

## Modéliser le comportement linéaire et non linéaire des systèmes multiphysiques

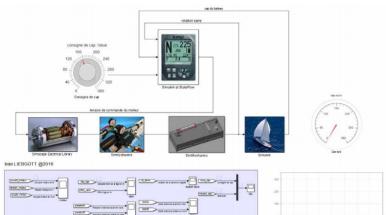
Sciences  
Industrielles de  
l'Ingénieur

### Cours

#### Chapitre 1 Modélisation multiphysique

Savoirs et compétences :

- Mod2.C1 : Chaîne d'énergie et d'information
- Mod2.C8 : Linéarisation des systèmes non linéaires
- Mod3.C1 : Point de fonctionnement : non-linéarités (hystérésis, saturation, seuil)



Modèle du pilote hydraulique avec pilotage interactif.

<b>1</b>	<b>Introduction</b>	<b>2</b>
1.1	Qu'est-ce qu'un système multiphysique . . . . .	2
1.2	Pourquoi modéliser des systèmes ? . . . . .	2
<b>2</b>	<b>Modélisation des systèmes multiphysiques</b>	<b>3</b>
2.1	Modélisation causale et acausale . . . . .	3
2.2	Les différents modèles et outils . . . . .	3
2.3	Résolution – Avantage et Inconvénients . . . . .	4
<b>3</b>	<b>Modélisation des systèmes physiques</b>	<b>4</b>
3.1	Modélisation des systèmes mécaniques . . . . .	4
3.2	Modélisation des systèmes électriques . . . . .	6
3.3	Modélisation des systèmes thermiques, pneumatiques et hydrauliques . . . . .	6
<b>4</b>	<b>Modélisation des non-linéarités</b>	<b>6</b>
4.1	Linéarisation . . . . .	6
4.2	Saturation . . . . .	7
4.3	Seuil . . . . .	7
4.4	Hystérésis . . . . .	8
<b>5</b>	<b>Modélisation des systèmes numériques</b>	<b>8</b>

# 1 Introduction

## 1.1 Qu'est-ce qu'un système multiphysique

Pour comprendre le fonctionnement des systèmes qui nous entourent, il est souvent nécessaire de maîtriser un voire plusieurs domaines de la physique. En effet, le winch utilisé dans le laboratoire a un fonctionnement essentiellement mécanique. En revanche, le simulateur de drone *D<sup>2</sup>C* est composé d'une partie mécanique (rotation du banc et des hélices) une partie électrotechnique (moteurs) une partie électronique (commande des moteurs) une partie informatique (gestion de la commande et des informations).

Pour modéliser un système, plusieurs outils peuvent être nécessaires. Lorsqu'un outil est associé à un champ de la physique, on peut parler de modèle « mono physique » :

- pour modéliser la géométrie d'un système ou le comportement d'un mécanisme, on peut faire appel à SolidWorks par exemple;
- pour modéliser la partie électrique d'un système il est possible d'utiliser un logiciel comme PSpice;
- pour programmer une interface graphique d'un logiciel, il est possible d'utiliser Python...

En revanche, lorsqu'on veut que tous ces domaines communiquent, il faut une plate forme commune permettant l'échange entre les modèles. On parle alors de modélisation multiphysique. Il est possible d'utiliser des logiciels comme Scilab (Xcos – Modelica) ou Matlab (Simulink – Simscape).

## 1.2 Pourquoi modéliser des systèmes ?

Dans l'industrie, les modèles sont indispensables. Ils permettent d'avoir un modèle numérique, image du produit que l'on cherche à réaliser ou que l'on a déjà. L'image doit être aussi fidèle à la réalité que possible. On a vu que ce modèle peut-être « monophysique » ou « multiphysique ».

L'objectif du modèle est de se substituer au produit réel. Les simulations réalisées sur le modèle ont pour objectif de remplacer des expérimentations sur le produits, considérées comme coûteuse en temps et en argent.

Il est possible de recenser les avantages et inconvénients liés à la simulation des modèles [1].

- |   |   |
|---|---|
| <ul style="list-style-type: none"><li>✓ Pouvoir prévoir le comportement du système réel alors qu'il n'existe pas encore lors de la phase de conception;</li><li>✓ permettre la prévision de phénomènes (en météorologie par exemple);</li><li>✓ éviter ou limiter le recours aux expérimentations réelles qui peuvent être très coûteuses ou très dangereuses, voire proscrites (essais nucléaires militaires) ou impossibles dans l'état actuel des connaissances et des moyens (projet ITER);</li><li>✓ quand l'échelle de temps des phénomènes dans le système réel ne permet pas une expérience « en une durée raisonnable » pour effectuer des observations ou des mesures. (premiers instants de l'univers (<math>t &lt; 10^{-6}</math>s) ou l'évolution des galaxies (<math>t &gt; 10^6</math> années));</li><li>✓ « observer » ou représenter des variables inaccessibles à l'expérience ou la mesure;</li><li>✓ les manipulations sont faciles sur un modèle. Elles peuvent être répétées, voire itérées automatiquement pour apprécier de très nombreuses situations;</li><li>✓ le droit à l'erreur, sans risque;</li><li>✓ la possibilité de supprimer des phénomènes perturbateurs ou des effets secondaires.</li></ul> | <ul style="list-style-type: none"><li>✗ Avoir une confiance aveugle dans les simulations et ses résultats : des erreurs liées aux modèles ou aux calculs peuvent ne pas être perçues immédiatement;</li><li>✗ « oublier » les conditions de la simulation et les hypothèses formulées pour établir le modèle et surtout dans le cas des systèmes complexes;</li><li>✗ « inverser » la réalité et « forcer » le réel à intégrer les contraintes du modèle;</li><li>✗ oublier le niveau de précision des résultats provenant du modèle.</li></ul> |
|---|---|

## 2 Modélisation des systèmes multiphysiques

### 2.1 Modélisation causale et acausale

Lorsque le fonctionnement d'un système est régit par une équation différentielle, dont l'ordre de dérivation de la sortie est supérieur à l'ordre de dérivation de l'entrée, la sortie est une conséquence de l'entrée. En passant l'équation dans le domaine de Laplace puis en la traduisant sous forme de schéma bloc, on obtient alors un bloc **orienté** traduisant ainsi la relation de cause à effet entre l'entrée et la sortie.

