PSI⋆ – MP

Cycle 5

Concevoir la commande des systèmes asservis afin de valider leurs performances

Sciences Industrielles de l'Ingénieur

Cours

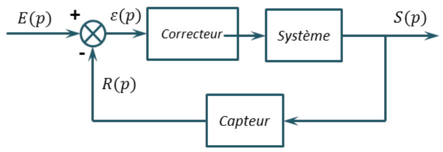
Chapitre 1
Correction des SLCI

Savoirs et compétences :

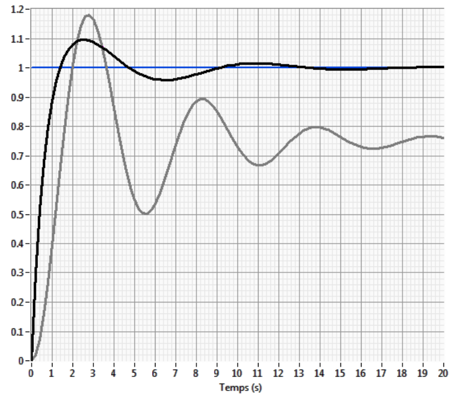
- ❒ *Res1.C4 : correction ;*
- ❒ *Res1.C4.SF1 : proposer la démarche de réglage d'un correcteur proportionnel, proportionnel intégral et à avance de phase,*
- ❒ *Con.C2 : correction d'un système asservi ;*
- ❒ *Con.C2.SF1 : choisir un type de correcteur adapté.*

Xavier Pessoles
PSI⋆ – MP

1 Pourquoi corriger un système ?



Souvent évoqué en lors de l'étude des systèmes asservis, regardons ce qui se cache derrière le bloc correcteur. On peut le considérer comme la partie intelligente du système car de sa part position dans l'architecture d'un système il reçoit l'image de l'écart entre la cosigne et la sortie du système. En fonction de cet écart, en fonction de ses « capacités » va permettre d'améliorer les performances du système.



Sur la figure ci-contre est tracée en gris la réponse indicielle d'un système non corrigé et en noir la réponse indicielle du système corrigé. On observe que le système corrigé est :

- plus précis ;
- plus amorti ;
- plus rapide.

L'objectif du correcteur est donc d'améliorer les caractéristiques tout en assurant la stabilité su système.

Résultat

- D'après les résultats sur la stabilité des systèmes asservis :
  - le correcteur doit permettre d'avoir des marges de gains suffisantes.
- D'après les résultats sur la rapidité des systèmes asservis :
  - le correcteur doit permettre d'augmenter le gain dans le but d'avoir une pulsation de coupure à 0 dB la plus grande possible (pour la FTBO).
- D'après les résultats sur la précision des systèmes asservis :
  - le correcteur doit permettre d'augmenter le gain statique de la boucle ouverte pour assurer une bonne précision du système (et d'éventuellement augmenter la classe).

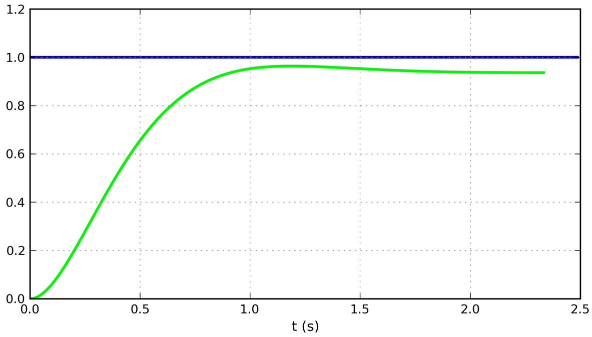
Au vue de ces conclusions, le choix d'un correcteur se fera dans le domaine fréquentiel en utilisant le diagramme de Bode.

2 Le correcteur proportionnel

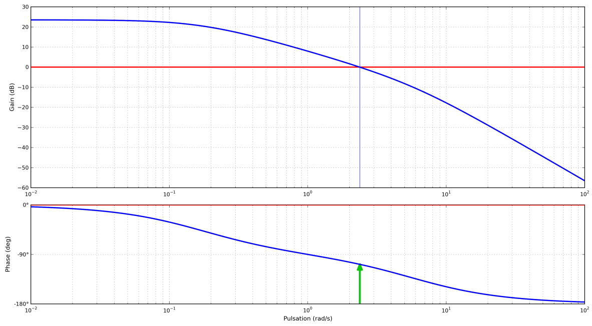
Définition

Le correcteur proportionnel a pour fonction de transfert $C(p) = K$.

