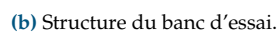




Airbus Helicopters commercialise des hélicoptères civils et militaires. Le déplacement des hélicoptères est assuré par un rotor principal permettant la sustentation et la translation de l'appareil. Un rotor arrière permet de compenser le couple de réaction engendré par le rotor principal et de contrôler les mouvements de lacet de l'appareil (figure 1a). La puissance est délivrée par deux turboréacteurs (certains hélicoptères ne sont équipés que d'un turboréacteur). Ces turboréacteurs entraînent en rotation une boîte de transmission principale (BTP) qui elle-même entraîne d'une part le rotor principal et d'autre part le rotor arrière, par l'intermédiaire d'un arbre de transmission et d'une boîte de transmission arrière (BTA). La BTP assure aussi l'entraînement d'une série d'accessoires permettant le fonctionnement de l'appareil (alternateur, pompe hydraulique . . .). Pour chaque association hélicoptère - turboréacteur, un banc d'essai permet de vérifier que la BTP répond au cahier des charges. La figure 1b présente la structure du banc d'essai.

Valider Req 1.1.1.



Moteur électrique d'entraînement  
 Sortie - Rotor principal  
 Boîte de transfert principale  
 Entrées - Turbines 1 et 2  
 Sortie - Rotor arrière

```
Id = "1.1.1"
Text = "L'écart statique de la
régulation en vitesse doit
être nul."
```

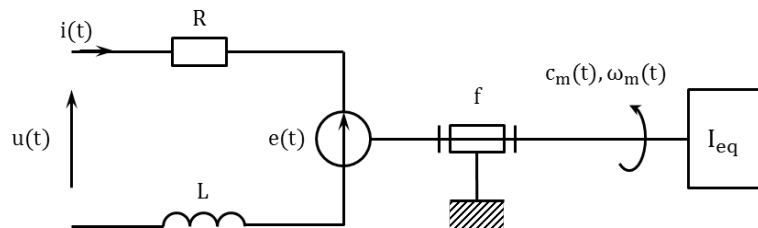
- $u(t)$  : la tension appliquée aux bornes de l'induit ;
- $i(t)$  : le courant absorbé par l'induit ;

- $e(t)$  : la force contre-électromotrice ;
- $\omega_m(t)$  : la vitesse de rotation de l'arbre moteur ;
- $c_m(t)$  : le couple moteur ;
- $c_r(t)$  : le couple résistant sur l'arbre moteur dû à la génération d'un couple résistant en sortie de BTP ;
- $K_c$  : la constante de couple définie telle que  $c_m(t) = K_c i(t)$  (équation 1) ;
- $K_e$  : la constante de force contre-électromotrice définie telle que  $e(t) = K_e \omega_m(t)$  (équation 2).

Le banc d'essai est équipé d'un dispositif permettant de générer un couple résistant sur le rotor de sortie de la BTP. Cela permet de simuler les actions aérodynamiques sur les pales. Il faut donc évaluer l'impact de ce couple sur la vitesse du moteur. La modélisation adoptée pour le moteur à courant continu est celle de la figure 1.

- $R$  : la résistance de l'induit ;
- $L$  : l'inductance de l'induit ;
- $f$  : le coefficient de frottement, qui génère un couple résistant proportionnel à  $\omega_m(t)$  ;
- $I_{eq}$  : l'inertie équivalente du banc d'essai ramené à l'arbre moteur ;

FIGURE 1 – Schéma équivalent du moteur à courant continu.



Hypothèses :

- le comportement de chacun des composants sera considéré comme linéaire, continu et invariant ;
- les conditions de Heaviside sont considérées comme vérifiées ;
- on note  $p$  la variable de Laplace. La transformée de Laplace d'une fonction temporelle  $f(t)$  sera notée  $F(p)$  (la transformée de  $\omega(t)$  sera notée  $\Omega(p)$ ).

## Modélisation de l'asservissement en vitesse

Hypothèses :

- on néglige l'inductance du moteur à courant continu ainsi que l'effet du coefficient de frottement ;
- on fait l'hypothèse que  $K_c = K_e = K$  ;
- pour simplifier l'étude, la boucle de courant n'a pas été modélisée.

Le schéma-blocs de l'asservissement en vitesse du moteur à courant continu est donné sur la figure 2.

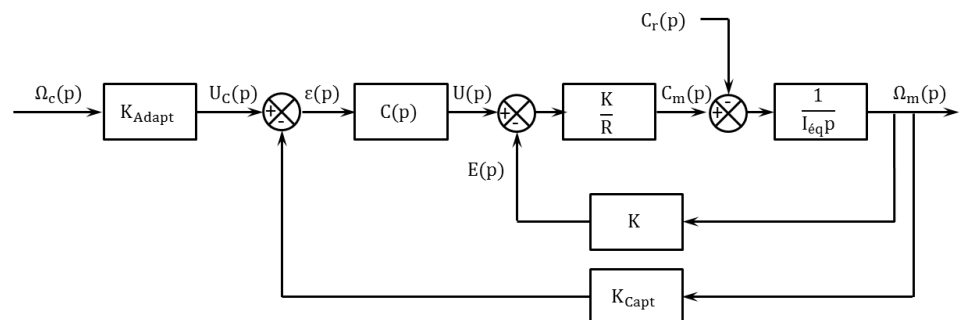


FIGURE 2 – Régulation en vitesse du banc d'essai.

**Question 1** Quelle solution technologique peut-on utiliser pour le capteur situé en boucle de retour ? Comment déterminer la valeur du gain  $K_{Adapt}$  ?

**Hypothèse 1 : on considère que  $C_r(p) = 0$  et  $\Omega_c(p) \neq 0$ .**

**Question 2** Déterminer la fonction de transfert en boucle fermée  $H_m(p) = (\Omega_m(p))/U(p)$  puis la fonction de transfert en boucle fermée  $H_1(p) = (\Omega_m(p))/(\Omega_c(p))$ . On considère que  $C(p) = K_p$ ,  $K_p$  étant constant. Mettre  $H_1(p)$  sous la forme  $K_1/(1 + \tau_1 p)$  où on explicitera les valeurs de  $K_1$  et  $\tau_1$ .

