  $60^\circ$  **cdc ok**.
  - Marge de gain mesurée : infini **cdc ok**.
- Rapidité :  $t_e = 32 s < 40 s$  **cdc ok**.
- Précision : écart statique nul **cdc ok**.
- Amortissement : nul **cdc ok**.