

## DDS 2

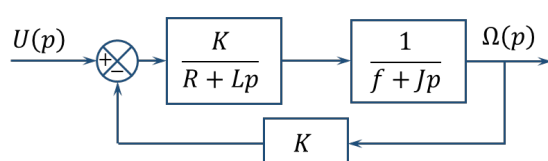
## Les p'tits devoirs du soir

Xavier Pessoles

## Exercice 192 – Fonctions de transfert\*

B2-07

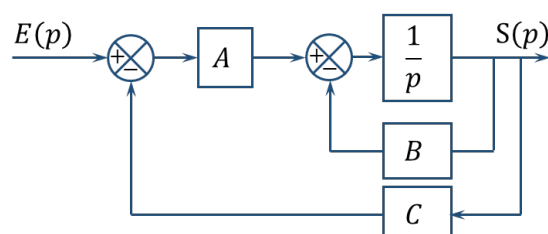
Soit le schéma-blocs suivant.



**Question 1** Déterminer la fonction de transfert en boucle ouverte. Mettre l'expression sous forme canonique et exprimer les paramètres caractéristiques.

**Question 2** Déterminer la fonction de transfert en boucle fermée. Mettre l'expression sous forme canonique et exprimer les paramètres caractéristiques.

Soit le schéma-blocs suivant.



**Question 3** Déterminer la fonction de transfert en boucle ouverte. Mettre l'expression sous forme canonique et exprimer les paramètres caractéristiques.

**Question 4** Déterminer la fonction de transfert en boucle fermée. Mettre l'expression sous forme canonique et exprimer les paramètres caractéristiques.

Indications

1.  $K_{BO} = \frac{K^2}{Rf}$ ,  $\omega_{BO} = \sqrt{\frac{Rf}{LJ}}$ ,  $\xi_{BO} = \frac{RJ + Lf}{2\sqrt{LJRf}}$ .
2.  $K_{BF} = \frac{K}{K^2 + Rf}$ ,  $\xi_{BF} = \frac{RJ + Lf}{2\sqrt{LJ}\sqrt{Rf + K^2}}$ .
3.  $K_{BO} = \frac{AC}{B}$  et  $\tau_{BO} = \frac{1}{B}$ .
4.  $K_{BF} = \frac{A}{B + AC}$  et  $\tau_{BF} = \frac{1}{B + AC}$ .

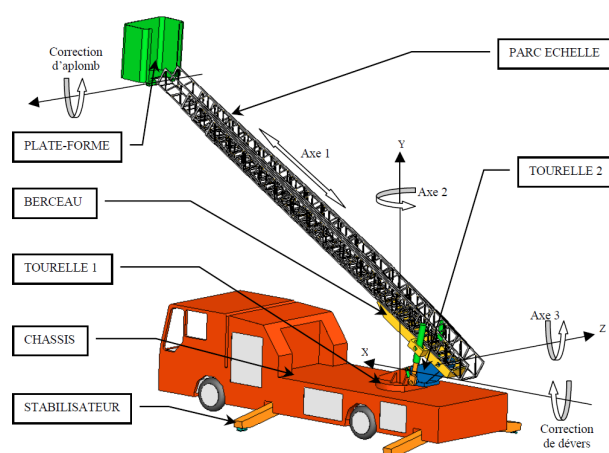
Corrigé voir 192.

## Exercice 191 – Système EPAS \*

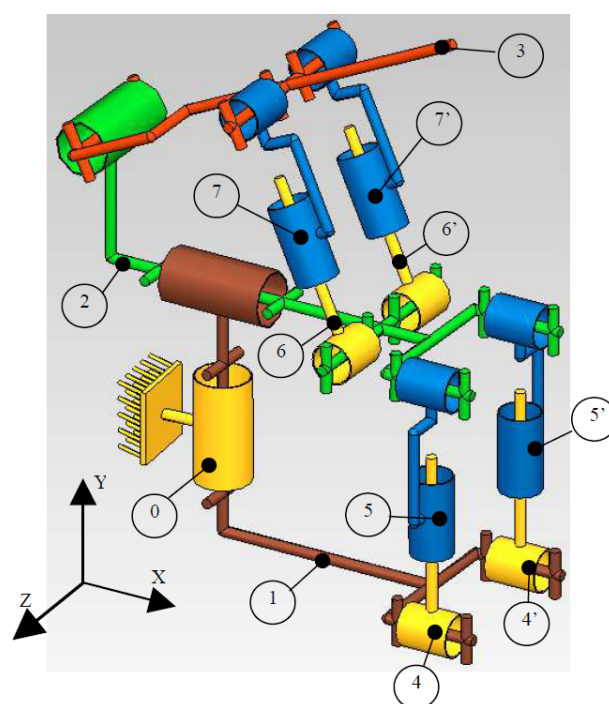
B2-16

Pas de corrigé pour cet exercice.

On s'intéresse à l'échelle pivotante équipant un camion de pompier.



On donne un schéma cinématique du système de manœuvre du parc échelle.



**Question 1** Réaliser le graphe des liaisons.

**Question 2** Déterminer le degré d'hyperstatisme de ce mécanisme.

**Question 3** Proposer des modifications qui permettraient de le rendre isostatique.

Éléments de corrigé :

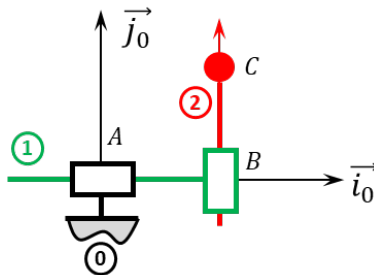
1. .
2.  $h = 8$ .
3. .

Corrigé voir 191.

### Exercice 190 – Mouvement TT – \*

**B2-12**

Soit le mécanisme suivant. On note  $\overrightarrow{AB} = \lambda(t) \vec{i}_0$  et  $\overrightarrow{BC} = \mu(t) \vec{j}_0$ .



**Question 1** Tracer le graphe des liaisons.

**Question 2** Retracer le schéma cinématique pour  $\lambda = 10 \text{ mm}$  et  $\mu = 10 \text{ mm}$ .

**Question 3** Retracer le schéma cinématique pour  $\lambda = 20 \text{ mm}$  et  $\mu = 10 \text{ mm}$ .

Corrigé voir 190.

### Exercice 189 – Mouvement TT – \*

**B2-14**

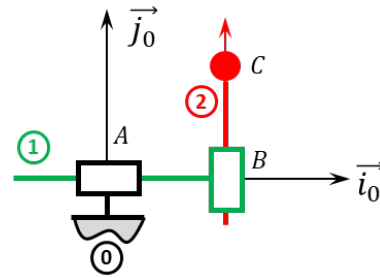
**B2-15**

**C1-05**

Soit le mécanisme suivant. On note  $\overrightarrow{AB} = \lambda(t) \vec{i}_0$  et  $\overrightarrow{BC} = \mu(t) \vec{j}_0$ .  $G_1 = B$  désigne le centre d'inertie de 1, et  $m_1$  sa masse.  $G_2 = C$  désigne le centre d'inertie de 2 et  $m_2$  sa masse.

Un vérin électrique positionné entre 0 et 1 permet de maintenir 1 en équilibre. Un vérin électrique positionné entre 1 et 2 permet de maintenir 2 en équilibre.

On cherche à résoudre le problème **en statique**. L'accélération de la pesanteur est donnée par  $\vec{g} = -g \vec{j}_0$ .



**Question 1** Réaliser le graphe d'analyse en faisant apparaître l'ensemble des actions mécaniques.

**Question 2** Donner le torseur de chacune des actions mécaniques.

**Question 3** Simplifier les torseurs dans l'hypothèse des problèmes plans.

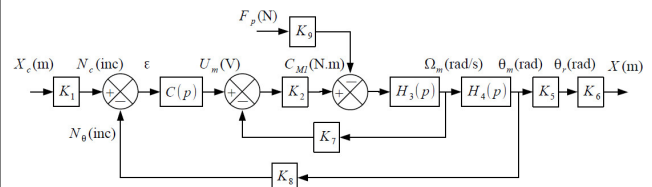
**Question 4** Proposer une démarche permettant de déterminer les efforts que doivent développer chacun des vérins pour maintenir le mécanisme en équilibre.

Corrigé voir 189.

### Exercice 188 – Machine de rééducation SysReeduc \*

**B2-07**

On propose une modélisation par schéma-blocs dans la figure suivante.



Le moteur à courant continu est régi par les équations suivantes :  $u_m(t) = e(t) + Ri(t)$ ,  $e(t) = k_e \omega_m(t)$  et  $C_{M1}(t) = k_t i(t)$ .

Une étude dynamique a mené à l'équation suivante :

$$(M + m) r \rho_1 \dot{\omega}_m(t) = \frac{C_{M1}(t)}{\rho_1 r} - F_p(t)$$

avec :  $M$  la masse du chariot et  $m$  la masse du support de pied,  $\rho_1 = \frac{1}{10}$  le rapport de réduction du réducteur,  $r = 46,1 \text{ mm}$  le rayon de la poulie du transmetteur poulie-courroie,  $C_{M1}(t)$  le couple délivré par le moteur et  $F_p(t)$  l'effort délivré par le patient sur le support 3.

Le codeur incrémental possède 500 fentes équiréparties. Deux émetteurs-récepteurs positionnés en quadrature permettent de mesurer l'information.

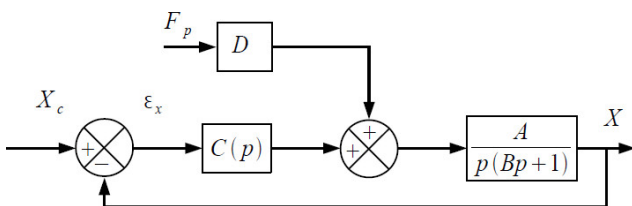
**Question 1** À partir des équations proposées, déterminer les fonctions de transfert  $K_1$ ,  $K_2$ ,  $H_3(p)$ ,  $H_4(p)$ ,  $K_5$ ,  $K_6$ ,  $K_7$ ,  $K_8$  et  $K_9$ .

