Activation 2

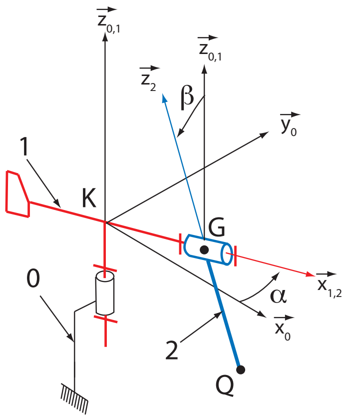
Éolienne

Émilien Durif

Savoirs et compétences :

- ❒ *Mod2.C17.SF1 : déterminer le torseur dynamique d'un solide, ou d'un ensemble de solides, par rapport à un autre solide*
- ❒ *Res1.C2 : principe fondamental de la dynamique*

On s'intéresse au cours de cet exercice à une éolienne bipale telle que représentée sur la figure ci-dessous.



Ce mécanisme est composé de trois ensembles en mouvement relatif que l'on décrit à l'aide de 4 solides.On cherche à dimensionner l'actionneur permettant l'orientation de l'éolienne lorsque les effets dynamiques d'un défaut de balourd sont prépondérants. On suppose donc que seule l'action mécanique due au moteur agissant entre 0 et 1 pour créer un couple C_m selon la direction $\overrightarrow{z_0}$.

L'éolienne est composée de :

- un support **0**, auquel on associe un repère $R_0 = \left(K;\overrightarrow{x_0},\overrightarrow{y_0},\overrightarrow{z_0}\right)$;
- une girouette **1** (de centre d'inertie K) en liaison pivot d'axe $\left(K,\overrightarrow{z_{0,1}}\right)$ avec le support **0**. On lui associe un repère $R_1 = \left(K;\overrightarrow{x_1},\overrightarrow{y_1},\overrightarrow{z_{0,1}}\right)$ et on pose $\alpha = \left(\overrightarrow{x_0},\overrightarrow{x_1}\right)$. On note J son moment d'inertie par rapport à l'axe $\left(K,\overrightarrow{z_1}\right)$: $J = I_{\left(K,\overrightarrow{z_1}\right)}(1)$;
- une hélice **2**, en liaison pivot d'axe $\left(K,\overrightarrow{x_{1,2}}\right)$ avec **1**. On lui associe un repère $R_2 = \left(K;\overrightarrow{x_{1,2}},\overrightarrow{y_2},\overrightarrow{z_2}\right)$ choisi tel que $\overrightarrow{x_2} = \overrightarrow{x_1}$ et on pose $\beta = \left(\overrightarrow{y_1},\overrightarrow{y_2}\right)$. On note M sa masse, G son centre d'inertie situé sur l'axe de rotation et on pose $\overrightarrow{KG} = a\,\overrightarrow{x_1}$. On donne la matrice de l'opérateur d'inertie au point G :

$$\bar{\bar{I}}_G(2) = \begin{pmatrix} A & 0 & 0 \\ 0 & B & 0 \\ 0 & 0 & C \end{pmatrix}_{\left(\overrightarrow{x_2},\overrightarrow{y_2},\overrightarrow{z_2}\right)}.$$

- on modélise enfin un déséquilibre possible de l'hélice en rotation par un balourd **3** assimilé à une masse ponctuelle m au point Q. On pose $\overrightarrow{GQ} = -b\,\overrightarrow{z_2}$.

Question 1 *Tracer le graphe de structure de l'éolienne.*

Question 2 *Déterminer le théorème à utiliser pour relier C_m aux paramètres dynamiques du problème.*

Question 3 *Déterminer la composante suivant $\overrightarrow{z_0}$ du moment cinétique au point K de la girouette **1** dans son mouvement par rapport au support **1**, notée $\overrightarrow{\sigma(K,1/0)}\cdot\overrightarrow{z_0}$.*

Question 4 *Déterminer le moment cinétique $\overrightarrow{\sigma(K,2/0)}$ calculé au point K de l'hélice **2** dans son mouvement par rapport à **0**.*

