

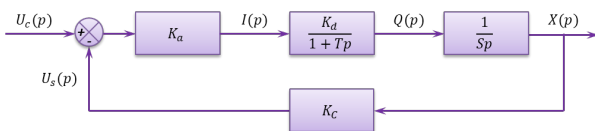
## Exercice 1 – Vérin\*

**B2-07** Pas de corrigé pour cet exercice.

**Question 1** Réaliser le schéma-blocs.

On a :

- $U_c(p) = \frac{1}{K_a} I(p) + U_s(p)$
- $Q(p) = SpX(p)$
- $U_s(p) = K_C \cdot X(p)$
- $F(p) = \frac{Q(p)}{I(p)} = \frac{K_d}{1+Tp}$



## Exercice 2 – Prothèse active transtibiale\*

**B2-07**

### Présentation

#### Comportement dynamique de la prothèse

**Question 1** À partir des équations caractérisant le système, déterminer les expressions littérales des fonctions de transfert  $H_1(p)$ ,  $H_2(p)$ ,  $H_3(p)$  et  $H_6(p)$ .

**Correction** On a d'une part,  $C_M(p) = H_1(p)(U_M(p) - \Omega_M(p))$ .

D'autre part, en utilisant les deux équations du moteur électrique, on a  $U_M(p) = RI(p) + E(p)$  et  $E(p) = k_c \Omega_M(p)$  soit  $U_M(p) = RI(p) + k_c \Omega_M(p)$ . De plus  $C_M(p) = k_c I(p)$ ; donc  $U_M(p) = R \frac{C_M(p)}{k_c} + k_c \Omega_M(p)$ . Par suite,  $C_M(p) = \frac{k_c}{R} (U_M(p) - k_c \Omega_M(p))$ .

En identifiant, on a donc  $H_1(p) = \frac{k_c}{R}$  et  $H_6(p) = k_c$ .

D'après le schéma-blocs,

$\Delta\alpha(p) = (C(p) - C_M(p)H_2(p))H_3(p)H_4(p)$  soit

En utilisant l'équation différentielle caractéristique du comportement de la prothèse, on a :  $J_M p^2 \Delta\alpha(p) + \mu_m p \Delta\alpha(p) = C_M(p)R_T - C(p)R_T^2 \Leftrightarrow \Delta\alpha(p)(J_M p^2 + \mu_m p) = C_M(p)R_T - C(p)R_T^2$

$$\Leftrightarrow \Delta\alpha(p) = \frac{R_T^2}{J_M p^2 + \mu_m p} \left( \frac{C_M(p)}{R_T} - C(p) \right).$$

$$\text{Or, } \Delta\alpha(p) = \frac{1}{p} \Delta\alpha'(p); \text{ donc } H_4(p) = \frac{1}{p}.$$

$$\text{Au final, } H_3(p) = \frac{R_T^2}{J_M p + \mu_m} \text{ et } H_2(p) = R_T.$$

**Question 2** Déterminer la fonction de transfert en boucle fermée  $FTBF(p) = \frac{C(p)}{U_M(p)}$ .

**Correction** On déplace le dernier point de prélèvement avant  $H_4$ . On ajoute donc  $H_4(p)H_7(p)$  dans la retour.

$$\text{On a alors } F(p) = \frac{\Delta\alpha'(p)}{-} = \frac{H_3(p)}{1 + H_3(p)H_4(p)H_7(p)}.$$

$$FTBF(p) = \frac{H_1(p)H_2(p)F(p)}{1 + H_1(p)H_2(p)H_5(p)H_6(p)F(p)} H_4(p)H_7(p).$$

$$\text{Soit } FTBF(p) = \frac{H_1(p)H_2(p) \frac{H_3(p)}{1 + H_3(p)H_4(p)H_7(p)}}{1 + H_1(p)H_2(p)H_5(p)H_6(p) \frac{H_3(p)}{1 + H_3(p)H_4(p)H_7(p)}} H_4(p)H_7(p)$$

$$= \frac{H_1(p)H_2(p)H_3(p)}{1 + H_3(p)H_4(p)H_7(p) + H_1(p)H_2(p)H_5(p)H_6(p)H_3(p)} H_4(p)H_7(p)$$

$$= \frac{\frac{k_c}{R} R_T \frac{R_T^2}{J_M p + \mu_m}}{1 + \frac{R_T^2}{J_M p + \mu_m} \frac{k_{RS} d_0^2}{p} + \frac{k_c}{R} R_T \frac{1}{R_T} k_c \frac{R_T^2}{J_M p + \mu_m}} \frac{k_{RS} d_0^2}{p}$$

$$= \frac{\frac{k_c R_T^3}{1}}{J_M R p^2 + \mu_m R p + R_T R^2 k_{RS} d_0^2 + p k_c k_c R_T^2} k_{RS} d_0^2$$

$$= \frac{k_c R_T^3}{J_M R p^2 + p(\mu_m R + k_c k_c R_T^2) + R_T R^2 k_{RS} d_0^2} k_{RS} d_0^2.$$

### Analyse des performances de l'asservissement en couple

**Question 3** À l'aide des courbes, valider l'ensemble des critères du cahier des charges en justifiant clairement vos réponses.

