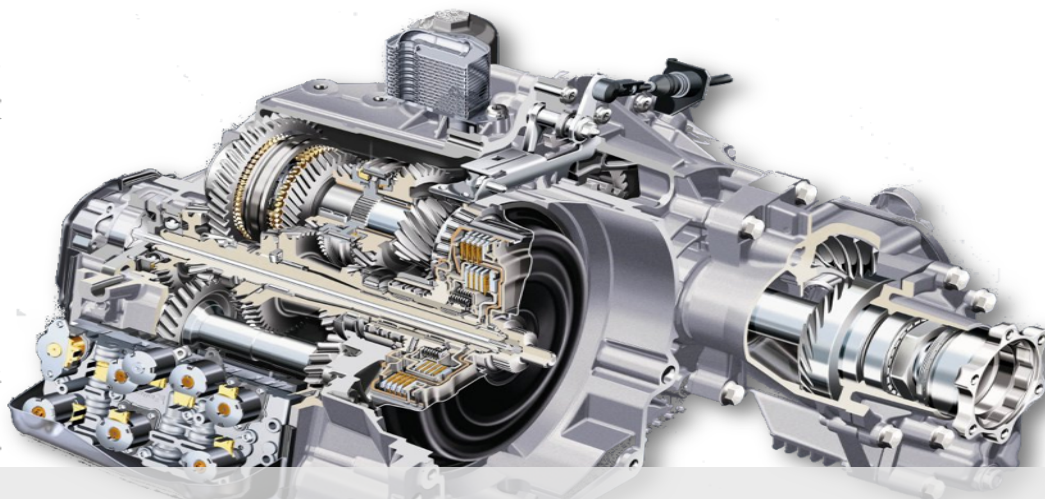


# Table des matières

Table des matières	i
<b>1 Hyperstatisme des mécanismes</b>	<b>1</b>
1.1 Degrés de mobilité . . . . .	1
1.2 Hyperstatisme . . . . .	2
1.2.1 Définition . . . . .	2
1.2.2 Le système est hyperstatique... et alors ? . . . . .	2
TD 1 : Robovolc – Sujet . . . . .	5





# 1 Hyperstatisme des mécanismes

## 1.1 Degrés de mobilité

### Définition – Mobilité cinématique

On appelle  $m_c = m_u + m_i$  le **degrés de mobilité cinématique** d'une liaison ou d'un mécanisme, avec :

- ▶  $m_u$  : le nombre de mobilités dites **utile** ;
- ▶  $m_i$  : le nombre de mobilités dites **interne**.

Pour une liaison seule :

- ▶  $m_c = 0$  : liaison complète ou rigide ;
- ▶  $m_c > 0$  : liaison mobile à  $m_c$  degrés de liberté.

### Remarque

- ▶ Dans un mécanisme, une mobilité utile est une mobilité **recherchée dans la fonction du mécanisme**. On différenciera **seulement** les mobilités utiles **indépendantes**. Si une relation existe, par exemple, entre un mouvement d'entrée et un mouvement de sortie, alors cela sera considéré comme une seule mobilité.
- ▶ Les mobilités internes sont des mobilités indépendantes résiduelles à l'intérieur du mécanisme.

Les mobilités utiles et internes peuvent être déterminées intuitivement. Cependant, il est possible de déterminer le nombre de mobilités analytiquement.

### Méthode – Méthode cinématique

Il faut commencer par écrire la (ou les) fermetures de chaînes cinématiques. Une fermeture de chaîne permet d'écrire un système de 6 équations. On note  $r_c$  le rang du système d'équations cinématiques.

On a alors  $m_c = I_c - r_c$ .

### Méthode – Méthode statique

Il faut commencer par appliquer le PFS à chacune des pièces du système. Un PFS permet d'écrire un système de 6 équations. On note  $r_s$  le rang du système d'équations statiques.

On a alors  $m_c = E_s - r_s$ .

