DDS 2

Les ptits devoirs du soir

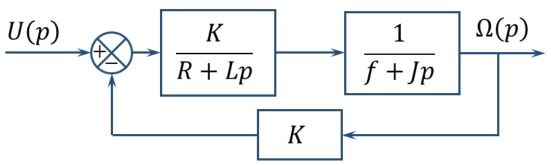
Xavier Pessoles

Exercice 192 – Fonctions de transfert★

B2-07

Pas de corrigé pour cet exercice.

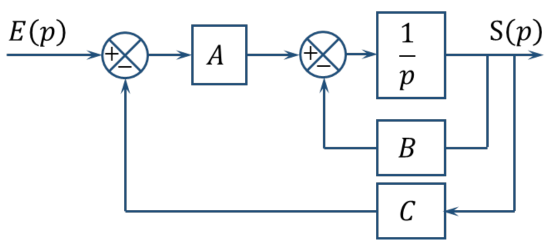
Soit le schéma-blocs suivant.



Question 1 *Déterminer la fonction de transfert en boucle ouverte. Mettre l'expression sous forme canonique et exprimer les paramètres caractéristiques.*

Question 2 *Déterminer la fonction de transfert en boucle fermée. Mettre l'expression sous forme canonique et exprimer les paramètres caractéristiques.*

Soit le schéma-blocs suivant.



Question 3 *Déterminer la fonction de transfert en boucle ouverte. Mettre l'expression sous forme canonique et exprimer les paramétrés caractéristiques.*

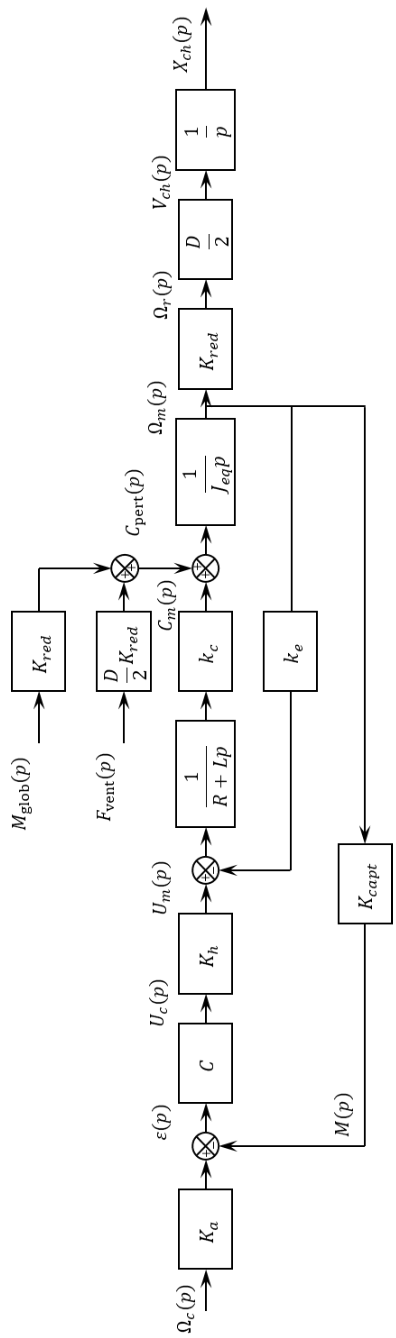
Question 4 *Déterminer la fonction de transfert en boucle fermée. Mettre l'expression sous forme canonique et exprimer les paramétrés caractéristiques.*

Corrigé voir 192.

Exercice 191 – La Seine Musicale★

B2-07

Soit le schéma-blocs suivant.



Question 1 *En considérant que la perturbation*

$C_{pert}(p)$ est nulle, déterminer $H_f(p)=\dfrac{\Omega_m(p)}{\Omega_c(p)}$ sous forme canonique.

Question 2 *En prenant $\Omega_c(p)=0$, exprimer la fonction de transfert $H_r(p)=\dfrac{\Omega_m(p)}{C_{pert}(p)}$ en la mettant sous la forme : $H_r(p)=-\dfrac{\alpha(1+\tau p)}{1+\gamma p+\delta p^2}$. Exprimer α, τ, γ et δ en fonction des différents paramètres de l'étude.*

Question 3 *Exprimer $X_{ch}(p)$ en fonction de $\Omega_m(p)$ et $C_{pert}(p)$.*

Indications :

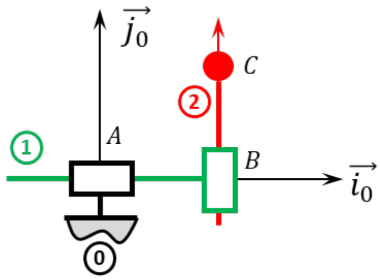
1. $H_f(p)=\dfrac{K_a}{\left(k_e k_c+CK_h K_{\text{capt}} k_c\right)}\dfrac{CK_h k_c}{\dfrac{J_{eq}(R+Lp)}{k_e k_c+CK_h K_{\text{capt}} k_c}p+1}$.
2. $\alpha=-\dfrac{R}{\left(CK_h K_{\text{capt}}+k_e\right)k_c}$, $\tau=\dfrac{L}{R}$, $\gamma=\dfrac{RJ_{eq}}{\left(CK_h K_{\text{capt}}+k_e\right)k_c}$, $\delta=\dfrac{LJ_{eq}}{\left(CK_h K_{\text{capt}}+k_e\right)k_c}$.
3. $X_{ch}(p)=\left(H_f(p)\Omega_c(p)+H_r(p)C_{\text{pert}}(p)\right)\dfrac{DK_{\text{red}}}{2p}$.

Corrigé voir 191.

Exercice 190 – Mouvement TT – ⋆

B2-12

Soit le mécanisme suivant. On note $\overrightarrow{AB}=\lambda(t)\overrightarrow{i_0}$ et $\overrightarrow{BC}=\mu(t)\overrightarrow{j_0}$.



Question 1 *Tracer le graphe des liaisons.*

Question 2 *Retracer le schéma cinématique pour $\lambda=10\,\text{mm}$ et $\mu=10\,\text{mm}$.*

Question 3 *Retracer le schéma cinématique pour $\lambda=20\,\text{mm}$ et $\mu=10\,\text{mm}$.*

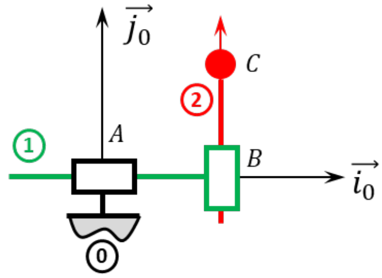
Corrigé voir 190.

Exercice 189 – Mouvement TT – ⋆

C2-05

B2-13

Soit le mécanisme suivant. On note $\overrightarrow{AB}=\lambda(t)\overrightarrow{i_0}$ et $\overrightarrow{BC}=\mu(t)\overrightarrow{j_0}$.



Question 1 *Quel est le mouvement de **2** par rapport à **0**.*

Question 2 *Donner l'équation du mouvement du point C dans le mouvement de **2** par rapport à **0**.*

On souhaite que le point C réalise un cercle de centre A et de rayon $R=10\,\text{cm}$ à la vitesse $v=0{,}01\,\text{m}\,\text{s}^{-1}$.

Question 3 *Donner la relation liant $\theta(t)$, v et R.*

Par ailleurs la vitesse du point C est donnée par $\overrightarrow{V(C,2/0)}=\dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left[\overrightarrow{AC}\right]_{\mathcal{R}_0}=R\dot{\theta}\,\overrightarrow{e_\theta}$.

Question 4 *Donner les expressions de $\lambda(t)$ et $\mu(t)$ permettant la réalisation de cette trajectoire en fonction de v, R et du temps.*

Question 5 *En utilisant Python, tracer $\lambda(t)$, $\mu(t)$ et la trajectoire générée.*

Indications :

1. .
2. $x_C(t)=\lambda(t)$ et $y_C(t)=\mu(t)$.
3. $\theta(t)=\dfrac{v}{R}t$.
4. $\lambda(t)=R\cos\left(\dfrac{v}{R}t\right)$, $\mu(t)=R\sin\left(\dfrac{v}{R}t\right)$.
5. .

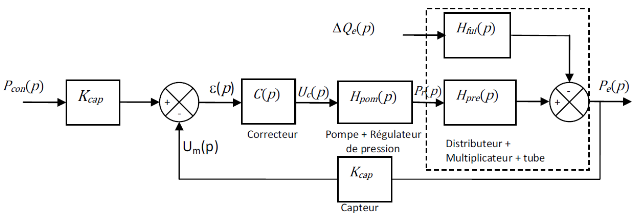
Corrigé voir 189.

Exercice 19 – Banc hydraulique ⋆

C2-03

Pas de corrigé pour cet exercice.

Pour limiter l'erreur statique due aux fuites, on envisage d'asservir la pression d'eau dans le tube. La pression d'eau à l'intérieur du tube est mesurée par un capteur de pression.



$P_{\text{con}}(p)$: pression de consigne d'eau dans le tube (Pa)
$P_e(p)$: pression d'eau dans le tube (Pa)
$U_c(p)$: tension de commande du régulateur de pression (V)
$P_r(p)$: pression d'huile régulée (Pa)
$\Delta Q_e(p)$: débit de fuite (m^3s^{-1})
$U_m(p)$: tension de mesure du capteur (V)

Hypothèses :

- Ll'ensemble de mise sous pression tube + distributeur + multiplicateur de pression est défini par les transmittances suivantes : $H_{\text{pre}}(p) = \dfrac{K_m}{1+T_1 p}$ et $H_{\text{fui}}(p) = \dfrac{K_f}{1+T_1 p}$ avec $K_m = 3{,}24$; $K_f = 2{,}55 \times 10^{10}\,\text{Pa}\,\text{m}^{-3}\,\text{s}$; $T_1 = 10\,\text{s}$.
- L'ensemble pompe+régulateur de pression est modélisé par la fonction de transfert : $H_{\text{pom}}(p) = \dfrac{K_{\text{pom}}}{1+T_2 p}$ avec $K_{\text{pom}} = 1{,}234 \times 10^7\,\text{Pa/V}$; $T_2 = 5\,\text{s}$.
- Le capteur est modélisé par un gain pur : $K_{\text{cap}} = 2{,}5 \times 10^{-8}\,\text{V/Pa}$.

La pression de consigne est de $P_{\text{con}} = 800\,\text{bars}$ et les débits de fuite sont estimés à $\Delta Q_e = 5 \times 10^{-4}\,\text{m}3/\text{s}$.

Le cahier des charges concernant le réglage de la pression de test est le suivant.

Stabilité :	marge de phase de 60° marge de gain de 12 dB
Rapidité :	temps d'établissement te < 40 s
Précision :	erreur statique < 5% soit pour une consigne de 800 bars : erreur statique due à la consigne : $\varepsilon_{\text{con}} < 5\%$ erreur statique due à la perturbation $\varepsilon_{\text{pert}} < 40\,\text{bars}$
Amortissement :	pas de dépassement

Dans le cas d'un système bouclé convenablement amorti, on pourra utiliser, sans aucune justification, la relation : $t_e \cdot \omega_{0\,\text{dB}} = 3$ où $\omega_{0\,\text{dB}}$ désigne la pulsation de coupure à 0 dB en boucle ouverte et t_e le temps d'établissement en boucle fermée vis-à-vis d'un échelon de consigne :

- $t_e = t_m$, temps du 1er maximum si le dépassement est supérieur à 5 %,
- $t_e = t_R$, temps de réponse à 5 % si le dépassement est nul ou inférieur à 5 %.

On envisage tout d'abord un correcteur de type proportionnel : $C(p) = K_p$.

