PSI⋆ – MP

http://www.schneider-electric.fr/ - Lexium Max

Cycle 5

# Concevoir la commande des systèmes asservis afin de valider leurs performances

Sciences Industrielles de l'Ingénieur

Cours

## Chapitre 1

## Introduction aux méthodes numériques

***Savoirs et compétences :***

- ❒ *B2-12 : proposer un modèle cinématique à partir d'un système réel ou d'une maquette numérique ;*
- ❒ *B2-15 : Simplifier un modèle de mécanisme.*






*Xavier Pessoles*
*PSI⋆ – MP*

# 1 Equations stationnaires

# 2 Intégration numérique

**Hypothèse(s)** $f:[a,b]\rightarrow\mathbb{R}$ est une fonction continue sur $[a,b]$. On note $I=\int\limits_a^b f(x)\mathrm{d}x$.

## 2.1 Principe des méthodes des rectangles

**Définition Méthode des rectangles** Dans cette méthode, la fonction à intégrer est interpolée par un polynôme de degré 0, à savoir une fonction constante. Géométriquement, l'aire sous la courbe est alors approximée par un rectangle. Plusieurs choix sont possibles.

Rectangles à gauche :

$$I=\int_a^b f(x)\mathrm{d}x\simeq(b-a)f(a)$$

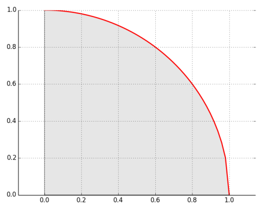
Point milieu :

$$I=\int_a^b f(x)\mathrm{d}x\simeq(b-a)f\left(\frac{a+b}{2}\right)$$

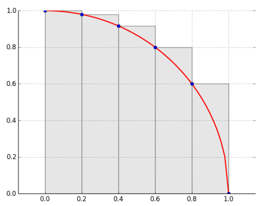
Rectangles à droite :

$$I=\int_a^b f(x)\mathrm{d}x\simeq(b-a)f(b)$$

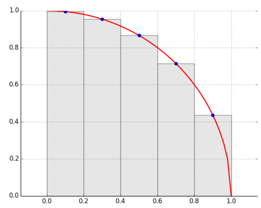
## 2.2 Interprétation graphique



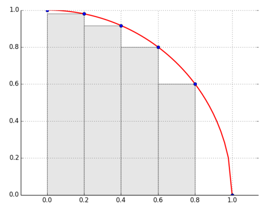
*Calcul intégral*



*Rectangles à gauche*



*Point milieu*

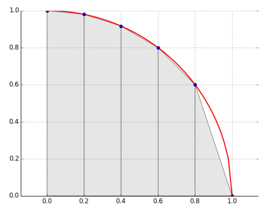


*Rectangles à droite*

## 2.3 Principe des méthodes des trapèzes

**Définition Méthode des trapèzes** Dans cette méthode, la fonction à intégrer est interpolée par un polynôme de degré 1, à savoir une fonction affine. Géométriquement, l'aire sous la courbe est alors approximée par un trapèze :

$$I=\int_a^b f(x)\mathrm{d}x\simeq(b-a)\frac{f(a)+f(b)}{2}$$



### Notion d'erreur d'intégration

**Résultat** Dans chaque cas, on intègre $f$ sur $n$ subdivisions régulières de $I$.

**Erreur sur la méthode des rectangles à gauche et à droite**

Soit $f$ fonction dérivable sur $I=[a,b]$ et dont $f'$ est continue sur $I$. Soit $M_1$ un majorant de $f'$ sur $I$. L'erreur $\varepsilon$ commise lors de l'intégration par la méthode des rectangles à droite ou à gauche est telle que $\varepsilon\leq\dfrac{M_1}{2n}$.

**Erreur sur la méthode des rectangles – point milieu**

Si de plus $f$ est deux fois dérivables sur $I=[a,b]$ et $f''$ est continue sur $I$, on note $M_2$ un majorant de $f''$ sur $I$.L'erreur $\varepsilon$ commise lors de l'intégration par la méthode des rectangles – point milieu est telle que $\varepsilon\leq\dfrac{M_2}{12n^2}$.

**Erreur sur la méthode des trapèzes**

L'erreur commise $\varepsilon$ est telle qu'il existe un entier $M$ tel que $\varepsilon\leq\dfrac{M}{12n^2}$.

### Bibliothèque Python

Il est possible d'intégrer une fonction en utilisant les modules de la bibliothèque `scipy` :

```
from scipy.integrate import quad
from math import sin
# Définition des bornes de gauche et de droite
g,d = -1,1
def f(x):
    return sin(x)

I,erreur = quad(f,g,d)
print(I,erreur)
```

## 3 Résolution d'équations différentielles

## 4 Résolution de systèmes linéaires