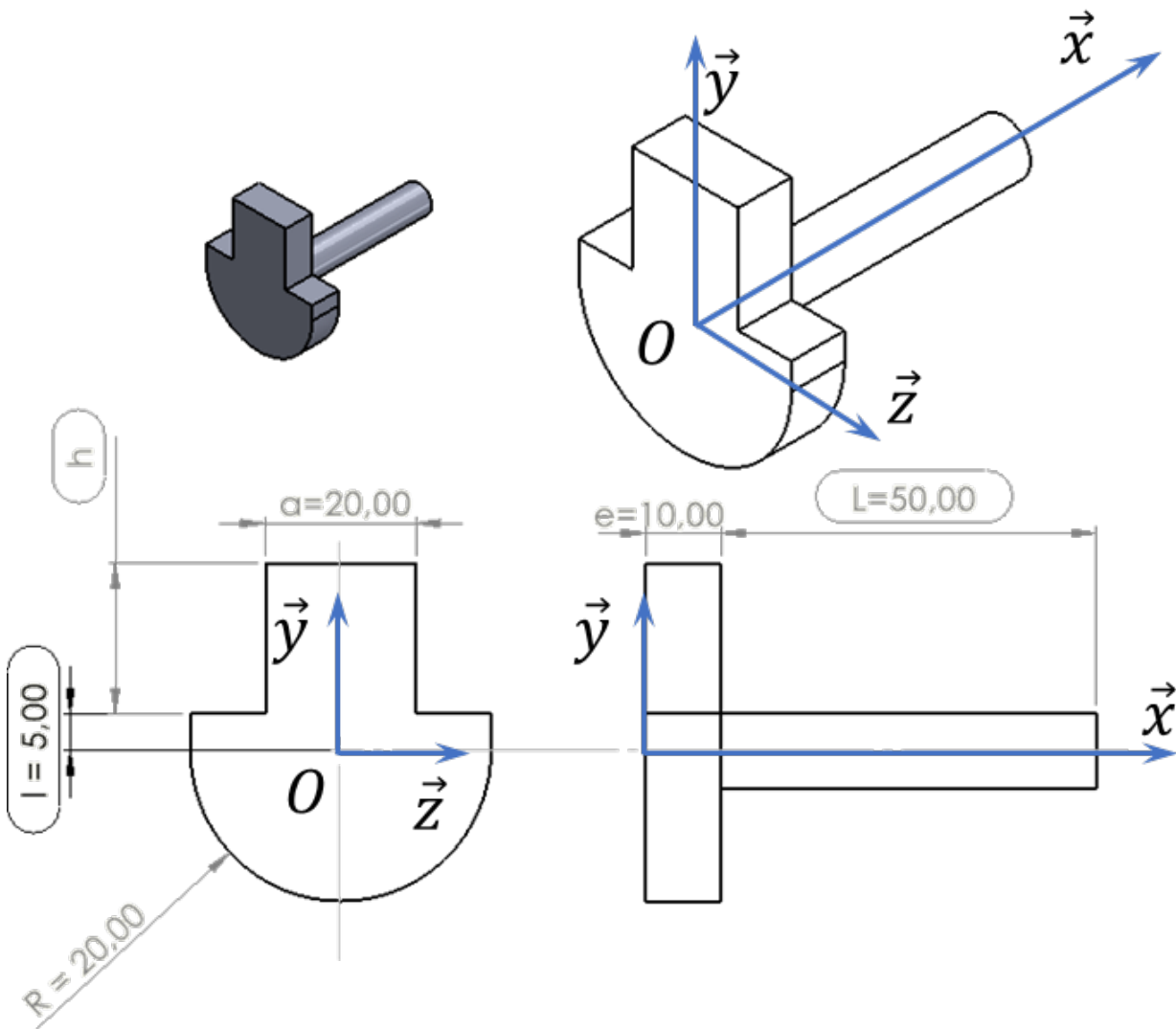


Exercice 1 – Vilebrequin *

B2-14 Pas de corrigé pour cet exercice.

Soit le vilebrequin représenté sur la figure suivante. On suppose que sa masse volumique μ est constante. Par ailleurs l'accélération de la pesanteur est portée par $-\vec{y}$: $\vec{g} = -g \vec{y}$.



Question 1 Exprimer sous forme littérale l'expression de la position du centre d'inertie du solide.

Question 2 Déterminer h pour que le centre d'inertie appartienne à l'axe de rotation (O, \vec{x}) du vilebrequin.

Question 3 Faire l'application numérique.