Question 1 *Déterminer, en fonction de K_p , ε_{con} définie comme l'erreur statique pour une entrée consigne P_{con} de type échelon, dans le cas où le débit de fuite est nul.*

Question 2 *Proposer un réglage de K_p pour limiter ε_{con} à la valeur spécifiée dans le cahier des charges.*

Question 3 *Dans le cas où la consigne de pression est nulle, déterminer en fonction de K_p la fonction de transfert en régulation définie par : $H_{pert}(p) = \dfrac{P_e(p)}{\Delta Q_e(p)}$. En déduire, en fonction de K_p, ε_{pert} définie comme l'erreur statique pour une perturbation ΔQ_e de type échelon, dans le cas où la consigne de pression est nulle.*

Question 4 *Proposer un réglage de K_p pour limiter ε_{pert} à la valeur spécifiée au cahier des charges.*

Question 5 *Proposer un réglage de K_p pour vérifier le critère d'amortissement. Conclure quant au choix d'un correcteur proportionnel.*

Éléments de corrigé :

1. $\varepsilon_{\text{con}\,\%} = \dfrac{1}{1+K_P K_m K_{\text{pom}} K_{\text{cap}}}$;
2. $K_P > 19$;
3. $\varepsilon_{\text{pert}} = \Delta Q_e \dfrac{K_f}{1+K_{\text{cap}} K_P K_m K_{\text{pom}}}$;
4. $K_P > 2,19$.
5. $K_P < 0,125$. Il est impossible de vérifier les trois conditions avec un correcteur proportionnel.

Corrigé voir 187.

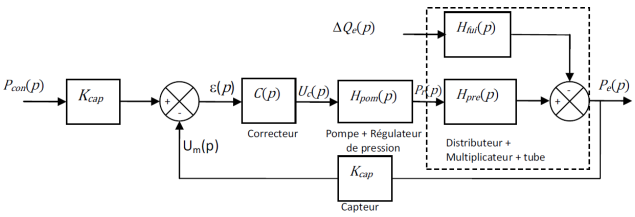
DDS

Exercice 187 – Banc hydraulique ⋆

C2-03

Pas de corrigé pour cet exercice.

Pour limiter l'erreur statique due aux fuites, on envisage d'asservir la pression d'eau dans le tube. La pression d'eau à l'intérieur du tube est mesurée par un capteur de pression.



$P_{\text{con}}(p)$: pression de consigne d'eau dans le tube (Pa)
$P_e(p)$: pression d'eau dans le tube (Pa)
$U_c(p)$: tension de commande du régulateur de pression (V)
$P_r(p)$: pression d'huile régulée (Pa)
$\Delta Q_e(p)$: débit de fuite (m^3s^{-1})
$U_m(p)$: tension de mesure du capteur (V)

Hypothèses :

- Ll'ensemble de mise sous pression tube + distributeur + multiplicateur de pression est défini par les transmittances suivantes : $H_{\text{pre}}(p) = \dfrac{K_m}{1+T_1 p}$ et $H_{\text{fui}}(p) = \dfrac{K_f}{1+T_1 p}$ avec $K_m = 3{,}24$; $K_f = 2{,}55 \times 10^{10}\,\text{Pa}\,\text{m}^{-3}\,\text{s}$; $T_1 = 10\,\text{s}$.
- L'ensemble pompe+régulateur de pression est modélisé par la fonction de transfert : $H_{\text{pom}}(p) = \dfrac{K_{\text{pom}}}{1+T_2 p}$ avec $K_{\text{pom}} = 1{,}234 \times 10^7\,\text{Pa/V}$; $T_2 = 5\,\text{s}$.
- Le capteur est modélisé par un gain pur : $K_{\text{cap}} = 2{,}5 \times 10^{-8}\,\text{V/Pa}$.

La pression de consigne est de $P_{\text{con}} = 800\,\text{bars}$ et les débits de fuite sont estimés à $\Delta Q_e = 5 \times 10^{-4}\,\text{m}3/\text{s}$.

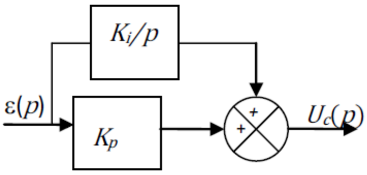
Le cahier des charges concernant le réglage de la pression de test est le suivant.

Stabilité :	marge de phase de 60° marge de gain de 12 dB
Rapidité :	temps d'établissement te < 40 s
Précision :	erreur statique < 5% soit pour une consigne de 800 bars : erreur statique due à la consigne : $\varepsilon_{\text{con}} < 5\%$ erreur statique due à la perturbation $\varepsilon_{\text{pert}} < 40\,\text{bars}$
Amortissement :	pas de dépassement

Dans le cas d'un système bouclé convenablement amorti, on pourra utiliser, sans aucune justification, la relation : $t_e \cdot \omega_{0\,\text{dB}} = 3$ où $\omega_{0\,\text{dB}}$ désigne la pulsation de coupure à 0 dB en boucle ouverte et t_e le temps d'établissement en boucle fermée vis-à-vis d'un échelon de consigne :

- $t_e = t_m$, temps du 1er maximum si le dépassement est supérieur à 5 %,
- $t_e = t_R$, temps de réponse à 5 % si le dépassement est nul ou inférieur à 5 %.

On se propose de corriger le système avec le correcteur défini sur le schéma bloc ci-dessous.



Question 1 *Déterminer la fonction de transfert $C(p)$ de ce correcteur.*

Question 2 *Tracer l'allure de son diagramme de Bode en fonction des coefficients K_i et K_p.*

Question 3 *Quelle est l'influence d'un tel correcteur sur la précision et la stabilité ? Justifier.*

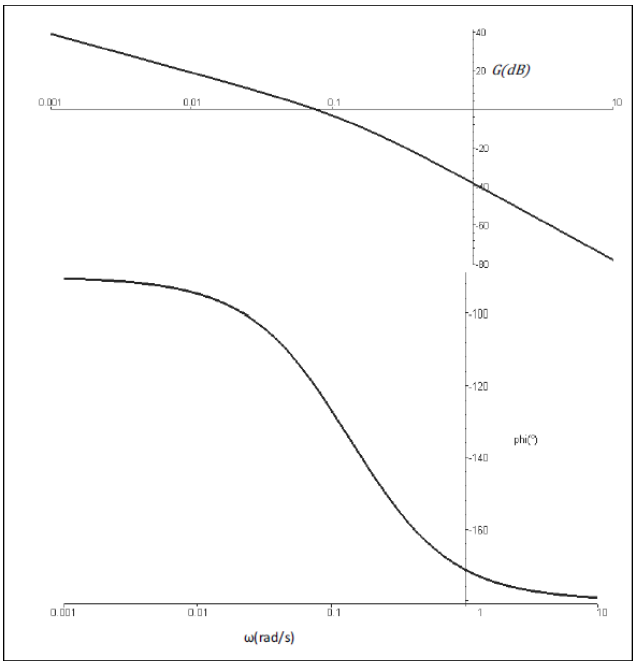
Question 4 *Quelle valeur faut-il donner à $\omega_{0\,\text{dB}}$ pour répondre au critère de rapidité du cahier des charges ?*

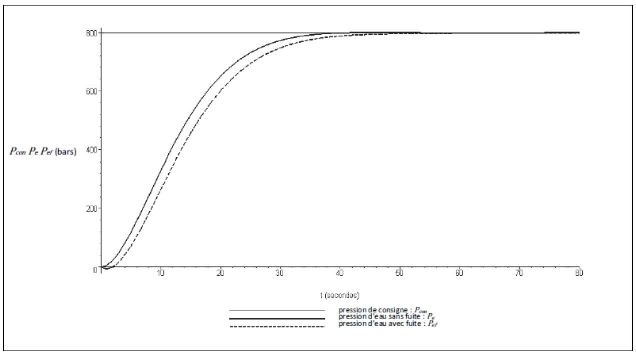
Question 5 *Déterminer alors le rapport $T = \dfrac{K_p}{K_i}$ pour obtenir la marge de phase spécifiée dans le cahier des charges.*

Question 6 *En déduire les valeurs de K_i et K_p qui permettent de régler rapidité et marge de phase.*

On donne les diagrammes de Bode en gain et en phase de la fonction de transfert en boucle ouverte corrigée avec le correcteur Proportionnel Intégral déterminé précédemment. On donne sa réponse temporelle avec et sans débit de fuite pour une pression de consigne d'eau de 800 bars.

Question 7 *La réponse du système est-elle satisfaisante au regard du cahier des charges ? Justifier.*



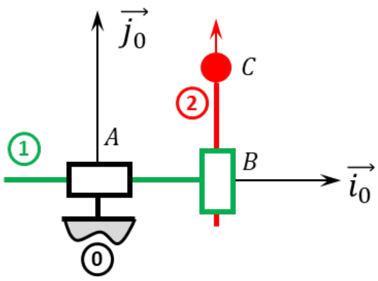


Corrigé voir 187.

Exercice 186 – Mouvement TT – ⋆

B2-13

Soit le mécanisme suivant. On note $\overrightarrow{AB} = \lambda(t)\,\overrightarrow{i_0}$ et $\overrightarrow{BC} = \mu(t)\,\overrightarrow{j_0}$.



Question 1 *Déterminer $\overrightarrow{V(C,2/0)}$ par dérivation vectorielle ou par composition.*

Question 2 *Donner le torseur cinématique $\{\mathscr{V}(2/0)\}$ au point C.*

Question 3 *Déterminer $\overrightarrow{\Gamma(C,2/0)}$.*

Indications :
1. $\overrightarrow{V(C,2/0)} = \dot{\lambda}(t)\,\overrightarrow{i_0} + \dot{\mu}(t)\,\overrightarrow{j_0}$.
2. $\{\mathscr{V}(2/0)\} = \left\{ \begin{array}{c} \overrightarrow{0} \\ \dot{\lambda}(t)\,\overrightarrow{i_0} + \dot{\mu}(t)\,\overrightarrow{j_0} \end{array} \right\}_{\forall P}$.
3. $\overrightarrow{\Gamma(C,2/0)} = \ddot{\lambda}(t)\,\overrightarrow{i_0} + \ddot{\mu}(t)\,\overrightarrow{j_0}$.

Corrigé voir 186.

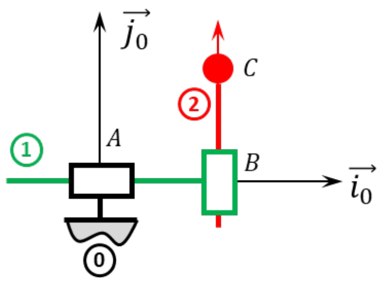
Exercice 185 – Mouvement TT – ⋆

B2-14
B2-15
C1-05 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

Soit le mécanisme suivant. On note $\overrightarrow{AB} = \lambda(t)\,\overrightarrow{i_0}$ et $\overrightarrow{BC} = \mu(t)\,\overrightarrow{j_0}$. $G_1 = B$ désigne le centre d'inertie de **1**,et m_1 sa masse. $G_2 = C$ désigne le centre d'inertie de **2** et m_2 sa masse.

Un vérin électrique positionné entre **0** et **1** permet de maintenir **1** en équilibre. Un vérin électrique positionné entre **1** et **2** permet de maintenir **2** en équilibre.

L'accélération de la pesanteur est donnée par $\overrightarrow{g} = -g\,\overrightarrow{j_0}$.



Question 1 *Réaliser le graphe d'analyse en faisant apparaître l'ensemble des actions mécaniques.*

Question 2 *Donner le torseur de chacune des actions mécaniques.*

Question 3 *Simplifier les torseurs dans l'hypothèse des problèmes plans.*

Question 4 *Proposer une démarche permettant de déterminer les efforts que doivent développer chacun des vérins pour maintenir le mécanisme en équilibre.*

Corrigé voir 185.

