Colle 01

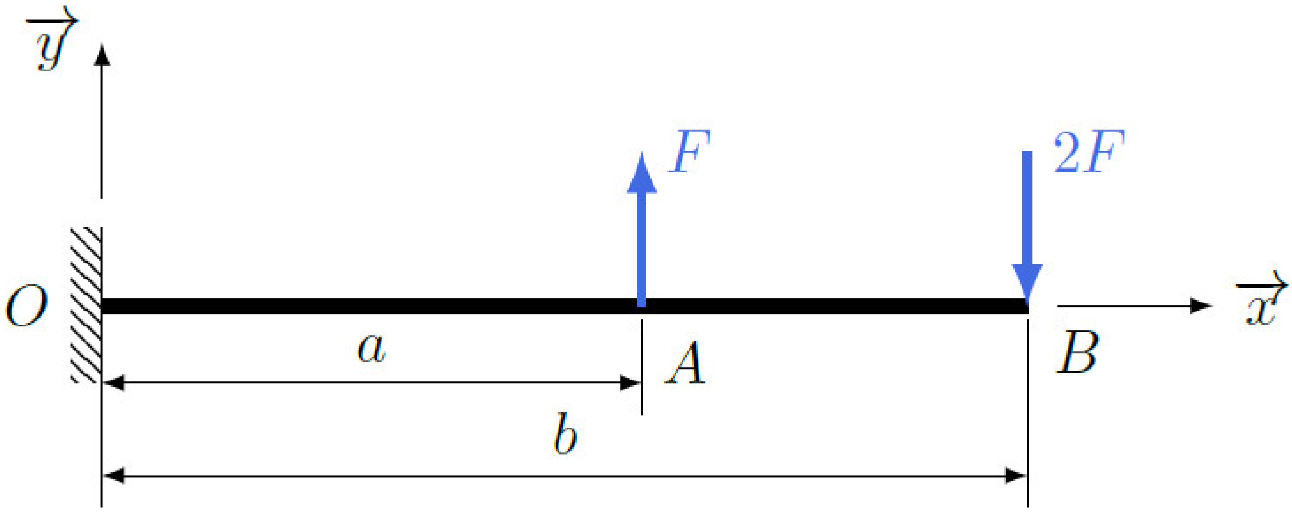
Torseur de cohésion

Exercice 1 – Poutre encastrée ⋆

[redacted]

D'après documents Emmanuel PINAULT-BIGEARD.

Pas de corrigé pour cet exercice.
On donne la poutre encastrée suivante.



Question 1 *Déterminer le torseur de cohésion.*

Question 2 *Identifier les sollicitations auxquelles est soumise la poutre.*

Question 3 *Tracer les diagrammes des efforts intérieurs.*

Tronçon $[OA]$: $x \in [0, a]$

$\{\mathcal{T}_{\text{coh}}\} = \{\mathcal{T}_{\text{ext}\to\text{Droite}}\}_G$

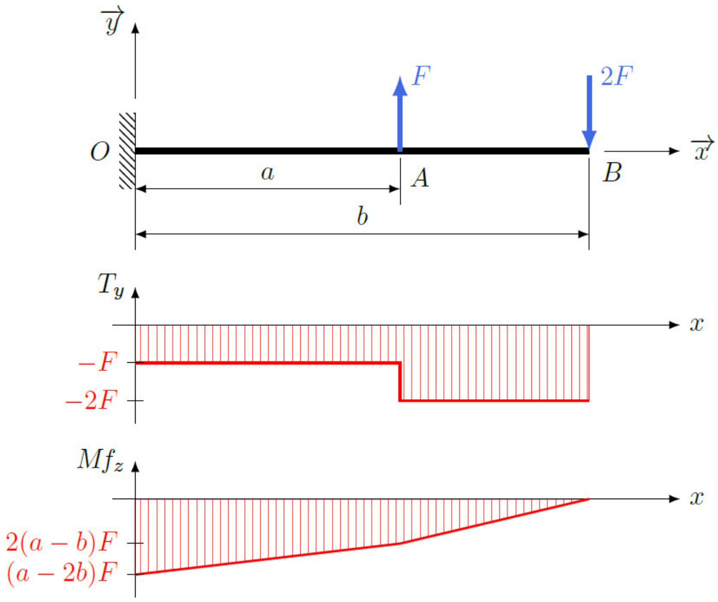
$$\boxed{\{\mathcal{T}_{\text{coh}}\} = \left\{ \begin{array}{cc} 0 & 0 \\ -F & 0 \\ 0 & (a-2b+x)F \end{array} \right\}_{G(x)}}$$

Tronçon $[AB]$: $x \in [a, b]$

$\{\mathcal{T}_{\text{coh}}\} = \{\mathcal{T}_{\text{ext}\to\text{Droite}}\}_G$

$$\boxed{\{\mathcal{T}_{\text{coh}}\} = \left\{ \begin{array}{cc} 0 & 0 \\ -2F & 0 \\ 0 & -2(b-x)F \end{array} \right\}_{G(x)}}$$

