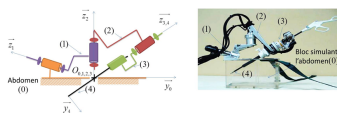


Colle 01



Micromanipulateur compact pour la chirurgie endoscopique

Mines Ponts 2016

Savoirs et compétences :

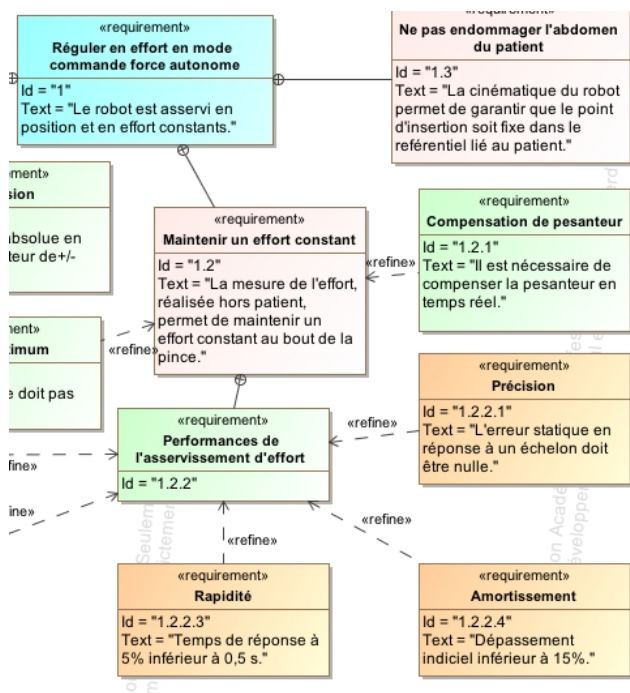
- B2-04 : Établir un modèle de connaissance par des fonctions de transfert.

1 Micromanipulateur compact pour la chirurgie endoscopique (MC²E)

1.1 Présentation générale

L'objet de cette étude est un robot appelé MC²E utilisé en chirurgie endoscopique. Ce type de robots médico-chirurgicaux est équipé de capteurs (caméra, capteur d'efforts...) permettant de maîtriser les interactions avec des environnements souvent déformables et difficilement modélisables comme le corps humain.

La figure suivante décrit les principales exigences auxquelles est soumis le MC²E.



1.2 Validation des performances de l'asservissement d'effort

Modèle de connaissance de l'asservissement

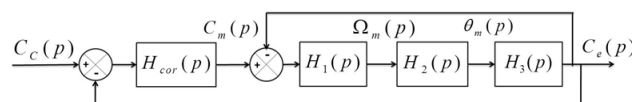
Objectif Modéliser l'asservissement en effort.

L'équation de mouvement est définie par l'équation différentielle suivante : $J \frac{d^2 \theta_m(t)}{dt^2} = C_m(t) - C_e(t)$ avec :

- J , inertie équivalente à l'ensemble en mouvement, ramenée sur l'arbre moteur;

- $C_e(t)$, couple regroupant l'ensemble des couples extérieurs ramenés à l'arbre moteur, notamment fonction de la raideur du ressort.

On notera $\theta_m(p)$, $\Omega_m(p)$, $C_m(p)$ et $C_e(p)$ les transformées de Laplace des grandeurs de l'équation de mouvement. On pose $C_e(t) = K_{C\theta} \theta_m(t)$ où $K_{C\theta}$ est une constante positive. On a de plus $\frac{d\theta_m(t)}{dt} = \omega_m(t)$. La régulation se met alors sous la forme du schéma-blocs à retour unitaire simplifié que l'on admettra :



Modèle simplifié du montage du capteur d'effort.

Avec :

- $C_e(p)$, couple de sortie mesuré par le capteur d'effort situé sur le MC²E;
- $C_c(p)$, couple de consigne;
- $C_m(p)$, couple moteur;
- $H_{cor}(p)$, fonction de transfert du correcteur.

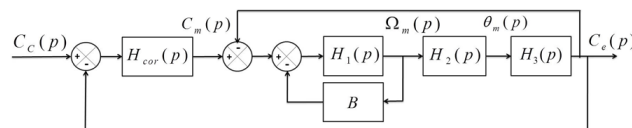
Dans un premier temps, on prendra $H_{cor}(p) = 1$.

Question 1 Déterminer les expressions des fonctions de transfert $H_1(p)$, $H_2(p)$ et $H_3(p)$.

Question 2 Donner l'expression de la fonction de transfert en boucle fermée $H_{BF}(p)$ de l'asservissement d'effort.

Question 3 Quel sera le comportement de cet asservissement en réponse à un échelon d'amplitude C_0 ? Conclure.

Pour remédier au problème ainsi mis en évidence, le concepteur a choisi de mettre en place une boucle interne numérique, dite tachymétrique, de gain B . On s'intéresse ici à la définition analytique de B . Le schéma-blocs modifié est donné figure suivante.