Question 5 *Déterminer le moment cinétique $\overrightarrow{\sigma(K,3/0)}$*

Question 6 *Déterminer la composante suivant $\overrightarrow{z_0}$ du moment dynamique au point K de la girouette 1 dans son mouvement par rapport au support **0**, notée $\overrightarrow{z_0}\cdot\overrightarrow{\delta(K,1/0)}$.*

Question 7 *Déterminer la composante suivant $\overrightarrow{z_0}$ du moment dynamique $\overrightarrow{z_0}\cdot\overrightarrow{\delta(K,2/0)}$.*

Question 8 *Déterminer la projection du moment dynamique de 3/0 selon $\overrightarrow{z_0}$: $\overrightarrow{z_0}\cdot\overrightarrow{\delta(K,3/0)}$.*

Question 9 *Dans le cas d'une vitesse de rotation de l'hélice **2** ($\dot\beta$) constante et dans le cas où l'angle α est constant (pas de changement d'orientation de l'éolienne) déterminer l'expression du couple C_m que devrait fournir un moteur placé dans le mat (entre **0** et **1**) pour « contrer » les effets dynamiques du balourd.*

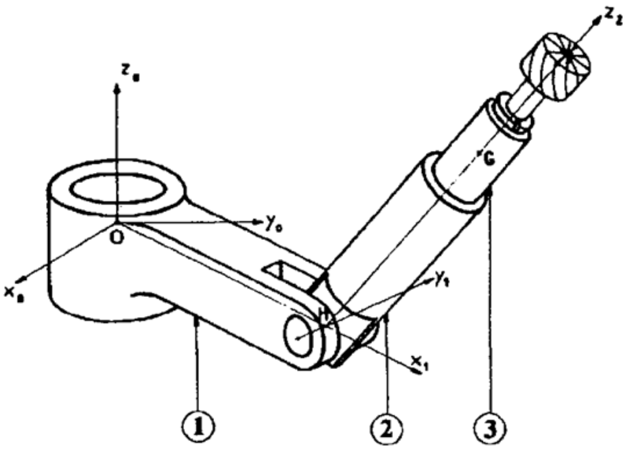
Colle 01

Porte-outil

Savoirs et compétences :

- *C2-08 :Déterminer les actions mécaniques en dynamique dans le cas où le mouvement est imposé.*

Le dispositif porte-outil d'une machine d'affûtage est composé de trois solides **1**, **2** et **3**.



Le repère $\mathscr{R}_0 = \left(O;\overrightarrow{x_0},\overrightarrow{y_0},\overrightarrow{z_0}\right)$, avec $\left(O,\overrightarrow{z_0}\right)$ vertical ascendant, est lié au bâti **0** de la machine. Il est supposé galiléen. Toutes les liaisons sont supposées parfaites.

Le repère $\mathscr{R}_1 = \left(O;\overrightarrow{x_1},\overrightarrow{y_1},\overrightarrow{z_0}\right)$ est lié au support tournant **1** en liaison pivot d'axe $\left(O,\overrightarrow{z_0}\right)$ avec le bâti **0**. La position de **1** par rapport à l'axe $\left(O,\overrightarrow{z_0}\right)$ est repérée par $\alpha = \left(\overrightarrow{x_0},\overrightarrow{x_1}\right) = \left(\overrightarrow{y_0},\overrightarrow{y_1}\right)$.

On note I_1 le moment d'inertie de **1** par rapport à l'axe $\left(O,\overrightarrow{z_0}\right)$ et H le point tel que $\overrightarrow{OH} = h x_1$.

Le repère $\mathscr{R}_2 = \left(H;\overrightarrow{x_2},\overrightarrow{y_1},\overrightarrow{z_2}\right)$ est lié au bras pivotant **2** en liaison pivot d'axe $\left(H,\overrightarrow{y_1}\right)$ avec **1**. La position de **2** est repérée par $\beta = \left(\overrightarrow{x_1},\overrightarrow{x_2}\right) = \left(\overrightarrow{z_0},\overrightarrow{z_2}\right)$.

On note m_2 la masse de **(2)**, de centre d'inertie H de matrice d'inertie $I_H(2) = \begin{pmatrix} A_2 & 0 & 0 \\ 0 & B_2 & 0 \\ 0 & 0 & C_2 \end{pmatrix}_{\mathscr{R}_2}$.