La poutre est soumise à de la $\boxed{\text{flexion simple}}$

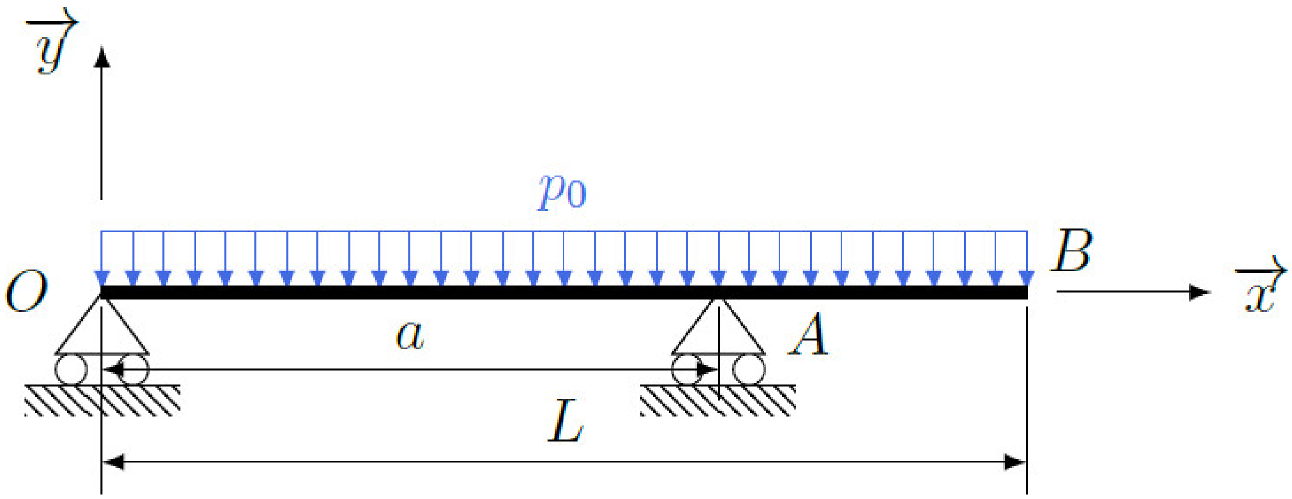


Exercice 2 – Poutre sur appuis ⋆

[redacted]

D'après documents Emmanuel PINAULT-BIGEARD.

Pas de corrigé pour cet exercice.
On donne la poutre encastrée suivante.



Question 1 *Déterminer le torseur de cohésion.*

Question 2 *Identifier les sollicitations auxquelles est soumise la poutre.*

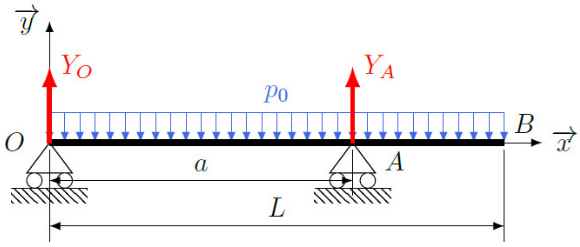
Question 3 *Tracer les diagrammes des efforts intérieurs.*

Il y a 2 tronçons à étudier ($[OA]$ et $[AB]$), mais il est nécessaire au préalable de faire une étude statique pour déterminer les efforts de liaison.

En utilisant l'équation de moment en $\overrightarrow{z}$ du PFS appliqué à la poutre, en O puis en A, on trouve immédiatement (par la méthode des bras de levier) :

$$\boxed{Y_A = p_0 \frac{L^2}{2a}} \quad \text{et} \quad \boxed{Y_O = p_0 L \left(1 - \frac{L}{2a}\right)}$$

On peut maintenant passer à l'étude des différents tronçons...



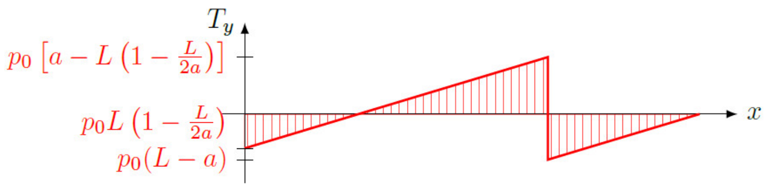
Tronçon $[OA]$: $x \in [0, a]$

$\{\mathcal{T}_{\text{coh}}\} = -\{\mathcal{T}_{\text{ext}\to\text{Gauche}}\}_G$

$$\{\mathcal{T}_{\text{coh}}\} = \left\{ \begin{array}{cc} 0 & 0 \\ T_y & 0 \\ 0 & Mf_z \end{array} \right\}_G \quad \text{avec :}$$

$$\boxed{T_y = p_0 x - Y_O}$$

$$\boxed{Mf_z = -\frac{x^2}{2} p_0 + x Y_O}$$

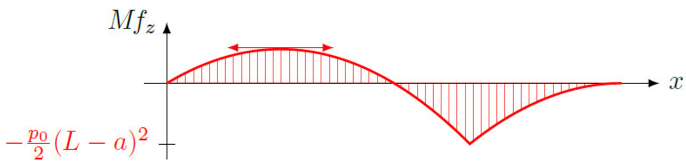


Tronçon $[AB]$: $x \in [a, L]$

$\{\mathcal{T}_{\text{coh}}\} = \{\mathcal{T}_{\text{ext}\to\text{Droite}}\}_G$

$$\boxed{T_y = -p_0(L - x)}$$

$$\boxed{Mf_z = -\frac{p_0}{2}(L - x)^2}$$



La poutre est soumise à de la $\boxed{\text{flexion simple}}$

Exercice 3 – Broche de fraisage ⋆

[redacted]

Pas de corrigé pour cet exercice.

Question 1 *Proposer une méthode permettant de déterminer l'expression du torseur des efforts intérieurs au centre d'inertie de chaque section droite.*

Question 2 *Mettre en œuvre cette méthode pour déterminer le torseur de cohésion.*

Question 3 *Tracer les diagrammes des sollicitations en fonction de l'abscisse du centre d'inertie de la section droite.*

Torsion de l'arbre intermédiaire 2

Le module de Coulomb du matériau utilisé est : $G = 80\,000\,\text{MPa}$.

