

Activation 2



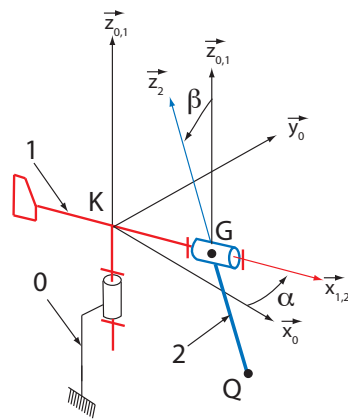
Éolienne

Émilien Durif

Savoirs et compétences :

- Mod2.C17.SF1 : déterminer le torseur dynamique d'un solide, ou d'un ensemble de solides, par rapport à un autre solide
- Res1.C2 : principe fondamental de la dynamique

On s'intéresse au cours de cet exercice à une éolienne bipale telle que représentée sur la figure ci-dessous.



Ce mécanisme est composé de trois ensembles en mouvement relatif que l'on décrit à l'aide de 4 solides. On cherche à dimensionner l'actionneur permettant l'orientation de l'éolienne lorsque les effets dynamiques d'un défaut de balourd sont prépondérants. On suppose donc que seule l'action mécanique due au moteur agissant entre 0 et 1 pour créer un couple C_m selon la direction \vec{z}_0 .

L'éolienne est composée de :

- un support **0**, auquel on associe un repère $R_0 = (K; \vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$;
- une girouette **1** (de centre d'inertie K) en liaison pivot d'axe $(K, \vec{z}_{0,1})$ avec le support **0**. On lui associe un repère $R_1 = (K; \vec{x}_1, \vec{y}_1, \vec{z}_{0,1})$ et on pose $\alpha = (\vec{x}_0, \vec{x}_1)$. On note J son moment d'inertie par rapport à l'axe (K, \vec{z}_1) : $J = I_{(K, \vec{z}_1)}(1)$;
- une hélice **2**, en liaison pivot d'axe $(K, \vec{x}_{1,2})$ avec **1**. On lui associe un repère $R_2 = (K; \vec{x}_{1,2}, \vec{y}_2, \vec{z}_2)$ choisi tel que $\vec{x}_2 = \vec{x}_1$ et on pose $\beta = (\vec{y}_1, \vec{y}_2)$. On note M sa masse, G son centre d'inertie situé sur l'axe de rotation et on pose $\vec{KG} = a \vec{x}_1$. On donne la matrice de l'opérateur d'inertie au point G :

$$\bar{\bar{I}}_G(2) = \begin{pmatrix} A & 0 & 0 \\ 0 & B & 0 \\ 0 & 0 & C \end{pmatrix}_{(\vec{x}_2, \vec{y}_2, \vec{z}_2)}.$$

- on modélise enfin un déséquilibre possible de l'hélice en rotation par un balourd **3** assimilé à une masse ponctuelle m au point Q . On pose $\vec{GQ} = -b \vec{z}_2$.

Question 1 Tracer le graphe de structure de l'éolienne.

Question 2 Déterminer le théorème à utiliser pour relier C_m aux paramètres dynamiques du problème.

Question 3 Déterminer la composante suivant \vec{z}_0 du moment cinétique au point K de la girouette **1** dans son mouvement par rapport au support **1**, notée $\sigma(K, 1/0) \cdot \vec{z}_0$.

Question 4 Déterminer le moment cinétique $\sigma(K, 2/0)$ calculé au point K de l'hélice **2** dans son mouvement par rapport à **0**.

Question 5 Déterminer le moment cinétique $\sigma(K, 3/0)$.

Question 6 Déterminer la composante suivant \vec{z}_0 du moment dynamique au point K de la girouette **1** dans son mouvement par rapport au support **0**, notée $\vec{z}_0 \cdot \delta(K, 1/0)$.

Question 7 Déterminer la composante suivant \vec{z}_0 du moment dynamique $\vec{z}_0 \cdot \delta(K, 2/0)$.

Question 8 Déterminer la projection du moment dynamique de 3/0 selon \vec{z}_0 : $\vec{z}_0 \cdot \delta(K, 3/0)$.

Question 9 Dans le cas d'une vitesse de rotation de l'hélice **2** (β) constante et dans le cas où l'angle α est constant (pas de changement d'orientation de l'éolienne) déterminer l'expression du couple C_m que devrait fournir un moteur placé dans le mat (entre **0** et **1**) pour « contrer » les effets dynamiques du balourd.