**Question 2** Montrer que le schéma-blocs peut être mis sous la forme suivante. On exprimera  $A$ ,  $B$  et  $D$  en fonction des paramètres du système  $r$ ,  $\rho_1$ ,  $k_t$ ,  $k_e$ ,  $R$ ,  $M$ ,  $m$  et  $K_8$ .

$$1. \dots$$

- $K_2 = \frac{k_t}{R}$ ;
- $K_7 = k_e$ ;
- $K_9 = \rho_1 r$  et  $H_3(p) = \frac{1}{(M+m)r^2 \rho_1^2 p}$ ;
- $H_4(p) = \frac{1}{p}$ ;
- $K_8 = \frac{2000}{2\pi}$ ;
- $K_5 = \rho_1$  et  $K_6 = r$  (à convertir en mètres);
- $K_1 = \frac{K_8}{K_5 K_6}$ .

$$2. A = \frac{K_8}{k_e}, B = \frac{R(m+M)r^2 \rho_1^2}{k_e k_t} \text{ et } D = \frac{K_9 R r \rho_1}{K_8 k_t}$$



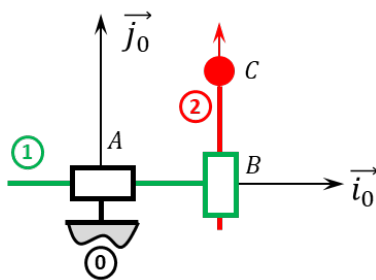
Corrigé voir 188.

### Exercice 187 – Mouvement II – \*

C2-05

B2-13

Soit le mécanisme suivant. On note  $\overrightarrow{AB} = \lambda(t) \vec{i}_0$  et  $\overrightarrow{BC} = \mu(t) \vec{j}_0$ .



**Question 1** Quel est le mouvement de 2 par rapport à 0.

**Question 2** Donner l'équation du mouvement du point C dans le mouvement de 2 par rapport à 0.

On souhaite que le point C réalise un cercle de centre A et de rayon  $R = 10 \text{ cm}$  à la vitesse  $v = 0,01 \text{ m s}^{-1}$ .

**Question 3** Donner la relation liant  $\theta(t)$ ,  $v$  et  $R$ .

Par ailleurs la vitesse du point C est donnée par  $\overrightarrow{V(C, 2/0)} = \frac{d}{dt} [\overrightarrow{AC}]_{\mathcal{R}_0} = R \dot{\theta} \vec{e}_\theta$ .

**Question 4** Donner les expressions de  $\lambda(t)$  et  $\mu(t)$  permettant la réalisation de cette trajectoire en fonction

de  $v$ ,  $R$  et du temps.

**Question 5** En utilisant Python, tracer  $\lambda(t)$ ,  $\mu(t)$  et la trajectoire générée.

Indications :

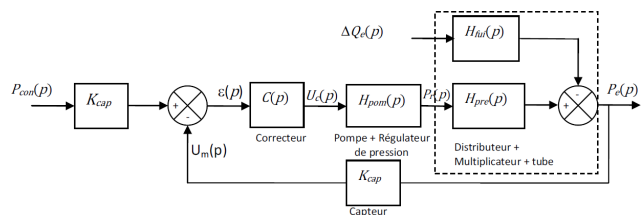
1. .
2.  $x_C(t) = \lambda(t)$  et  $y_C(t) = \mu(t)$ .
3.  $\theta(t) = \frac{v}{R} t$ .
4.  $\lambda(t) = R \cos\left(\frac{v}{R} t\right)$ ,  $\mu(t) = R \sin\left(\frac{v}{R} t\right)$ .
5. .

Corrigé voir 187.

### Exercice 186 – Banc hydraulique \*

C2-03

Pour limiter l'erreur statique due aux fuites, on envisage d'asservir la pression d'eau dans le tube. La pression d'eau à l'intérieur du tube est mesurée par un capteur de pression.



$P_{con}(p)$  : pression de consigne d'eau dans le tube (Pa)

$P_e(p)$  : pression d'eau dans le tube (Pa)

$U_c(p)$  : tension de commande du régulateur de pression (V)

$P_r(p)$  : pression d'huile régulée (Pa)

$\Delta Q_e(p)$  : débit de fuite ( $\text{m}^3 \text{s}^{-1}$ )

$U_m(p)$  : tension de mesure du capteur (V)

Hypothèses :

- L'ensemble de mise sous pression tube + distributeur + multiplicateur de pression est défini par les transmittances suivantes :  $H_{pre}(p) = \frac{K_m}{1 + T_1 p}$

et  $H_{fui}(p) = \frac{K_f}{1 + T_1 p}$  avec  $K_m = 3,24$ ;  $K_f = 2,55 \times 10^{10} \text{ Pa m}^{-3} \text{ s}$ ;  $T_1 = 10 \text{ s}$ .

- L'ensemble pompe+régulateur de pression est modélisé par la fonction de transfert :  $H_{pom}(p) = \frac{K_{pom}}{1 + T_2 p}$  avec  $K_{pom} = 1,234 \times 10^7 \text{ Pa/V}$ ;  $T_2 = 5 \text{ s}$ .

- Le capteur est modélisé par un gain pur :  $K_{cap} = 2,5 \times 10^{-8} \text{ V/Pa}$ .

La pression de consigne est de  $P_{con} = 800 \text{ bars}$  et les débits de fuite sont estimés à  $\Delta Q_e = 5 \times 10^{-4} \text{ m}^3/\text{s}$ .

Le cahier des charges concernant le réglage de la pression de test est le suivant.

Stabilité :	marge de phase de 60° marge de gain de 12 dB
Rapidité :	temps d'établissement $t_e < 40$ s
Précision :	erreur statique $< 5\%$ soit pour une consigne de 800 bars : erreur statique due à la consigne : $\varepsilon_{con} < 5\%$ erreur statique due à la perturbation $\varepsilon_{pert} < 40$ bars
Amortissement :	pas de dépassement

Dans le cas d'un système bouclé convenablement amorti, on pourra utiliser, sans aucune justification, la relation :  $t_e \cdot \omega_{0dB} = 3$  où  $\omega_{0dB}$  désigne la pulsation de coupure à 0 dB en boucle ouverte et  $t_e$  le temps d'établissement en boucle fermée vis-à-vis d'un échelon de consigne :

- $t_e = t_m$ , temps du 1er maximum si le dépassement est supérieur à 5 %,
- $t_e = t_R$ , temps de réponse à 5 % si le dépassement est nul ou inférieur à 5 %.

On envisage tout d'abord un correcteur de type proportionnel :  $C(p) = K_p$ .

**Question 1** Déterminer, en fonction de  $K_p$ ,  $\varepsilon_{con}$  définie comme l'erreur statique pour une entrée consigne  $P_{con}$  de type échelon, dans le cas où le débit de fuite est nul.

**Question 2** Proposer un réglage de  $K_p$  pour limiter  $\varepsilon_{con}$  à la valeur spécifiée dans le cahier des charges.

**Question 3** Dans le cas où la consigne de pression est nulle, déterminer en fonction de  $K_p$  la fonction de transfert en régulation définie par :  $H_{pert}(p) = \frac{P_e(p)}{\Delta Q_e(p)}$ . En déduire, en fonction de  $K_p$ ,  $\varepsilon_{pert}$  définie comme l'erreur statique pour une perturbation  $\Delta Q_e$  de type échelon, dans le cas où la consigne de pression est nulle.

**Question 4** Proposer un réglage de  $K_p$  pour limiter  $\varepsilon_{pert}$  à la valeur spécifiée au cahier des charges.

**Question 5** Proposer un réglage de  $K_p$  pour vérifier le critère d'amortissement. Conclure quant au choix d'un correcteur proportionnel.

Éléments de corrigé :

1.  $\varepsilon_{con} \% = \frac{1}{1 + K_p K_m K_{pom} K_{cap}}$  ;
2.  $K_p > 19$  ;
3.  $\varepsilon_{pert} = \Delta Q_e \frac{K_f}{1 + K_{cap} K_p K_m K_{pom}}$  ;
4.  $K_p > -1$ .
5.  $K_p < 0,125$ . Il est impossible de vérifier les trois conditions avec un correcteur proportionnel.

Corrigé voir 186.

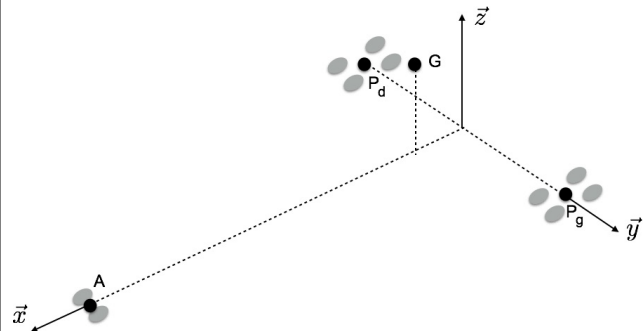
## Exercice 185 – \*

B2-16

La configuration du train d'atterrissage de l'avion A350-900 est de type tricycle avec :

- deux atterrisseurs principaux (gauche et droit) attachés sur la voilure, légèrement à l'arrière du centre de gravité  $G$  de l'avion et de part et d'autre du plan de symétrie vertical  $(O, \vec{x}, \vec{z})$  de l'avion. Ils supportent l'essentiel du poids de l'avion ;
- un atterrisseur auxiliaire situé sous le nez de l'avion, qui assure l'équilibre longitudinal de l'avion au sol et permet de manoeuvrer.

