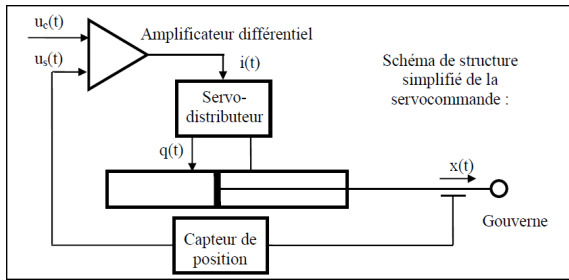


Exercice 1 – Vérin*

B2-07 Pas de corrigé pour cet exercice.

On donne le schéma de principe d'une servocommande.



Les différentes équations temporelles qui modélisent le fonctionnement d'une servocommande sont :

- un amplificateur différentiel défini par : $u_c(t) = \frac{i(t)}{K_a} + u_s(t)$;
- débit dans le vérin dans le cas d'une hypothèse de fluide incompressible $q(t) = S \cdot \frac{dx(t)}{dt}$;
- capteur de position : $u_s(t) = K_c \cdot x(t)$;
- le servo-distributeur est un composant de la chaîne de commande conçu pour fournir un débit hydraulique $q(t)$ proportionnel au courant de commande $i(t)$. (Attention, valable uniquement en régime permanent.) On a $q(t) + T \frac{dq(t)}{dt} = K_d i(t)$.

Question 1 Réaliser le schéma-blocs.

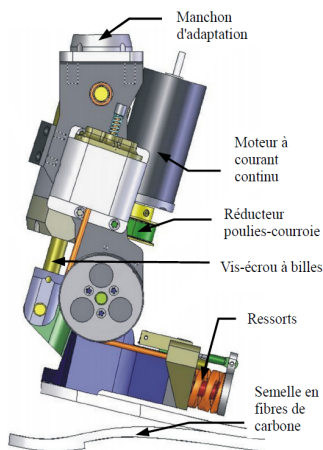
Corrigé voir 5.

Exercice 2 – Prothèse active transtibiale*

B2-07 Pas de corrigé pour cet exercice.

Présentation

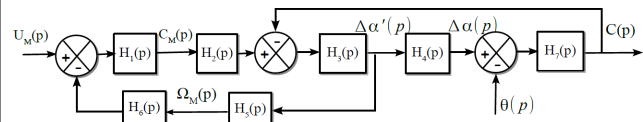
Des ingénieurs du M.I.T. ont mis au point une prothèse active transtibiale capable de proposer un comportement similaire à celui des membres non amputés. On étudie dans ce sujet le prototype initial qui a permis de valider la pertinence d'une telle prothèse active.



L'actionneur de la prothèse est un moteur à courant continu alimenté par une batterie rechargeable de 16

Volts. L'énergie mécanique est transmise par un réducteur de type poulies-courroie suivi d'un système vis-écrou qui adapte cette énergie mécanique pour la prothèse (ensemble de liaisons entre le pied artificiel constitué d'une semelle en fibres de carbone et le manchon ou tibia artificiel). Des ressorts permettent d'ajuster également l'énergie mécanique fournie au pied artificiel. L'effort exercé par les ressorts est directement relié au couple exercé par l'actionneur.

On peut modéliser la chaîne d'énergie de la façon suivante :



Les grandeurs temporelles sont les suivantes :

- u_M tension d'alimentation du moteur (V) ;
- C_M couple exercé par le moteur (Nm) ;
- ω_M vitesse angulaire du moteur (rad s^{-1}) ;
- α angle de rotation du basculeur (rad) tel que $\alpha = \alpha_r + \Delta\alpha$ où α_r est la position repos et $\Delta\alpha$ est la variation angulaire autour de la position repos. On a alors : $\frac{d\alpha}{dt} = \frac{d\Delta\alpha}{dt}$. On note $\Delta\alpha'(p)$ la transformée de Laplace de $\frac{d\Delta\alpha}{dt}$;
- θ angle de rotation du pied (rad) tel que $\theta = 0 \text{ rad}$ pour la position repos ;
- C couple exercé par le pied (Nm).

On note en majuscule, lorsque cela est possible, les variables associées aux grandeurs temporelles dans le domaine symbolique.

Comportement dynamique de la prothèse

Objectif L'objectif de cette partie est d'établir les équations de comportement dynamique de la prothèse autour de la position de repos lors des phases d'appui et oscillante. Ces équations permettront de compléter le schéma-blocs de la chaîne d'énergie.