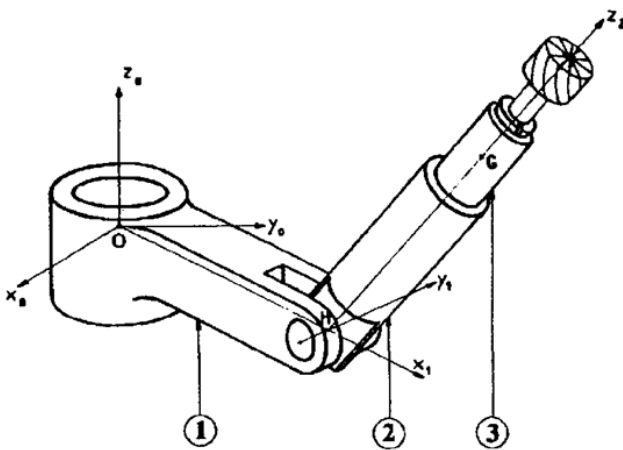
Colle 01

Porte-outil

Savoirs et compétences :

- C2-08 : Déterminer les actions mécaniques en dynamique dans le cas où le mouvement est imposé.

Le dispositif porte-outil d'une machine d'affûtage est composé de trois solides 1, 2 et 3.



Le repère $\mathcal{R}_0 = (O; \vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$, avec (O, \vec{z}_0) vertical ascendant, est lié au bâti 0 de la machine. Il est supposé galiléen. Toutes les liaisons sont supposées parfaites.

Le repère $\mathcal{R}_1 = (O; \vec{x}_1, \vec{y}_1, \vec{z}_0)$ est lié au support tournant 1 en liaison pivot d'axe (O, \vec{z}_0) avec le bâti 0. La position de 1 par rapport à l'axe (O, \vec{z}_0) est repérée par $\alpha = (\vec{x}_0, \vec{x}_1) = (\vec{y}_0, \vec{y}_1)$.

On note I_1 le moment d'inertie de 1 par rapport à l'axe (O, \vec{z}_0) et H le point tel que $\vec{OH} = h\vec{x}_1$.

Le repère $\mathcal{R}_2 = (H; \vec{x}_2, \vec{y}_1, \vec{z}_2)$ est lié au bras pivotant 2 en liaison pivot d'axe (H, \vec{y}_1) avec 1. La position de 2 est repérée par $\beta = (\vec{x}_1, \vec{x}_2) = (\vec{z}_0, \vec{z}_2)$.

On note m_2 la masse de (2), de centre d'inertie H de matrice d'inertie $I_H(2) = \begin{pmatrix} A_2 & 0 & 0 \\ 0 & B_2 & 0 \\ 0 & 0 & C_2 \end{pmatrix}_{\mathcal{R}_2}$.

Le repère $\mathcal{R}_3 = (G; \vec{x}_3, \vec{y}_3, \vec{z}_2)$ est lié au porte-outil (3) (avec l'outil à affûter tenu par le mandrin) en liaison pivot glissant d'axe (H, \vec{z}_2) avec (2).

La position de (3) est repérée par $\gamma = (\vec{x}_2, \vec{x}_3) = (\vec{y}_2, \vec{y}_3)$ et par $\vec{HG} = \lambda\vec{z}_2$.

On note m_3 la masse de (3), de centre d'inertie G de matrice d'inertie $I_G(3) = \begin{pmatrix} A_3 & 0 & 0 \\ 0 & B_3 & 0 \\ 0 & 0 & C_3 \end{pmatrix}_{\mathcal{R}_3}$.

Question 1 Justifier la forme de la matrice de la pièce (3).

Question 2 Calculer $\vec{V}(G, 3/0)$.

Question 3 Indiquer la méthode permettant de calculer le torseur dynamique en G de (3) en mouvement par rapport à \mathcal{R}_0 en projection sur \vec{z}_2 .

Question 4 Calculer le moment dynamique en H appliqué à l'ensemble {2, 3} en mouvement par rapport à \mathcal{R}_0 en projection sur \vec{y}_1 .

Question 5 Calculer le moment dynamique en O appliqué à l'ensemble {1, 2, 3} en mouvement par rapport à \mathcal{R}_0 en projection sur \vec{z}_0 .

Colle 02

Porte-outil

Équipe PT – PT* La Martinière Monplaisir

Savoirs et compétences :

- C2-08 : Déterminer les actions mécaniques en dynamique dans le cas où le mouvement est imposé.