Les atterrisseurs principaux sont équipés de quatre roues chacun, tandis que l'atterrisseur auxiliaire est équipé de deux roues.



Les mobilités entre les différents éléments de l'avion (roues, fuselage...) ne sont pas considérées ; ces éléments ne forment donc qu'une seule classe d'équivalence désignée « avion ».

On modélise chacune des 8 liaisons au sol par une liaison ponctuelle (sphère-plan). **Question 1** Réaliser le graphe des liaisons.

**Question 2** Déterminer le degré d'hyperstatisme d'une modélisation de la liaison avion-sol dans laquelle chaque contact roue-sol serait considéré ponctuel.

Pour simplifier l'étude, les actions mécaniques de contact entre chaque atterrisseur et le sol sont modélisées globalement par un effort ponctuel vertical. Ainsi la modélisation introduit trois liaisons ponctuelles de normales  $(A, \vec{z})$  (atterrisseur auxiliaire),  $(P_g, \vec{z})$  (atterrisseur principal gauche) et  $(P_d, \vec{z})$  (atterrisseur principal droit).

**Question 3** Démontrer que ce modèle simplifié est isostatique.

Éléments de corrigé :

1. .
2.  $h = 7$ .
3.  $h = 0$ .

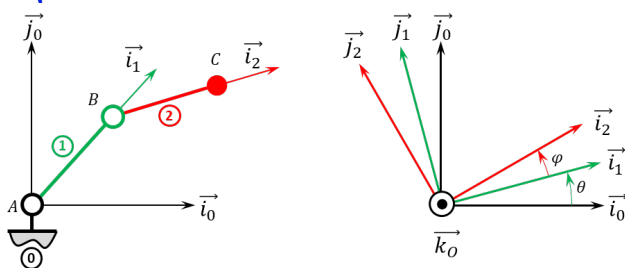
Corrigé voir 185.

## Exercice 184 – Mouvement RR \*

C2-05

B2-13 Pas de corrigé pour cet exercice.

Soit le mécanisme suivant. On a  $\overrightarrow{AB} = R \vec{i}_1$  avec  $R = 20$  mm et  $\overrightarrow{BC} = L \vec{i}_2$  avec  $L = 15$  mm.



**Question 1** Donner l'ensemble des positions accessibles par le point C.

**Question 2** Donner l'équation du mouvement du point C dans son mouvement de 2 par rapport à 0.

On souhaite que le point C réalise un segment entre les points  $[-20, 25]$  et  $[20, 25]$  à la vitesse linéaire  $v$ .

**Question 3** Donner la durée du mouvement si C se déplace à vitesse quelconque.

**Question 4** Donner l'équation paramétrique que doit suivre le point C.

**Question 5** Donner les expressions de  $\theta(t)$  et  $\varphi(t)$  permettant la réalisation de cette trajectoire à la vitesse  $v = 0,01 \text{ m s}^{-1}$ .

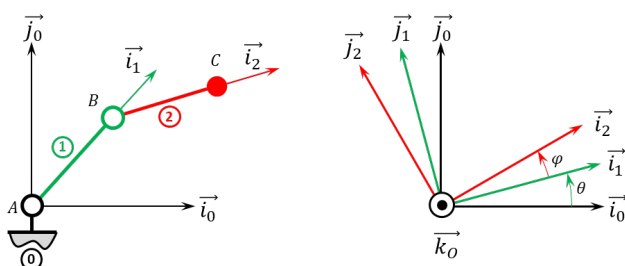
**Question 6** En utilisant Python, tracer  $\theta(t)$ ,  $\varphi(t)$  et la trajectoire générée.

Corrigé voir 184.

### Exercice 183 – Mouvement RR \*

B2-13

Soit le mécanisme suivant. On a  $\overrightarrow{AB} = R \vec{i}_1$  avec  $R = 20 \text{ mm}$  et  $\overrightarrow{BC} = L \vec{i}_2$  avec  $L = 15 \text{ mm}$ .



**Question 1** Déterminer  $\overrightarrow{V}(C, 2/0)$  par dérivation vectorielle.

**Question 2** Déterminer  $\overrightarrow{V}(C, 2/0)$  par composition.

**Question 3** Donner le torseur cinématique  $\{ \mathcal{V}(2/0) \}$  au point C.

**Question 4** Déterminer  $\Gamma(C, 2/0)$ .

Indications :

- $\overrightarrow{V}(C, 2/0) = R \dot{\theta} \vec{j}_1 + L (\dot{\theta} + \dot{\varphi}) \vec{j}_2$ .
- $\overrightarrow{V}(C, 2/0) = L \dot{\varphi} \vec{j}_2 + \dot{\theta} (L \vec{j}_2 + R \vec{j}_1)$  (c'est la même :)).
- $\{ \mathcal{V}(2/0) \} = \left\{ \begin{array}{l} (\dot{\theta} + \dot{\varphi}) \vec{k}_0 \\ R \dot{\theta} \vec{j}_1 + L (\dot{\theta} + \dot{\varphi}) \vec{j}_2 \end{array} \right\}_C$ .
- $\Gamma(C, 2/0) = R \ddot{\theta} \vec{j}_1 - R \dot{\theta}^2 \vec{i}_1 + L (\ddot{\theta} + \ddot{\varphi}) \vec{j}_2 - L (\dot{\theta} + \dot{\varphi})^2 \vec{i}_2$ .

Corrigé voir 183.

### Exercice 182 – \*

B2-16

Pas de corrigé pour cet exercice.

**Question 1** Calculer l'hyperstatisme du modèle plan du mécanisme global de la pince (Figure 2).

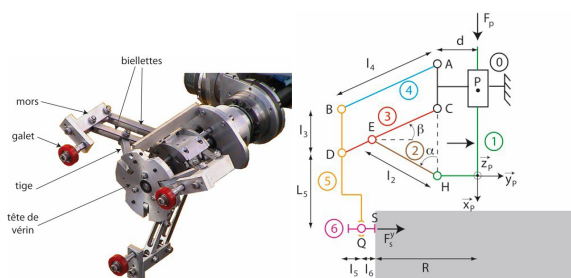


FIGURE 1 – Pince utilisée sur le système ROBOVOLC et schéma cinématique associé

Éléments de corrigé :

- .
- .

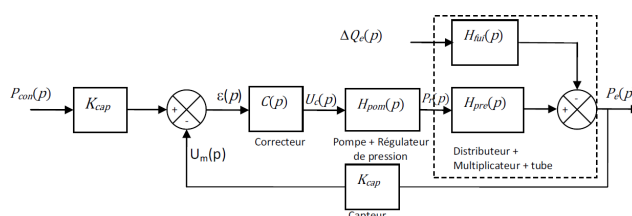
Corrigé voir 182.

### Exercice 181 – Banc hydraulique \*

C2-03

Pas de corrigé pour cet exercice.

Pour limiter l'erreur statique due aux fuites, on envisage d'asservir la pression d'eau dans le tube. La pression d'eau à l'intérieur du tube est mesurée par un capteur de pression.



$P_{con}(p)$  : pression de consigne d'eau dans le tube (Pa)

$P_e(p)$  : pression d'eau dans le tube (Pa)

$U_c(p)$  : tension de commande du régulateur de pression (V)

$P_r(p)$  : pression d'huile régulée (Pa)

$\Delta Q_e(p)$  : débit de fuite ( $\text{m}^3 \text{s}^{-1}$ )

$U_m(p)$  : tension de mesure du capteur (V)

Hypothèses



- L'ensemble de mise sous pression tube + distributeur + multiplicateur de pression est défini par les transmittances suivantes :  $H_{pre}(p) = \frac{K_m}{1 + T_1 p}$  et  $H_{lui}(p) = \frac{K_f}{1 + T_1 p}$  avec  $K_m = 3,24$ ;  $K_f = 2,55 \times 10^{10} \text{ Pa m}^{-3} \text{ s}$ ;  $T_1 = 10 \text{ s}$ .
- L'ensemble pompe+régulateur de pression est modélisé par la fonction de transfert :  $H_{pom}(p) = \frac{K_{pom}}{1 + T_2 p}$  avec  $K_{pom} = 1,234 \times 10^7 \text{ Pa/V}$ ;  $T_2 = 5 \text{ s}$ .
- Le capteur est modélisé par un gain pur :  $K_{cap} = 2,5 \times 10^{-8} \text{ V/Pa}$ .

La pression de consigne est de  $P_{con} = 800 \text{ bars}$  et les débits de fuite sont estimés à  $\Delta Q_e = 5 \times 10^{-4} \text{ m}^3/\text{s}$ .

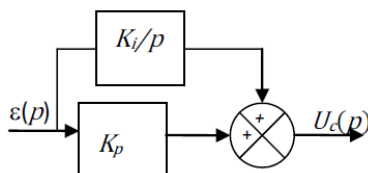
Le cahier des charges concernant le réglage de la pression de test est le suivant.

Stabilité :	marge de phase de $60^\circ$ marge de gain de 12 dB
Rapidité :	temps d'établissement $t_e < 40 \text{ s}$ (voir remarque ci-dessous)
Précision :	erreur statique $< 5\%$ soit pour une consigne de 800 bars : erreur statique due à la consigne : $\varepsilon_{con} < 5\%$ erreur statique due à la perturbation $\varepsilon_{pert} < 40 \text{ bars}$
Amortissement :	pas de dépassement

Dans le cas d'un système bouclé convenablement amorti, on pourra utiliser, sans aucune justification, la relation :  $t_e \cdot \omega_{0\text{dB}} = 3$  où  $\omega_{0\text{dB}}$  désigne la pulsation de coupure à 0 dB en boucle ouverte et  $t_e$  le temps d'établissement en boucle fermée vis-à-vis d'un échelon de consigne :

- $t_e = t_m$ , temps du 1er maximum si le dépassement est supérieur à 5%,
- $t_e = t_R$ , temps de réponse à 5 % si le dépassement est nul ou inférieur à 5 %.