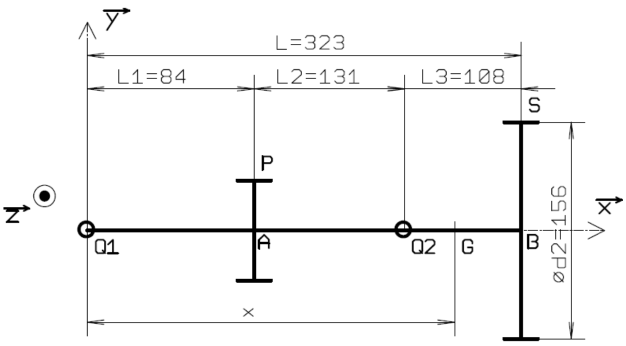
Question 4 *Déterminer l'expression, en fonction de T_{12}, d_2, G, L_2, L_3 et θ_{lim}, du diamètre minimum D_{min} de l'arbre 2, pour que le déphasage θ des sections passant par le point P et par le point S soit inférieur à la valeur limite θ_{lim}.*

Question 5 *Dans le système étudié, le constructeur souhaite $\theta_{lim} = 0,1\,°$. Donner la valeur numérique de D_{min}.*

Question 6 *Du fait de l'existence de ce déphasage de sections et vis-à-vis du système étudié, quelle est le meilleur emplacement pour positionner le capteur de position. Doit-on le positionner sur le moteur ou sur la broche elle-même ? Justifier brièvement votre réponse.*

Réponse 19

On considère l'action de la partie droite sur la partie gauche



⇒ Tronçon Q_2B

$\left\{\mathcal{T}_{coh(d\to g)}\right\} = \left\{\mathcal{T}_{(1\to 2)}\right\}$ et $\vec{\mathcal{M}}_{G,1\to 2} = \vec{\mathcal{M}}_{S,1\to 2} + \overline{GS} \wedge \vec{\mathcal{R}}_{1\to 2}$

$$\vec{\mathcal{M}}_{G,1\to 2} = \begin{pmatrix} L-x \\ d_2/2 \\ 0 \end{pmatrix} \wedge \begin{pmatrix} 0 \\ -R_{12} \\ -T_{12} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\frac{d_2}{2}.T_{12} \\ (L-x).T_{12} \\ -(L-x).R_{12} \end{pmatrix}$$

Donc $\boxed{\left\{\mathcal{T}_{coh(d\to g)}\right\} = \left\{\begin{matrix} 0 & -\frac{d_2}{2}.T_{12} \\ -R_{12} & (L-x).T_{12} \\ -T_{12} & -(L-x).R_{12} \end{matrix}\right\}_G}$

⇒ Tronçon AQ_2

$\left\{\mathcal{T}_{coh(d\to g)}\right\} = \left\{\mathcal{T}_{(1\to 2)}\right\} + \left\{\mathcal{T}^{**}_{(4\to 2)}\right\}$

$$\vec{\mathcal{M}}^{**}_{G,4\to 2} = \vec{\mathcal{M}}^{**}_{Q_2,4\to 2} + \overline{GQ_2} \wedge \vec{\mathcal{R}}^{**}_{4\to 2} = \begin{pmatrix} (L_1+L_2)-x \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \wedge \begin{pmatrix} X_{Q_2} \\ Y_{Q_2} \\ Z_{Q_2} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ -((L_1+L_2)-x).Z_{Q_2} \\ ((L_1+L_2)-x).Y_{Q_2} \end{pmatrix}$$

$$\boxed{\left\{\mathcal{T}_{coh(d\to g)}\right\} = \left\{\begin{matrix} X_{Q_2} & -\frac{d_2}{2}.T_{12} \\ -R_{12}+Y_{Q_2} & (L-x).T_{12}-((L_1+L_2)-x).Z_{Q_2} \\ -T_{12}+Z_{Q_2} & -(L-x).R_{12}+((L_1+L_2)-x).Y_{Q_2} \end{matrix}\right\}_G}$$

Réponse 20

Diagramme du moment de torsion M_t

Sur le tronçon AB le moment de torsion est constant : $M_t = -\frac{d_2}{2}.T_{12} \le 0$

C'est la figure 4 qui correspond au diagramme de moment de torsion M_t

Diagramme du moment de flexion M_{f_y}

Sur le tronçon Q_2B le moment de flexion est représenté par une droite de pente négative $M_{f_y} = (L-x).T_{12}$

Sur le tronçon AQ_2 on ajoute un terme dont la représentation est une droite de pente positive : $+(x-(L_1+L_2)).Z_{Q_2}$

D'autre part, au point Q_1 : $\vec{\mathcal{M}}_{Q_1,d\to g} = -\vec{\mathcal{M}}_{Q_1,g\to d} = \vec{0}$

C'est la figure 3 qui correspond au diagramme de moment de flexion M_{f_y}

C.2.6.1 – Torsion de l'arbre intermédiaire (2)

Réponse 21

1 - Diamètre minimum de l'arbre (2)

Remarques : « déphasage θ des sections passants par le point P et par le point S » : déphasage θ (déformation angulaire θ ?) entre les sections de centres A et B ?

En général θ est l'angle de déformation relative.

Étant donné la nature des sollicitations composées, torsion, traction, flexion et cisaillement, la détermination des déformations n'est absolument pas aisée, voire irréaliste.

