



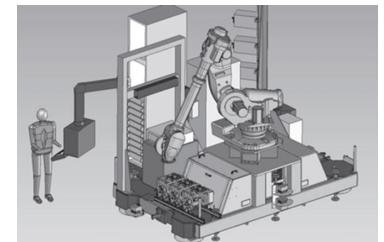
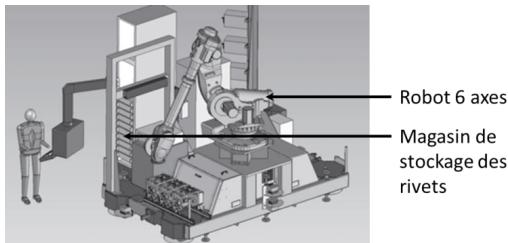
TD 1

Cellule d'assemblage pour avion Falcon – Sujet

Concours E3A – PSI 2015.

Mise en situation

Présentation



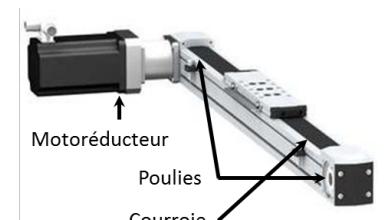
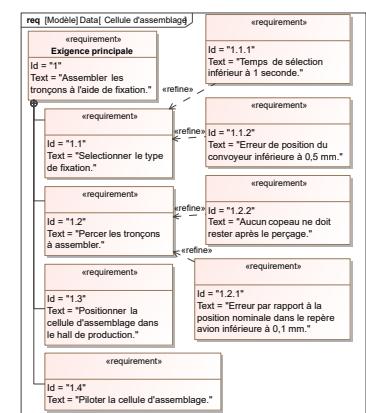
Le tronçon central du fuselage du Falcon 7X est assemblé par rivetage grâce à un robot 6 axes. Les rivets sont stockés dans des cassettes rangées verticalement. Un chariot de sélection se déplace verticalement pour déplacer une buse d'aspiration qui permettra d'acheminer les rivets contenus dans la cassette vers l'effecteur (robot). Le chariot fait l'objet de cette étude.

L'objectif de cette partie est de valider les choix effectués par la société pour le sous ensemble de sélection des fixations de la cellule (exigence 1.1).

Axe chariot

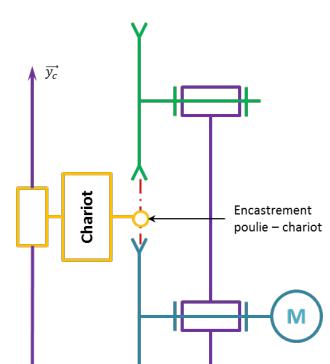
Le déplacement du chariot est assuré par un axe numérique asservi en vitesse et en position. Cet axe est composé d'un moteur à courant continu, d'un système de transmission de puissance de type poulies / courroie et d'un rail.

La modélisation du système de déplacement du chariot est donné ci-contre.



Sélectionner les fixations – Exigence 1.1

Afin de sélectionner le type de fixation, la buse d'aspiration doit être déplacée en face de la cassette avec une erreur inférieure à 0,5 mm (voir exigences fonctionnelles). Cependant le fabricant du système poulie-courroie du rail indique déjà une erreur de $\pm 0,25$ mm due notamment à l'élasticité de la courroie. Par conséquent, l'erreur en position de la commande doit être nulle. De plus, afin de ne pas perdre de temps lors



de la production, le temps maximal de déplacement lors de la sélection est imposé à une seconde.

L'étude se fera dans le cas le plus défavorable c'est-à-dire un déplacement du chariot vers le haut entre les deux cassettes de rivets les plus éloignées. L'axe de déplacement est appelé \vec{y}_c

Notations domaine temporel – domaine de Laplace

Les notations entre le domaine temporel et celui de Laplace sont données dans la suite. Ainsi, si la fonction $f(t)$ possède une transformée de Laplace, elle sera notée : $F(p) = \mathcal{L}[f(t)]$.

<input type="checkbox"/> $u(t) = e(t) + L \frac{di(t)}{dt} + Ri(t);$	<input type="checkbox"/> $u(t)$: tension moteur ;
<input type="checkbox"/> $e(t) = K_E \omega_m(t);$	<input type="checkbox"/> $i(t)$: courant moteur ;
<input type="checkbox"/> $C_M(t) = K_C i(t);$	<input type="checkbox"/> $e(t)$: force contre-électromotrice ;
<input type="checkbox"/> $J_{eq} \frac{d\omega_m(t)}{dt} + f\omega_m(t) = C_M(t) - C_R(t).$	<input type="checkbox"/> $\omega_m(t)$: vitesse de rotation moteur ;
	<input type="checkbox"/> $C_M(t)$: couple moteur ;
	<input type="checkbox"/> $C_R(t)$: couple résistant modélisant l'action de pesanteur.

Critères à respecter pour l'exigence 1.2

Exigence	Critères	Niveaux
Déplacer le chariot	Précision : erreur statique par rapport à une consigne de vitesse constante Rapidité : temps de réponse à 5% en réponse à une consigne échelon Stabilité	NULLE $T_{r5\%} = 0,1 \text{ s maxi}$
	Marge de gain :	6 dB mini
	Marge de phase :	45° mini

Choix d'une architecture de la chaîne de transmission

Question 1 Proposer sous la forme d'un schéma une autre solution permettant le déplacement du chariot. La conversion de l'énergie électrique en énergie mécanique par un moteur doit être conservée.

Compte tenu des vitesses de translation importantes, le système retenu est de type poulie-courroie.

Détermination de l'inertie équivalente

Les grandeurs caractéristiques (notations et valeurs) des éléments de l'axe du chariot sont données dans le tableau ci-dessous.