Le repère $\mathscr{R}_3 = \left(G;\overrightarrow{x_3},\overrightarrow{y_3},\overrightarrow{z_2}\right)$ est lié au porte-outil **(3)** (avec l'outil à affûter tenu par le mandrin) en liaison pivot glissant d'axe $\left(H,\overrightarrow{z_2}\right)$ avec **(2)**.

La position de **(3)** est repérée par $\gamma = \left(\overrightarrow{x_2},\overrightarrow{x_3}\right) = \left(\overrightarrow{y_2},\overrightarrow{y_3}\right)$ et par $\overrightarrow{HG} = \lambda\overrightarrow{z_2}$.

On note m_3 la masse de **(3)**, de centre d'inertie G de matrice d'inertie $I_G(3) = \begin{pmatrix} A_3 & 0 & 0 \\ 0 & B_3 & 0 \\ 0 & 0 & C_3 \end{pmatrix}_{\mathscr{R}_3}$.

Question 1 *Justifier la forme de la matrice de la pièce* ***(3)****.*

Question 2 *Calculer $\overrightarrow{V(G,3/0)}$.*

Question 3 *Indiquer la méthode permettant de calculer le torseur dynamique en G de* ***(3)*** *en mouvement par rapport à $\mathscr{R}_0$ en projection sur $\overrightarrow{z_2}$.*

Question 4 *Calculer le moment dynamique en H appliqué à l'ensemble* ***{2, 3}*** *en mouvement par rapport à $\mathscr{R}_0$ en projection sur $\overrightarrow{y_1}$.*

Question 5 *Calculer le moment dynamique en O appliqué à l'ensemble* ***{1, 2, 3}*** *en mouvement par rapport à $\mathscr{R}_0$ en projection sur $\overrightarrow{z_0}$.*

Colle 02

Porte-outil

Équipe PT – PT★ La Martinière Monplaisir

Savoirs et compétences :

- ❒ *C2-08 :Déterminer les actions mécaniques en dynamique dans le cas où le mouvement est imposé.*

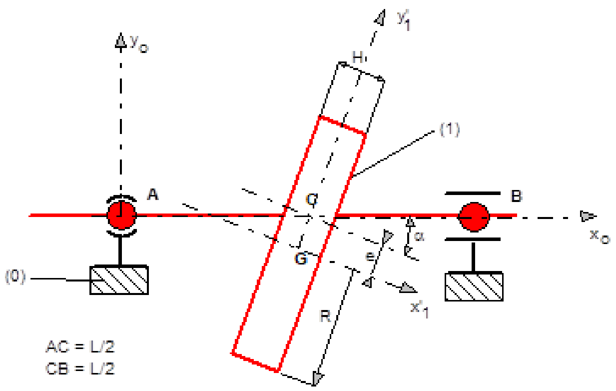
Soit le rotor **(1)** défini ci-dessous. Il est constitué d'un arbre de masse négligeable en liaison pivot par rapport à un bâti **(0)**. Sur cet arbre est monté, en liaison complète, un disque de masse M, de rayon R et d'épaisseur H. Le repère $\mathscr{R}'_1 = \left(G; \overrightarrow{x'_1}, \overrightarrow{y'_1}, \overrightarrow{z'_1}\right)$ est attaché à ce solide.

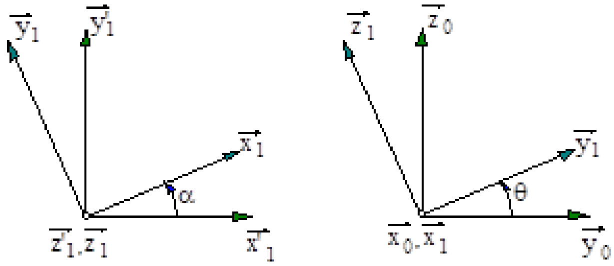
La base $\mathscr{B}'_1 = \left(\overrightarrow{x'_1}, \overrightarrow{y'_1}, \overrightarrow{z'_1}\right)$ se déduit de $\mathscr{B}_1 = \left(\overrightarrow{x_1}, \overrightarrow{y_1}, \overrightarrow{z_1}\right)$ par une rotation d'angle α autour de $\overrightarrow{z_1} = \overrightarrow{z'_1}$.

