

Colle 1

Stabilité – Sujet

Equipe PT La Martinière Monplaisir.

On considère la fonction de transfert en boucle ouverte d'un système : $G(p) = \frac{2}{(10p + 1)^3}$.

Question 1 Tracer le schéma-blocs.

Question 2 Tracer les diagrammes de bode de $G(p)$.

Question 3 Tracer la marge de gain et la marge de phase.

On place ce système dans une boucle de régulation à retour unitaire en le précédant d'un correcteur proportionnel $C(p) = K$.

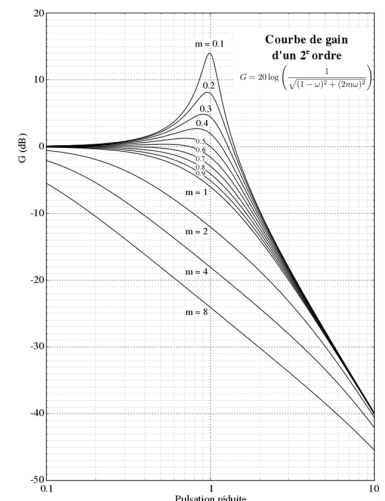
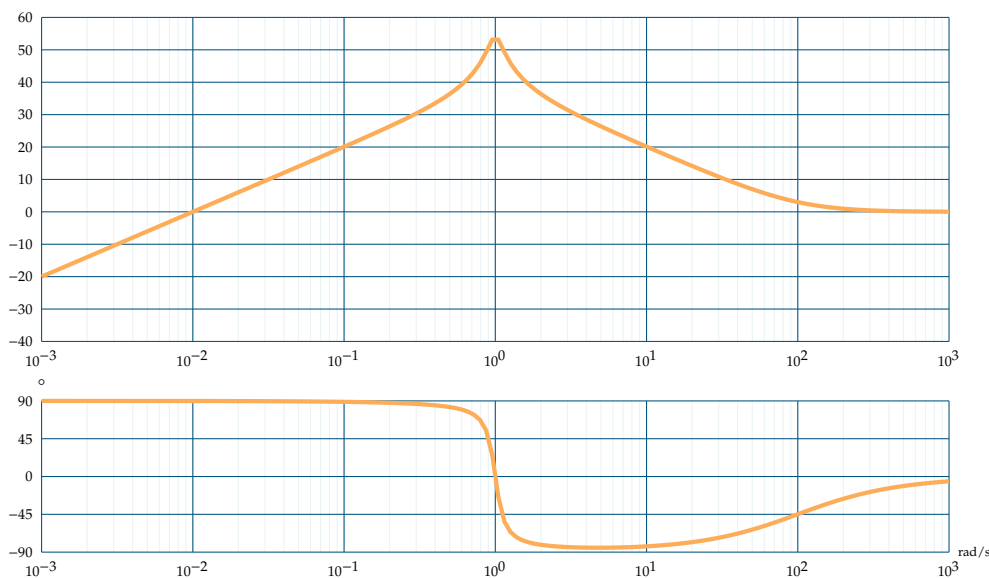
Question 4 Calculer la valeur de K de manière à obtenir une marge de phase supérieure ou égale à 45° .

Question 5 Calculer la valeur de l'écart statique en réponse à un échelon puis en réponse à une rampe.

On change le correcteur proportionnel, par un correcteur intégral de fonction de transfert $C(p) = \frac{Ki}{p}$.

Question 6 Calculer la nouvelle valeur de l'écart statique en réponse à un échelon puis en réponse à une rampe.

Question 7 Identifier la fonction de transfert à partir des diagrammes de bode.



Colle 1

Stabilité – Corrigé

Equipe PT La Martinière Monplaisir.

On considère la fonction de transfert en boucle ouverte d'un système : $G(p) = \frac{2}{(10p + 1)^3}$.

Question 1 Tracer le schéma-blocs.

Question 2 Tracer les diagrammes de bode de $G(p)$.