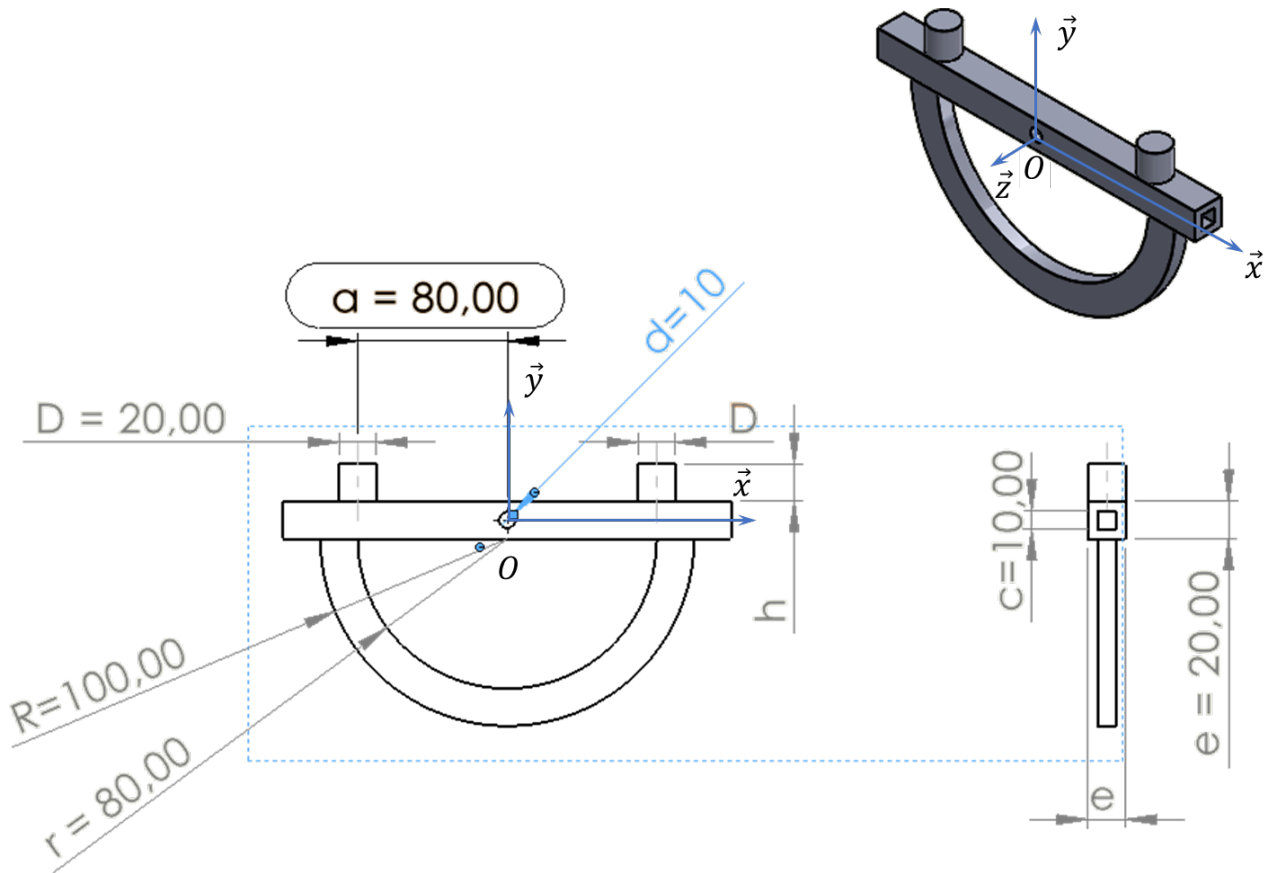
Question 4 Exprimer le torseur de pesanteur sur le vilebrequin en G puis en O .

Corrigé voir 6.

Exercice 2 – Balancier du D2C *

B2-14 Pas de corrigé pour cet exercice.

Soit le balancier représenté sur la figure suivante. On considère que la masse volumique du matériau utilisé est constante. Par ailleurs l'accélération de la pesanteur est portée par $-\vec{y}$: $\vec{g} = -g \vec{y}$.



Question 1 Exprimer sous forme littérale l'expression de la position du centre d'inertie du solide.

Question 2 Déterminer h pour que le centre d'inertie appartienne à l'axe de rotation (O, \vec{x}) du vilebrequin.

Question 3 Faire l'application numérique.