La base $\mathscr{B}_1 = \left(\overrightarrow{x_1}, \overrightarrow{y_1}, \overrightarrow{z_1}\right)$ se déduit de $\mathscr{B}_0 = \left(\overrightarrow{x_0}, \overrightarrow{y_0}, \overrightarrow{z_0}\right)$ par une rotation d'angle θ autour de $\overrightarrow{x_1} = \overrightarrow{x_0}$.

Enfin, le rotor **1** est entrainé par un moteur (non représenté) fournissant un couple noté $C_m \overrightarrow{x_0}$. Le montage de ce disque présente deux défauts :

- un défaut de perpendicularité caractérisé par l'angle α;
- un défaut d'excentricité représenté par la cote e.





Question 1 *Déterminer la forme de la matrice d'inertie dy cylindre en C dans la base $\mathscr{B}'_1$.*

Question 2 *Déterminer les éléments de réduction en A du torseur dynamique de* ***(1)*** *dans son mouvement par rapport à $\mathscr{R}_0$.*

Question 3 *Appliquer le PFD pour déterminer les inconnues de liaison.*

Colle 03

Régulateur

Savoirs et compétences :

- *C2-08 :Déterminer les actions mécaniques en dynamique dans le cas où le mouvement est imposé.*

Un système matériel est constitué de 5 solides reliés au bâti **(0)**. Les solides **(1)**, **(2)**, **(3)** et **(5)** sont des barres sans épaisseur, articulées par des pivots en O, A ou B de manière à demeurer dans un même plan noté $\left(\overrightarrow{x_1},\overrightarrow{y_1}\right)$. Cet ensemble est donc mobile en rotation autour de $\overrightarrow{z_1}$. On repère sa position angulaire par le paramètre ψ.

Au bâti **(0)**, on associé le repère fixe $\mathscr{R}_0$.

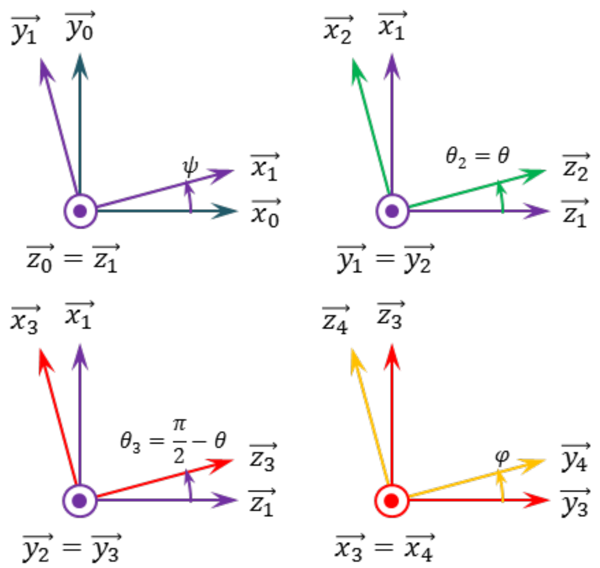
À chaque S_i on associe une base $\mathscr{B}_i\left(\overrightarrow{x_i},\overrightarrow{y_i},\overrightarrow{z_i}\right)$. Les repère $\mathscr{R}_i$ sont d'origine O ou A selon le cas.

Les rotations internes sont définies par θ_2 autour de $\left(O,\overrightarrow{y_1}\right)$ et θ_3 autour de $\left(A,\overrightarrow{y_1}\right)$.

Les barres **(2)** et **(3)** sont identiques, de longueur $2a$ et de masse $m_2=m_3=m$.

Les barres **(1)** et **(5)** ont une masse m_i et des longueurs ℓ_i. **(4)** est un volant d'inertie de masse M qui fait l'objet d'une liaison pivot d'axe $\left(G,\overrightarrow{x_3}\right)$ avec la barre **(3)**. Un repère $\mathscr{R}_4$ est lié à ce volant dont on définit sa position par le paramètre angulaire φ.

On donne le paramétrage suivant.



