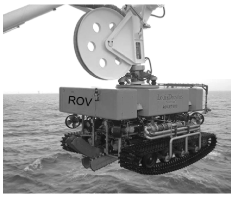
Application 01 – Corrigé



Mise à l'eau d'un robot sous-marin

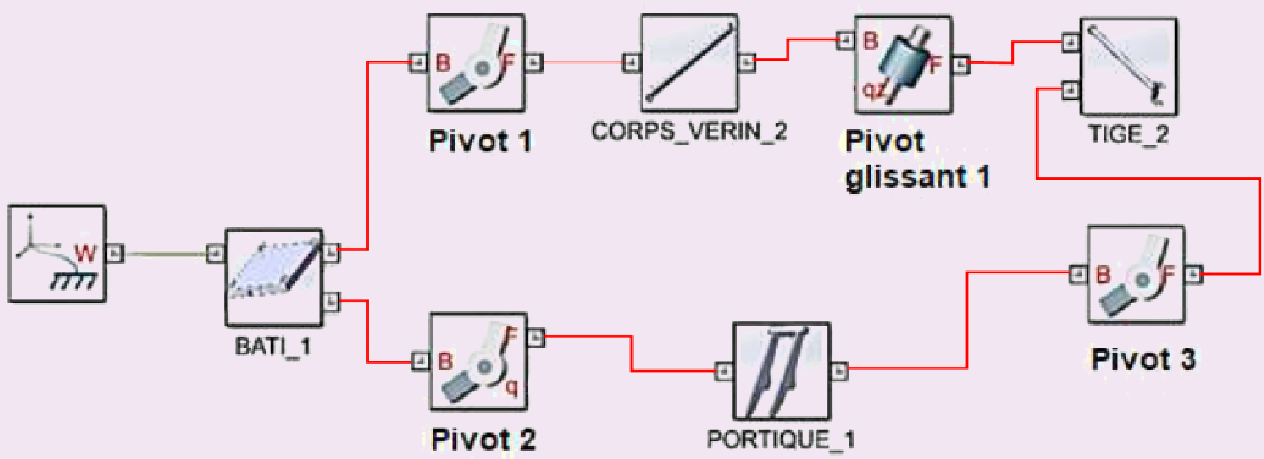
Concours Centrale – MP 2019

Savoirs et compétences :

- ❐ .

Question 1 *À partir des figures précédentes, relier les composants du modèle de simulation multiphysique de la grue portique. Quel(s) ensemble(s) n'ont pas été modélisés ?*

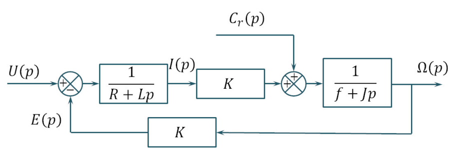
Correction



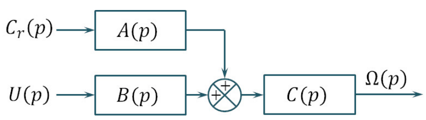
Exercice 1 – Moteur à courant continu⋆

B2-07

Question 1 *Réaliser le schéma-blocs.*



Question 2 *Mettre le schéma-blocs sous la forme suivante.*



En utilisant le schéma-blocs proposé, on a $\Omega(p) = \left(C_r(p)A(p)+U(p)B(p)\right)C(p)$.

D'autre part, $\Omega(p)=\left(C_r(p)+\dfrac{K}{R+Lp}\left(U(p)-K\Omega(p)\right)\right)\dfrac{1}{f+Jp}$.

On a donc $\left(f+Jp\right)\Omega(p)=C_r(p)+U(p)\dfrac{K}{R+Lp}$

$\Leftrightarrow \left(f+Jp\right)\Omega(p)+\dfrac{K^2}{R+Lp}\Omega(p)=C_r(p)+U(p)\dfrac{K}{R+Lp}$

$\Leftrightarrow \left(\left(f+Jp\right)+\dfrac{K^2}{R+Lp}\right)\Omega(p)=C_r(p)+U(p)\dfrac{K}{R+Lp}$

$\Leftrightarrow \dfrac{K^2+\left(f+Jp\right)\left(R+Lp\right)}{R+Lp}\Omega(p) = C_r(p) + U(p)\dfrac{K}{R+Lp}$

$\Leftrightarrow \Omega(p)=\left(C_r(p)+U(p)\dfrac{K}{R+Lp}\right)\dfrac{R+Lp}{K^2+\left(f+Jp\right)\left(R+Lp\right)}$.