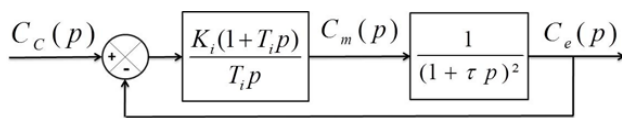
Régulation avec retour tachymétrique

On règle B de telle façon que, pour $H_{\text{cor}}(p) = 1$, la fonction de transfert en boucle ouverte, notée $H_{\text{BO}}(p)$, puisse être mise sous la forme suivante : $H_{\text{BO}}(p) = \frac{1}{(1 + \tau p)^2}$.

Question 4 Donner l'expression analytique du gain B, en fonction de J et K_{C0} , permettant d'obtenir cette forme de fonction de transfert. En déduire l'expression analytique de la constante de temps τ .

Les exigences du cahier des charges sont données plus haut (exigences 1.2.2.1, 1.2.2.3 et 1.2.2.4).

Afin de répondre à ces exigences, on choisit un correcteur proportionnel-intégral de gain K_i et de constante de temps T_i . Le schéma-blocs de la régulation se met sous la forme de la figure qui suit.



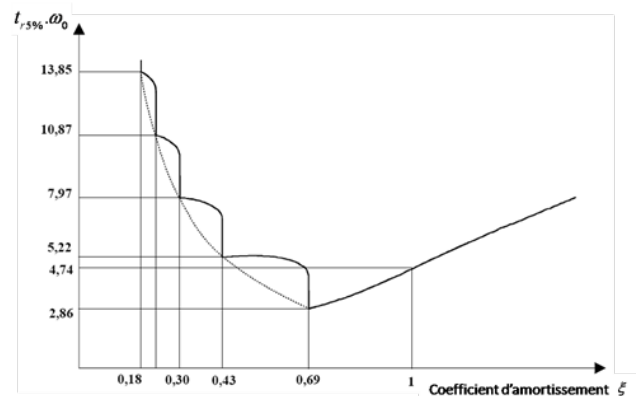
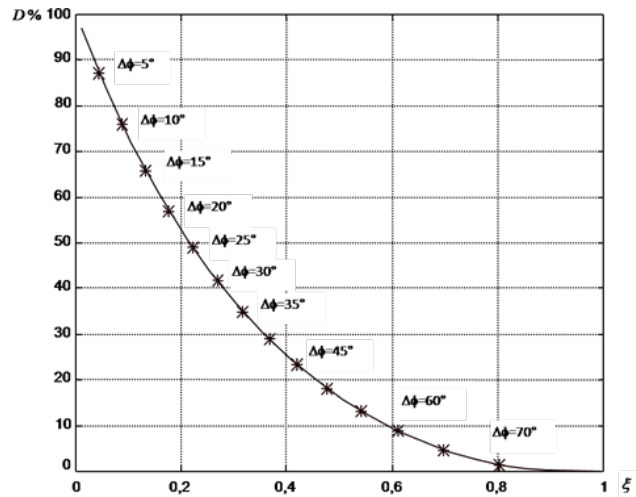
Régulation avec correcteur PI.

Question 5 Donner l'expression de l'erreur statique en réponse à un échelon d'amplitude C_0 . Conclure vis-à-vis du cahier des charges.

On souhaite régler le correcteur pour que le système asservi ait une fonction de transfert en boucle fermée d'ordre 2 de la forme : $\frac{K_{\text{BF}}}{1 + \frac{2\xi_{\text{BF}}}{\omega_{\text{0BF}}}p + \frac{p^2}{\omega_{\text{0BF}}^2}}$.

Question 6 Proposer une expression simple pour la constante de temps T_i .

Question 7 À partir des courbes suivantes, proposer une valeur de coefficient d'amortissement et de pulsation propre.



On donne $K_i = 1$.

Question 8 Les critères de performance du cahier des chartes sont-ils respectés? Tracer l'allure de la réponse temporelle à un échelon C_{c0} en indiquant toutes les valeurs caractéristiques nécessaires.

Diagrammes de Bode

On prend $K_i = 0,4$, $T_i = 0,01$ s et $\tau = 0,5$ s.

Question 9 Tracer le diagramme de Bode de la fonction de transfert $G(p) = \frac{K_i(1 + T_i p)}{T_i p(1 + \tau p^2)}$.

Colle 02

Cisaille à découpe au vol

D'après P. Dubois, C. Gamelon.

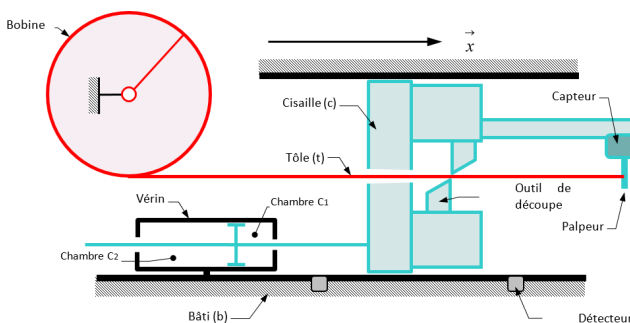
Savoirs et compétences :

- B2-04 : Établir un modèle de connaissance par des fonctions de transfert ;
- B2-06 : Établir un modèle de comportement à partir d'une réponse temporelle ou fréquentielle.