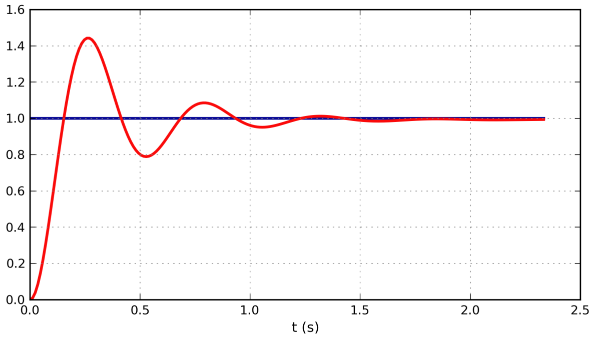
Prenons le cas d'un système du second ordre bouclé ($K = 15$, $\xi = 3$, $\omega = 1$).



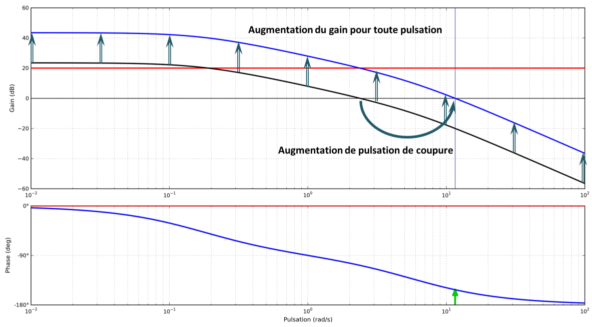
T$_{5\%}$: 0,781 s – Écart statique : 0,07



Marge de phase 71,94 °



T$_{5\%}$: 0,88 s – Écart statique : tend $\longrightarrow$ 0



Marge de phase 6,43 °

Résultat

On observe qu'une augmentation du gain proportionnel a pour effet :
- d'améliorer la précision ;
- d'augmenter la vivacité ;
- d'augmenter le temps de réponse (à partir d'un certain seuil) ;
- de diminuer l'amortissement ;
- de diminuer la marge de phase.

Pour un système d'ordre supérieur à 2, l'augmentation du gain provoque une marge de phase négative et donc une instabilité du système.

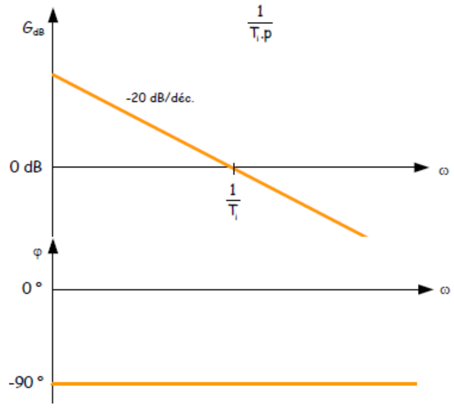
Méthode

Réglage de la marge de phase :
- En utilisant la BO non corrigée, on cherche $\omega_{0\,\text{dB}}$ tel que $\varphi(\omega_{0\,\text{dB}})$ respecte la marge de phase souhaitée.
- En utilisant BO non corrigée, on calcule $G_{\text{dB}}(\omega_{0\,\text{dB}})$.
- On cherche K_p tel que $G_{\text{dB}}(\omega_{0\,\text{dB}}) = 0$

Réglage de la marge de gain :
- En utilisant la BO non corrigée, on cherche $\omega_{-180°}$ tel que $\varphi(\omega_{-180°}) = -180°$.
- En utilisant la BO non corrigée, on calcule $G_{\text{dB}}\left(\omega_{-180°}\right)$.
- On cherche K_p tel qu'on ait la marge de gain souhaitée.

3 Les correcteurs à action intégrale

3.1 Le correcteur intégral pur



Définition

Un correcteur intégral pur a pour fonction de transfert $C(p)=\dfrac{U(p)}{\varepsilon(p)}=\dfrac{1}{T_i p}$.
Dans le domaine temporel on a l'équation de comportement suivante : $u(t)=\dfrac{1}{T_i}\int\limits_0^t \varepsilon(\tau)\mathrm{d}\tau$.

