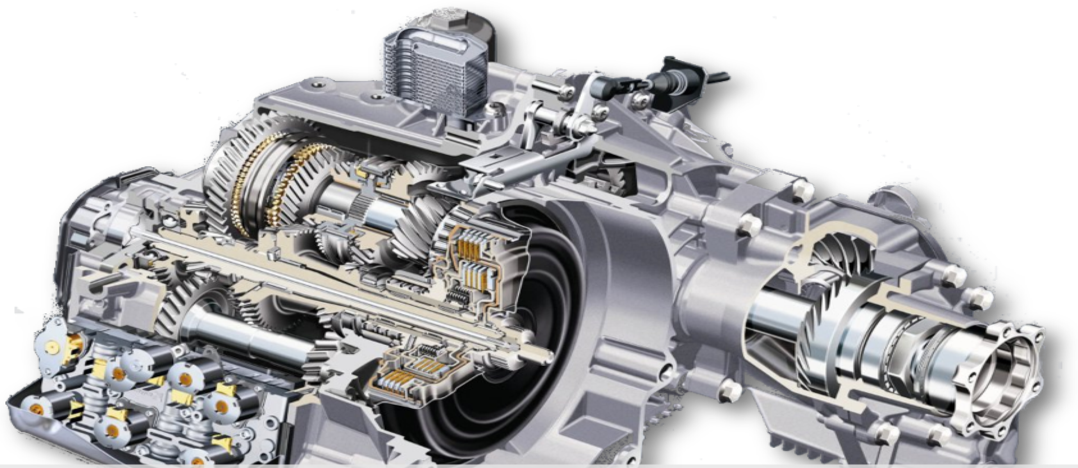
# Table des matières



http://www.engineworld.fr/les-boites-robotisees-a-double-embrayage-22/

# 2 Approche énergétique

## 2.1 Introduction

### 2.1.1 Objectif de la modélisation

Dans ce chapitre nous aborderons les notions de **puissance**, **travail**, et **énergie**. Ces notions sont fondamentales pour :

- dimensionner des composants d'une chaîne d'énergie en terme de puissance transmissible ;
- déterminer des équations de mouvement pour prévoir les performances d'un système ;
- estimer le rendement d'une chaîne complète d'énergie.

**B2-10**

**Emilien Durif**, *Approche énergétique*, Lycée La Martinière Monplaisir, Lyon.

## 2.2 Puissance

### 2.2.1 Puissance d'une action mécanique extérieure à un ensemble matériel

**Définition – Puissance d'une action mécanique extérieure à un ensemble matériel**

On définit la **puissance d'une action mécanique extérieure** à un ensemble matériel $(E)$ en mouvement par rapport à un référentiel $R$ subissant une densité d'effort $\overrightarrow{f}(M)$ (où $M$ est un point courant de $(E)$) comme :

$$\mathcal{P}(\text{ext} \rightarrow E/R) = \int_{M \in E} \overrightarrow{f}(M) \cdot \overrightarrow{V(M, E/R)} \mathrm{d}V.$$

**Remarque**

On appellera **puissance galiléenne**, la puissance d'un ensemble matériel $(E)$ en mouvement dans un **référentiel galiléen** $\mathcal{R}_g$ : $\mathcal{P}(\text{ext} \rightarrow E/R_g)$.

- Une puissance est une **grandeur scalaire** s'exprimant en *Watt*.
- Elle est homogène à un produit entre un effort et une vitesse et peut donc s'exprimer en unité SI en $\text{Nms}^{-1}$.
- Historiquement on a utilisé longtemps les « chevaux » ou « cheval vapeur » (1 ch = 736 W).

**Propriété –**

**Calcul des actions mécaniques s'appliquant sur un ensemble E** On considère un ensemble matériel $E$ composé de $n$ solides $S_i$.
Dans la pratique pour calculer la puissance totale des actions mécaniques s'appliquant sur $E$ dans son mouvement par rapport à $R$ il faut sommer toutes les puissances s'appliquant sur les $S_i$ venant de l'extérieur de $E$ :

$$\mathcal{P}(\text{ext} \rightarrow E/R) = \sum_{\forall S_i \in E} \mathcal{P}(\text{ext} \rightarrow S_i/R).$$