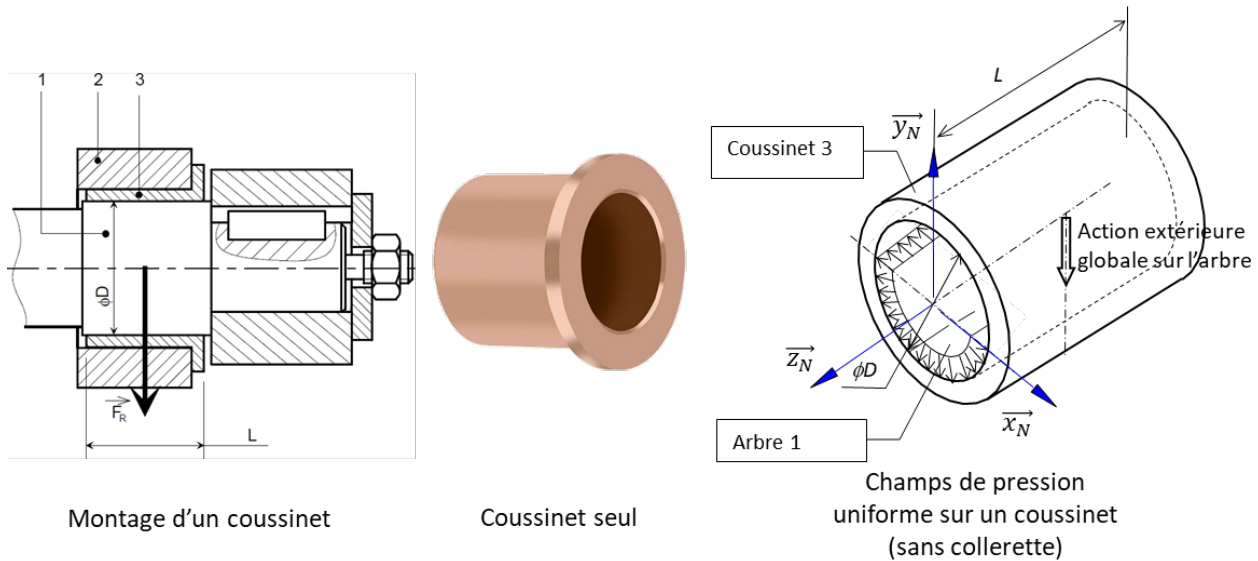
Question 4 Exprimer le torseur de pesanteur sur le vilebrequin en G puis en O .

Corrigé voir 7.

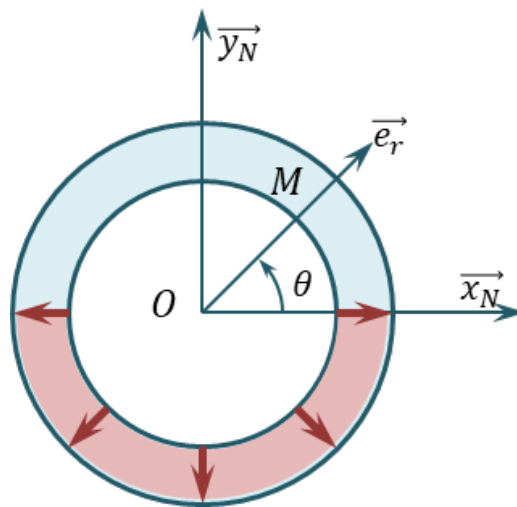
Exercice 3 – Torseur des actions mécaniques transmissibles dans un coussinet *

B2-14 Pas de corrigé pour cet exercice.

Un coussinet (ou bague) est un élément technologique permettant de réaliser des liaisons pivot. Suivant les cas d'utilisation d'un système, un chargement sur l'arbre est transmis au coussinet.



On donne le modèle suivant où le champ de pression de l'arbre sur le coussinet est uniforme pour $\theta \in [\pi, 2\pi]$. On note $R = \frac{D}{2}$ le rayon du coussinet.



Question 1 Déterminer la résultante des actions mécaniques de 1 sur 3. On la note $\overrightarrow{R(1 \rightarrow 3)}$.

Question 2 Déterminer $\overrightarrow{\mathcal{M}(O, 1 \rightarrow 3)}_{\vec{z}_N}$.

On considère maintenant que la pression n'est pas uniforme et vaut au point M $p(M) = p_0 \sin \theta$.

Question 3 Justifier que $\overrightarrow{R(1 \rightarrow 3)}$ n'a une composante que sur \vec{y} .

Question 4 Déterminer la résultante des actions mécaniques de 1 sur 3. On la note $\overrightarrow{R(1 \rightarrow 3)}$. On rappelle que $\sin^2 \theta = \frac{1 - \cos 2\theta}{2}$.

