

## Colle

## Pompe à chaleur à compresseur Scroll

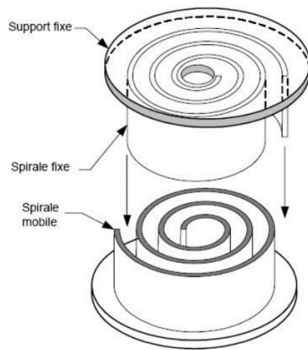
XENS – PSI – 2018

## Savoirs et compétences :

□ Mod2.C34 : chaînes de solides.

## Présentation

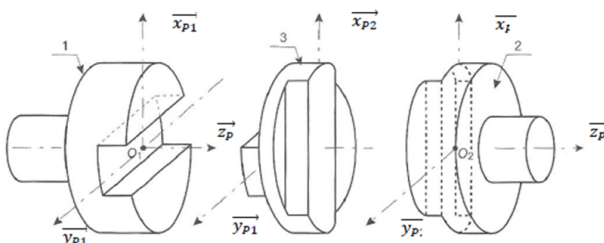
Le compresseur Scroll utilise deux spirales de géométrie identique emboîtées l'une dans l'autre. L'une des spirales est fixe tandis que la seconde est mobile et mise en mouvement grâce à un arbre muni d'un excentrique.



## Etude préliminaire d'un joint de Oldham

Le joint de Oldham est un accouplement utilisé en général entre 2 axes parallèles mais non-coaxiaux. La figure ci-après en donne les constituants de principe :

- un arbre d'entrée (noté 1) pouvant tourner autour de l'axe  $(O_1, \vec{z}_{p1})$  par rapport à un bâti ;
- un arbre de sortie (noté 2) pouvant tourner autour de l'axe  $(O_2, \vec{z}_{p2})$  par rapport à un bâti ;
- une pièce intermédiaire appelée en général « noix » ou « croix » (notée 3).

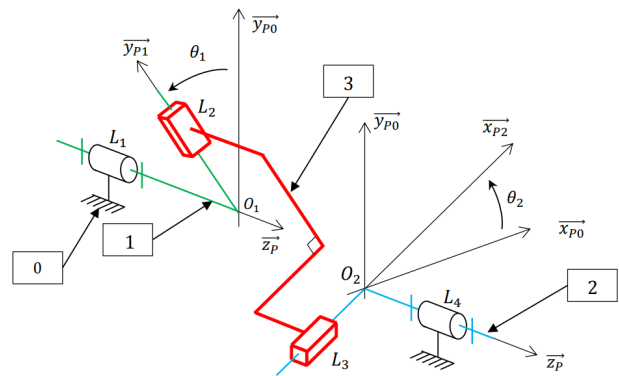


La transmission de la rotation de l'arbre 1 à l'arbre 2 est rendue possible par les caractéristiques des liaisons avec la noix 3 : il est nécessaire d'avoir deux glissières orthogonales au niveau de la noix. Ainsi, on retrouve :

- une glissière de direction  $\vec{y}_{p1}$  entre 1 et 3 ;
- une glissière de direction  $\vec{x}_{p2}$  entre 3 et 2.

Ces 2 glissières sont par construction constamment orthogonales.

La figure ci-après représente le paramétrage de ce même joint de Oldham avec  $\mathcal{B}_0(\vec{x}_{p0}, \vec{y}_{p0}, \vec{z}_{p0})$  la base fixe liée au bâti 0.



## Paramétrage :

- $\vec{O_1 O_2} = -e \vec{x}_{p0} + h \vec{z}_0$  ;
- $\vec{L_1 O_1} = l_1 \vec{z}_p$  ;
- $\vec{O_1 L_2} = \lambda_2 \vec{y}_{p1}$  ;
- $\vec{O_2 L_4} = l_2 \vec{z}_p$  ;
- $\vec{L_3 O_2} = \lambda_2 \vec{x}_{p2}$ .

Les liaisons entre le bâti 0 et les pièces 1 et 2 sont toutes deux des liaisons pivots d'axes respectifs  $(L_1, \vec{z}_p)$  et  $(L_4, \vec{z}_p)$ .

**Question 1** Représenter la figure plane de calcul reliant la base  $\mathcal{B}_1(\vec{x}_{p1}, \vec{y}_{p1}, \vec{z}_{p0})$  à la base  $\mathcal{B}_0$  ainsi que celle reliant la base  $\mathcal{B}_2(\vec{x}_{p2}, \vec{y}_{p2}, \vec{z}_{p0})$  à la base  $\mathcal{B}_0$ . Exprimer  $\vec{y}_{p1}$  et  $\vec{x}_{p2}$  dans la base  $\mathcal{B}_0$  en fonction respectivement de  $\theta_1$  et  $\theta_2$ .