### 2.2.2 Puissance d'une action mécanique extérieure à un solide

**Définition – Puissance d'une action mécanique extérieure à un solide** $(S)$

**La puissance d'une action mécanique extérieure** à un solide $(S)$ en mouvement dans un référentiel $R$ peut s'écrire comme le comoment entre le torseur des actions mécaniques que subit $(S)$ et le torseur cinématique du mouvement de $S$ dans le référentiel $R$.

$$\mathcal{P}(\text{ext} \rightarrow S/R) = \{\mathcal{T}(\text{ext} \rightarrow S)\} \otimes \{\mathcal{V}(S/R)\}.$$

On veillera bien, pour effectuer le **comoment** de deux torseurs, à les avoir exprimé au préalable **en un même point.**

**Remarque**

- Le comoment des torseurs est défini par $\{\mathcal{T}(\text{ext} \rightarrow S)\} \otimes \{\mathcal{V}(S/R)\}$ $= \left\{ \begin{array}{c} \overrightarrow{R(\text{ext} \rightarrow S)} \\ \overrightarrow{\mathcal{M}(P, \text{ext} \rightarrow S)} \end{array} \right\}_P \otimes \left\{ \begin{array}{c} \overrightarrow{\Omega(S/R)} \\ \overrightarrow{V(P, S/R)} \end{array} \right\}_P = \overrightarrow{R(\text{ext} \rightarrow S)} \cdot \overrightarrow{V(P, S/R)} + \overrightarrow{\mathcal{M}(P, \text{ext} \rightarrow S)} \cdot \overrightarrow{\Omega(S/R)}$.
- Lorsque le torseur cinématique de $S/R$ est un couple (mouvement de translation) alors en tout point $A$ la puissance est alors donnée par $\mathcal{P}(\text{ext} \rightarrow S/R) = \overrightarrow{R(\text{ext} \rightarrow S)} \cdot \overrightarrow{V(P, S/R)}\ \forall P$.
- Lorsque le torseur des actions mécaniques est un torseur couple alors la puissance est donnée par $\mathcal{P}(\text{ext} \rightarrow S/R) = \overrightarrow{\mathcal{M}(P, \text{ext} \rightarrow S)} \cdot \overrightarrow{\Omega(S/R)}\ \forall P$.

### 2.2.3 Puissance d'actions mutuelles entre deux solides

**Définition – Puissance d'actions mutuelles entre deux solides**

Soient deux solides $(S_1)$ et $(S_2)$ distincts, en mouvement par rapport à un référentiel galiléen $\mathcal{R}_g$, et exerçant une action mécanique l'un sur l'autre. **La puissance des actions mutuelles** entre $(S_1)$ et $(S_2)$, dans leur mouvement par rapport au repère $R$, est :

$$\mathcal{P}(S_1 \leftrightarrow S_2/R_g) = \mathcal{P}(S_1 \rightarrow S_2/R_g) + \mathcal{P}(S_2 \rightarrow S_1/R_g).$$

La **puissance des actions mutuelles** entre $(S_1)$ et $(S_2)$ **est indépendante du repère** $R$. Ainsi,

$$\mathcal{P}(S_1 \leftrightarrow S_2/R) = \mathcal{P}(S_1 \leftrightarrow S_2).$$

**Remarque**

- On peut parler parfois de **puissance des inter-efforts**.
- Pour un ensemble $E$, on peut exprimer l'ensemble de la puissance des inter-effort comme la puissance intérieure à l'ensemble $E$ :

$$\mathscr{P}_{\text{int}}(E) = \sum_{j=1}^{n}\sum_{i=1}^{j-1}\mathscr{P}(S_i \leftrightarrow S_j).$$

### 2.2.4 Puissances d'actions mutuelles dans les liaisons

**Définition – Puissances d'actions mutuelles dans les liaisons**

Si deux solides $S_1$ et $S_2$ sont en liaison, on a :

$$\mathscr{P}(S_1 \leftrightarrow S_2) = \{\mathscr{T}(S_1 \rightarrow S_2)\} \otimes \{\mathscr{V}(S_2/S_1)\}.$$

La **liaison parfaite** si et seulement si quel que soit le mouvement de $S_2$ par rapport à $S_1$ autorisé par la liaison entre ces deux solides, la **puissance des actions mutuelles entre $S_1$ et $S_2$ est nulle**.

$$\mathscr{P}(S_1 \leftrightarrow S_2) = 0.$$

**Remarque**

- La notion de **liaison parfaite** s'étend facilement à une liaison équivalente à plusieurs liaisons placées en parallèle et en série entre deux solide $S_1$ et $S_2$. Pour cela il suffit de considérer les torseurs d'action mécanique transmissible et cinématique de la liaison équivalente.
- L'hypothèse d'une liaison parfaite a pour avantage de mettre en place le théorème de l'énergie cinétique (qui est une conséquence du principe fondamental de la dynamique) sans préjuger de la technologie de la liaison.

