

# Table des matières

|  |          |
|--|----------|
| <b>Table des matières</b>  | <b>i</b> |
| Colle 0 : Imagerie médicale – Sujet . . . . .                                      | 1        |
| Colle 0 : Robot MIR : Machine d’inspection des réacteurs rapides – Sujet . . . . . | 5        |
| Colle 0 : – Sujet . . . . .  | 9        |



# Colle 0

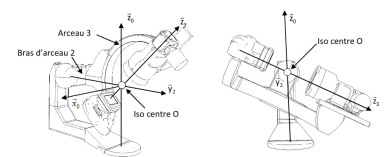
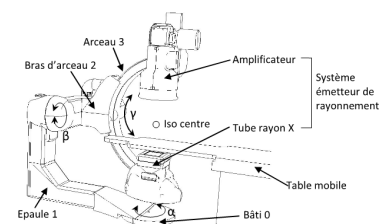
## Imagerie médicale – Sujet

F. Mathurin.

L'étude porte sur un système permettant de réaliser des imageries médicales de vaisseaux sanguins sur un patient. Ce système, conçu par General Electric Medical System, envoie des rayons X dans le corps du patient et mesure leur rayonnement. En fonction des informations reçues, une image de synthèse en 3 dimensions est réalisée, permettant de voir les éventuels problèmes médicaux à venir.

Ce système est constitué des éléments suivants : le bâti 0, une épaule 1 qui peut être mis en mouvement par rapport au bâti 0, un bras d'arceau 2 qui peut s'orienter par rapport à l'épaule 1 et un arceau 3 qui se déplace par rapport à bras d'arceau 2. Le patient est situé sur une table mobile. Le réglage en hauteur du patient sur la table mobile est possible pour son confort mais n'est pas utilisé au cours d'une analyse. Seuls les degrés de liberté  $\alpha$ ,  $\beta$  et  $\gamma$  sont utilisés pendant l'analyse. L'émetteur de rayons, situé sur l'arceau, focalise la vision interne du patient en un point appelé iso centre.

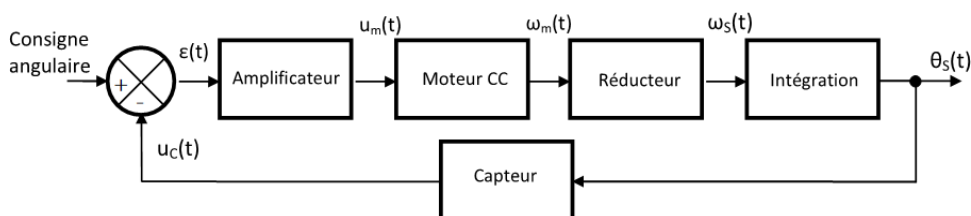
Sur l'image de gauche, l'arceau 3 s'oriente par rapport au bras d'arceau 2 et sur l'image de droite le bras d'arceau 2 se déplace par rapport à l'épaule 1. On donne ci-dessous un extrait de cahier des charges fonctionnel du système de positionnement dans la phase de vie correspondant à une mesure d'imagerie :



| Exigences | Critère  | Niveau   |
|-----------|--|--|
| 1.1       | ...<br>Vitesse angulaire par axe élémentaire<br>Stabilité (Marge de phase $M\phi$ )<br>... | ...<br>$10^\circ/\text{s} \pm 10\%$<br>$M\phi > 45^\circ$<br>... |

Conformément au cahier des charges, chaque axe élémentaire, piloté séparément, doit avoir une vitesse angulaire de  $10^\circ/\text{s}$  en phase de mesure. Technologiquement, la chaîne d'action de chaque axe élémentaire est constituée d'un réducteur entre le moteur et l'effecteur. Ce réducteur diminue la vitesse angulaire d'un facteur 558.

On s'intéresse à l'axe permettant de déplacer le bras d'arceau 2 par rapport à l'épaule 1. La structure de la chaîne fonctionnelle asservie de cet axe est la suivante :



Les différents éléments de cette chaîne fonctionnelle sont les suivants :

- ▶ l'amplificateur est un gain pur :  $K_a$  ;
- ▶ le réducteur est un gain pur  $K_r$  (sans dimension) ;
- ▶ le capteur est un gain pur :  $K_c$  ;
- ▶ le moteur est un système d'ordre 1, de constante de temps  $T_m$  et de gain  $K_m$ . On note la fonction de transfert du moteur  $H_m(p)$ .