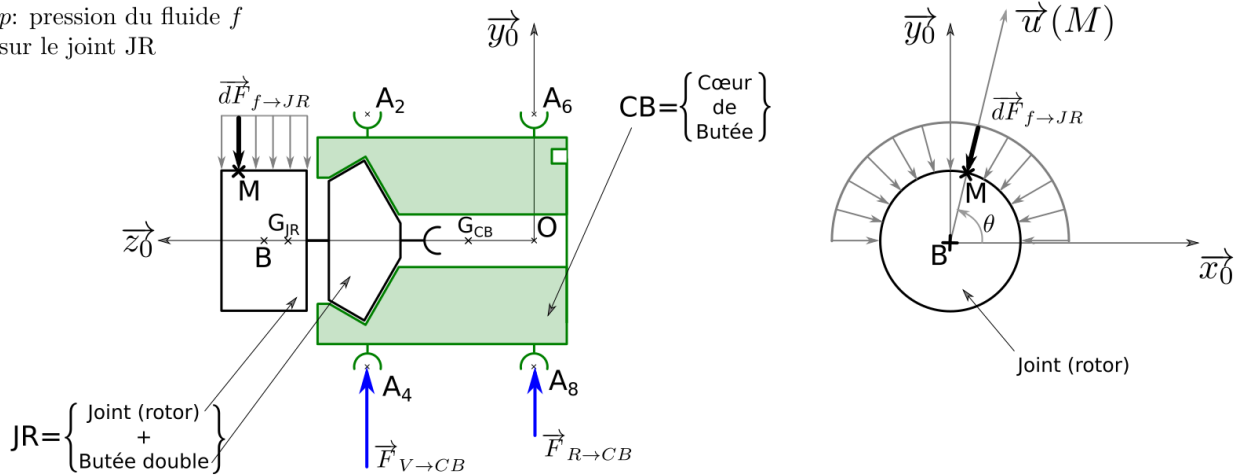
Corrigé voir 8.

Exercice 4 – Banc Balafre *

B2-14 Pas de corrigé pour cet exercice.

La figure suivante représente le paramétrage permettant de modéliser les actions mécaniques s'exerçant sur l'ensemble $S = \{JR + CB\}$. On nommera G le centre d'inertie de l'ensemble S .

p : pression du fluide f
sur le joint JR



Données et hypothèses

- On note $\overrightarrow{BM} = z_0 \overrightarrow{z_0} + R_J \overrightarrow{u}(\theta)$ où R_J est le rayon du joint avec $R_J = 175$ mm;
- la longueur du joint est $L_J = 150$ mm. La position du point B, centre du joint est $\overrightarrow{OB} = z_B \overrightarrow{z_0}$ avec $z_B = 425$ mm;
- Le cœur de butée a une masse $M_{CB} = 40$ kg et la position de son centre d'inertie G_{CB} est paramétrée par $\overrightarrow{OG_{CB}} = L_{CB} \overrightarrow{z_0}$ avec $L_{CB} = 193$ mm;
- Les positions des points A_4 et A_8 sont paramétrées par $\overrightarrow{OA_4} = z_4 \overrightarrow{z_0} - R_{CB} \overrightarrow{y_0}$ et $\overrightarrow{OA_8} = -R_{CB} \overrightarrow{y_0}$ avec $z_4 = 280$ mm et $R_{CB} = 150$ mm.

On souhaite déterminer la résultante des actions de pression du fluide sur le joint (rotor). On rappelle qu'un élément de surface dS autour d'un point M sur une surface cylindrique de rayon R_J s'exprime $dS = R_J d\theta dz$.

Question 1 Exprimer au point M le torseur $\{dT_{f \rightarrow JR}\}$ de l'action de pression du fluide sur un élément de surface dS joint en fonction de $p(t)$, dS et $\overrightarrow{u}(\theta)$.

Question 2 En déduire l'expression en B du torseur $\{T_{f \rightarrow JR}\}$ de l'action de pression du fluide sur l'ensemble du joint.

Corrigé voir 9.

Exercice 5 – La Seine Musicale *

B2-14 Pas de corrigé pour cet exercice.

On choisit de représenter une demi-voile, de repère $\mathcal{R}_v(O; \vec{x}_v, \vec{y}_v, \vec{z})$, par une portion de demi-sphère (Figure 1). On pourra remarquer qu'il n'y a pas de mouvement relatif entre les repères $\mathcal{R}_{C_G}(C_G; \vec{x}_{C_G}, \vec{y}_{C_G}, \vec{z})$ et $\mathcal{R}_v(O; \vec{x}_v, \vec{y}_v, \vec{z})$, associé à la demi-voile. On rappelle que $\vec{OC}_G = R\vec{y}_{C_G}$, avec R le rayon moyen de la voie de roulement.