**Question 2** Étant donnée l'orthogonalité entre  $\vec{y}_{p1}$  et  $\vec{x}_{p2}$ , montrer que  $\sin(\theta_2 - \theta_1) = 0$ .

**Question 3** Justifier, à partir du résultat précédent, que l'accouplement en rotation par joint de Oldham soit qualifié de « homocinétique en rotation », c'est-à-dire que le rapport de transmission entre la vitesse de rotation de 1 par rapport à 0,  $\omega_1$ , et celle de 2 par rapport à 0,  $\omega_2$ , est

constant dans le temps.

**Question 4** Calculer le degré d'hyperstatisme de ce modèle d'accouplement à partir des grandeurs cinématiques.

Afin de baisser l'hyperstatisme de l'accouplement, une version alternative est proposée en remplaçant les liaisons  $L_2$  et  $L_3$  par des liaisons pivot-glissant toujours d'axes respectifs  $(O_1, \vec{y}_{P1})$  et  $(O_2, \vec{x}_{P2})$ .

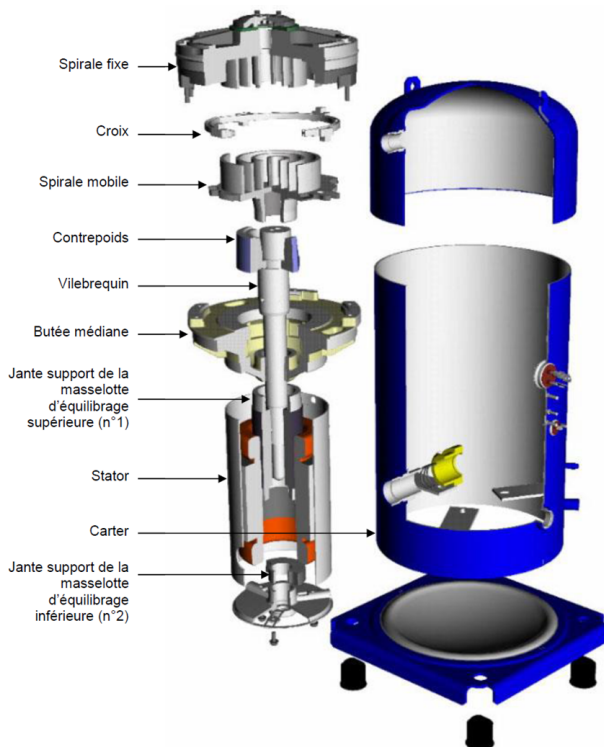
**Question 5** Vérifier, à partir d'une analyse basée sur les grandeurs statiques, que le degré d'hyperstatisme a bien diminué suite à cette modification.

**Question 6** Proposer une modification permettant de rendre le système isostatique en conservant sa fonctionnalité.

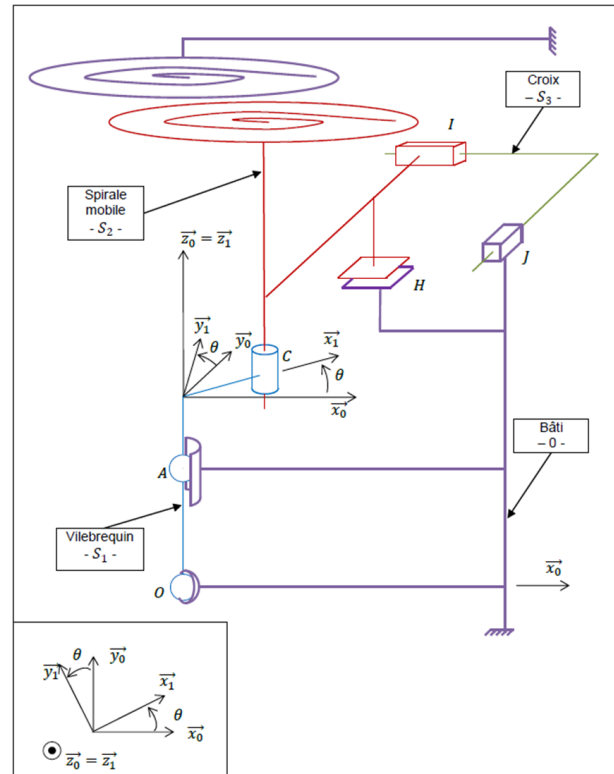
### Etude cinématique du compresseur Scroll complet

La vue éclatée présentée sur la figure suivante permet d'identifier les différents composants du compresseur :

- le bâti fixe composé du carter extérieur, du stator du moteur électrique, de la butée médiane et de la spirale fixe placée en partie haute;
- l'axe principal composé d'un vilebrequin, du rotor moteur, du contrepoids et de masselottes d'équilibrage;
- la spirale mobile;
- la croix.



