

TD 01

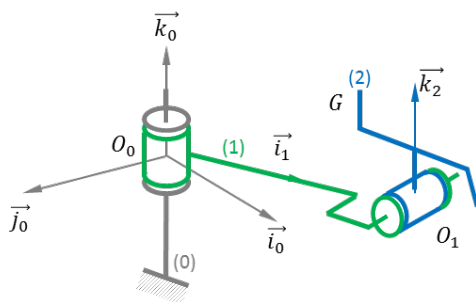


Centrifugeuse humaine

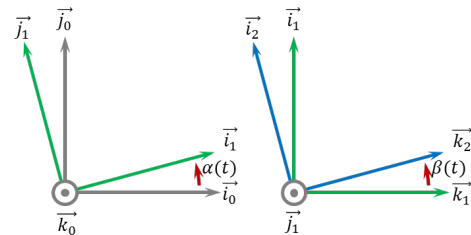
Xavier Pessoles

Savoirs et compétences :

Afin d'analyser les effets de l'accélération sur le corps humain, le CNRS / MEDES a développé une centrifugeuse humaine. On donne ci-dessous la modélisation cinématique de la centrifugeuse.



Le paramétrage de la centrifugeuse est donnée ci-dessous :



Les paramètres constants du système sont les suivants :

- $\overrightarrow{O_0 O_1} = a \vec{i}_1$;
- $\overrightarrow{O_1 G} = b \vec{i}_2 + c \vec{k}_2$.

Trajectographie

Donner la trajectoire du point G dans le repère \mathcal{R}_0 .

Cinématique

Calculer $\overrightarrow{V}(G, S_2/S_0)$.

Accélération

Calculer $\overrightarrow{\Gamma}(G, S_2/S_0)$.

TD 02

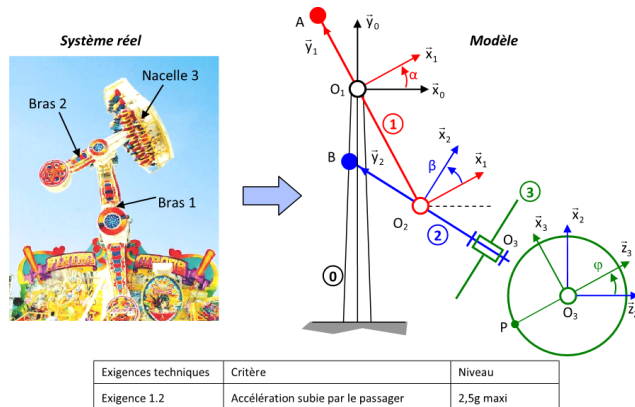


Magic Arms

Florestan Mathurin

Savoirs et compétences :

La manège Magic Arms dont la modélisation ainsi qu'un extrait de cahier des charges fonctionnel est composé d'une structure métallique d'environ 12 m de haut avec deux bras mobiles. Les passagers s'assoient sur 39 pièces disposées sur une plate-forme tournante. Dès que tous les passagers sont assis et attachés, la nacelle tourne autour de son axe, le bras principal (bras 1) et le bras secondaires (bras 2), liés l'un à l'autre au début du cycle, commencent à tourner. Après 9 secondes, le maximum de hauteur est atteint et les deux bras se désindexent et se mettent à tourner indépendamment l'un de l'autre. Tous les mouvements sont pilotés par ordinateur.



Le manège, schématisé ci-dessus, comporte :

- un bras principal 1 assimilé à une barre AO_1O_2 . Il est en liaison pivot parfait d'axe (O_1, \vec{z}_1) caractérisée par le paramètre α avec le bâti 0. On pose $\vec{O_1O_2} = -l_1 \vec{y}_1$;
- un bras secondaire 2 assimilé à une barre BO_2O_3 . Il est en liaison pivot parfait d'axe (O_2, \vec{z}_2) caractérisée par le paramètre β avec le bras principal 1. On pose $\vec{O_2O_3} = -l_2 \vec{y}_2$;
- une nacelle 2 assimilée à un disque de centre O_3 et de rayon R . Elle est en liaison parfaite d'axe (O_3, \vec{y}_2) caractérisée par le paramètre φ avec le bras 2. On s'intéresse plus particulièrement à un passager considéré comme un point matériel P tel que $\vec{O_3P} = -R \vec{z}_3$.

Construire les figures planes associées au schéma cinématique.