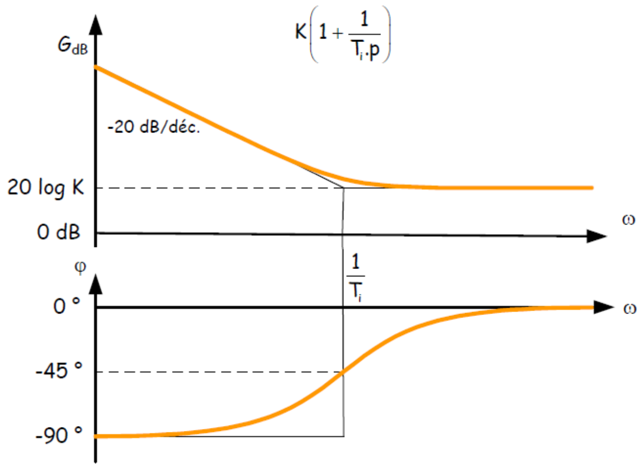
Résultat

Avantages	Inconvénients
Ce correcteur améliore la précision lors de la sollicitation par un échelon car il ajoute une intégration dans la boucle ouverte.	Le déphasage de -90°sur tout le spectre de pulsation entraîne une réduction de la marge de phase ce qui peut déstabiliser le système.

3.2 Le correcteur proportionnel intégral

Définition

Un correcteur intégral pur a pour fonction de transfert $C(p)=\dfrac{U(p)}{\varepsilon(p)}=K\left(1+\dfrac{1}{T_i p}\right)$.
Dans le domaine temporel on a l'équation de comportement suivante : $u(t)=K\left(\varepsilon(t)+\dfrac{1}{T_i}\int\limits_0^t \varepsilon(\tau)\mathrm{d}\tau\right)$.



En développant on obtient $C(p)=K\dfrac{T_i p+1}{T_i p}$. Ce correcteur augmente donc la classe de la boucle ouverte et donc la précision. Si $K>1$ la pulsation de coupure est augmentée, entraînant ainsi une augmentation de la rapidité du système. Enfin, ce correcteur diminue la phase à basse fréquence. Il faut donc faire en sorte que cette chute de phase n'intervienne pas dans la zone de la pulsation de coupure du système.

Résultat Le correcteur proportionnel intégral :

augmente l'amortissement, **augmente la rapidité,** **augmente la précision.**

Méthode

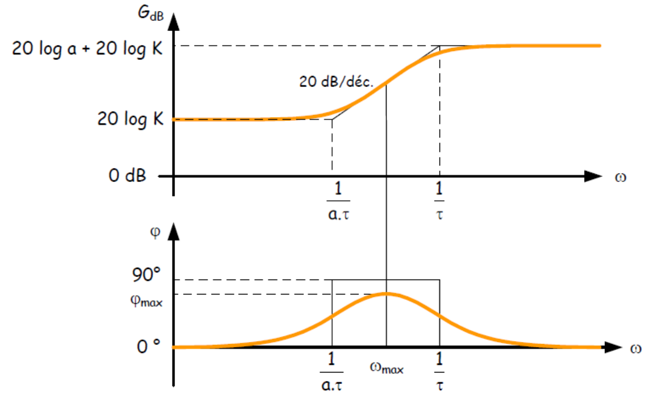
- En utilisant la BO non corrigée, on cherche $\omega_{0\,\text{dB}}$ tel que $\varphi(\omega_{0\,\text{dB}})$ respecte la marge de phase souhaitée.
- En utilisant la BO non corrigée, on calcule $G_{\text{dB}}(\omega_{0\,\text{dB}})$.
- On cherche K tel que $G_{\text{dB}}(\omega_{0\,\text{dB}})=0$
- La mise en place de l'effet intégral ne doit pas modifier la position de la pulsation de coupure réglée précédemment. Pour cela, il faut donc que $\dfrac{1}{T_i}<<\omega_{0\,\text{dB}}$. Usuellement on positionne l'action intégrale une décade avant la pulsation réglée. On a donc $T_i=\dfrac{10}{\omega_{0\,\text{dB}}}$.

R Une autre possibilité pour régler T_i est de réaliser **une compensation de pôle**. Admettons que la FTBO puisse se mettre sous la forme $(1+\tau_1 p)(1+\tau_2 p)$ avec $\tau_1>>\tau_2$. τ_1 ayant pour effet de diminuer la rapidité du système, on pourra prendre $T_i=\tau_1$ afin de supprimer l'effet du pôle associé à τ_1.