**Hypothèse 2 : on considère que  $\Omega_c(p) = 0$  et que  $C_r(p) \neq 0$ .**

**Question 3** Retracer sur la copie le schéma bloc en tenant compte de ces hypothèses.

**Question 4** Déterminer la fonction de transfert en boucle fermée  $H_2(p) = (\Omega_m(p))/(C_r(p))$ . On considère que  $C(p) = K_p$ ,  $K_p$  étant constante. Mettre  $H_2(p)$  sous la forme  $-K_2/(1 + \tau_2 p)$  où on explicitera les valeurs de  $K_2$  et  $\tau_2$ .

**Hypothèse 3 : on considère maintenant que  $\Omega_c(p) \neq 0$  et que  $C_r(p) \neq 0$ .**

**Question 5** En utilisant le théorème de superposition, exprimer  $\Omega_m(p)$  en fonction de  $H_1(p)$ ,  $H_2(p)$ ,  $\Omega_c(p)$  et  $C_r(p)$ .

À une fréquence de rotation de  $350 \text{ min}^{-1}$  en sortie de BTP correspond une consigne de fréquence de rotation du moteur de  $1928 \text{ min}^{-1}$  soit environ  $202 \text{ rad/s}$ . Le couple résistant ramené à l'arbre moteur est évalué à  $990 \text{ Nm}$ . On soumet donc le système à un échelon de consigne d'amplitude  $202 \text{ rad/s}$  et à un couple résistant de  $990 \text{ Nm}$ .

**Question 6** Après avoir exprimé la consigne  $\Omega_c(p)$  puis le couple résistant  $C_r(p)$ , calculer sous forme littérale l'écart statique du système. Conclure vis-à-vis du cahier des charges.

**Question 7** Quel intérêt peut présenter l'utilisation d'un correcteur intégral de gain  $K_I$  de la forme  $C(p) = K_I/p$  ?

**Question 8** En conclusion, en utilisant le correcteur précédent, l'asservissement proposé permet-il de tenir la consigne de vitesse lorsqu'un couple résistant est appliqué à l'arbre de sortie de la BTP ? L'exigence 1.1.1 est-elle vérifiée ?

#### Éléments de correction

1.  $K_{\text{Adapt}} = K_{\text{Capt}}$ .
2.  $K_1 = \frac{K_{\text{Adapt}} K_p}{K + K_p K_{\text{Capt}}}$  et  $\tau_1 = \frac{R I_{\text{eq}}}{K^2 + K K_p K_{\text{Capt}}}$ .
3. .
4.  $K_2 = \frac{R}{K (K + K_p K_{\text{Capt}})}$  et  $\tau_2 = \frac{R I_{\text{eq}}}{K (K + K_p K_{\text{Capt}})}$ .
5.  $\Omega_m(p) = H_1(p) \Omega_c(p) + H_2(p) C_r(p)$ .
6.  $\varepsilon_S = (K_{\text{Adapt}} - K_{\text{Capt}} K_1) \Omega_{c0} + K_{\text{Capt}} K_2 C_{r0}$ .
7. On montre que l'écart statique est annulé.
8.  $\varepsilon = 0$ .



# TD 1

## Banc d'essai BTP – Corrigé

Concours CCINP– TSI 2015

B2-07

C2-03

### Mise en situation

#### Objectif

Valider Req 1.1.1.

### Le moteur à courant continu

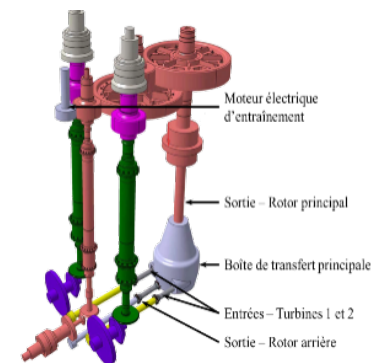
### Modélisation de l'asservissement en vitesse

**Question 1** Quelle solution technologique peut-on utiliser pour le capteur situé en boucle de retour ? Comment déterminer la valeur du gain  $K_{\text{Adapt}}$  ?

#### Correction

Il s'agit de réaliser un asservissement en fréquence de rotation. On pourrait utiliser une génératrice tachymétrique.

Afin d'avoir un asservissement précis ( $\varepsilon(p) = 0$  lorsque  $\Omega_c(p) = \Omega(p)$ ), on prend  $K_{\text{Adapt}} = K_{\text{Capt}}$ .



«requirement»

#### Précision de la régulation

Id = "1.1.1"

Text = "L'écart statique de la régulation en vitesse doit être nul."

**Hypothèse 1 :** on considère que  $C_r(p) = 0$  et  $\Omega_c(p) \neq 0$ .

**Question 2** Déterminer la fonction de transfert en boucle fermée  $H_m(p) = (\Omega_m(p))/U(p)$  puis la fonction de transfert en boucle fermée  $H_1(p) = (\Omega_m(p))/(\Omega_c(p))$ . On considère que  $C(p) = K_p$ ,  $K_p$  étant constant. Mettre  $H_1(p)$  sous la forme  $K_1/(1 + \tau_1 p)$  où on explicitera les valeurs de  $K_1$  et  $\tau_1$ .