Mise en situation

Objectif

- Identifier les paramètres du vérin.
- Quantifier l'erreur de trainage et déterminer son impact sur le système.
- Proposer des solutions pour la compenser.



La machine, représentée par le schéma ci-dessus, permet de débiter en continu une bobine de tôle en tronçons de même longueur¹. La rotation continue à fréquence variable de la bobine impose à la tôle (t) une vitesse linéaire $v(t)$ par rapport au bâti (b) constante. Les outils de découpe sont portés par la cisaille (c) qui est mise en mouvement par un vérin hydraulique.

En avançant, la tôle déplace le palpeur du capteur porté par la cisaille. Celui-ci délivre alors une tension $u(t)$ proportionnelle à l'écart de position entre la tôle et la cisaille. Un amplificateur transforme ce signal en courant d'intensité $i(t)$ pour commander un distributeur hydraulique qui fournit au vérin un débit d'huile $q(t)$. Au bout d'un certain temps, se déplaçant à la même vitesse, la cisaille et la tôle arrivent face à un détecteur qui déclenche la coupe. La tôle tombe, la cisaille recule jusqu'à son point de départ et attend que la tôle revienne en contact avec le palpeur pour recommencer un cycle. La position de la cisaille est ainsi « asservie » à la position de la tôle.

On notera par des majuscules les transformées de Laplace des fonctions du temps notées en minuscules.

Rappels : $\mathcal{L}[a] = \frac{a}{p}$, $\mathcal{L}[at] = \frac{a}{p^2}$ et $\mathcal{L}[e^{-at}] = \frac{1}{p+a}$.

Schéma-bloc du système

On note :

1. <https://goo.gl/azqSkT>

- $e(t)$ le déplacement de la tôle (t) par rapport au bâti (b) ;
- $\varepsilon(t)$ le déplacement de la tôle par rapport à la cisaille (c) ;
- $x(t)$ le déplacement de la cisaille par rapport au bâti.

On considère comme instant initial le moment où la tôle touche le palpeur. À cet instant e et x sont nuls. L'équation reliant les déplacements est donnée par :

$$\varepsilon(t) = e(t) - x(t).$$

Le capteur, l'amplificateur et le distributeur délivrent des signaux de sortie proportionnels à leurs signaux d'entrée. On notera K_c , K_a et K_d leurs gains respectifs. Soit $H_v(p) = \frac{X(p)}{Q(p)}$ la fonction de transfert associée à l'ensemble vérin plus charge déplacée, ($X(p)$ est la transformée de Laplace du déplacement $x(t)$ et $Q(p)$ celle du débit $q(t)$).

Question 1 Représenter le schéma-blocs du système. Indiquer les grandeurs d'entrée et de sortie de chaque bloc.

Fonction de transfert de l'ensemble vérin et charge

Équation de comportement dynamique

On note :

- m la masse totale mise en mouvement par le vérin ;
- f le coefficient de frottement visqueux associé au déplacement de l'ensemble mobile. Les frottements créent un effort qui s'oppose au déplacement et qui est proportionnel à la vitesse : $F_f(t) = -f \frac{dx}{dt}$;
- $\Delta p(t)$ la différence de pression entre les deux chambres C_1 et C_2 du vérin ;
- S la surface du piston en contact avec l'huile.

En appliquant le principe fondamental de la dynamique à l'ensemble mobile en projection sur \vec{x} , on a :

$$m \frac{d^2 x(t)}{dt^2} = S \Delta p(t) - f \frac{dx(t)}{dt}.$$

Fonction de transfert du vérin

Pour le type de vérin utilisé, le débit d'alimentation a pour expression : $q(t) = S \frac{dx(t)}{dt} + \frac{V}{2B} \frac{d\Delta p(t)}{dt}$. V est le volume moyen d'une chambre et B le module d'élasticité de l'huile, (ces deux paramètres sont des constantes).

Question 2 Transformer les deux équations précédentes dans le domaine de Laplace. En déduire l'expression de la fonction de transfert : $H_v(p) = \frac{X(p)}{Q(p)}$, que l'on mettra sous la forme : $H_v(p) = \frac{k}{p(ap^2 + bp + 1)}$.

Détermination des paramètres canoniques à partir du diagramme de Bode

$$\text{On pose } H_v(p) = \frac{K_v}{p \left(1 + \frac{2\xi}{\omega_0} p + \frac{p^2}{\omega_0^2} \right)}.$$

Une simulation numérique a permis de tracer le diagramme de Bode donné page suivante. On se propose de retrouver les valeurs de K_v , ω_0 et ξ à partir du diagramme.

Question 3 Donner l'expression littérale du gain fréquentiel en décibel $G_{dB}(\omega)$ en fonction des notations K_v , ω_0 et ξ , (ne pas développer le dénominateur pour le calcul du module de $H_v(j\omega)$). Quelle est sa valeur pour $\omega = \omega_0$?

Question 4 Déterminer l'asymptote de la courbe de gain lorsque ω tend vers 0. Quelle est sa pente ? Pour quelle valeur de ω coupe-t-elle l'horizontale à 0 dB ?

Question 5 Déterminer l'asymptote de la courbe de gain lorsque ω tend vers l'infini. Quelle est sa pente ? Pour quelle valeur de ω coupe-t-elle l'asymptote précédente ?