## 2.3 Travail

### 2.3.1 Définition

**Définition – Travail**

Le travail entre deux instants $t_1$ et $t_2$ d'une action mécanique s'exerçant sur un ensemble matériel $E$ dans son mouvement par rapport au repère $R$ est donné par :

$$W_{t_1}^{t_2}(\text{ext} \rightarrow E/R) = \int_{t_1}^{t_2} \mathscr{P}(\text{ext} \rightarrow E/R)\,\mathrm{d}t.$$

**Remarque**

On peut également définir le travail élémentaire par :

$$\mathrm{d}W(\text{ext} \rightarrow E/R) = \mathscr{P}(\text{ext} \rightarrow E/R)\,\mathrm{d}t.$$

- Le travail est une grandeur scalaire.
- L'unité de travail est le **Joule**.

- Le travail est homogène au **produit entre une force et une distance**.

### 2.3.2 Travail conservatif

**Définition – Travail conservatif**

On dit que le **travail est conservatif** (noté $W_{c\,t_1}^{\,t_2}(\text{ext} \rightarrow E/R)$) s'il est indépendant du chemin suivi pour passer de l'état initial (instant $t_1$) à l'état final (instant $t_2$). Dans ce cas là il existe une grandeur appelée énergie potentielle de l'action mécanique extérieure à $E$ dans son mouvement par rapport à $R$ qui vérifie : $\text{d}W_c(\text{ext} \rightarrow E/R) = -\text{d}E_p(\text{ext} \rightarrow E/R)$ avec $\text{d}W_c(\text{ext} \rightarrow E/R) = \mathcal{P}(\text{ext} \rightarrow E/R)\,\text{d}t$.
On peut également l'écrire sous la forme :

$$\mathcal{P}(\text{ext} \rightarrow E/R) = -\frac{\text{d}E_p(\text{ext} \rightarrow E/R)}{\text{d}t}.$$

**Remarque**

- On dit que la puissance à travail conservatif dérive d'une énergie potentielle (au signe près).
- L'énergie potentielle est une primitive de la puissance. Elle est donc définie à une constante près arbitraire.

**Énergie potentielle de la pesanteur**

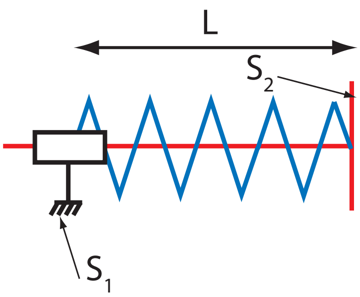
**Définition – Énergie potentielle de la pesanteur**

L'**énergie potentielle** associée à l'action de la pesanteur sur un ensemble matériel $(E)$ de masse $m$ dans son mouvement par rapport à $R$ est donnée par :

$$E_p(g \rightarrow E/R) = m\ g\ z_G + k.$$

Où $z_G$ correspond à la position du centre de gravité $G$ de $S$ suivant la verticale ascendante $\overrightarrow{z}$ (colinéaire au champs de pesanteur $\overrightarrow{g}$) et $k$ une constante.