#### Correction

$$H_m(p) = \frac{\Omega_m(p)}{U(p)} = \frac{\frac{K}{RI_{eq}p}}{1 + \frac{K^2}{RI_{eq}p}} = \frac{K}{RI_{eq}p + K^2} = \frac{1/K}{1 + \frac{RI_{eq}}{K^2}p}$$

$$H_1(p) = \frac{\Omega_m(p)}{\Omega_c(p)} = K_{\text{Adapt}} \frac{\frac{K}{RI_{\text{eq}}p + K^2} C(p)}{1 + \frac{K}{RI_{\text{eq}}p + K^2} C(p) K_{\text{Capt}}} = \frac{K_{\text{Adapt}} K C(p)}{RI_{\text{eq}}p + K^2 + K C(p) K_{\text{Capt}}}$$

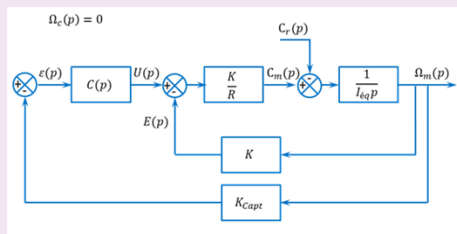
$$H_1(p) = \frac{K_{\text{Adapt}} K K_P}{RI_{\text{eq}}p + K^2 + K K_P K_{\text{Capt}}} = \frac{\frac{K_{\text{Adapt}} K_P}{K + K_P K_{\text{Capt}}}}{\frac{RI_{\text{eq}}}{K^2 + K K_P K_{\text{Capt}}} p + 1} = \frac{K_1}{1 + \tau_1 p}$$

Soit par identification :  $K_1 = \frac{K_{\text{Adapt}} K_P}{K + K_P K_{\text{Capt}}}$  et  $\tau_1 = \frac{RI_{\text{eq}}}{K^2 + K K_P K_{\text{Capt}}}$ .

**Hypothèse 2 : on considère que  $\Omega_c(p) = 0$  et que  $C_r(p) \neq 0$ .**

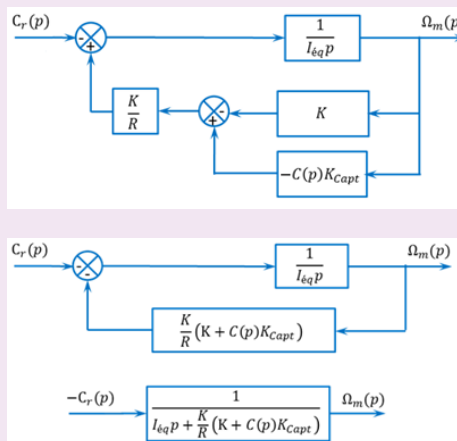
**Question 3** Retracer sur la copie le schéma bloc en tenant compte de ces hypothèses.

**Correction**



**Question 4** Déterminer la fonction de transfert en boucle fermée  $H_2(p) = (\Omega_m(p))/(C_r(p))$ . On considère que  $C(p) = K_P$ ,  $K_P$  étant constante. Mettre  $H_2(p)$  sous la forme  $-K_2/(1 + \tau_2 p)$  où on explicitera les valeurs de  $K_2$  et  $\tau_2$ .

**Correction**



$$\text{On a donc : } H_2(p) = \frac{\Omega_m(p)}{C_r(p)} = -\frac{1}{\frac{K}{R} (K + K_P K_{\text{Capt}}) + I_{\text{eq}} p} = -\frac{\frac{R}{K (K + K_P K_{\text{Capt}})}}{1 + \frac{RI_{\text{eq}}}{K (K + K_P K_{\text{Capt}})} p}$$

$$= -\frac{K_2}{1 + \tau_2 p} \text{ Soit par identification : } K_2 = \frac{R}{K (K + K_P K_{\text{Capt}})} \text{ et } \tau_2 = \tau_1 = \frac{RI_{\text{eq}}}{K (K + K_P K_{\text{Capt}})}.$$

**Hypothèse 3 : on considère maintenant que  $\Omega_c(p) \neq 0$  et que  $C_r(p) \neq 0$ .**

**Question 5** En utilisant le théorème de superposition, exprimer  $\Omega_m(p)$  en fonction de  $H_1(p)$ ,  $H_2(p)$ ,  $\Omega_c(p)$  et  $C_r(p)$ .

**Correction**

Par superposition on a :  $\Omega_m(p) = H_1(p)\Omega_c(p) + H_2(p)C_r(p)$ .

À une fréquence de rotation de  $350 \text{ min}^{-1}$  en sortie de BTP correspond une consigne de fréquence de rotation du moteur de  $1928 \text{ min}^{-1}$  soit environ  $202 \text{ rad/s}$ . Le couple résistant ramené à l'arbre moteur est évalué à  $990 \text{ Nm}$ . On soumet donc le système à un échelon de consigne d'amplitude  $202 \text{ rad/s}$  et à un couple résistant de  $990 \text{ Nm}$ .

**Question 6** Après avoir exprimé la consigne  $\Omega_c(p)$  puis le couple résistant  $C_r(p)$ , calculer sous forme littérale l'écart statique du système. Conclure vis-à-vis du cahier des charges.

**Correction**

On a, pour des échelons de consignes :  $\Omega_c(p) = \frac{\Omega_{c0}}{p}$  avec  $\Omega_{c0} = 202 \text{ rad/s}$  et  $C_r(p) = \frac{C_{r0}}{p}$  avec  $C_{r0} = 990 \text{ Nm}$ .

L'écart statique  $\varepsilon_S$  s'écrit en sortie du comparateur :

$$\varepsilon_S = \lim_{t \rightarrow \infty} \varepsilon(t) = \lim_{p \rightarrow 0} p \varepsilon(p) = \lim_{p \rightarrow 0} p(K_{\text{Adapt}}\Omega_c(p) - K_{\text{Capt}}\Omega_m(p)) =$$

$$\lim_{p \rightarrow 0} \left( p(K_{\text{Adapt}}\Omega_c(p) - K_{\text{Capt}}H_1(p)\Omega_c(p) - K_{\text{Capt}}H_2(p)C_r(p)) \right)$$

$$\varepsilon_S = \lim_{p \rightarrow 0} p \left( K_{\text{Adapt}}\frac{\Omega_{c0}}{p} - K_{\text{Capt}}K_1\frac{\Omega_{c0}}{p} + K_{\text{Capt}}K_2\frac{C_{r0}}{p} \right)$$

$$\varepsilon_S = (K_{\text{Adapt}} - K_{\text{Capt}}K_1)\Omega_{c0} + K_{\text{Capt}}K_2C_{r0}$$

L'écart statique ne pourra pas être nul (exigence 1.1.1 du cahier des charges non vérifiée).