1.1 Degrés de mobilité . . . . . 1

1.2 Hyperstatisme . . . . . 2

B2-16

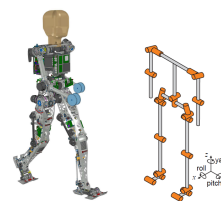


FIGURE 1.1 – Robot humanoïde Lola

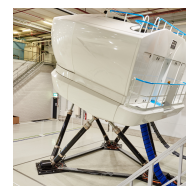


FIGURE 1.2 – Simulateur de vol Lockheed Martin

## 1.2 Hyperstatisme

### 1.2.1 Définition

On appelle  $h$  le degré d'hyperstatisme d'un mécanisme. Il traduit l'impossibilité à résoudre un problème de mécanique, par la redondance abusive des liaisons.

#### Méthode – en cinématique

$$h = m_c - I_c + E_c$$

#### Méthode – en statique

$$h = m_c - E_s + I_s$$

- ▶  $h = 0$  : liaison ou mécanisme **isostatique** ;
- ▶  $h > 0$  : liaison ou mécanisme **hyperstatistique** ;
- ▶ si  $h < 0$  refaites vos calculs, **ce n'est possible** !

#### Définition – Notations

$I_c$  et  $I_s$  sont respectivement les **nombre d'inconnues cinématiques et statiques** d'un système et ils dépendent du type de modélisation (2D ou 3D).

##### Méthode cinématique

On rappelle que le **nombre cyclomatique**  $\gamma$  est tel que  $\gamma = L - S + 1$  ( $S$  nombre de classes d'équivalence et  $L$  le nombre de liaisons).

On note  $E_c$  le nombre d'équations cinématique :

- ▶ en 3D :  $E_c = 6\gamma$  ;
- ▶ en 2D :  $E_c = 3\gamma$ .

##### Méthode statique

$E_s$  est le nombre d'équations statique :

- ▶ en 3D :  $E_s = 6(S - 1)$  ;
- ▶ en 2D :  $E_s = 3(S - 1)$ .

#### Remarques

- ▶ Un système en **chaîne ouverte** est toujours **isostatique**.
- ▶ Une **liaison hélicoïdale** a **5 inconnues statiques et 1 inconnue cinématique**.
- ▶ Le degré d'hyperstatisme d'une chaîne bouclée **simple** ne peut pas excéder 6.

### 1.2.2 Le système est hyperstatistique... et alors ?

Tout d'abord, d'un point de vue calcul mécanique, l'intérêt d'un système isostatique est qu'il est possible de calculer les efforts dans chacune des liaisons. Un système isostatique sera de plus facile à assembler car le positionnement des pièces les unes avec les autres est « unique ».

Pour les systèmes hyperstatistiques, il n'est pas possible de connaître chacun des efforts. En revanche, la détermination des lois de mouvement des systèmes reste possible. Les systèmes hyperstatistiques sont plus rigides que des systèmes isostatistiques mais nécessitent de prendre des précautions au montage ou à la fabrication des pièces :

- ▶ les dimensions des pièces fabriquées doivent être maîtrisées ;
- ▶ le parallélisme dans l'espace entre des axes doit être maîtrisé ;
- ▶ du jeu doit être prévu pour garantir l'assemblage ;
- ▶ des dispositifs de réglage peuvent être proposés.

Un système hyperstatique peut donc être plus cher à réaliser, mais peut être plus rigide et d'une plus grande durée de vie.

Pour calculer les efforts dans un système hyperstatique, plusieurs solutions sont possibles : on peut par exemple faire des hypothèses sur une répartition d'efforts.

#### Méthode – Conditions de montage

Pour déterminer les conditions de montage, il est possible d'exploiter les équations  $0 = 0$  issues des fermetures de chaînes cinématiques. En effet, ce nombre d'équations correspond au degré d'hyperstatisme :

- une équation de type  $0 = 0$  issue de la fermeture des vecteurs taux de rotation impose de spécifier un parallélisme ;
- une équation de type  $0 = 0$  issue de la fermeture des vecteurs vitesse impose de spécifier une distance.

Il est parfois demandé de diminuer le degré d'hyperstatisme d'un système. Pour cela, il faut rajouter des degrés de liberté à certaines liaisons, sans pour autant modifier le comportement du système.