**Question 1** Déterminer la valeur numérique du bloc du réducteur  $K_r$ .

**Question 2** Déterminer la fonction de transfert en chaîne directe  $FTCD(p)$ , la fonction de transfert en boucle ouvert  $FTBO(p)$  et la fonction de transfert en boucle fermée  $FTBF(p)$  de cet asservissement. Exprimer les résultats en fonction de  $K_a$ ,  $K_m$ ,  $K_r$ ,  $K_c$  et  $T_m$ .

**Question 3** Montrer que la fonction de transfert en boucle fermée de ce système peut s'écrire sous la forme d'un deuxième ordre  $\frac{K}{1 + \frac{2z}{\omega_0}p + \frac{p^2}{\omega_0^2}}$ . Donner l'expression littérale de  $K$ ,  $z$  et  $\omega_0$  en fonction de  $K_a$ ,  $K_m$ ,  $K_r$ ,  $K_c$  et  $T_m$ .

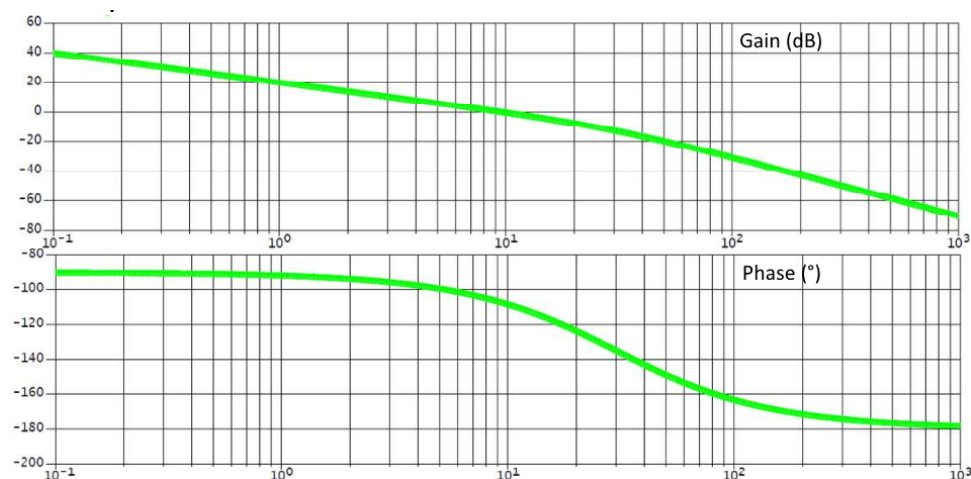
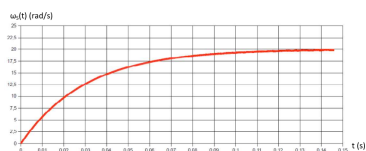
**Question 4** La réponse du système à cette entrée en échelon de tension  $u_m(t) = 10u(t)$  a été mesurée en sortie du réducteur. On donne ci-contre la courbe obtenue. Déterminer les valeurs numériques expérimentales de  $K_m$  et  $T_m$  à partir de la courbe.

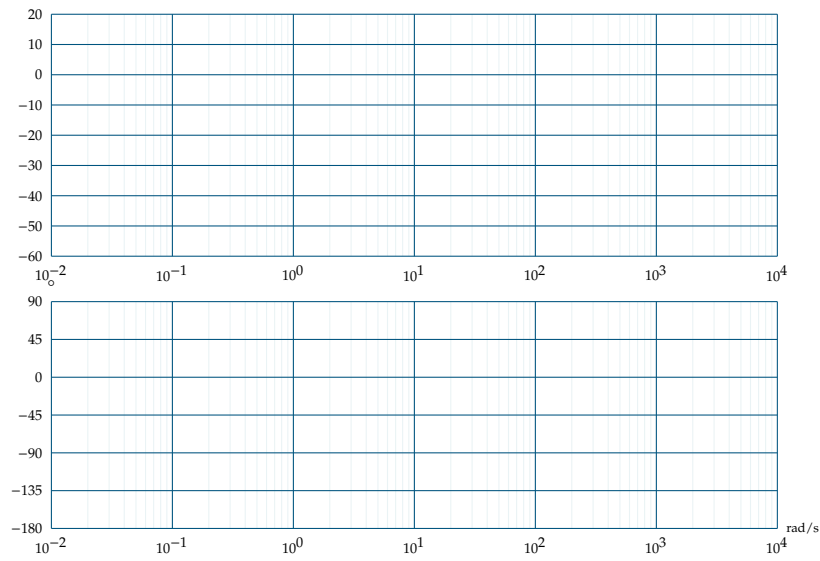
Avec les valeurs numériques des coefficients des différents gains, on peut déterminer la valeur numérique de la fonction de transfert en boucle ouverte :  $FTBO(p) = \frac{10}{p \left(1 + \frac{1}{30}p\right)}$ .