On parle ici de modélisation **causale**.

Les liens entre les blocs représentent une grandeur physique (courant, tension, position, vitesse etc.).

En modélisation acausale, les entrées et sorties ne sont pas spécifiées. Les liens entre entrées et sorties sont définis de manière implicite. Lorsqu'on visualise la traduction graphique d'un modèle acausal, les liens ne sont pas orientés (les blocs sont « réversibles »). Les blocs sont traversés par des flux d'énergie d'un même domaine physique.

Dans Matlab – Simulink, on parle de grandeurs potentielles (across) et de grandeur traversante (through) :

- une variable potentielle est mesurée par un instrument en parallèle avec la chaîne d'énergie;
- une variable traversante est mesurée par un instrument en série avec la chaîne d'énergie.

Dans Scilab – Coselica, (langage Modelica), on parle de variables potentielles et flux.

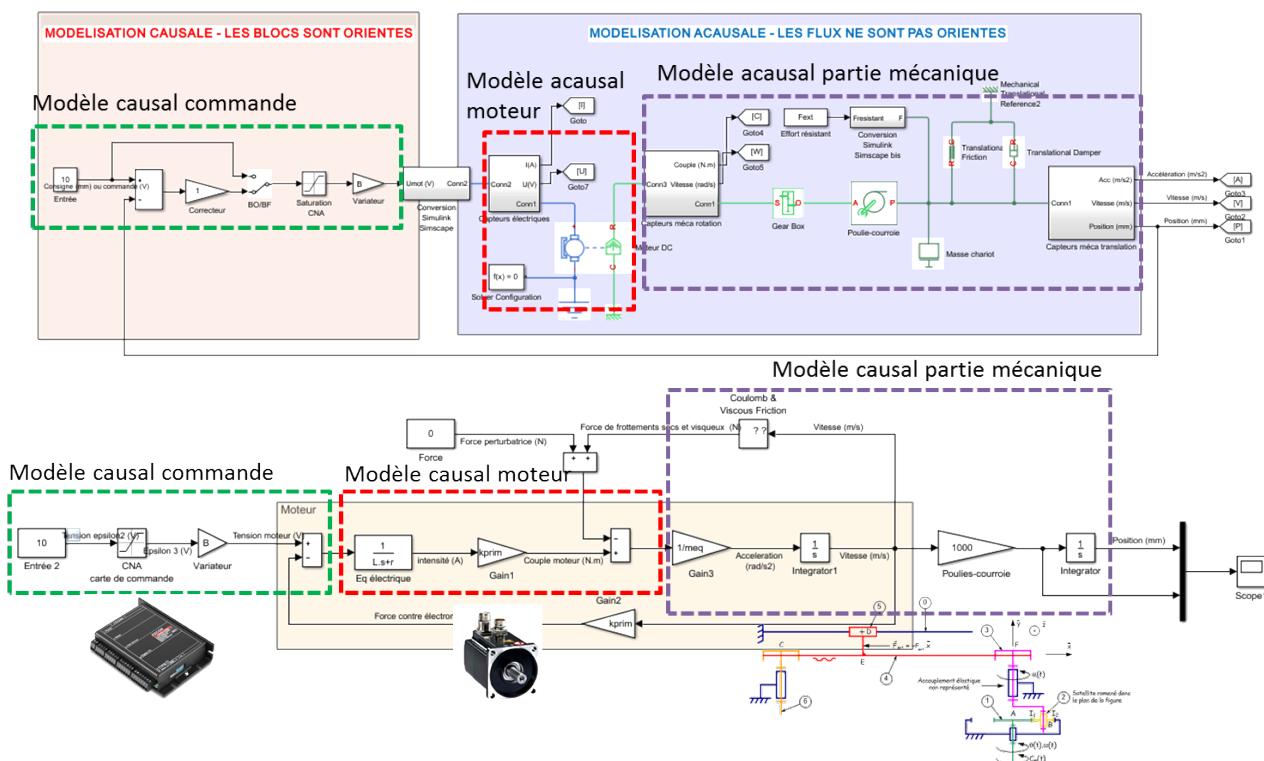
- variables potentielles : les variables qui sont reliées au même port sont égales;
- variables flux : les variables qui aboutissent au même port ont pour somme 0.

Domaine physique	Variables « across »	Variables « through »
Électrique	Tension (V)	Courant (A)
Hydraulique	Pression (Pa)	Débit ( $m^3 s^{-1}$ )
Mécanique de translation	Vitesse linéaire ( $m s^{-1}$ )	Force (N)
Mécanique de rotation	Vitesse angulaire( $rad s^{-1}$ )	Moment (Nm)
Thermique	Température (K)	Flux thermique et flux d'entropie

Modélisation acausale dans Matlab – Simulink – Simscape : variables « across » et « through ».

### 2.2 Les différents modèles et outils

La figure ci-dessous présente un modèle causal et un modèle acausal du système de laboratoire « Control'X »en utilisant le logiciel Matlab-Simulink.