On donne l'équation différentielle linéarisée suivante qui caractérise le comportement dynamique de la prothèse : $J_M \frac{d^2 \Delta\alpha(t)}{dt^2} + \mu_m \frac{d\Delta\alpha(t)}{dt} = C_M(t)R_T - C(t)R_T^2$ avec $R_T = \frac{1}{145}$.

Le moteur électrique est régi par les équations électriques et de couplage électromécanique :

- $u_M(t) = Ri(t) + e(t)$ avec $i(t)$ courant moteur et $e(t)$ fcm ;
- $e(t) = k_c \omega_M(t)$ avec $\omega_M(t)$ vitesse angulaire du rotor du moteur par rapport au stator ;
- $C_M(t) = k_c i(t)$.

Question 1 À partir des équations caractérisant le système, déterminer les expressions littérales des fonctions de transfert $H_1(p)$, $H_2(p)$, $H_3(p)$ et $H_6(p)$.

On a par ailleurs $H_4(p) = \frac{1}{p}$, $H_5(p) = \frac{1}{R_T}$ et $H_7(p) =$

$k_{RS} d_0^2$ ($k_{RS} = 1200 \times 10^3 \text{ N m}^{-1}$ raideur équivalente du ressort et $d_0 = 0,035 \text{ m}$).

On considère que $\theta(p) = 0$.

Question 2 Déterminer la fonction de transfert en boucle fermée $FTBF(p) = \frac{C(p)}{U_M(p)}$.

Contrôler le processus lors de la phase d'appui

Objectif La gestion des modes de commande permet de définir les séquences où l'asservissement s'effectue en position et celles où l'asservissement s'effectue en couple. L'objectif de cette partie est de définir l'asservissement en couple et d'analyser les performances de cet asservissement.

Mise en place de l'asservissement en couple

On se place pour analyser les performances de l'asservissement en couple dans le cadre de l'expérience d'identification décrite précédemment (pied et tibia bloqués).

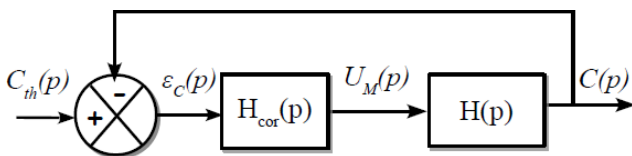
L'asservissement en couple est réalisé grâce à un potentiomètre linéaire qui délivre une tension u_{mes} image de la variation de longueur des ressorts ΔX . On note K_{capt} le gain de ce capteur. D'autre part, un bloc d'adaptation de gain K_A permet d'obtenir une tension u_{th} image du couple de consigne C_{th} . L'écart ε entre les tensions u_{th} et u_{mes} est corrigé par un correcteur de fonction de transfert $H_c(p)$ qui délivre la tension u_M au moteur par l'intermédiaire de l'amplificateur de gain K_{amp} .

Question 3 Compléter le schéma-blocs afin de mettre en place l'asservissement en couple. Proposer une expression de K_A permettant de réaliser un asservissement correct.



Analyse des performances de l'asservissement en couple

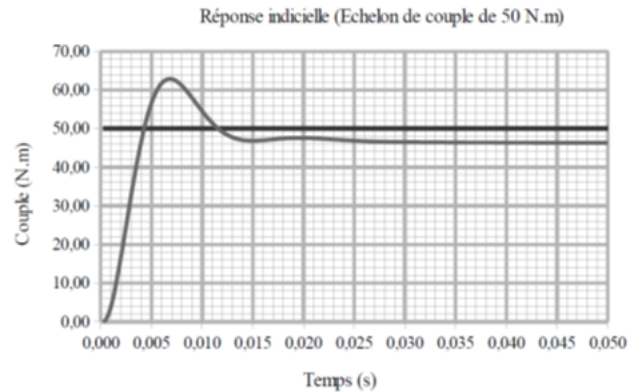
Le schéma-blocs de l'asservissement en couple peut être simplifié par le schéma-blocs suivant avec $H(p) = \frac{a_0}{1 + a_1 p + a_2 p^2}$ où $a_0 = 2,9 \text{ NmV}^{-1}$, $a_1 = \frac{26}{4356} \text{ s}$ et $a_2 = \frac{1}{4356} \text{ s}^2$ et $H_{\text{cor}}(p) = H_c(p) K_{\text{amp}} K_A$.