Moment d'inertie du rotor du moteur autour de son axe	J_m	$140 \times 10^{-6} \text{ kg m}^2$
Moment d'inertie du réducteur ramené à l'arbre moteur	J_{rd}	$60 \times 10^{-4} \text{ kg m}^2$
Moment d'inertie de la poulie motrice autour de son axe	J_{PM}	$38 \times 10^{-4} \text{ kg m}^2$
Moment d'inertie de la poulie réceptrice autour de son axe	J_{PR}	$38 \times 10^{-4} \text{ kg m}^2$
Masse totale du chariot	M	5 kg
Vitesse de rotation de l'arbre moteur	ω_m	
Vitesse de rotation de l'arbre de sortie du réducteur	ω_r	
Rayon d'une poulie motrice ou réceptrice	R_p	45 mm
Rapport de réduction réducteur (ω_r / ω_m)	λ	1/5

Question 2 À partir des grandeurs définies déterminer l'expression littérale de l'inertie équivalente J_{eq} de l'ensemble $\Sigma = \{\text{moteur+réducteur+poulies+chariot}\}$ ramenée sur l'arbre moteur. Cette inertie équivalente est définie par $E_c(\Sigma) = 1/2 J_{eq} \omega_m^2$.

Question 3 Déterminer la valeur numérique de l'expression précédente.

Modèle de connaissance du moteur à courant continu

Objectif

L'objectif de cette partie est d'établir un modèle de la motorisation de l'axe afin de simuler un déplacement.

Question 4 À partir des équations du moteur à courant continu, réaliser le schéma-blocs du moteur à courant continu.

Question 5 En considérant que $C_R(p) = 0$, déterminer la fonction de transfert $H_M(p) = \frac{\Omega_m(p)}{U(p)}$ sous sa forme canonique.

Le coefficient de frottement visqueux est donné par $f = 0,2 \times 10^{-2} \text{ Nms rad}^{-1}$, l'inductance par $L = 9 \text{ mH}$, la résistance de l'induit par $R = 3 \text{ Ohm}$, la constante de couple par $K_c = 1,3 \text{ NmA}^{-1}$ et $K_E = 1,3 \text{ V}(\text{rad s}^{-1})^{-1}$.

Question 6 Montrer que la fonction de transfert $H_M(p)$ peut se mettre sous la forme $H_M(p) = \frac{K_C}{K_C K_e + R J_{eq} p + L J_{eq} p^2}$.

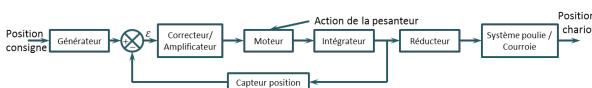
Justifier la réponse. Pour cette question, la valeur numérique de J_{eq} considérée sera $J_{eq} = 7 \times 10^{-3} \text{ kg m}^2$ indépendamment du résultat numérique calculé précédemment.

Question 7 Montrer qu'avec l'expression, $H_M(p)$ peut s'écrire sous la forme $H_M(p) = \frac{K_M}{(1 + T_E p)(1 + T_M p)}$ avec $T_E < T_M$.

Étude de l'asservissement en position de l'axe

Modélisation de l'asservissement en position

La partie précédente a permis de déterminer un modèle du moteur. La suite de l'étude va permettre, par simulation, de déterminer les réglages nécessaires de l'axe vis-à-vis du cahier des charges. La figure suivante présente le principe de l'asservissement de l'axe du chariot.



Les grandeurs caractéristiques des blocs de l'asservissement de l'axe chariot sont données dans le tableau ci-contre.

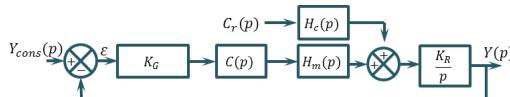
Question 8 Quelle doit être la valeur de K_G pour assurer un asservissement correct (c'est-à-dire l'écart ε doit être nul si la position de l'axe est identique à la consigne)?

Question 9 Donner le schéma-blocs de l'asservissement.

Générateur	K_G	À déterminer
Capteur de position	K_{capt}	$5 \times 10^{-3} \text{ V rad}^{-1}$
Correcteur amplificateur	$C(p)$	Variable

Étude du modèle simplifié

Afin de faciliter les calculs, le schéma bloc à retour unitaire est donné figure suivante. Le couple résistant C_R dû à l'action de pesanteur est supposé constant.



Question 10 Donner l'expression de $Y(p)$.

Question 11 On souhaite déterminer l'erreur en position du système. Calculer l'écart statique pour $C(p) = K_p$ puis $C(p) = \frac{K_i}{p}$.

Avec :

- $H_M(p) = \frac{K_M}{(1 + T_E p)(1 + T_M p)} \frac{(R + L p) K_M}{K_C}$;
- $H_C(p) = \frac{K_C}{(1 + T_E p)(1 + T_M p)}$;
- $C_R(p) = C_r/p$;
- $K_R = R_p \lambda$.

Question 12 On souhaite que lorsque le système se déplace à vitesse constante, l'erreur sur la vitesse atteinte par le système soit nulle. Quelle sollicitation doit-on utiliser. Calculer l'écart statique pour $C(p) = K_p$ puis $C(p) = \frac{K_i}{p}$.

Question 13 Conclure.

Afin de répondre totalement au cahier des charges, l'utilisation d'un correcteur proportionnel intégral dérivé est retenue. En effet, la commande de l'axe intègre directement ce type de correcteur. Dans la suite du problème, le correcteur $C(p)$ sera de la forme : $C(p) = K_I \left(1 + \frac{1}{(T_I p)} \right) (1 + T_D p)$. Le réglage des coefficients a été fait par simulation numérique. Afin de vérifier maintenant le critère de rapidité, on donne la réponse temporelle (figure ??) de l'axe à un échelon de position de 1 m.