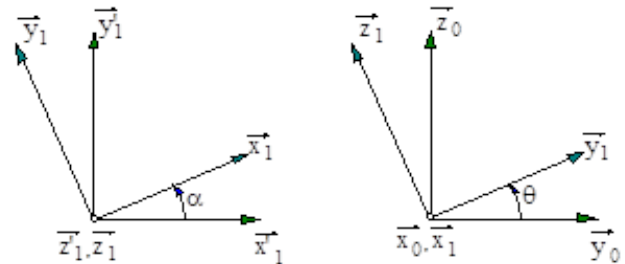
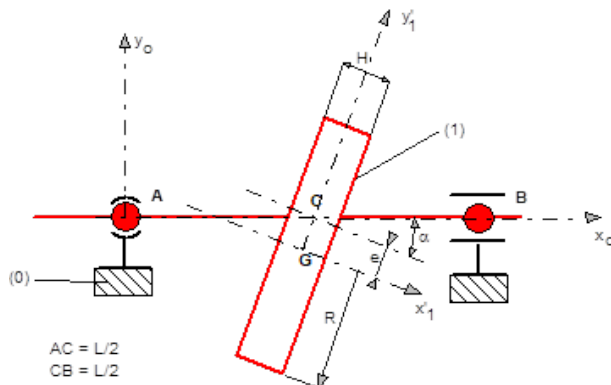
Soit le rotor (1) défini ci-dessous. Il est constitué d'un arbre de masse négligeable en liaison pivot par rapport à un bâti (0). Sur cet arbre est monté, en liaison complète, un disque de masse M , de rayon R et d'épaisseur H . Le repère $\mathcal{R}'_1 = (G; \vec{x}'_1, \vec{y}'_1, \vec{z}'_1)$ est attaché à ce solide.

La base $\mathcal{B}'_1 = (\vec{x}'_1, \vec{y}'_1, \vec{z}'_1)$ se déduit de $\mathcal{B}_1 = (\vec{x}_1, \vec{y}_1, \vec{z}_1)$ par une rotation d'angle α autour de $\vec{z}_1 = \vec{z}'_1$.

La base $\mathcal{B}_1 = (\vec{x}_1, \vec{y}_1, \vec{z}_1)$ se déduit de $\mathcal{B}_0 = (\vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$ par une rotation d'angle θ autour de $\vec{x}_1 = \vec{x}_0$.

Enfin, le rotor 1 est entraîné par un moteur (non représenté) fournissant un couple noté $C_m \vec{x}_0$. Le montage de ce disque présente deux défauts :

- un défaut de perpendicularité caractérisé par l'angle α ;
- un défaut d'excentricité représenté par la cote e .



Question 1 Déterminer la forme de la matrice d'inertie dy cylindre en C dans la base \mathcal{B}'_1 .

Question 2 Déterminer les éléments de réduction en A du torseur dynamique de (1) dans son mouvement par rapport à \mathcal{R}_0 .

Question 3 Appliquer le PFD pour déterminer les inconnues de liaison.

Colle 03

Régulateur

Savoirs et compétences :

- C2-08 : Déterminer les actions mécaniques en dynamique dans le cas où le mouvement est imposé.

Un système matériel est constitué de 5 solides reliés au bâti (0). Les solides (1), (2), (3) et (5) sont des barres sans épaisseur, articulées par des pivots en O , A ou B de manière à demeurer dans un même plan noté (\vec{x}_1, \vec{y}_1) . Cet ensemble est donc mobile en rotation autour de \vec{z}_1 . On repère sa position angulaire par le paramètre ψ .

Au bâti (0), on associe le repère fixe \mathcal{R}_0 .

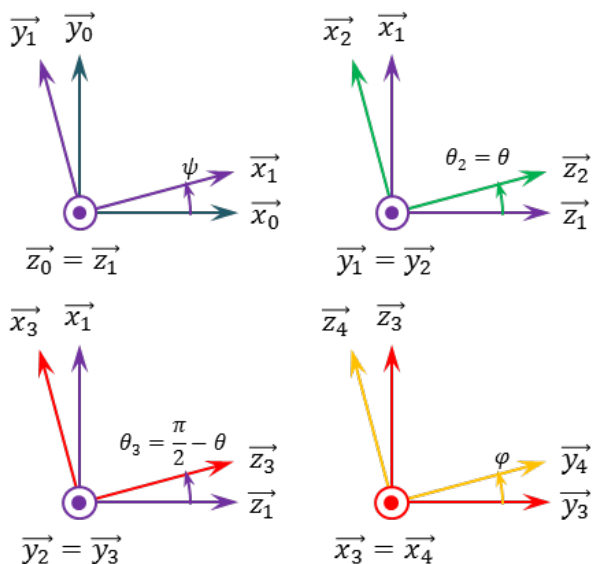
À chaque S_i on associe une base $\mathcal{B}_i(\vec{x}_i, \vec{y}_i, \vec{z}_i)$. Les repères \mathcal{R}_i sont d'origine O ou A selon le cas.