Le schéma cinématique proposé reprend les éléments précédents en conservant les ensembles cinématiques. Les contacts entre les spirales fixe et mobile sont négligés dans cette modélisation.



#### Paramétrage :

- $\mathcal{R}_0(O; \vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$  est le repère associé au bâti 0;
- $\mathcal{R}_1(O; \vec{x}_1, \vec{y}_1, \vec{z}_1)$  est le repère associé au vilebrequin 1 :
  - la rotation de  $S_1$  par rapport à 0 est repérée par l'angle  $\theta = (\vec{x}_0, \vec{x}_1) = (\vec{y}_0, \vec{y}_1)$ ;
  - la vitesse de rotation est notée  $\omega = \dot{\theta} = 3600 \text{ tr/min}$ .

- $\vec{OA} = a \vec{z}_1$  avec  $a = 340 \text{ mm}$ ;

- $\vec{AC} = R_{\text{orb}} \vec{x}_1 + d \vec{z}_1$  avec  $R_{\text{orb}} = 8 \text{ mm}$  et  $d = 80 \text{ mm}$ .

Liaisons supposées parfaites :

- entre le vilebrequin  $S_1$  et le bâti 0 :
  - liaison rotule de centre O;
  - liaison linéaire annulaire de centre A et d'axe  $\vec{A z}_0$ ;
- entre le vilebrequin  $S_1$  et la spirale mobile  $S_2$  :
  - liaison pivot glissant d'axe  $(C, \vec{z}_0)$ ;
- entre la spirale mobile  $S_2$  et la croix  $S_3$  :
  - liaison glissière de direction  $\vec{x}_0$ ;
- entre la croix  $S_3$  et le bâti 0 :
  - liaison glissière de direction  $\vec{y}_0$ .

Liaison non parfaite :

- entre la spirale mobile  $S_2$  et le bâti 0 :
  - liaison appui-plan avec frottement de normale  $\vec{z}_0$ .

**Question 7** Tracer le graphe des liaisons du système tel que modélisé sur la Figure précédente en faisant apparaître chaque liaison avec ses caractéristiques.

**Question 8** Démontrer par le calcul que l'association des liaisons en O et en A entre le vilebrequin et le carter forme une liaison pivot d'axe  $(O, \vec{z}_1)$ .

**Question 9** Indiquer la valeur de l'indice de mobi-

lité du système dans cette modélisation à partir de l'analyse du schéma cinématique. Proposer une démarche qui, sans utiliser le degré d'hyperstatisme du système, permettrait de retrouver analytiquement cette valeur.

Il est intéressant de remarquer que la croix  $S_3$  réalise un accouplement de type joint de Oldham entre la spirale mobile  $S_2$  et le bâti 0.

**Question 10** Justifier alors que la vitesse de rotation de  $S_2$  par rapport à 0 est nulle.

**Question 11** Exprimer, dans la base  $\mathcal{B}_1$ , la vitesse instantanée du point C appartenant à  $S_2$  dans son mouvement par rapport à 0. Faire l'application numérique.

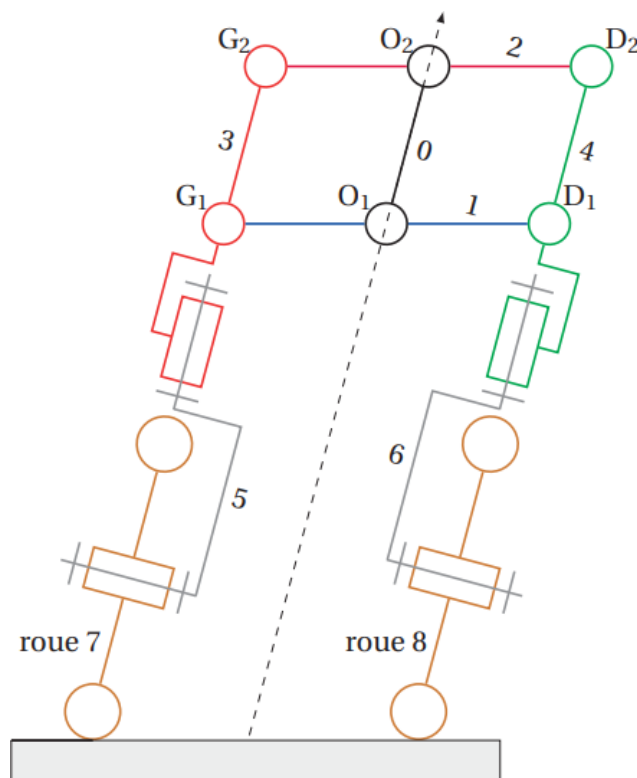
**Question 12** Dédurre des questions précédentes le type de mouvement de la spirale mobile  $S_2$  dans son déplacement par rapport à 0 ainsi que ses qualificatifs et caractéristiques.