**Question 5** Tracer les diagrammes de Bode asymptotiques de la fonction de transfert en boucle ouverte sur le diagramme vierge en bleu.

**Question 6** Calculer le gain et la phase exacte pour  $\omega = 30 \text{ rad/s}$ .

**Question 7** On donne les tracés réels des courbes de gain et de phase de la FTBO. Déterminer la pulsation qui annule le gain puis déterminer la marge de phase du système  $M\phi$ . Conclure quant à la capacité du système à satisfaire le critère de marge de phase du cahier des charges.







# Colle 1

## Robot MIR : Machine d'inspection des réacteurs rapides – Sujet

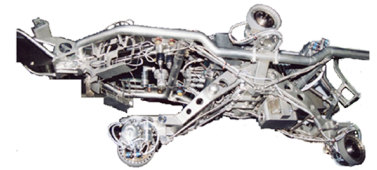
E3A MP – 2012.

### Mise en situation

Le robot MIR développé pour la vérification des cuves de Superphenix doit être adapté pour le contrôle d'une nouvelle génération de réacteurs à neutrons rapides.

L'objectif du robot MIR est de :

- ▶ assurer le contrôle surfacique télévisuel des soudures des deux cuves et des zones adjacentes ;
- ▶ assurer le contrôle volumique par ultrasons des soudures de la cuve principale et des zones adjacentes. Une possibilité était offerte d'effectuer ce contrôle sur la cuve de sécurité ;
- ▶ mesurer en permanence la distance entre les deux cuves.



### Étude de la fonction Ft12 : Déplacer le transducteur à vitesse constante

Le robot MIR étant à l'arrêt entre les deux cuves, le mini bac est plaqué contre la paroi de la cuve à contrôler. Pour l'inspection des soudures, le transducteur 13 (capteur de l'état des soudures) doit se déplacer à l'intérieur du mini bac d'inspection à vitesse constante. Le mini bac est rempli d'un fluide visqueux. L'inspection peut avoir lieu pour n'importe quelle position du robot MIR, donc l'angle  $\alpha$  qui caractérise la direction du déplacement du transducteur par rapport à l'horizontale, est susceptible de prendre toute valeur comprise entre  $-\pi/2$  (robot tête en bas) et  $\pi/2$  (robot tête en haut). Afin de garantir la qualité des résultats de mesure, le transducteur doit donc se déplacer à une vitesse  $V_0$  constante par rapport à la paroi, et ceci pour toute valeur de l'angle  $\alpha$ .

#### Objectif

Qualifier la précision statique du système et définir les améliorations à apporter.

L'objectif de cette partie est de dimensionner le correcteur nécessaire au respect d'un écart statique nul, et ceci malgré le caractère variable de l'angle  $\alpha$ .

Le transducteur est en liaison glissière de direction  $\vec{x}_r$ , avec le corps 1 du robot MIR. La chaîne d'énergie est composée entre autre, d'un actionneur rotatif qui exerce un couple  $c(t)$  sur le pignon 11, qui est en liaison pivot, supposée parfaite, avec le robot MIR. Un système poulies (11 et 12) et courroie crantée 14 impose le mouvement de translation au transducteur 13.