Dés lors plusieurs schéma-blocs peuvent répondre à la question. Par exemple, $A(p) = 1$, $B(p) = \dfrac{K}{R+Lp}$, $C(p)=\dfrac{R+Lp}{K^2+\left(f+Jp\right)\left(R+Lp\right)}$.

En poursuivant, on a aussi : $\Omega(p)=\left(C_r(p)(R+Lp)+U(p)K\right)\dfrac{}{K^2+(f}$

On a donc aussi, $A(p) = R + Lp$, $B(p) = K$, $C(p) = \dfrac{1}{K^2 + \left(f + Jp\right)\left(R + Lp\right)}$

Exercice 2 – Schéma d'Euler★

C3-02 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

Question 1 *Donner la méthode de résolution numérique des équations différentielles suivantes en utilisant le schéma d'Euler explicite.*

$$\left\{\begin{array}{l} y'(t)+\alpha y(t)=\beta \\ y(0)=\gamma \end{array}\right. \quad (1)$$

Équation 1

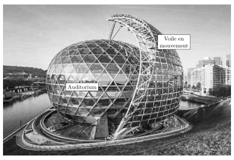
On a :

$$y'(t) \simeq \frac{y(t+h)-y(h)}{h}$$

En discrétisant le problème, on a $y_k = y(kh) = y(t)$; donc :

$$\frac{y(t+h)-y(h)}{h}+\alpha y(t)=\beta \Longrightarrow \frac{y_{k+1}-y_k}{h}+\alpha y_k=\beta \Longleftrightarrow y_{k+1}=\beta h-\alpha y_k$$

Application 02 – Corrigé



La Seine Musicale

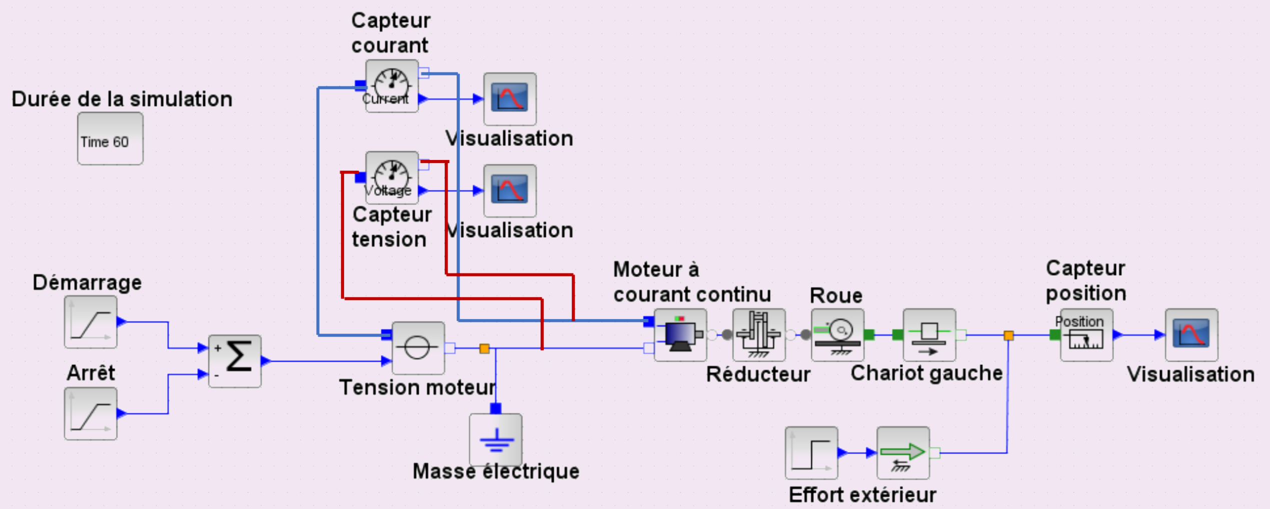
Concours Centrale – MP 2020

Savoirs et compétences :

❒ .