## Exercice 1 – Scooter Piaggio\*

B2-16

Pas de corrigé pour cet exercice.

On s'intéresse au système direction du scooter Piaggio.



**Question 1** Réaliser le graphe de liaisons du système de direction. On considèrera le sol comme une classe d'équivalence.

**Question 2** Calculer le degré d'hyperstatisme.

**Question 3** Si le modèle est hyperstatique, modifier le modèle pour le rendre isostatique.

Corrigé voir 1.



## Colle

## Interface maître et esclave d'un robot

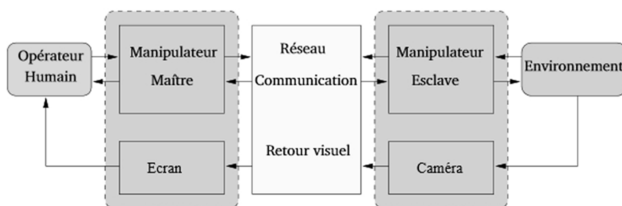
CCP PSI 2015

## Savoirs et compétences :

□ Mod2.C34 : chaînes de solides.

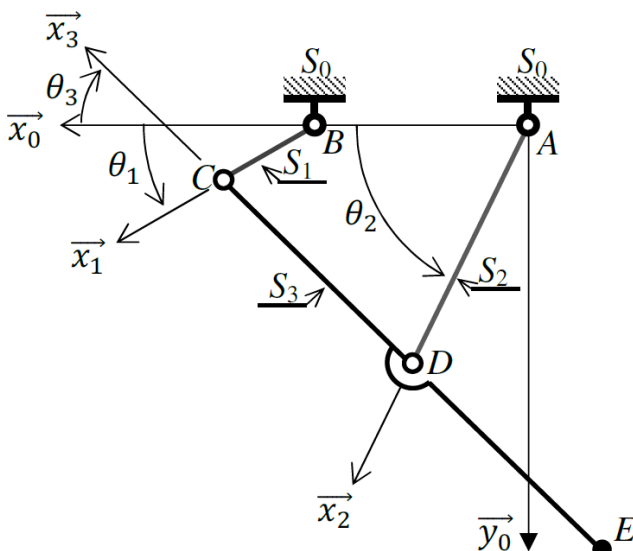
## Mise en situation

La téléopération consiste à mettre en relation deux manipulateurs appelés communément maître et esclave. Le manipulateur maître permet au chirurgien de donner sa consigne de déplacement à l'aide d'un levier de commande tandis que l'esclave l'exécute au contact de l'environnement (l'organe à opérer). Les deux sous-systèmes échangent des informations de déplacement et d'effort au travers d'un ou plusieurs canaux de communication. Un retour visuel est également mis en place en parallèle à ce dispositif.

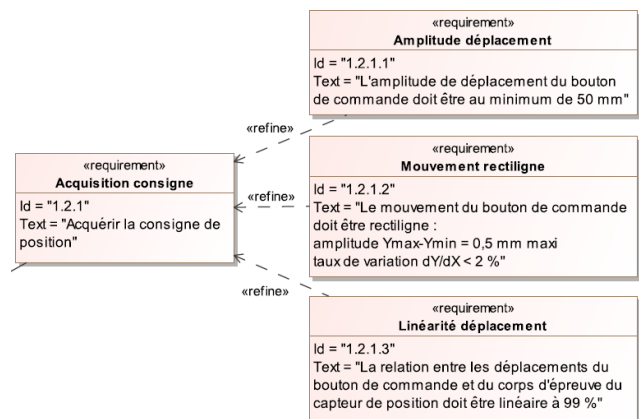


## Modélisation de l'interface maître

Ce mécanisme est constitué de 4 barres reliées par des liaisons pivots.



**Objectif** Vérifier que les exigences « Amplitude déplacement » (id 1.2.1.1), « Mouvement rectiligne » (id 1.2.1.2), « Linéarité déplacement » (id 1.2.1.3) peuvent être satisfaites par le mécanisme de HOEKEN.