4 Le correcteur à avance de phase

Définition

Un correcteur à avance de phase a pour fonction de transfert $C(p) = \dfrac{U(p)}{\varepsilon(p)} = K\dfrac{1+a\tau p}{1+\tau p}$ avec $a>1$.



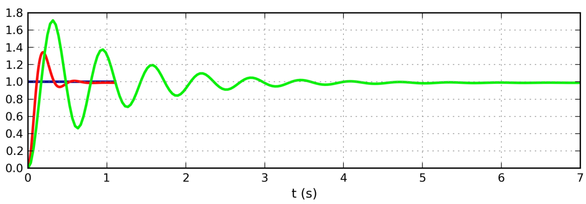
Résultat Ce correcteur permet d'ajouter de la phase pour les pulsations comprises entre $\dfrac{1}{a\tau}$ et $\dfrac{1}{\tau}$. On montre que $\varphi_{\max} = \arcsin\left(\dfrac{a-1}{a+1}\right)$ et ce pour une pulsation $\omega_{\max} = \dfrac{1}{\tau\sqrt{a}}$.

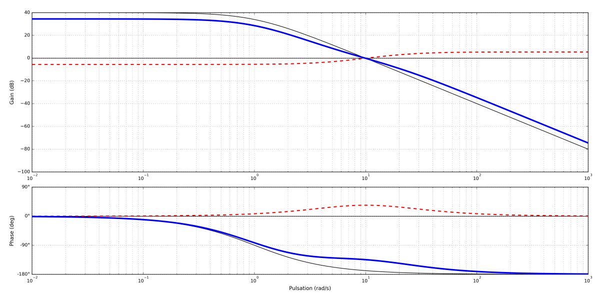
R On peut prendre $K = \dfrac{1}{\sqrt{a}}$ pour ne pas modifier la valeur du gain à la pulsation où on désire ajouter de la phase.

Démonstration Pour déterminer $\omega_{\max}$ on pourrait déterminer la pulsation pour laquelle la phase est maximum en résolvant $\dfrac{\mathrm{d}\varphi(\omega)}{\mathrm{d}\omega} = 0$. On peut aussi remarquer « graphiquement » que $\omega_{\max}$ est situé au milieu des deux pulsations de coupures : $\dfrac{1}{2}\left(\log\left(\dfrac{1}{\tau}\right)+\log\left(\dfrac{1}{a\tau}\right)\right) = \log\left(\dfrac{1}{a\tau^2}\right)^{1/2} = \log\left(\dfrac{1}{\tau\sqrt{a}}\right)$ et $\omega_{\max} = \dfrac{1}{\tau\sqrt{a}}$.

D'autre part, il faudrait calculer $\varphi(\omega_{\max})$...

Prenons le cas d'un système du second ordre bouclé $\left(G(p) = \dfrac{100}{(p+1)^2}, a = 3,54, T = 0,053\,\text{s}\right)$.





Ici le correcteur permet une augmentation de la rapidité et un meilleur amortissement.

Méthode

- En utilisant la BO non corrigée on cherche $\omega_{0\,\text{dB}}$ tel que le gain est nul.
- On calcule $\varphi(\omega_{0\,\text{dB}})$.
- On détermine la phase à ajouter.
- On calcule a.
- On calcule τ.
- On calcule K.

5 Bilan sur l'influence des correcteurs

Situation sans correction

||

Si K_p augmente

Correcteur			
Proportionnel K_p	Marges	←	
	Précision		→
	Rapidité		→
Proportionnel intégral $K_p+\dfrac{K_i}{p}$	Marges	←	Si mal réglé
	Précision		→ (Cf : classe)
	Rapidité	←	
À avance de phase $K_p\dfrac{1+a\tau p}{1+\tau p}$ $a>1$	Marges		→
	Précision	←	→
	Rapidité		→

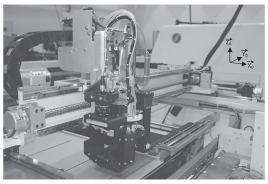
Références

[1] Frédéric Mazet, *Cours d'automatique de deuxième année, Lycée Dumont Durville, Toulon.*

[2] Florestan Mathurin, *Correction des SLCI, Lycée Bellevue, Toulouse,* `http://florestan.mathurin.free.fr/`.