Si l'on fait l'hypothèse que l'arbre est soumis à une sollicitation de torsion pure et que les autres sollicitations ont une influence négligeable, c'est-à-dire que :

$$\{\mathcal{T}_{coh(d\to g)}\} \approx \begin{Bmatrix} 0 & M_t = -\frac{d_2}{2}.T_{12} \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{Bmatrix}_G$$

Alors l'angle de déformation relatif α s'exprime par $\alpha = \frac{M_t}{G.I_0}$ avec $I_0 = \frac{\pi.D^4}{32}$

Alors $|\theta| = \int_{x=L_1}^{x=L} \alpha(x).dx = \frac{16.d_2.T_{12}}{G.\pi.D^2}.(L_2+L_3)$

Le cahier des charges impose $\theta \le \theta_{lim}$, c'est-à-dire $\frac{16.d_2.T_{12}}{G.\pi.D^4}.(L_2+L_3) \le \theta_{lim}$ donc $D \ge D_{min} = \sqrt[4]{\frac{16.d_2.T_{12}.(L_2+L_3)}{G.\pi.\theta_{lim}}}$

2 - Application numérique $\theta_{lim} = 0,1° \approx 1,75.10^{-3}$rad donc $\boxed{D_{min} = \sqrt{\frac{16*156*1800*(131+108)}{80000*\pi*1,75.10^{-3}}} = 39,52 \approx 40mm}$

Réponse 22

Remarques concernant la résolution du capteur

La position angulaire de la broche doit être mesurée avec une précision de $0,0001° \approx 1,74533.10^{-6}$rad

Notons qu'une résolution angulaire de $1,74533.10^{-6}$rad revient à distinguer un oeuf de 5 centimètres à une distance approximative de 28 647mètres ou encore que $1,74533.10^{-6} * \text{distance(axe B, centre de la fraise)} = 1,74533*0,4 \approx 0,7\mu m$

Si l'on mesure la position angulaire directement sur la broche il faut utiliser un capteur délivrant $\frac{360}{0,0001} = 36.10^5 = 3\,600\,000$ impulsions par tour. Cela nécessite presque obligatoirement un multiplicateur de vitesse entre la broche et le capteur avec les jeux, vibrations qu'un tel mécanisme engendre.

Si l'on place le capteur sur le moteur il suffit d'un capteur délivrant 50 000 impulsions par tour.

Les moteurs Mitsubishi HC-RFS153 sont équipés en standard d'un codeur délivrant 131072 impulsions par tour (voir document à la fin de la correction). Il serait dommage de s'en priver. **On place donc le capteur sur le moteur.**

Cependant :

Étant donné les questions précédentes et les seuls éléments quantifiés à notre disposition il peut sembler que le montage du capteur directement sur la broche permette une mesure plus précise.

Pour répondre à cette question il faudrait d'autres éléments du cahier de charge et d'autres éléments de modélisation.

On doit également étudier l'incidence du placement de la transmission avec ses déformations, ses jeux et les vibrations dans la boucle d'asservissement. Cela augmente l'ordre de la FTBO et génère des retards préjudiciables à la stabilité de l'asservissement. Si l'on place la transmission dans la boucle d'asservissement il faut diminuer le gain en boucle ouverte pour assurer une stabilité suffisante, et finalement diminuer les performances de la boucle tant en précision qu'en temps de réponse et bande passante.

Colle 02

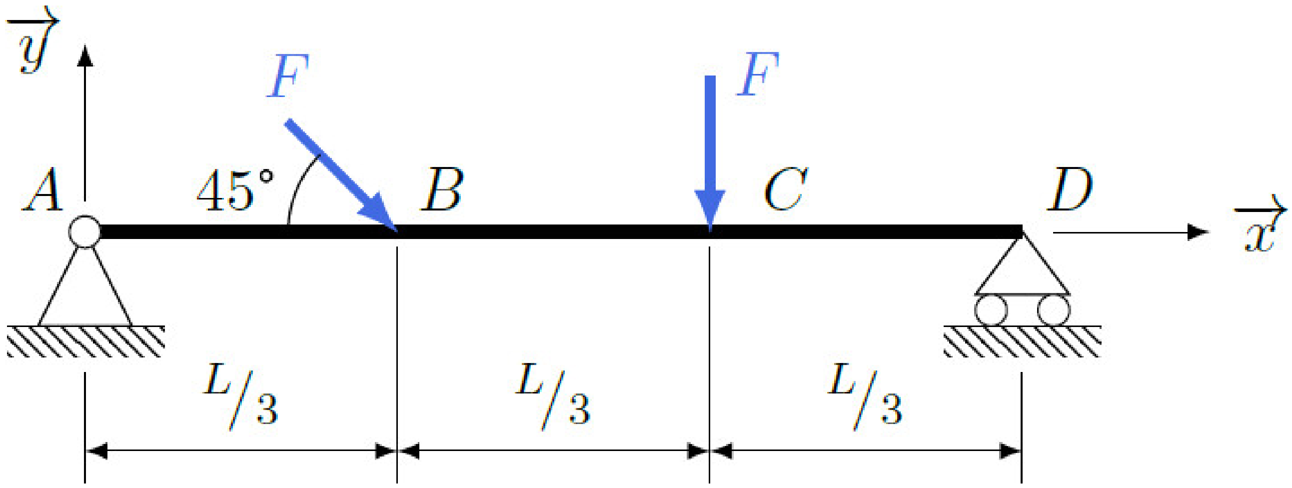
Torseur de cohésion

Exercice 4 – Poutre encastrée ⋆

[redacted]

D'après documents Emmanuel PINAULT-BIGEARD.

Pas de corrigé pour cet exercice.
On donne la poutre encastrée suivante.