# TD 1 :

## Robovolc – Sujet

X ENS – PSI 2017.

B2-16

### Mise en situation

#### Objectif

Dans cette sous-partie, on établit un modèle statique du châssis de ROBOVOLC.

La mobilité sur terrain accidenté est obtenue, en plus de par la motorisation indépendante des roues, par l'utilisation d'un châssis articulé. Celui-ci a une structure tubulaire avec des articulations passives (non actionnées) permettant à ROBOVOLC de s'adapter à toute surface non plane. Une illustration des cinq mouvements indépendants permis par les articulations est donnée sur la [Figure 1.3](#).

Le châssis est composé de cinq parties orientables les unes par rapport aux autres ([Figure 1.4](#)) :

- ▶ l'essieu avant, noté EAV, reliant les roues avant 1 et 2 ;
- ▶ l'essieu central, noté EC, reliant les roues centrales 3 et 4 ;
- ▶ l'essieu arrière, noté EAR, reliant les roues arrière 5 et 6 ;
- ▶ l'arbre avant, noté AAV, connectant les essieux EAV et EC ;
- ▶ l'arbre arrière, noté AAR, connectant les essieux EC et EAR.

On rappelle que l'empattement entre deux essieux successifs est noté  $a$ , et que la distance entre deux roues d'un même essieu est notée  $2e$ . Les différentes parties sont reliées entre elles par des articulations possédant une raideur en rotation imposée. Par la suite, on supposera cette raideur négligeable devant les autres actions mécaniques mises en jeu. Un schéma cinématique de la plateforme (châssis+roues) est présenté sur la [Figure 1.4](#).