Question 1 *Proposer une matrice d'inertie pour chacun des solides.*

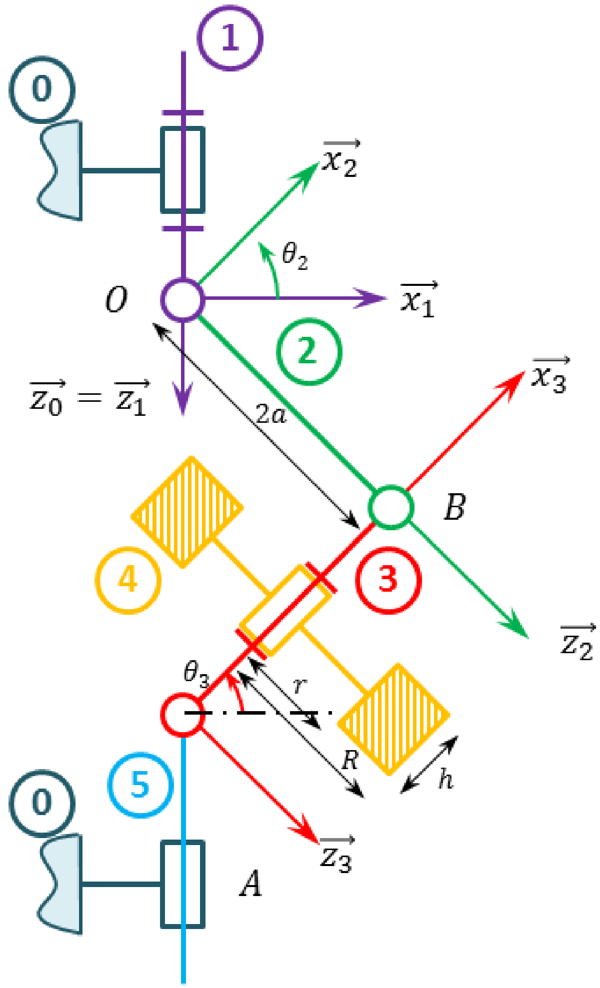
Question 2 *Déterminer les torseurs cinétiques suivants : $\{\mathscr{C}(1/0)\}_O$, $\{\mathscr{C}(2/0)\}_O$.*

Question 3 *Déterminer les torseurs dynamiques suivants : $\{\mathscr{D}(1/0)\}_O$, $\{\mathscr{D}(2/0)\}_O$. En déduire $\{\mathscr{D}(1\cup 2/0)\}_O$*

Question 4 *Déterminer les torseur dynamique $\{\mathscr{D}(4/0)\}_G$.*

Question 5 *Déterminer les torseur dynamique $\{\mathscr{D}(1\cup 2\cup 3\cup 4\cup 5/0)\}_O$.*

Question 6 *Calculer l'énergie cinétique de l'ensemble du système dans son mouvement par rapport au bâti.*



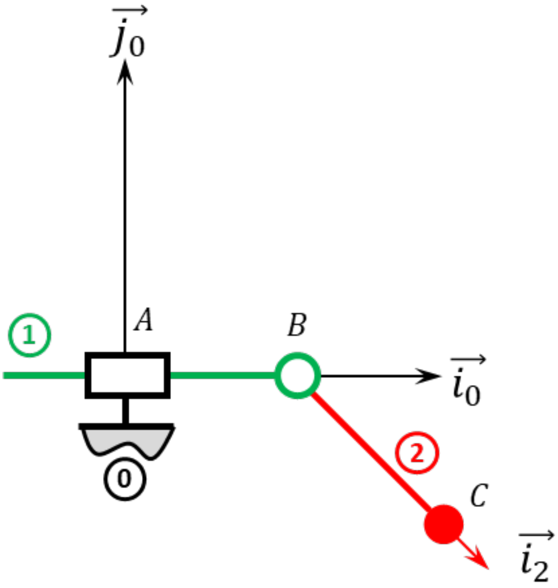
Exercice 1 – Mouvement TR ⋆

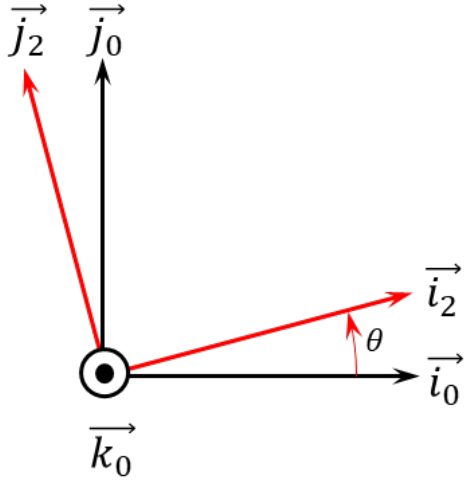
C2-08

C2-09

Soit le mécanisme suivant. On a $\overrightarrow{AB} = \lambda(t)\overrightarrow{i_0}$ et $\overrightarrow{BC} = R\overrightarrow{i_2}$ avec $R = 30\,\text{mm}$. De plus :