Question 1

Sur la figure suivante, compléter les liens du modèle proposé pour prendre en compte les deux capteurs.



Correction

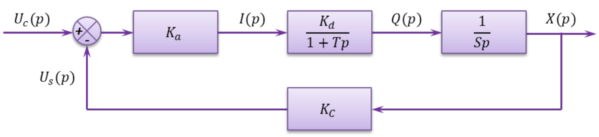
Exercice 3 – Vérin★

B2-07 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

Question 1 *Réaliser le schéma-blocs.*

On a :

- $U_c(p) = \dfrac{1}{K_a} I(p) + U_s(p)$
- $Q(p) = SpX(p)$
- $U_S(p) = K_C \cdot X(p)$
- $F(p) = \dfrac{Q(p)}{I(p)} = \dfrac{K_d}{1+Tp}$



Exercice 4 – Schéma d'Euler★

C3-02 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

Question 1 *Donner la méthode de résolution numérique des équations différentielles suivantes en utilisant le schéma d'Euler explicite.*

$$\ddot\theta(t) + \frac{g}{l}\sin\theta = 0$$
$$\theta(0) = 0 \quad \dot\theta(0) = 0$$

On pose $y_0(t) = \theta(t)$ et $y_1(t) = \dot\theta(t) = y_0'(t)$. On a donc

$$\begin{cases} y_0'(t) = y_1(t) \\ y_1'(t) + \dfrac{g}{l}\sin y_0(t) = 0 \end{cases}$$

Par ailleurs, $y_0(t) = 0$ et $y_1(t) = 0$.
En discrétisant, on a donc :

$$\begin{cases} \dfrac{y_{0,k+1} - y_{0,k}}{h} = y_{1,k} \\ \dfrac{y_{1,k+1} - y_{1,k}}{h} + \dfrac{g}{l}\sin y_{0,k} = 0 \end{cases} \iff \begin{cases} y_{0,k+1} = h\, y_{1,k} + y_{0,k} \\ y_{1,k+1} = -h\dfrac{g}{l}\sin y_{0,k} + y_{1,k} \end{cases}$$

Application 03 – Corrigé

Direction automatique découplée

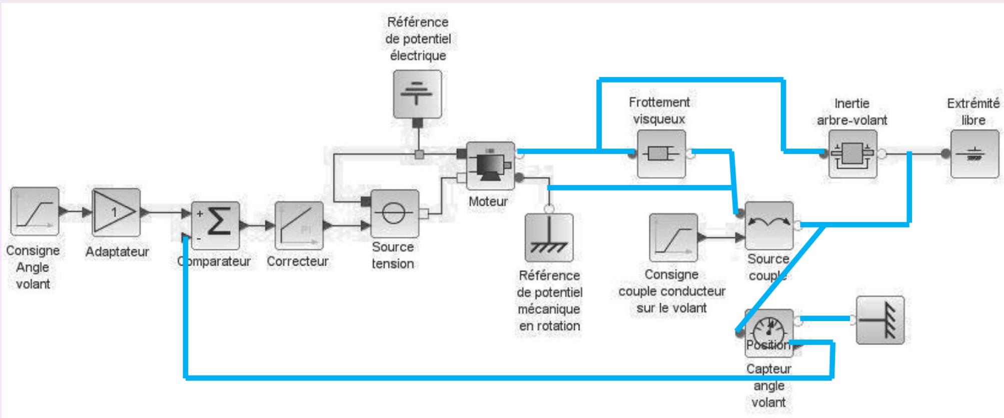
Banque PT – SI A 2017

Savoirs et compétences :

❐ .

Question 1 *Compléter ce modèle en traçant les liens manquants qui donneraient un modèle équivalent au schéma bloc de la* **??**.