Objectif L'objectif est de déterminer une correction $H_{\text{cor}}(p)$ qui permette de respecter le cahier des charges rappelé ci-après.

Critères	Valeur
Rapidité (temps de réponse à 5%)	$t_{r5\%} < 0,1 \text{ s}$
Précision pour une entrée en échelon (écart normalisé par la valeur de l'échelon)	10 % maxi

À l'aide des courbes, valider l'ensemble des critères du cahier des charges en justifiant clairement vos réponses.



Corrigé voir 2.

Exercice 3 – Moteur à courant continu*

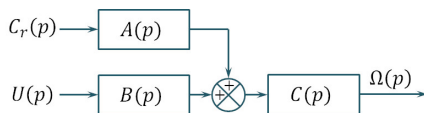
B2-07

On donne les équations du moteur à courant continu :

- $u(t) = e(t) + Ri(t) + L \frac{di(t)}{dt}$;
- $e(t) = K \omega(t)$;
- $c(t) = Ki(t)$;
- $c(t) + c_r(t) - f \omega(t) = J \frac{d\omega(t)}{dt}$.

Question 1 Réaliser le schéma-blocs.

Question 2 Mettre le schéma-blocs sous la forme suivante.



Éléments de corrigé :

1. .
2. $A(p) = R + Lp$, $B(p) = K$, $C(p) = \frac{1}{K^2 + (f + Jp)(R + Lp)}$
(plusieurs réponses possibles).

Corrigé voir 3.

Exercice 4 – Conception de la commande d'un robot chirurgical*

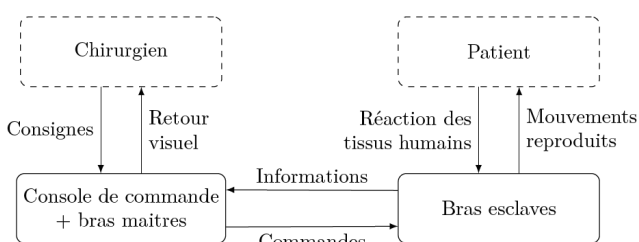
B2-07 Pas de corrigé pour cet exercice.

Présentation du système

Afin d'améliorer les conditions d'opérations chirurgicales dites mini invasives (comme la précision d'opération et le confort du chirurgien), des robots chirurgicaux ont vu le jour. Cette étude s'intéresse à l'un d'entre eux : le robot Da Vinci. Le chirurgien peut atteindre sa cible grâce à des outils longs et fins traversant le patient grâce à une incision de l'ordre du centimètre.

Le système étudié est composé de deux sous-systèmes principaux :

- l'ensemble {console de commande + bras maîtres} permet au chirurgien de visualiser et de commander les mouvements des outils adéquats à l'intérieur du patient via une caméra haute définition dont l'image est retransmise par l'intermédiaire d'écrans. Le chirurgien commande les mouvements des outils grâce à deux bras maîtres dont les extrémités sont maintenues dans chaque main ;
- les bras esclaves reçoivent les consignes issues du chirurgien par l'intermédiaire des bras maîtres. Il y a au total 3 bras esclaves : deux manipulent chacun un outil, le troisième manipule une caméra.



Le mouvement de l'axe 1 est régi par l'équation suivante : $\Delta C_1(t) = J \frac{d^2 \Delta \theta_1(t)}{dt^2} - k_1 \frac{r'_9}{r_0} h_2 \Delta F_x(t)$ avec $J = 1,98 \times 10^{-5} \text{ kg m}^2$, $k_1 \frac{r'_9}{r_0} = 0,00717$, $h_2 = 0,2 \text{ m}$.

Le couple moteur $\Delta C_1(t)$ est fourni par une machine à courant continu modélisée par les équations suivantes : $u_1(t) = L \frac{di_1(t)}{dt} + Ri_1(t) + e_1(t)$, $e_1(t) = k_e \frac{d\Delta \theta_1(t)}{dt}$, $\Delta C_1(t) = k_t i_1(t)$ avec $u_1(t)$ la tension aux bornes du moteur, $i_1(t)$ l'intensité traversant le moteur et $e_1(t)$ la force contre électromotrice, avec $R = 2,08 \Omega$, $k_t = 0,0525 \text{ N mA}^{-1}$ et $k_e = 0,0525 \text{ V s rad}^{-1}$.

On fait l'hypothèse que l'influence de l'inductance L est négligeable sur les performances attendues, soit $L = 0$.