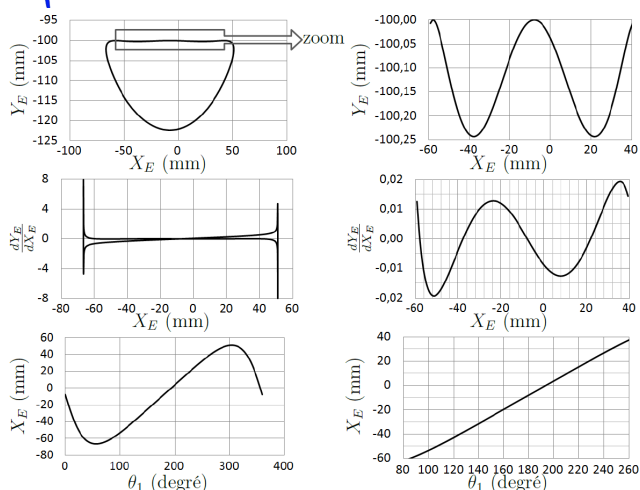


- Solide  $S_0$ , repère  $\mathcal{R}_0(A; \vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$ ,  $\vec{AB} = L_0 \vec{x}_0$  avec  $L_0 = 50 \text{ mm}$ .
- Solide  $S_1$ , repère  $\mathcal{R}_1(B; \vec{x}_1, \vec{y}_1, \vec{z}_0)$ ,  $\vec{BC} = L_1 \vec{x}_1$  avec  $L_1 = 25 \text{ mm}$ ,  $\theta_1 = (\vec{x}_0, \vec{x}_1) = (\vec{y}_0, \vec{y}_1)$ .
- Solide  $S_2$ , repère  $\mathcal{R}_2(C; \vec{x}_2, \vec{y}_2, \vec{z}_0)$ ,  $\vec{AD} = L_2 \vec{x}_2$  avec  $L_2 = 62,5 \text{ mm}$ ,  $\theta_2 = (\vec{x}_0, \vec{x}_2) = (\vec{y}_0, \vec{y}_2)$ .
- Solide  $S_3$ , repère  $\mathcal{R}_3(D; \vec{x}_3, \vec{y}_3, \vec{z}_0)$ ,  $\vec{ED} = \vec{DC} = L_2 \vec{x}_3$  avec  $\theta_3 = (\vec{x}_0, \vec{x}_3) = (\vec{y}_0, \vec{y}_3)$ .

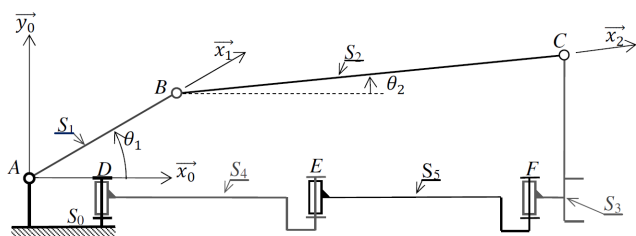
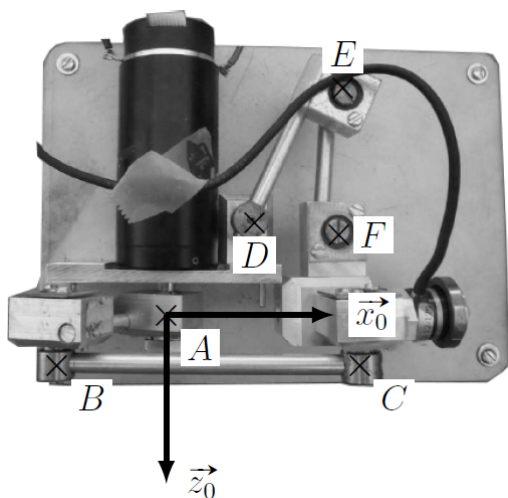
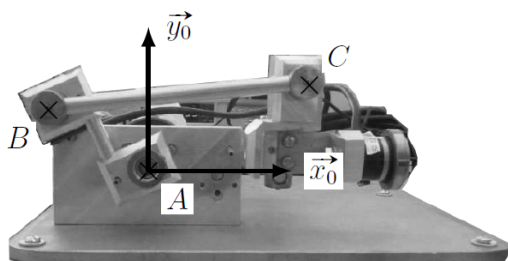
**Question 1** Donner une relation algébrique reliant les paramètres  $L_0, L_1, L_2, \theta_1$  et  $\theta_3$ .

**Question 2** De même, exprimer le vecteur position du point E ( $\vec{AE}$ ) dans la base du repère  $\mathcal{R}_0$  en fonction de  $L_0, L_1, L_2, \theta_1$  et  $\theta_3$ .

La résolution analytique du système d'équations permettant d'obtenir le déplacement du point E en fonction de l'angle de rotation  $\theta_1$  du moteur et des différentes longueurs du mécanisme n'étant pas triviale, seuls les résultats d'une simulation numérique seront analysés.