Question 6 Déduire des résultats précédents et du diagramme de Bode de $H_v(p)$ donné sur la feuille réponse les valeurs des paramètres K_v , ω_0 et ξ (on tracera les asymptotes avec leur pente réelle).

Question 7 Donner l'expression littérale de la phase $\varphi(\omega)$ en fonction des notations ω_0 et ξ . Déterminer ses limites lorsque ω tend vers 0 et lorsque ω tend vers l'infini. Tracer le diagramme asymptotique de phase. Calculer les valeurs de la phase en degrés pour la pulsation propre ω_0 puis pour 100 et 200 rad s⁻¹. Tracer la courbe de phase.

Détermination des gains K_c , K_a et K_d

Pour que le système soit stable en boucle fermée on décide de régler le correcteur pour avoir une marge de gain de 6 dB.

Question 8 Quelle valeur K doit-on donner au produit des gains $K_c K_a K_d$ (préciser les unités). On note K_0 le produit $K K_v$ (gain en boucle ouverte). Quelle est la

valeur de K_0 ? Quelle est la marge de phase ainsi obtenue ?

Méthode Cette question est un peu prématurée par rapport à notre avancée. Cependant, vous pouvez tenter d'appliquer la méthode suivante :

1. Déterminer le gain (en dB) pour lequel la phase vaut -180°.
2. Chercher K tel que $20 \log |F T B O| = -6$.
3. Calculer K_0 .

Erreur de traînage

$$\text{On note : } H(p) = \frac{X(p)}{\varepsilon(p)}.$$

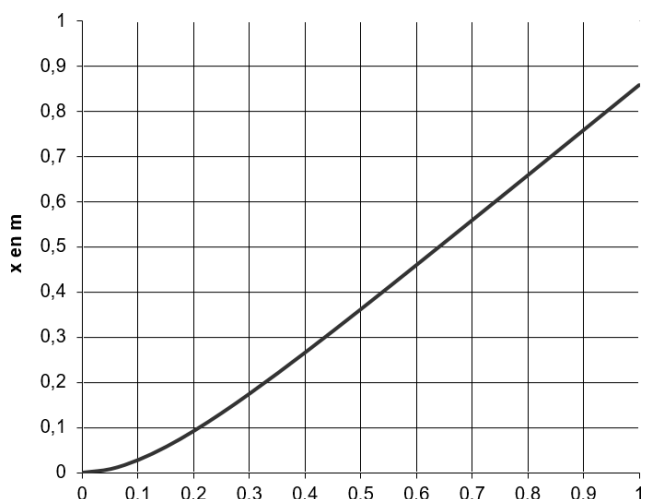
Question 9 Donner l'expression de l'écart $\varepsilon(p)$ en fonction de $E(p)$ et $H(p)$. La tôle se déplace à vitesse constante v , quelle est la transformée $E(p)$ de $e(t)$? Donner l'expression de $\varepsilon(p)$ en fonction de v et des paramètres canoniques.

Question 10 On appelle erreur de traînage ε_t la différence entre l'entrée et la sortie en régime permanent pour une entrée en rampe. Donner l'expression de ε_t . Faire l'application numérique avec $v = 1 \text{ ms}^{-1}$ et $K_0 = 7$ (unité SI).

Identification temporelle

On donne ci-dessous, le tracé de la courbe $x(t)$ obtenu à l'aide d'un logiciel de simulation. Cette réponse est voisine de celle d'un premier ordre soumis à la même entrée.

Soit $F(p) = \frac{K_f}{1 + Tp}$ la fonction de transfert du système du premier ordre associé.