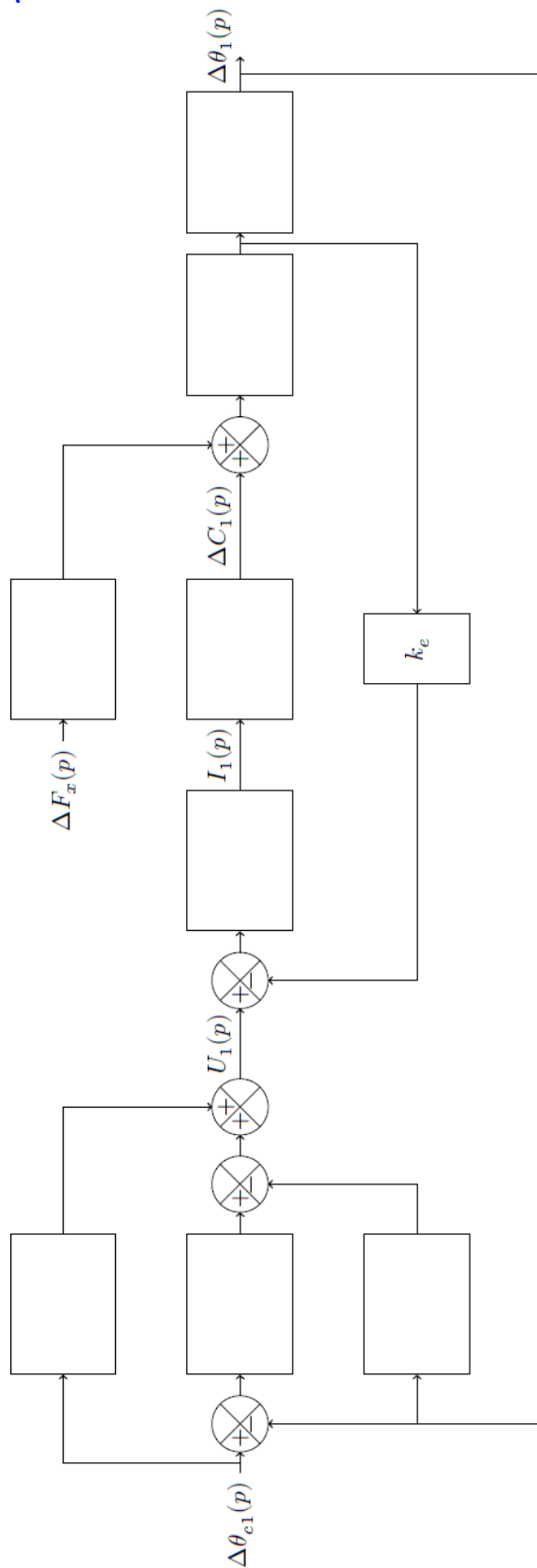
La consigne est notée $\Delta \theta_{c1}(t)$. Le cahier des charges sélectif conduit à choisir un correcteur associant une anticipation (via la présence de σ_4 dans la relation suivante) et une correction PID. La tension de commande du moteur est donnée par : $U_1(p) = (\Delta \theta_{c1}(p) - \Delta \theta_1(p)) \left(\sigma_1 + \frac{\sigma_2}{p} \right) - \sigma_3 p \Delta \theta_1(p) + \sigma_4 \Delta \theta_{c1}(p)$ avec $\Delta \theta_{c1}(p)$ la consigne de position angulaire exprimée dans le domaine symbolique.

Question 1 Compléter le schéma-blocs.

Pour la suite, on considère la perturbation nulle ($\Delta F_x(p) = 0$).

Question 2 À partir de ce schéma-blocs, en notant $H_{processus} = \frac{\Delta \theta_1(p)}{U_1(p)} = \frac{K}{p(1 + \tau p)}$, exprimer K et τ en fonction des données de l'énoncé.

Question 3 Exprimer la fonction de transfert en boucle fermée, sous sa forme canonique, notée $B_F(p) = \frac{\Delta \theta_1(p)}{\Delta \theta_{c1}(p)}$ en fonction de K , τ , σ_1 , σ_2 , σ_3 et σ_4 .

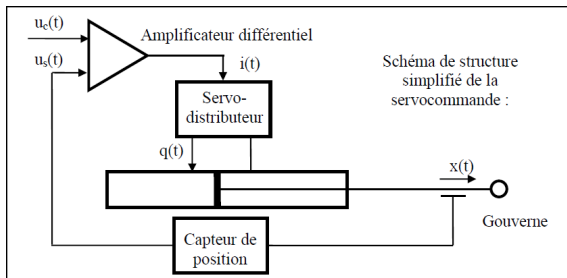


Corrigé voir 4.