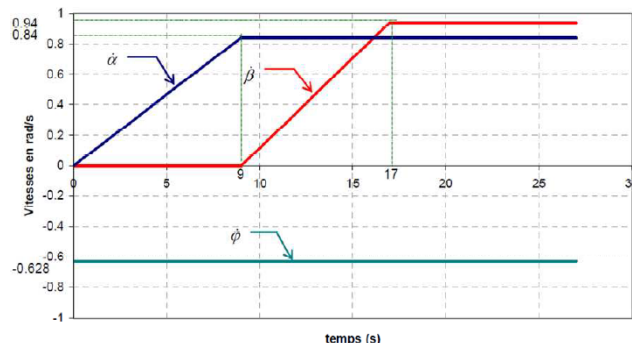
Calculer $\overrightarrow{\Omega(1/0)}$, $\overrightarrow{\Omega(2/1)}$ et $\overrightarrow{\Omega(3/2)}$.

Calculer $\overrightarrow{\Omega(2/0)}$ et $\overrightarrow{\Omega(3/0)}$.

Calculer les produits vectoriels suivants : $\vec{z}_2 \wedge \vec{z}_3$, $\vec{x}_3 \wedge \vec{x}_2$, $\vec{x}_3 \wedge \vec{z}_2$, $\vec{z}_2 \wedge \vec{z}_1$, $\vec{x}_2 \wedge \vec{x}_0$, $\vec{x}_3 \wedge \vec{z}_0$.

Calculer $\vec{V}(O_2, 2/0)$, $\vec{V}(O_3, 3/0)$ et $\vec{V}(P, 3/0)$.

On donne l'évolution des vitesses angulaires des moteurs du manège en fonction du temps.



Déterminer les valeurs des paramètres α , β et φ puis l'expression analytique des positions angulaires $\alpha(t)$ et $\beta(t)$ et $\varphi(t)$ dans l'intervalle de temps $[17; 27]$ secondes en sachant qu'à l'instant $t = 17$ s, on a $\alpha = 10,5$ rad, $\beta = 3,76$ rad et $\varphi = -10,676$ rad.

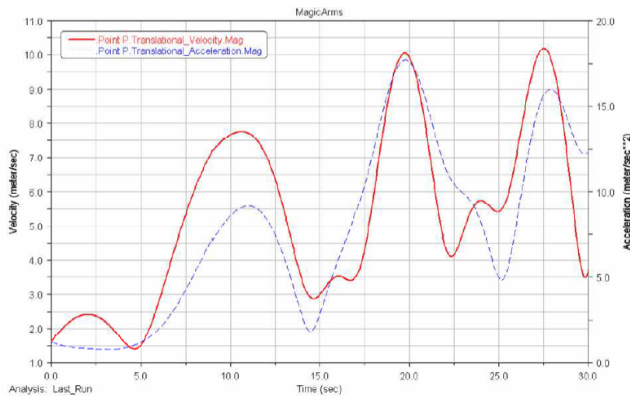
Déterminer les valeurs numériques à l'instant $t_1 = 19,8$ s de α , β et φ .

On pose $\vec{V}(P, 3/0) = V_{x2} \vec{x}_2 + V_{y2} \vec{y}_2 + V_{z2} \vec{z}_2$. Déterminer les expressions littérales de V_{x2} , V_{y2} , V_{z2} puis les valeurs numériques de α à $t_1 = 19,8$ s. (On donne : $l_1 = 3,9$ m, $l_2 = 2,87$ m, $R = 2,61$ m.)

Calculer $\vec{\Gamma}(P \in 3/0)$.

Calculer $\overrightarrow{\Gamma(P \in 3/0)}$ dans l'intervalle de temps [17;27] secondes pour lequel les vitesses angulaires sont constantes.

Le graphe ci-dessous, obtenu par simulation numérique, présente le module de la vitesse du passager P par rapport au bâti 0 ainsi que le module de l'accélération du passager P par rapport au bâti 0 en fonction du temps.



Comparer les résultats obtenus à la question à ceux du graphe pour le temps $t_1 = 19,8$ s..

Relever l'accélération maximale subie par le passager et conclure vis-à-vis du CdCF.