Question 3 Tracer la marge de gain et la marge de phase.

On place ce système dans une boucle de régulation à retour unitaire en le précédant d'un correcteur proportionnel $C(p) = K$.

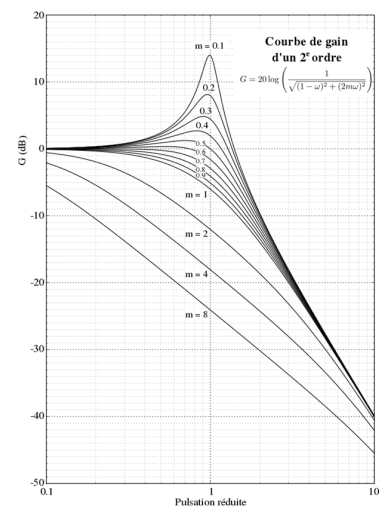
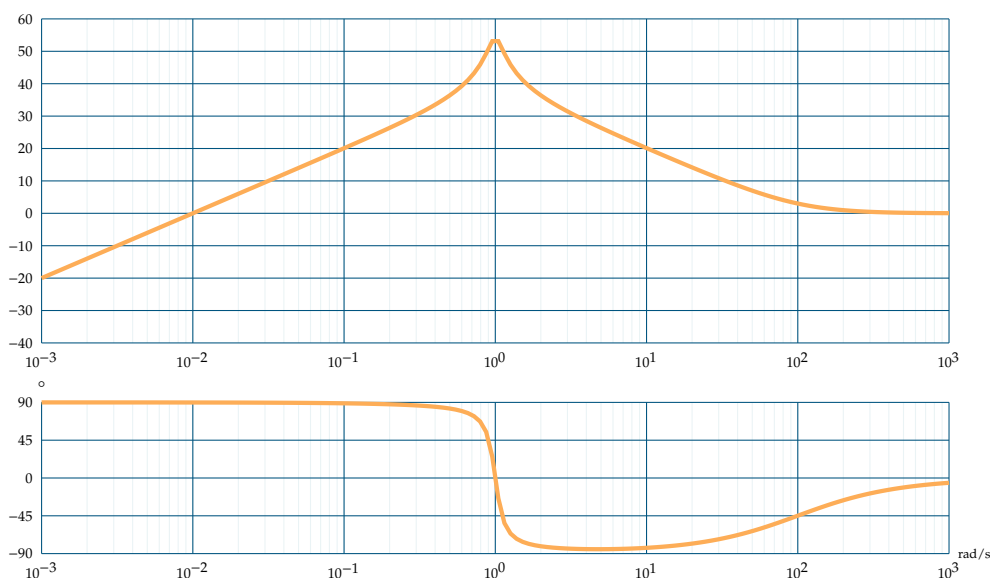
Question 4 Calculer la valeur de K de manière à obtenir une marge de phase supérieure ou égale à 45° .

Question 5 Calculer la valeur de l'écart statique en réponse à un échelon puis en réponse à une rampe.

On change le correcteur proportionnel, par un correcteur intégral de fonction de transfert $C(p) = \frac{Ki}{p}$.

Question 6 Calculer la nouvelle valeur de l'écart statique en réponse à un échelon puis en réponse à une rampe.

Question 7 Identifier la fonction de transfert à partir des diagrammes de bode.



7.7 Pour obtenir une marge de phase supérieure à 45° , il faut avoir :

$$\Delta\varphi = \pi + \varphi(\omega_{c0}) = \pi + \arg G(j\omega_{c0}) > \frac{\pi}{4}$$

soit :

$$\Delta\varphi = \pi + \arg \frac{K}{(10j\omega_{c0} + 1)^3} > \frac{\pi}{4}$$

$$\Delta\varphi = \pi - 3 \arctan 10\omega_{c0} > \frac{\pi}{4}$$

d'où :

$$\omega_{c0} < \frac{1}{10} \tan \frac{3\pi}{12} = 0,1 \text{ rad/s}$$

Calculons la valeur de K correspondant à cette pulsation de coupure à 0 dB.