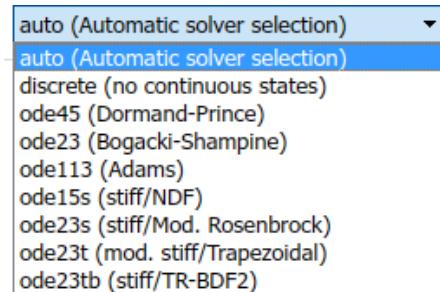
Visuellement on constate que sur le modèle causal, les composants du système apparaissent. Ainsi, sans connaître les lois de comportements des composants, il est possible de réaliser le modèle multiphysique d'un système.

En modélisation acausal, on utilise une représentation par schéma-blocs. Il est ici indispensable de connaître les modèles de connaissance ou de comportement des composants pour réaliser le modèle.

## 2.3 Résolution – Avantage et Inconvénients

Que ce soient des modèles causaux ou acausal, Matlab a recours à des solveurs pour simuler le comportement des systèmes. En effet, des équations différentielles, linéaires ou non, sont « cachées » derrière les blocs.

Par défaut, nous laisserons un choix automatique du solveur. Cependant, certains modèles imposeront (via un message d'erreur) le changement de ce solveur. Par ailleurs le pas de simulation devra être changé dans certain cas, dans le but d'améliorer la précision des résultats.



! Attention, il est à noter qu'il peut être difficile de réaliser de diagramme de Bode en utilisant un modèle acausal. Ceci peut être un handicap en phase de conception d'un système car il devient plus délicat de déterminer les résonances du système.

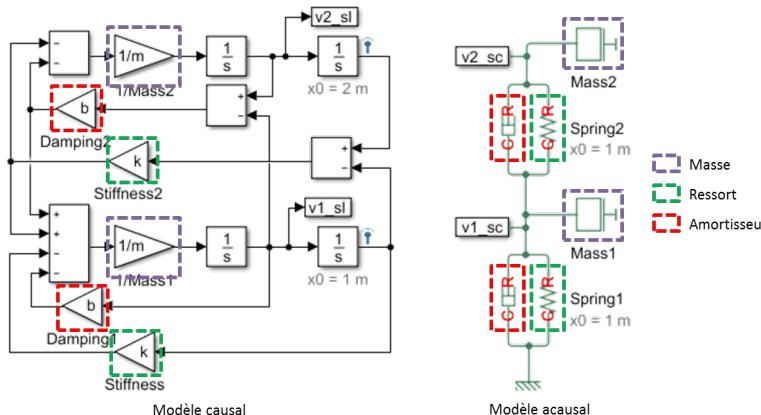
## 3 Modélisation des systèmes physiques

On utilisera ici Matlab – Simulink. Certains modèles sont aussi transposables avec Scilab – Xcos.

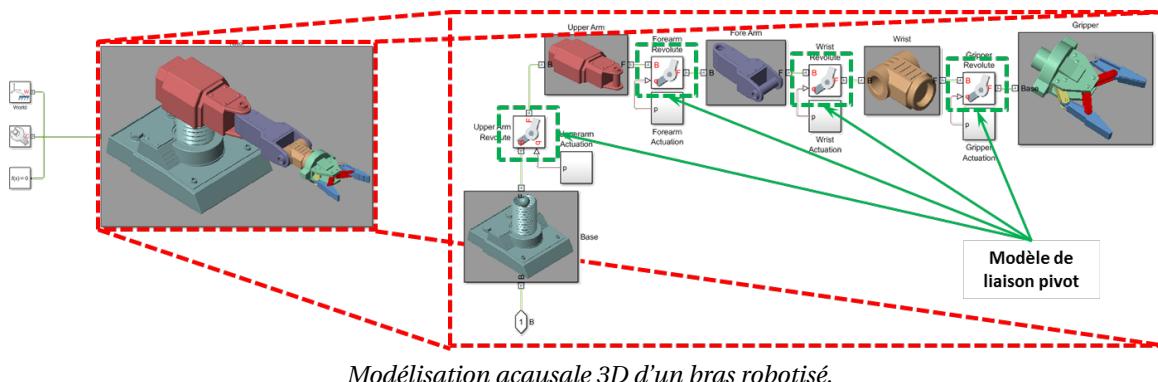
### 3.1 Modélisation des systèmes mécaniques

#### 3.1.1 Introduction

Deux modes de modélisation des systèmes mécanique est disponible : une modélisation 1D (mouvement de translation suivant une seule direction, mouvement de rotation autour d'un axe fixe) ou une modélisation 3D. La modélisation 1D est possible directement dans Matlab. Pour la modélisation 3D, il est plus aisé d'utiliser SolidWorks.