Exercice 5 – Vérin*

B2-07 Pas de corrigé pour cet exercice.

On donne le schéma de principe d'une servo-commande.



Les différentes équations temporelles qui modélisent le fonctionnement d'une servo-commande sont :

- un amplificateur différentiel défini par : $u_c(t) = \frac{i(t)}{K_a} + u_s(t)$;
- débit dans le vérin dans le cas d'une hypothèse de fluide incompressible $q(t) = S \cdot \frac{dx(t)}{dt}$;
- capteur de position : $u_s(t) = K_c \cdot x(t)$;
- le servo-distributeur est un composant de la chaîne de commande conçu pour fournir un débit hydraulique $q(t)$ proportionnel au courant de commande $i(t)$. (Attention, valable uniquement en régime permanent.) On a $q(t) + T \frac{dq(t)}{dt} = K_d i(t)$.

Question 1 Réaliser le schéma-blocs.

Corrigé voir 5.

Exercice 6 – Tuyère à ouverture variable*

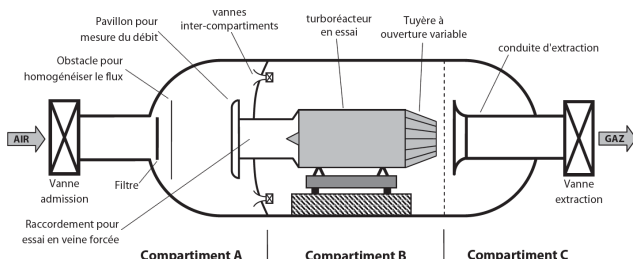
B2-07 Pas de corrigé pour cet exercice.

Présentation du système

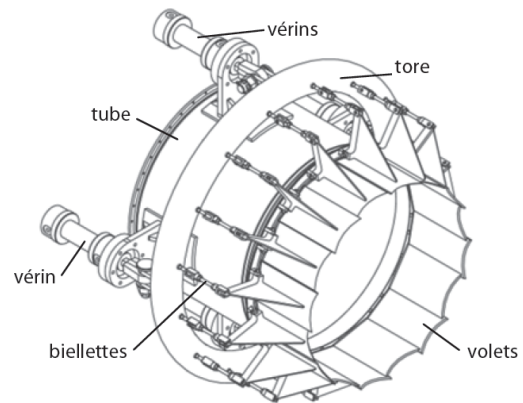
Les propulseurs utilisés dans les applications militaires ou civiles subissent, des tests de certification visant à contrôler leur bon fonctionnement et le respect des normes de sécurité.

Ces tests consistent à simuler au sol les conditions de vol subies par le propulseur et à observer les réactions de celui-ci consécutives à des commandes de pilotage.

La DGA (Direction Générale de l'Armement) dispose dans son centre d'essais des propulseurs de bancs d'essais dédiés à la certification et à la mise au point de différents types de propulseurs d'avions ou de missiles.



Le banc d'essai est composé d'un tube représentant le corps du réacteur et d'une tuyère à ouverture variable actionnée par quatre vérins hydrauliques et permettant de faire varier la vitesse de l'air éjecté.



Objectif On souhaite vérifier que le système permet de respecter le cahier des charges suivant :

- temps de réponse à 5% : 4 s au maximum ;
- précision : l'erreur statique doit être nulle ;
- précision : l'erreur de traînage doit être inférieure à 1 mm pour une consigne de 25 mm s^{-1} .

Modélisation du comportement du vérin – hypothèse fluide compressible

Objectif Il s'agit ici de proposer un modèle plus affiné du comportement du vérin en tenant compte de la compressibilité du fluide et du comportement dynamique du mécanisme.

Pour rendre compte du comportement dynamique du système on propose un modèle de comportement du vérin en tenant compte de la compressibilité du fluide. L'évolution du débit est alors une fonction du déplacement mais aussi de la pression sous la forme de la relation suivante : $q(t) = S \frac{dx(t)}{dt} + \frac{V_0}{B} \frac{d\sigma(t)}{dt}$ avec :

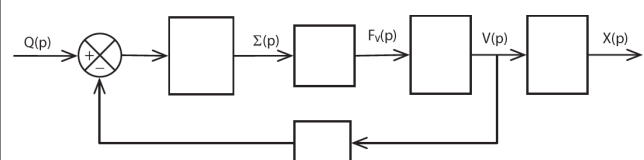
- $\sigma(t)$: pression utile dans le vérin. On notera $\Sigma(p)$ sa transformée ;
- V_0 : demi volume de fluide contenu dans le vérin ;
- B : coefficient de compressibilité du fluide.