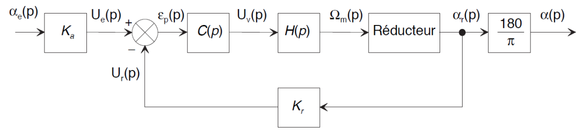
Exercice 184 – Palettisation – Stabilité⋆

C2-03

Pas de corrigé pour cet exercice.

Une boucle de position est représentée ci-dessous. On admet que :

- $H(p) = \dfrac{\Omega_m(p)}{U_v(p)} = \dfrac{30}{1+5\times 10^{-3}p}$;
- $K_r = 4\,\mathrm{V\,rad^{-1}}$: gain du capteur de position ;
- K_a : gain de l'adaptateur du signal de consigne $\alpha_e(t)$;
- $N = 200$: rapport de transmission du réducteur (la réduction est donc de $1/N$).
- le signal de consigne $\alpha_e(t)$ est exprimé en degré ;
- le correcteur $C(p)$ est à action proportionnelle de gain réglable K_c.



On montre que la fonction de transfert du réducteur est $R(p) = \dfrac{\alpha_r(p)}{\Omega_m(p)} = \dfrac{1}{Np}$, que $k_a = \dfrac{\pi}{180}k_r$ et que la FTBO est donnée par $T(p) = \dfrac{k_{BO}}{p\,(1+\tau_m p)}$ $\left(k_{BO} = \dfrac{k_c k_m k_r}{N}\right)$.

On souhaite une marge de phase de 45°.

Question 1 *Déterminer la valeur de K_{BO} permettant de satisfaire cette condition.*

Question 2 *En déduire la valeur du gain K_c du correcteur.*

Question 3 *Déterminer l'écart de position.*

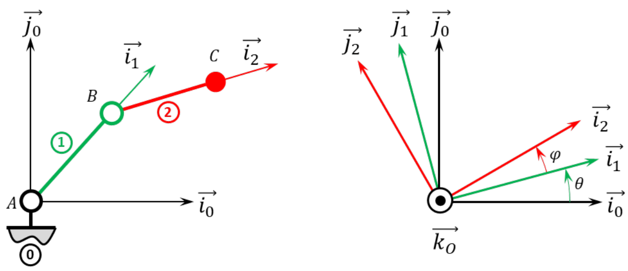
Éléments de corrigé :
1. $k_{BO} = \sqrt{2}\tau_m$.
2. $k_c = \dfrac{\sqrt{2}N}{\tau_m k_m k_r} = 471,1$.
3. $\varepsilon_s = 0$.

Corrigé voir 184.

Exercice 183 – Mouvement RR ⋆

B2-12

Soit le mécanisme suivant. On a $\overrightarrow{AB} = R\,\overrightarrow{i_1}$ avec $R = 20\,\mathrm{mm}$ et $\overrightarrow{BC} = L\,\overrightarrow{i_2}$ avec $L = 15\,\mathrm{mm}$.



Question 1 *Tracer le graphe des liaisons.*

Question 2 *Retracer le schéma cinématique pour $\theta = \dfrac{\pi}{4}$ rad et $\varphi = \pi$ rad.*

Question 3 *Retracer le schéma cinématique pour $\theta = \dfrac{\pi}{4}$ rad et $\varphi = -\dfrac{\pi}{4}$ rad.*

Question 4 *Retracer le schéma cinématique pour $\theta = \dfrac{3\pi}{4}$ rad et $\varphi = -\dfrac{\pi}{4}$ rad.*

Corrigé voir 183.

Exercice 182 – Mouvement RR ⋆

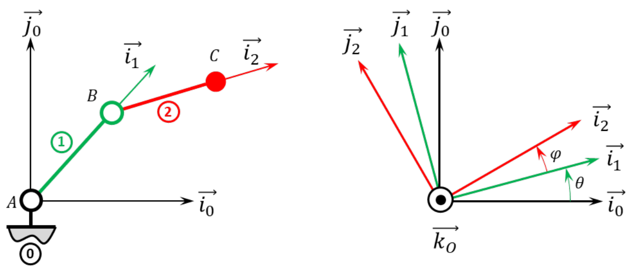
B2-14
B2-15
C1-05 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

Soit le mécanisme suivant. On a $\overrightarrow{AB} = R\,\overrightarrow{i_1}$ avec $R = 20\,\text{mm}$ et $\overrightarrow{BC} = L\,\overrightarrow{i_2}$ avec $L = 15\,\text{mm}$. De plus :

- G_1 désigne le centre d'inertie de **1** et $\overrightarrow{AG_1} = \dfrac{1}{2}R\,\overrightarrow{i_1}$, on note m_1 la masse de **1** ;
- G_2 désigne le centre d'inertie de **2** et $\overrightarrow{BG_2} = \dfrac{1}{2}L\,\overrightarrow{i_2}$, on note m_2 la masse de **2**.

Un moteur électrique positionné entre **0** et **1** permet de maintenir **1** en équilibre. Un moteur électrique positionné entre **1** et **2** permet de maintenir **2** en équilibre.

L'accélération de la pesanteur est donnée par $\overrightarrow{g} = -g\,\overrightarrow{j_0}$.



Question 1 *Réaliser le graphe d'analyse en faisant apparaître l'ensemble des actions mécaniques.*

Question 2 *Donner le torseur de chacune des actions mécaniques.*

Question 3 *Simplifier les torseurs dans l'hypothèse des problèmes plans.*

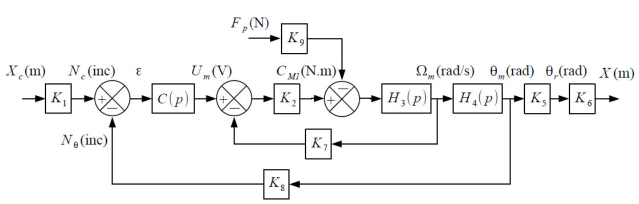
Question 4 *Proposer une démarche permettant de déterminer les couples que doivent développer chacun des moteurs pour maintenir le mécanisme en équilibre.*

Corrigé voir 182.

Exercice 181 – Machine de rééducation SysReeduc ⋆

B2-07

On propose une modélisation par schéma-blocs dans la figure suivante.



Le moteur à courant continu est régi par les équations suivantes : $u_m(t) = e(t) + Ri(t)$, $e(t) = k_e\omega_m(t)$ et $C_{M1}(t) = k_t\,i(t)$.

Une étude dynamique a mené à l'équation suivante :

$$(M+m)\,r\rho_1\dot{\omega}_m(t) = \frac{C_{M1}(t)}{\rho_1 r} - F_p(t)$$

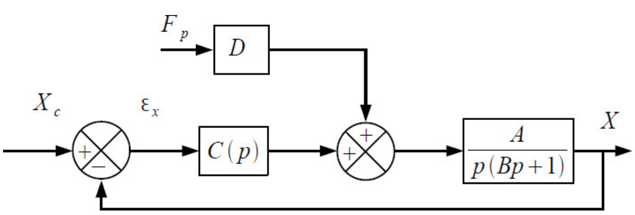
avec : M la masse du chariot et m la masse du support de pied, $\rho_1 = \dfrac{1}{10}$ le rapport de réduction du réducteur, $r = 46{,}1\,\text{mm}$ le rayon de la poulie du transmetteur poulie–courroie, $C_{M1}(t)$ le couple délivré par le moteur et $F_p(t)$ l'effort délivré par le patient sur le support 3.

Le codeur incrémental possède 500 fentes équiréparties. Deux émetteurs-récepteurs positionnés en quadrature permettent de mesurer l'information.

Question 1 *À partir des équations proposées, déterminer les fonctions de transfert K_1, K_2, $H_3(p)$, $H_4(p)$, K_5, K_6, K_7, K_8 et K_9.*

Question 2 *Montrer que le schéma-blocs peut être mis sous la forme suivante. On exprimera A, B et D en fonction des paramètres du système r, ρ_1, k_t, k_e, R, M, m et K_8.*

1. ...
   - $K_2 = \dfrac{k_t}{R}$;
   - $K_7 = k_e$;
   - $K_9 = \rho_1 r$ et $H_3(p) = \dfrac{1}{(M+m)r^2\rho_1^2 p}$;
   - $H_4(p) = \dfrac{1}{p}$;
   - $K_8 = \dfrac{2000}{2\pi}$;
   - t $K_5 = \rho_1$ et $K_6 = r$ (à convertir en mètres) ;
   - $K_1 = \dfrac{K_8}{K_5 K_6}$.
2. $A = \dfrac{K_8}{k_e}$, $B = \dfrac{R(m+M)r^2\rho_1^2}{k_e k_t}$ et $D = \dfrac{K_9 R r \rho_1}{K_8 k_t}$

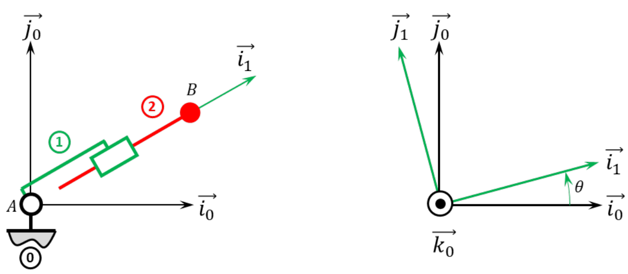


Corrigé voir 181.

Exercice 180 – Mouvement RT ⋆

B2-12 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

Soit le mécanisme suivant. On a $\overrightarrow{AB} = \lambda(t)\,\overrightarrow{i_1}$.



Question 1 *Tracer le graphe des liaisons.*

Question 2 *Retracer le schéma cinématique pour $\theta = \dfrac{\pi}{4}$ rad et $\lambda(t) = 20\,\text{mm}$.*

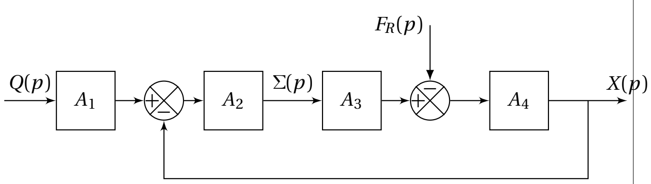
Question 3 *Retracer le schéma cinématique pour $\theta = \dfrac{-\pi}{4}$ rad et $\lambda(t) = -20\,\text{mm}$.*

Corrigé voir 180.

Exercice 179 – Quille pendulaire★

B2-07

Le comportement d'un vérin est défini par le modèle continu ci-dessous.



On a :

- $q(t) = S\dfrac{\mathrm{d}x(t)}{\mathrm{d}t} + \dfrac{V}{2B}\dfrac{\mathrm{d}\sigma(t)}{\mathrm{d}t}$ (a) ;
- $M\dfrac{\mathrm{d}^2x(t)}{\mathrm{d}t^2} = S\sigma(t) - kx(t) - \lambda\dfrac{\mathrm{d}x(t)}{\mathrm{d}t} - f_R(t)$ (b).

On a :

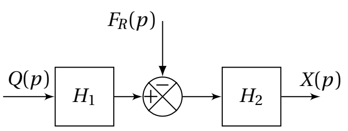
- $\mathcal{L}\left(q(t)\right) = Q(p)$: débit d'alimentation du vérin $\left[\mathrm{m^3 s^{-1}}\right]$;
- $\mathcal{L}\left(\sigma(t)\right) = \Sigma(p)$: différence de pression entre les deux chambres du vérin [Pa] ;
- $\mathcal{L}\left(x(t)\right) = X(p)$: position de la tige du vérin [m] ;
- $\mathcal{L}\left(f_R(t)\right) = F_R(p)$: composante selon l'axe de la tige du vérin de la résultante du torseur d'inter-effort de la liaison pivot entre tige et quille [N].