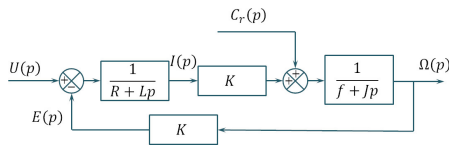
**Correction** • Le régime permanent semble atteint autour de 0,03 s; donc les critères de rapidité est respecté.

- En régime permanent, le couple atteint est de 46 Nm pour une consigne de 50 Nm. Un écart de 10 % correspondrait à un couple atteint de 45 Nm. Le critère de précision est respecté.

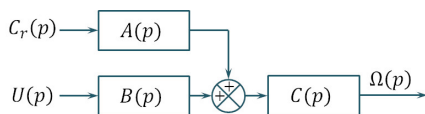
### Exercice 3 – Moteur à courant continu\*

B2-07

**Question 1** Réaliser le schéma-blocs.



**Question 2** Mettre le schéma-blocs sous la forme suivante.



En utilisant le schéma-blocs proposé, on a  $\Omega(p) = (C_r(p)A(p) + U(p)B(p))C(p)$ .

$$D'autre part, \Omega(p) = \left( C_r(p) + \frac{K}{R+Lp} (U(p) - K\Omega(p)) \right) \frac{1}{f}$$

$$\text{On a donc } (f+Jp)\Omega(p) = C_r(p) + U(p) \frac{K}{R+Lp}$$

$$\Leftrightarrow (f+Jp)\Omega(p) + \frac{K^2}{R+Lp}\Omega(p) = C_r(p) + U(p) \frac{K}{R+Lp}$$

$$\Leftrightarrow \left( (f+Jp) + \frac{K^2}{R+Lp} \right) \Omega(p) = C_r(p) + U(p) \frac{K}{R+Lp}$$

$$\Leftrightarrow \frac{K^2 + (f+Jp)(R+Lp)}{R+Lp} \Omega(p) = C_r(p) + U(p) \frac{K}{R+Lp}$$

$$\Leftrightarrow \Omega(p) = \left( C_r(p) + U(p) \frac{K}{R+Lp} \right) \frac{R+Lp}{K^2 + (f+Jp)(R+Lp)}$$

Dés lors plusieurs schéma-blocs peuvent répondre à la question. Par exemple,  $A(p) = 1$ ,  $B(p) = \frac{K}{R+Lp}$ ,

$$C(p) = \frac{R+Lp}{K^2 + (f+Jp)(R+Lp)}$$

En poursuivant, on a aussi :  $\Omega(p) = (C_r(p)(R+Lp) + U(p) \frac{K(R+Lp)}{R+Lp}) \frac{1}{K^2 + (f+Jp)(R+Lp)}$

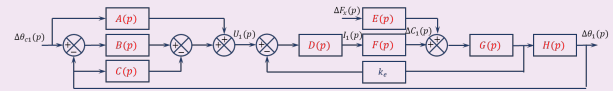
$$\text{On a donc aussi, } A(p) = R+Lp, B(p) = K, C(p) = \frac{1}{K^2 + (f+Jp)(R+Lp)}$$

### Exercice 4 – Conception de la commande d'un robot chirurgical\*

B2-07

**Question 1** Compléter le schéma-blocs.

### Correction



En utilisant l'équation électrique du MCC, on a  $U_1(p) = (Lp + R)I_1(p) + E_1(p)$ . En utilisant le schéma-blocs :  $I_1(p) = (U_1(p) - E(p))D(p)$ . On a donc  $I_1(p) = \frac{U_1(p) - E(p)}{R + Lp}$  et  $D(p) = \frac{1}{R + Lp}$ .

En utilisant la première relation de comportement du MCC, on a  $E_1(p)$  en sortie du bloc  $k_e$  et  $p\Delta_1(p)$  en entrée; donc  $H(p) = \frac{1}{p}$ .

En utilisant la seconde relation, on a  $F(p) = k_t$ .