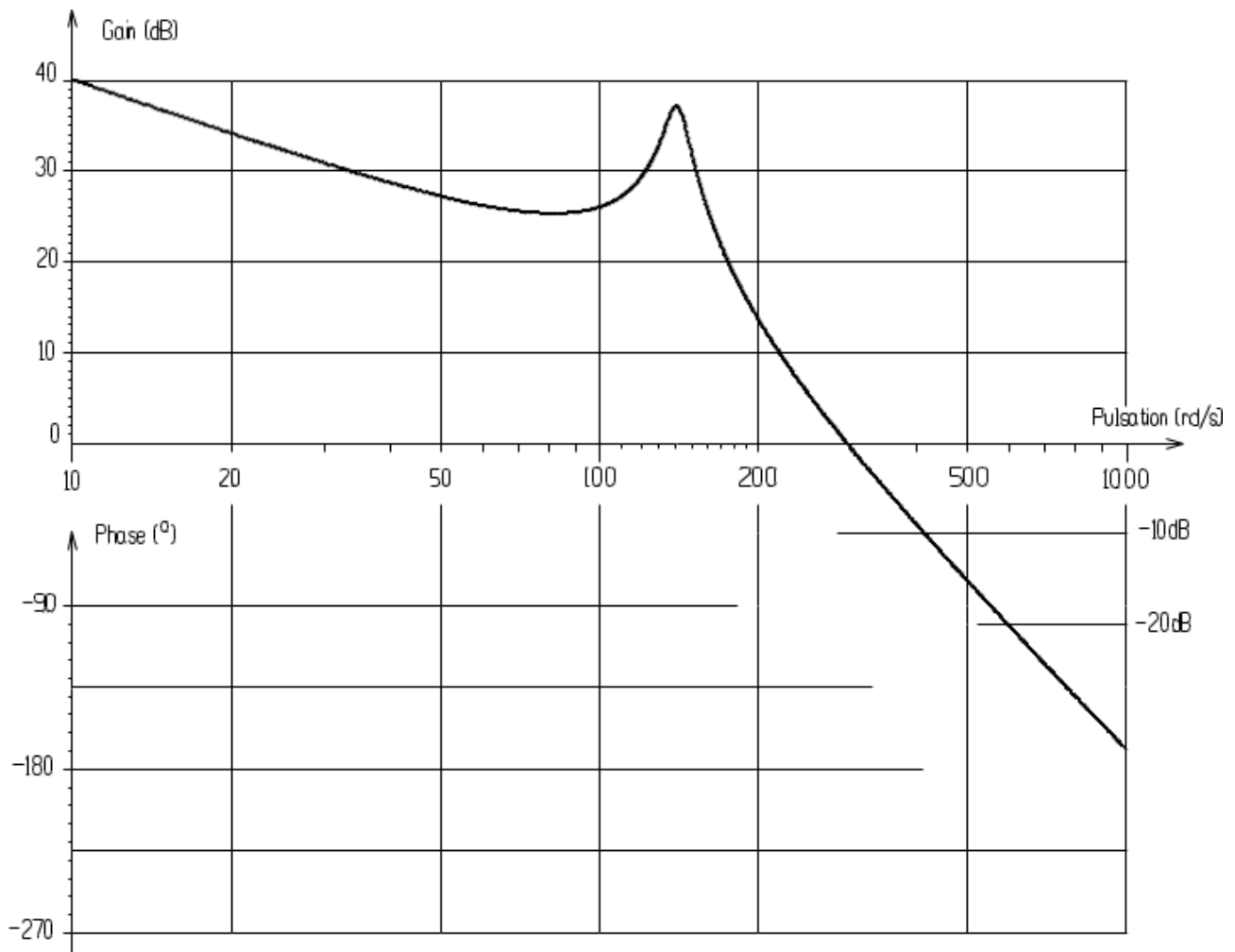


Question 11 Déterminer l'expression de la réponse temporelle de ce système soumis à une entrée identique à celle de la cisaille (déplacement de la tôle à vitesse constante : $v = 1 \text{ ms}^{-1}$).

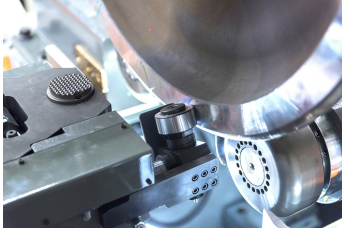
Question 12 Déterminer les valeurs numériques de K_f et T à l'aide de relevés sur la courbe.

Question 13 Vérifier que l'on a la même erreur de traînage.

Question 14 Quel réglage peut-on envisager sur la cisaille pour compenser cette erreur ?



Colle 03



Tour en fosse utilisé pour le reprofilage des roues ferroviaires – Asservissement du porte-outil

Concours Centrale Supélec – PSI 2018

Savoirs et compétences :

- B2-07 : Modéliser un système par schéma-blocs ;
- C2-02 : Déterminer la réponse fréquentielle.

Modélisation du mouvement pour la commande

Objectif Modéliser le comportement dynamique de l'outil et du porte-outil, puis étudier une commande en position $z_1(t)$ comprenant un correcteur proportionnel.

Le système composé de l'outil et du porte-outil est modélisé sur la Figure 2. Le porte-outil, de masse $m_1 = 5522 \text{ kg}$, est considéré indéformable et en liaison glissière de direction \vec{z}_0 avec le bâti. Une chaîne de motorisation électrique permet de déplacer le porte-outil et une structure de commande associée permet d'asservir la position $z_1(t)$ par rapport à une position de référence. La chaîne de motorisation exerce une force motrice $\vec{f}_m(t) = f_m(t)\vec{z}_0$ sur le porte-outil.

La cahier des charges est donné sur la figure suivante.

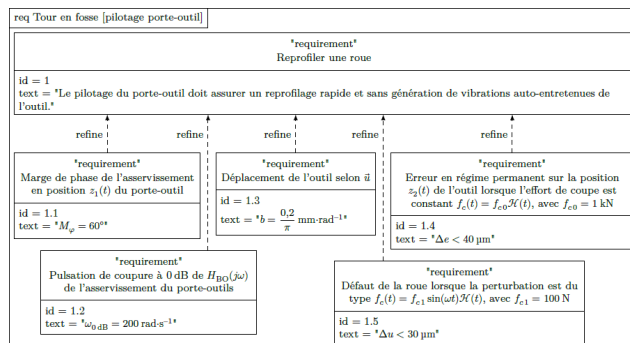


FIGURE 1 – Diagramme des exigences de la chaîne d'asservissement

Les positions du porte-outil et du point C par rapport à leur position de référence sont respectivement paramétrées par $z_1(t)\vec{z}_0$ et $z_2(t)\vec{z}_0$, avec $z_1(t)\vec{z}_0$ et $z_2(t)\vec{z}_0$ des grandeurs algébriques (Figure 2). Les conditions initiales sont toujours supposées nulles.