Les constantes sont les suivantes :

- S : section du vérin $\left[\mathrm{m^2}\right]$;
- k : raideur mécanique du vérin $\left[\mathrm{N\,m^{-1}}\right]$;
- V : volume d'huile de référence $\left[\mathrm{m^3}\right]$;
- B : coefficient de compressibilité de l'huile $\left[\mathrm{N\ m^{-2}}\right]$;
- M : masse équivalente à l'ensemble des éléments mobiles ramenés sur la tige du vérin [kg] ;
- λ : coefficient de frottement visqueux$\left[\mathrm{N\,m^{-1}s}\right]$.

Question 1 *Donner les expressions des fonctions de transfert A_1, A_2, A_3 et A_4 en fonction de la variable complexe p et des constantes.*

Le schéma-blocs de la figure précédente peut se mettre sous la forme suivante.



Question 2 *Donner les expressions des fonctions de transfert H_1 et H_2 en fonction de A_1, A_2, A_3 et A_4, puis de la variable p et des constantes.*

Question 3
Pour ce vérin non perturbé ($F_R = 0$), donner sa fonction de transfert $X(p)/Q(p)$ en fonction de la variable p et des constantes.

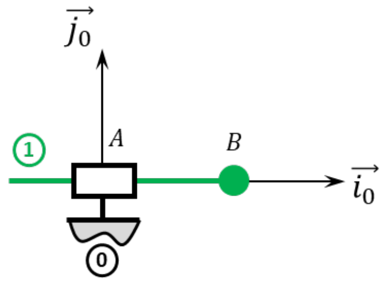
Corrigé voir 181.

Exercice 178 – Mouvement T – ★

C2-05

B2-13

Soit le mécanisme suivant. On note $\overrightarrow{AB} = \lambda(t)\,\overrightarrow{i_0}$.



Question 1 *Quel est le mouvement de **1** par rapport à **0**.*

Question 2 *Donner l'équation paramétrique de la trajectoire du point B, point appartenant à **1** par rapport à **0**.*

Indications :

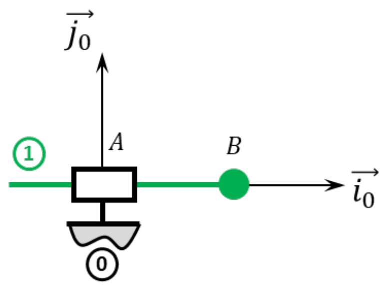
1. .
2. $x_B(t) = \lambda(t)$.

Corrigé voir 178.

Exercice 177 – Mouvement T – ★

B2-13

Soit le mécanisme suivant. On note $\overrightarrow{AB} = \lambda(t)\,\overrightarrow{i_0}$.



Question 1 *Donner le torseur cinématique $\{\mathcal{V}(1/0)\}$ au point B.*

Question 2 *Déterminer $\overrightarrow{\Gamma(B,1/0)}$.*

Indications :

1. $\{\mathcal{V}(1/0)\} = \left\{\begin{array}{c}\overrightarrow{0}\\ \dot{\lambda}(t)\,\overrightarrow{i_0}\end{array}\right\}_{\forall P}$.
2. $\overrightarrow{\Gamma(B,1/0)} = \ddot{\lambda}(t)\,\overrightarrow{i_0}$.

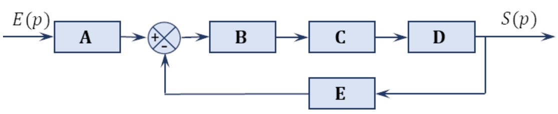
Corrigé voir 177.

Exercice 176 – Calcul de FTBO ⋆

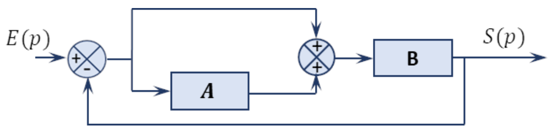
B2-07

Pas de corrigé pour cet exercice.

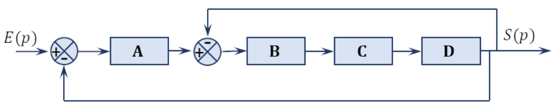
Question 1 *Déterminer la FTBO dans la cas suivant.*



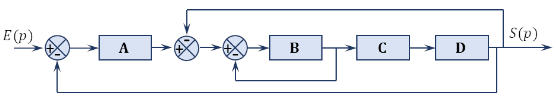
Question 2 *Déterminer la FTBO dans la cas suivant.*



Question 3 *Déterminer la FTBO dans la cas suivant.*



Question 4 *Déterminer la FTBO dans la cas suivant.*

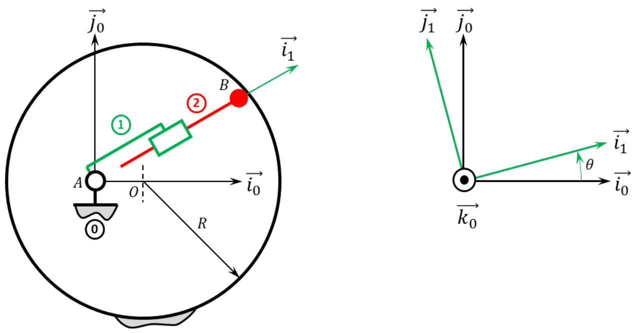


Corrigé voir 176.

Exercice 175 – Pompe à palettes ⋆⋆

B2-12 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

Soit le mécanisme suivant. On a $\overrightarrow{AO} = e\,\overrightarrow{i_0}$ et $\overrightarrow{AB} = \lambda(t)\,\overrightarrow{i_1}$. De plus $e = 10$ mm et $R = 20$ mm. Le contact entre **0** et **2** en B est maintenu en permanence (notamment par effet centrifuge lors de la rotation de la pompe).



Question 1 *Tracer le graphe des liaisons.*

Question 2 *Retracer le schéma cinématique pour $\theta(t) = 0$ rad.*

Question 3 *Retracer le schéma cinématique pour $\theta(t) = \pi$ rad.*

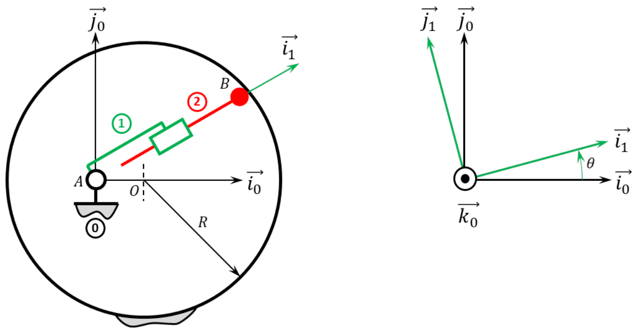
Question 4 *En déduire la course de la pièce **2**.*

Corrigé voir 174.

Exercice 174 – Pompe à palettes ⋆⋆

B2-12 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

Soit le mécanisme suivant. On a $\overrightarrow{AO} = e\,\overrightarrow{i_0}$ et $\overrightarrow{AB} = \lambda(t)\,\overrightarrow{i_1}$. De plus $e = 10$ mm et $R = 20$ mm. Le contact entre **0** et **2** en B est maintenu en permanence (notamment par effet centrifuge lors de la rotation de la pompe).



Question 1 *Tracer le graphe des liaisons.*

Question 2 *Retracer le schéma cinématique pour $\theta(t) = 0$ rad.*

Question 3 *Retracer le schéma cinématique pour $\theta(t) = \pi$ rad.*

Question 4 *En déduire la course de la pièce **2**.*

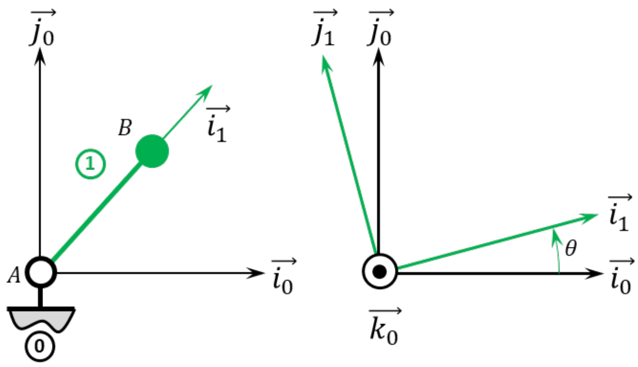
Corrigé voir 174.

Exercice 173 – Mouvement R ⋆

C2-05

B2-13

Soit le mécanisme suivant. On a $\overrightarrow{AB} = R\,\overrightarrow{i_1}$ avec $R = 20$ mm.



Question 1 *Quel est le mouvement de **1** par rapport à **0**.*

Question 2 *Quelle est la trajectoire du point B appartenant à **1** par rapport à **0**.*

Question 3 *Donner l'équation paramétrique de la trajectoire du point B, point appartenant à **1** par rapport à **0**.*

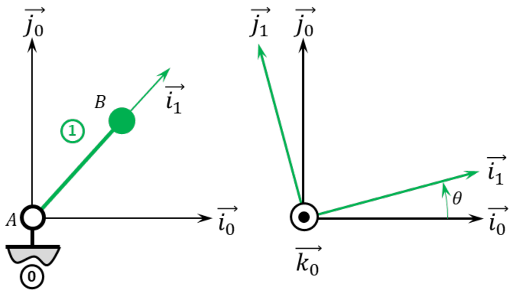
> Indications :
> 1. .
> 2. .
> 3. $x_B(t) = R\cos\theta(t)$ et $y_B(t) = R\sin\theta(t)$.

Corrigé voir 172.

Exercice 172 – Mouvement R ⋆

B2-13

Soit le mécanisme suivant. On a $\overrightarrow{AB} = R\,\overrightarrow{i_1}$ avec $R = 20\,\text{mm}$.



Question 1 *Déterminer $\overrightarrow{V(B,1/0)}$ par dérivation vectorielle.*

Question 2 *Déterminer $\overrightarrow{V(B,1/0)}$ par une autre méthode.*

Question 3 *Donner le torseur cinématique $\{\mathscr{V}(1/0)\}$ au point B.*

Question 4 *Déterminer $\overrightarrow{\Gamma(B,1/0)}$.*

> Indications :
> 1. $\overrightarrow{V(B,1/0)} = R\dot{\theta}\,\overrightarrow{j_1}$.
> 2. $\overrightarrow{V(B,1/0)} = R\dot{\theta}\,\overrightarrow{j_1}$.
> 3. $\{\mathscr{V}(1/0)\} = \left\{\begin{array}{c}\dot{\theta}\,\overrightarrow{k_0}\\ R\dot{\theta}\,\overrightarrow{j_1}\end{array}\right\}_B$.
> 4. $\overrightarrow{\Gamma(B,1/0)} = R\ddot{\theta}\,\overrightarrow{j_1} - R\dot{\theta}^2\,\overrightarrow{i_1}$.