En utilisant l'équation de mouvement de l'axe 1, on

$$a : \Delta C_1(p) = Jp^2 \Delta \theta_1(p) - k_1 \frac{r'_9}{r_0} h_2 \Delta F_x(p)$$

D'après le schéma-blocs, on a  $\Delta \theta_1(p) = (\Delta C_1(p) + \Delta F_x(p)E(p))G(p)H(p)$ .

$$\text{En réageançant l'équation, on a } Jp^2 \Delta \theta_1(p) = \Delta C_1(p) + k_1 \frac{r'_9}{r_0} h_2 \Delta F_x(p) \Leftrightarrow \Delta \theta_1(p) = \left( \Delta C_1(p) + k_1 \frac{r'_9}{r_0} h_2 \Delta F_x(p) \right) \frac{1}{Jp^2}$$

$$\text{On a donc } E(p) = k_1 \frac{r'_9}{r_0} h_2$$

$$\text{De plus } G(p)H(p) = \frac{1}{Jp^2} \text{ et } H(p) = \frac{1}{p}; \text{ donc } G(p) = \frac{1}{Jp}$$

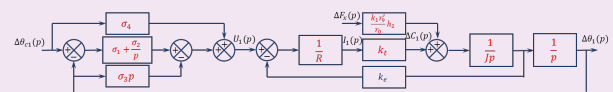
En utilisant l'équation électrique du MCC, on a  $U_1(p) = (Lp + R)I_1(p) + E_1(p)$ . En utilisant le schéma-blocs :  $I_1(p) = (U_1(p) - E(p))D(p)$ . On a donc  $I_1(p) = \frac{U_1(p) - E(p)}{R + Lp}$  et  $D(p) = \frac{1}{R + Lp}$ .

En utilisant l'équation du PID, on a  $U_1(p) = (\Delta \theta_{c1}(p) - \Delta \theta_1(p)) \left( \sigma_1 + \frac{\sigma_2}{p} \right) - \sigma_3 p \Delta \theta_1(p) + \sigma_4 \Delta \theta_{c1}(p)$  soit  $U_1(p) = \left( \Delta \theta_{c1}(p) \left( \sigma_1 + \frac{\sigma_2}{p} \right) - \Delta \theta_1(p) \left( \sigma_1 + \frac{\sigma_2}{p} \right) \right) - \sigma_3 p \Delta \theta_1(p) + \sigma_4 \Delta \theta_{c1}(p)$ .

En utilisant le schéma-blocs, on a  $U_1(p) = \Delta_{c1}(p)A(p) + (\Delta_{c1}(p) - \Delta \theta_1(p))B(p) - \Delta \theta_1(p)C(p) = \Delta_{c1}(p)(A(p) + B(p)) - \Delta \theta_1(p)(B(p) + C(p))$ .

$$\text{Par suite, } U_1(p) = \Delta \theta_{c1}(p) \left( \sigma_1 + \frac{\sigma_2}{p} + \sigma_4 \right) - \Delta \theta_1(p) \left( \sigma_1 + \frac{\sigma_2}{p} + \sigma_3 p \right)$$

$$\text{On aura donc } B(p) = \sigma_1 + \frac{\sigma_2}{p}, C(p) = \sigma_3 p \text{ et } A(p) = \sigma_4$$



**Question 2** À partir de ce schéma-blocs, en notant  $H_{processus}(p) = \frac{\Delta \theta_1(p)}{U_1(p)} = \frac{K}{p(1 + \tau p)}$ , exprimer  $K$  et  $\tau$  en fonction des données de l'énoncé.

**Correction** On a  $H_{\text{processus}}(p) = \frac{D(p)F(p)G(p)}{1 + D(p)F(p)G(p)k_e} H(p)$

soit  $H_{\text{processus}}(p) = \frac{\frac{1}{R+Lp} k_t \frac{1}{Jp}}{1 + \frac{1}{R+Lp} k_t \frac{1}{Jp} k_e} \frac{1}{p}$ . Avec  $L = 0$ ,

$$H_{\text{processus}}(p) = \frac{k_t}{RJp + k_t k_e} \frac{1}{p} = \frac{\frac{1}{k_e}}{\frac{RJ}{k_t k_e} p + 1} \frac{1}{p} \text{ soit}$$

$$K = \frac{1}{k_e} \text{ et } \tau = \frac{RJ}{k_t k_e}.$$

**Question 3** Exprimer la fonction de transfert en boucle fermée, sous sa forme canonique, notée  $B_F(p) = \frac{\Delta\theta_1(p)}{\Delta\theta_{c1}(p)}$  en fonction de  $K, \tau, \sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$  et  $\sigma_4$ .

**Correction** On a vu que  $U_1(p) = \Delta\theta_{c1}(p) \left( \sigma_1 + \frac{\sigma_2}{p} + \sigma_4 \right)$  et que  $\frac{\Delta\theta_1(p)}{U_1(p)} = \frac{K}{p(1+\tau p)}$ .