Correction



Exercice 5 – Machine de rééducation SysReeduc ⋆

B2-07

Question 1 *À partir des équations proposées, déterminer les fonctions de transfert K_1, K_2, $H_3(p)$, $H_4(p)$, K_5, K_6, K_7, K_8 et K_9.*

On a :

- $u_m(t) = e(t) + Ri(t) \Rightarrow U_m(p) = E(p) + RI(p)$ et $C_{M1}(p) = k_t I(p)$ donc $K_2 = \dfrac{k_t}{R}$;
- $E(p) = k_e \Omega_m(p)$ et donc $K_7 = k_e$;
- $(M+m)\,r\rho_1 p\Omega_m(p) = \dfrac{C_{M1}(p)}{\rho_1 r} - F_p(p) \Leftrightarrow (M+m)\,r^2\rho_1^2 p\Omega_m(p) = C_{M1}(p) - \rho_1 r F_p(p)$ et donc $K_9 = \rho_1 r$ et $H_3(p) = \dfrac{1}{(M+m)\,r^2\rho_1^2 p}$;
- $H_4(p)$ permet d'obtenir une position à partir d'une vitesse. Il s'agit donc d'un intégrateur et $H_4(p) = \dfrac{1}{p}$;
- un codeur incrémental avec 1 émetteur-récepteur permet de détecter les fentes et les « non fentes » donc ici 1000 informations par tour. Avec un second émetteur, on double la résolution soit 2000 informations pour un tour soit $K_8 = \dfrac{2000}{2\pi}$;
- en utilisant le réducteur et le poulie courroie, on a directement $K_5 = \rho_1$ et $K_6 = r$ (à convertir en mètres) ;
- enfin, K_1 convertit des mètres en incréments. X_c est la consigne que doit respectée X. Pour avoir un asservissement précis, il faut donc $\varepsilon = 0$ et $X = X_c$ soit $\varepsilon = 0 = K_1 X_C - K_8\theta_m = K_1 X_C - K_8 \dfrac{X}{K_5 K_6}$. Au final, $K_1 = \dfrac{K_8}{K_5 K_6}$.

Question 2 *Montrer que le schéma-blocs peut être mis sous la forme suivante. On exprimera A, B et D en fonction des paramètres du système r, ρ_1, k_t, k_e, R, M, m et K_8.*

D'une part,

$$X(p) = \left(\left(X_C(p) - X(p)\right)C(p) - F_P(p)D\right)\frac{A}{p\left(Bp+1\right)}$$

$$X(p) = \frac{A\left(X_C(p) - X(p)\right)C(p)}{p\left(Bp+1\right)} - \frac{AF_P(p)D}{p\left(Bp+1\right)}$$

$$\Leftrightarrow X(p)+\frac{AX(p)C(p)}{p\left(Bp+1\right)}=\frac{AX_C(p)C(p)}{p\left(Bp+1\right)}-\frac{AF_P(p)D}{p\left(Bp+1\right)}.$$

$$\Leftrightarrow X(p)\left(\frac{p\left(Bp+1\right)+AC(p)}{p\left(Bp+1\right)}\right)=\frac{AX_C(p)C(p)}{p\left(Bp+1\right)}+\frac{AF_P(p)D}{p\left(Bp+1\right)}$$

$$\boxed{\Leftrightarrow X(p)=\frac{AX_C(p)C(p)}{p\left(Bp+1\right)+AC(p)}-\frac{AF_P(p)D}{p\left(Bp+1\right)+AC(p)}.}$$

D'autre part, $X(p)=\Omega_m(p)H_4(p)K_5K_6$, $U_m(p)=\left(X_c(p)K_1-\theta_m(p)K_8\right)C(p)$, $\theta_m(p)=\Omega_m(p)H_4(p)$.

$$\Omega_m(p)=\left(\left(U_m(p)-\Omega_m(p)K_7\right)K_2-F_P(p)K_9\right)H_3(p)$$

$$\Leftrightarrow \Omega_m(p)\left(1+K_7K_2H_3(p)\right)=U_m(p)H_3(p)K_2-F_P(p)H_3(p)K_9$$

$$X(p)=\left(U_m(p)H_3(p)K_2-F_P(p)H_3(p)K_9\right)\frac{H_4(p)K_5K_6}{1+K_7K_2H_3(p)}$$

$$\Leftrightarrow X(p)=\left(\left(X_c(p)K_1-\theta_m(p)K_8\right)C(p)H_3(p)K_2-F_P(p)H_3(p)K_9\right)\frac{H_4(p)K_5K_6}{1+K_7K_2H_3(p)}$$