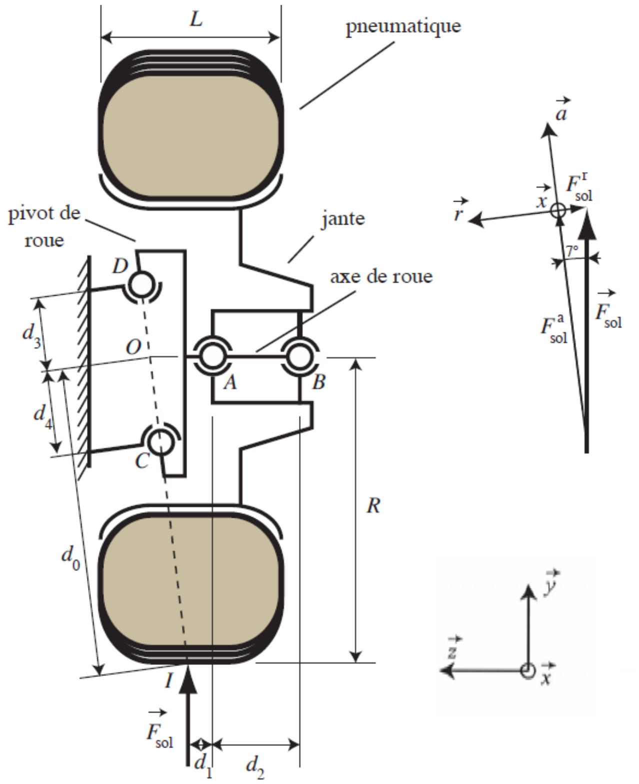
Corrigé voir 172.

Exercice 171 – Suspension automobile ⋆⋆

B2-14

C1-05 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

On s'intéresse à la liaison entre l'axe de la toue et le châssis du véhicule. Les notations adoptées seront les suivantes : F_C^a (respectivement F_C^r, F_C^x) désignera la composante suivant $\overrightarrow{a}$ (respectivement $\overrightarrow{r}$, $\overrightarrow{x}$) de l'effort extérieur exercé en C. On procédera de même pour le point D.



Question 1 *Réaliser le graphe d'analyse en faisant apparaître l'ensemble des actions mécaniques.*

Question 2 *Peut-on résoudre complètement le système ? Pourquoi ?*

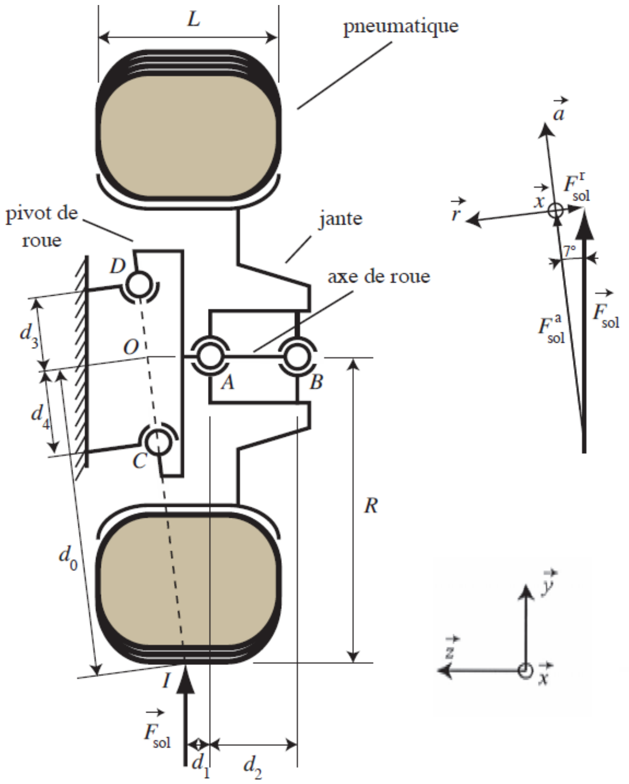
Corrigé voir 171.

Exercice 170 – Suspension automobile ⋆⋆

C2-07 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

On s'intéresse à la liaison entre l'axe de la toue et le châssis du véhicule. Les notations adoptées seront les suivantes : F_C^a (respectivement F_C^r, F_C^x) désignera la composante suivant $\overrightarrow{a}$ (respectivement $\overrightarrow{r}$, $\overrightarrow{x}$) de l'effort extérieur exercé en C. On procédera de même pour le point D.

DDS



Question 1 *Réaliser le graphe des liaisons en faisant apparaître les actions mécaniques. Exprimer les torseurs des actions mécaniques de chacune des liaisons.*

Question 2 *En isolant l'ensemble {pneumatique + jante + axe de roue}, écrire les équations issues du principe fondamental de la statique appliqué au point C, en projection sur les axes de la base $\left(\overrightarrow{a}, \overrightarrow{r}, \overrightarrow{x}\right)$ en fonction des composantes F_{sol}^a et F_{sol}^r et des dimensions d_0, d_3 et d_4.*

Question 3 *Résoudre littéralement le système.*

Corrigé voir 170.

Exercice 192 – Fonctions de transfert⋆

B2-07

Pas de corrigé pour cet exercice.

Question 1 *Déterminer la fonction de transfert en boucle ouverte. Mettre l'expression sous forme canonique et exprimer les paramètres caractéristiques.*

Question 2 *Déterminer la fonction de transfert en boucle fermée. Mettre l'expression sous forme canonique et exprimer les paramètres caractéristiques.*

Question 3 *Déterminer la fonction de transfert en boucle ouverte. Mettre l'expression sous forme canonique et exprimer les paramétrés caractéristiques.*

Question 4 *Déterminer la fonction de transfert en boucle fermée. Mettre l'expression sous forme canonique et exprimer les paramétrés caractéristiques.*

Exercice 191 – La Seine Musicale⋆

B2-07

Question 1 *En considérant que la perturbation $C_{pert}(p)$ est nulle, déterminer $H_f(p)=\dfrac{\Omega_m(p)}{\Omega_c(p)}$ sous forme canonique.*

Réduction de la boucle du moteur à courant continu : $\dfrac{\Omega_m(p)}{U_m(p)}=\dfrac{\dfrac{k_c}{R+Lp}\dfrac{1}{J_{eq}p}}{1+\dfrac{k_c}{R+Lp}\dfrac{k_e}{J_{eq}p}}=\dfrac{k_c}{(R+Lp)\,J_{eq}p+k_e k_c}$.

On a alors,

$$\frac{X_{ch}(p)}{\Omega_c(p)}=K_a\frac{CK_h\dfrac{k_c}{(R+Lp)\,J_{eq}p+k_e k_c}}{1+CK_hK_{\text{capt}}\dfrac{k_c}{(R+Lp)\,J_{eq}p+k_e k_c}}$$
$$=K_a\frac{CK_hk_c}{(R+Lp)\,J_{eq}p+k_e k_c+CK_hK_{\text{capt}}k_c}$$
$$=\frac{K_a}{\left(k_e k_c+CK_hK_{\text{capt}}k_c\right)}\frac{CK_hk_c}{\dfrac{J_{eq}\,(R+Lp)}{k_e k_c+CK_hK_{\text{capt}}k_c}p+1}.$$

Question 2 *En prenant $\Omega_c(p)=0$, exprimer la fonction de transfert $H_r(p)=\dfrac{\Omega_m(p)}{C_{pert}(p)}$ en la mettant sous la forme : $H_r(p)=-\dfrac{\alpha\,(1+\tau p)}{1+\gamma p+\delta p^2}$. Exprimer α, τ, γ et δ en fonction des différents paramètres de l'étude.*

Par lecture directe du schéma-blocs, on a $\Omega_m(p)=\dfrac{1}{J_{eq}p}\left(C_{\text{pert}}(p)+C_m(p)\right)$.

De plus, $C_m(p)=\left(U_m(p)-k_e\Omega_m(p)\right)\dfrac{k_c}{R+Lp}$ et $U_m(p)=\varepsilon(p)CK_h=-\Omega_m(p)CK_hK_{\text{capt}}$.

On a donc,

$$\Omega_m(p)=\frac{1}{J_{eq}p}C_{\text{pert}}(p)+\frac{1}{J_{eq}p}\left(-\Omega_m(p)CK_hK_{\text{capt}}-k_e\Omega_m(p)\right)\frac{k_c}{R+Lp}.$$
$$\Leftrightarrow\Omega_m(p)=\frac{1}{J_{eq}p}C_{\text{pert}}(p)+\frac{1}{J_{eq}p}\Omega_m(p)\left(-CK_hK_{\text{capt}}-k_e\right)\frac{k_c}{R+Lp}$$
$$\Leftrightarrow\Omega_m(p)\left(1+\frac{1}{J_{eq}p}\left(CK_hK_{\text{capt}}+k_e\right)\frac{k_c}{R+Lp}\right)=\frac{1}{J_{eq}p}C_{\text{pert}}(p)$$
$$\Leftrightarrow\frac{\Omega_m(p)}{C_{\text{pert}}(p)}=\frac{\dfrac{1}{J_{eq}p}}{\left(1+\dfrac{1}{J_{eq}p}\left(CK_hK_{\text{capt}}+k_e\right)\dfrac{k_c}{R+Lp}\right)}$$
$$\Leftrightarrow\frac{\Omega_m(p)}{C_{\text{pert}}(p)}=\frac{R+Lp}{J_{eq}p\,(R+Lp)+\left(CK_hK_{\text{capt}}+k_e\right)k_c}$$

DDS

$$\Leftrightarrow \frac{\Omega_m(p)}{C_{\text{pert}}(p)} = \frac{R}{\left(CK_hK_{\text{capt}}+k_e\right)k_c}\frac{1+\frac{L}{R}p}{\frac{J_{eq}}{\left(CK_hK_{\text{capt}}+k_e\right)k_c}p\left(R+Lp\right)+1}.$$

Par identification, on a alors : $\alpha = -\frac{R}{\left(CK_hK_{\text{capt}}+k_e\right)k_c}$,

$\tau = \frac{L}{R}$

$\gamma = \frac{RJ_{eq}}{\left(CK_hK_{\text{capt}}+k_e\right)k_c}$

$\delta = \frac{LJ_{eq}}{\left(CK_hK_{\text{capt}}+k_e\right)k_c}$.

Question 3 *Exprimer $X_{ch}(p)$ en fonction de $\Omega_m(p)$ et $C_{pert}(p)$.*

D'une part, $\Omega_m(p) = H_f(p)\Omega_c(p)$ quand il n'y a pas de perturbation. D'autre part, $\Omega_m(p) = H_r(p)C_{\text{pert}}(p)$ quand il n'y a pas de perturbation.

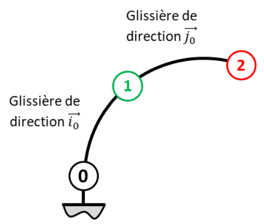
Par superposition, on a donc $\Omega_m(p) = H_f(p)\Omega_c(p) + H_r(p)C_{\text{pert}}(p)$.

Par suite, $X_{ch}(p) = \left(H_f(p)\Omega_c(p) + H_r(p)C_{\text{pert}}(p)\right)\frac{DK_{\text{red}}}{2p}$.

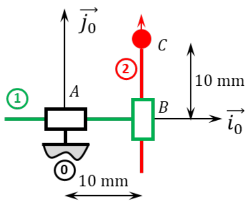
Exercice 190 – Mouvement TT – ⋆

B2-12

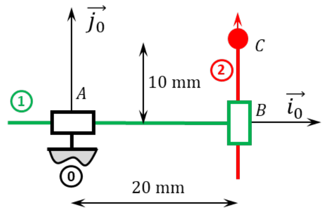
Question 1 *Tracer le graphe des liaisons.*



Question 2 *Retracer le schéma cinématique pour $\lambda = 10\,\text{mm}$ et $\mu = 10\,\text{mm}$.*



Question 3 *Retracer le schéma cinématique pour $\lambda = 20\,\text{mm}$ et $\mu = 10\,\text{mm}$.*



Exercice 189 – Mouvement TT – ⋆

C2-05

B2-13

Question 1 *Quel est le mouvement de **2** par rapport à **0**.*

Le point C a un mouvement quelconque dans le plan $\left(A, \vec{i_0}, \vec{j_0}\right)$.