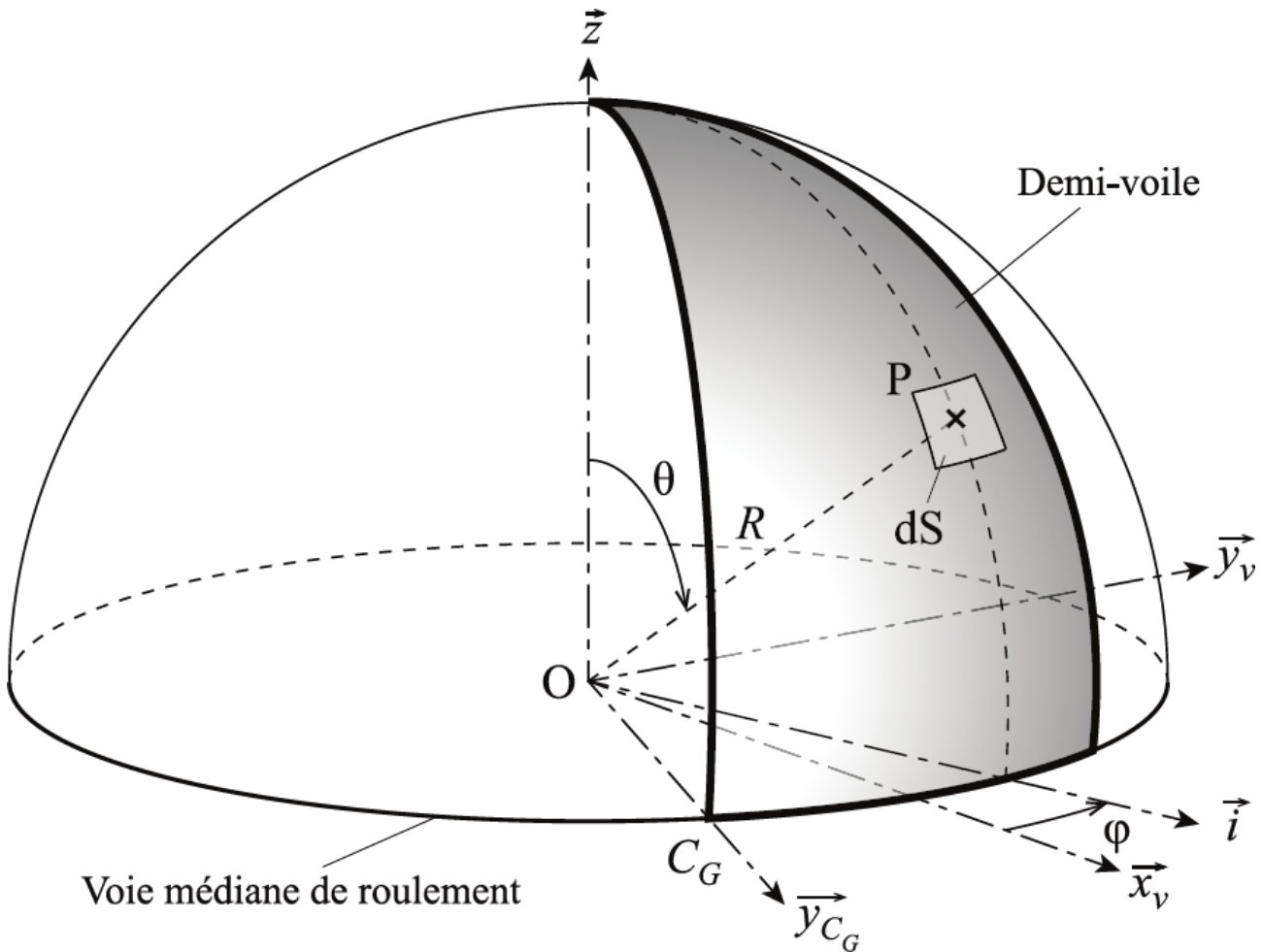


FIGURE 1 – Paramétrage de la surface totale et élémentaire en coordonnées sphériques de la demi-voile

La figure Figure 2 présente l'orientation du vent par rapport au plan de symétrie de la demi-voile dans le plan (\vec{x}_v, \vec{y}_v) . La densité d'effort surfacique du vent sur la demi-voile, pour une vitesse de 9 m s^{-1} , est noté $\vec{f}_{\text{vent}} = f\vec{u}$ avec $f = 54,7 \text{ N m}^{-2}$, l'orientation de \vec{u} étant définie par l'angle constant $\alpha = (\vec{x}_v, \vec{u})$.