**Question 7** Quel intérêt peut présenter l'utilisation d'un correcteur intégral de gain  $K_I$  de la forme  $C(p) = K_I/p$  ?

**Correction**

En choisissant  $K_{\text{Adapt}} = K_{\text{Capt}}$ , l'écart statique pourra être réduit à condition d'avoir un gain  $K_p$  important  $K_1 \rightarrow 1$  et  $K_2 \rightarrow 0$ , mais pas trop pour ne pas rendre le système instable. Avec un correcteur intégral, le système devient de classe 1 et l'écart statique est annulé.

**Question 8** En conclusion, en utilisant le correcteur précédent, l'asservissement proposé permet-il de tenir la consigne de vitesse lorsqu'un couple résistant est appliqué à l'arbre de sortie de la BTP ? L'exigence 1.1.1 est-elle vérifiée ?

**Correction**

En reprenant le raisonnement de la question \*\*, et en remplaçant  $C(p)$  par  $K_I/p$  dans

$$\text{les expressions de } H_1(p) \text{ et } H_2(p) : \lim_{p \rightarrow 0} H_1(p) = \lim_{p \rightarrow 0} K_{\text{Adapt}} \frac{\frac{K}{R I_{\text{eq}} p + K^2} \frac{K_I}{p}}{1 + \frac{K}{R I_{\text{eq}} p + K^2} \frac{K_I}{p} K_{\text{Capt}}} =$$

$$\frac{K_{\text{Adapt}}}{K_{\text{Capt}}}.$$

$$\lim_{p \rightarrow 0} H_2(p) = \lim_{p \rightarrow 0} -\frac{1}{\frac{K}{R} \left( K + \frac{K_I}{p} K_{\text{Capt}} \right) + I_{\text{eq}} p} = 0$$

$$\varepsilon_S = \lim_{p \rightarrow 0} p \left( K_{\text{Adapt}} \Omega_c(p) - K_{\text{Capt}} H_1(p) \Omega_c(p) - K_{\text{Capt}} H_2(p) C_r(p) \right)$$

$$\varepsilon_S = \lim_{p \rightarrow 0} K_{\text{Adapt}} \Omega_{c0} - K_{\text{Capt}} K_{\text{Adapt}} / K_{\text{Capt}} \Omega_{c0} - K_{\text{Capt}} 0 C_r 0 = 0$$

Dans ce cas, l'application d'un couple perturbateur n'a donc pas d'influence sur l'écart statique. La fréquence de rotation du rotor peut être temporairement impactée, mais au bout d'un laps de temps, l'écart statique tend vers 0. L'exigence 1.1.1 est donc vérifiée.



## TD 2

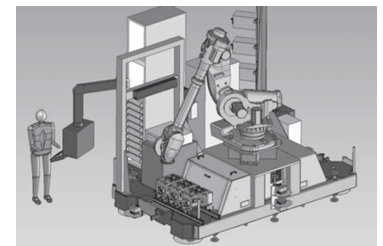
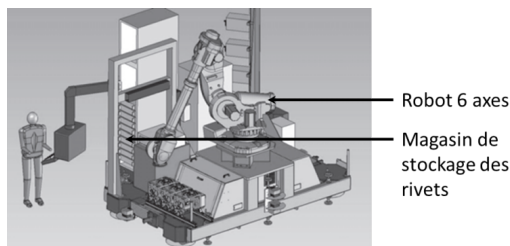
# Cellule d'assemblage pour avion Falcon – Sujet

Concours E3A – PSI 2015.

## Mise en situation

### Présentation

Le tronçon central du fuselage du Falcon 7X est assemblé par rivetage grâce à un robot 6 axes. Les rivets sont stockés dans des cassettes rangées verticalement. Un chariot de sélection se déplace verticalement pour déplacer une buse d'aspiration qui permettra d'acheminer les rivets contenus dans la cassette vers l'effecteur (robot). Le chariot fait l'objet de cette étude.



L'objectif de cette partie est de valider les choix effectués par la société pour le sous ensemble de sélection des fixations de la cellule (exigence 1.1).

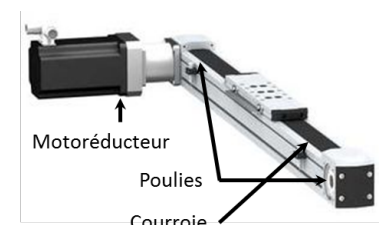
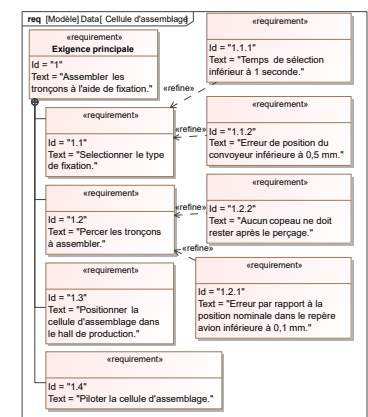
### Axe chariot

Le déplacement du chariot est assuré par un axe numérique asservi en vitesse et en position. Cet axe est composé d'un moteur à courant continu, d'un système de transmission de puissance de type poulies / courroie et d'un rail.

## Modélisation du système de déplacement du chariot

### Sélectionner les fixations – Exigence 1.1

Afin de sélectionner le type de fixation, la buse d'aspiration doit être déplacée en face de la cassette avec une erreur inférieure à 0,5 mm (voir exigences fonctionnelles). Cependant le fabricant du système poulie-courroie du rail indique déjà une erreur



de  $\pm 0,25$  mm due notamment à l'élasticité de la courroie. Par conséquent, l'erreur en position de la commande doit être nulle. De plus, afin de ne pas perdre de temps lors de la production, le temps maximal de déplacement lors de la sélection est imposé à une seconde.