On a :

$$G(\omega_{c0}) = \frac{K}{(\sqrt{1+100\omega_{c0}^2})^3} = 1$$

d'où :

$$K = (\sqrt{1+100\omega_{c0}^2})^3 = 2,8$$

La condition sur ω_{c0} nous imposant une limite supérieure, il en est de même pour la condition sur K .

En conclusion :

$$\Delta\varphi > 45^\circ \Rightarrow K < 2,8$$

Par ailleurs, comme :

$$t_m \approx \frac{3}{\omega_{c0}}$$

on a :

$$t_m > \frac{3}{0,1} = 30 \text{ s}$$

Le temps de montée minimal (autrement dit la meilleure rapidité possible) est donc égal à 30 s.

Calculons à présent l'erreur statique. La fonction de transfert en boucle fermée a pour expression :

$$H(p) = \frac{G(p)}{1+G(p)} = \frac{K}{(10p+1)^3 + K}$$

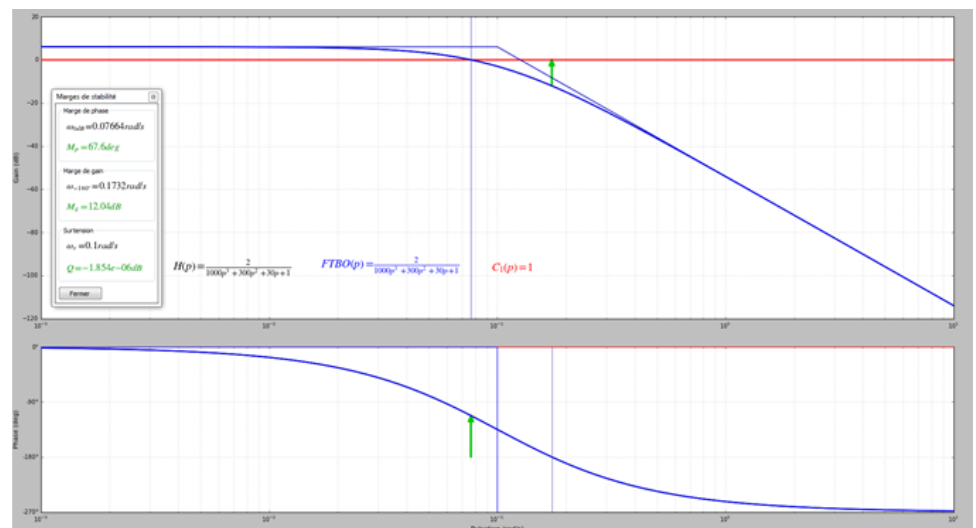
Par définition, l'erreur statique a pour expression :

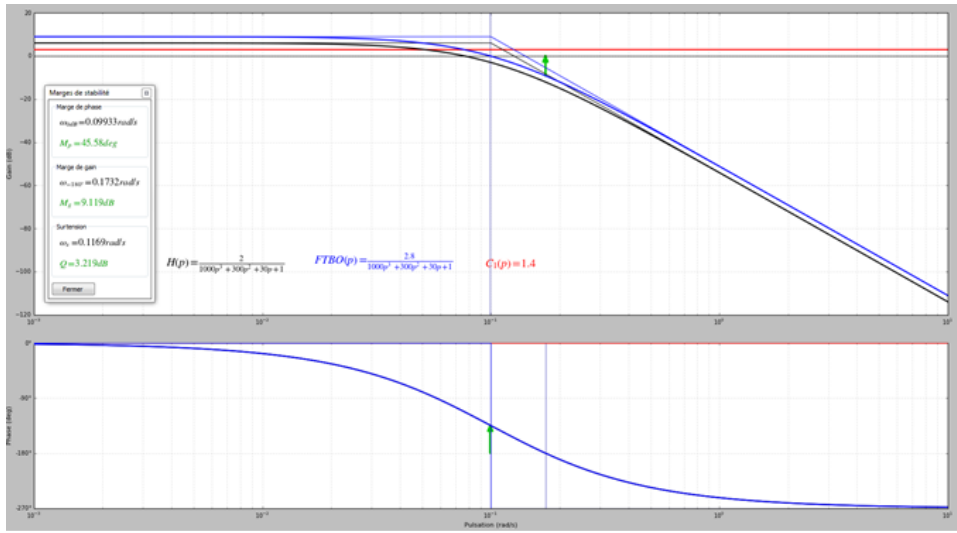
$$\varepsilon_p = \lim_{p \rightarrow 0} [1 - H(p)] = 1 - \frac{K}{1+K} = \frac{1}{1+K}$$