La base associée au système de coordonnées sphériques (r, θ, φ) est $(\vec{e}_r, \vec{e}_\theta, \vec{e}_\varphi)$. La position du point P appartenant à la demi-voile est définie par $\vec{OP} = R\vec{e}_r$ avec R le rayon moyen de la voie de roulement ($R = 22,75 \text{ m}$). L'angle azimutal φ évolue entre $-\frac{\pi}{8}$ et $\frac{\pi}{8}$ et l'élévation θ évolue entre 0 et $\frac{\pi}{2}$. On précise que, dans le cas présenté Figure 1, la surface élémentaire en coordonnées sphériques est notée $dS = R^2 \sin \theta d\theta d\varphi$.

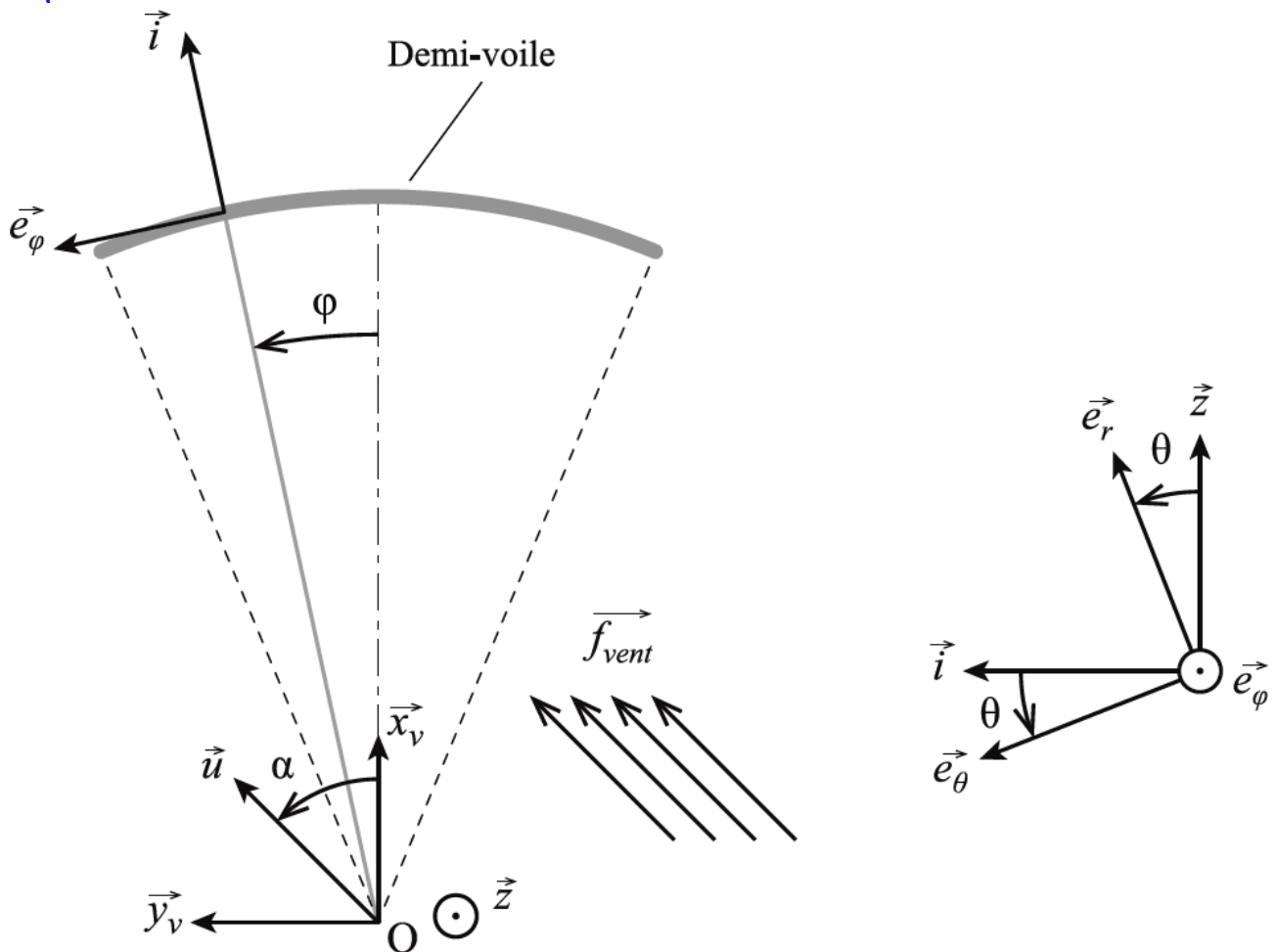


FIGURE 2 – Paramétrage angulaire

Question 1 Exprimer l'effort élémentaire du vent sur la demi-voile s'appliquant au point P sur la surface dS , noté $d\vec{F}_{vent}$.