On a donc  $\Delta\theta_1(p) \frac{p(1+\tau p)}{K} = \Delta\theta_{c1}(p) \left( \sigma_1 + \frac{\sigma_2}{p} + \sigma_4 \right)$

$$\Leftrightarrow \Delta\theta_1(p) \left( \frac{p(1+\tau p)}{K} + \sigma_1 + \frac{\sigma_2}{p} + \sigma_3 p \right) = \Delta\theta_{c1}(p) \left( \sigma_1 + \frac{\sigma_2}{p} + \sigma_4 \right) \text{ et}$$

$$B_F(p) = \frac{\sigma_1 + \frac{\sigma_2}{p} + \sigma_4}{\frac{p(1+\tau p)}{K} + \sigma_1 + \frac{\sigma_2}{p} + \sigma_3 p} =$$

$$\frac{\sigma_1 p + \sigma_2 + \sigma_4 p}{p^2(1+\tau p) + \sigma_1 K p + \sigma_2 K + \sigma_3 K p^2} = K \frac{(\sigma_1 + \sigma_4)p + \sigma_2}{\tau p^3 + p^2(1+\sigma_3) + \sigma_1 K p + \sigma_2 K}.$$

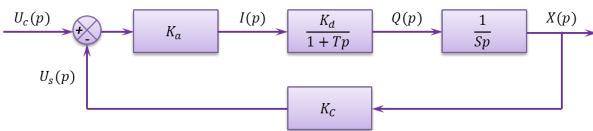
## Exercice 5 – Vérin\*

**B2-07** Pas de corrigé pour cet exercice.

**Question 1** Réaliser le schéma-blocs.

On a :

- $U_c(p) = \frac{1}{K_a} I(p) + U_s(p)$
- $Q(p) = S p X(p)$
- $U_s(p) = K_C \cdot X(p)$
- $F(p) = \frac{Q(p)}{I(p)} = \frac{K_d}{1 + T p}$



## Exercice 6 – Tuyère à ouverture variable\*

**B2-07** Pas de corrigé pour cet exercice.

### Présentation du système

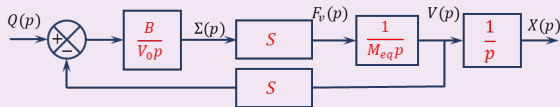
**Objectif** On souhaite vérifier que le système permet de respecter le cahier des charges suivant :

- temps de réponse à 5% : 4 s au maximum ;
- précision : l'erreur statique doit être nulle ;
- précision : l'erreur de traînage doit être inférieure à 1 mm pour une consigne de 25 mm s<sup>-1</sup>.

### Modélisation du comportement du vérin – hypothèse fluide compressible

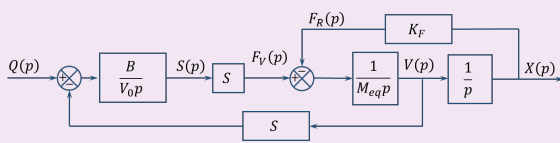
**Question 1** À partir des équations, compléter le schéma-blocs en indiquant les fonctions de transferts de chaque bloc.

**Correction**



**Question 2** Modifier le schéma-blocs précédent pour intégrer l'effort résistant.

**Correction**



**Question 3** Donner l'expression de la fonction de transfert du vérin  $H_V(p) = \frac{X(p)}{Q(p)}$ . On donnera le résultat sous la forme  $H_V(p) = \frac{K_V}{p(1 + a_2 p^2)}$  en précisant les expres-

sion de  $K_V$  et  $a_2$ .

**Correction**

$$H_{BF}(p) = \frac{X(p)}{X_{ref}(p)} = \frac{K_c K_p K_u K_D \frac{K_V}{p(1 + a_2 p^2)}}{1 + K_c K_p K_u K_D \frac{K_V}{p(1 + a_2 p^2)}}$$

$$H_{BF}(p) = \frac{1}{1 + \frac{p(1 + a_2 p^2)}{K_c K_p K_u K_D K_V}}$$

$$H_{BF}(p) = \frac{1}{1 + \frac{p}{K_c K_p K_u K_D K_V} + \frac{a_2}{K_c K_p K_u K_D K_V} p^3}$$

### Validation du comportement du vérin

**Question 4** Donner l'expression de la forme canonique de la fonction de transfert en boucle fermée  $H_{BF}(p) = \frac{X(p)}{X_{ref}(p)}$ . On donnera le résultat en fonction de  $K_C$ ,  $K_U$ ,  $K_D$ ,  $K_p$ ,  $K_V$  et  $a_2$ .