On a donc :

$$K < 2,8 \Rightarrow \varepsilon_p > \frac{1}{1+2,8} = 0,26$$

L'erreur statique est donc obligatoirement supérieure à 26 % si on souhaite avoir une marge de phase supérieure à 45° .





Colle 2

Stabilité – Sujet

Equipe PT La Martinière Monplaisir.

On considère la fonction de transfert en boucle ouverte d'un système à retour unitaire :

$$G(p) = \frac{10}{(p+1)(p+4)}.$$

Question 1 Tracer le schéma-blocs.

Question 2 Tracer les diagrammes de bode de $G(p)$.

Question 3 Tracer la marge de gain et la marge de phase.

On place ce système dans une boucle de régulation à retour unitaire en le précédant d'un correcteur proportionnel $C(p) = K$.

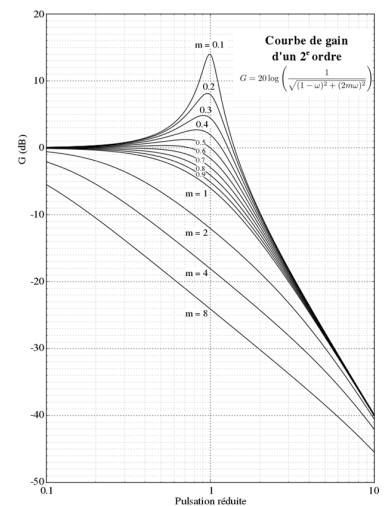
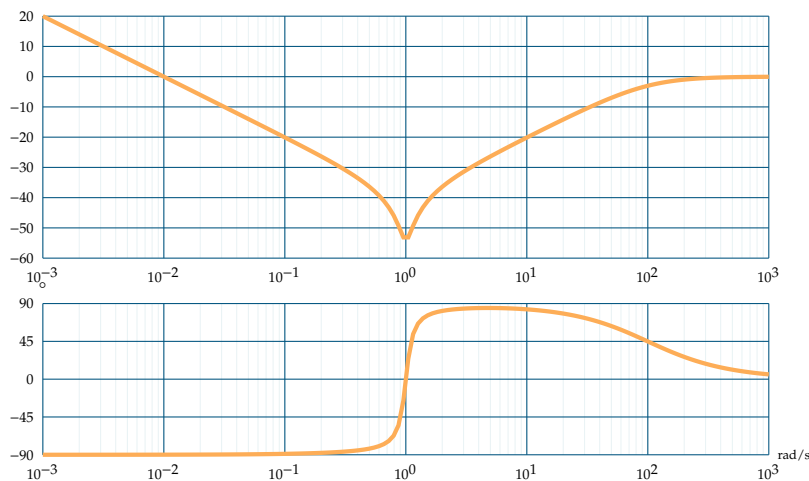
Question 4 Calculer la valeur de K de manière à obtenir une marge de phase supérieure ou égale à 45° .

Question 5 Calculer la valeur de l'écart statique en réponse à un échelon puis en réponse à une rampe.

On change le correcteur proportionnel, par un correcteur intégral de fonction de transfert $C(p) = \frac{Ki}{p}$.

Question 6 Calculer la nouvelle valeur de l'écart statique en réponse à un échelon puis en réponse à une rampe.