[3] Damien Iceta, David Violeau, Alain Caignot, Xavier Pessoles, Vincent Boyer, François Golanski, *Sciences industrielles de l'ingénieur MP/MP* PSI/PSI* PT/PT*, Méthodes. Exercices. Problèmes. Sujets de concours. Vuibert Prépas.*

Activation 1



Activation – Système de dépose de composants électroniques

Émilien Durif – E3A PSI 2011

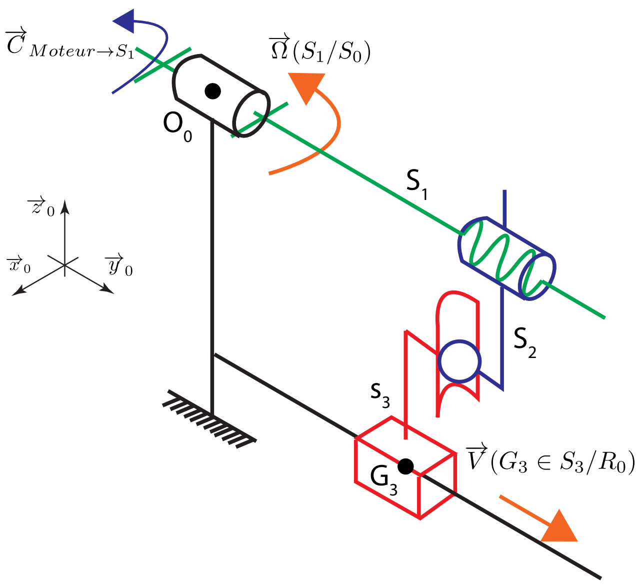
Savoirs et compétences :

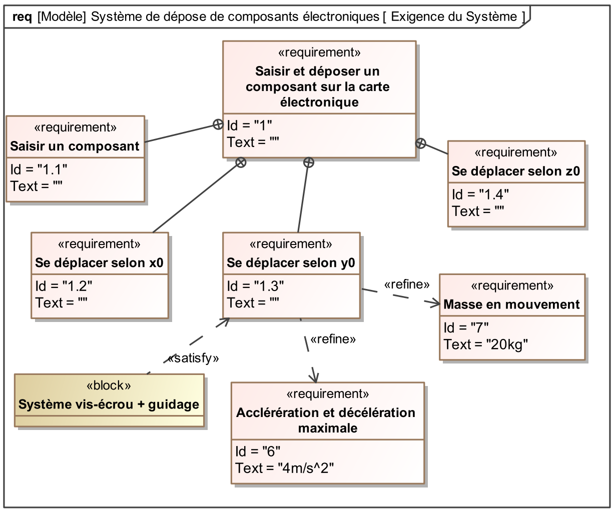
- *Mod2.C18.SF1 : Déterminer l'énergie cinétique d'un solide, ou d'un ensemble de solides, dans son mouvement par rapport à un autre solide.*
- *Res1.C1.SF1 : Proposer une démarche permettant la détermination de la loi de mouvement.*

Le système étudié permet de déposer automatiquement des composants électroniques sur un circuit. On s'intéresse ici à la modélisation d'un seul axe (selon la direction notée $\overrightarrow{y_0}$) actionné par un moteur électrique et utilisant un mécanisme de transformation de mouvement « *vis-écrou* ».

Hypothèses :

- le référentiel associé au repère $R_0 = \left(O_0; \overrightarrow{x_0}, \overrightarrow{y_0}, \overrightarrow{z_0}\right)$ est supposé galiléen ;
- les solides seront supposés indéformables ;
- on notera J_1 le moment d'inertie du solide 1 (composé d'une vis à billes et de l'arbre moteur) selon l'axe $\left(O_0, \overrightarrow{y_0}\right)$: $J_1 = I_{\left(O_0, \overrightarrow{y_0}\right)}(S_1)$;
- on note M_3 et G_3 respectivement la masse et le centre d'inertie du solide S_3 ;
- la position de G_3 est définie par $\overrightarrow{O_0G_3} = y \cdot \overrightarrow{y_0} + z \cdot \overrightarrow{z_0}$
- les liaisons sont supposées parfaites (sans jeu ni frottement) sauf la glissière entre S_0 et S_3 (Coefficient de frottement noté μ) et la pivot entre S_0 et S_1 (couple résistant noté C_r) ;
- seul l'action de pesanteur sur S_3 sera supposée non négligeable.





- S_0 : poutre transversale considérée comme fixe par rapport au bâti.
- S_1 : vis à billes (hélice à droite) et arbre moteur.
- S_2 : écrou de la vis à billes (inertie négligeable).
- S_3 : chariot supportant la tête de dépose (masse M_3).