**Correction**

$$H_{BF}(p) = \frac{X(p)}{X_{ref}(p)} = \frac{K_c K_p K_u K_D \frac{K_V}{p(1 + a_2 p^2)}}{1 + K_c K_p K_u K_D \frac{K_V}{p(1 + a_2 p^2)}}$$

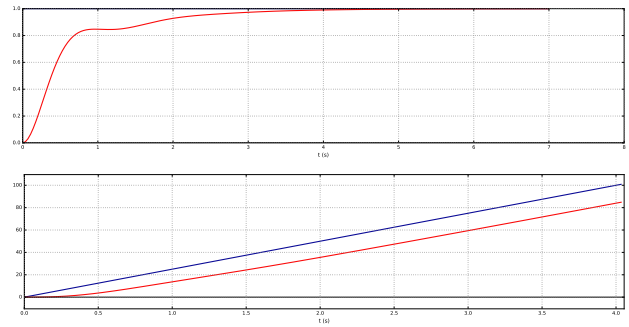
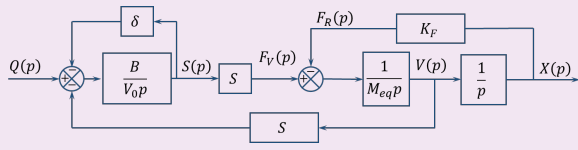
$$H_{BF}(p) = \frac{1}{1 + \frac{p(1 + a_2 p^2)}{K_c K_p K_u K_D K_V}}$$

$$H_{BF}(p) = \frac{1}{1 + \frac{p}{K_c K_p K_u K_D K_V} + \frac{a_2}{K_c K_p K_u K_D K_V} p^3}$$

### Prise en compte du débit de fuite

**Question 5** Modifier le schéma-blocs précédent pour intégrer le débit de fuite.

**Correction**



**Question 6** Donner l'expression de la fonction de transfert du vérin  $H_V(p) = \frac{X(p)}{Q(p)}$ . On donnera le résultat sous la forme  $H_V(p) = \frac{K_V}{p(1 + a_1 p + a_2 p^2 + a_3 p^3)}$  en précisant les expressions de  $K_V$ ,  $a_1$ ,  $a_2$  et  $a_3$ .

**Correction**

$$H_{B1}(p) = \frac{\frac{B}{V_0 p}}{1 + \frac{\delta B}{V_0 p}} = \frac{\frac{1}{\delta}}{1 + \frac{V_0}{\delta B} p}$$

$$H_v(p) = \frac{\frac{B}{\delta B + V_0 p} S \frac{1}{K_F + M_{eq} p^2}}{1 + \frac{B}{\delta B + V_0 p} S^2 \frac{1}{K_F + M_{eq} p^2} p}$$

$$H_v(p) = \frac{BS}{(\delta B + V_0 p)(K_F + M_{eq} p^2) + BS^2 p}$$

$$H_v(p) = \frac{BS}{\delta BK_F + K_F V_0 p + \delta B M_{eq} p^2 + V_0 M_{eq} p^3 + BS^2 p}$$

$$H_v(p) = \frac{\frac{S}{\delta K_F}}{1 + \frac{K_F V_0 + BS^2}{\delta BK_F} p + \frac{M_{eq}}{K_F} p^2 + \frac{V_0 M_{eq}}{\delta BK_F} p^3}$$

$$K_V = \frac{S}{\delta K_F}$$

$$a_1 = \frac{K_F V_0 + BS^2}{\delta BK_F}$$

$$a_2 = \frac{M_{eq}}{K_F}$$

$$a_3 = \frac{V_0 M_{eq}}{\delta BK_F}$$

**Retour sur le cahier des charges**

On donne la réponse à un échelon et à une rampe de pente  $25 \text{ mm s}^{-1}$ .

**Question 7** Le cahier des charges est-il vérifié?

## Exercice 7 – Véhicule à trois roues Clever\*

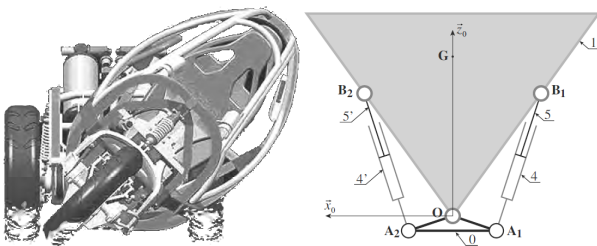
**B2-07** Pas de corrigé pour cet exercice.