Question 14 Conclure sur la conformité au cahier des charges du système ainsi réglé.

Question 15 Tracer le diagramme de Bode.

On considère $C_R(p) = 0$. On prendra $K_M = 0,8 \text{ rad s}^{-1} \text{ V}^{-1}$, $T_e = 0,0051 \text{ s}$, $T_m = 0,0074 \text{ s}$.

Question 16 Tracer le diagramme de Bode de la fonction de transfert en boucle ouverte pour $C(p) = 1$. Déterminer les marges de phase et les marges de gain.

Question 17 Tracer le diagramme de Bode de la fonction de transfert en boucle ouverte pour $C(p) = \frac{1}{p}$. Déterminer les marges de phase et les marges de gain.

On donne ci-dessous les diagrammes de Bode avec les correcteurs optimisés. Déterminer les marges de gain et marges de phase.

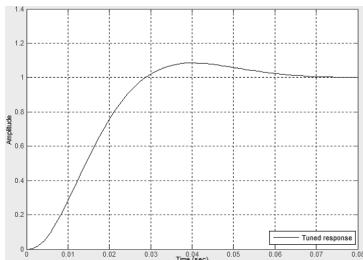
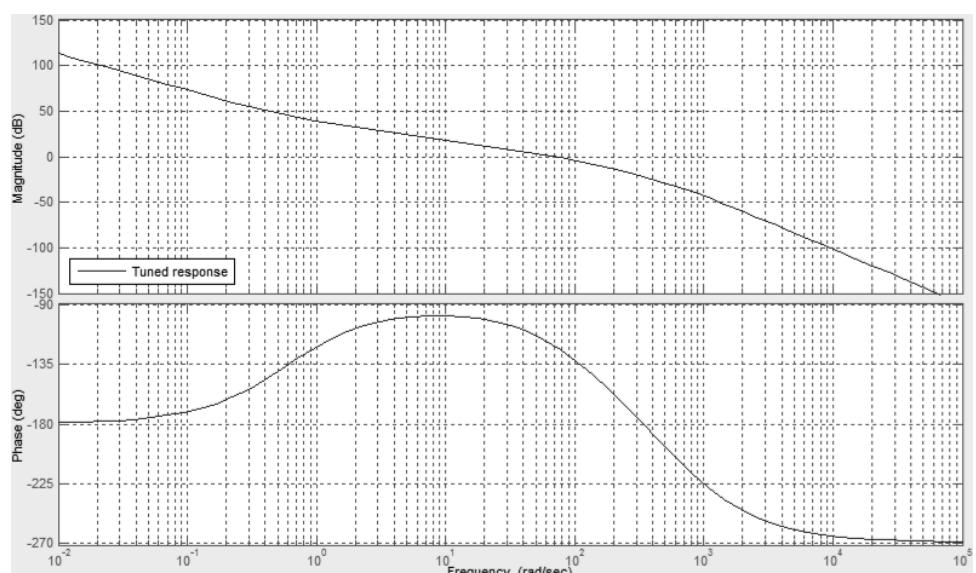
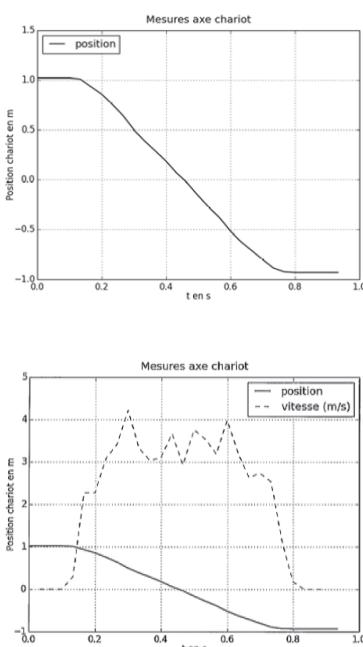


FIGURE 1 – Réponse temporelle système réglé.

Vérification des performances de l'axe du magasin de rivets

Afin de vérifier les réglages précédents, un essai sur le système réel est réalisé. Une consigne de 2 m est donnée. L'absence de système d'acquisition dédié impose un système de mesure extérieur au système réel. C'est un dispositif d'analyse d'image qui est retenu pour ces mesures.

Question 18 À partir des relevés ci-dessous, conclure sur le respect des exigences fonctionnelles de l'axe du magasin de stockage des rivets (Exigence 1.1).





TD 1

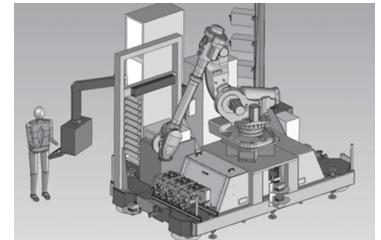
Cellule d'assemblage pour avion Falcon – Corrigé

Concours E3A – PSI 2015.

Mise en situation

Sélectionner les fixations – Exigence 1.1

Critères à respecter pour l'exigence 1.2



Choix d'une architecture de la chaîne de transmission

Question 1 Proposer sous la forme d'un schéma une autre solution permettant le déplacement du chariot. La conversion de l'énergie électrique en énergie mécanique par un moteur doit être conservée.

Correction

Utilisation d'un système vis-écrou.

Détermination de l'inertie équivalente

Question 2 À partir des grandeurs définies déterminer l'expression littérale de l'inertie équivalente J_{eq} de l'ensemble $\Sigma = \{\text{moteur} + \text{réducteur} + \text{poulies} + \text{chariot}\}$ ramenée sur l'arbre moteur. Cette inertie équivalente est définie par $E_c(\Sigma) = 1/2J_{eq}\omega_m^2$.