La pression utile induit l'effort développé par le vérin que nous noterons F_v , tel que : $F_v(p) = S \Sigma(p)$ où S représente la section utile du vérin en sortie de tige.

$V(p)$ représente l'image par la transformation de Laplace de la vitesse de translation $v(t)$ de la tige du vérin.

En considérant les actions de pesanteur négligeables et en se plaçant dans une phase de test à vide (sans flux d'air), l'application des lois de la dynamique donne la relation suivante : $F_v(t) = M_{eq} \frac{d^2 x(t)}{dt^2}$.

Question 1 À partir des équations, compléter le schéma-blocs en indiquant les fonctions de transferts de chaque bloc.



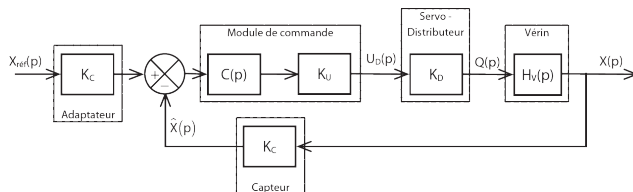
On note F_R l'action mécanique résistante équivalente pour quatre volets. On a $F_R(t) = K_F x(t)$. L'application du théorème de l'énergie cinétique se traduit par $M_{eq} \ddot{x}(t) = (F_V(t) - F_R(t))$.

Question 2 Modifier le schéma-blocs précédent pour intégrer l'effort résistant.

Question 3 Donner l'expression de la fonction de transfert du vérin $H_V(p) = \frac{X(p)}{Q(p)}$. On donnera le résultat sous la forme $H_V(p) = \frac{K_V}{p(1 + a_2 p^2)}$ en précisant les expressions de K_V et a_2 .

Validation du comportement du vérin

Afin de valider le modèle établi, on se propose d'étudier le comportement en boucle fermée de la chaîne fonctionnelle de commande du vérin. On rappelle ci-dessous le schéma-bloc retenu et on considérera une correction proportionnelle telle que $C(p) = K_p$.



Question 4 Donner l'expression de la forme canonique de la fonction de transfert en boucle fermée $H_{BF}(p) = \frac{X(p)}{X_{ref}(p)}$. On donnera le résultat en fonction de K_C , K_U , K_D , K_p , K_V et a_2 .

Prise en compte du débit de fuite

Pour pallier le problème de stabilité du modèle précédemment établi, une solution possible consiste à introduire un débit de fuite entre les deux chambres du vérin. Celui-ci a pour effet de réduire artificiellement le débit réel entrant dans le vérin en fonction de la pression utile. Ce débit vaut alors : $q(t) - \delta \sigma(t)$ où δ est le coefficient de débit de fuite.

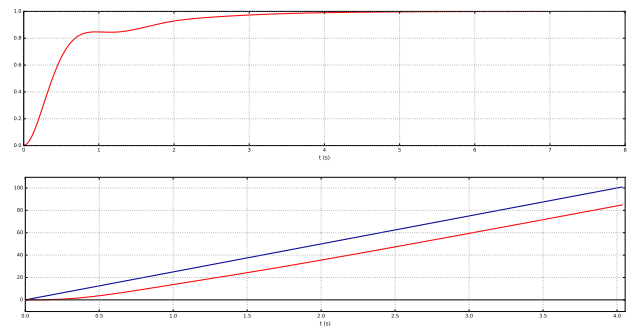
Question 5 Modifier le schéma-blocs précédent pour intégrer le débit de fuite.

Question 6 Donner l'expression de la fonction de transfert du vérin $H_V(p) = \frac{X(p)}{Q(p)}$. On donnera le résultat sous la forme $H_V(p) = \frac{K_V}{p(1 + a_1 p + a_2 p^2 + a_3 p^3)}$ en précisant les expressions de K_V , a_1 , a_2 et a_3 .

Retour sur le cahier des charges

On donne la réponse à un échelon et à une rampe de pente 25 mm s^{-1} .

Question 7 Le cahier des charges est-il vérifié?



Corrigé voir 6.