L'étude se fera dans le cas le plus défavorable c'est-à-dire un déplacement du chariot vers le haut entre les deux cassettes de rivets les plus éloignées. L'axe de déplacement est appelé  $\vec{y}_c$

## Notations domaine temporel – domaine de Laplace

Les notations entre le domaine temporel et celui de Laplace sont données dans la suite. Ainsi, si la fonction  $f(t)$  possède une transformée de Laplace, elle sera notée :  $F(p) = \mathcal{L}[f(t)]$ . Les équations caractéristiques du moteur à courant continu sont rappelées ci-dessous (les conditions de Heaviside sont respectées) :

$$\begin{aligned} \square u(t) &= e(t) + L \frac{di(t)}{dt} + Ri(t); \\ \square e(t) &= K_E \omega_m(t); \\ \square C_M(t) &= K_C i(t); \\ \square J_{eq} \frac{d\omega_m(t)}{dt} + f \omega_m(t) &= C_M(t) - C_R(t). \end{aligned}$$

Avec :

- $\square u(t)$  : tension moteur ;
- $\square i(t)$  : courant moteur ;
- $\square e(t)$  : force contre-électromotrice ;
- $\square \omega_m(t)$  : vitesse de rotation moteur ;
- $\square C_M(t)$  : couple moteur ;
- $\square C_R(t)$  : couple résistant modélisant l'action de pesanteur.

## Critères à respecter pour l'exigence 1.2

Exigence	Critères	Niveaux
Déplacer le chariot	<b>Précision</b> : erreur statique par rapport à une consigne de vitesse constante	NULLE
	<b>Rapidité</b> : temps de réponse à 5% en réponse à une consigne échelon	$T_{r5\%} = 0,1$ s maxi
	<b>Stabilité</b>	
	Marge de gain :	6 dB mini
	Marge de phase :	45° mini

## Choix d'une architecture de la chaîne de transmission

**Question 1** Proposer sous la forme d'un schéma une autre solution permettant le déplacement du chariot. La conversion de l'énergie électrique en énergie mécanique par un moteur doit être conservée.

Compte tenu des vitesses de translation importantes, le système retenu est de type poulie-courroie.

## Détermination de l'inertie équivalente

Les grandeurs caractéristiques (notations et valeurs) des éléments de l'axe du chariot sont données dans le tableau ci-dessous :

Moment d'inertie du rotor du moteur autour de son axe	$J_m$	$140 \times 10^{-6} \text{ kg m}^2$
Moment d'inertie du réducteur ramené à l'arbre moteur	$J_{rd}$	$60 \times 10^{-4} \text{ kg m}^2$
Moment d'inertie de la poulie motrice autour de son axe	$J_{PM}$	$38 \times 10^{-4} \text{ kg m}^2$
Moment d'inertie de la poulie réceptrice autour de son axe	$J_{PR}$	$38 \times 10^{-4} \text{ kg m}^2$
Masse totale du chariot	$M$	5 kg
Vitesse de rotation de l'arbre moteur	$\omega_m$	
Vitesse de rotation de l'arbre de sortie du réducteur	$\omega_r$	
Rayon d'une poulie motrice ou réceptrice	$R_p$	45 mm
Rapport de réduction réducteur ( $\omega_r/\omega_m$ )	$\lambda$	1/5

**Question 2** À partir des grandeurs définies déterminer l'expression littérale de l'inertie équivalente  $J_{eq}$  de l'ensemble  $\Sigma = \{\text{moteur} + \text{réducteur} + \text{poulies} + \text{chariot}\}$  ramenée sur l'arbre moteur. Cette inertie équivalente est définie par  $E_c(\Sigma) = 1/2 J_{eq} \omega_m^2$ .

**Question 3** Déterminer la valeur numérique de l'expression précédente.

## Modèle de connaissance du moteur à courant continu

### Objectif

L'objectif de cette partie est d'établir un modèle de la motorisation de l'axe afin de simuler un déplacement.

**Question 4** À partir des équations du moteur à courant continu, réaliser le schéma-blocs du moteur à courant continu.

**Question 5** En considérant que  $C_R(p) = 0$ , déterminer la fonction de transfert  $H_M(p) = \frac{\Omega_m(p)}{U(p)}$  sous sa forme canonique.

Le coefficient de frottement visqueux est donné par  $f = 0,2 \times 10^{-2} \text{ Nms rad}^{-1}$ , l'inductance par  $L = 9 \text{ mH}$ , la résistance de l'induit par  $R = 3 \text{ Ohm}$ , la constante de couple par  $K_c = 1,3 \text{ Nm A}^{-1}$  et  $K_E = 1,3 \text{ V (rad s}^{-1})^{-1}$ .

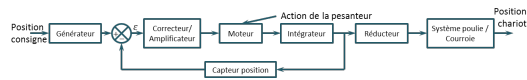
**Question 6** Montrer que la fonction de transfert  $H_M(p)$  peut se mettre sous la forme  $H_M(p) = \frac{K_C}{K_C K_E + R J_{eq} p + L J_{eq} p^2}$ . Justifier la réponse. Pour cette question, la valeur numérique de  $J_{eq}$  considérée sera  $J_{eq} = 7 \times 10^{-3} \text{ kg m}^2$  indépendamment du résultat numérique calculé précédemment.

**Question 7** Montrer qu'avec l'expression,  $H_M(p)$  peut s'écrire sous la forme  $H_M(p) = \frac{K_M}{(1 + T_E p)(1 + T_M p)}$  avec  $T_E < T_M$ .

## Étude de l'asservissement en position de l'axe

### Modélisation de l'asservissement en position

La partie précédente a permis de déterminer un modèle du moteur. La suite de l'étude va permettre, par simulation, de déterminer les réglages nécessaires de l'axe vis-à-vis du cahier des charges. La figure suivante présente le principe de l'asservissement de l'axe du chariot.