Question 1 *Déterminer le torseur de cohésion.*

Question 2 *Identifier les sollicitations auxquelles est soumise la poutre.*

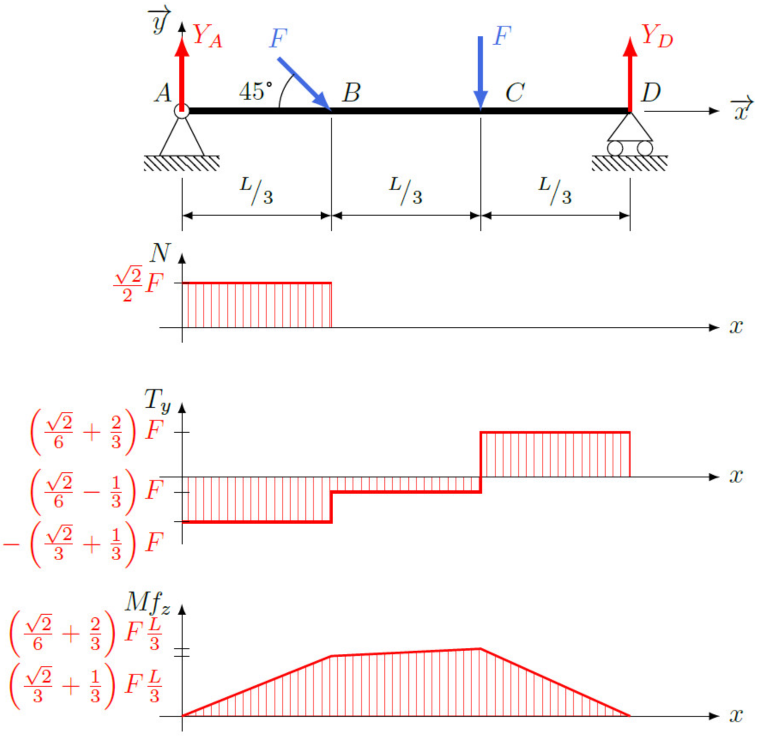
Question 3 *Tracer les diagrammes des efforts intérieurs.*

Il y a 3 tronçons à étudier ($[AB]$, $[BC]$ et $[CD]$), mais il est nécessaire au préalable de faire une étude statique pour déterminer les efforts de liaison.

En utilisant l'équation de résultante du PFS appliqué à la poutre suivant $\overrightarrow{x}$, puis les équations de moment selon $\overrightarrow{z}$ en A puis en D, on trouve immédiatement (par la méthode des bras de levier) :

$$\boxed{X_A = -\frac{\sqrt{2}}{2}F} \quad , \quad \boxed{Y_A = \left(\frac{\sqrt{2}}{3}+\frac{1}{3}\right)F} \quad \text{et} \quad \boxed{Y_D = \left(\frac{\sqrt{2}}{6}+\frac{2}{3}\right)F}$$

On peut maintenant passer à l'étude des différents tronçons...



Tronçon $[AB]$: $x \in [0, L/3]$

$\{\mathcal{T}_{\text{coh}}\} = -\{\mathcal{T}_{\text{ext}\to\text{Gauche}}\}_G$

$$\{\mathcal{T}_{\text{coh}}\} = \left\{\begin{array}{cc} N & 0 \\ T_y & 0 \\ 0 & Mf_z \end{array}\right\}_G \quad \text{avec :}$$

$$\boxed{N = \frac{\sqrt{2}}{2}F} \quad \boxed{T_y = -\left(\frac{\sqrt{2}}{3}+\frac{1}{3}\right)F}$$

$$\boxed{Mf_z = \left(\frac{\sqrt{2}}{3}+\frac{1}{3}\right)Fx}$$

Tronçon $[BC]$: $x \in [L/3, 2L/3]$

$\{\mathcal{T}_{\text{coh}}\} = \{\mathcal{T}_{\text{ext}\to\text{Droite}}\}_G$

$$\boxed{N = 0} \quad \boxed{T_y = \left(\frac{\sqrt{2}}{6}-\frac{1}{3}\right)F}$$

$$\boxed{Mf_z = \frac{1}{3}F\left(x + \frac{\sqrt{2}}{2}(L-x)\right)}$$

Tronçon $[CD]$: $x \in [2L/3, L]$

$\{\mathcal{T}_{\text{coh}}\} = \{\mathcal{T}_{\text{ext}\to\text{Droite}}\}_G$

$$\boxed{N = 0} \quad \boxed{T_y = \left(\frac{\sqrt{2}}{6}+\frac{2}{3}\right)F} \quad \boxed{Mf_z = \left(\frac{\sqrt{2}}{6}+\frac{2}{3}\right)F(L-x)}$$

La poutre est soumise à de la traction et de la flexion simple.

Exercice 5 – Poutre encastrée ⋆

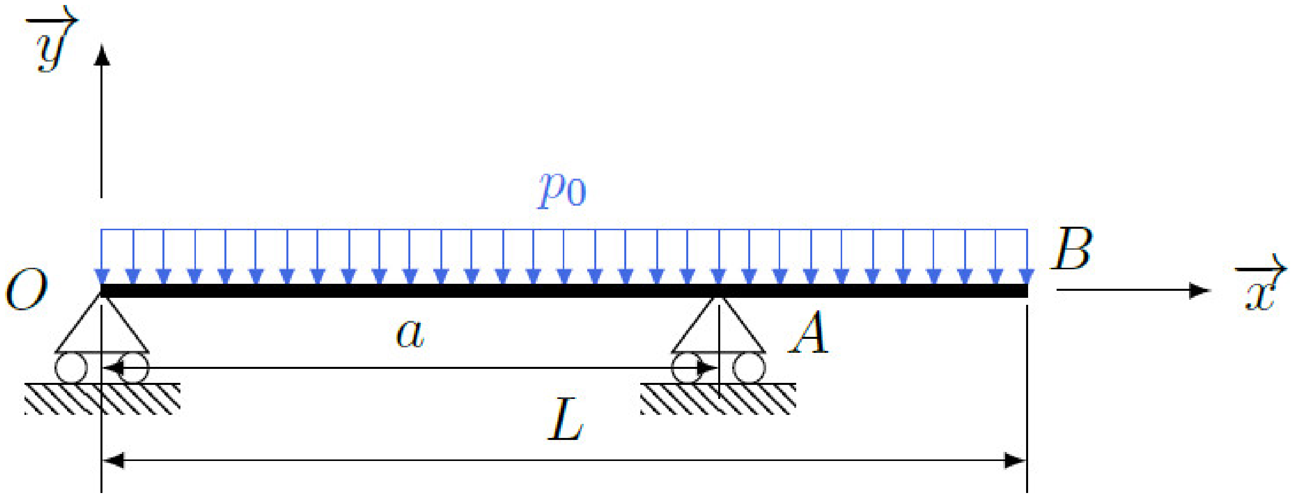
[redacted]

D'après documents Emmanuel PINAULT-BIGEARD.