Question 2 *Donner l'équation du mouvement du point C dans le mouvement de **2** par rapport à **0**.*

On a $\overrightarrow{AC} = \lambda(t)\vec{i_0} + \mu(t)\vec{j_0}$ et donc, on a directement $\begin{cases} x_C(t) = \lambda(t) \\ y_C(t) = \mu(t) \\ z_C(t) = 0 \end{cases}$ dans le repère $\left(A; \vec{i_0}, \vec{j_0}, \vec{k_0}\right)$.

On souhaite que le point C réalise un cercle de centre A et de rayon $R = 10\,\text{cm}$ à la vitesse $v = 0{,}01\,\text{m}\,\text{s}^{-1}$.

Question 3 *Donner la relation liant $\theta(t)$, v et R.*

Par ailleurs la vitesse du point C est donnée par $\overrightarrow{V(C, 2/0)} = \frac{\text{d}}{\text{d}t}\left[\overrightarrow{AC}\right]_{\mathcal{R}_0} = R\dot{\theta}\vec{e_\theta}$.

On a $v = R\dot{\theta}(t)$. Par intégration, $\theta(t) = \frac{v}{R}t$ (avec $\theta(t) = 0\,\text{rad}$ pour $t = 0\,\text{s}$).

Question 4 *Donner les expressions de $\lambda(t)$ et $\mu(t)$ permettant la réalisation de cette trajectoire en fonction de v, R et du temps.*

Exprimons la trajectoire du point C : $\overrightarrow{AC} = R\vec{e_r} = R\cos\theta(t)\vec{i_0} + R\sin\theta(t)\vec{j_0}$. Par identification $\lambda(t) = R\cos\theta(t)$ et $\mu(t) = R\sin\theta(t)$.

Au final, $\begin{cases} \lambda(t) = R\cos\left(\dfrac{v}{R}t\right) \\ \mu(t) = R\sin\left(\dfrac{v}{R}t\right) \end{cases}$.

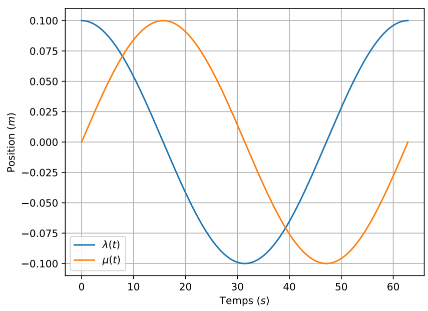
Question 5 *En utilisant Python, tracer $\lambda(t)$, $\mu(t)$ et la trajectoire générée.*

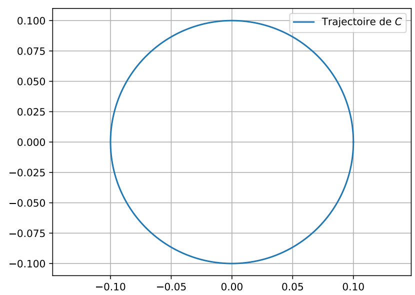
```
import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt
import math as m
R = 0.1 # m
v = 0.01 # m.s-1

# Temps pour faire un tour
T = 2*m.pi*R/v

les_t = np.linspace(0,T,200)
les_lambda = R*np.cos(v/R*les_t)
les_mu = R*np.sin(v/R*les_t)
plt.grid()
plt.plot(les_t,les_lambda,label="$\\lambda(t)$")
plt.plot(les_t,les_mu,label="$\\mu(t)$")
plt.xlabel("Temps ($s$)")
plt.ylabel("Position ($m$)")
plt.legend()
#plt.show()
plt.savefig("03_TT_01_c.pdf")
plt.cla()

plt.grid()
plt.axis("equal")
plt.plot(les_lambda,les_mu,label="Trajectoire de $C$")
plt.legend()
#plt.show()
plt.savefig("03_TT_02_c.pdf")
```





Exercice 19 – Banc hydraulique ⋆

C2-03

Pas de corrigé pour cet exercice.

Question 1 *Déterminer, en fonction de K_p, ε_{con} définie comme l'erreur statique pour une entrée consigne P_{con} de type échelon, dans le cas où le débit de fuite est nul.*

Question 2 *Proposer un réglage de K_p pour limiter ε_{con} à la valeur spécifiée dans le cahier des charges.*

Question 3 *Dans le cas où la consigne de pression est nulle, déterminer en fonction de K_p la fonction de transfert en régulation définie par : $H_{pert}(p) = \dfrac{P_e(p)}{\Delta Q_e(p)}$. En déduire, en fonction de K_p, ε_{pert} définie comme l'erreur statique pour une perturbation ΔQ_e de type échelon, dans le cas où la consigne de pression est nulle.*

Question 4 *Proposer un réglage de K_p pour limiter ε_{pert} à la valeur spécifiée au cahier des charges.*

Question 5 *Proposer un réglage de K_p pour vérifier le critère d'amortissement. Conclure quant au choix d'un correcteur proportionnel.*

Exercice 187 – Banc hydraulique ⋆

C2-03

Pas de corrigé pour cet exercice.

Question 1 *Déterminer la fonction de transfert $C(p)$ de ce correcteur.*

Question 2 *Tracer l'allure de son diagramme de Bode en fonction des coefficients K_i et K_p.*

Question 3 *Quelle est l'influence d'un tel correcteur sur la précision et la stabilité ? Justifier.*

Question 4 *Quelle valeur faut-il donner à $\omega_{0\,\mathrm{dB}}$ pour répondre au critère de rapidité du cahier des charges ?*

Question 5 *Déterminer alors le rapport $T=\dfrac{K_p}{K_i}$ pour obtenir la marge de phase spécifiée dans le cahier des charges.*

Question 6 *En déduire les valeurs de K_i et K_p qui permettent de régler rapidité et marge de phase.*

On donne les diagrammes de Bode en gain et en phase de la fonction de transfert en boucle ouverte corrigée avec le correcteur Proportionnel Intégral déterminé précédemment. On donne sa réponse temporelle avec et sans débit de fuite pour une pression de consigne d'eau de 800 bars.

Question 7 *La réponse du système est-elle satisfaisante au regard du cahier des charges ? Justifier.*

Exercice 186 – Mouvement TT – ⋆

B2-13

Question 1 *Déterminer $\overrightarrow{V(C,2/0)}$ par dérivation vectorielle ou par composition.*

Par dérivation vectorielle, on a : $\overrightarrow{V(C,2/0)}=\dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left[\overrightarrow{AC}\right]_{\mathscr{R}_0}=\dot{\lambda}(t)\overrightarrow{i_0}+\dot{\mu}(t)\overrightarrow{j_0}$.

Par composition du torseur cinématique, on a : $\overrightarrow{V(C,2/0)}=\overrightarrow{V(C,2/1)}+\overrightarrow{V(C,1/0)}=\dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left[\overrightarrow{BC}\right]_{\mathscr{R}_1}+\dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left[\overrightarrow{AC}\right]_{\mathscr{R}_0}$ $=\dot{\lambda}(t)\overrightarrow{i_0}+\dot{\mu}(t)\overrightarrow{j_0}$.

Question 2 *Donner le torseur cinématique $\{\mathscr{V}(2/0)\}$ au point C.*

$$\{\mathscr{V}(2/0)\}=\left\{\begin{array}{c}\overrightarrow{0}\\ \dot{\lambda}(t)\overrightarrow{i_0}+\dot{\mu}(t)\overrightarrow{j_0}\end{array}\right\}_{\forall P}.$$

Question 3 *Déterminer $\overrightarrow{\Gamma(C,2/0)}$.*

$$\overrightarrow{\Gamma(C,2/0)}=\dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left[\overrightarrow{V(C,2/0)}\right]_{\mathscr{R}_0}=\ddot{\lambda}(t)\overrightarrow{i_0}+\ddot{\mu}(t)\overrightarrow{j_0}.$$

Exercice 185 – Mouvement TT – ⋆

B2-14

B2-15

C1-05 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

Question 1 *Réaliser le graphe d'analyse en faisant apparaître l'ensemble des actions mécaniques.*

Question 2 *Donner le torseur de chacune des actions mécaniques.*

Question 3 *Simplifier les torseurs dans l'hypothèse des problèmes plans.*

Question 4 *Proposer une démarche permettant de déterminer les efforts que doivent développer chacun des vérins pour maintenir le mécanisme en équilibre.*

Exercice 184 – Palettisation – Stabilité ⋆

C2-03

Pas de corrigé pour cet exercice.

On montre que la fonction de transfert du réducteur est $R(p) = \dfrac{\alpha_r(p)}{\Omega_m(p)} = \dfrac{1}{Np}$, que $k_a = \dfrac{\pi}{180} k_r$ et que la FTBO est donnée par $T(p) = \dfrac{k_{BO}}{p\left(1+\tau_m p\right)}$ $\left(k_{BO} = \dfrac{k_c k_m k_r}{N}\right)$.

On souhaite une marge de phase de 45°. **Question 1** *Déterminer la valeur de K_{BO} permettant de satisfaire cette condition.*

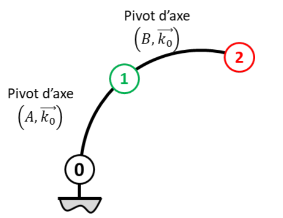
Question 2 *En déduire la valeur du gain K_c du correcteur.*

Question 3 *Déterminer l'écart de position.*

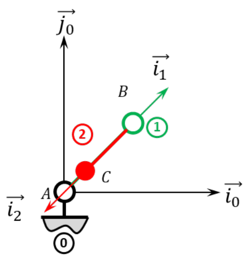
Exercice 183 – Mouvement RR ⋆

B2-12

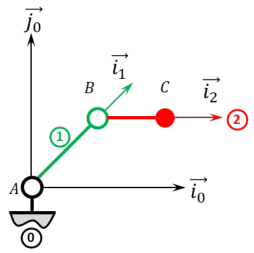
Question 1 *Tracer le graphe des liaisons.*



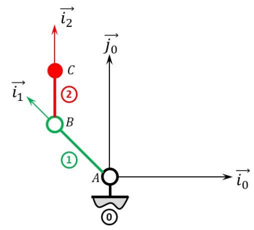
Question 2 *Retracer le schéma cinématique pour $\theta = \dfrac{\pi}{4}$ rad et $\varphi = \pi$ rad.*



Question 3 *Retracer le schéma cinématique pour $\theta = \dfrac{\pi}{4}$ rad et $\varphi = -\dfrac{\pi}{4}$ rad.*



Question 4 *Retracer le schéma cinématique pour $\theta = \dfrac{3\pi}{4}$ rad et $\varphi = -\dfrac{\pi}{4}$ rad.*



Exercice 182 – Mouvement RR ⋆

B2-14

B2-15

C1-05 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

Question 1 *Réaliser le graphe d'analyse en faisant apparaître l'ensemble des actions mécaniques.*

Question 2 *Donner le torseur de chacune des actions mécaniques.*

Question 3 *Simplifier les torseurs dans l'hypothèse des problèmes plans.*

Question 4 *Proposer une démarche permettant de déterminer les couples que doivent développer chacun des moteurs pour maintenir le mécanisme en équilibre.*

Exercice 181 – Machine de rééducation SysReeduc ⋆

B2-07

Question 1 *À partir des équations proposées, déterminer les fonctions de transfert K_1, K_2, $H_3(p)$, $H_4(p)$, K_5, K_6, K_7, K_8 et K_9.*

On a :

- $u_m(t)=e(t)+Ri(t) \Rightarrow U_m(p)=E(p)+RI(p)$ et $C_{M1}(p)=k_t I(p)$ donc $K_2=\dfrac{k_t}{R}$;
- $E(p)=k_e\Omega_m(p)$ et donc $K_7=k_e$;
- $(M+m)r\rho_1 p\Omega_m(p)=\dfrac{C_{M1}(p)}{\rho_1 r}-F_p(p) \Leftrightarrow (M+m)r^2\rho_1^2 p\Omega_m(p)=C_{M1}(p)-\rho_1 r F_p(p)$ et donc $K_9=\rho_1 r$ et $H_3(p)=\dfrac{1}{(M+m)r^2\rho_1^2 p}$;
- $H_4(p)$ permet d'obtenir une position à partir d'une vitesse. Il s'agit donc d'un intégrateur et $H_4(p)=\dfrac{1}{p}$;
- un codeur incrémental avec 1 émetteur-récepteur permet de détecter les fentes et les « non fentes » donc ici 1000 informations par tour. Avec un second émetteur, on double la résolution soit 2000 informations pour un tour soit $K_8=\dfrac{2000}{2\pi}$;
- en utilisant le réducteur et le poulie courroie, on a directement $K_5=\rho_1$ et $K_6=r$ (à convertir en mètres) ;
- enfin, K_1 convertit des mètres en incréments. X_c est la consigne que doit respectée X. Pour avoir un asservissement précis, il faut donc $\varepsilon=0$ et $X=X_c$ soit $\varepsilon=0=K_1X_C-K_8\theta_m=K_1X_C-K_8\dfrac{X}{K_5K_6}$. Au final, $K_1=\dfrac{K_8}{K_5K_6}$.