## Modélisation de l'interface esclave



Solide	Repère associé	Paramètres géométriques	Paramètres dynamiques
S <sub>0</sub> (bâti)	$\mathcal{R}_0(A, \vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$		
S <sub>1</sub> (barre AB + rotor moteur)	$\mathcal{R}_1(A, \vec{x}_1, \vec{y}_1, \vec{z}_0)$	$\vec{AB} = L_1 \vec{x}_1$ avec $L_1 = 35 \text{ mm}$ $\theta_1 = (\vec{x}_0, \vec{x}_1) = (\vec{y}_0, \vec{y}_1)$	Inertie équivalente ramenée à l'axe $(A, \vec{z}_0)$ : $I_1 = 5,7 \times 10^{-5} \text{ kg} \cdot \text{m}^2$ Frottement fluide entre rotor et stator : $f_v = 1,6 \times 10^{-3} \text{ N} \cdot \text{m} \cdot \text{s}$ Masse négligée
S <sub>2</sub> (barre BC)	$\mathcal{R}_2(B, \vec{x}_2, \vec{y}_2, \vec{z}_0)$	$\vec{BC} = L_2 \vec{x}_2$ avec $L_2 = 80 \text{ mm}$ $\theta_2 = (\vec{x}_0, \vec{x}_2) = (\vec{y}_0, \vec{y}_2)$	Masse et inertie négligées
S <sub>3</sub> (organe terminal)	$\mathcal{R}_3(C, \vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$	$\vec{AC} = L_3 \cdot \vec{y}_0 + x_s(t) \cdot \vec{x}_0$ avec $L_3 = 25 \text{ mm}$	Masse : $M_3 = 0,1 \text{ kg}$
S <sub>4</sub> (barre DE)			Masse et inertie négligées
S <sub>5</sub> (barre EF)			Masse et inertie négligées

**Objectif** Modéliser le comportement dynamique de l'interface esclave de façon à évaluer son comportement au sein d'une boucle d'asservissement.

On note  $\{\mathcal{T}(\text{mot} \rightarrow S_1)\} = \left\{ \begin{matrix} \vec{0} \\ C_m \vec{z} \end{matrix} \right\}_{\forall P}$  l'expression, dans la base  $\mathcal{B}_0$  du torseur de l'action mécanique exercée par le moteur sur le solide  $S_1$  et l'accélération de la pesanteur sera représentée par le vecteur  $\vec{g} = -g \vec{y}_0$ .

**Question 3** Tracer le graphe des liaisons du dispositif esclave. Préciser les actions mécaniques extérieures. Donner le degré d'hyperstatisme de la modélisation de ce mécanisme.

**Question 4** Proposer une modification simple pour le rendre isostatique.

**Question 5** Montrer que le mouvement de  $S_3/S_0$  ne peut être qu'une translation de direction  $\vec{x}_0$ .

**Question 6** En utilisant le théorème de l'énergie cinétique, déterminer l'équation de mouvement liant les paramètres  $C_m, \theta_1, \dot{\theta}_1, \dot{x}_s, \ddot{x}_s, f_v, M_3$  et  $I_1$ .

**Question 7** La relation géométrique liant les paramètres  $x_s$  et  $\theta_1$  n'étant pas triviale, on propose de la linéariser autour du point de fonctionnement par l'expression  $\theta_1(t) \simeq \alpha x_s(t)$  avec  $\alpha = -30 \text{ m}^{-1}$ . En déduire l'équation différentielle liant les paramètres  $C_m, \dot{x}_s, \ddot{x}_s, f_v, M_3, I_1$  et  $\alpha$ .

**Question 8** Donner, dans les conditions d'Heaviside et sous forme canonique, la fonction de transfert modélisant le comportement dynamique du manipulateur esclave :  $H(p) = \frac{X_s(p)}{C_m(p)}$  sachant que  $X_s(p) = \mathcal{L}[x_s(t)]$  et  $C_m(p) = \mathcal{L}[c_m(t)]$ . Faire l'application numérique.