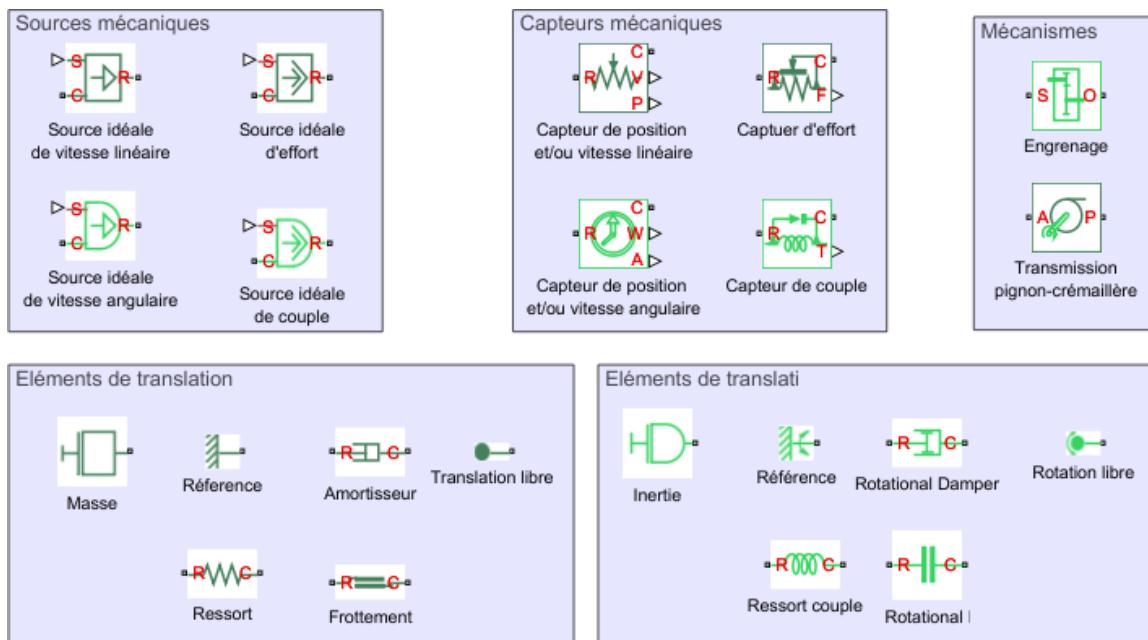


Modélisation causale et acausale d'un système avec deux systèmes « masse – ressort – amortisseur » en série.

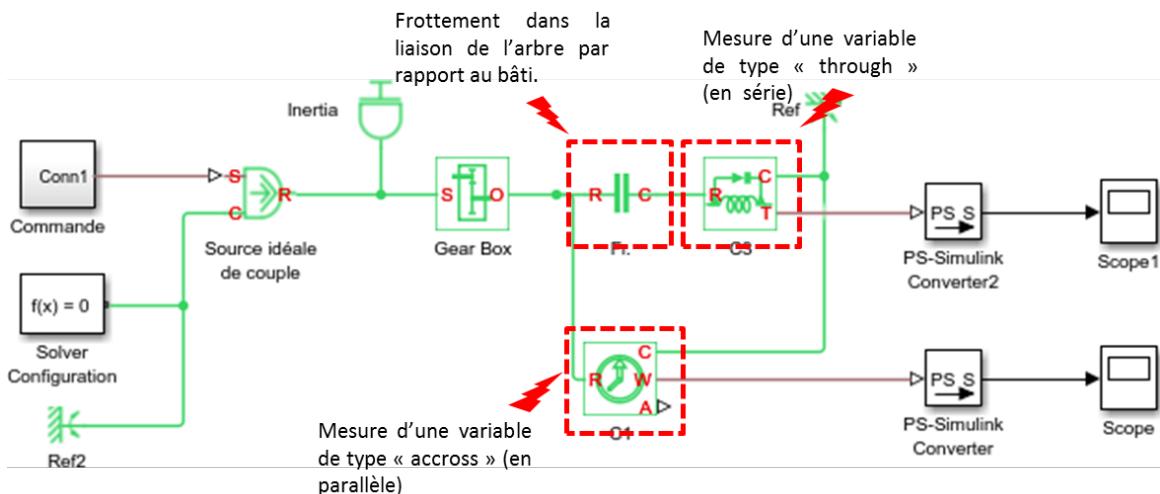


### 3.1.2 Blocs communément utilisés en modélisation multiphysique.

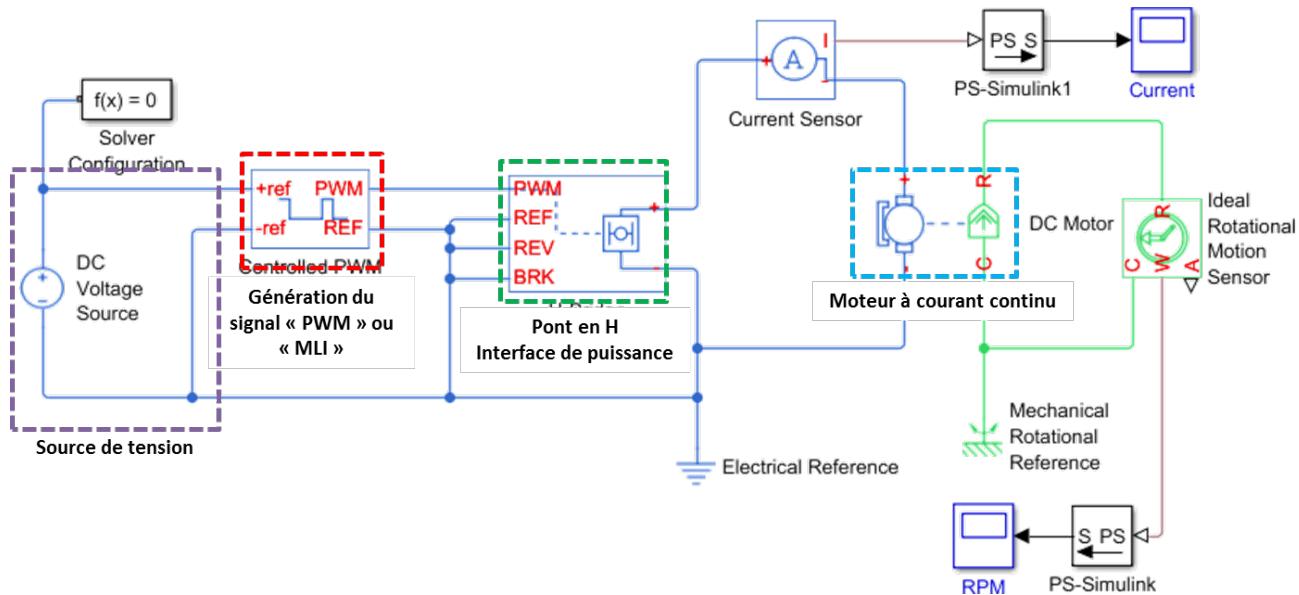
Les éléments communément utilisés sont donnés dans la figure suivante.