Question 2 *Montrer que le schéma-blocs peut être mis sous la forme suivante. On exprimera A, B et D en fonction des paramètres du système r, ρ_1, k_t, k_e, R, M, m et K_8.*

D'une part,

$$X(p)=\left(\left(X_C(p)-X(p)\right)C(p)-F_P(p)D\right)\frac{A}{p\left(Bp+1\right)}$$

$$X(p)=\frac{A\left(X_C(p)-X(p)\right)C(p)}{p\left(Bp+1\right)}-\frac{AF_P(p)D}{p\left(Bp+1\right)}$$

$$\Leftrightarrow X(p)+\frac{AX(p)C(p)}{p\left(Bp+1\right)}=\frac{AX_C(p)C(p)}{p\left(Bp+1\right)}-\frac{AF_P(p)D}{p\left(Bp+1\right)}. \Leftrightarrow X(p)\left(\frac{p\left(Bp+1\right)+AC(p)}{p\left(Bp+1\right)}\right)=\frac{AX_C(p)C(p)}{p\left(Bp+1\right)}+\frac{AF_P(p)D}{p\left(Bp+1\right)}$$

$$\boxed{\Leftrightarrow X(p)=\frac{AX_C(p)C(p)}{p\left(Bp+1\right)+AC(p)}-\frac{AF_P(p)D}{p\left(Bp+1\right)+AC(p)}.}$$

D'autre part, $X(p)=\Omega_m(p)H_4(p)K_5K_6$, $U_m(p)=\left(X_c(p)K_1-\theta_m(p)K_8\right)C(p)$, $\theta_m(p)=\Omega_m(p)H_4(p)$.

$$\Omega_m(p)=\left(\left(U_m(p)-\Omega_m(p)K_7\right)K_2-F_P(p)K_9\right)H_3(p)$$

$$\Leftrightarrow \Omega_m(p)\left(1+K_7K_2H_3(p)\right)=U_m(p)H_3(p)K_2-F_P(p)H_3(p)K_9$$

$$X(p)=\left(U_m(p)H_3(p)K_2-F_P(p)H_3(p)K_9\right)\frac{H_4(p)K_5K_6}{1+K_7K_2H_3(p)}$$

$$\Leftrightarrow X(p)=\left(\left(X_c(p)K_1-\theta_m(p)K_8\right)C(p)H_3(p)K_2-F_P(p)H_3(p)K_9\right)\frac{H_4(p)K_5K_6}{1+K_7K_2H_3(p)}$$

$$\Leftrightarrow X(p)=\left(\left(X_c(p)K_1-X(p)\frac{K_8}{K_5K_6}\right)C(p)H_3(p)K_2-F_P(p)H_3(p)K_9\right)\frac{H_4(p)K_5K_6}{1+K_7K_2H_3(p)}$$

$$\Leftrightarrow X(p)=\left(\left(X_c(p)-X(p)\right)C(p)H_3(p)K_1K_2-F_P(p)H_3(p)K_9\right)\frac{H_4(p)K_5K_6}{1+K_7K_2H_3(p)}$$

$$\Leftrightarrow X(p)\left(1+C(p)H_3(p)K_1K_2\frac{H_4(p)K_5K_6}{1+K_7K_2H_3(p)}\right)=\left(X_c(p)C(p)H_3(p)K_1K_2-F_P(p)H_3(p)K_9\right)\frac{H_4(p)K_5K_6}{1+K_7K_2H_3(p)}$$

$$\boxed{\Leftrightarrow X(p)\left(1+K_7K_2H_3(p)+C(p)H_3(p)K_1K_2H_4(p)K_5K_6\right)=\left(X_c(p)C(p)H_3(p)K_1K_2-F_P(p)H_3(p)K_9\right)H_4(p)K_5K_6}.$$

Par suite,

$$\Leftrightarrow X(p)\left(1+K_7K_2\frac{1}{(M+m)r^2\rho_1^2p}+C(p)\frac{1}{(M+m)r^2\rho_1^2p}\frac{K_8}{K_5K_6}K_2\frac{1}{p}K_5K_6\right)=\left(X_c(p)C(p)\frac{1}{(M+m)r^2\rho_1^2p}\frac{K_8}{K_5K_6}K_2-F_P(p)\frac{}{(M+m}\right.$$

$$\Leftrightarrow X(p)\left(1+\frac{\frac{k_ek_t}{R}}{(M+m)r^2\rho_1^2p}+C(p)\frac{K_8\frac{k_t}{R}}{(M+m)r^2\rho_1^2p^2}\right)=\left(X_c(p)C(p)\frac{K_8}{(M+m)r^2\rho_1^2p^2}\frac{k_t}{R}-F_P(p)\frac{K_9}{(M+m)r\rho_1p^2}\right).$$

$$\Leftrightarrow X(p)=X_c(p)C(p)\frac{\frac{K_8}{(M+m)r^2\rho_1^2p^2}\frac{k_t}{R}}{\left(1+\frac{\frac{k_ek_t}{R}}{(M+m)r^2\rho_1^2p}+C(p)\frac{K_8\frac{k_t}{R}}{(M+m)r^2\rho_1^2p^2}\right)}-F_P(p)\frac{\frac{K_9}{(M+m)r\rho_1p^2}}{\left(1+\frac{\frac{k_ek_t}{R}}{(M+m)r^2\rho_1^2p}+C(p)\frac{K_8\frac{k_t}{R}}{(M+m)r^2\rho_1^2p^2}\right)}$$

$$\Leftrightarrow X(p)=X_c(p)C(p)\frac{\frac{K_8}{1}\frac{k_t}{R}}{\left((M+m)r^2\rho_1^2p^2+\frac{(M+m)r^2\rho_1^2p^2\frac{k_ek_t}{R}}{(M+m)r^2\rho_1^2p}+C(p)\frac{(M+m)r^2\rho_1^2p^2K_8\frac{k_t}{R}}{(M+m)r^2\rho_1^2p^2}\right)}-F_P(p)\frac{\frac{K_9}{(M+m)r\cdots}}{\left(1+\frac{\frac{k_ek_t}{R}}{(M+m)r^2\rho_1^2p}+C\cdots\right.}$$

$$\Leftrightarrow X(p)=X_c(p)C(p)\frac{\frac{K_8k_t}{R}}{(M+m)r^2\rho_1^2p^2+p\frac{k_ek_t}{R}+C(p)K_8\frac{k_t}{R}}-F_P(p)\frac{\frac{K_9}{1}}{\left((M+m)r\rho_1p^2+\frac{(M+m)r\rho_1p^2\frac{k_ek_t}{R}}{(M+m)r^2\rho_1^2p}+C(p)\frac{(M+m)r\rho_1\cdots}{(M+m)r^2\cdots}\right.}$$

$$\Leftrightarrow X(p)=X_c(p)C(p)\frac{\frac{K_8k_t}{R}}{(M+m)r^2\rho_1^2p^2+p\frac{k_ek_t}{R}+C(p)K_8\frac{k_t}{R}}-F_P(p)\frac{K_9}{(M+m)r\rho_1p^2+\frac{pk_ek_t}{Rr\rho_1}+C(p)\frac{K_8k_t}{Rr\rho_1}}$$

$$\Leftrightarrow X(p)=X_c(p)C(p)\frac{\frac{K_8k_t}{R}}{p\frac{k_ek_t}{R}\left(\frac{R}{k_ek_t}(M+m)r^2\rho_1^2p+1\right)+C(p)K_8\frac{k_t}{R}}-F_P(p)\frac{K_9}{p\frac{k_ek_t}{Rr\rho_1}\left(\frac{(M+m)Rr^2\rho_1^2}{k_ek_t}p+1\right)+C(p)\frac{K_8\cdots}{Rr\cdots}}$$

$$\Leftrightarrow X(p)=X_c(p)C(p)\frac{\frac{K_8k_t}{R}}{p\frac{k_ek_t}{R}(Bp+1)+C(p)K_8\frac{k_t}{R}}-F_P(p)\frac{K_9}{p\frac{k_ek_t}{Rr\rho_1}(Bp+1)+C(p)\frac{K_8k_t}{Rr\rho_1}}$$

$$\Leftrightarrow X(p)=X_c(p)C(p)\frac{\frac{K_8k_t}{R}}{p\frac{k_ek_t}{R}(Bp+1)+C(p)K_8\frac{k_t}{R}}-F_P(p)\frac{K_9}{p\frac{k_ek_t}{Rr\rho_1}(Bp+1)+C(p)\frac{K_8k_t}{Rr\rho_1}}$$

$$\Leftrightarrow X(p)=X_c(p)C(p)\frac{\frac{R}{k_ek_t}\frac{K_8k_t}{R}}{p(Bp+1)+C(p)K_8\frac{k_t}{R}\frac{R}{k_ek_t}}-F_P(p)\frac{K_9\frac{Rr\rho_1}{k_ek_t}}{p(Bp+1)+C(p)\frac{Rr\rho_1}{k_ek_t}\frac{K_8k_t}{Rr\rho_1}}$$

$$\Leftrightarrow X(p)=X_c(p)C(p)\frac{\frac{K_8}{k_e}}{p(Bp+1)+C(p)\frac{K_8}{k_e}}-F_P(p)\frac{K_9\frac{Rr\rho_1}{k_ek_t}}{p(Bp+1)+C(p)\frac{K_8}{k_e}}$$

$$\Leftrightarrow X(p)=X_c(p)C(p)\frac{\frac{K_8}{k_e}}{p(Bp+1)+C(p)\frac{K_8}{k_e}}-F_P(p)\frac{\frac{K_8}{k_e}\frac{k_e}{K_8}K_9\frac{Rr\rho_1}{k_ek_t}}{p(Bp+1)+C(p)\frac{K_8}{k_e}}$$

On a donc $A=\frac{K_8}{k_e}$, $B=\frac{R(m+M)r^2\rho_1^2}{k_ek_t}$ et $D=\frac{K_9Rr\rho_1}{K_8k_t}$.

Exercice 180 – Mouvement RT ⋆

B2-12 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

Question 1 *Tracer le graphe des liaisons.*

Question 2 *Retracer le schéma cinématique pour $\theta=\frac{\pi}{4}$ rad et $\lambda(t)=20$ mm.*

Question 3 *Retracer le schéma cinématique pour $\theta=\frac{-\pi}{4}$ rad et $\lambda(t)=-20$ mm.*

Exercice 179 – Quille pendulaire⋆

B2-07

Question 1 *Donner les expressions des fonctions de transfert A_1, A_2, A_3 et A_4 en fonction de la variable complexe p et des constantes.*

D'une part, on transforme les équations dans le domaine de Laplace : $Q(p)=SpX(p)+\frac{V}{2B}p\Sigma(p)$ et $Mp^2X(p)=S\Sigma(p)-kX(p)-\lambda pX(p)-F_R(p)$.