**Énergie potentielle associée à un ressort**




**Définition – Énergie potentielle associée à un ressort**

L'**énergie potentielle associée à l'action d'un ressort** $r$ de raideur $K$ et de longueur à vide $L_0$ situé entre deux solides $S_1$ et $S_2$ dans son mouvement par rapport à $R$ est donnée par :

$$E_p(r \rightarrow S_1, S_2/R) = \frac{K}{2}(L - L_0)^2 + k \quad \text{où } k \text{ est une constante.}$$

## 2.4 Énergie cinétique

### 2.4.1 Définition

**Définition – Énergie cinétique**

On définit **l'énergie cinétique** $\mathscr{E}_c\left(S/\mathscr{R}_g\right)$ d'un système matériel $S$ en mouvement dans un référentiel $\mathscr{R}_g$ comme la somme des carrés de la vitesse en chaque point courant $P$ de $S$ pondéré de la masse élémentaire :

$$\mathscr{E}_c\left(S/\mathscr{R}_g\right)=\frac{1}{2}\int_{P\in S}\left(\overrightarrow{V}(P/\mathscr{R}_g)\right)^2\,\mathrm{d}m.$$

### 2.4.2 Propriétés

**Propriété – Expression avec les comoments**

L'énergie cinétique peut s'exprimer comme le comoment du torseur cinématique et du torseur cinétique :

$$\mathscr{E}_c\left(S/\mathscr{R}_g\right)=\frac{1}{2}\left\{\mathscr{V}\left(S/\mathscr{R}_g\right)\right\}\otimes\left\{\mathscr{C}\left(S/\mathscr{R}_g\right)\right\}.$$

Il faudra bien veiller à ce que chacun des torseurs soit exprimé en un même point.

**Propriété – Cas particuliers**

- Solide $S$ de masse $M$ de centre d'inertie $G$ en mouvement de **translation** par rapport à $R$ :
$$\mathscr{E}_c\left(S/\mathscr{R}_g\right)=\frac{1}{2}M\,\overrightarrow{V\left(G,S/\mathscr{R}_g\right)}^2.$$
- Solide $S$ de moment d'inertie $I_{Oz}(S)$ en mouvement de rotation par rapport à l'**axe fixe** $\left(O,\overrightarrow{z}\right)$ par rapport $R$ :
$$\mathscr{E}_c\left(S/\mathscr{R}_g\right)=\frac{1}{2}I_{Oz}(S)\,\overrightarrow{\Omega\left(S/\mathscr{R}_g\right)}^2.$$

### 2.4.3 Énergie cinétique équivalente

**Définition – Inertie et masse équivalente**

Lorsqu'un problème ne comporte qu'un seul degré de liberté et pour simplifier les calculs, on peut exprimer l'énergie cinétique galiléenne d'un ensemble $E$ composé de $n$ solides $S_i$ en fonction d'un seul paramètre cinématique. On peut alors écrire $\mathscr{E}_c\left(E/\mathscr{R}_g\right)$ :

- avec **son inertie équivalente** $J_{\mathbf{eq}}(E)$ (en kg m$^2$) rapportée à un paramètre de rotation $\dot{\theta}(t)$ :
$$\mathscr{E}_c\left(E/\mathscr{R}_g\right)=\frac{1}{2}J_{\mathrm{eq}}(E)\dot{\theta}^2.$$
- avec **sa masse équivalente** $M_{\mathbf{eq}}(E)$ (en kg) rapportée à un paramètre de

translation $\dot{x}(t)$ :

$$\mathcal{E}_c\left(E/\mathcal{R}_g\right) = \frac{1}{2}M_{\text{eq}}(E)\dot{x}^2.$$

## 2.5 Théorème de l'énergie cinétique

### 2.5.1 Introduction

Le théorème de l'énergie cinétique est la traduction du Principe Fondamental de la Dynamique d'un point de vue énergétique.

### 2.5.2 Énoncé pour un solide

**Théorème – Théorème de l'énergie cinétique**

La dérivée par rapport au temps de l'énergie cinétique d'un solide $S$ dans son mouvement par rapport au référentiel galiléen $\mathcal{R}_g$ est égale à la puissance galiléenne des actions mécaniques extérieures à $S$. Soit :

$$\frac{\mathrm{d}\mathcal{E}_c\left(S/\mathcal{R}_g\right)}{\mathrm{d}t} = \mathcal{P}(\bar{S} \rightarrow S/\mathcal{R}_g).$$