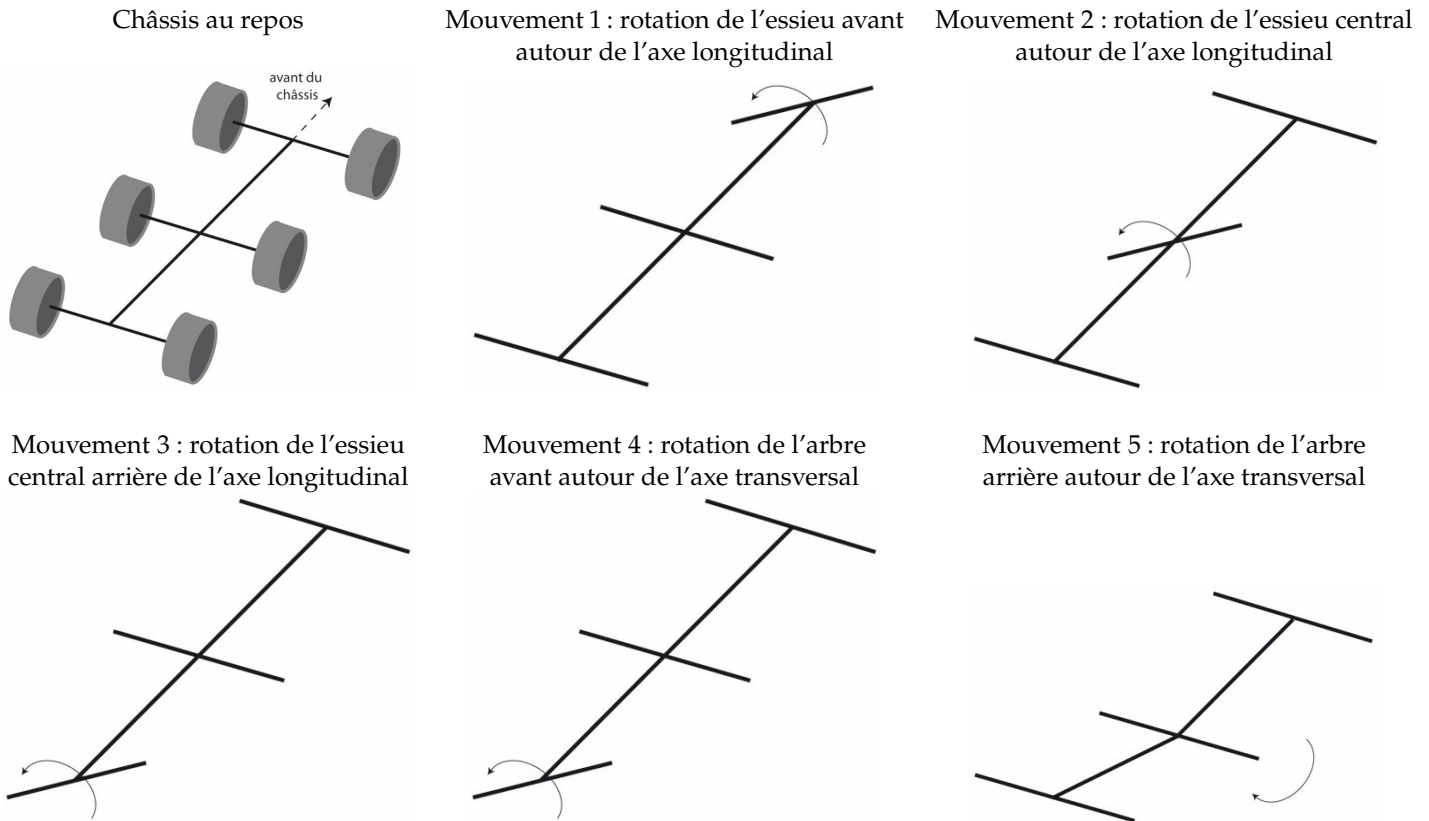


FIGURE 1.3 – Illustration des mouvements de déformation du châssis

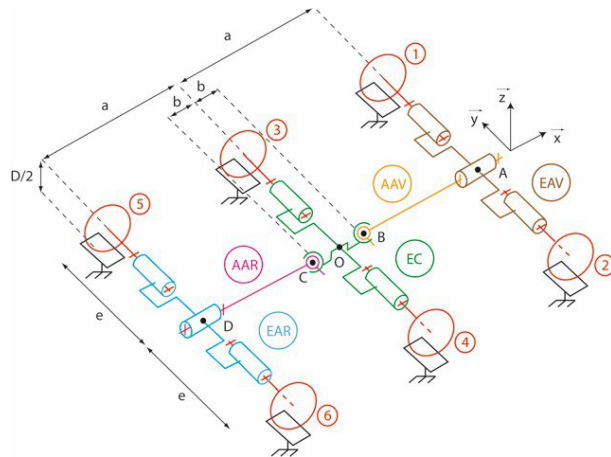


FIGURE 1.4 – Schéma cinématique de la plateforme

Les deux articulations EC-AAV et EC-AAR, situées à une distance longitudinale  $\pm b$  de l'essieu EC, autorisent une rotation selon les directions  $\vec{x}$  et  $\vec{y}$  ; elles sont modélisées par des liaisons rotule à doigt de centres respectifs B et C. Les deux articulations EAV-AAV et EAR-AAR autorisent une rotation selon la direction  $\vec{x}$  seulement ; elles sont modélisées par des liaisons pivot d'axe  $(O, \vec{x})$ .

D'autre part, les six liaisons essieu-roue sont modélisées par des liaisons pivot d'axe  $(A, \vec{y})$  (roues avant),  $(O, \vec{y})$  (roues centrales) ou  $(D, \vec{y})$  (roues arrière). De plus, le contact de chaque roue  $i$  avec le sol est modélisé en première approche par une liaison ponctuelle de normale  $(P_i, \vec{z})$ .



On considère dans les questions 1 et 2 que les liaisons sont parfaites sans frottements.

**Question 1** Déterminer le nombre de mobilités du modèle du système.

**Question 2** Montrer que le modèle est isostatique. Conclure quant à la capacité du châssis à maintenir les roues au contact du sol en toute circonstance.

**Question 3** Proposer un modèle de liaison parfaite pour le contact roue-sol qui permet de tenir compte, dans une étude de statique sans glissement, du frottement longitudinal et transversal. Peut-on calculer toutes les inconnues statiques de liaison dans ce cas ?