Pas de corrigé pour cet exercice.

On donne la poutre encastrée suivante.

Colles

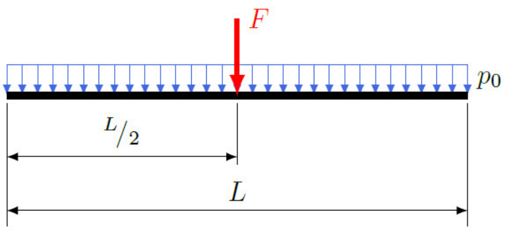


Question 1 *Déterminer le torseur de cohésion.*

Question 2 *Identifier les sollicitations auxquelles est soumise la poutre.*

Question 3 *Tracer les diagrammes des efforts intérieurs.*

On doit tout d'abord trouver le modèle global de la charge répartie :



$$F = \int_0^L p(x)dx \quad \text{avec } p(x) = p_0$$

Soit : $F = p_0 L$ (aire du rectangle)

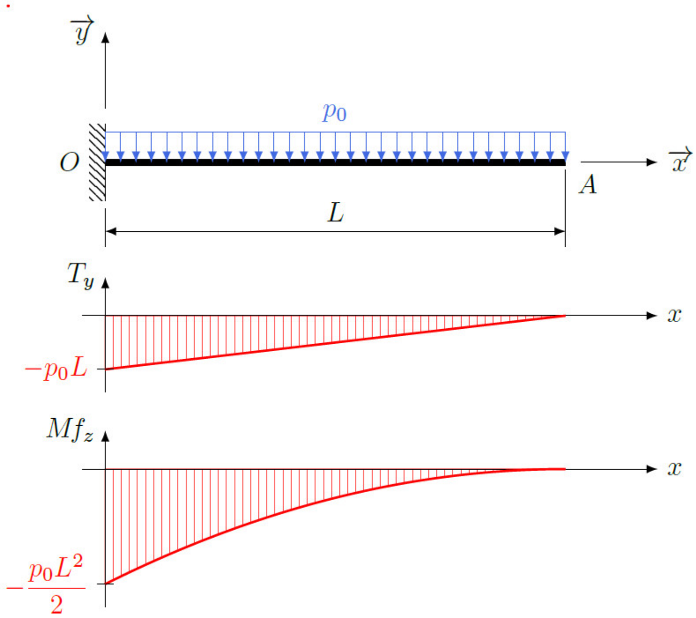
On peut ensuite déterminer le torseur de cohésion :

Tronçon $[OA]$: $x \in [0, L]$

$\{\mathcal{T}_{\text{coh}}\} = \{\mathcal{T}_{\text{ext}\rightarrow\text{Droite}}\}_G$

$$\boxed{\{\mathcal{T}_{\text{coh}}\} = \begin{Bmatrix} 0 & 0 \\ -p_0(L-x) & 0 \\ 0 & -\frac{p_0}{2}(L-x)^2 \end{Bmatrix}_{G(x)}}$$

La poutre est soumise à de la $\boxed{\text{flexion simple}}$

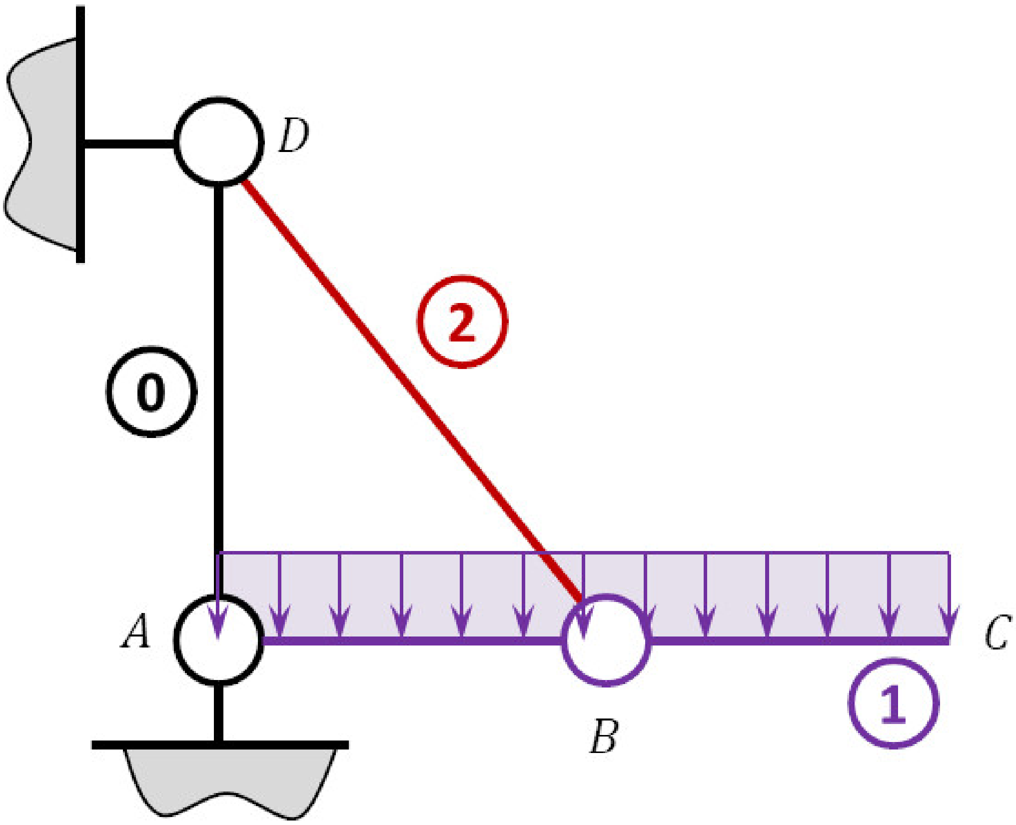


Exercice 6 – Passerelle⋆

[redacted]

Pas de corrigé pour cet exercice.