### 2.5.3 Énoncé pour un ensemble de solides

**Théorème – Théorème de l'énergie cinétique pour un ensemble de solides**

Soit $(E)$ un ensemble de $n$ solide $(S_1, S_2, \ldots, S_n)$ en mouvement par rapport à un repère galiléen $\mathcal{R}_g$. Le théorème de l'énergie cinétique s'écrit alors :

$$\frac{\mathrm{d}\mathcal{E}_c\left(E/\mathcal{R}_g\right)}{\mathrm{d}t} = \mathcal{P}(\text{ext} \rightarrow E/\mathcal{R}_g) + \sum_{j=1}^{n}\sum_{i=1}^{j-1}\mathcal{P}(S_i \leftrightarrow S_j/\mathcal{R}_g) = \mathcal{P}(\text{ext} \rightarrow E/\mathcal{R}_g) + \mathcal{P}_{\text{int}}(E).$$

Avec :

- $\mathcal{P}_{\text{int}}(E)$ la puissance intérieure à $E$ qui est nulle s'il n'y a pas d'apport d'énergie interne ni de dissipation (liaisons parfaites) ;
- $\mathcal{P}(\text{ext} \rightarrow E/\mathcal{R}_g)$, la puissance galiléenne de $E$ dans son mouvement par rapport à $\mathcal{R}_g$.

**Remarque**

- Dans le théorème de l'énergie cinétique, contrairement au principe fondamental de la dynamique, on tient compte de la puissance des actions mutuelles donc internes à l'ensemble matériel $E$ que l'on considère.
- Ce théorème permet d'obtenir une seule équation scalaire. Cette méthode est donc moins riche que le principe fondamental de la dynamique mais permet d'obtenir quasiment directement les équations de mouvements.
- Pour obtenir une équation de mouvement (*ie* éliminer les inconnues en actions mécaniques) il faut alors combiner d'autres équations issues des théorèmes généraux de la dynamique.

## 2.6 Notion de rendement énergétique

### 2.6.1 Définition du rendement d'une chaîne fonctionnelle

Une étude dynamique d'une chaîne fonctionnelle peut se décomposer en deux parties :

- en **régime permanent** (variation d'énergie cinétique négligeable) : étude des effets dissipatifs pour estimer une puissance nominale des actionneurs ;
- en **régime transitoire** : évaluation du complément de puissance pour permettre au système de fonctionner.

**Définition – Rendement d'une chaîne fonctionnelle**

Le rendement se définit **en régime permanent** comme la puissance utile sur la puissance d'entrée d'une chaîne fonctionnelle :

$$\eta = \frac{\mathcal{P}(\text{utile})}{\mathcal{P}(\text{entrée})}.$$

- $\eta \in [0, 1]$ ;
- $\mathcal{P}(\text{entrée}) > 0$ définit la puissance fournie par l'actionneur **en régime permanent** ;
- $\mathcal{P}(\text{utile}) > 0$ définit la puissance fournie à l'aval d'une chaîne fonctionnelle (effecteur par exemple) **en régime permanent**.

**Propriété – Rendement global d'une chaîne d'énergie**

Le **rendement global** d'une chaîne d'énergie comportant $n$ éléments de rendements $\eta_i$ est donné par :

$$\eta = \prod_{i=1}^{n} \eta_i \leq 1.$$

Chacun des rendements successifs $\eta_i$ étant au plus égale à 1, le rendement global est nécessairement inférieur ou égal au plus mauvais rendement.

### 2.6.2 Détermination d'une puissance dissipée

**Propriété – Estimation des dissipations**

On peut évaluer en régime permanent les pertes ou puissance dissipée à partir de la connaissance du rendement $\eta$ :

$$\mathcal{P}(\text{dissipée}) = (1 - \eta) \cdot \mathcal{P}(\text{entrée}).$$

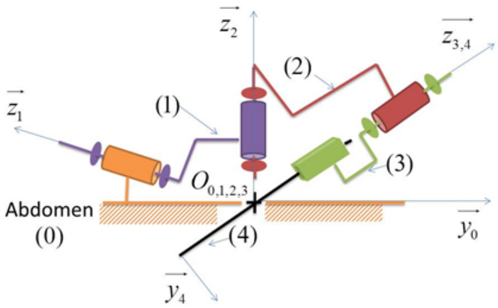
# Application 1
# Micromanipulateur compact pour la chirurgie endoscopique (MC$^2$E) – Sujet

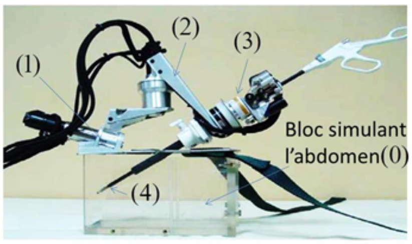
Concours Commun Mines Ponts 2016.