$$\Leftrightarrow X(p)=\left(\left(X_c(p)K_1-X(p)\frac{K_8}{K_5K_6}\right)C(p)H_3(p)K_2-F_P(p)H_3(p)K_9\right)\frac{H_4(p)K_5K_6}{1+K_7K_2H_3(p)}$$

$$\Leftrightarrow X(p)=\left(\left(X_c(p)-X(p)\right)C(p)H_3(p)K_1K_2-F_P(p)H_3(p)K_9\right)\frac{H_4(p)K_5K_6}{1+K_7K_2H_3(p)}$$

$$\Leftrightarrow X(p)\left(1+C(p)H_3(p)K_1K_2\frac{H_4(p)K_5K_6}{1+K_7K_2H_3(p)}\right)=\left(X_c(p)C(p)H_3(p)K_1K_2-F_P(p)H_3(p)K_9\right)\frac{H_4(p)K_5K_6}{1+K_7K_2H_3(p)}$$

$$\boxed{\Leftrightarrow X(p)\left(1+K_7K_2H_3(p)+C(p)H_3(p)K_1K_2H_4(p)K_5K_6\right)=\left(X_c(p)C(p)H_3(p)K_1K_2-F_P(p)H_3(p)K_9\right)H_4(p)K_5K_6}.$$

Par suite,

$$\Leftrightarrow X(p)\left(1+K_7K_2\frac{1}{(M+m)r^2\rho_1^2p}+C(p)\frac{1}{(M+m)r^2\rho_1^2p}\frac{K_8}{K_5K_6}K_2\frac{1}{p}K_5K_6\right)=\left(X_c(p)C(p)\frac{1}{(M+m)r^2\rho_1^2p}\frac{K_8}{K_5K_6}K_2-F_P(p)\frac{1}{(M+m)r^2\rho_1^2p}K_9\frac{1}{p}K_5K_6\right)$$

$$\Leftrightarrow X(p)\left(1+\frac{\frac{k_ek_t}{R}}{(M+m)r^2\rho_1^2p}+C(p)\frac{K_8\frac{k_t}{R}}{(M+m)r^2\rho_1^2p^2}\right)=\left(X_c(p)C(p)\frac{K_8}{(M+m)r^2\rho_1^2p^2}\frac{k_t}{R}-F_P(p)\frac{K_9}{(M+m)r\rho_1p^2}\right).$$

$$\Leftrightarrow X(p)=X_c(p)C(p)\frac{\frac{K_8}{(M+m)r^2\rho_1^2p^2}\frac{k_t}{R}}{\left(1+\frac{\frac{k_ek_t}{R}}{(M+m)r^2\rho_1^2p}+C(p)\frac{K_8\frac{k_t}{R}}{(M+m)r^2\rho_1^2p^2}\right)}-F_P(p)\frac{\frac{K_9}{(M+m)r\rho_1p^2}}{\left(1+\frac{\frac{k_ek_t}{R}}{(M+m)r^2\rho_1^2p}+C(p)\frac{K_8\frac{k_t}{R}}{(M+m)r^2\rho_1^2p^2}\right)}$$

$$\Leftrightarrow X(p)=X_c(p)C(p)\frac{\frac{K_8}{1}\frac{k_t}{R}}{\left((M+m)r^2\rho_1^2p^2+\frac{(M+m)r^2\rho_1^2p^2\frac{k_ek_t}{R}}{(M+m)r^2\rho_1^2p}+C(p)\frac{(M+m)r^2\rho_1^2p^2K_8\frac{k_t}{R}}{(M+m)r^2\rho_1^2p^2}\right)}-F_P(p)\frac{\frac{K_9}{(M+m)r\rho_1p^2}}{\left(1+\frac{\frac{k_ek_t}{R}}{(M+m)r^2\rho_1^2p}+C(p)\frac{K_8\frac{k_t}{R}}{(M+m)r^2\rho_1^2p^2}\right)}$$

$$\Leftrightarrow X(p)=X_c(p)C(p)\frac{\frac{K_8k_t}{R}}{(M+m)r^2\rho_1^2p^2+p\frac{k_ek_t}{R}+C(p)K_8\frac{k_t}{R}}-F_P(p)\frac{\frac{K_9}{1}}{\left((M+m)r\rho_1p^2+\frac{(M+m)r\rho_1p^2\frac{k_ek_t}{R}}{(M+m)r^2\rho_1^2p}+C(p)\frac{(M+m)r\rho_1p^2K_8\frac{k_t}{R}}{(M+m)r^2\rho_1^2p^2}\right)}$$