En utilisant le schéma-blocs, on a $\Sigma(p)=A_2\left(A_1Q(p)-X(p)\right)=A_1A_2Q(p)-A_2X(p)$.

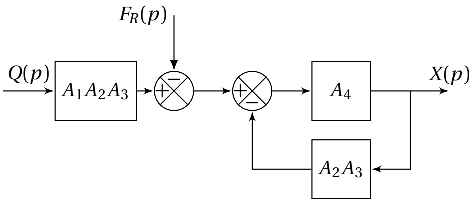
Par ailleurs $\Sigma(p) = \dfrac{Q(p) - SpX(p)}{\dfrac{V}{2B}p} = Q(p)\dfrac{2B}{Vp} - X(p)\dfrac{S2B}{V}$. On a donc $A_2 = \dfrac{S2B}{V}$, $A_1A_2 = \dfrac{2B}{Vp}$ soit $A_1 = \dfrac{2B}{Vp}\dfrac{V}{S2B} = \dfrac{1}{Sp}$.

On a aussi $X(p) = A_4\left(-F_R(p) + A_3\Sigma(p)\right) = -A_4F_R(p) + A_3A_4\Sigma(p)$. Par ailleurs, $X(p)\left(Mp^2 + \lambda p + k\right) = S\Sigma(p) - F_R(p) \Leftrightarrow X(p) = \dfrac{S\Sigma(p)}{Mp^2 + \lambda p + k} - \dfrac{F_R(p)}{Mp^2 + \lambda p + k}$. On a donc : $A_4 = \dfrac{1}{Mp^2 + \lambda p + k}$ et $A_3 = S$.

Au final, $A_1 = \dfrac{1}{Sp}$, $A_2 = \dfrac{S2B}{V}$, $A_3 = S$ et $A_4 = \dfrac{1}{Mp^2 + \lambda p + k}$.

Question 2 *Donner les expressions des fonctions de transfert H_1 et H_2 en fonction de A_1, A_2, A_3 et A_4, puis de la variable p et des constantes.*

Méthode 1 : Utilisation des relations précédentes On a $X(p) = \left(H_1Q(p) - F_R(p)\right)H_2(p)$.
Par ailleurs, on a vu que $X(p) = A_4\left(-F_R(p) + A_3\Sigma(p)\right)$ et $\Sigma(p) = A_2\left(A_1Q(p) - X(p)\right)$.
On a donc $X(p) = A_4\left(-F_R(p) + A_3A_2\left(A_1Q(p) - X(p)\right)\right) \Leftrightarrow X(p)(1 + A_2A_3A_4) = A_4\left(-F_R(p) + A_3A_2A_1Q(p)\right)$. On a donc $H_1(p) = A_1A_2A_3$ et $H_2 = \dfrac{A_4}{1 + A_2A_3A_4}$.
Méthode 2 : Lecture directe du schéma-blocs Revient à utiliser la méthode précédente.
Méthode 3 : Algèbre de schéma-blocs Le schéma-blocs proposé est équivalent au schéma suivant.



On retrouve le même résultat que précédemment.
$A_1 = \dfrac{1}{Sp}$, $A_2 = \dfrac{S2B}{V}$, $A_3 = S$ et $A_4 = \dfrac{1}{Mp^2 + \lambda p + k}$.

En faisant le calcul on obtient : $H_1(p) = \dfrac{2BS}{pV}$ et $H_2 = \dfrac{\dfrac{1}{Mp^2 + \lambda p + k}}{1 + \dfrac{2BS^2}{V}\dfrac{1}{Mp^2 + \lambda p + k}} = \dfrac{1}{Mp^2 + \lambda p + k + \dfrac{2BS^2}{V}}$.

Question 3
Pour ce vérin non perturbé ($F_R = 0$), donner sa fonction de transfert $X(p)/Q(p)$ en fonction de la variable p et des constantes.
Dans ce cas, $\dfrac{X(p)}{Q(p)} = H_1(p)H_2(p)\dfrac{2BS}{p\left(MVp^2 + \lambda pV + kV + 2BS^2\right)}$.

Exercice 178 – Mouvement T – ⋆

C2-05

B2-13

Question 1 *Quel est le mouvement de **1** par rapport à **0**.*

1 est en translation de direction $\overrightarrow{i_0}$ par rapport à **0**.

Question 2 *Donner l'équation paramétrique de la trajectoire du point B, point appartenant à **1** par rapport à **0**.*

On a $\overrightarrow{AB} = \lambda(t)\overrightarrow{i_0}$. La trajectoire du point B est donc donnée par $\left\{\begin{array}{l} x_B(t) = \lambda(t) \\ y_B(t) = 0 \\ z_B(t) = 0 \end{array}\right.$ dans le repère $\left(A; \overrightarrow{i_0}, \overrightarrow{j_0}, \overrightarrow{z_0}\right)$.

Exercice 177 – Mouvement T – ⋆

B2-13

Question 1 *Donner le torseur cinématique $\{\mathcal{V}(1/0)\}$ au point B.*

$\{\mathcal{V}(1/0)\} = \left\{\begin{array}{c} \overrightarrow{0} \\ \dot{\lambda}(t)\overrightarrow{i_0} \end{array}\right\}_{\forall P}$.

$\overrightarrow{V(B,1/0)} = \dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left[\overrightarrow{AB}\right]_{\mathcal{R}_0} = \dot{\lambda}(t)\overrightarrow{i_0}$.

Question 2 *Déterminer $\overrightarrow{\Gamma(B,1/0)}$.*

$\overrightarrow{\Gamma(B,1/0)} = \dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left[\overrightarrow{V(B,1/0)}\right]_{\mathscr{R}_0} = \ddot{\lambda}(t)\,\overrightarrow{i_0}$.

Exercice 176 – Calcul de FTBO ⋆

B2-07

Pas de corrigé pour cet exercice.

Question 1 *Déterminer la FTBO dans la cas suivant.*

Question 2 *Déterminer la FTBO dans la cas suivant.*

Question 3 *Déterminer la FTBO dans la cas suivant.*

Question 4 *Déterminer la FTBO dans la cas suivant.*

Exercice 175 – Pompe à palettes ⋆⋆

B2-12 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

Question 1 *Tracer le graphe des liaisons.*

Question 2 *Retracer le schéma cinématique pour $\theta(t) = 0$ rad.*

Question 3 *Retracer le schéma cinématique pour $\theta(t) = \pi$ rad.*

Question 4 *En déduire la course de la pièce **2**.*

Exercice 174 – Pompe à palettes ⋆⋆

B2-12 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

Question 1 *Tracer le graphe des liaisons.*

Question 2 *Retracer le schéma cinématique pour $\theta(t) = 0$ rad.*

Question 3 *Retracer le schéma cinématique pour $\theta(t) = \pi$ rad.*

Question 4 *En déduire la course de la pièce **2**.*

Exercice 173 – Mouvement R ⋆

C2-05

B2-13

Question 1 *Quel est le mouvement de **1** par rapport à **0**.*

1 est en rotation de centre A et d'axe $\overrightarrow{k_0}$ par rapport à **0**.

Question 2 *Quelle est la trajectoire du point B appartenant à **1** par rapport à **0**.*

B est est en rotation par rapport à **0** (cercle de centre A et de rayon R).

Question 3 *Donner l'équation paramétrique de la trajectoire du point B, point appartenant à **1** par rapport à **0**.*

On a $\overrightarrow{AB} = R\,\overrightarrow{i_1} = R\cos\theta\,\overrightarrow{i_0} + R\sin\theta\,\overrightarrow{j_0}$. La trajectoire du point B est donc donnée par $\left\{\begin{array}{l} x_B(t) = R\cos\theta(t) \\ y_B(t) = R\sin\theta(t) \\ z_B(t) = 0 \end{array}\right.$ dans le repère $\left(A; \overrightarrow{i_0}, \overrightarrow{j_0}, \overrightarrow{z_0}\right)$.

Exercice 172 – Mouvement R ⋆

B2-13

Question 1 *Déterminer $\overrightarrow{V(B,1/0)}$ par dérivation vectorielle.*

$\overrightarrow{V(B,1/0)} = \dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left[\overrightarrow{AB}\right]_{\mathscr{R}_0} = \dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left[R\,\overrightarrow{i_1}\right]_{\mathscr{R}_0}$. Or $\dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left[\overrightarrow{i_1}\right]_{\mathscr{R}_0} = \dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left[\overrightarrow{i_1}\right]_{\mathscr{R}_1} + \overrightarrow{\Omega(1/0)} \wedge \overrightarrow{i_1} = \overrightarrow{0} + \dot{\theta}\,\overrightarrow{k_0} \wedge \overrightarrow{i_1} = \dot{\theta}\,\overrightarrow{j_1}$.

D'où $\overrightarrow{V(B,1/0)} = R\dot{\theta}\,\overrightarrow{j_1}$.

Question 2 *Déterminer $\overrightarrow{V(B,1/0)}$ par une autre méthode.*

$\overrightarrow{V(B,1/0)} = \overrightarrow{V(A,1/0)} + \overrightarrow{BA} \wedge \overrightarrow{\Omega(1/0)} = \overrightarrow{0} - R\overrightarrow{i_1} \wedge \dot{\theta}\overrightarrow{k_0} = R\dot{\theta}\overrightarrow{j_1}$.

Question 3 *Donner le torseur cinématique $\{\mathcal{V}(1/0)\}$ au point B.*

On a directement $\{\mathcal{V}(1/0)\} = \left\{ \begin{array}{c} \dot{\theta}\overrightarrow{k_0} \\ R\dot{\theta}\overrightarrow{j_1} \end{array} \right\}_B$.

Question 4 *Déterminer $\overrightarrow{\Gamma(B,1/0)}$.*

$\overrightarrow{\Gamma(B,1/0)} = \dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left[\overrightarrow{V(B,1/0)}\right]_{\mathcal{R}_0} = R\ddot{\theta}\overrightarrow{j_1} - R\dot{\theta}^2\overrightarrow{i_1}$. (En effet, $\dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left[\overrightarrow{j_1}\right]_{\mathcal{R}_0} = \dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left[\overrightarrow{j_1}\right]_{\mathcal{R}_1} + \overrightarrow{\Omega(1/0)} \wedge \overrightarrow{j_1} = \overrightarrow{0} + \dot{\theta}\overrightarrow{k_0} \wedge \overrightarrow{j_1} = -\dot{\theta}\overrightarrow{i_1}$.)

Exercice 171 – Suspension automobile ⋆⋆

B2-14

C1-05 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

Question 1 *Réaliser le graphe d'analyse en faisant apparaître l'ensemble des actions mécaniques.*

Question 2 *Peut-on résoudre complètement le système ? Pourquoi ?*

Exercice 170 – Suspension automobile ⋆⋆

C2-07 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

Question 1 *Réaliser le graphe des liaisons en faisant apparaître les actions mécaniques. Exprimer les torseurs des actions mécaniques de chacune des liaisons.*

Question 2 *En isolant l'ensemble {pneumatique + jante + axe de roue}, écrire les équations issues du principe fondamental de la statique appliqué au point C, en projection sur les axes de la base $\left(\overrightarrow{a}, \overrightarrow{r}, \overrightarrow{x}\right)$ en fonction des composantes F_{sol}^{a} et F_{sol}^{r} et des dimensions d_0, d_3 et d_4.*

Question 3 *Résoudre littéralement le système.*