## Mise en situation

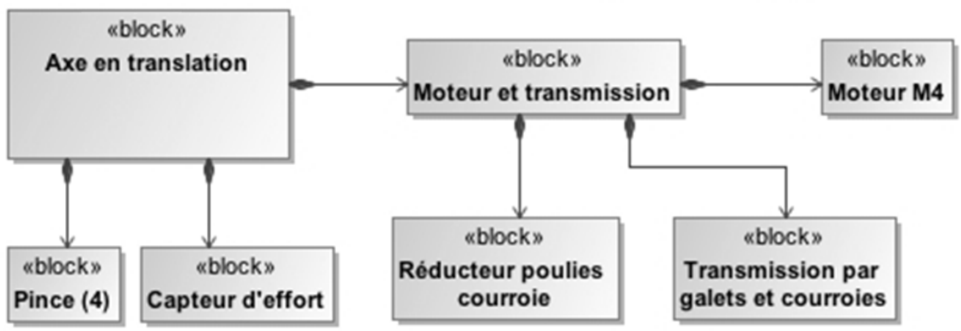
Le robot MC$^2$E est utilisé par des chirurgiens en tant que troisième main lors de l'ablation de la vésicule biliaire. La cinématique du robot permet de garantir que le point d'insertion des outils chirurgicaux soit fixe dans le référentiel du patient.

Le robot est constitué de 3 axes de rotations permettant de mettre en position une pince. La pince est animée d'un mouvement de translation permettant de tirer la vésicule pendant que le chirurgien la détache du foie.




Les blocs permettant de réaliser le mouvement de translation sont présentés ci-dessous.




Pour cela un moto réducteur entraîne via 3 systèmes poulie-courroie 3 galets qui entraînent la pince. 3 autres galets permettent de guider la pince. Au total 6 galets permettent d'entraîner et guider la pince par adhérence. Le premier étage de poulie-courroie permet de réduire la vitesse du moteur. Les deux autres étages ont un rapport de réduction unitaire (voir figure au verso).

**Objectif**

Modéliser l'équation de mouvement et la caractériser en fonction des actions mécaniques extérieures, du couple moteur et des grandeurs cinétiques appropriées.

## Équation de mouvement

### Hypothèses

- La compensation de la pesanteur est parfaitement réalisée (système non étudié dans le cadre de cet exercice). On ne tiendra pas compte des actions mécaniques dues à la pesanteur par la suite.
- Les axes de rotation du MC$^2$E sont asservis en position. En conséquence, les repères liés aux solides **(1)**, **(2)** et **(3)** seront supposés fixes par rapport au repère lié au bâti **(0)** dont le repère associé est supposé galiléen.
- L'instrument chirurgical est vertical.
- Toutes les courroies sont inextensibles et il n'y a pas de glissement entre les galets et les courroies.
- Tous les galets $G_i$ ont même rayon noté $\mathcal{R}_g$ et roulent sans glisser sur la pince **(4)** au niveau des points $I_1$ à $I_6$.
- La poulie réceptrice est liée à un pignon. Ce pignon entraîne un deuxième pignon de même rayon primitif pour assurer la transmission de puissance. Il n'y a pas de glissement en leur point de contact.

Remarque : Dans la suite, toutes les vitesses sont définies par rapport au bâti **(0)**.