### Présentation du système

Le Clever est un démonstrateur technologique développé par un tissu d'industriels européens. Clever est la contraction de Compact Low Emission VEHICLE for uRban tRansportation (véhicule compacte à faibles émissions pour le transport urbain) car, avec une consommation de seulement 2,5 L/100 km, il s'annonce très écologique.

L'habitacle peut s'incliner grâce à un système constitué

- d'un calculateur qui détermine le mouvement et la position à donner à l'habitacle en fonction des conditions d'utilisation;
- d'un système hydro-mécanique de transmission de puissance et d'adaptation de mouvement;
- d'un système de contrôle de l'inclinaison de l'habitacle.



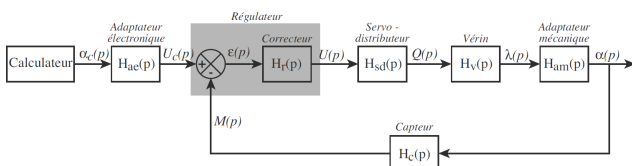
**Objectif** L'objectif est que le mouvement de l'habitacle soit contrôlé :

- écart statique : 0°;
- écart de traînage pour une entrée en rampe unitaire : 0°;
- temps de réponse à 5% : inférieur à 0,1 s.

### Modélisation du servo-distributeur et du vérin

L'orientation de l'habitacle est contrôlée par un asservissement de la position angulaire. L'architecture de cet asservissement est représentée par le schéma-blocs de la figure suivante.

On modélise le comportement du servo-distributeur par un gain pur noté  $K_s$  et le capteur par  $H_c(p) = C$  avec  $C = 1 \text{ V rad}^{-1}$ . L'adaptateur mécanique a un comportement linéaire sur l'intervalle d'utilisation. On a donc  $H_{am}(p) = R$  ( $R = 7 \text{ rad m}^{-1}$ ). Enfin, on considère que  $H_r(p) = 1$ .



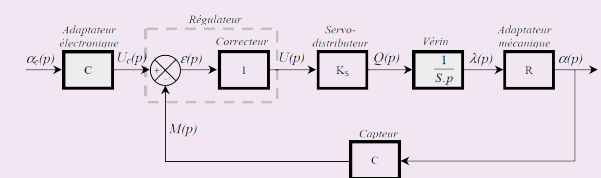
À ce stade de l'étude, le modèle de comportement du fluide correspond à un comportement incompressible. L'équation caractérisant le comportement du vérin est alors :  $q(t) = S\dot{\lambda}(t)$  où :

- $S$  représente la section utile du vérin en sortie de tige (diamètre 32 mm);

- $q$  est le débit en entrée de vérin;
- $v(t) = \dot{\lambda}(t) = \frac{d\lambda(t)}{dt}$  est la vitesse de translation de la tige du vérin par rapport au corps.

**Question 1** Donner l'expression de la fonction de transfert du vérin  $H_{v1}(p)$  (telle que  $\lambda(p) = H_{v1}(p)Q(p)$ ) et compléter le schéma-bloc associé à la modélisation actuelle du système.

### Correction



**Question 2** Déterminer la fonction de transfert en boucle fermée  $FTBF_1$  (telle que  $\alpha(p) = FTBF_1(p)\alpha_c(p)$ ) du système bouclé. Mettre  $FTBF_1(p)$  sous la forme  $\frac{K_1}{1 + \tau_1 p}$  en précisant les expressions de  $K_1$  et de  $\tau_1$ .

### Correction

$$FTBF_1(p) = \frac{C \frac{K_s R}{S \cdot p}}{1 + C \frac{K_s R}{S \cdot p}} = \frac{C \cdot K_s \cdot R}{S \cdot p + C \cdot K_s \cdot R} = \frac{1}{1 + \frac{S}{C \cdot K_s \cdot R} \cdot p}$$

**Question 3** À partir du critère de temps de réponse à 5% ( $t_{r5\%}$ ) du système, déterminer l'expression puis la valeur numérique minimale du gain du servo-distributeur.

### Correction

$$t_{r5\%} = \frac{3 \cdot S}{C \cdot K_s \cdot R} \text{ soit pour avoir } t_{r5\%} \leq 0,1 \text{ s} = t_0 \text{ il faut que :}$$

$$K_s > \frac{3 \cdot S}{C \cdot R \cdot t_0} = \frac{3 \times \pi \times 16^2 \times 10^{-6}}{1 \times \frac{\pi}{180} \times 400 \times 0,1} = 3 \times 18 \times 4 \times 16 \times 10^{-6} = 3,456 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3 \text{ s}^{-1} \text{ V}^{-1}$$

### Modélisation du comportement du vérin avec fluide compressible et du comportement dynamique du mécanisme

La compressibilité du fluide étant prise en compte dans le modèle, l'évolution du débit est une fonction du déplacement mais aussi de la pression sous la forme de la relation (1). L'effort exercé par le vérin en sortie de tige est décrit par la relation (2).