La figure suivante illustre une transmission mécanique modélisée en utilisant Simulink. On notera le positionnement des capteurs pour mesurer des variables accross ou through, ainsi que le positionnement du bloc permettant de modéliser les frottements.



### 3.2 Modélisation des systèmes électriques



Modélisation acausale de la commande d'un moteur à courant continu.

### 3.3 Modélisation des systèmes thermiques, pneumatiques et hydrauliques

En cas de besoin, des exemples complémentaires sont disponibles en utilisant Matlab – Simulink.

## 4 Modélisation des non-linéarités

Même si on cherche à modéliser les blocs d'un système par des équations linéaires (à coefficients constants), il est très fréquent de rencontrer des systèmes (notamment mécaniques) qui n'obéissent pas des lois linéaires (par exemple, le comportement du Maxpid est non linéaire : suivant la plage de fonctionnement – entre 0 et 5° ou entre 85 et 90° – un tour de moteur ne correspond pas au même mouvement angulaire du bras).

Deux solutions s'offrent alors à nous : linéariser le fonctionnement ou modéliser la non linéarité. Les modèles causaux sont par essence linéaire. Cependant, il est possible d'intégrer des non-linéarités modélisables relativement simplement (seuil, saturation, hystérésis). Il est en revanche plus délicat de modéliser les non linéarités géométriques des mécanismes. En revanche dans les modèles acausal, la passerelle entre SolidWorks et Matlab, permet par exemple de modéliser des systèmes mécaniques non linéaires.

**Attention : l'analyse fréquentielle d'un système non linéaire n'a pas (peu?) de sens, même s'il est possible d'effectuer un diagramme de Bode, notamment avec Matlab...**

### 4.1 Linéarisation

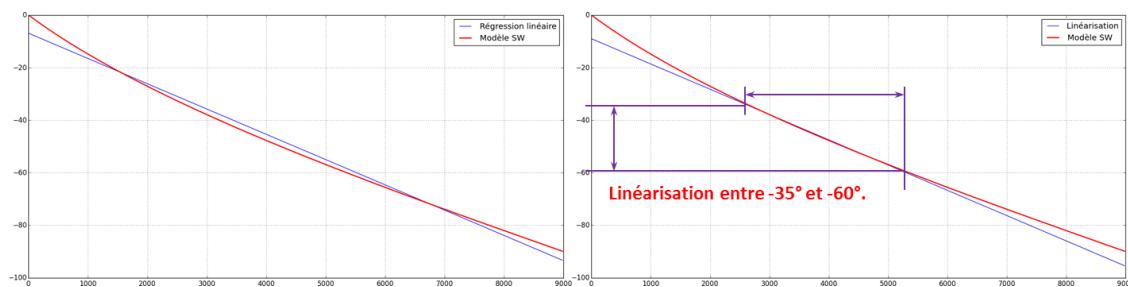
Lorsqu'un système est non linéaire, il peut être possible de le linéariser. Cela signifie que **localement** (sur un certain intervalle) on approche le comportement du système par une droite. On conséquence, on conserve la validité de notre modélisation de type SLCI. Cependant, il faut faire attention à la zone de validité du modèle : si le comportement du système est fortement linéaire la linéarisation ne sera valable que dans une certaine zone.

#### ■ Exemple Loi entrée sortie du Maxpid

Le comportement mécanique du Maxpid n'est pas linéaire. Si on désire modéliser ce comportement sur un système causal, il est impératif d'utiliser une loi linéaire.

Dans le premier cas, on modélise le comportement en utilisant une régression linéaire. Ce modèle génère des erreurs, mais il est « utilisable » sur toute la plage de fonctionnement.

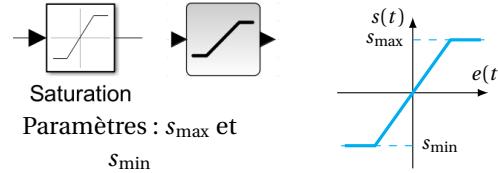
Il est aussi possible, dans un second cas, de linéariser le système autour d'un point de fonctionnement. Ainsi, le modèle sera plus fidèle à la réalité autour de ce point de fonctionnement. Par contre, les écarts s'accroissent en s'éloignant du point de fonctionnement.



## 4.2 Saturation

Même si vous l'avez peut-être peu remarqué, les saturations sont omniprésentes sur les systèmes réels. Les principales sources de saturation sont des saturations en tension ou des saturations en courant.

En régime saturé, au delà d'une certaine valeur d'entrée, le signal de sortie du bloc reste identique et égal à la valeur de saturation.