### Modélisation simplifiée du problème

- La vitesse de rotation du rotor moteur M4 par rapport à son stator fixe (lié au bâti **(0)**) est notée $\omega_m(t)\overrightarrow{x_0}$ où $\omega_m(t) = \dfrac{\mathrm{d}\theta_m(t)}{\mathrm{d}t}$ (vitesse de rotation avant réduction de rapport $r$).
- La poulie motrice a un rayon $R_i$ et tourne à la vitesse $\omega_i(t)$ (vitesse de rotation après réduction de rapport $r$).
- La poulie réceptrice a un rayon $R_e$ et tourne à la vitesse $\omega_e(t)$.
- Les deux pignons en contact ont même rayon primitif, supposé égal à $R_e$.
- Le couple du stator sur le rotor moteur M4 est noté $\overrightarrow{C_m} = C_m\overrightarrow{x_0}$.
- L'action mécanique qu'exerce le ressort sur la pince (4) est modélisable par un glisseur noté $\{\mathcal{T}\,(\text{ressort} \rightarrow 4)\} = \left\{\begin{array}{l} \overrightarrow{R\,(\text{ressort} \rightarrow 4)} = -kz(t)\overrightarrow{z_0} \\ \overrightarrow{0} \end{array}\right\}_{O_4}$ où $O_4$ est le point de contact entre la pince **(4)** et le ressort, $k$ la raideur du ressort et $z(t)$ la variation de position de l'extrémité de **(4)** autour de la position d'équilibre.
- On note $\overrightarrow{V\,(O_4, 4/0)} = v(t)\overrightarrow{z_0} = \dfrac{\mathrm{d}z(t)}{\mathrm{d}t}\overrightarrow{z_0}$.
- Les masses des courroies sont négligées.

### Données

- $I_m$, moment d'inertie de l'arbre moteur par rapport à son axe de rotation.
- $I_r$, moment d'inertie du réducteur par rapport à son axe de rotation de sortie.
- $I_i$, moment d'inertie de la poulie, de rayon $R_i$, par rapport à son axe de rotation.
- $I_e$, moment d'inertie de la poulie, de rayon $R_e$, par rapport à son axe de rotation.

- $I_p$, moment d'inertie de chaque pignon, de rayon $R_e$, par rapport à son axe de rotation.
- $I_g$, moment d'inertie de chaque galet $G_i$, de rayon $R_g$, par rapport à son axe de rotation.
- $m_4$, masse de la pince **(4)**.
- $r = \dfrac{\omega_i(t)}{\omega_m(t)}$, rapport de réduction constant du motoréducteur.

L'équation de mouvement est définie par l'équation différentielle suivante : $J\dfrac{\mathrm{d}^2\theta_m(t)}{\mathrm{d}t^2} = C_m(t) - C_e(t)$ avec :

- $J$, inertie équivalente à l'ensemble en mouvement, ramenée sur l'arbre moteur ;
- $C_e(t)$, couple regroupant l'ensemble des couples extérieurs ramenés à l'arbre moteur, notamment fonction de la raideur du ressort.

## Travail demandé

**Question 1** Déterminer la relation entre $v(t)$ et $\omega_m(t)$. Sous hypothèse de conditions initiales nulles, en déduire la relation entre $z(t)$ et $\theta_m(t)$.

**Question 2** Réaliser le graphe de structure associé à la translation de la pince.

**Question 3** Donner l'expression de l'énergie cinétique de l'ensemble en mouvement par rapport à **(0)**. Définir l'inertie équivalente $J$ ramenée sur l'axe du moteur M4 en fonction, notamment, des moments d'inertie, de $m_4$ et des données géométriques.

**Question 4** Effectuer un bilan des puissances extérieures et intérieures à ce même ensemble. Préciser l'expression analytique de chaque puissance.

**Question 5** Par l'application du théorème de l'énergie cinétique à l'ensemble en mouvement par rapport à **(0)**, déterminer l'expression du terme $C_e(t)$ en fonction des données du problème et de $\theta_m(t)$.

**Éléments de correction**

1. $v(t) = R_g r \dfrac{R_i}{R_e}\omega_m(t)$ et $z(t) = R_g r \dfrac{R_i}{R_e}\theta_m(t)$.
2. .
3. $J = I_m + (I_r + I_i) r^2 + (I_e + 2I_p + 6I_g)\left(\dfrac{R_i}{R_e} r\right)^2 + m_4\left(R_g r\dfrac{R_i}{R_e}\right)^2$.
4. $\mathcal{P}(\text{res} \rightarrow 4/\mathcal{R}_g) = -kz(t)\dfrac{R_g r R_i}{R_e}\omega_m(t)$, $\mathcal{P}(\text{mot} \rightarrow 4/\mathcal{R}_g) = C_m\omega_m(t)$, $\mathcal{P}(\text{pes} \rightarrow E/\mathcal{R}_g) = 0$ et $\mathcal{P}_{\text{int}}(E) = 0$.
5. $C_e(t) = k\left(R_g r\dfrac{R_i}{R_e}\right)^2\theta_m(t)$.