Le théorème de la résultante dynamique appliqué au porte-outil puis à l'outil permet d'obtenir les deux relations suivantes :

$$\begin{aligned} m_1 \ddot{z}_1(t) + \lambda \dot{z}_1(t) + K z_1(t) &= \lambda \dot{z}_2(t) + K z_2(t) + f_m(t) \\ m_2 \ddot{z}_2(t) + \lambda \dot{z}_2(t) + K z_2(t) &= \lambda \dot{z}_1(t) + K z_1(t) + f_c(t) \end{aligned}$$

Le modèle correspondant est représenté par le schéma bloc de la Figure 3.

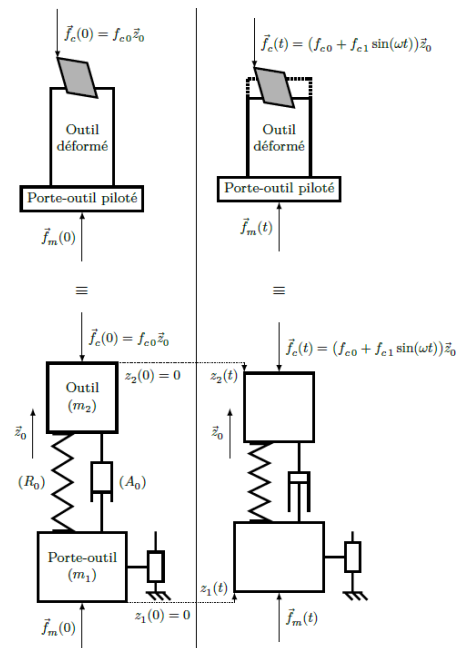


FIGURE 2 – Modèle de déformation de l'outil avec le porte-outil piloté

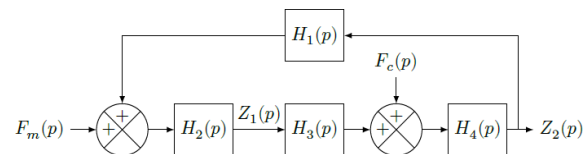


FIGURE 3 – Modèle de l'outil et du porte-outil

Question 1 Exprimer les fonctions $H_1(p)$, $H_2(p)$, $H_3(p)$ et $H_4(p)$ en fonction de K , λ , m_1 et m_2 .

Le modèle de la Figure 3 est réduit au modèle équivalent de la figure Figure 4.

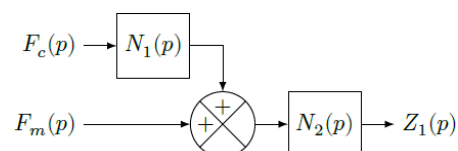
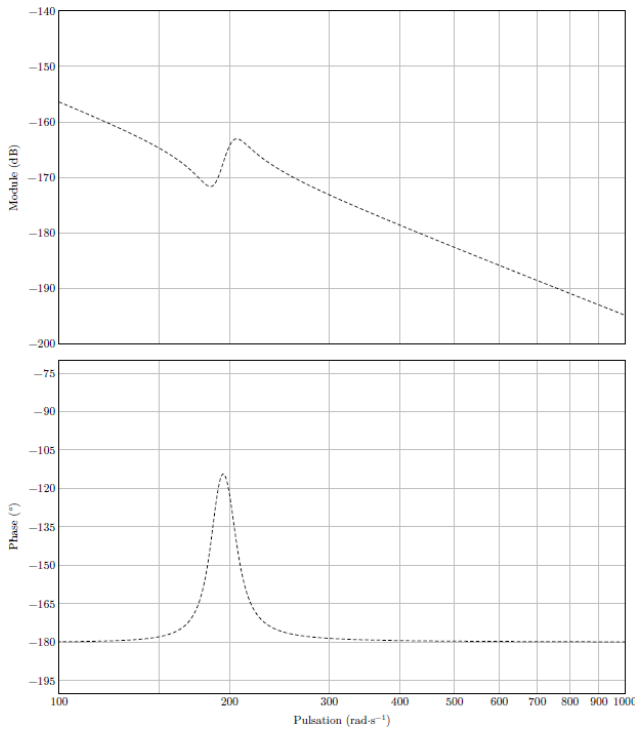


FIGURE 4 – Modèle équivalent

Question 2 Exprimer $N_1(p)$ et $N_2(p)$ en fonction de $H_1(p)$, $H_2(p)$, $H_3(p)$ et $H_4(p)$.

Question 3 Montrer que $N_2(p)$ peut s'écrire sous la forme $N_2(p) = A \frac{p^2 + 2\xi_1 \omega_1 p + \omega_1^2}{p^2 (p^2 + 2\xi_2 \omega_2 p + \omega_2^2)}$. Exprimer ξ_1 , ξ_2 , ω_1 , ω_2 et A en fonction de m_1 , n , m_2 , λ et K .

Le diagramme de Bode associé à la fonction de transfert $N_2(p)$ est représenté ci-après.