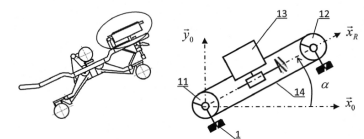
Le comportement dynamique du système est régi par l'équation suivante :

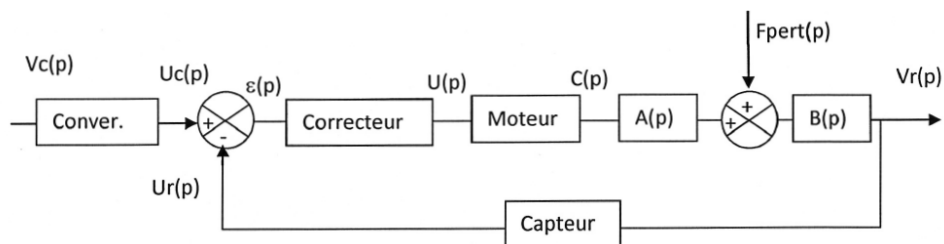
$$M_{eq} \frac{dv_r(t)}{dt} = \delta c(t) + \beta v_r(t) + \gamma g u(t)$$

avec  $u(t)$  échelon unitaire.

On cherche à garantir une vitesse de translation du transducteur 13 égale à la valeur de consigne indépendamment de l'angle  $\alpha$ .

Pour cela, on réalise le système bouclé suivant :

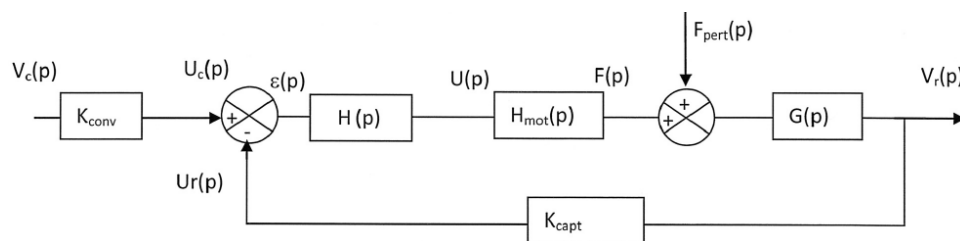




**Question 1** En supposant des conditions initiales nulles, exprimer les fonctions de transfert  $A(p)$  et  $B(p)$  en fonction entre autres de  $\delta$ ,  $\beta$  et  $M_{eq}$ .

Le capteur est modélisé par un gain pur de valeur  $K_{capt}$ .

**Question 2** En supposant une perturbation nulle, quelle doit être la valeur du gain  $K_{conv}$  du convertisseur modélisé par un gain pur, afin que l'écart  $\varepsilon(t)$  soit nul quand la valeur de la vitesse réelle  $v_r(t)$  est égale à la valeur de la consigne  $v_c(t)$ . On adopte pour la suite la modélisation suivante :



Avec  $H_{mot}(p) = \frac{K_m}{1 + \tau_m p}$ ,  $G(p) = \frac{K}{1 + \tau p}$  et  $H(p) = K_{cor}$  fonction de transfert du correcteur.

**Question 3** Exprimer les deux fonctions de transfert :  $H_1(p) = \left( \frac{V_r(p)}{V_c(p)} \right)_{F_{pert}(p)=0}$  et  $H_2(p) = \left( \frac{V_r(p)}{F_{pert}(p)} \right)_{V_c(p)=0}$  en fonction des gains  $K_{conv}$ ,  $K_{cor}$ , et  $K_{capt}$  ainsi que des fonctions de transfert  $H_{mot}(p)$  et  $G(p)$ .

**Question 4** En supposant que  $K_{cor} = 1$  et en indiquant les valeurs remarquables, tracer les diagrammes asymptotiques dans le plan de Bode de la fonction de transfert en boucle ouverte  $\frac{U_r(p)}{\varepsilon(p)}$  en utilisant les valeurs numériques suivantes :  $K_m = 0,1 \text{ N V}^{-1}$ ,  $\tau_m = 0,01 \text{ s}$ ,  $K_{capt} = 50 \text{ V s m}^{-1}$ ,  $K = 200 \text{ m s}^{-1} \text{ N}^{-1}$ ,  $\tau = 1 \text{ s}$ .

**Question 5** Déterminer le gain en décibel de la fonction de transfert en boucle ouverte (courbe réelle) pour la pulsation de  $100 \text{ rad s}^{-1}$ .

On formule l'hypothèse simplificatrice suivante : la phase de la fonction de transfert en boucle ouverte pour une pulsation de  $100 \text{ rad/s}$  est de  $-135^\circ$ .