On se propose de corriger le système avec le correcteur défini sur le schéma bloc ci-dessous.



**Question 1** Déterminer la fonction de transfert  $C(p)$  de ce correcteur.

**Question 2** Tracer l'allure de son diagramme de Bode en fonction des coefficients  $K_i$  et  $K_p$ .

**Question 3** Quelle est l'influence d'un tel correcteur sur la précision et la stabilité? Justifier.

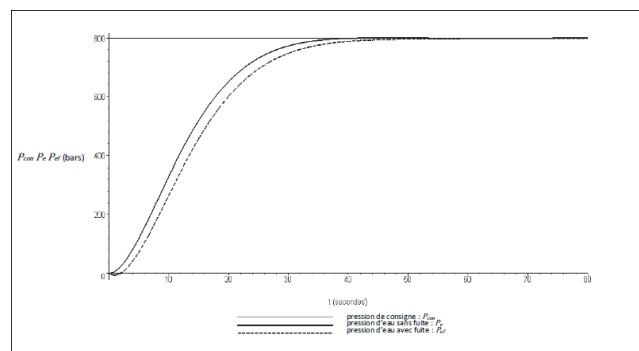
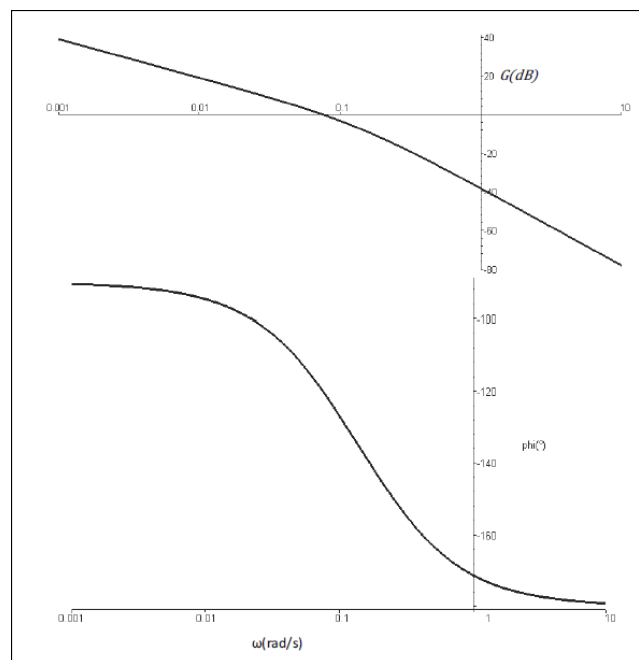
**Question 4** Quelle valeur faut-il donner à  $\omega_{0\text{dB}}$  pour répondre au critère de rapidité du cahier des charges?

**Question 5** Déterminer analytiquement le rapport  $T = \frac{K_p}{K_i}$  pour obtenir la marge de phase spécifiée dans le cahier des charges.

**Question 6** En déduire les valeurs de  $K_i$  et  $K_p$  qui permettent de régler rapidité et marge de phase.

On donne les diagrammes de Bode en gain et en phase de la fonction de transfert en boucle ouverte corrigée avec le correcteur Proportionnel Intégral déterminé précédemment. On donne sa réponse temporelle avec et sans débit de fuite pour une pression de consigne d'eau de 800 bars.

**Question 7** La réponse du système est-elle satisfaisante au regard du cahier des charges? Justifier.



Éléments de corrigé :

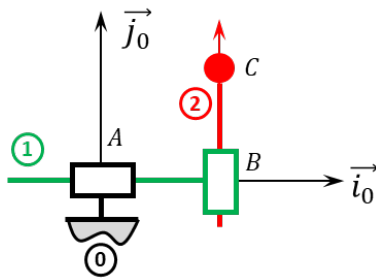
- $C(p) = K_i \frac{1 + p \frac{K_p}{K_i}}{p}$ .
- .
- .
- $T = 6,79$ .
- $K_i = 0,05$  et  $K_p = 0,34$  (à vérifier).

Corrigé voir 181.

## Exercice 180 – Mouvement PT – \*

B2-13

Soit le mécanisme suivant. On note  $\overrightarrow{AB} = \lambda(t) \vec{i}_0$  et  $\overrightarrow{BC} = \mu(t) \vec{j}_0$ .



**Question 1** Déterminer  $\overrightarrow{V}(C, 2/0)$  par dérivation vectorielle ou par composition.

**Question 2** Donner le torseur cinématique  $\{\mathcal{V}(2/0)\}$  au point C.

**Question 3** Déterminer  $\overrightarrow{\Gamma}(C, 2/0)$ .

Indications :

1.  $\overrightarrow{V}(C, 2/0) = \dot{\lambda}(t) \vec{i}_0 + \dot{\mu}(t) \vec{j}_0$ .
2.  $\{\mathcal{V}(2/0)\} = \left\{ \begin{array}{c} \vec{0} \\ \dot{\lambda}(t) \vec{i}_0 + \dot{\mu}(t) \vec{j}_0 \end{array} \right\}_{\forall P}$ .
3.  $\overrightarrow{\Gamma}(C, 2/0) = \ddot{\lambda}(t) \vec{i}_0 + \ddot{\mu}(t) \vec{j}_0$ .

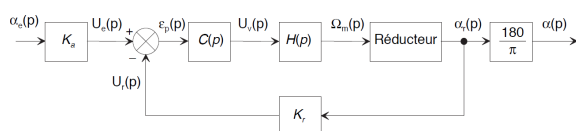
Corrigé voir 180.

## Exercice 179 – Palettisation – Stabilité \*

C2-03

Une boucle de position est représentée ci-dessous. On admet que :

- $H(p) = \frac{\Omega_m(p)}{U_v(p)} = \frac{30}{1 + 5 \times 10^{-3} p}$  ;
- $K_r = 4 \text{ V rad}^{-1}$  : gain du capteur de position ;
- $K_a$  : gain de l'adaptateur du signal de consigne  $\alpha_e(t)$  ;
- $N = 200$  : rapport de transmission du réducteur (la réduction est donc de  $1/N$ ).
- le signal de consigne  $\alpha_e(t)$  est exprimé en degré ;
- le correcteur  $C(p)$  est à action proportionnelle de gain réglable  $K_c$ .



On montre que la fonction de transfert du réducteur est  $R(p) = \frac{\alpha_r(p)}{\Omega_m(p)} = \frac{1}{Np}$ , que  $k_a = \frac{\pi}{180} k_r$  et que la FTBO est donnée par  $T(p) = \frac{k_{BO}}{p(1 + \tau_m p)}$  ( $k_{BO} = \frac{k_c k_m k_r}{N}$ ).

On souhaite une marge de phase de  $45^\circ$ .

**Question 1** Déterminer la valeur de  $K_{BO}$  permettant de satisfaire cette condition.

**Question 2** En déduire la valeur du gain  $K_c$  du correcteur.

**Question 3** Déterminer l'écart de position.

Éléments de corrigé :

1.  $k_{BO} = \frac{\sqrt{2}}{\tau_m}$ .
2.  $k_c = \frac{\sqrt{2}N}{\tau_m k_m k_r} = 471,1$ .
3.  $\varepsilon_s = 0$ .

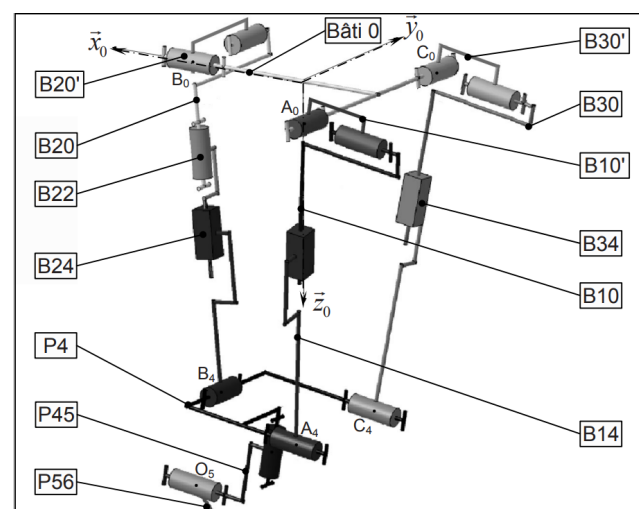
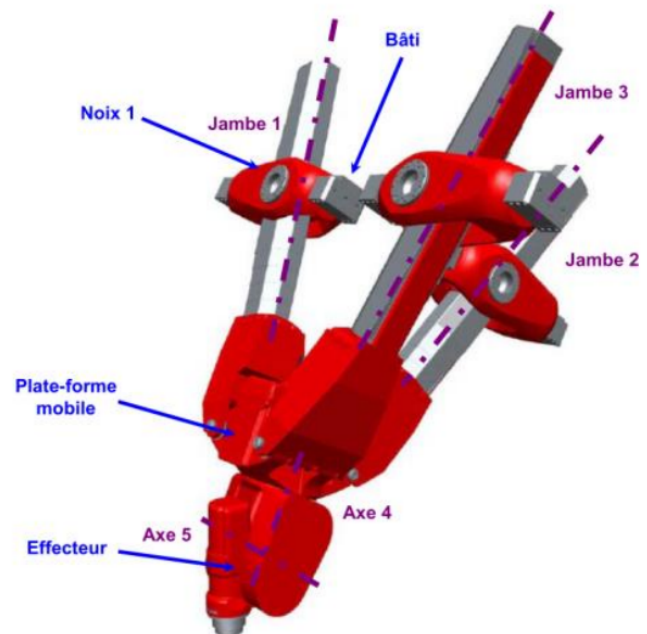
Corrigé voir 179.