Les rotations internes sont définies par θ_2 autour de (O, \vec{y}_1) et θ_3 autour de (A, \vec{y}_1) .

Les barres (2) et (3) sont identiques, de longueur $2a$ et de masse $m_2 = m_3 = m$.

Les barres (1) et (5) ont une masse m_i et des longueurs ℓ_i . (4) est un volant d'inertie de masse M qui fait l'objet d'une liaison pivot d'axe (G, \vec{x}_3) avec la barre (3). Un repère \mathcal{R}_4 est lié à ce volant dont on définit sa position par le paramètre angulaire φ .

On donne le paramétrage suivant.



Question 1 Proposer une matrice d'inertie pour chacun des solides.

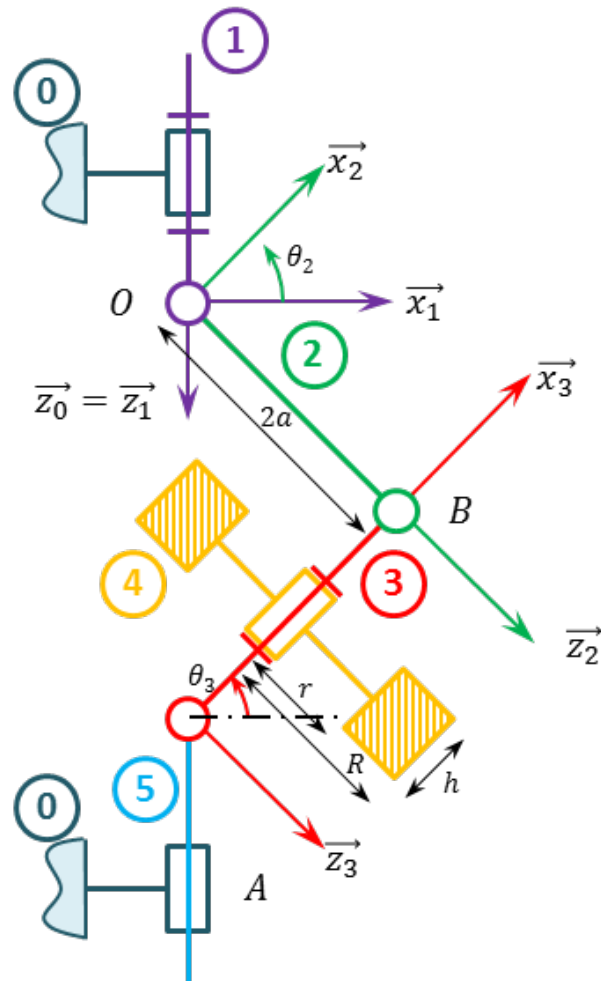
Question 2 Déterminer les torseurs cinétiques suivants : $\{\mathcal{C}(1/0)\}_O$, $\{\mathcal{C}(2/0)\}_O$.

Question 3 Déterminer les torseurs dynamiques suivants : $\{\mathcal{D}(1/0)\}_O$, $\{\mathcal{D}(2/0)\}_O$. En déduire $\{\mathcal{D}(1 \cup 2/0)\}_O$.

Question 4 Déterminer les torseur dynamique $\{\mathcal{D}(4/0)\}_G$.

Question 5 Déterminer les torseur dynamique $\{\mathcal{D}(1 \cup 2 \cup 3 \cup 4 \cup 5/0)\}_O$.

Question 6 Calculer l'énergie cinétique de l'ensemble du système dans son mouvement par rapport au bâti.