Question 2 Déterminer par intégration l'expression du moment de l'action mécanique du vent selon l'axe (O, \vec{z}) , $\mathcal{M}(O, vent \rightarrow demi-voile) \cdot \vec{z}$ s'opposant à la rotation de la voile autour de l'axe (O, \vec{z}) en fonction de R , f et α .

Question 3 On définit F_{vent} tel que $(\overrightarrow{OC_G} \wedge F_{vent} \overrightarrow{x_{C_G}}) \cdot \vec{z} = \mathcal{M}(O, vent \rightarrow demi-voile) \cdot \vec{z}$. En déduire l'expression de F_{vent} l'effort du vent au point C_G s'opposant au déplacement du chariot central.

Afin de modéliser le déplacement de la voile dans le cas le plus défavorable, on souhaite déterminer la valeur maximale de $|F_{vent}|$.

Question 4 Pour quelle valeur de α cet effort est-il maximal? Déterminer la valeur maximale de $|F_{vent}|$.

Corrigé voir 10.

Exercice 6 – Vilebrequin *

B2-14 Pas de corrigé pour cet exercice.

Question 1 Exprimer sous forme littérale l'expression de la position du centre d'inertie du solide.

Question 2 Déterminer h pour que le centre d'inertie appartienne à l'axe de rotation (O, \vec{x}) du vilebrequin.

Question 3 Faire l'application numérique.

Question 4 Exprimer le torseur de pesanteur sur le vilebrequin en G puis en O .

Exercice 7 – Balancier du D2C *

B2-14 Pas de corrigé pour cet exercice.

Question 1 Exprimer sous forme littérale l'expression de la position du centre d'inertie du solide.

Question 2 Déterminer h pour que le centre d'inertie appartienne à l'axe de rotation (O, \vec{x}) du vilebrequin.

Question 3 Faire l'application numérique.

Question 4 Exprimer le torseur de pesanteur sur le vilebrequin en G puis en O .

Exercice 8 – Torseur des actions mécaniques transmissibles dans un coussinet *

B2-14 Pas de corrigé pour cet exercice.

Question 1 Déterminer la résultante des actions mécaniques de 1 sur 3. On la note $\overrightarrow{R(1 \rightarrow 3)}$.

Correction 1. On commence par exprimer le modèle local d'une action mécanique en M : $d\overrightarrow{R(1 \rightarrow 3)} = p(M)dS\overrightarrow{e_r}$.
 2. La pression étant uniforme, on a $p(M) = p$.
 3. La géométrie du coussinet étant cylindrique, on se place en coordonnées cylindriques et $dS = R d\theta dz$.
 4. θ varie sur $[\pi, 2\pi]$ et z sur $[0, L]$.
 5. $\overrightarrow{e_r} = \cos \theta \overrightarrow{x} + \sin \theta \overrightarrow{y}$.
 Au final, $\overrightarrow{R(1 \rightarrow 3)} = \int p(\cos \theta \overrightarrow{x} + \sin \theta \overrightarrow{y}) R d\theta dz = pR \int (\cos \theta \overrightarrow{x} + \sin \theta \overrightarrow{y}) d\theta dz$
 $= pR \left(\int \cos \theta d\theta dz \overrightarrow{x} + \int \sin \theta d\theta dz \overrightarrow{y} \right) = LpR \left(\int \cos \theta d\theta \overrightarrow{x} + \int \sin \theta d\theta \overrightarrow{y} \right)$
 $= LpR \left([\sin \theta]_{\pi}^{2\pi} \overrightarrow{x} - [\cos \theta]_{\pi}^{2\pi} \overrightarrow{y} \right)$
 $= LpR \left(-(1 - (-1)) \overrightarrow{y} \right)$
 $= LpR \left(-(1 - (-1)) \overrightarrow{y} \right) = -2LpR \overrightarrow{y} = -LDp \overrightarrow{y}$.

Question 2 Déterminer $\overrightarrow{\mathcal{M}(O, 1 \rightarrow 3)}_{\overrightarrow{z_N}}$.