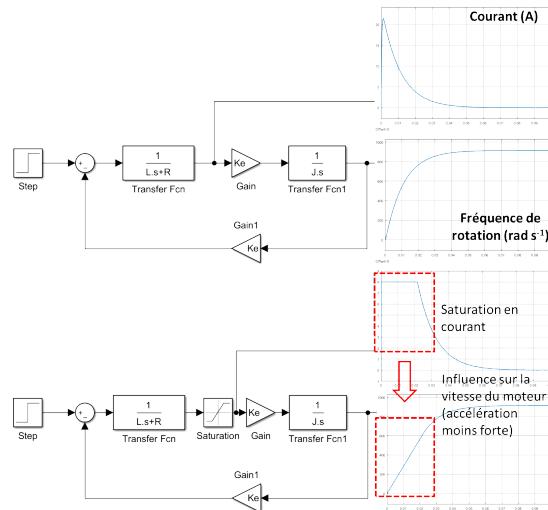
Tout d'abord, dans les systèmes asservis et corrigés, le correcteur permet souvent une amplification de la consigne. Par exemple, un correcteur proportionnel de valeur 5 dans la boucle ouverte permet de multiplier par 5 la tension de commande. Celle-ci peut alors être supérieure à la tension que la source peut fournir.

De même, suivant la charge agissant sur un système (charge électrique ou mécanique), le courant nécessaire à un déplacement peut devenir très important, notamment en phase transitoire. Un pic de courant peut avoir pour effet de détériorer des composants.

### ■ Exemple

Prenons par exemple le cas du moteur à continu du Maxpid dont la modélisation est (ou devrait être) bien connue. Sollicitons le moteur par un échelon de tension et observons les signaux que nous ne regardons peut être pas toujours, par exemple le courant. Au démarrage du moteur, si on néglige la bobine et qu'on néglige l'existence d'une tension dans la boucle de retour, le courant initial est de l'ordre de  $\frac{U}{R} \simeq \frac{48}{2} = 24A$ . Pour certains systèmes ce courant peut détériorer des composants. Afin de limiter le courant, des saturateurs permettant d'éviter de dépasser certaines intensités.

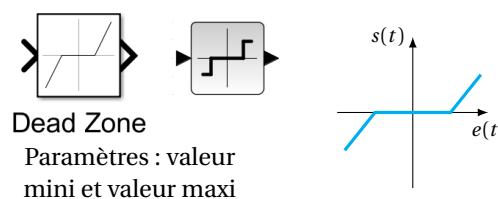
La conséquence peut ici être un ralentissement du système. En effet, le courant « plafonnant », l'accélération n'est pas aussi forte qu'on l'attendrait. En conséquence, le système est moins rapide.



## 4.3 Seuil

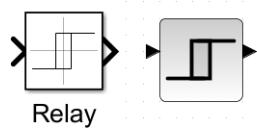
Les seuils (ou bandes mortes – dead band) permettent de modéliser un comportement non linéaire pour lequel la sortie reste nulle quand l'entrée varie dans un certain intervalle.

Dans le cas d'une modélisation causale, on peut utiliser le seuil pour modéliser le frottement sec. En effet, dans le cas d'un système piloté par un moteur à courant continu, une petite tension ne suffit pas à actionner le système. Il faut vaincre les frottements secs. Le seuil permet de modéliser ce comportement.

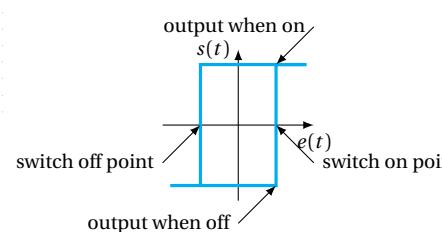


#### 4.4 Hystérésis

Les hystérésis (Relay) permettent de modéliser un comportement non linéaire pour lequel la sortie est différente quand l'entrée croît ou lorsqu'elle décroît.



Paramètres : switch on point, switch off point, output when on, output when off



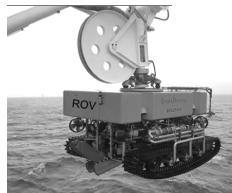
### 5 Modélisation des systèmes numériques

On verra dans un chapitre ultérieur que les systèmes que nous manipulons sont souvent numériques. En effet, que ce soit sur le Maxpid, le Control'X, le D2C, la cheville NAO etc. les grandeurs analogiques mesurées sont converties en grandeurs numériques grâce à un CAN (convertisseur analogique numérique). La fréquence d'échantillonnage ou la quantification du signal peuvent avoir un impact non négligeable sur les performances du système.

### Références

- [1] Y. Crevits, *Éléments de modélisation multi-phérique des systèmes industriels en vue de leur simulation numérique*, Juin 2015.
- [2] Ph. Fichou, *La modélisation multiphysique*, Technologie, Mars 2012.
- [3] Yvan Liebgott, *Modélisation et Simulation des Systèmes Multi-Physiques avec MATLAB*.
- [4] Frédéric Mazet, *Cours d'automatique de deuxième année*, Lycée Dumont Durville, Toulon.
- [5] Patrick Beynet, *Sciences industrielles de l'ingénieur MP - PSI*, Éditions Ellipses.