$$q(t) = S\dot{\lambda}(t) + \frac{V_0}{B} \dot{p}_r(t) \quad (1) \quad F_V(t) = S p_r(t) \quad (2)$$

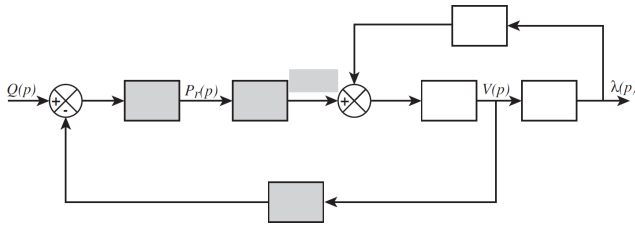
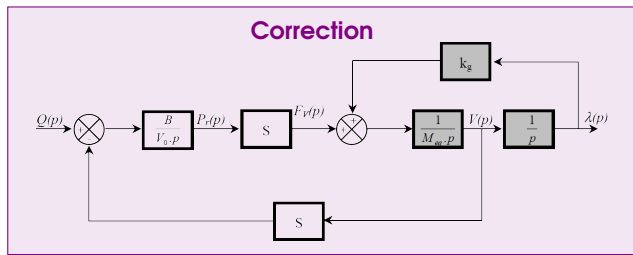
où :

- $p_r(t)$  : pression utile dans le vérin;

- $V_0$  : volume caractéristique moyen de fluide contenu dans le vérin et les durites,  $V_0 = 2,5 \times 10^5 \text{ m}^3$ ;
- $B$  : coefficient de compressibilité du fluide,  $B = 109 \text{ Pa}$ ;
- $F_v(t)$  : effort développé par le vérin en sortie de tige;
- $S$  : section utile du vérin en sortie de tige.

Par ailleurs,  $F_v(t) + k_g \lambda(t) = m_{eq} \ddot{\lambda}(t)$  avec  $m_{eq}$  la masse équivalente du système,  $k_g$  une constante,  $\lambda(t)$  le déploiement des vérins.

**Question 4** Appliquer la transformation de Laplace aux équations précédentes et compléter le schéma-blocs.



### Analyse du comportement global

**Question 5** Donner l'expression de la fonction de transfert en boucle fermée du vérin  $H_{V2}$  (telle que  $\lambda(p) = H_{V2}Q(p)$ ) et préciser les expressions des coefficients  $K_V$  et  $\omega_V$  de sa forme canonique :  $H_{V2}(p) = \frac{K_V}{p \left( 1 + \frac{p^2}{\omega_V^2} \right)}$ .

**Correction**

$$H_{V2}(p) = \frac{\frac{BS}{V_0 \cdot p} \cdot \frac{1}{1 - k_g \cdot \frac{1}{M_{eq} \cdot p^2}}}{1 + \frac{BS^2}{V_0 \cdot M_{eq} \cdot p^2} - k_g} = \frac{BS}{V_0 \cdot p (M_{eq} \cdot p^2 - k_g) + BS^2 \cdot p} = \frac{BS}{p \left( 1 + \frac{V_0 \cdot M_{eq}}{BS^2 - V_0 \cdot k_g} \cdot p^2 \right)}$$

$$H_{V2}(p) = \frac{BS}{p \left( 1 + \frac{V_0 \cdot M_{eq}}{BS^2 - V_0 \cdot k_g} \cdot p^2 \right)}$$

$$K_V = \frac{BS}{BS^2 - V_0 \cdot k_g}$$

$$\omega_V = \left( \frac{BS^2 - V_0 \cdot k_g}{V_0 \cdot M_{eq}} \right)^{\frac{1}{2}}$$

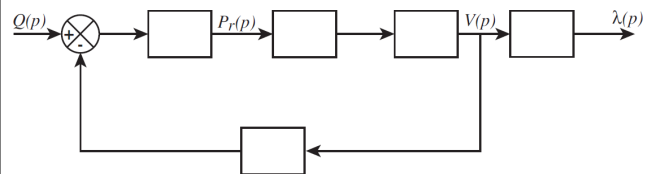
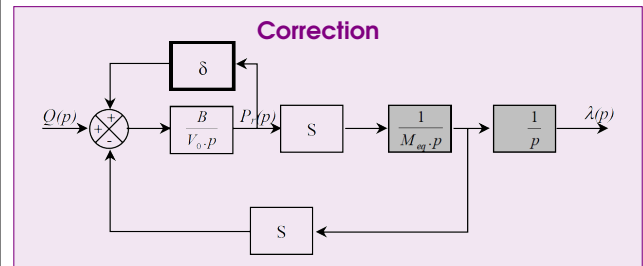
$k_g$  peut maintenant être négligé.