Passerelle réelle



Modèle choisi

On s'intéresse au dimensionnement des haubans **(2)** permettant de maintenir en équilibre une passerelle. On modélise la charge sur le pont comme une charge linéique c.

Détermination du torseur de cohésion

Question 1 *Réaliser le paramétrage du problème.*

Correction

Question 2 *Déterminer les actions mécaniques dans les liaisons.*

Correction

Question 3 *Déterminer le torseur de cohésion dans les poutres* **(1)** *et* **(2)**.

Correction

Question 4 *Tracer les diagrammes des sollicitations.*

Correction

Déformation du hauban et déplacement de la structure

On considère ici que le pont (1) est indéformable, mais que le hauban (2) est déformable.

Question 5 *Déterminer l'allongement du câble.*

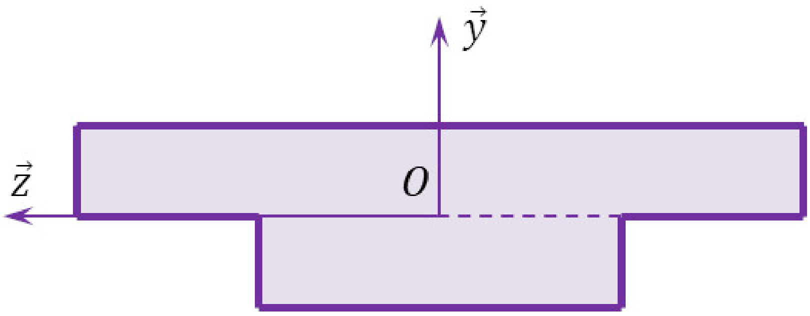
Correction

Question 6 *En faisant l'hypothèse que la rotation de la passerelle en A est « petite », déterminer le déplacement du point B puis du point C.*

Correction

Moment quadratique

La section de la passerelle est donnée figure suivante.



Question 7 *Déterminer le moment quadratique en O par rapport à $\overrightarrow{y}$ puis par rapport à $\overrightarrow{z}$.*

Colle 03

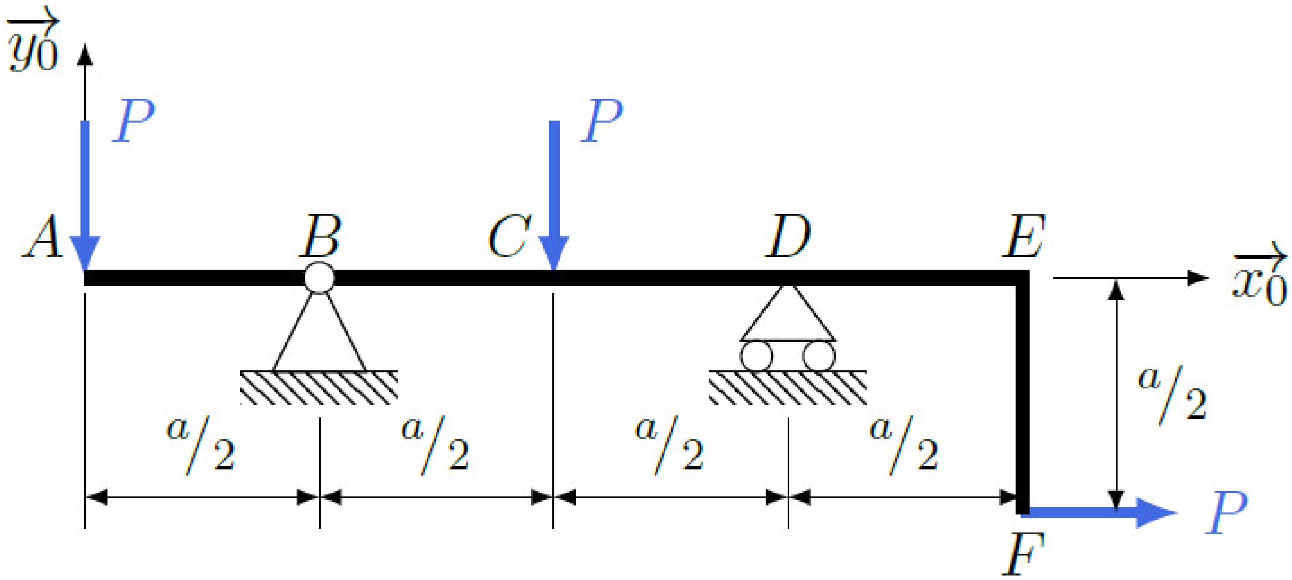
Torseur de cohésion

Exercice 7 – Poutre encastrée ⋆

[redacted]

D'après documents Emmanuel PINAULT-BIGEARD.

Pas de corrigé pour cet exercice.
On donne la poutre encastrée suivante.