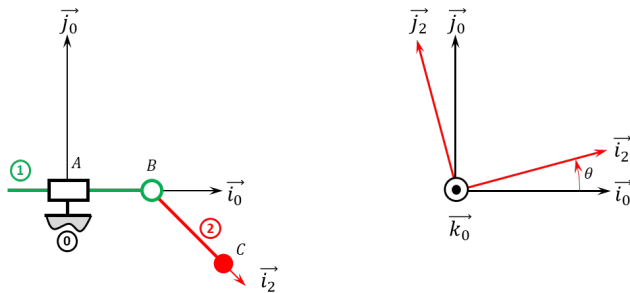
Exercice 1 – Mouvement RT *

C2-08

C2-09

Soit le mécanisme suivant. On a $\overrightarrow{AB} = \lambda(t) \vec{i}_0$ et $\overrightarrow{BC} = R \vec{i}_2$ avec $R = 30 \text{ mm}$. De plus :

- $G_1 = B$ désigne le centre d'inertie de **1**, on note m_1 la masse de **1** et $I_{G_1}(1) = \begin{pmatrix} A_1 & 0 & 0 \\ 0 & B_1 & 0 \\ 0 & 0 & C_1 \end{pmatrix}_{\mathcal{B}_1}$;
- $G_2 = C$ désigne le centre d'inertie de **2**, on note m_2 la masse de **2** et $I_{G_2}(2) = \begin{pmatrix} A_2 & 0 & 0 \\ 0 & B_2 & 0 \\ 0 & 0 & C_2 \end{pmatrix}_{\mathcal{B}_2}$.



Question 1 Exprimer le torseur dynamique $\{\mathcal{D}(2/0)\}$ en B.

Question 2 Déterminer $\overrightarrow{R_d(1+2/0)} \cdot \vec{i}_0$

Corrigé voir 1.

Exercice 2 – Mouvement RT *

B2-14

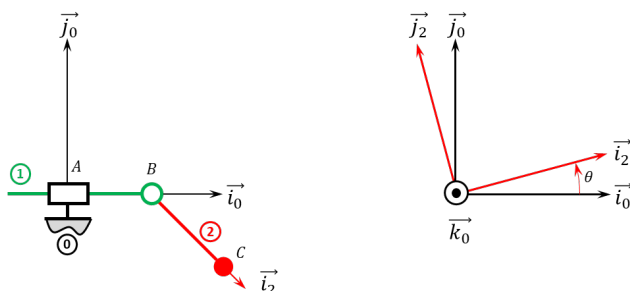
C1-05

Soit le mécanisme suivant. On a $\overrightarrow{AB} = \lambda(t) \vec{i}_0$ et $\overrightarrow{BC} = R \vec{i}_2$ avec $R = 30 \text{ mm}$. De plus :

- $G_1 = B$ désigne le centre d'inertie de **1**, on note m_1 la masse de **1** ;
- $G_2 = C$ désigne le centre d'inertie de **2**, on note m_2 la masse de **2**.

Un vérin électrique positionné entre **0** et **1** permet d'actionner le solide **1**. Un moteur électrique positionné entre **1** et **2** permet d'actionner le solide **2**.

L'accélération de la pesanteur est donnée par $\vec{g} = -g \vec{j}_0$.



Question 1 Réaliser le graphe d'analyse en faisant apparaître l'ensemble des actions mécaniques.

Question 2 Proposer une démarche permettant de déterminer les lois de mouvement de **1** et de **2** par rapport à \mathcal{R}_0 .

Corrigé voir 2.

Exercice 3 – Mouvement RT *

C2-09 Pas de corrigé pour cet exercice.

Soit le mécanisme suivant. On a $\overrightarrow{AB} = \lambda(t) \vec{i}_0$ et $\overrightarrow{BC} = R \vec{i}_2$ avec $R = 30 \text{ mm}$. De plus :

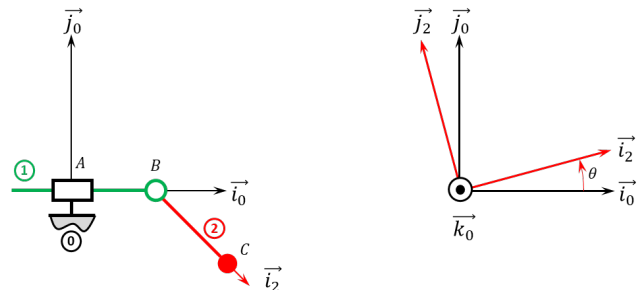
- $G_1 = B$ désigne le centre d'inertie de **1**, on note m_1 la masse de **1** et $I_{G_1}(1) = \begin{pmatrix} A_1 & 0 & 0 \\ 0 & B_1 & 0 \\ 0 & 0 & C_1 \end{pmatrix}_{\mathcal{B}_1}$;
- $G_2 = C$ désigne le centre d'inertie de **2**, on note m_2 la masse de **2** et $I_{G_2}(2) = \begin{pmatrix} A_2 & 0 & 0 \\ 0 & B_2 & 0 \\ 0 & 0 & C_2 \end{pmatrix}_{\mathcal{B}_2}$.