Exercice 7 – Véhicule à trois roues Clever*

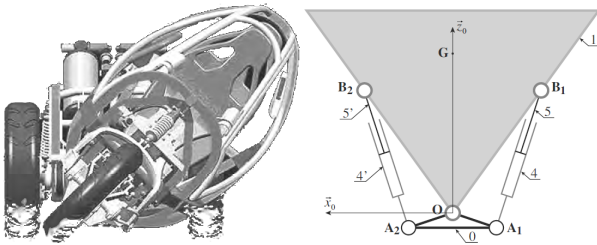
B2-07 Pas de corrigé pour cet exercice.

Présentation du système

Le Clever est un démonstrateur technologique développé par un tissu d'industriels européens. Clever est la contraction de Compact Low Emission VEHICLE for uRban tRansportation (véhicule compacte à faibles émissions pour le transport urbain) car, avec une consommation de seulement 2,5 L/100 km, il s'annonce très écologique.

L'habitacle peut s'incliner grâce à un système constitué

- d'un calculateur qui détermine le mouvement et la position à donner à l'habitacle en fonction des conditions d'utilisation;
- d'un système hydro-mécanique de transmission de puissance et d'adaptation de mouvement;
- d'un système de contrôle de l'inclinaison de l'habitacle.



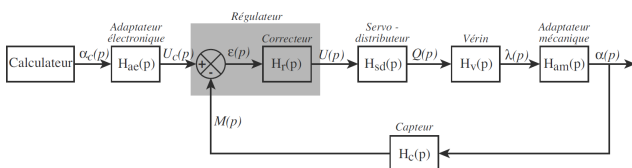
Objectif L'objectif est que le mouvement de l'habitacle soit contrôlé :

- écart statique : 0°;
- écart de traînage pour une entrée en rampe unitaire : 0°;
- temps de réponse à 5% : inférieur à 0,1 s.

Modélisation du servo-distributeur et du vérin

L'orientation de l'habitacle est contrôlée par un asservissement de la position angulaire. L'architecture de cet asservissement est représentée par le schéma-blocs de la figure suivante.

On modélise le comportement du servo-distributeur par un gain pur noté K_s et le capteur par $H_c(p) = C$ avec $C = 1 \text{ V rad}^{-1}$. L'adaptateur mécanique a un comportement linéaire sur l'intervalle d'utilisation. On a donc $H_{am}(p) = R$ ($R = 7 \text{ rad m}^{-1}$). Enfin, on considère que $H_r(p) = 1$.



À ce stade de l'étude, le modèle de comportement du fluide correspond à un comportement incompressible. L'équation caractérisant le comportement du vérin est alors : $q(t) = S\dot{\lambda}(t)$ où :

- S représente la section utile du vérin en sortie de tige (diamètre 32 mm);

- q est le débit en entrée de vérin;

- $v(t) = \dot{\lambda}(t) = \frac{d\lambda(t)}{dt}$ est la vitesse de translation de la tige du vérin par rapport au corps.

Question 1 Donner l'expression de la fonction de transfert du vérin $H_{v1}(p)$ (telle que $\lambda(p) = H_{v1}(p)Q(p)$) et compléter le schéma-bloc associé à la modélisation actuelle du système.

Question 2 Déterminer la fonction de transfert en boucle fermée $FTBF_1$ (telle que $\alpha(p) = FTBF_1(p)\alpha_c(p)$) du système bouclé. Mettre $FTBF_1(p)$ sous la forme $\frac{K_1}{1 + \tau_1 p}$ en précisant les expressions de K_1 et de τ_1 .

Question 3 À partir du critère de temps de réponse à 5% ($t_{r5\%}$) du système, déterminer l'expression puis la valeur numérique minimale du gain du servo-distributeur.

Modélisation du comportement du vérin avec fluide compressible et du comportement dynamique du mécanisme

La compressibilité du fluide étant prise en compte dans le modèle, l'évolution du débit est une fonction du déplacement mais aussi de la pression sous la forme de la relation (1). L'effort exercé par le vérin en sortie de tige est décrit par la relation (2).