Données numériques associées au système :

- Coefficient de frottement dans la liaison glissière (rail + patin à billes) : $\mu = 0,1$.
- Pas de la vis à billes : $p = 20\,\text{mm}$.
- Diamètre de la vis à billes : $D = 25\,\text{mm}$.
- Moment d'inertie de la vis à billes suivant l'axe $\overrightarrow{y_0}$: $I_v = 2,15 \times 10^{-4}\,\text{kg}\,\text{m}^2$.
- Couple résistant sur la vis due à son guidage (paliers + joints) : $C_r = 3\,\text{Nm}$.
- l, longueur libre de la vis – entre deux paliers – (mm) : 1000 mm.
- Caractéristiques du moteur d'axe (puissance, vitesse maxi, inertie) :
  - couple maximal, $C_{\max} = 21,2\,\text{Nm}$;
  - fréquence de rotation maximale, $N_m = 6000\,\text{tr/min}$;
  - moment d'inertie du rotor du moteur suivant l'axe $\overrightarrow{y_0}$, $I_m = 1,6 \times 10^{-4}\,\text{kg}\,\text{m}^2$.

Objectif L'objectif de cette étude est de relier les grandeurs liées à l'actionneur du système (moteur) :
- couple moteur transmis à S_1 : $\overrightarrow{C}_{\text{Moteur}\to S_1} \cdot \overrightarrow{y_0} = C_m(t)$;
- vitesse de rotation de S_1 : $\overrightarrow{\Omega}(S_1/R_0) \cdot \overrightarrow{y_0} = \dot{\theta}(t)$;

à celles liées à l'effecteur (tête de dépose S_3) :
- masse : M_3;
- cinématique de S_3 : $\overrightarrow{a}(G_3R_0) \cdot \overrightarrow{y_0} = \ddot{y}(t)$.

On considère l'ensemble $E = \{S_1 + S_2 + S_3\}$.

Question 1 *Construire le graphe des liaisons modélisant le système entier.*

Question 2 *Déterminer l'expression de $\mathscr{P}(ext \to E/R_g)$ en fonction de puissances extérieures élémentaires (on ne développera pas les calculs explicitement pour l'instant).*

Question 3 *Calculer $\mathscr{P}(ext \to E/R_0)$ en fonction des données du problème.*

Question 4 *Calculer l'ensemble des puissances des actions mutuelles dans les liaisons pour l'ensemble E : $\mathscr{P}_{int}(E)$.*

Question 5 *Déterminer l'énergie cinétique de l'ensemble E dans son mouvement par rapport à R_0*

Question 6 *Déterminer la mobilité du système.*

Question 7 *Déterminer une relation entre les paramètres cinématiques du problème.*

Question 8 *Déterminer l'inertie équivalente de E ramenée à la rotation autour de l'axe $\left(O_0, \overrightarrow{y_0}\right)$ et du paramètre $\dot{\theta}(t)$.*

Question 9 *Déterminer la masse équivalente de E ramené à la translation selon la direction $\overrightarrow{y_0}$ et du paramètre $\dot{y}(t)$.*

Question 10 *Appliquer le théorème de l'énergie cinétique à l'ensemble E.*

Question 11 *Déterminer des équations supplémentaires issues des théorèmes généraux pour déterminer l'équation de mouvement du système permettant de relier C_m à $y(t)$.*

Question 12 *Déterminer le couple moteur à fournir dans le cas le plus défavorable (accélération maximale).*

On cherche à déterminer en régime permanent les pertes au niveaux de la liaison hélicoïdale entre S_1 et S_2. On considère donc les actions mécaniques de frottement nulles partout ailleurs dans le système global. On introduit alors un rendement η défini en régime permanent et donc à variation d'énergie cinétique négligeable.

Question 13 *En considérant le système $E_1 = \{S_1 + S_2\}$, définir le rendement.*

Question 14 *On définit la puissance dissipée comme la puissance des inter-effort entre S_1 et S_2. En appliquant un théorème de l'énergie cinétique à S_2/R_0 et S_1/R_0 en régime permanent donner l'expression des puissances dissipées dans la liaison hélicoïdale.*

On donne :
- Rendement η dans la liaison hélicoïdale : $\eta = 0,8$;

Question 15 *Déterminer dans ces conditions les dissipations.*