$$\Leftrightarrow X(p)=X_c(p)C(p)\frac{\frac{K_8k_t}{R}}{(M+m)r^2\rho_1^2p^2+p\frac{k_ek_t}{R}+C(p)K_8\frac{k_t}{R}}-F_P(p)\frac{K_9}{(M+m)r\rho_1p^2+p\frac{k_ek_t}{Rr\rho_1}+C(p)\frac{K_8k_t}{Rr\rho_1}}$$

$$\Leftrightarrow X(p)=X_c(p)C(p)\frac{\frac{K_8k_t}{R}}{p\frac{k_ek_t}{R}\left(\frac{R}{k_ek_t}(M+m)r^2\rho_1^2p+1\right)+C(p)K_8\frac{k_t}{R}}-F_P(p)\frac{K_9}{p\frac{k_ek_t}{Rr\rho_1}\left(\frac{(M+m)Rr^2\rho_1^2}{k_ek_t}p+1\right)+C(p)\frac{K_8k_t}{Rr\rho_1}}$$

$$\Leftrightarrow X(p)=X_c(p)C(p)\frac{\frac{K_8k_t}{R}}{p\frac{k_ek_t}{R}\left(Bp+1\right)+C(p)K_8\frac{k_t}{R}}-F_P(p)\frac{K_9}{p\frac{k_ek_t}{Rr\rho_1}\left(Bp+1\right)+C(p)\frac{K_8k_t}{Rr\rho_1}}$$

$$\Leftrightarrow X(p)=X_c(p)C(p)\frac{\frac{K_8k_t}{R}}{p\frac{k_ek_t}{R}\left(Bp+1\right)+C(p)K_8\frac{k_t}{R}}-F_P(p)\frac{K_9}{p\frac{k_ek_t}{Rr\rho_1}\left(Bp+1\right)+C(p)\frac{K_8k_t}{Rr\rho_1}}$$

$$\Leftrightarrow X(p)=X_c(p)C(p)\frac{\frac{R}{k_ek_t}\frac{K_8k_t}{R}}{p\left(Bp+1\right)+C(p)K_8\frac{k_t}{R}\frac{R}{k_ek_t}}-F_P(p)\frac{K_9\frac{Rr\rho_1}{k_ek_t}}{p\left(Bp+1\right)+C(p)\frac{Rr\rho_1}{k_ek_t}\frac{K_8k_t}{Rr\rho_1}}$$

$$\Leftrightarrow X(p)=X_c(p)C(p)\frac{\frac{K_8}{k_e}}{p\left(Bp+1\right)+C(p)\frac{K_8}{k_e}}-F_P(p)\frac{K_9\frac{Rr\rho_1}{k_ek_t}}{p\left(Bp+1\right)+C(p)\frac{K_8}{k_e}}$$

$$\Leftrightarrow \quad X(p) = X_c(p)C(p)\frac{\frac{K_8}{k_e}}{p\left(Bp+1\right)+C(p)\frac{K_8}{k_e}} - F_P(p)\frac{\frac{K_8}{k_e}\frac{k_e}{K_8}K_9\frac{R\,r\,\rho_1}{k_e\,k_t}}{p\left(Bp+1\right)+C(p)\frac{K_8}{k_e}}$$

On a donc $A = \dfrac{K_8}{k_e}$, $B = \dfrac{R\,(m+M)\,r^2\rho_1^2}{k_e\,k_t}$ et $D = \dfrac{K_9 R\,r\,\rho_1}{K_8 k_t}$.

Exercice 6 – Schéma d'Euler⋆

C3-02 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

Question 1 *Donner la méthode de résolution numérique des équations différentielles suivantes en utilisant le schéma d'Euler explicite.*

$$\left\{\begin{array}{l} y'(t) = -t\,y^2(t) \quad \text{si } t > 0 \\ y(0) = \alpha \end{array}\right. \tag{2}$$

Cycle 01