Les grandeurs caractéristiques des blocs de l'asservissement de l'axe chariot sont données dans le tableau ci-dessous :

Générateur	$K_G$	À déterminer
Capteur de position	$K_{\text{capt}}$	$5 \times 10^{-3} \text{ V rad}^{-1}$
Correcteur amplificateur	$C(p)$	Variable

**Question 8** Quelle doit être la valeur de  $K_G$  pour assurer un asservissement correct (c'est-à-dire l'écart  $\varepsilon$  doit être nul si la position de l'axe est identique à la consigne) ?

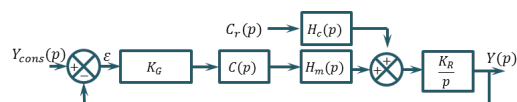
**Question 9** Donner le schéma-blocs de l'asservissement.

### Étude du modèle simplifié

Afin de faciliter les calculs, le schéma bloc à retour unitaire est donné figure suivante. Le couple résistant  $C_R$  dû à l'action de pesanteur est supposé constant.

Avec :

- ▶  $H_M(p) = \frac{K_M}{(1 + T_E p)(1 + T_M p)}$  ;
- ▶  $H_C(p) = \frac{K_C}{(1 + T_E p)(1 + T_M p)}$  ;
- ▶  $C_R(p) = C_r / p$  ;
- ▶  $K_R = R_p \lambda$ .



**Question 10** Donner l'expression de  $Y(p)$ .

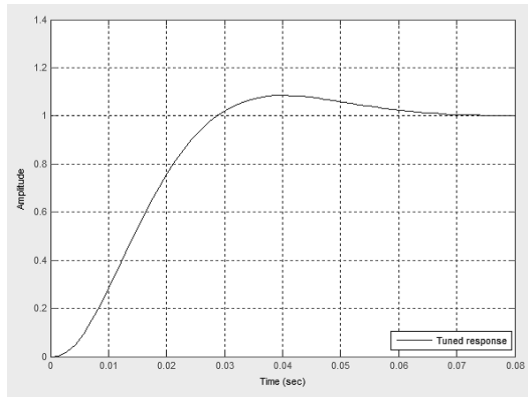
**Question 11** On souhaite déterminer l'erreur en position du système. Calculer l'écart statique pour  $C(p) = K_p$  puis  $C(p) = \frac{K_i}{p}$ .

**Question 12** On souhaite que lorsque le système se déplace à vitesse constante, l'erreur sur la vitesse atteinte par le système soit nulle. Quelle sollicitation doit-on utiliser. Calculer l'écart statique pour  $C(p) = K_p$  puis  $C(p) = \frac{K_i}{p}$ .

**Question 13** Conclure.

Afin de répondre totalement au cahier des charges, l'utilisation d'un correcteur proportionnel intégral dérivé est retenue. En effet, la commande de l'axe intègre directement ce type de correcteur. Dans la suite du problème, le correcteur  $C(p)$  sera de la forme :  $C(p) = K_I \left(1 + \frac{1}{T_I p}\right) (1 + T_D p)$ . Le réglage des coefficients a été fait par simulation numérique. Afin de vérifier maintenant le critère de rapidité, on donne la réponse temporelle (figure page suivante) de l'axe à un échelon de position de 1 m.

**Question 14** Conclure sur la conformité au cahier des charges du système ainsi réglé.



**Question 15** Tracer de diagramme de Bode.

On considère  $C_R(p) = 0$ . On prendra  $K_M = 0,8 \text{ rad s}^{-1} \text{ V}^{-1}$ ,  $T_e = 0,0051 \text{ s}$ ,  $T_m = 0,0074 \text{ s}$ .

**Question 16** Tracer le diagramme de Bode de la fonction de transfert en boucle ouverte pour  $C(p) = 1$ . Déterminer les marges de phase et les marges de gain.

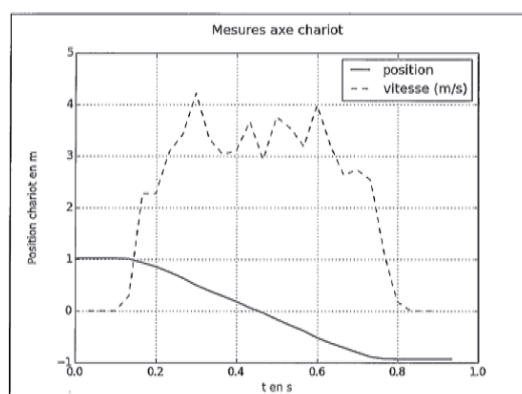
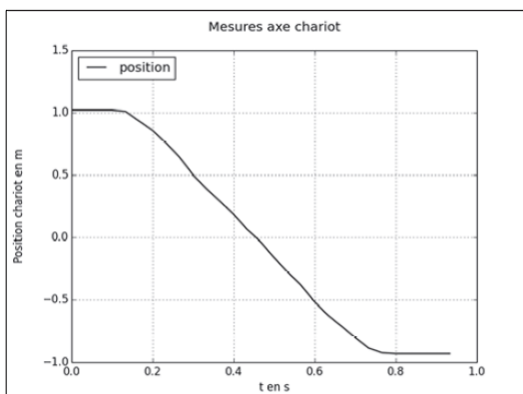
**Question 17** Tracer le diagramme de Bode de la fonction de transfert en boucle ouverte pour  $C(p) = \frac{1}{p}$ . Déterminer les marges de phase et les marges de gain.