## Exercice 178 – \*

B2-16

Pas de corrigé pour cet exercice.

Le triptéor est un centre d'Usinage Grande Vitesse à architecture parallèle, permettent d'envisager un usinage rapide et précis.



**Question 1** Réaliser le graphe de liaisons.

**Question 2** Calculer le degré d'hyperstatisme.

Éléments de corrigé :

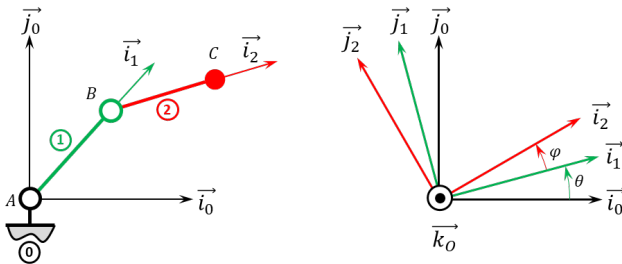
1. .
2. .

Corrigé voir 178.

**Exercice 177 – Mouvement RR \***

**B2-12**

Soit le mécanisme suivant. On a  $\overrightarrow{AB} = R \vec{i}_1$  avec  $R = 20 \text{ mm}$  et  $\overrightarrow{BC} = L \vec{i}_2$  avec  $L = 15 \text{ mm}$ .



**Question 1** Tracer le graphe des liaisons.

**Question 2** Retracer le schéma cinématique pour  $\theta = \frac{\pi}{4} \text{ rad}$  et  $\varphi = \pi \text{ rad}$ .

**Question 3** Retracer le schéma cinématique pour  $\theta = \frac{\pi}{4} \text{ rad}$  et  $\varphi = -\frac{\pi}{4} \text{ rad}$ .

**Question 4** Retracer le schéma cinématique pour  $\theta = \frac{3\pi}{4} \text{ rad}$  et  $\varphi = -\frac{\pi}{4} \text{ rad}$ .

Corrigé voir 177.

**Exercice 176 – Mouvement RR \***

**B2-14**

**B2-15**

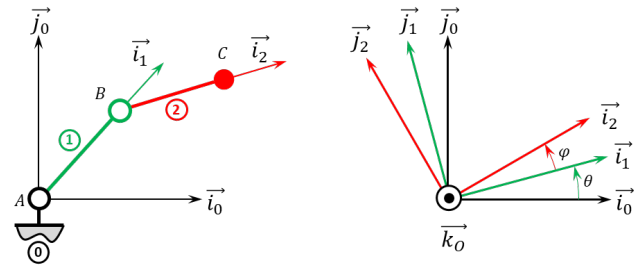
**C1-05**

Soit le mécanisme suivant. On a  $\overrightarrow{AB} = R \vec{i}_1$  avec  $R = 20 \text{ mm}$  et  $\overrightarrow{BC} = L \vec{i}_2$  avec  $L = 15 \text{ mm}$ . De plus :

- $G_1$  désigne le centre d'inertie de 1 et  $\overrightarrow{AG}_1 = \frac{1}{2} R \vec{i}_1$ , on note  $m_1$  la masse de 1 ;
- $G_2$  désigne le centre d'inertie de 2 et  $\overrightarrow{BG}_2 = \frac{1}{2} L \vec{i}_2$ , on note  $m_2$  la masse de 2.

Un moteur électrique positionné entre 0 et 1 permet de maintenir 1 en équilibre. Un moteur électrique positionné entre 1 et 2 permet de maintenir 2 en équilibre.

L'accélération de la pesanteur est donnée par  $\vec{g} = -g \vec{j}_0$ .



**Question 1** Réaliser le graphe d'analyse en faisant apparaître l'ensemble des actions mécaniques.

**Question 2** Donner le torseur de chacune des actions mécaniques.

**Question 3** Simplifier les torseurs dans l'hypothèse des problèmes plans.

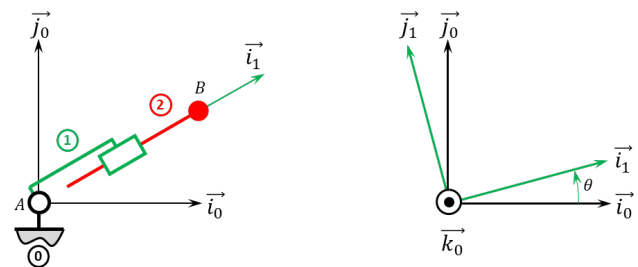
**Question 4** Proposer une démarche permettant de déterminer les couples que doivent développer chacun des moteurs pour maintenir le mécanisme en équilibre.

Corrigé voir 176.

**Exercice 175 – Mouvement RT \***

**B2-12**

Soit le mécanisme suivant. On a  $\overrightarrow{AB} = \lambda(t) \vec{i}_1$ .



**Question 1** Tracer le graphe des liaisons.

**Question 2** Retracer le schéma cinématique pour  $\theta = \frac{\pi}{4} \text{ rad}$  et  $\lambda(t) = 20 \text{ mm}$ .

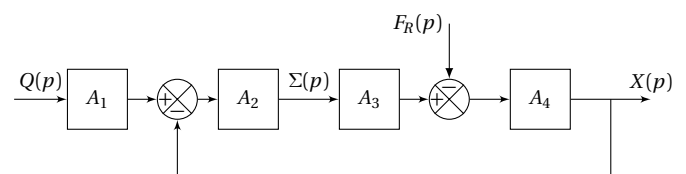
**Question 3** Retracer le schéma cinématique pour  $\theta = \frac{-\pi}{4} \text{ rad}$  et  $\lambda(t) = -20 \text{ mm}$ .

Corrigé voir 175.

**Exercice 174 – Quille pendulaire\***

**B2-07**

Le comportement d'un vérin est défini par le modèle continu ci-dessous.





On a :

- $q(t) = S \frac{dx(t)}{dt} + \frac{V}{2B} \frac{d\sigma(t)}{dt}$  (a);
- $M \frac{d^2x(t)}{dt^2} = S\sigma(t) - kx(t) - \lambda \frac{dx(t)}{dt} - f_R(t)$  (b).

On a :

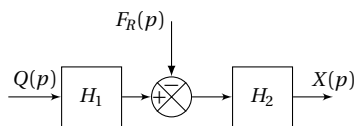
- $\mathcal{L}(q(t)) = Q(p)$  : débit d'alimentation du vérin [ $\text{m}^3\text{s}^{-1}$ ];
- $\mathcal{L}(\sigma(t)) = \Sigma(p)$  : différence de pression entre les deux chambres du vérin [Pa];
- $\mathcal{L}(x(t)) = X(p)$  : position de la tige du vérin [m];
- $\mathcal{L}(f_R(t)) = F_R(p)$  : composante selon l'axe de la tige du vérin de la résultante du torseur d'inter-effort de la liaison pivot entre tige et quille [N].

Les constantes sont les suivantes :

- $S$  : section du vérin [ $\text{m}^2$ ];
- $k$  : raideur mécanique du vérin [ $\text{N m}^{-1}$ ];
- $V$  : volume d'huile de référence [ $\text{m}^3$ ];
- $B$  : coefficient de compressibilité de l'huile [ $\text{N m}^{-2}$ ];
- $M$  : masse équivalente à l'ensemble des éléments mobiles ramenés sur la tige du vérin [kg];
- $\lambda$  : coefficient de frottement visqueux [ $\text{N m}^{-1}\text{s}$ ].

**Question 1** Donner les expressions des fonctions de transfert  $A_1, A_2, A_3$  et  $A_4$  en fonction de la variable complexe  $p$  et des constantes.

Le schéma-blocs de la figure précédente peut se mettre sous la forme suivante.



**Question 2** Donner les expressions des fonctions de transfert  $H_1$  et  $H_2$  en fonction de  $A_1, A_2, A_3$  et  $A_4$ , puis de la variable  $p$  et des constantes.

**Question 3** Pour ce vérin non perturbé ( $F_R = 0$ ), donner sa fonction de transfert  $X(p)/Q(p)$  en fonction de la variable  $p$  et des constantes.

1.  $A_1 = \frac{1}{Sp}, A_2 = \frac{S2B}{V}, A_3 = S$  et  $A_4 = \frac{1}{Mp^2 + \lambda p + k}$ .
2.  $H_1(p) = A_1 A_2 A_3$  et  $H_2 = \frac{A_4}{1 + A_2 A_3 A_4}$ .
3.  $\frac{X(p)}{Q(p)} = \frac{2BS}{p(MVp^2 + \lambda pV + kV + 2BS^2)}$ .

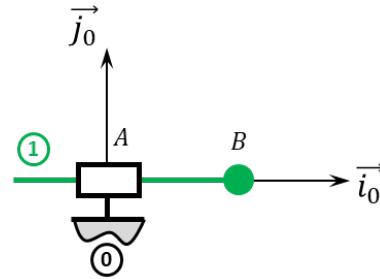
Corrigé voir 188.

### Exercice 173 – Mouvement T – \*

C2-05

B2-13

Soit le mécanisme suivant. On note  $\overrightarrow{AB} = \lambda(t) \vec{i}_0$ .



**Question 1** Quel est le mouvement de 1 par rapport à 0.

**Question 2** Donner l'équation paramétrique de la trajectoire du point B, point appartenant à 1 par rapport à 0.

Indications :

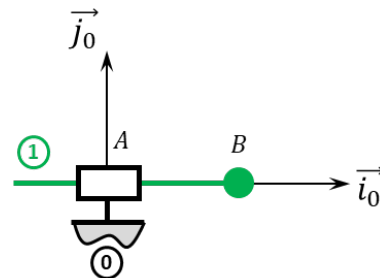
1. .
2.  $x_B(t) = \lambda(t)$ .