- $G_1 = B$ désigne le centre d'inertie de **1**, on note m_1 la masse de **1** et $I_{G_1}(1) = \begin{pmatrix} A_1 & 0 & 0 \\ 0 & B_1 & 0 \\ 0 & 0 & C_1 \end{pmatrix}_{\mathcal{B}_1}$;
- $G_2 = C$ désigne le centre d'inertie de **2**, on note m_2 la masse de **2** et $I_{G_2}(2) = \begin{pmatrix} A_2 & 0 & 0 \\ 0 & B_2 & 0 \\ 0 & 0 & C_2 \end{pmatrix}_{\mathcal{B}_2}$.





Question 1 *Exprimer le torseur dynamique* $\{\mathcal{D}(2/0)\}$ *en* B.

Question 2 *Déterminer* $\overrightarrow{R_d(1+2/0)} \cdot \overrightarrow{i_0}$

Corrigé voir 1.

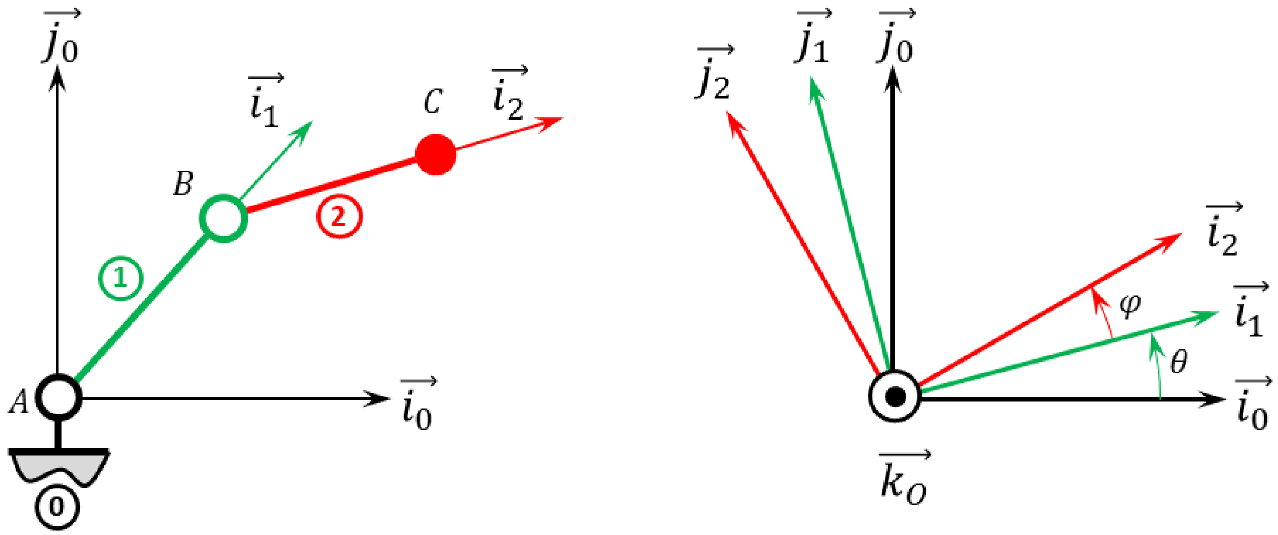
Exercice 2 – Mouvement RR ⋆

C2-08

C2-09 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

Soit le mécanisme suivant. On a $\overrightarrow{AB} = R\,\overrightarrow{i_1}$ avec $R = 20\,\text{mm}$ et $\overrightarrow{BC} = L\,\overrightarrow{i_2}$ avec $L = 15\,\text{mm}$. De plus :