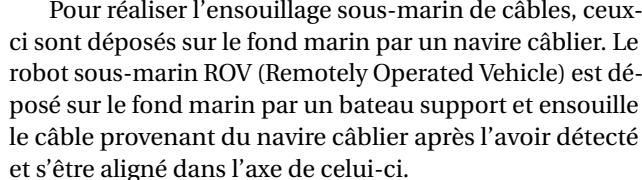
# Application 01



## Mise à l'eau d'un robot sous-marin

Concours Centrale - MP 2019

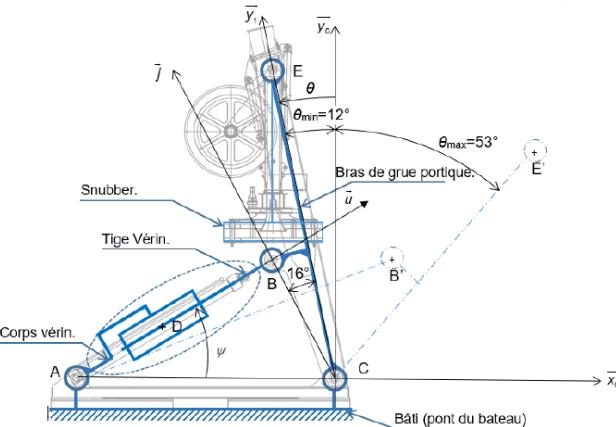
## **Savoirs et compétences :**



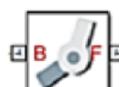
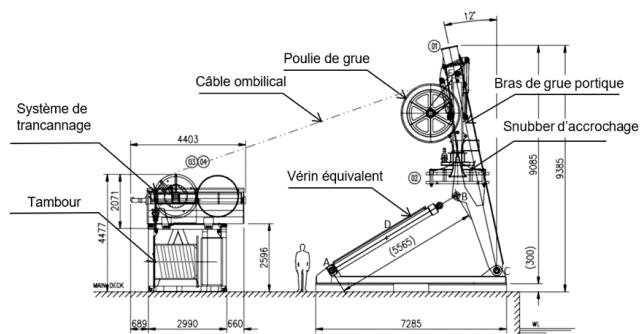
Pour transférer le ROV du pont du bateau support jusqu'à l'aplomb de la surface d'immersion une grue portique est utilisée. La grue portique est actionnée par un ensemble de deux vérins hydrauliques modélisés en un seul vérin équivalent pour cette étude.

Lors de la descente du ROV dans la mer, il est suspendu à un câble ombilical. Un bon équilibrage hydrostatique est nécessaire pour assurer l'horizontalité du ROV pendant la descente.

**12'**



**Question 1** À partir des figures précédentes, relier les composants du modèle de simulation multiphysique de la grue portique. Quel(s) ensemble(s) n'ont pas été modélisés?



Pivot 1



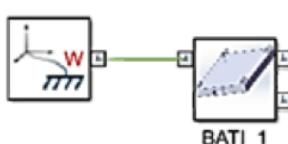
CORPS\_VERIN\_2



Pivot  
glissant 1



TIGE\_2



BATI 1



Pivot 2



BOUTIQUE 1

## Application 02



### La Seine Musicale

Concours Centrale – MP 2020

#### Savoirs et compétences :



La Seine Musicale est un équipement à vocation musicale à fort rayonnement culturel, dont l'objet est de créer ou d'aménager des espaces pour des concerts, des expositions, des installations permanentes ou provisoires.

L'un des défis architecturaux de ce projet consiste à mettre en mouvement la voile, équipée de 470 panneaux photovoltaïques, autour de l'auditorium, tout en garantissant une acoustique exceptionnelle.

Les deux demi-voiles sont mises en mouvement de manière indépendante par des chariots motorisés, ainsi qu'une couronne motorisée déplaçant chacun des sommets des demi-voiles par l'intermédiaire de bielles.

Chaque chariot (central et latéral) se déplace grâce à quatre galets, appelés galets de roulement, qui roulent sur les deux rails circulaires concentriques de la voie médiane de roulement et grâce à quatre autres galets de guidage qui roulent sur les côtés des deux rails. Chacun des deux chariots centraux est motorisé à l'aide de deux motoréducteurs qui entraînent chacun en rotation deux des quatre galets de roulement. Afin d'optimiser son rendement énergétique, cette voile se déplace chaque jour toutes les 15 minutes pour suivre le soleil du garage Est au garage Ouest.

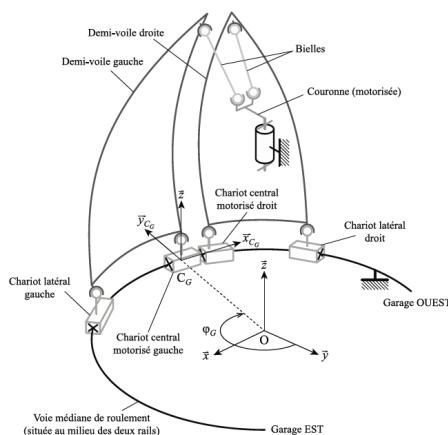


FIGURE 1 – Schéma d'architecture de la voile solaire

Afin d'effectuer un premier dimensionnement en phase d'avant-projet des solutions techniques choisies, un modèle multiphylique simple de la chaîne de traction d'un chariot motorisé est réalisé (Figure 2). **On se place dans le cas le plus défavorable avec un seul motoréducteur fonctionnel qui entraîne deux galets de roulement (roue).**

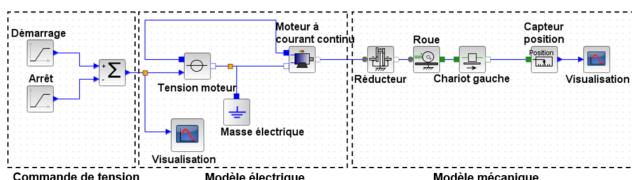


FIGURE 2 – Modèle multiphylique du déplacement d'une demi-voie

Le modèle multiphylique est constitué de trois parties :

- commande en tension qui résulte de la superposition de deux rampes pour générer la loi de vitesse trapézoïdale;
- modèle électrique constitué d'un moteur à courant continu alimenté;
- modèle mécanique constitué d'un réducteur, d'une roue de chariot, d'une masse mobile de la demi-voie et d'un capteur de position.