Corrigé voir 173.

### Exercice 172 – Mouvement T – \*

B2-13

Soit le mécanisme suivant. On note  $\overrightarrow{AB} = \lambda(t) \vec{i}_0$ .



**Question 1** Donner le torseur cinématique  $\{\mathcal{V}(1/0)\}$  au point B.

**Question 2** Déterminer  $\overrightarrow{\Gamma(B, 1/0)}$ .

Indications :

1.  $\{\mathcal{V}(1/0)\} = \left\{ \begin{matrix} \vec{0} \\ \lambda(t) \vec{i}_0 \end{matrix} \right\}_{\forall p}$ .
2.  $\overrightarrow{\Gamma(B, 1/0)} = \ddot{\lambda}(t) \vec{i}_0$ .

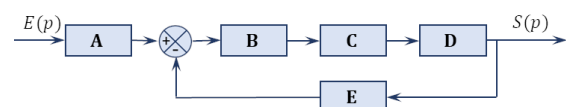
Corrigé voir 172.

### Exercice 171 – Calcul de FTBO\*

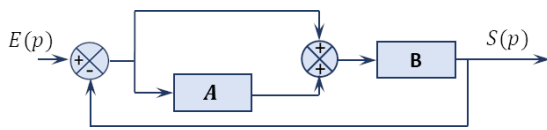
B2-07

Pas de corrigé pour cet exercice.

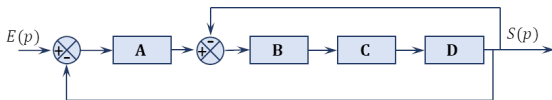
**Question 1** Déterminer la FTBO dans le cas suivant.



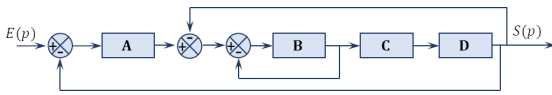
**Question 2** Déterminer la FTBO dans la cas suivant.



**Question 3** Déterminer la FTBO dans la cas suivant.



**Question 4** Déterminer la FTBO dans la cas suivant.



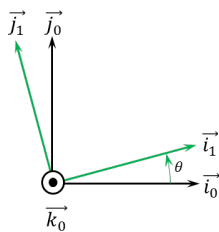
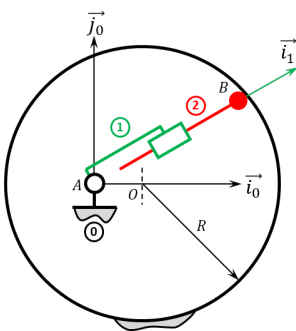
1.  $FTBO(p) = BCDE$ .
2.  $FTBO(p) = B(1 + A)$ .
3.  $FTBO(p) = A \frac{BCD}{1 + BCD}$ .
4.  $FTBO(p) = \frac{ABCD}{1 + B + BCD}$ .

Corrigé voir 171.

### Exercice 170 – Pompe à palettes \*\*

**B2-12**

Soit le mécanisme suivant. On a  $\vec{AO} = e \vec{i}_0$  et  $\vec{AB} = \lambda(t) \vec{i}_1$ . De plus  $e = 10 \text{ mm}$  et  $R = 20 \text{ mm}$ . Le contact entre 0 et 2 en B est maintenu en permanence (notamment par effet centrifuge lors de la rotation de la pompe).



**Question 1** Tracer le graphe des liaisons.

**Question 2** Retracer le schéma cinématique pour  $\theta(t) = 0 \text{ rad}$ .

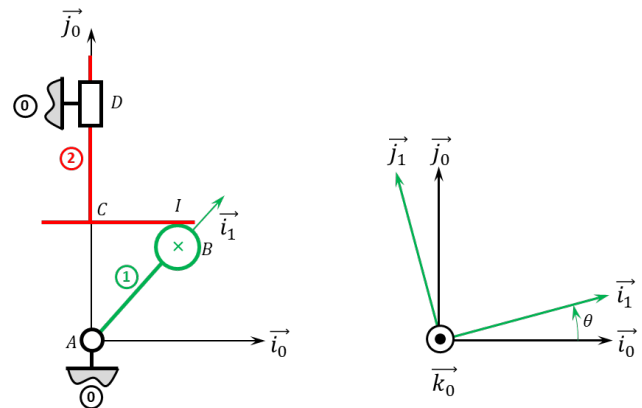
**Question 3** Retracer le schéma cinématique pour  $\theta(t) = \pi \text{ rad}$ .

**Question 4** En déduire la course de la pièce 2.

### Exercice 169 – Pompe à pistons radiaux \*\*

**B2-12** Pas de corrigé pour cet exercice.

Soit le mécanisme suivant. On a  $\vec{AB} = e \vec{i}_1$  et  $\vec{BI} = R \vec{j}_0$ . De plus,  $e = 10 \text{ mm}$  et  $R = 20 \text{ mm}$ . Le contact entre 1 et 2 en B est maintenu en permanence par un ressort suffisamment raide (non représenté) positionné entre 0 et 2.



**Question 1** Tracer le graphe des liaisons.

**Question 2** Retracer le schéma cinématique pour  $\theta(t) = 0 \text{ rad}$ .

**Question 3** Retracer le schéma cinématique pour  $\theta(t) = \frac{\pi}{2} \text{ rad}$ .

**Question 4** Retracer le schéma cinématique pour  $\theta(t) = -\frac{\pi}{2} \text{ rad}$ .

**Question 5** En déduire la course de la pièce 2.

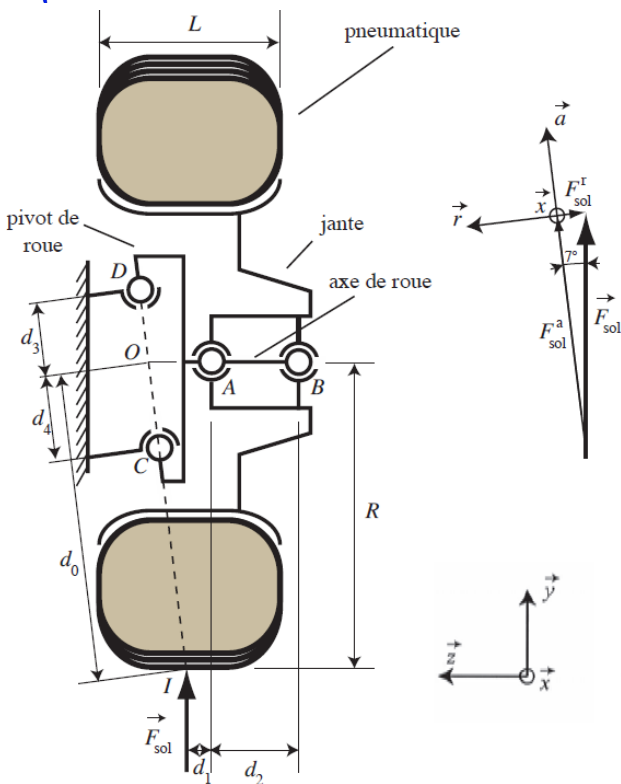
Corrigé voir 169.

### Exercice 168 – Suspension automobile \*\*

**B2-14**

**C1-05**

On s'intéresse à la liaison entre l'axe de la toue et le châssis du véhicule. Les notations adoptées seront les suivantes :  $F_C^a$  (respectivement  $F_C^r$ ,  $F_C^x$ ) désignera la composante suivant  $\vec{a}$  (respectivement  $\vec{r}$ ,  $\vec{x}$ ) de l'effort extérieur exercé en C. On procédera de même pour le point D.



**Question 1** Réaliser le graphe d'analyse en faisant apparaître l'ensemble des actions mécaniques.

**Question 2** Peut-on résoudre complètement le système? Pourquoi?

Corrigé voir 168.

### Exercice 167 – Parallélépipède\*

**B2-10** Pas de corrigé pour cet exercice.

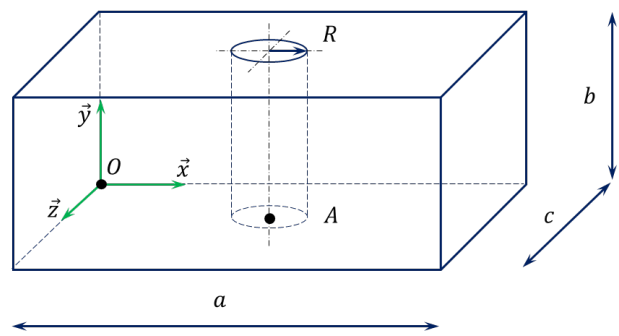
La matrice d'inertie d'un cylindre d'axe  $(G, \vec{k})$  de rayon  $R$  et de hauteur  $H$  et de masse  $m$  est donnée en son centre d'inertie par  $I_G(1) = \begin{pmatrix} A & 0 & 0 \\ 0 & A & 0 \\ 0 & 0 & C \end{pmatrix}_{(\vec{i}, \vec{j}, \vec{k})}$  avec

$$A = m \left( \frac{R^2}{4} + \frac{H^2}{12} \right) \text{ et } C = m \frac{R^2}{2}.$$

La matrice d'inertie d'un parallélépipède de cotés  $a$ ,  $b$  et  $c$  et de masse  $m$  est donnée en son centre d'inertie par  $I_G(1) = \begin{pmatrix} A & 0 & 0 \\ 0 & B & 0 \\ 0 & 0 & C \end{pmatrix}_{(\vec{i}, \vec{j}, \vec{k})}$  avec  $A = m \frac{b^2 + c^2}{12}$ ,

$$B = m \frac{a^2 + c^2}{12}, C = m \frac{a^2 + b^2}{12}.$$

Soit la pièce suivante.