**Question 6** On souhaite une marge de gain 12 dB et un marge de phase de  $45^\circ$ , en utilisant le résultat de la question précédente, déterminer la valeur numérique correspondante de  $K_{cor}$ . Commenter la valeur de la marge de gain obtenue ?

**Question 7** On impose une vitesse constante en entrée de valeur  $v_0$  ( $v_c(t) = v_0 \cdot u(t)$ ) avec  $u(t)$  fonction échelon unitaire de Heaviside. Exprimer l'écart statique en régime permanent en tenant compte de la perturbation (en fonction de l'angle  $\alpha$ , de la valeur de  $K_{cor}$  et des données).



On souhaite obtenir une vitesse de translation indépendante de l'inclinaison. Pour toute la suite du sujet, on installe un correcteur intégral du type  $\frac{K_c}{p}$ , placé au début de la chaîne d'action.

**Question 8** On impose de nouveau une vitesse constante en entrée de valeur  $v_0$  ( $v_c(t) = v_0 \cdot u(t)$ ); exprimer l'expression du nouvel écart statique en régime permanent (en fonction de l'angle  $\alpha$  et des données). Pouvait-on prévoir ce résultat ?



# Colle 2

## Préhenseur – Sujet

### Présentation

Une usine de fabrication de flacons en verre possède un poste de mise en cartons qui est l'objet de la présente étude. Ce poste est équipé de deux robots permettant de déplacer les flacons, déplacer des cartons, détecter des flacons dans des cartons, ranger des flacons dans les cartons. Ces robots sont de type « Delta » à architecture parallèle.

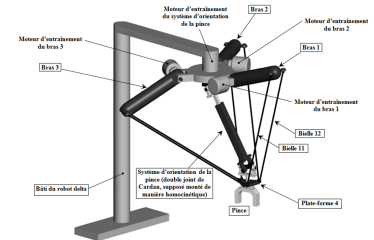
### Architecture de la commande

On se propose ici de valider le niveau des performances de la commande de l'axe d'orientation de la pince.

Le servo-entraînement met en rotation un arbre télescopique muni à chacune de ses extrémités d'un joint de Cardan. Le mouvement d'orientation de la pince est indépendant des mouvements de la plate-forme 4. Afin d'assurer un bon positionnement angulaire de la pince P, la commande de sa rotation est asservie de la façon suivante :

- la consigne de position  $\theta_{PC}$ , entrée par l'utilisateur grâce à une interface graphique (lors des réglages) ou imposée par la Partie Commande (lors des cycles de travail), est transformée en une tension  $v_{PC}$  grâce à un convertisseur qui sera assimilé à un système de gain pur  $K_C$  (en  $V \text{ rad}^{-1}$ ).
- la vitesse de rotation  $\omega_M$  (en  $\text{rad s}^{-1}$ ) et l'angle de rotation  $\theta_M$  (en rad) de l'arbre moteur sont mesurés par un codeur incrémental, monté directement sur l'arbre moteur, qui délivre une information numérique ; celle-ci est alors transformée par une carte de conversion numérique-analogique (C.A.N.) supposée linéaire en deux tensions  $v_\omega$  et  $v_\theta$  telles que :
  - pour la vitesse :  $v_\omega = K_\omega \omega_M$ ,
  - pour la position :  $v_\theta = K_\theta \theta_M$ ;
- la tension  $v_\theta$  (image de la rotation  $\theta_M$  du moteur) est soustraite à la tension  $v_{PC}$  pour donner la tension  $\varepsilon_P$  ;
- cette tension  $\varepsilon_P$  est modifiée par un correcteur de fonction de transfert  $C(p)$  pour donner la tension  $\varepsilon_{VP}$  ;
- la tension  $v_\omega$  (image de la vitesse de rotation  $\omega_M$  du moteur) est soustraite à la tension  $\varepsilon_{VP}$  en sortie du correcteur pour donner la tension  $\varepsilon_v$  ;
- cette tension  $\varepsilon_v$  est amplifiée par un amplificateur de gain pur  $G$  pour donner la tension d'alimentation du moteur  $u_M$  ; le moteur tourne alors à la vitesse angulaire  $\omega_M$  telle que  $\Omega_M(p) = M(p)U_M(p)$  ;
- la rotation  $\theta_{EC}$  de la pièce d'entrée du double joint de Cardan est telle que  $\theta_{EC} = \lambda \theta_M$ , grâce au réducteur de vitesse fixé sur l'arbre moteur ;
- le double joint de Cardan est homocinétique et a pour fonction de transfert  $R(p) = 1$  (l'entrée est l'angle  $\theta_{EC}$ , et la sortie est  $\theta_{SC} = \theta_P$  où  $\theta_P$  est la rotation de la pince fixée sur la pièce de sortie du double joint de Cardan).