Correction

$$\mathcal{E}_c(\Sigma) = \mathcal{E}_c(\text{moteur}) + \mathcal{E}_c(\text{réducteur}) + \mathcal{E}_c(\text{poulies}) + \mathcal{E}_c(\text{chariot}).$$

- ▶ $\mathcal{E}_c(\text{moteur}) = 1/2J_m\omega_m^2$;
- ▶ $\mathcal{E}_c(\text{réducteur}) = 1/2J_{\text{red}}\omega_m^2$;
- ▶ $\mathcal{E}_c(\text{poulies}) = 1/2(J_{Pm} + J_{PR})\omega_{\text{red}}^2 = 1/2(J_{Pm} + J_{PR})\lambda^2\omega_m^2$;
- ▶ $\mathcal{E}_c(\text{chariot}) = 1/2MV^2 = 1/2MR_p^2\lambda^2\omega_m^2$.

$$\text{On a donc } J_{eq} = MR_p^2\lambda^2 + (J_{Pm} + J_{PR})\lambda^2 + J_{\text{red}} + J_m.$$

Question 3 Déterminer la valeur numérique de l'expression précédente.

Correction

$$J_{eq} = 0,0068 \text{ kg m}^2$$

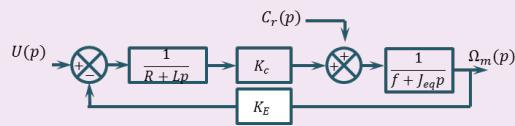
Modèle de connaissance du moteur à courant continu

Objectif

L'objectif de cette partie est d'établir un modèle de la motorisation de l'axe afin de simuler un déplacement.

Question 4 À partir des équations du moteur à courant continu, réaliser le schéma-blocs du moteur à courant continu.

Correction



Question 5 En considérant que $C_R(p) = 0$, déterminer la fonction de transfert $H_M(p) = \frac{\Omega_m(p)}{U(p)}$ sous sa forme canonique.

Correction

$$H_M(p) = \frac{\frac{K_C}{K_c K_E + R f}}{1 + \frac{R J_{eq} + L f}{K_c K_E + R f} p + \frac{L J_{eq}}{K_c K_E + R f} p^2}$$

Le coefficient de frottement visqueux est donné par $f = 0,2 \times 10^{-2} \text{ Nms rad}^{-1}$, l'inductance par $L = 9 \text{ mH}$, la résistance de l'induit par $R = 3 \text{ Ohm}$, la constante de couple par $K_c = 1,3 \text{ NmA}^{-1}$ et $K_E = 1,3 \text{ V}(\text{rad s}^{-1})^{-1}$.

Question 6 Montrer que la fonction de transfert $H_M(p)$ peut se mettre sous la forme $H_M(p) = \frac{K_C}{K_c K_E + R J_{eq} p + L J_{eq} p^2}$. Justifier la réponse. Pour cette question, la valeur numérique de J_{eq} considérée sera $J_{eq} = 7 \times 10^{-3} \text{ kg m}^2$ indépendamment du résultat numérique calculé précédemment.

Correction

En faisant les applications numériques on montre que Rf est négligeable devant $K_c K_E$ et que Lf est négligeable devant RJ_{eq} . On a donc : $H_M(p) = \frac{\frac{K_C}{K_c K_E}}{1 + \frac{R J_{eq}}{K_c K_E} p + \frac{L J_{eq}}{K_c K_E} p^2} = \frac{K_C}{K_c K_E + R J_{eq} p + L J_{eq} p^2}$.

Question 7 Montrer qu'avec l'expression, $H_M(p)$ peut s'écrire sous la forme $H_M(p) = \frac{K_M}{(1 + T_E p)(1 + T_M p)}$ avec $T_E < T_M$.

Correction

$$\left\{ \begin{array}{l} T_e + T_m = \frac{R J_{eq}}{K_c K_E} \\ T_e T_m = \frac{L J_{eq}}{K_c K_E} \end{array} \right. \quad \text{On a (résolution d'une équation du second degré) :}$$

$$T_e = \frac{\frac{R_{eq}}{K_c K_e} - \sqrt{\left(\frac{R_{eq}}{K_c K_e}\right)^2 - 4 \frac{L_{eq}}{K_c K_e}}}{2}. T_e = 0,0051 \text{ s et } T_m = 0,0074 \text{ s.}$$

Étude de l'asservissement en position de l'axe

Modélisation de l'asservissement en position

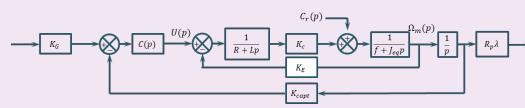
Question 8 Quelle doit être la valeur de K_G pour assurer un asservissement correct (c'est-à-dire l'écart ε doit être nul si la position de l'axe est identique à la consigne) ?

Correction

On doit avoir $K_G = K_{\text{capt}} \frac{1}{\lambda} \frac{1}{R_p} = 0,556 \text{ V rad}^{-1} \text{ m}^{-1}$.

Question 9 Donner le schéma-blocs de l'asservissement.

Correction



Étude du modèle simplifié

Question 10 Donner l'expression de $Y(p)$.