$$\text{On pose } \vec{OA} = \frac{a}{2} \vec{x} + \frac{c}{2} \vec{z}.$$

**Question 1** Déterminer la position du centre d'inertie  $G$  du solide.

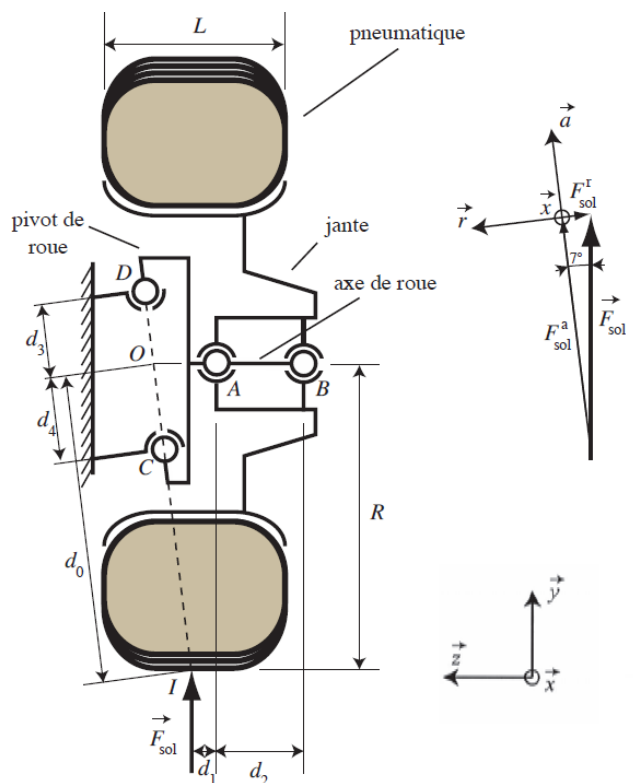
**Question 2** Déterminer la matrice d'inertie du solide en  $G$ , en  $A$  puis  $O$ .

Corrigé voir 167.

### Exercice 166 – Suspension automobile \*\*

**C2-07** Pas de corrigé pour cet exercice.

On s'intéresse à la liaison entre l'axe de la toue et le châssis du véhicule. Les notations adoptées seront les suivantes :  $F_C^a$  (respectivement  $F_C^r$ ,  $F_C^x$ ) désignera la composante suivant  $\vec{a}$  (respectivement  $\vec{r}$ ,  $\vec{x}$ ) de l'effort extérieur exercé en  $C$ . On procédera de même pour le point  $D$ .



**Question 1** Réaliser le graphe des liaisons en faisant apparaître les actions mécaniques. Exprimer les torseurs des actions mécaniques de chacune des liaisons.

**Question 2** En isolant l'ensemble {pneumatique + jante + axe de roue}, écrire les équations issues du principe fondamental de la statique appliqué au point C, en projection sur les axes de la base  $(\vec{a}, \vec{r}, \vec{x})$  en fonction des composantes  $F_{sol}^a$  et  $F_{sol}^r$  et des dimensions  $d_0$ ,  $d_3$  et  $d_4$ .

**Question 3** Résoudre littéralement le système.

Corrigé voir 166.

### Exercice 165 – Parallélépipède percé\*

**B2-10** Pas de corrigé pour cet exercice.

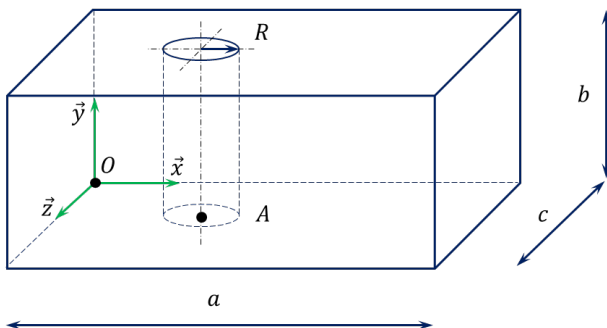
La matrice d'inertie d'un cylindre d'axe  $(G, \vec{k})$  de rayon  $R$  et de hauteur  $H$  et de masse  $m$  est donnée en son centre d'inertie par  $I_G(1) = \begin{pmatrix} A & 0 & 0 \\ 0 & A & 0 \\ 0 & 0 & C \end{pmatrix}_{(\vec{i}, \vec{j}, \vec{k})}$  avec

$$A = m \left( \frac{R^2}{4} + \frac{H^2}{12} \right) \text{ et } C = m \frac{R^2}{2}.$$

La matrice d'inertie d'un parallélépipède rectangle de cotés  $a$ ,  $b$  et  $c$  et de masse  $m$  est donnée en son centre d'inertie par  $I_G(1) = \begin{pmatrix} A & 0 & 0 \\ 0 & B & 0 \\ 0 & 0 & C \end{pmatrix}_{(\vec{i}, \vec{j}, \vec{k})}$  avec

$$A = m \frac{b^2 + c^2}{12}, B = m \frac{a^2 + c^2}{12}, C = m \frac{a^2 + b^2}{12}.$$

Soit la pièce suivante.



On pose  $\vec{OA} = \frac{a}{3} \vec{x} + \frac{c}{2} \vec{z}$ .

**Question 1** Déterminer la position du centre d'inertie G du solide.

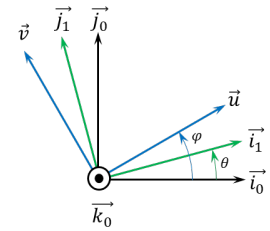
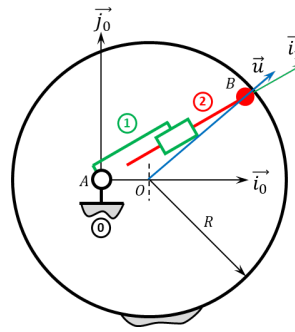
**Question 2** Déterminer la matrice d'inertie du solide en G, en A puis O.

Corrigé voir 165.

### Exercice 164 – Pompe à piston radial \*

**C2-06**

Soit le mécanisme suivant. On a  $\vec{AO} = e \vec{i}_0$  et  $\vec{AB} = \lambda(t) \vec{i}_1$ . De plus  $e = 10 \text{ mm}$  et  $R = 20 \text{ mm}$ . Le contact entre 0 et 2 en B est maintenu en permanence (notamment par effet centrifuge lors de la rotation de la pompe).



**Question 1** Tracer le graphe des liaisons.

**Question 2** Exprimer  $\lambda(t)$  en fonction de  $\theta(t)$ .

**Question 3** En utilisant Python, tracer  $\lambda(t)$  en fonction de  $\theta(t)$ .

**Question 4** Exprimer  $\dot{\lambda}(t)$  en fonction de  $\dot{\theta}(t)$ .

On prendra une section de piston 2 de  $1 \text{ cm}^2$  et une fréquence de rotation de  $\dot{\theta}(t) = \pi \times 2 \text{ rad s}^{-1}$ .

**Question 5** Exprimer le débit instantané de la pompe.

**Question 6** En utilisant Python, tracer le débit instantané de la pompe pour un tour de pompe pour  $e = 10 \text{ mm}$  et  $e = 15 \text{ mm}$ .

**Question 7** En utilisant Python, tracer le débit instantané de la pompe pour un tour de pompe pour  $e = 10 \text{ mm}$  pour une pompe à 5 pistons (5 branches 1+2).

Indications (à vérifier...) :

1. .
2.  $\lambda(t) = e \cos \theta(t) \pm \sqrt{e^2 \cos^2 \theta(t) - e^2 + R^2}$ .
3. .
4.  $q(t) = S \dot{\lambda}(t)$ .
5. .

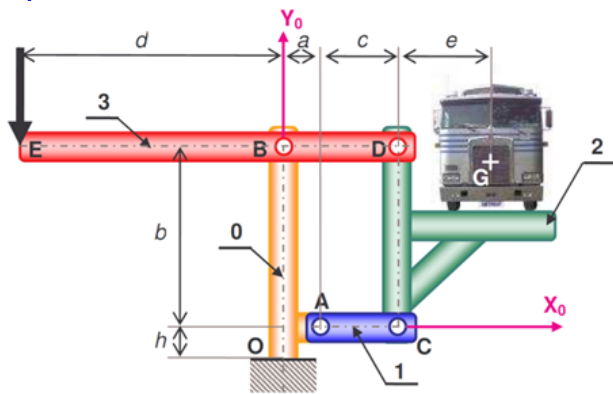
Corrigé voir 164.

### Exercice 163 – Pèse camion \*\*

**C1-05** Pas de corrigé pour cet exercice.

On considère un bâti 0 auquel est attaché le repère  $\mathcal{R} = (O; \vec{x}_0; \vec{y}_0; \vec{z}_0)$ . Le champ de pesanteur est  $g = -g \vec{y}_0$ . La barre 1 est liée au bâti 0 par une liaison pivot parfaite d'axe  $(A, \vec{z}_0)$ . Le plateau porte camion 2 est lié à la barre 1 par une liaison pivot parfaite d'axe  $(C, \vec{z}_0)$ . Le levier 3 est lié au bâti 0 par une liaison pivot parfaite d'axe  $(B, \vec{z}_0)$ . Ce levier est également lié au plateau 2 par une liaison pivot parfaite d'axe  $(D, \vec{z}_0)$ . Le camion 4, de centre de masse G et de masse M inconnue, repose sur le plateau 2. L'action mécanique connue est caractérisée par :

$$\{\text{ext} \rightarrow 3\} = \left\{ \begin{array}{c} -F \vec{y}_0 \\ 0 \end{array} \right\}_E.$$



**Question 1** Tracer le graphe de structure. Définir le nombre d'inconnues statiques.

**Question 2** Donner la stratégie permettant de déterminer la valeur de  $F$  en fonction de  $M$ .

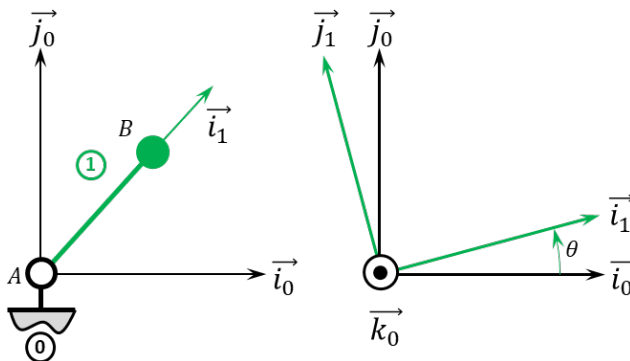
Corrigé voir 163.