Un vérin électrique positionné entre **0** et **1** permet d'actionner le solide **1**. Un moteur électrique positionné entre **1** et **2** permet d'actionner le solide **2**.

L'accélération de la pesanteur est donnée par $\vec{g} = -g \vec{j}_0$.

Par ailleurs,

$$\overrightarrow{\delta(B, 2/0)} = C_1 \ddot{\theta} \vec{k}_1 + R(-\sin \theta \ddot{\lambda}(t) \vec{k}_0 + R \ddot{\theta} \vec{k}_2) \text{ et } \overrightarrow{R_d(1+2/0)} \cdot \vec{i}_0 = m_1 \ddot{\lambda}(t) + m_2 (\ddot{\lambda}(t) - R(\ddot{\theta} \sin \theta(t) + \dot{\theta}^2 \cos \theta)).$$



L'objectif est d'obtenir les lois de mouvement.

Question 1 Appliquer le théorème du moment dynamique au solide **2** au point B en projection sur \vec{k}_0 .

Question 2 Appliquer le théorème de la résultante dynamique à l'ensemble **1+2** en projection sur \vec{i}_0

Corrigé voir 3.

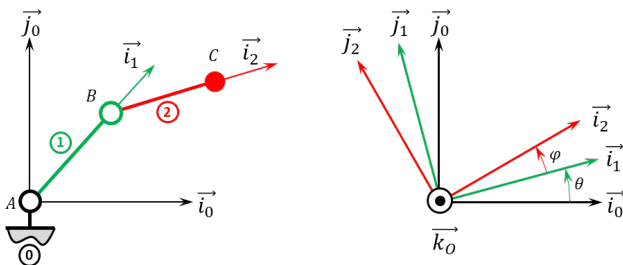
Exercice 4 – Mouvement RR *

C2-08

C2-09 Pas de corrigé pour cet exercice.

Soit le mécanisme suivant. On a $\overrightarrow{AB} = R \vec{i}_1$ avec $R = 20 \text{ mm}$ et $\overrightarrow{BC} = L \vec{i}_2$ avec $L = 15 \text{ mm}$. De plus :

- G_1 désigne le centre d'inertie de **1** et $\overrightarrow{AG_1} = \frac{1}{2} R \vec{i}_1$, on note m_1 la masse de **1** et $I_{G_1}(1) = \begin{pmatrix} A_1 & 0 & 0 \\ 0 & B_1 & 0 \\ 0 & 0 & C_1 \end{pmatrix}_{\mathcal{B}_1}$;
- G_2 désigne le centre d'inertie de **2** et $\overrightarrow{BG_2} = \frac{1}{2} L \vec{i}_2$, on note m_2 la masse de **2** et $I_{G_2}(2) = \begin{pmatrix} A_2 & 0 & 0 \\ 0 & B_2 & 0 \\ 0 & 0 & C_2 \end{pmatrix}_{\mathcal{B}_2}$.



Question 1 Exprimer le torseur dynamique $\{\mathcal{D}(1/0)\}$ en A.

Question 2 Exprimer le torseur dynamique $\{\mathcal{D}(2/0)\}$ en B.

Question 3 Déterminer $\overrightarrow{\delta(A, 1+2/0)} \cdot \vec{k}_0$

Corrigé voir 4.

Exercice 5 – Mouvement RR *

B2-14

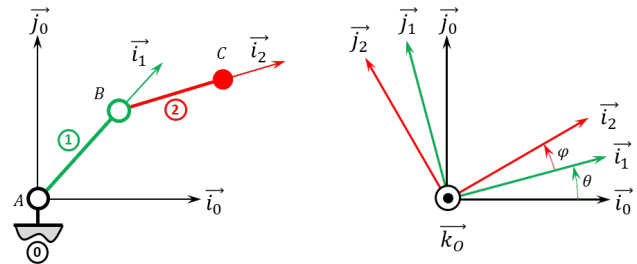
C1-05 Pas de corrigé pour cet exercice.