Question 4 Compléter ce diagramme par les tracés asymptotiques en module et en phase, et conclure sur la cohérence du diagramme donné.

Question 5 Au regard des valeurs numériques, montrer que la fonction de transfert $N_2(p)$ peut être approchée par la fonction $N_{2app}(p) = \frac{A}{p^2}$. En utilisant une couleur différente, tracer le diagramme de Bode associé à la fonction de transfert $N_{2app}(p)$ sur le document réponse et conclure sur la validité de ce modèle approché.

Le modèle approché ($N_{2app}(p)$) est retenu pour la suite de l'étude. Le schéma bloc modélisant la régulation de la position $z_1(t)$ est donné en figure Figure 10, en considérant un correcteur proportionnel de gain K_p .

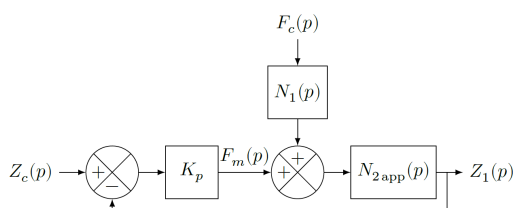


FIGURE 5 – Modèle de synthèse de la régulation en position $z_1(t)$ du porte-outil

Question 6 Justifier qu'une correction proportionnelle ne permet pas de respecter l'ensemble des critères du diagramme des exigences de la Figure 1.

Analyse de l'influence d'un paramètre

On a d'une part $Q(p) = Q_c(p) - Z_2(p)H_r(p)$.

D'autre part, la quantité de matière enlevée est donnée par $q(t) = q_c(t) - z_2(t) + z_2(t - \tau)$ où τ est la durée nécessaire à la roue pour effectuer un tour complet.

D'un point de vue numérique, $K_f = 1,5 \times 10^9 \text{ N m}^{-2}$ et $\tau = 1 \text{ s}$.

Question 7 Déterminer $H_r(p)$ en fonction de τ .

Le schéma-blocs retenu est le suivant.

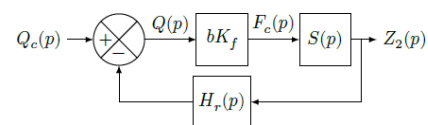


FIGURE 6 – Modèle équivalent de la chaîne d'asservissement complète

La Figure 14 représente le diagramme de Bode de la fonction de transfert en boucle ouverte du système modélisé Figure 13, avec $b = \frac{5 \times 10^{-2}}{\pi} \text{ mm rad}^{-1}$

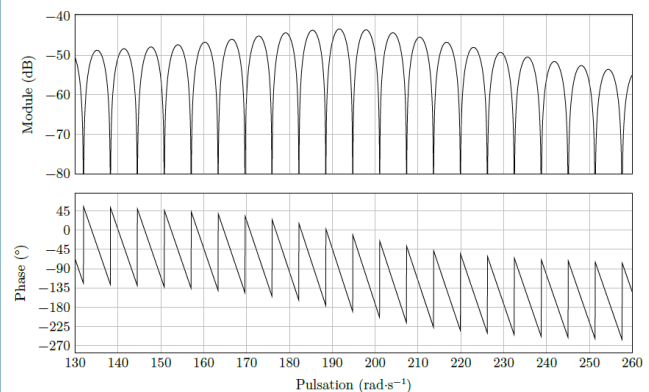


FIGURE 7 – Diagramme de Bode de la boucle ouverte du schéma-blocs

Les « zéros de transmission » d'une fonction de transfert $H(p)$ correspondent aux pulsations ω pour lesquelles $H(j\omega)$ est nul.

Question 8 Préciser l'expression de la fonction de transfert en boucle ouverte de la figure 16 puis vérifier la cohérence du diagramme de Bode de la Figure 14 en analysant les « zéros de transmission ».

Question 9 Déterminer un ordre de grandeur du paramètre b permettant de conserver la stabilité du système en boucle fermée. Conclure sur la compatibilité de cette valeur maximale avec un bon amortissement de l'asservissement.



10 Cycle 01– Modéliser le comportement des systèmes multiphysiques
Chapitre 2 – Colle 04

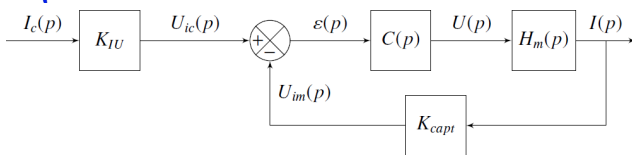


FIGURE 10 – Schéma-blocs

Question 4 Préciser, en justifiant, quelle valeur donner à K_{iu} , caractéristique du convertisseur IU.

On prend, dans un premier temps, un correcteur purement proportionnel : $C(p) = K_p$.

On en déduit la fonction de transfert $H_I(p) = \frac{I(p)}{I_c(p)}$:

$$H_I(p) = \frac{K'}{1 + K'} \frac{1 + \tau_m p}{1 + \frac{2z_m}{\omega_{0m}} + K' \tau_m + \frac{1}{\omega_{0m}^2 (1 + K')} p^2},$$

avec $K' = K_{iu} K_p K_m$.