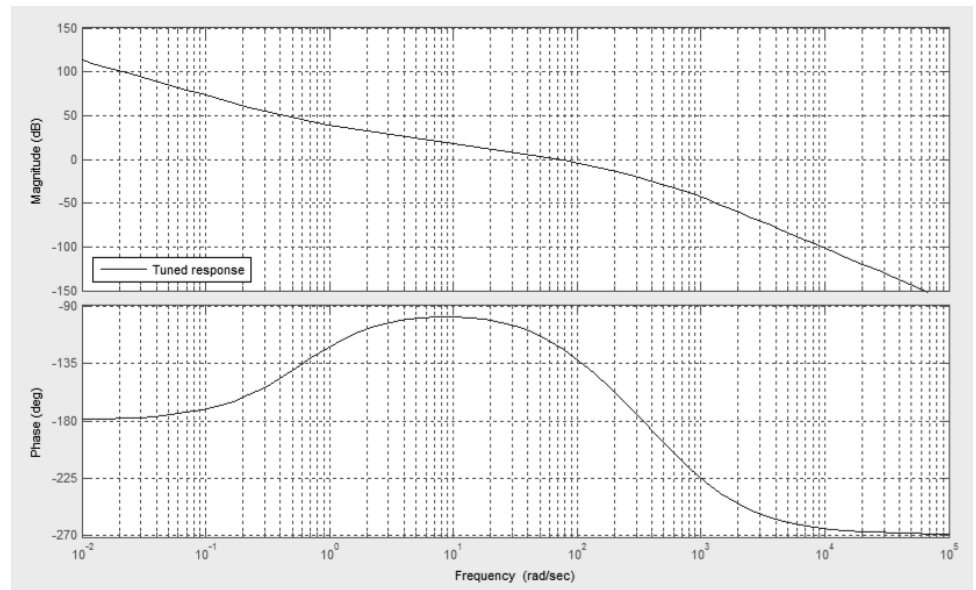
On donne ci-dessous les diagrammes de Bode avec les correcteurs optimisés. Déterminer les marges de gain et marges de phase.

## Vérification des performances de l'axe du magasin de rivets

Afin de vérifier les réglages précédents, un essai sur le système réel est réalisé. Une consigne de 2 m est donnée. L'absence de système d'acquisition dédié impose un système de mesure extérieur au système réel. C'est un dispositif d'analyse d'image qui est retenu pour ces mesures.

**Question 18** À partir des relevés ci-dessous, conclure sur le respect des exigences fonctionnelles de l'axe du magasin de stockage des rivets (Exigence 1.1).

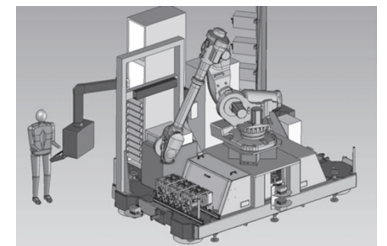




## TD 2

# Cellule d'assemblage pour avion Falcon – Corrigé

Concours E3A – PSI 2015.



### Mise en situation

### Sélectionner les fixations – Exigence 1.1

### Critères à respecter pour l'exigence 1.2

### Choix d'une architecture de la chaîne de transmission

**Question 1** Proposer sous la forme d'un schéma une autre solution permettant le déplacement du chariot. La conversion de l'énergie électrique en énergie mécanique par un moteur doit être conservée.

#### Correction

Utilisation d'un système vis-écrou.

### Détermination de l'inertie équivalente

**Question 2** À partir des grandeurs définies déterminer l'expression littérale de l'inertie équivalente  $J_{eq}$  de l'ensemble  $\Sigma = \{\text{moteur} + \text{réducteur} + \text{poulies} + \text{chariot}\}$  ramenée sur l'arbre moteur. Cette inertie équivalente est définie par  $E_c(\Sigma) = 1/2 J_{eq} \omega_m^2$ .

#### Correction

$$\mathcal{E}_c(\Sigma) = \mathcal{E}_c(\text{moteur}) + \mathcal{E}_c(\text{réducteur}) + \mathcal{E}_c(\text{poulies}) + \mathcal{E}_c(\text{chariot}).$$

- ▶  $\mathcal{E}_c(\text{moteur}) = 1/2 J_m \omega_m^2$  ;
- ▶  $\mathcal{E}_c(\text{réducteur}) = 1/2 J_{\text{red}} \omega_m^2$  ;
- ▶  $\mathcal{E}_c(\text{poulies}) = 1/2 (J_{\text{Pm}} + J_{\text{PR}}) \omega_{\text{red}}^2 = 1/2 (J_{\text{Pm}} + J_{\text{PR}}) \lambda^2 \omega_m^2$  ;
- ▶  $\mathcal{E}_c(\text{chariot}) = 1/2 M V^2 = 1/2 M R_p^2 \lambda^2 \omega_m^2$ .

$$\text{On a donc } J_{eq} = M R_p^2 \lambda^2 + (J_{\text{Pm}} + J_{\text{PR}}) \lambda^2 + J_{\text{red}} + J_m.$$

**Question 3** Déterminer la valeur numérique de l'expression précédente.

#### Correction

$$J_{eq} = 0,0068 \text{ kg m}^2$$

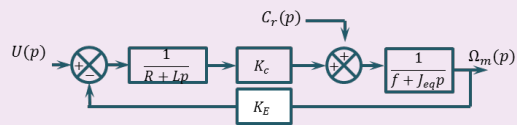
## Modèle de connaissance du moteur à courant continu

### Objectif

L'objectif de cette partie est d'établir un modèle de la motorisation de l'axe afin de simuler un déplacement.

**Question 4** À partir des équations du moteur à courant continu, réaliser le schéma-blocs du moteur à courant continu.

### Correction



**Question 5** En considérant que  $C_R(p) = 0$ , déterminer la fonction de transfert  $H_M(p) = \frac{\Omega_m(p)}{U(p)}$  sous sa forme canonique.

### Correction

$$H_m(p) = \frac{\frac{K_C}{K_c K_E + Rf}}{1 + \frac{RJ_{eq} + Lf}{K_c K_E + Rf}p + \frac{LJ_{eq}}{K_c K_E + Rf}p^2}$$

Le coefficient de frottement visqueux est donné par  $f = 0,2 \times 10^{-2} \text{ Nms rad}^{-1}$ , l'inductance par  $L = 9 \text{ mH}$ , la résistance de l'induit par  $R = 3 \text{ Ohm}$ , la constante de couple par  $K_c = 1,3 \text{ Nm A}^{-1}$  et  $K_E = 1,3 \text{ V (rad s}^{-1})^{-1}$ .