Question 1 *Déterminer le torseur de cohésion.*

Question 2 *Identifier les sollicitations auxquelles est soumise la poutre.*

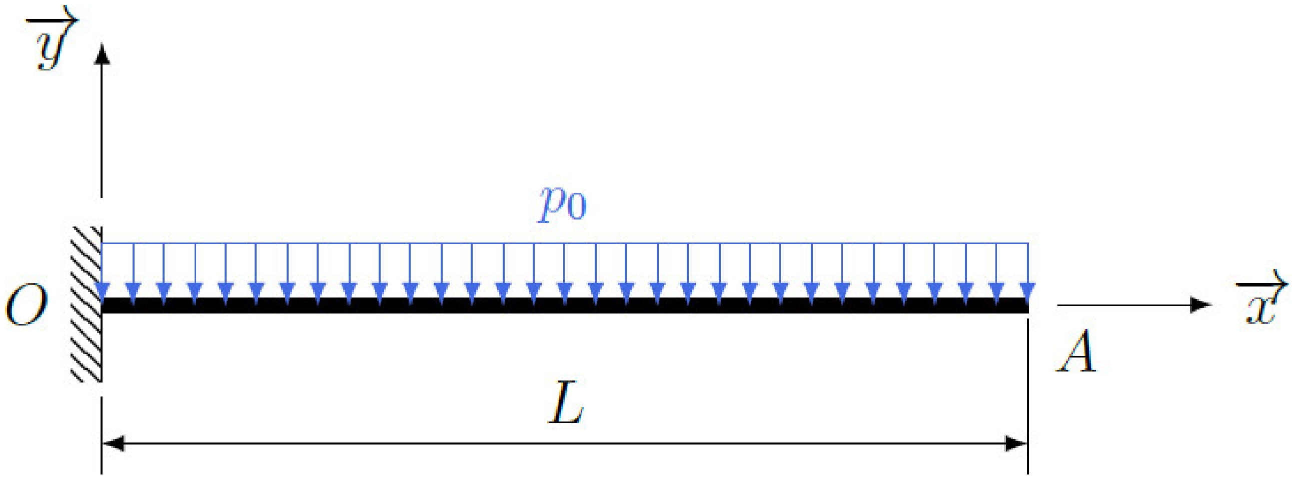
Question 3 *Tracer les diagrammes des efforts intérieurs.*

Exercice 8 – Poutre encastrée ⋆

[redacted]

D'après documents Emmanuel PINAULT-BIGEARD.

Pas de corrigé pour cet exercice.
On donne la poutre encastrée suivante.



Question 1 *Déterminer le torseur de cohésion.*

Question 2 *Identifier les sollicitations auxquelles est soumise la poutre.*

Question 3 *Tracer les diagrammes des efforts intérieurs.*

Exercice 9 – Banc d'essai de Boite de Transfert Principale d'hélicoptère⋆

[redacted]

Pas de corrigé pour cet exercice.

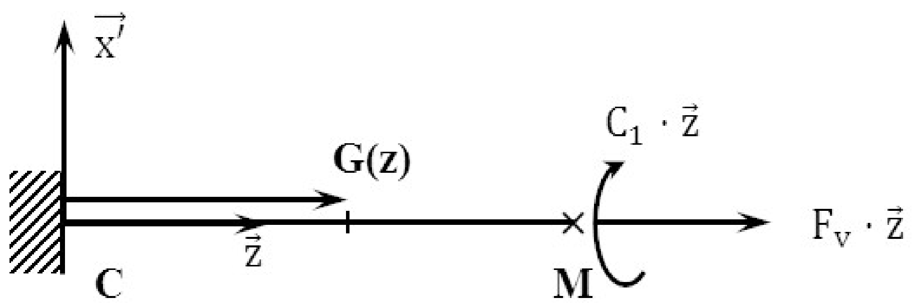
On s'intéresse à la conception d'un banc d'essai de boite de transfert principale d'hélicoptère.

Objectif
- Dimensionner l'arbre en sortie de la BTP qui fera la jonction avec le banc d'essai.
- Déterminer les roulements qui assureront la liaison entre l'arbre 1 et le support S.
- Concevoir la liaison pivot entre l'arbre de sortie et le bâti.

Dimensionnement de l'arbre

Objectif Déterminer le diamètre minimal de l'arbre et son matériau.

La modélisation retenue pour déterminer le diamètre de l'arbre est la suivante :
- l'arbre est modélisé par une poutre cylindrique de révolution de longueur H. Une section de la poutre est repérée par l'abscisse z suivant l'axe $(C, \overrightarrow{z})$. On note $\overrightarrow{CG} = z\overrightarrow{z}$;
- l'action des vérins est modélisée par un seul effort : $F_v\overrightarrow{z}$;
- le couple moteur est modélisé par un moment : $C_1\overrightarrow{z}$.



Modélisation des efforts sur l'arbre de sortie de la BTP

Question 1 *Exprimer le torseur de cohésion en chaque section de la poutre. À quel(s) type(s) de sollicitation(s) l'arbre est-il soumis ?*

Correction

On considère que l'arbre n'est soumis qu'à de la torsion pure. On note :
- τ_{Max} : la contrainte tangentielle de cisaillement maximale en MPa ;
- I_0 : le moment quadratique polaire en mm^4 ;

- d : le diamètre de l'arbre en mm.

On note :

- K : coefficient dépendant du type de matériau ;
- R_e : limite élastique à la traction (en MPa) ;
- s : coefficient de sécurité.

La condition de résistance en torsion peut éventuellement s'écrire $\tau_{\max} < \dfrac{K R_e}{s}$.

Famille de matériaux	Pourcentage de carbone	K
Aciers	Inférieur à 0,2 %	0,5
	Entre 0,2 % et 0,32 %	0,6
	Entre 0,32 % et 0,45 %	0,7
	Entre 0,45 % et 1,7 %	0,8
Fonte	Supérieur à 1,7 %	Entre 0,77 et 1

Question 2 *On recommande un coefficient de sécurité $s = 1,2$. À partir des données précédentes, exprimer de manière littérale quel doit être le diamètre minimum de l'arbre.*

Correction

Question 3 *En utilisant l'annexe, donner une liste des matériaux présentant le meilleur compromis prix - résistance élastique.*

Correction

Question 4 *On choisit un acier dont la teneur en carbone est comprise entre 0,32% et 0,45%. On prendra $R_e = 1000\,\text{MPa}$. Déterminer le diamètre de l'arbre.*

Correction