Question 5 Calculer l'expression littérale de l'erreur en régime permanent notée μ_s , pour une entrée indicielle (i.e. $I_c(p)$ est un échelon unitaire), en fonction de K_{iu} , K_p et K_m .

La Figure 11 présente les diagrammes de Bode en boucle ouverte de l'asservissement étudié, en prenant $K_p = 10$.

Question 6 Conclure, lorsque cela est possible, quant au respect des sous exigences de l'exigence « 1.7.1.1 » avec ce type de correcteur.

Dans un deuxième temps, il est décidé d'utiliser un correcteur de type proportionnel intégral. Sa fonction de transfert est notée : $C(p) = K_p + \frac{K_i}{p}$.

Question 7 Tracer les diagrammes de Bode asymptotique du correcteur ainsi que l'allure des courbes réelles pour $K_p = 10$ et $K_i = 1000$. On précisera les valeurs numériques associées aux valeurs caractéristiques.

Une fois le correcteur réglé, on obtient les diagrammes de Bode en boucle ouverte (Figure 12) et les réponses temporelles (Figure 13), pour un échelon d'intensité $i_c(t)$ de 2A.

Question 8 Commenter le résultat obtenu vis-à-vis de l'exigence « 1.7.1.1.4 ». Expliquer pourquoi, à partir des exigences du D6, cet asservissement n'est pas directement implanté en l'état dans le système.

Le correcteur reste inchangé. Afin de palier au problème identifié précédemment, on apporte une dernière évolution au sein du calculateur. Cela permet de respecter les exigences de l'asservissement. Figure 14 présente les réponses temporelles du système pour un échelon d'intensité $i_c(t)$ de 2A.

Question 9 Préciser quelle ultime modification a apporté le constructeur afin de respecter les exigences de l'asservissement.

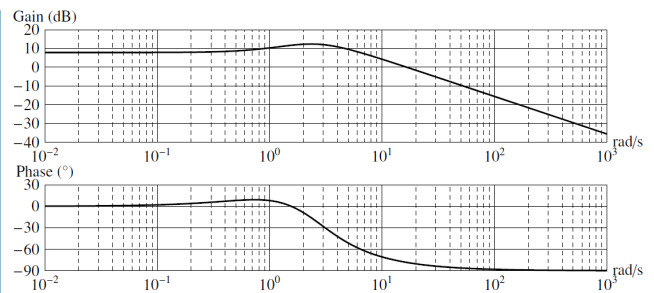


FIGURE 11 – Diagrammes de Bode en boucle ouverte pour $K_p = 10$

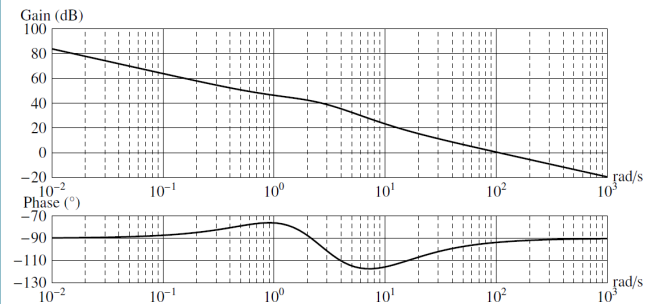


FIGURE 12 – Diagrammes de Bode en boucle ouverte avec réglage du correcteur PI effectué

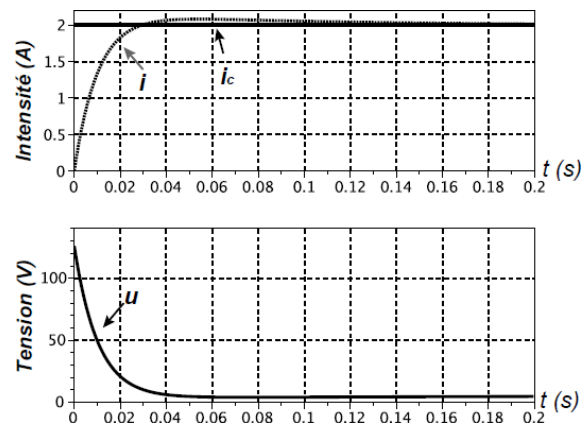


FIGURE 13 – Réponses temporelles avec réglage du correcteur PI effectué

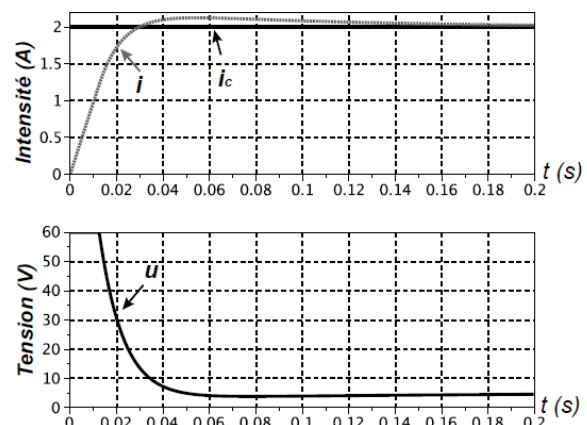


FIGURE 14 – Réponses temporelles du système finalement implanté