**Question 6** Montrer que la fonction de transfert  $H_M(p)$  peut se mettre sous la forme  $H_M(p) = \frac{K_C}{K_c K_E + RJ_{eq}p + LJ_{eq}p^2}$ . Justifier la réponse. Pour cette question, la valeur numérique de  $J_{eq}$  considérée sera  $J_{eq} = 7 \times 10^{-3} \text{ kg m}^2$  indépendamment du résultat numérique calculé précédemment.

### Correction

En faisant les applications numériques on montre que  $Rf$  est négligeable devant  $K_c K_E$

et que  $Lf$  et négligeable devant  $RJ_{eq}$ . On a donc :

$$H_m(p) = \frac{\frac{K_C}{K_c K_E}}{1 + \frac{RJ_{eq}}{K_c K_E}p + \frac{LJ_{eq}}{K_c K_E}p^2} = \frac{K_C}{K_c K_E + RJ_{eq}p + LJ_{eq}p^2}.$$

**Question 7** Montrer qu'avec l'expression,  $H_M(p)$  peut s'écrire sous la forme  $H_M(p) = \frac{K_M}{(1 + T_E p)(1 + T_M p)}$  avec  $T_E < T_M$ .

### Correction

$$\begin{cases} T_e + T_m = \frac{RJ_{eq}}{K_c K_E} \\ T_e T_m = \frac{LJ_{eq}}{K_c K_E} \end{cases} \quad \text{On a (résolution d'une équation du second degré) :}$$



$$T_e = \frac{\frac{RJ_{eq}}{K_c K_e} - \sqrt{\left(\frac{RJ_{eq}}{K_c K_e}\right)^2 - 4 \frac{LJ_{eq}}{K_c K_e}}}{2}. T_e = 0,0051 \text{ s et } T_m = 0,0074 \text{ s.}$$

## Étude de l'asservissement en position de l'axe

### Modélisation de l'asservissement en position

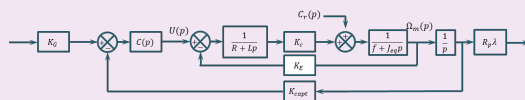
**Question 8** Quelle doit être la valeur de  $K_G$  pour assurer un asservissement correct (c'est-à-dire l'écart  $\varepsilon$  doit être nul si la position de l'axe est identique à la consigne)?

#### Correction

On doit avoir  $K_G = K_{\text{capt}} \frac{1}{\lambda} \frac{1}{R_p} = 0,556 \text{ V rad}^{-1} \text{ m}^{-1}$ .

**Question 9** Donner le schéma-blocs de l'asservissement.

#### Correction



## Étude du modèle simplifié

**Question 10** Donner l'expression de  $Y(p)$ .

#### Correction

On raisonne par superposition :

Si  $C_r(p) = 0$  :

$$\begin{aligned} Y_1(p) &= Y_{\text{cons}}(p) \frac{\frac{K_G K_{\text{Capt}} C(p) H_m(p) K_r}{p}}{1 + \frac{K_G K_{\text{Capt}} C(p) H_m(p) K_r}{p}} \\ &= Y_{\text{cons}}(p) \frac{K_G K_{\text{Capt}} C(p) H_m(p) K_r}{p + K_G K_{\text{Capt}} C(p) H_m(p) K_r} \\ &= Y_{\text{cons}}(p) \frac{K_G K_{\text{Capt}} C(p) K_M K_r}{(1 + T_E p)(1 + T_M p)p + K_G K_{\text{Capt}} C(p) K_M K_r} \end{aligned}$$

#### Correction

Si  $Y_{\text{Cons}}(p) = 0$  :

$$\begin{aligned}
 Y_2(p) &= C_r(p) \frac{\frac{H_c(p)K_r}{p}}{1 + \frac{K_r K_G K_{\text{Capt}} C(p) H_m(p)}{p}} \\
 &= C_r(p) \frac{H_c(p)K_r}{p + K_r K_G K_{\text{Capt}} C(p) H_m(p)} \\
 &= C_r(p) \frac{\frac{(R + Lp)K_M K_r}{K_C}}{(1 + T_E p)(1 + T_M p)p + K_r K_G K_{\text{Capt}} C(p) K_M}
 \end{aligned}$$

On a donc :  $Y(p) = Y_1(p) + Y_2(p)$ .

**Question 11** On souhaite déterminer l'erreur en position du système. Calculer l'écart statique pour  $C(p) = K_p$  puis  $C(p) = \frac{K_i}{p}$ .

**Correction**

**Question 12** On souhaite que lorsque le système se déplace à vitesse constante, l'erreur sur la vitesse atteinte par le système soit nulle. Quelle sollicitation doit-on utiliser. Calculer l'écart statique pour  $C(p) = K_p$  puis  $C(p) = \frac{K_i}{p}$ .

**Correction**

**Question 13** Conclure.

**Correction**

**Question 14** Conclure sur la conformité au cahier des charges du système ainsi réglé.

**Correction**

**Question 15** Tracer de diagramme de Bode.

**Correction**

**Question 16** Tracer le diagramme de Bode de la fonction de transfert en boucle ouverte pour  $C(p) = 1$ . Déterminer les marges de phase et les marges de gain.

**Correction**

**Question 17** Tracer le diagramme de Bode de la fonction de transfert en boucle ouverte pour  $C(p) = \frac{1}{p}$ . Déterminer les marges de phase et les marges de gain.

**Correction**

## Vérification des performances de l'axe du magasin de rivets

**Question 18** À partir des relevés ci-dessous, conclure sur le respect des exigences fonctionnelles de l'axe du magasin de stockage des rivets (Exigence 1.1).

### Correction