Correction

On raisonne par superposition :

Si $C_r(p) = 0$:

$$\begin{aligned} Y_1(p) &= Y_{\text{cons}}(p) \frac{\frac{K_G K_{\text{Capt}} C(p) H_m(p) K_r}{p}}{1 + \frac{K_G K_{\text{Capt}} C(p) H_m(p) K_r}{p}} \\ &= Y_{\text{cons}}(p) \frac{K_G K_{\text{Capt}} C(p) H_m(p) K_r}{p + K_G K_{\text{Capt}} C(p) H_m(p) K_r} \\ &= Y_{\text{cons}}(p) \frac{K_G K_{\text{Capt}} C(p) K_M K_r}{(1 + T_E p)(1 + T_M p)p + K_G K_{\text{Capt}} C(p) K_M K_r} \end{aligned}$$

Correction

Si $Y_{\text{Cons}}(p) = 0$:

$$\begin{aligned}
 Y_2(p) &= C_r(p) \frac{\frac{H_c(p)K_r}{p}}{1 + \frac{K_r K_G K_{\text{Capt}} C(p) H_m(p)}{p}} \\
 &= C_r(p) \frac{H_c(p)K_r}{p + K_r K_G K_{\text{Capt}} C(p) H_m(p)} \\
 &= C_r(p) \frac{(R + Lp)K_M K_r}{K_C (1 + T_E p)(1 + T_M p)p + K_r K_G K_{\text{Capt}} C(p) K_M}
 \end{aligned}$$

On a donc : $Y(p) = Y_1(p) + Y_2(p)$.

Question 11 On souhaite déterminer l'erreur en position du système. Calculer l'écart statique pour $C(p) = K_p$ puis $C(p) = \frac{K_i}{p}$.

Correction

Question 12 On souhaite que lorsque le système se déplace à vitesse constante, l'erreur sur la vitesse atteinte par le système soit nulle. Quelle sollicitation doit-on utiliser. Calculer l'écart statique pour $C(p) = K_p$ puis $C(p) = \frac{K_i}{p}$.

Correction

Question 13 Conclure.

Correction

Question 14 Conclure sur la conformité au cahier des charges du système ainsi réglé.

Correction

Question 15 Tracer de diagramme de Bode.

Correction

Question 16 Tracer le diagramme de Bode de la fonction de transfert en boucle ouverte pour $C(p) = 1$. Déterminer les marges de phase et les marges de gain.

Correction

Question 17 Tracer le diagramme de Bode de la fonction de transfert en boucle ouverte pour $C(p) = \frac{1}{p}$. Déterminer les marges de phase et les marges de gain.

Correction

Vérification des performances de l'axe du magasin de rivets

Question 18 À partir des relevés ci-dessous, conclure sur le respect des exigences fonctionnelles de l'axe du magasin de stockage des rivets (Exigence 1.1).

Correction

TD 2

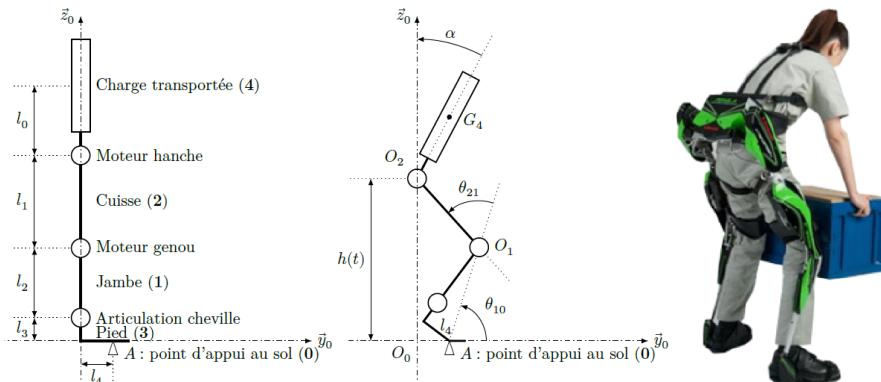
Assistance pour le maniement de charges dans l'industrie – Sujet

Concours Centrale Supelec TSI 2017.

Mise en situation

L'exosquelette est un appareil qui apporte à un être humain des capacités qu'il ne possède pas ou qu'il a perdues à cause d'un accident. Ce type d'appareil peut permettre à une personne de soulever des charges lourdes et diminuer considérablement les efforts à fournir sans la moindre fatigue. Après avoir revêtu un exosquelette adapté à sa morphologie et à sa taille, l'utilisateur peut faire ses mouvements en bénéficiant d'une grande fluidité.

On donne dans la figure ci-dessous, la modélisation cinématique retenue dans le but de simuler le comportement de l'exosquelette.



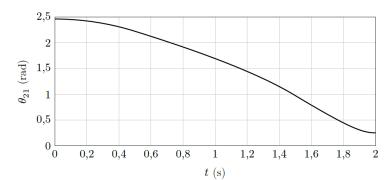
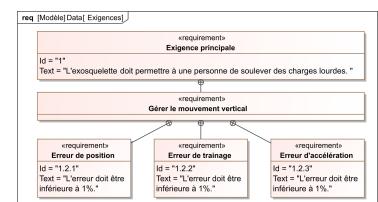
Gestion du mouvement vertical

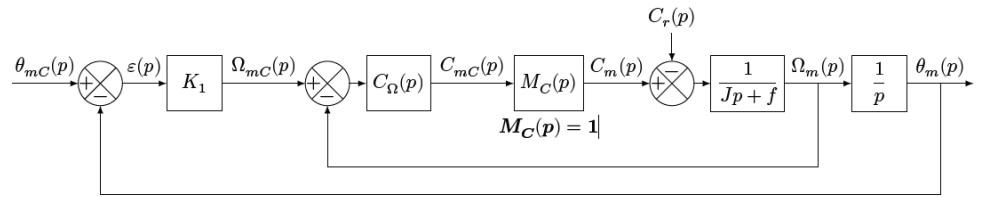
Objectif

Déterminer les réglages de la commande asservie des moteurs genou droit et gauche permettant d'assurer un mouvement vertical ne déséquilibrant pas le porteur de l'exosquelette puis valider les performances attendues listées par le cahier des charges.