### Exercice 162 – Mouvement R \*

C2-05

B2-13

Soit le mécanisme suivant. On a  $\overrightarrow{AB} = R \vec{i}_1$  avec  $R = 20 \text{ mm}$ .



**Question 1** Quel est le mouvement de 1 par rapport à 0.

**Question 2** Quelle est la trajectoire du point B appartenant à 1 par rapport à 0.

**Question 3** Donner l'équation paramétrique de la trajectoire du point B, point appartenant à 1 par rapport à 0.

Indications :

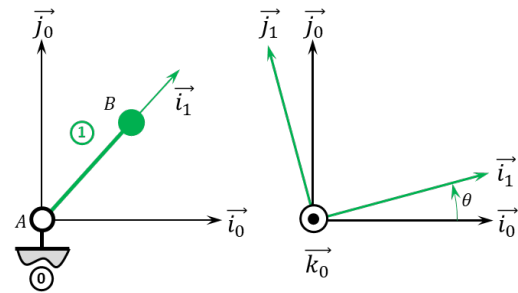
1. .
2. .
3.  $x_B(t) = R \cos \theta(t)$  et  $y_B(t) = R \sin \theta(t)$ .

Corrigé voir 161.

### Exercice 161 – Mouvement R \*

B2-13

Soit le mécanisme suivant. On a  $\overrightarrow{AB} = R \vec{i}_1$  avec  $R = 20 \text{ mm}$ .



**Question 1** Déterminer  $\overrightarrow{V}(B, 1/0)$  par dérivation vectorielle.

**Question 2** Déterminer  $\overrightarrow{V}(B, 1/0)$  par une autre méthode.

**Question 3** Donner le torseur cinématique  $\{\mathcal{V}(1/0)\}$  au point B.

**Question 4** Déterminer  $\overrightarrow{\Gamma}(B, 1/0)$ .

Indications :

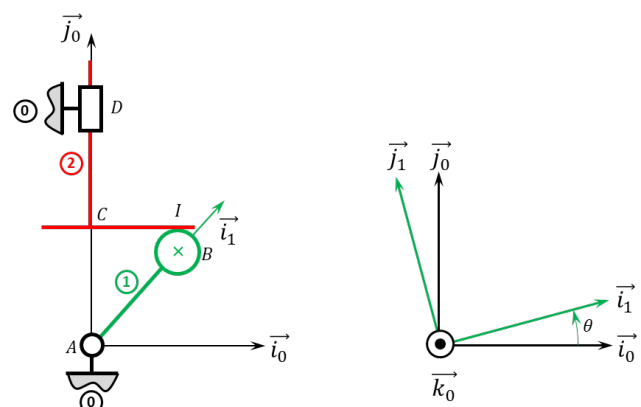
1.  $\overrightarrow{V}(B, 1/0) = R \dot{\theta} \vec{j}_1$ .
2.  $\overrightarrow{V}(B, 1/0) = R \dot{\theta} \vec{j}_1$ .
3.  $\{\mathcal{V}(1/0)\} = \left\{ \begin{array}{c} \dot{\theta} \vec{k}_0 \\ R \dot{\theta} \vec{j}_1 \end{array} \right\}_B$ .
4.  $\overrightarrow{\Gamma}(B, 1/0) = R \ddot{\theta} \vec{j}_1 - R \dot{\theta}^2 \vec{i}_1$ .

Corrigé voir 161.

### Exercice 160 – Pompe à piston axial \*

C2-06

Soit le mécanisme suivant. On a  $\overrightarrow{AB} = e \vec{i}_1$  et  $\overrightarrow{BI} = R \vec{j}_0$  et  $\overrightarrow{AC} = \lambda(t) \vec{j}_0$ . De plus,  $e = 10 \text{ mm}$  et  $R = 20 \text{ mm}$ . Le contact entre 1 et 2 en B est maintenu en permanence par un ressort suffisamment raide (non représenté) positionné entre 0 et 2.



**Question 1** Tracer le graphe des liaisons.

**Question 2** Exprimer  $\lambda(t)$  en fonction de  $\theta(t)$ .

**Question 3** Exprimer  $\dot{\lambda}(t)$  en fonction de  $\dot{\theta}(t)$ .



**Question 4** On note  $S$  la section du piston 2. Exprimer le débit instantané de la pompe.

**Question 5** En utilisant Python, tracer le débit instantané de la pompe pour un tour de pompe pour  $e = 10\text{ mm}$  et  $R = 10\text{ mm}$  ainsi que pour  $e = 20\text{ mm}$  et  $R = 5\text{ mm}$ . La fréquence de rotation est  $\dot{\theta}(t) = 100\text{ rad s}^{-1}$ , la section du piston est donnée par  $S = 1\text{ cm}^2$ .

Indications :

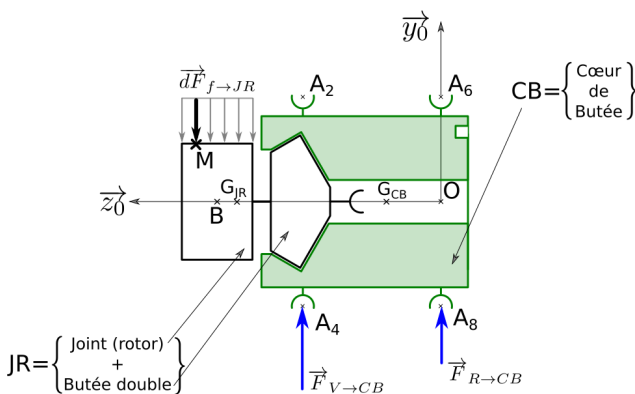
1. .
2.  $e \sin \theta + R - \lambda(t) = 0$ .
3.  $\dot{\lambda}(t) = e \dot{\theta}(t) \cos \theta(t)$ .
4.  $q(t) = e S \dot{\theta}(t) \cos \theta(t)$ .
5. .

Corrigé voir 160.

### Exercice 159 – Banc Balafre \*

#### B2-10 Pas de corrigé pour cet exercice.

La figure suivante représente le paramétrage permettant de modéliser les actions mécaniques s'exerçant sur l'ensemble  $S = \{JR + CB\}$ . On nommera  $G$  le centre d'inertie de l'ensemble  $S$ .



### Données et hypothèses

- On note  $\overrightarrow{BM} = z \overrightarrow{z_0} + R_J \overrightarrow{u}(\theta)$  où  $R_J$  est le rayon du joint avec  $R_J = 175\text{ mm}$ ;
- la longueur du joint est  $L_J = 150\text{ mm}$ . La position du point  $B$ , centre du joint est  $\overrightarrow{OB} = z_B \overrightarrow{z_0}$  avec  $z_B = 425\text{ mm}$ ;
- Le coeur de butée a une masse  $M_{CB} = 40\text{ kg}$  et la position de son centre d'inertie  $G_{CB}$  est paramétrée par  $\overrightarrow{OG_{CB}} = L_{CB} \overrightarrow{z_0}$  avec  $L_{CB} = 193\text{ mm}$ ;
- L'ensemble  $JR = \{\text{Joint(rotor)} + \text{Butée double}\}$  a une masse  $M_{JR} = 100\text{ kg}$  et la position de son centre d'inertie  $G_{JR}$  est paramétrée par  $\overrightarrow{OG_{JR}} = L_{JR} \overrightarrow{z_0}$  avec  $L_{JR} = 390\text{ mm}$ . On notera  $I_{G_{JR}}(JR) = \begin{pmatrix} A_{JR} & -F_{JR} & -E_{JR} \\ -F_{JR} & B_{JR} & -D_{JR} \\ -E_{JR} & -D_{JR} & C_{JR} \end{pmatrix}_{\mathcal{B}_{JR}}$  la matrice d'inertie de l'ensemble  $JR$  au point  $G_{JR}$  exprimée dans une base  $\mathcal{B}_{JR} = (\overrightarrow{x_{JR}}, \overrightarrow{y_{JR}}, \overrightarrow{z_0})$  liée à  $JR$ ;
- Les positions des points  $A_4$  et  $A_8$  sont paramétrées par  $\overrightarrow{OA_4} = z_4 \overrightarrow{z_0} - R_{CB} \overrightarrow{y_0}$  et  $\overrightarrow{OA_8} = -R_{CB} \overrightarrow{y_0}$  avec  $z_4 = 280\text{ mm}$  et  $R_{CB} = 150\text{ mm}$ .

**Question 1** Déterminer l'expression de la coordonnée  $z_G$  de  $\overrightarrow{OG}$  selon  $\overrightarrow{z_0}$ . Faire l'application numérique.

**Question 2** Sachant que l'ensemble  $JR$  possède une symétrie de révolution par rapport à  $(O, \overrightarrow{z_0})$ , simplifier la matrice d'inertie  $I_{G_{JR}}(JR)$ .

Corrigé voir 159.