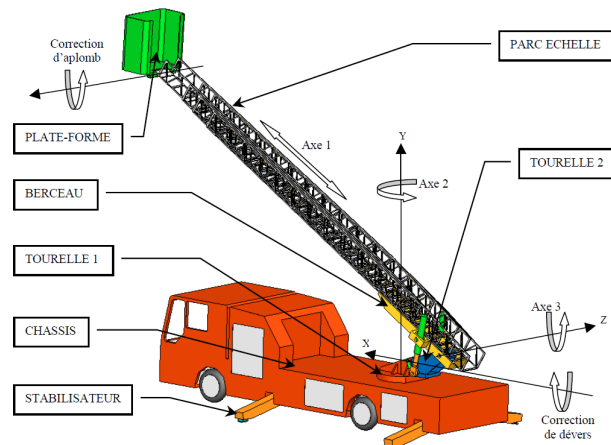


## Exercice 2 – Système EPAS \*

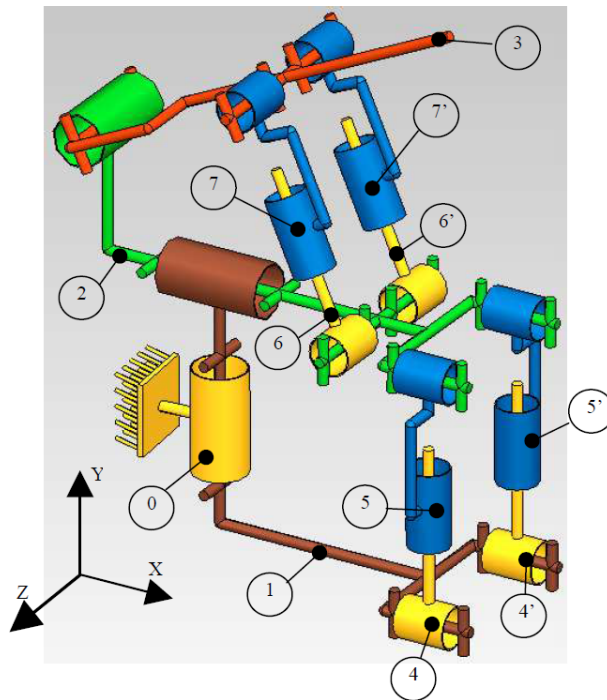
B2-16

Pas de corrigé pour cet exercice.

On s'intéresse à l'échelle pivotante équipant un camion de pompier.



On donne un schéma cinématique du système de manœuvre du parc échelle.



**Question 1** Réaliser le graphe des liaisons.

**Question 2** Déterminer le degré d'hyperstatisme de ce mécanisme.

**Question 3** Proposer des modifications qui permettraient de le rendre isostatique.

Corrigé voir 2.





## Colle

## Conception de la commande d'un robot chirurgical

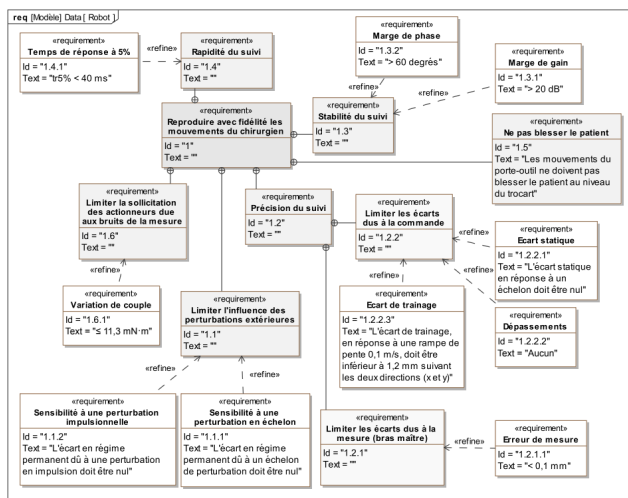
CCS PSI 2015

## Savoirs et compétences :

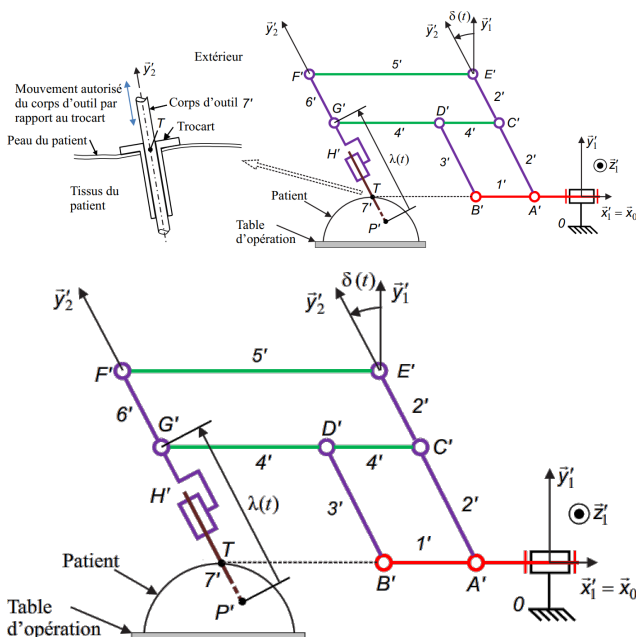
Mod2.C34 : chaînes de solides.

On s'intéresse au bras esclave d'un robot chirurgical.