La demande de mouvement de l'utilisateur de l'exosquelette se traduit par une consigne de vitesse de type trapézoïdal pour le mouvement vertical. À l'aide du modèle articulaire inverse cette demande se traduit finalement en consigne de position des axes moteur genou gauche et droit. Cette consigne de position du moteur représentée à la figure suivante montre des parties qui peuvent être approchées par des constantes, des rampes et des paraboles.

Le premier modèle défini figure suivante est adopté pour chaque axe.





Notations :

- ▶ $\theta_{mC}(p)$ consigne de position de l'axe moteur (variable temporelle : $\theta_{mC}(t)$ en rad);
- ▶ $\theta_m(p)$ position de l'axe moteur (variable temporelle : $\theta_m(t)$ en rad);
- ▶ $C_{mC}(p)$ consigne de couple moteur (variable temporelle : $c_{mC}(t)$ en Nm);
- ▶ $C_m(p)$ couple moteur (variable temporelle : $c_m(t)$ en Nm);
- ▶ $C_r(p)$ couple résistant perturbateur (variable temporelle : $c_r(t)$ en Nm);
- ▶ K_1 gain proportionnel du correcteur de l'asservissement de position (en s^{-1});
- ▶ $\Omega_{mC}(p)$ consigne de vitesse de l'axe moteur (variable temporelle : $\Omega_{mC}(t)$ en rad s^{-1});
- ▶ $\Omega_m(p)$ vitesse de l'axe moteur (variable temporelle : $\Omega_m(t)$ en rad s^{-1});
- ▶ $C_\Omega(p)$ correcteur de l'asservissement de vitesse;
- ▶ $M_C(p)$ modélise la boucle d'asservissement en couple de la machine électrique, considérée parfaite au vu de sa dynamique par rapport aux autres boucles : $M_C(p) = 1$;
- ▶ J moment d'inertie de l'ensemble en mouvement, rapporté au niveau de l'axe moteur;
- ▶ f coefficient de frottements visqueux équivalents pour l'ensemble en mouvement.

Le correcteur est de la forme : $C_\Omega(p) = K_2 \left(\frac{Jp + f}{Jp} \right)$.

En utilisant le schéma-blocs précédent, on peut constater que :

- ▶ l'écart est défini par la variable $\varepsilon(t) = \theta_{mC}(t) - \theta_m(t)$;
- ▶ l'erreur entre l'entrée et la sortie est définie par la variable $\mu(t) = \theta_{mC}(t) - \theta_m(t)$.

Étant donné que le modèle utilisé est à retour unitaire, l'écart $\varepsilon(t)$ est égal à l'erreur $\mu(t)$.

Hypothèse

Le couple résistant évolue lentement au regard de la dynamique de l'asservissement, ce qui permet de considérer pour la suite de l'étude $C_r(p) = 0$.

Question 1 Déterminer la grandeur physique de la consigne et la grandeur physique asservie à partir du modèle multiphysique présenté plus bas et préciser leurs unités de base dans le système international d'unités (SI).

Question 2 Exprimer $H_\Omega(p) = \frac{\Omega_m(p)}{\Omega_{mC}(p)}$ en fonction de J , K_2 et p .

Question 3 Exprimer $\varepsilon(p)$ en fonction de $\theta_{mC}(p)$, $H_\Omega(p)$, K_1 et p .

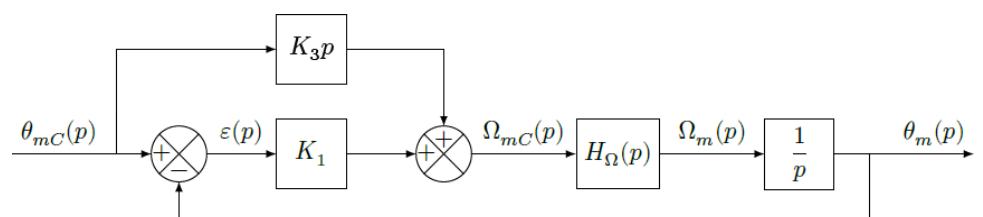
Méthode –

On peut définir l'erreur de position ε_p par $\varepsilon_p = \lim_{t \rightarrow +\infty} \varepsilon(t) = \lim_{p \rightarrow 0} p \varepsilon(p)$ avec $\theta_{mC}(p) = \frac{1}{p}$ (entrée échelon).

Question 4 Déterminer l'erreur de position ε_p puis l'erreur de traînage ε_v . Conclure sur la valeur de K_1 pour satisfaire à l'exigence d'erreur en traînage.

Question 5 Déterminer l'erreur en accélération et conclure quant au respect du cahier des charges.

Pour satisfaire l'exigence d'une erreur en accélération inférieure à 1%, le second modèle avec anticipation de la vitesse est adopté avec $H_\Omega(p) = \frac{1}{1 + Tp}$ et $T = 33 \text{ ms}$.



Question 6 Exprimer $\varepsilon(p)$ en fonction de $\theta_{mC}(p)$, T , K_1 , K_3 et p .

Le second modèle avec anticipation de la figure précédente n'a pas d'incidence sur la valeur de l'erreur de position.

Question 7 Exprimer l'erreur de traînage et déterminer la valeur de K_3 permettant l'annuler cette erreur.