Correction 1. On commence par exprimer le modèle local d'une action mécanique en M : $d\overrightarrow{R(1 \rightarrow 3)} = p(M)dS\overrightarrow{e_r}$.
 2. Au point O , on a $d\overrightarrow{\mathcal{M}(O, 1 \rightarrow 3)} = \overrightarrow{OM} \wedge d\overrightarrow{R(1 \rightarrow 3)} = \overrightarrow{OM} \wedge d\overrightarrow{R(1 \rightarrow 3)}$
 3. $\overrightarrow{OM} = R\overrightarrow{e_r} + z\overrightarrow{z}$.
 On a alors, $\overrightarrow{\mathcal{M}(O, 1 \rightarrow 3)}_{\overrightarrow{z}} = \left(\overrightarrow{OM} \wedge d\overrightarrow{R(1 \rightarrow 3)} \right) \cdot \overrightarrow{z}$
 $= \left((R\overrightarrow{e_r} + z\overrightarrow{z}) \wedge p(M)dS\overrightarrow{e_r} \right) \cdot \overrightarrow{z}$
 $= (z\overrightarrow{z} \wedge p(M)dS\overrightarrow{e_r}) \cdot \overrightarrow{z} = 0$
Rappel : le produit mixte est invariant par permutation circulaire : $(\overrightarrow{a} \wedge \overrightarrow{b}) \cdot \overrightarrow{c} = (\overrightarrow{c} \wedge \overrightarrow{a}) \cdot \overrightarrow{b} = (\overrightarrow{b} \wedge \overrightarrow{c}) \cdot \overrightarrow{a}$.

On considère maintenant que la pression n'est pas uniforme et vaut au point M $p(M) = p_0 \sin \theta$.

Question 3 Justifier que $\overrightarrow{R(1 \rightarrow 3)}$ n'a une composante que sur $\overrightarrow{y_N}$.

Correction Pour des raisons de symétrie du champ de pression, la seule composante sera sur $\overrightarrow{y_N}$.

Question 4 Déterminer la résultante des actions mécaniques de 1 sur 3. On la note $\overrightarrow{R(1 \rightarrow 3)}$. On rappelle que $\sin^2 \theta = \frac{1 - \cos 2\theta}{2}$.

Correction On cherche donc $\overrightarrow{R(1 \rightarrow 3)} \cdot \overrightarrow{y_N}$.
 1. On commence par exprimer le modèle local d'une action mécanique en M : $d\overrightarrow{R(1 \rightarrow 3)} = p(M)dS\overrightarrow{e_r}$.
 2. La pression étant uniforme, on a $p(M) = p_0 \sin \theta$.
 3. La géométrie du coussinet étant cylindrique, on se place en coordonnées cylindriques et $dS = R d\theta dz$.
 4. θ varie sur $[\pi, 2\pi]$ et z sur $[0, L]$.
 On a $d\overrightarrow{R(1 \rightarrow 3)} \cdot \overrightarrow{y_N} = p(M)dS\overrightarrow{e_r} \cdot \overrightarrow{y_N} = p_0 dS \sin^2 \theta$.
 On a donc $\overrightarrow{R(1 \rightarrow 3)} \cdot \overrightarrow{y_N} = \int p_0 \sin^2 \theta R d\theta dz = p_0 RL \int \frac{1 - \cos 2\theta}{2} d\theta = \frac{1}{2} p_0 RL \left[\theta - \frac{1}{2} \sin 2\theta \right]_{\pi}^{2\pi} = \frac{1}{2} p_0 RL \pi = \frac{1}{4} p_0 D L \pi$.

Exercice 9 – Banc Balafre ★

B2-14 Pas de corrigé pour cet exercice.

Question 1 Exprimer au point M le torseur $\{dT_{f \rightarrow J_R}\}$ de l'action de pression du fluide sur un élément de surface dS joint en fonction de $p(t)$, dS et $\vec{u}(\theta)$.

Question 2 En déduire l'expression en B du torseur $\{T_{f \rightarrow J_R}\}$ de l'action de pression du fluide sur l'ensemble du joint.

Exercice 10 – La Seine Musicale *

B2-14 Pas de corrigé pour cet exercice.

Question 1 Exprimer l'effort élémentaire du vent sur la demi-voile s'appliquant au point P sur la surface dS , noté $d\vec{F}_{vent}$.

Question 2 Déterminer par intégration l'expression du moment de l'action mécanique du vent selon l'axe (O, \vec{z}) , $\mathcal{M}(O, vent \rightarrow demi-voile) \cdot \vec{z}$ s'opposant à la rotation de la voile autour de l'axe (O, \vec{z}) en fonction de R , f et α .

Question 3 On définit F_{vent} tel que $(\overrightarrow{OC_G} \wedge F_{vent} \overrightarrow{x_{C_G}}) \cdot \vec{z} = \overrightarrow{\mathcal{M}(O, vent \rightarrow demi-voile)} \cdot \vec{z}$. En déduire l'expression de F_{vent} l'effort du vent au point C_G s'opposant au déplacement du chariot central.

Question 4 Pour quelle valeur de α cet effort est-il maximal? Déterminer la valeur maximale de $|F_{vent}|$.