**Question 1** Tracer le schéma bloc d'asservissement en position, d'entrée  $\theta_{PC}(p)$  et de sortie  $\theta_P(p)$ , faisant apparaître toutes les variables et les fonctions de transfert définies ci-dessus.



Les fonctions dans le domaine temporel seront notées en minuscule, alors que celles dans le domaine de Laplace seront notées en majuscule : par exemple :  $\omega(t)$  et  $\mathcal{L}(\omega(t)) = \Omega(t)$ .

## Performances de la commande

On donne :  $\lambda = 0,2$  et  $K_\theta = 0,01 \text{ V rad}^{-1}$ .

**Question 2** On veut que lorsque la pince atteint la position demandée (soit  $\theta_P = \theta_{PC}$ ) l'écart  $\varepsilon_P = v_{PC} - v_\theta$  soit nul. En déduire la relation entre  $K_C$ ,  $K_\theta$  et  $\lambda$  puis la valeur numérique de  $K_C$  qui permette d'assurer cet écart nul.

[-1cm]

À partir des équations du moteur à courant continu, on obtient la fonction de transfert suivante :  $M(p) = \frac{\Omega_M(p)}{U_M(p)} = \frac{K_T}{K_E K_T + JRp + JLp^2}$ . On donne  $K_\omega = 6 \text{ V/1000 tours min}^{-1}$ .

**Question 3** Déterminer l'expression littérale et la valeur numérique du gain  $G$  de l'amplificateur pour que la boucle tachymétrique (d'entrée  $\varepsilon_{VP}$  et de sortie  $\omega_M$ ) présente un temps de réponse à 5% minimum pour une entrée en échelon. Quel est alors le temps de réponse à 5% ?

Avec la valeur de  $G$  trouvée précédemment, on a alors calculé la fonction de transfert de boucle (ou en boucle ouverte) suivante pour l'asservissement en position :  $H_B(p) = \frac{V_\theta(p)}{\varepsilon_P} = C(p) \frac{86}{p(10^3 + 3,2p + 5,310^{-3}p^2)}$ .

Les exigences de l'orientation du flacon sont données dans le tableau suivant.

| Fonction           | Critères  | Niveaux   |
|--------------------|-----------|---|
| Orienter le flacon | Stabilité | Marge de phase $M\varphi > 45^\circ$<br>Marge de gain $MG > 10 \text{ dB}$  |
|                    | Précision | Écart statique nul à une entrée en échelon $\varepsilon_\infty = 0$   |
|                    | Rapidité  | Bande passante à 0 dB de la fonction $H_B(p)$ : $BP_0 > 50 \text{ rad s}^{-1}$ . On définit la bande passante par sa largeur de bande (ici : $50 \text{ rad s}^{-1}$ ). |

On considère pour l'instant que le système n'est pas corrigé :  $C(p) = 1$ .

**Question 4** Tracer les diagrammes asymptotiques de Bode en amplitude et phase de la fonction de transfert  $H_{BO}(p)$  du système non corrigé en plaçant avec précision les points caractéristiques.

Pour la fin, la courbe de gain sera assimilée à son tracé asymptotique.

**Question 5** Déterminer les valeurs de  $M\varphi$ , marge de phase,  $MG$ , marge de gain et  $BP_0$ , bande passante à 0 dB de la fonction de transfert  $H_B(p)$ . Les critères de la fonction précédente sont-ils vérifiés ?

**Question 6** Vérifier les valeurs des marges par le calcul.

On prend une correction proportionnelle :  $C(p) = C_0$ .

**Question 7** Déterminer la bande de valeurs de  $C_0$  qui permettent de vérifier les critères du cahier des charges partiel donné précédemment.