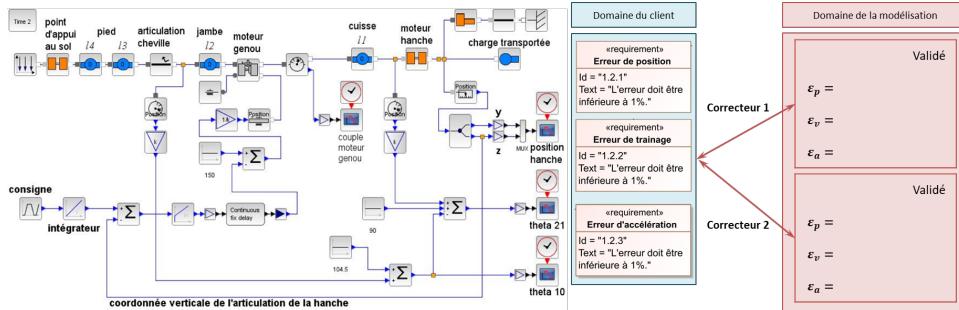
Question 8 Exprimer et déterminer l'erreur d'accélération en prenant les valeurs de K_3 et de K_1 déterminées précédemment. Conclure quant au respect du cahier des charges.

$$1 + H_\Omega(p) \frac{z^{-1}}{p}$$

4. $\varepsilon(p) = 0$, $\varepsilon_v = \frac{1}{K_1}$ et $K_1 > 100$.
 5. $\varepsilon_a = \infty$.
 6. $\varepsilon(p) = \theta_{mC}(p)(p(1+Tp-K_3))/(p(1+Tp)+K_1)$.
 7. $\varepsilon_v = \frac{1-K_3}{K_1}$, $K_3 = 1$.
 8. $\varepsilon_a = \frac{33 \times 10^{-3}}{100}$. Le cahier des charges est donc validé.

Synthèse

Question 9 En utilisant la figure ci-dessous, conclure sur les actions qui ont mené à une validation du cahier des charges.



TD 2

Assistance pour le maniement de charges dans l'industrie – Corrigé

Concours Centrale Supelec TSI 2017.

Mise en situation

Gestion du mouvement vertical

Objectif

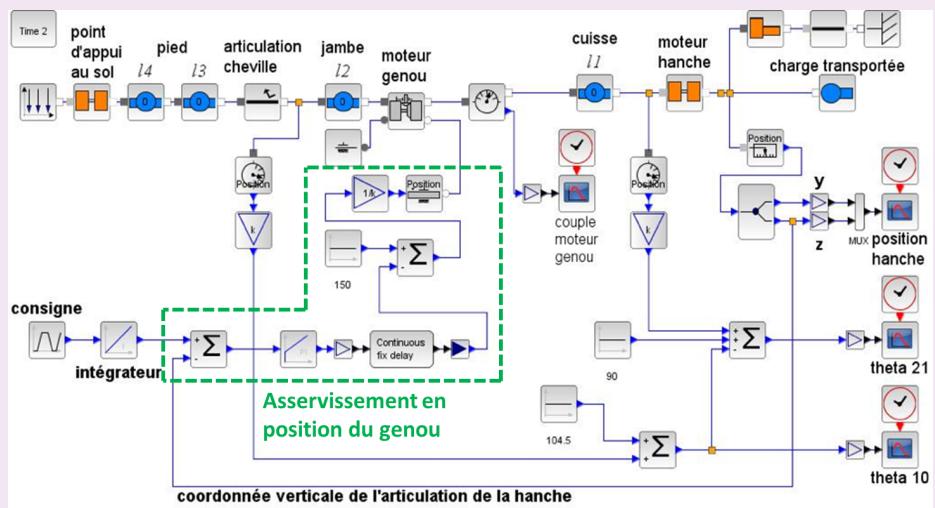
Déterminer les réglages de la commande asservie des moteurs genou droit et gauche permettant d'assurer un mouvement vertical ne déséquilibrant pas le porteur de l'exosquelette puis valider les performances attendues listées par le cahier des charges.



Question 1 Déterminer la grandeur physique de la consigne et la grandeur physique asservie à partir du modèle multiphysique présenté plus bas et préciser leurs unités de base dans le système international d'unités (SI).

Correction

Il s'agit d'un asservissement en position.



Question 2 Exprimer $H_\Omega(p) = \frac{\Omega_m(p)}{\Omega_{mC}(p)}$ en fonction de J , K_2 et p .

Correction

En faisant l'hypothèse que le couple perturbateur est nul, on a : $H_\Omega(p) = \frac{\Omega_m(p)}{\Omega_{mC}(p)} = \frac{C_\Omega(p)M_C(p)\frac{1}{Jp+f}}{1+C_\Omega(p)M_C(p)\frac{1}{Jp+f}}$. En conséquences : $H_\Omega(p) = \frac{K_2}{Jp+K_2} = \frac{1}{\frac{Jp}{CK_2} + 1}$.

Question 3 Exprimer $\varepsilon(p)$ en fonction de $\theta_{mC}(p)$, $H_\Omega(p)$, K_1 et p .

Correction

D'une part, $\varepsilon(p) = \theta_{mC}(p) - \theta_m(p)$. D'autre part, $\theta_m(p) = H_\Omega(p)\frac{K_1}{p}\varepsilon(p)$. Par suite, $\varepsilon(p) = \theta_{mC}(p) - H_\Omega(p)\frac{K_1}{p}\varepsilon(p) \Leftrightarrow \varepsilon(p)\left(1 + H_\Omega(p)\frac{K_1}{p}\right) = \theta_{mC}(p)$. En conséquences, $\varepsilon(p) = \frac{\theta_{mC}(p)}{1 + H_\Omega(p)\frac{K_1}{p}}$.

Question 4 Déterminer l'erreur de position ε_p puis l'erreur de traînage ε_v . Conclure sur la valeur de K_1 pour satisfaire à l'exigence d'erreur en traînage.