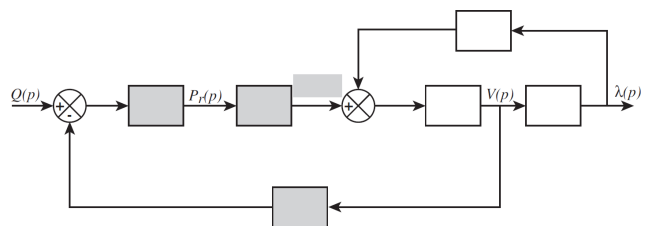
$$q(t) = S\dot{\lambda}(t) + \frac{V_0}{B}\dot{p}_r(t) \quad (1) \quad F_v(t) = Sp_r(t) \quad (2)$$

où :

- $p_r(t)$: pression utile dans le vérin;
- V_0 : volume caractéristique moyen de fluide contenu dans le vérin et les durites, $V_0 = 2,5 \times 10^5 \text{ m}^3$;
- B : coefficient de compressibilité du fluide, $B = 109 \text{ Pa}$;
- $F_v(t)$: effort développé par le vérin en sortie de tige;
- S : section utile du vérin en sortie de tige.

Par ailleurs, $F_v(t) + k_g \lambda(t) = m_{eq} \ddot{\lambda}(t)$ avec m_{eq} la masse équivalente du système, k_g une constante, $\lambda(t)$ le déploiement des vérins.

Question 4 Appliquer la transformation de Laplace aux équations précédentes et compléter le schéma-blocs.



Analyse du comportement global

Question 5 Donner l'expression de la fonction de transfert en boucle fermée du vérin H_{v2} (telle que $\lambda(p) = H_{v2}(p)Q(p)$) et préciser les expressions des coefficients K_v et

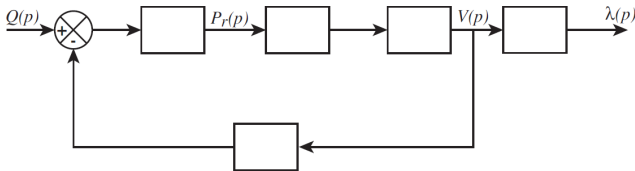
ω_V de sa forme canonique : $H_{V2}(p) = \frac{K_V}{p \left(1 + \frac{p^2}{\omega_V^2} \right)}$.

k_g peut maintenant être négligé.

Modélisation du comportement dynamique avec prise en compte d'un débit de fuite

Pour pallier le problème de stabilité du modèle précédemment établi, une solution possible consiste à introduire un débit de fuite au niveau du vérin. Celui-ci a pour effet de réduire artificiellement le débit réel entrant dans le vérin en fonction de la pression utile. L'expression du débit est alors : $q(t) = S\dot{\lambda}(t) + \frac{V_0}{B}\dot{p}_r(t) - \delta p_r(t)$ où δ représente le coefficient de débit de fuite.

Question 6 Proposer une modification du schéma-bloc donné afin de prendre en compte le débit de fuite.

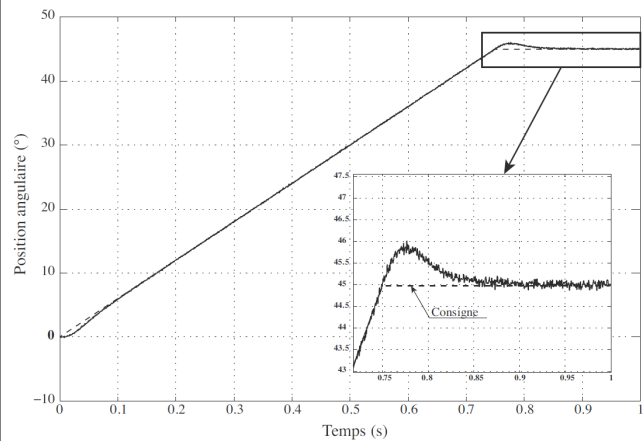


Question 7 Déterminer l'expression de la fonction de transfert H_{V3} (telle que $\lambda(p) = H_{V3}Q(p)$) associée au comportement dynamique du vérin ainsi modélisé. On donnera le résultat sous la forme suivante : $H_{V3}(p) = \frac{K_V}{p \left(1 + a_1 p + \frac{p^2}{\omega_V^2} \right)}$. Donner l'expression de a_1 en fonction

de M_{eq} , δ et S et déterminer l'expression du coefficient d'amortissement ξ_V du second ordre en fonction de M_{eq} , δ , S , B et V_0 .

Retour sur le cahier des charges

Le régulateur étant a priori optimisé, on réalise un essai de validation du comportement temporel de l'inclinaison de l'habitacle, le véhicule étant à l'arrêt. Le calculateur envoie un signal de consigne représentant l'évolution de la position angulaire souhaitée (de 0 à 45° en 0,75 s).



Question 8 Quels sont les critères du cahier des charges validés ?

Corrigé voir 7.