**Objectif** Justifier la structure du bras esclave par rapport au cahier des charges.



On donne le schéma cinématique partiel du bras esclave.



## Paramétrage et hypothèses

Solide	Caractéristiques	Situation géométrique/commentaires
1'	$A'B' = -h_1 \vec{x}_0$	repère attaché : $R_1'(A', \vec{x}_0, \vec{y}_1', \vec{z}_1')$ paramètres d'orientation : $\varphi(t) = (\vec{y}_0, \vec{y}_1') = (\vec{z}_0, \vec{z}_1')$
2'		repère attaché : $R_2'(A', \vec{x}_2', \vec{y}_2', \vec{z}_1')$ paramètres d'orientation : $\delta(t) = (\vec{x}_1', \vec{x}_2') = (\vec{y}_1', \vec{y}_2')$
3'	$B'D' = h_2 \vec{y}_2'$	
4'	$D'G' = -h_4 \vec{x}_0$	
7'	$H'P' = -l_0 \vec{y}_2'$ $G'P' = -\lambda(t) \vec{y}_2'$	repère attaché : $R_7'(H', \vec{x}_7', \vec{y}_2', \vec{z}_1')$ paramètres d'orientation : $\gamma(t) = (\vec{x}_2', \vec{x}_7') = (\vec{z}_2', \vec{z}_7')$
8'		masse et inertie du motoréducteur (2) négligées inertie autour de l'axe de rotation du moteur négligée rapport de réduction (ou de transmission) : $k_2$ tel que $ k_2  < 1$ rayon : $r_s$

$$F'E' = G'C'; F'G' = E'C'; D'B' = C'A'; D'C' = B'A'.$$

Le point  $T$  est situé à l'intersection des axes  $(A', \vec{x}_0)$  et  $(P', \vec{y}_2')$ . Le vecteur vitesse du point  $T$  de  $7'$  par rapport à  $0$ , noté  $\vec{V}(T, 7'/0)$ , doit être colinéaire à  $\vec{y}_2'$ .

**Question 1** Tracer le graphe de liaison.

**Question 2** En s'appuyant sur le schéma cinématique, calculer  $\vec{V}(P, 7'/0)$  par dérivation du vecteur position.

**Question 3** Exprimer  $\vec{V}(T, 7'/0)$  dans la base  $(\vec{x}_2', \vec{y}_2', \vec{z}_2')$  en fonction des données de l'énoncé. Il est conseillé d'utiliser la relation de Varignon en passant par le point  $P'$ .

**Question 4** Exprimer le torseur cinématique de  $7'/0$  réduit en  $T$ , par ses composantes dans la base  $(\vec{x}_2', \vec{y}_2', \vec{z}_2')$  et donner la liaison équivalente entre  $7'$  et  $0$  au point  $T$ .

**Question 5** Quelle exigence du cahier des charges (document réponse) justifie cette structure? Expliquer sans calcul.

**Question 6** Mettre à jour le graphe de liaisons et donner le degré d'hyperstatisme du modèle. Vous utiliserez la méthode statique et la méthode cinématique.

**Question 7** Quel peut être l'avantage de disposer d'un système hyperstatique?

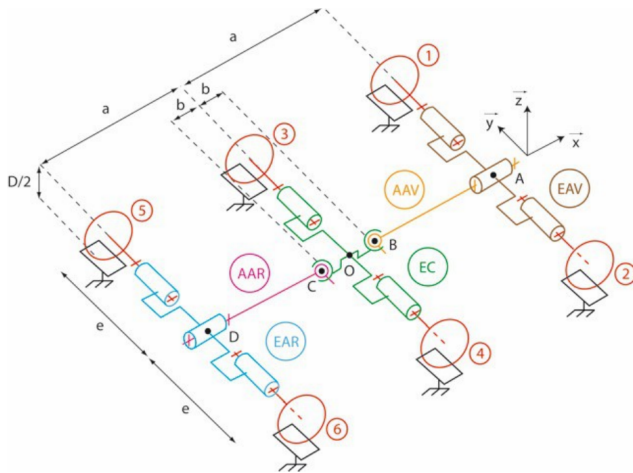
**Question 8** En conservant l'architecture du mécanisme, proposer des modifications de liaisons permettant de rendre le modèle isostatique.

### Exercice 3 – Robovolc★

B2-16

Pas de corrigé pour cet exercice.

On s'intéresse au Robovolc, une plateforme exploratrice de volcans.



**Question 1** Réaliser le graphe de liaisons.

**Question 2** Calculer le degré d'hyperstatisme.

**Question 3** Si le modèle est hyperstatique, modifier le modèle pour le rendre isostatique.

Corrigé voir ??.