Soit le mécanisme suivant. On a $\overrightarrow{AB} = R \vec{i}_1$ avec $R = 20 \text{ mm}$ et $\overrightarrow{BC} = L \vec{i}_2$ avec $L = 15 \text{ mm}$. De plus :

- G_1 désigne le centre d'inertie de **1** et $\overrightarrow{AG_1} = \frac{1}{2} R \vec{i}_1$, on note m_1 la masse de **1** ;
- G_2 désigne le centre d'inertie de **2** et $\overrightarrow{BG_2} = \frac{1}{2} L \vec{i}_2$, on note m_2 la masse de **2**.

Un moteur électrique positionné entre **0** et **1** permet d'actionner le solide **1**. Un moteur électrique positionné entre **1** et **2** permet d'actionner le solide **2**.

L'accélération de la pesanteur est donnée par $\vec{g} = -g \vec{j}_0$.



Question 1 Réaliser le graphe d'analyse en faisant apparaître l'ensemble des actions mécaniques.

Question 2 Proposer une démarche permettant de déterminer les loi de mouvement de **1** et de **2** par rapport à \mathcal{R}_0 .

Corrigé voir 5.

Exercice 6 – Mouvement RR *

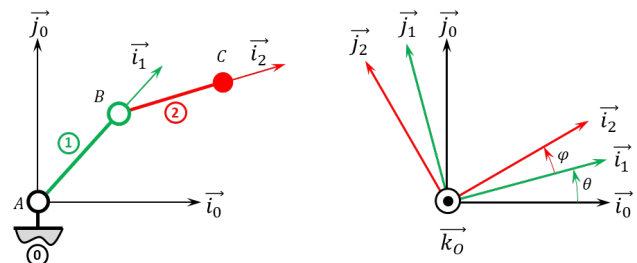
C2-09 Pas de corrigé pour cet exercice.

Soit le mécanisme suivant. On a $\overrightarrow{AB} = R \vec{i}_1$ avec $R = 20 \text{ mm}$ et $\overrightarrow{BC} = L \vec{i}_2$ avec $L = 15 \text{ mm}$. De plus :

- G_1 désigne le centre d'inertie de **1** et $\overrightarrow{AG_1} = \frac{1}{2} R \vec{i}_1$, on note m_1 la masse de **1** et $I_{G_1}(1) = \begin{pmatrix} A_1 & 0 & 0 \\ 0 & B_1 & 0 \\ 0 & 0 & C_1 \end{pmatrix}_{\mathcal{B}_1}$;
- G_2 désigne le centre d'inertie de **2** et $\overrightarrow{BG_2} = \frac{1}{2} L \vec{i}_2$, on note m_2 la masse de **2** et $I_{G_2}(2) = \begin{pmatrix} A_2 & 0 & 0 \\ 0 & B_2 & 0 \\ 0 & 0 & C_2 \end{pmatrix}_{\mathcal{B}_2}$.

Un moteur électrique positionné entre **0** et **1** permet d'actionner le solide **1**. Un moteur électrique positionné entre **1** et **2** permet d'actionner le solide **2**.

L'accélération de la pesanteur est donnée par $\vec{g} = -g \vec{j}_0$.



Question 1 Dans le but d'obtenir les lois de mouvement, appliquer le théorème du moment dynamique au solide **2** au point B en projection sur \vec{k}_0 puis le théorème du moment dynamique à l'ensemble **1+2** au point A en projection sur \vec{k}_0

Corrigé voir 6.

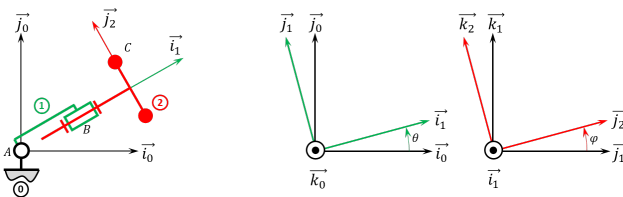
Exercice 7 – Mouvement RR 3D **

C2-08

C2-09

Soit le mécanisme suivant. On a $\overrightarrow{AB} = R \vec{i}_1$ et $\overrightarrow{BC} = \ell \vec{i}_2 + r \vec{j}_2$. On note $R + \ell = L = 20 \text{ mm}$ et $r = 10 \text{ mm}$. De plus :

- $G_1 = B$ désigne le centre d'inertie de **1**, on note m_1 la masse de **1** et $I_{G_1}(1) = \begin{pmatrix} A_1 & 0 & 0 \\ 0 & B_1 & 0 \\ 0 & 0 & C_1 \end{pmatrix}_{\mathcal{B}_1}$;
- G_2 désigne le centre d'inertie de **2** tel que $\overrightarrow{BG_2} = \ell \vec{i}_2$, on note m_2 la masse de **2** et $I_{G_2}(2) = \begin{pmatrix} A_2 & 0 & 0 \\ 0 & B_2 & 0 \\ 0 & 0 & C_2 \end{pmatrix}_{\mathcal{B}_2}$.