- G_1 désigne le centre d'inertie de **1** et $\overrightarrow{AG_1} = \dfrac{1}{2} R\,\overrightarrow{i_1}$, on note m_1 la masse de **1** et $I_{G_1}(1) = \begin{pmatrix} A_1 & 0 & 0 \\ 0 & B_1 & 0 \\ 0 & 0 & C_1 \end{pmatrix}_{\mathcal{B}_1}$;
- G_2 désigne le centre d'inertie de **2** et $\overrightarrow{BG_2} = \dfrac{1}{2} L\,\overrightarrow{i_2}$, on note m_2 la masse de **2** et $I_{G_2}(2) = \begin{pmatrix} A_2 & 0 & 0 \\ 0 & B_2 & 0 \\ 0 & 0 & C_2 \end{pmatrix}_{\mathcal{B}_2}$.



Question 1 *Exprimer le torseur dynamique $\{\mathcal{D}(1/0)\}$ en A.*

Question 2 *Exprimer le torseur dynamique $\{\mathcal{D}(2/0)\}$ en B.*

Question 3 *Déterminer $\overrightarrow{\delta(A, 1+2/0)} \cdot \overrightarrow{k_0}$*

Corrigé voir 2.

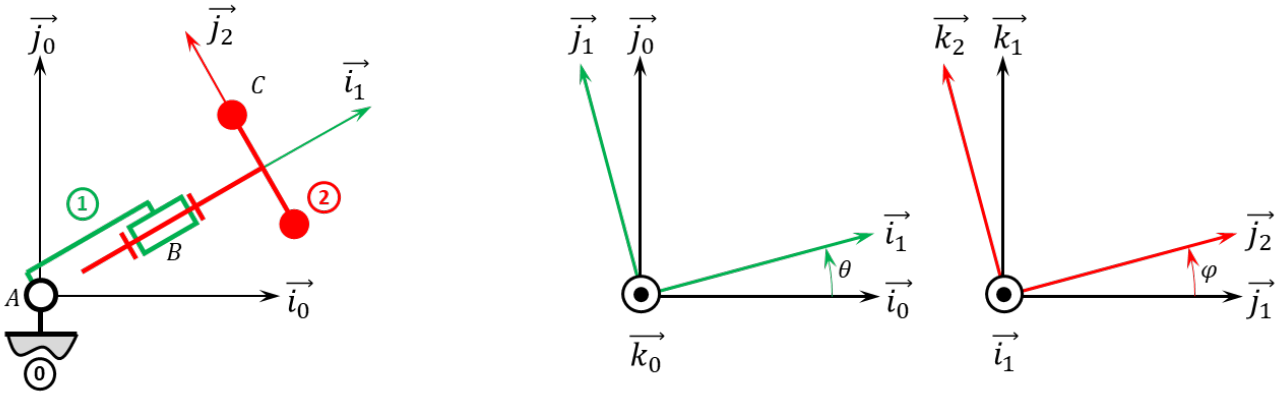
Exercice 3 – Mouvement RR 3D ★★

C2-08

C2-09 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

Soit le mécanisme suivant. On a $\overrightarrow{AB} = R\,\overrightarrow{i_1}$ et $\overrightarrow{BC} = \ell\,\overrightarrow{i_2} + r\,\overrightarrow{j_2}$. On note $R+\ell = L = 20\,\text{mm}$ et $r = 10\,\text{mm}$. De plus :

- $G_1 = B$ désigne le centre d'inertie de **1**, on note m_1 la masse de **1** et $I_{G_1}(1)$;
- G_2 désigne le centre d'inertie de **2** tel que $\overrightarrow{BG_2} = \ell\,\overrightarrow{i_2}$, on note m_2 la masse de **2** et $I_{G_2}(2) = \begin{pmatrix} A_2 & 0 & 0 \\ 0 & B_2 & 0 \\ 0 & 0 & C_2 \end{pmatrix}_{\mathcal{B}_2}$.



Question 1 *Exprimer le torseur dynamique $\{\mathcal{D}(1/0)\}$ en B.*

Question 2 *Déterminer $\overrightarrow{\delta(A, 1+2/0)} \cdot \overrightarrow{k_0}$*

Corrigé voir **??**.