Lors de son déplacement, il peut arriver que la voile soit soumise à l'effet du vent. Il est donc important de le prendre en compte dans le modèle pour évaluer son impact sur le déplacement. Par ailleurs, afin d'assurer une durée de vie du moteur conforme à son mode de fonctionnement, il est important de pouvoir estimer la consommation électrique du moteur en fonctionnement.

Le modèle Figure 2 a donc été enrichi de nouveaux blocs, à savoir : un capteur de courant, un capteur de tension et l'effort extérieur lié au vent (échelon).

#### Question 1

*Sur la figure suivante, compléter les liens du modèle proposé pour prendre en compte les deux capteurs.*

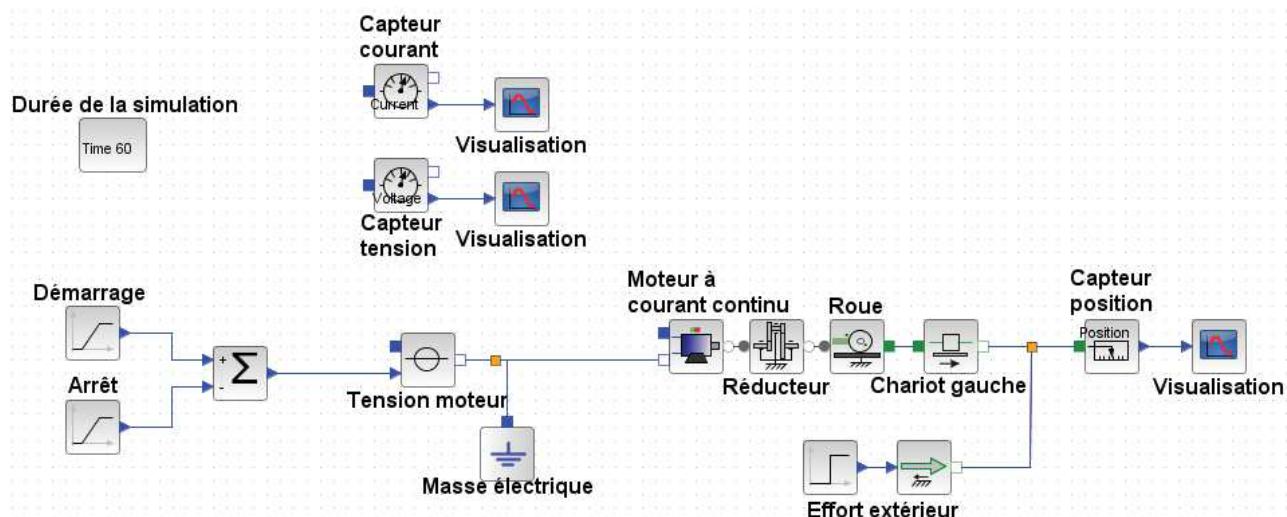


FIGURE 3 – Modèle multiphysique du déplacement d'une demi-voie

## Application 03



### Direction automatique découplée

Banque PT – SI A 2017

#### Savoirs et compétences :



Depuis maintenant de nombreuses années, les commandes de vol d'avions sont passées d'une technologie purement mécanique à la technologie par fil (Fly by Wire). Le secteur automobile suit cette tendance qui présente de nombreux avantages. C'est le système de direction par fil (Steer by Wire), encore nommé direction découpée, qui fait l'objet de l'étude proposée.

La Figure 4 donne une vue de cette unité sous la forme d'une maquette numérique à laquelle est associé le schéma cinématique qui servira de base à l'étude mécanique.

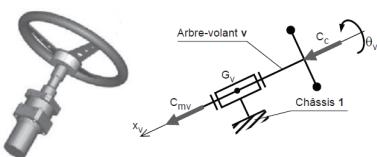


FIGURE 4 – Unité de pilotage (chaîne d'énergie) et schéma cinématique

L'unité de pilotage est constituée d'une chaîne d'énergie chargée de solliciter le volant par un couple  $C_{mv}\vec{x}_v$  qui résiste à l'action du conducteur  $C_c\vec{x}_v$  quand celui-ci cherche à tourner le volant.

En effet, la simple dynamique du système mécanique de l'unité de pilotage ne donnerait pas au conducteur la sensation de manier la direction d'une automobile. La composante  $C_{mv}$  est donc élaborée pour que la dynamique du volant en termes d'inertie et de raideur soit équivalente

à celle d'une direction conventionnelle optimisée selon le type de conduite visée.

La composante  $C_{mv}$  est élaborée à partir de la consigne d'angle du volant  $C_{v\_ref}$ , transmise par le générateur de consigne intégré au contrôleur de modèles, et de la composante  $C_c$  du couple conducteur.

Le modèle de la structure sous la forme d'un schéma bloc décrivant le comportement asservi de cette unité est donné Figure 5. On précise que la variable d'entrée est  $\theta_{v\_ref}(p)$ , que la variable de sortie est  $\theta_v(p)$  et que la variable  $C_c(p)$  est considérée comme une perturbation. Un signal de commande  $U_{mv}(p)$  pilote la motorisation.

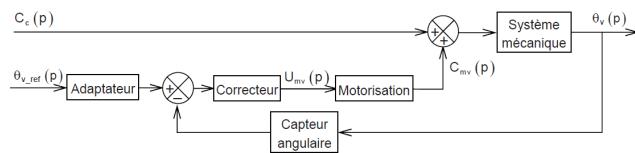


FIGURE 5 – Unité de pilotage (chaîne d'énergie) et schéma cinématique

Un modèle acausal de cette structure dont certains composants ne sont pas reliés aux autres, est donné sur le cahier réponses.

**Question 1** Compléter ce modèle en traçant les liens manquants qui donneraient un modèle équivalent au schéma bloc de la Figure 5.