Question 1 Exprimer le torseur dynamique $\{\mathcal{D}(1/0)\}$ en B.

Question 2 Déterminer $\overrightarrow{\delta}(A, 1+2/0) \cdot \vec{k}_0$

Corrigé voir 7.

Exercice 8 – Mouvement RR 3D **

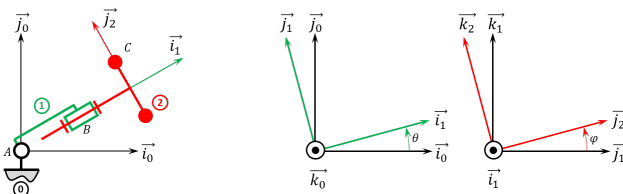
B2-14

C1-05 Pas de corrigé pour cet exercice.

Soit le mécanisme suivant. On a $\overrightarrow{AB} = R \vec{i}_1$ et $\overrightarrow{BC} = \ell \vec{i}_2 + r \vec{j}_2$. On note $R + \ell = L = 20 \text{ mm}$ et $r = 10 \text{ mm}$. De plus :

- $G_1 = B$ désigne le centre d'inertie de **1**, on note m_1 la masse de **1** ;
- G_2 désigne le centre d'inertie de **2** tel que $\overrightarrow{BG_2} = \ell \vec{i}_2$, on note m_2 la masse de **2**.

Un moteur électrique positionné entre **0** et **1** permet d'actionner le solide **1**. Un moteur électrique positionné entre **1** et **2** permet d'actionner le solide **2**. L'accélération de la pesanteur est donnée par $\vec{g} = -g \vec{j}_0$.



Question 1 Réaliser le graphe d'analyse en faisant apparaître l'ensemble des actions mécaniques.

Question 2 Proposer une démarche permettant de déterminer les loi de mouvement de **1** et de **2** par rapport à \mathcal{R}_0 .

Corrigé voir 8.

Exercice 9 – Mouvement RR 3D **

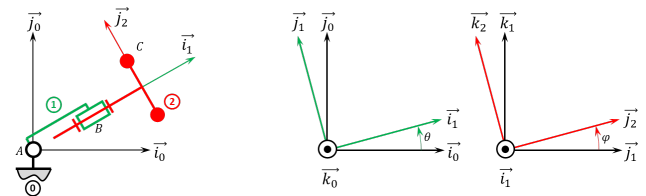
B2-14

C2-09 Pas de corrigé pour cet exercice.

Soit le mécanisme suivant. On a $\overrightarrow{AB} = R \vec{i}_1$ et $\overrightarrow{BC} = \ell \vec{i}_2 + r \vec{j}_2$. On note $R + \ell = L = 20 \text{ mm}$ et $r = 10 \text{ mm}$. De plus :

- $G_1 = B$ désigne le centre d'inertie de **1**, on note m_1 la masse de **1** et $I_{G_1}(1) = \begin{pmatrix} A_1 & 0 & 0 \\ 0 & B_1 & 0 \\ 0 & 0 & C_1 \end{pmatrix}_{\mathcal{B}_1}$;
- G_2 désigne le centre d'inertie de **2** tel que $\overrightarrow{BG_2} = \ell \vec{i}_2$, on note m_2 la masse de **2** et $I_{G_2}(2) = \begin{pmatrix} A_2 & 0 & 0 \\ 0 & B_2 & 0 \\ 0 & 0 & C_2 \end{pmatrix}_{\mathcal{B}_2}$.

Un moteur électrique positionné entre **0** et **1** permet d'actionner le solide **1**. Un moteur électrique positionné entre **1** et **2** permet d'actionner le solide **2**. L'accélération de la pesanteur est donnée par $\vec{g} = -g \vec{j}_0$.



Question 1 Dans le but d'obtenir les lois de mouvement, appliquer le théorème du moment dynamique au solide **2** au point A en projection sur \vec{i}_1 puis le théorème du moment dynamique à l'ensemble **1+2** au point A en projection sur \vec{k}_0

Corrigé voir 9.