Correction

On a :

$$\blacktriangleright \varepsilon_p = \lim_{t \rightarrow \infty} \varepsilon(t) = \lim_{p \rightarrow 0} p\varepsilon(p) = \lim_{p \rightarrow 0} p \frac{1}{1 + H_\Omega(p)\frac{K_1}{p}} \frac{1}{p} = \lim_{p \rightarrow 0} \frac{1}{1 + \frac{1}{\frac{Jp}{CK_2} + 1} \frac{K_1}{p}} = 0$$

(ce qui était prévisible pour un système de classe 1);

$$\blacktriangleright \varepsilon_v = \lim_{t \rightarrow \infty} \varepsilon(t) = \lim_{p \rightarrow 0} p\varepsilon(p) = \lim_{p \rightarrow 0} p \frac{1}{1 + H_\Omega(p)\frac{K_1}{p}} \frac{1}{p^2} = \lim_{p \rightarrow 0} \frac{1}{1 + \frac{1}{\frac{Jp}{CK_2} + 1} \frac{K_1}{p}} \frac{1}{p}$$

$$= \lim_{p \rightarrow 0} \frac{1}{p + \frac{1}{\frac{Jp}{CK_2} + 1} K_1} = \frac{1}{K_1} \text{ (ce qui était prévisible pour un système de classe 1 et de gain } K_1 \text{ en BO).}$$

Ainsi, pour avoir une erreur de traînage inférieure à 1%, il faut $\frac{1}{K_1} < 0,01$ et $K_1 > 100$.

Question 5 Déterminer l'erreur en accélération et conclure quant au respect du cahier des charges.

Correction

En raisonnant de même, on a : $\varepsilon_a = \lim_{t \rightarrow \infty} \varepsilon(t) = \lim_{p \rightarrow 0} p\varepsilon(p) = \lim_{p \rightarrow 0} p \frac{1}{1 + H_\Omega(p)\frac{K_1}{p}} \frac{1}{p^3}$

$$= \lim_{p \rightarrow 0} \frac{1}{1 + \frac{1}{\frac{Jp}{CK_2} + 1} \frac{K_1}{p}} \frac{1}{p^2} = 0 = \lim_{p \rightarrow 0} \frac{1}{p^2 + \frac{1}{\frac{Jp}{CK_2} + 1} K_1} = \infty \text{ (ce qui était prévisible pour un système de classe 1).}$$

Ainsi, le correcteur choisi ne permet pas de vérifier le cahier des charges.

Question 6 Exprimer $\varepsilon(p)$ en fonction de $\theta_{mC}(p)$, T , K_1 , K_3 et p .

Correction

En utilisant le schéma-blocs, on a :

- $\varepsilon(p) = \theta_{mC}(p) - \theta_m(p);$
- $\Omega_{mC}(p) = K_3 p \theta_{mC}(p) + K_1 \varepsilon(p);$
- $\theta_m(p) = \Omega_{mC}(p) \frac{1}{p} \frac{1}{1 + Tp}.$

$$\text{On a donc : } \varepsilon(p) = \theta_{mC}(p) - \Omega_{mC}(p) \frac{1}{p} \frac{1}{1 + Tp} = \theta_{mC}(p) - (K_3 p \theta_{mC}(p) + K_1 \varepsilon(p)) \frac{1}{p(1 + Tp)}$$

$$= \theta_{mC}(p) - \frac{K_3 p}{p(1 + Tp)} \theta_{mC}(p) - \frac{K_1}{p(1 + Tp)} \varepsilon(p).$$

$$\text{On a alors } \varepsilon(p) \left(1 + \frac{K_1}{p(1 + Tp)}\right) = \theta_{mC}(p) \left(1 - \frac{K_3}{1 + Tp}\right)$$

$$\Leftrightarrow \varepsilon(p) \frac{p(1 + Tp) + K_1}{p(1 + Tp)} = \theta_{mC}(p) \frac{1 + Tp - K_3}{1 + Tp}.$$

$$\text{Enfin, } \varepsilon(p) = \theta_{mC}(p) \frac{p(1 + Tp - K_3)}{p(1 + Tp) + K_1}.$$

Le second modèle avec anticipation de la figure précédente n'a pas d'incidence sur la valeur de l'erreur de position.

Question 7 Exprimer l'erreur de traînage et déterminer la valeur de K_3 permettant l'annuler cette erreur.

Correction

$$\varepsilon_v = \lim_{t \rightarrow \infty} \varepsilon(t) = \lim_{p \rightarrow 0} p \varepsilon(p) = \lim_{p \rightarrow 0} p \frac{p(1 + Tp - K_3)}{p(1 + Tp) + K_1} \frac{1}{p^2} = \lim_{p \rightarrow 0} \frac{(1 + Tp - K_3)}{p(1 + Tp) + K_1} = \frac{1 - K_3}{K_1}.$$

Au final, pour annuler l'erreur de traînage, on doit avoir $K_3 = 1$.

Question 8 Exprimer et déterminer l'erreur d'accélération en prenant les valeurs de K_3 et de K_1 déterminées précédemment. Conclure quant au respect du cahier des charges.

On a :

Correction

$$\varepsilon_a = \lim_{t \rightarrow \infty} \varepsilon(t) = \lim_{p \rightarrow 0} p \varepsilon(p) = \lim_{p \rightarrow 0} p \frac{p(1 + Tp - K_3)}{p(1 + Tp) + K_1} \frac{1}{p^3} = \lim_{p \rightarrow 0} \frac{(1 + Tp - K_3)}{p(1 + Tp) + K_1} \frac{1}{p}. \text{ En prenant } K_3 = 1 \text{ et } K_1 = 100, \text{ on obtient : } \varepsilon_a = \frac{T}{p(1 + Tp) + 100} = \frac{33 \times 10^{-3}}{100}. \text{ L'erreur est donc de } 33 \times 10^{-5}. \text{ Le cahier des charges est donc validé.}$$

Synthèse

Question 9 En utilisant la figure ci-dessous, conclure sur les actions qui ont mené à une validation du cahier des charges.