### Modélisation du comportement dynamique avec prise en compte d'un débit de fuite

Pour pallier le problème de stabilité du modèle précédemment établi, une solution possible consiste à introduire un débit de fuite au niveau du vérin. Celui-ci a pour effet de réduire artificiellement le débit réel entrant dans le vérin en fonction de la pression utile. L'expression

du débit est alors :  $q(t) = S\dot{\lambda}(t) + \frac{V_0}{B}\dot{p}_r(t) - \delta p_r(t)$  où  $\delta$  représente le coefficient de débit de fuite.

**Question 6** Proposer une modification du schéma-bloc donné afin de prendre en compte le débit de fuite.



**Question 7** Déterminer l'expression de la fonction de transfert  $H_{V3}$  (telle que  $\lambda(p) = H_{V3}Q(p)$ ) associée au comportement dynamique du vérin ainsi modélisé. On donnera le résultat sous la forme suivante :  $H_{V3}(p) = \frac{K_V}{p \left( 1 + a_1 p + \frac{p^2}{\omega_V^2} \right)}$ . Donner l'expression de  $a_1$  en fonction de  $M_{eq}$ ,  $\delta$  et  $S$  et déterminer l'expression du coefficient d'amortissement  $\xi_V$  du second ordre en fonction de  $M_{eq}$ ,  $\delta$ ,  $S$ ,  $B$  et  $V_0$ .

**Correction**

$$Q(p) = S\dot{\lambda}(p) + \frac{V_0}{B}p \cdot P_r(p) - \delta P_r(p)$$

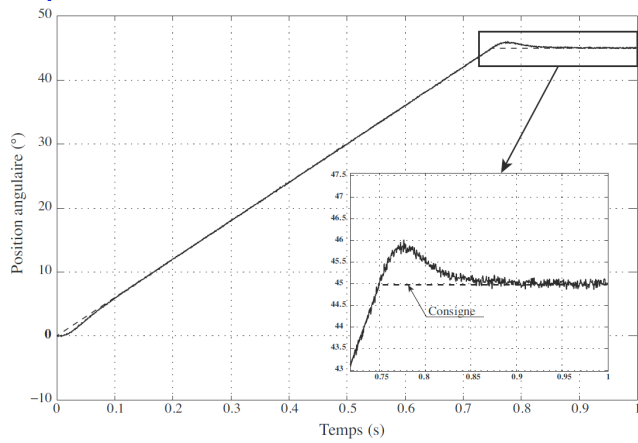
$$H_{V3}(p) = \frac{\frac{BS}{V_0 \cdot p} \cdot \frac{1}{1 - \frac{\delta M_{eq} \cdot p}{BS^2}}}{1 + \frac{BS^2}{V_0 \cdot M_{eq} \cdot p^2} - k_g} = \frac{BS}{(V_0 \cdot p - B\delta) \cdot M_{eq} \cdot p^2 + BS^2 \cdot p} = \frac{\frac{1}{S}}{p \left( 1 - \frac{\delta M_{eq}}{S^2} \cdot p + \frac{V_0 \cdot M_{eq}}{BS^2} \cdot p^2 \right)}$$

$$\frac{2\xi_V}{\omega_V} = -\frac{\delta M_{eq}}{S^2} \text{ et } \omega_V = \left( \frac{BS^2}{V_0 \cdot M_{eq}} \right)^{\frac{1}{2}} \text{ soit } \xi_V = -\frac{1}{2} \frac{\delta M_{eq}}{S^2} \left( \frac{BS^2}{V_0 \cdot M_{eq}} \right)^{\frac{1}{2}} = -\frac{1}{2} \delta \left( \frac{BM_{eq}}{V_0 \cdot S^2} \right)^{\frac{1}{2}}$$

### Retour sur le cahier des charges

Le régulateur étant a priori optimisé, on réalise un essai de validation du comportement temporel de l'inclinaison de l'habitacle, le véhicule étant à l'arrêt. Le calculateur envoie un signal de consigne représentant l'évolution de la position angulaire souhaitée (de 0 à 45° en 0,75 s).





**Question 8** Quels sont les critères du cahier des charges validés ?

### Correction

- Ecart de trainage = 0  $\Rightarrow$  validé
- Ecart dynamique (dépassement pour entrée en trapèze) =  $0,8^\circ \Rightarrow$  validé
- Temps de réponse lié à la bande passante et l'amortissement  $\Rightarrow$  validé (ne peut pas être lu sur une entrée en trapèze).