1. $\overrightarrow{\Omega(1/0)} = \dot{\alpha} \overrightarrow{z_0}$, $\overrightarrow{\Omega(2/1)} = \dot{\beta} \overrightarrow{z_0}$, $\overrightarrow{\Omega(3/2)} = \dot{\varphi} \overrightarrow{y_2}$.
2. $\overrightarrow{\Omega(2/0)} = (\dot{\alpha} + \dot{\beta}) \overrightarrow{z_0}$, $\overrightarrow{\Omega(3/0)} = (\dot{\alpha} + \dot{\beta}) \overrightarrow{z_0} + \dot{\varphi} \overrightarrow{y_2}$;
3. $\overrightarrow{z_2} \wedge \overrightarrow{z_3} = \sin \varphi \overrightarrow{y_2}$, $\overrightarrow{x_3} \wedge \overrightarrow{x_2} = -\sin \varphi \overrightarrow{y_2}$, $\overrightarrow{x_3} \wedge \overrightarrow{z_2} = -\cos \varphi \overrightarrow{y_2}$, $\overrightarrow{z_2} \wedge \overrightarrow{z_1} = \vec{0}$, $\overrightarrow{x_2} \wedge \overrightarrow{x_0} = -\sin(\beta + \alpha) \overrightarrow{z_0}$, $\overrightarrow{x_3} \wedge \overrightarrow{z_0} = -\cos \varphi \overrightarrow{y_2}$.
4. $\overrightarrow{V(O_2, 2/0)} = l_1 \dot{\alpha} \overrightarrow{x_1}$, $\overrightarrow{V(O_3, 3/0)} = l_1 \dot{\alpha} \overrightarrow{x_1} + l_2(\dot{\alpha} + \dot{\beta}) \overrightarrow{x_2}$, $\overrightarrow{V(P, 3/0)} = l_1 \dot{\alpha} \overrightarrow{x_1} + l_2(\dot{\alpha} + \dot{\beta}) \overrightarrow{x_2} - R \sin \varphi (\dot{\alpha} + \dot{\beta}) \overrightarrow{y_2} - R \dot{\varphi} \overrightarrow{x_3}$.
5. $\dot{\alpha} = 0,84 \text{ rad/s}$, $\dot{\beta} = 0,94 \text{ rad/s}$, $\dot{\varphi} = -0,628 \text{ rad/s}$ et $\alpha(t) - \alpha(17) = \int_{17}^t \dot{\alpha} d\tau$.
6. $\alpha = 12,85 \text{ rad}$, $\beta = 6,39 \text{ rad}$, $\varphi = 12,43 \text{ rad}$.
7. $V_{x2} = l_1 \dot{\alpha} \cos \beta + l_2(\dot{\alpha} + \dot{\beta}) - R \dot{\varphi} \cos \varphi = 9,99 \text{ m/s}$,
 $V_{y2} = -l_1 \dot{\alpha} \sin \beta - R \sin \varphi (\dot{\alpha} + \dot{\beta}) = -0,28 \text{ m/s}$,
 $V_{z2} = R \dot{\varphi} \sin \varphi = -0,22 \text{ m/s}$.
8. $\overrightarrow{\Gamma(P, 3/0)} = l_1 \ddot{\alpha} \overrightarrow{x_1} + l_1 \dot{\alpha}^2 \overrightarrow{y_1} + l_2(\ddot{\alpha} + \ddot{\beta}) \overrightarrow{x_2} + l_2(\dot{\alpha} + \dot{\beta})^2 \overrightarrow{y_2} - 2R \dot{\varphi} \cos \varphi (\dot{\alpha} + \dot{\beta}) \overrightarrow{y_2} - R \sin \varphi (\ddot{\alpha} + \ddot{\beta}) \overrightarrow{y_2} + R \sin \varphi (\dot{\alpha} + \dot{\beta})^2 \overrightarrow{x_2} - R \ddot{\varphi} \overrightarrow{x_3} + R \dot{\varphi}^2 \overrightarrow{z_3}$.
9. $\overrightarrow{\Gamma(P, 3/0)} = l_1 \dot{\alpha}^2 \overrightarrow{y_1} + l_2(\dot{\alpha} + \dot{\beta})^2 \overrightarrow{y_2} - 2R \dot{\varphi} \cos \varphi (\dot{\alpha} + \dot{\beta}) \overrightarrow{y_2} + R \sin \varphi (\dot{\alpha} + \dot{\beta})^2 \overrightarrow{x_2} + R \dot{\varphi}^2 \overrightarrow{z_3}$.
10. $\left\| \overrightarrow{V(P, 3/0)} \right\| = 10 \text{ m/s}$
11. .
12. .