Question 7 Identifier la fonction de transfert à partir des diagrammes de bode.



Colle 2

Stabilité – Corrigé

Equipe PT La Martinière Monplaisir.

On considère la fonction de transfert en boucle ouverte d'un système à retour unitaire :

$$G(p) = \frac{10}{(p+1)(p+4)}.$$

Question 1 Tracer le schéma-blocs.

Question 2 Tracer les diagrammes de bode de $G(p)$.

Question 3 Tracer la marge de gain et la marge de phase.

On place ce système dans une boucle de régulation à retour unitaire en le précédant d'un correcteur proportionnel $C(p) = K$.

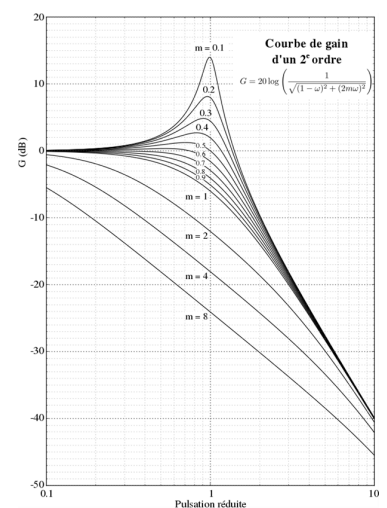
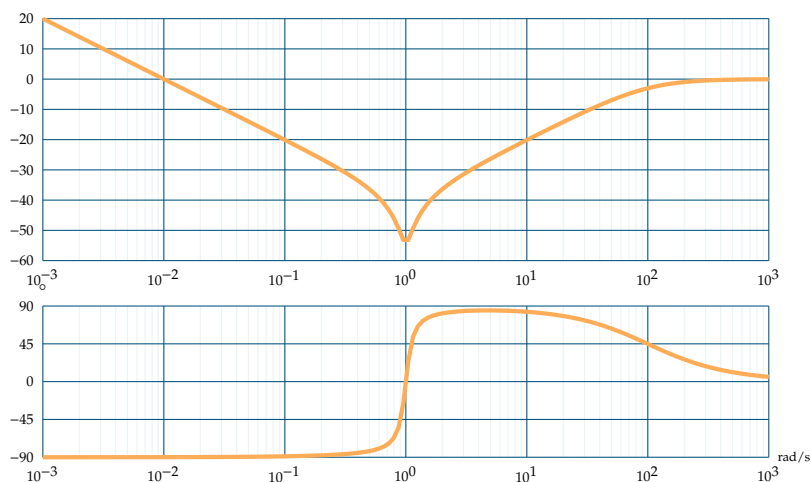
Question 4 Calculer la valeur de K de manière à obtenir une marge de phase supérieure ou égale à 45° .

Question 5 Calculer la valeur de l'écart statique en réponse à un échelon puis en réponse à une rampe.

On change le correcteur proportionnel, par un correcteur intégral de fonction de transfert $C(p) = \frac{Ki}{p}$.

Question 6 Calculer la nouvelle valeur de l'écart statique en réponse à un échelon puis en réponse à une rampe.

Question 7 Identifier la fonction de transfert à partir des diagrammes de bode.



8.2 La fonction de transfert en boucle ouverte a pour expression :

$$KG(p) = \frac{K}{(p+1)(p+4)}$$

soit :

$$KG(j\omega) = \frac{K}{(1+j\omega)(4+j\omega)}$$

Pour obtenir une marge de phase égale à 45° , on doit avoir :

$$\Delta\varphi = \pi - \arctan \omega_{c0} - \arctan \frac{\omega_{c0}}{4} = \frac{\pi}{4}$$

soit :

$$\arctan \omega_{c0} + \arctan \frac{\omega_{c0}}{4} = \frac{3\pi}{4}$$

Calculons la tangente des deux membres de l'expressions :

$$\tan \left[\arctan \omega_{c0} + \arctan \frac{\omega_{c0}}{4} \right] = \tan \frac{3\pi}{4} = -1$$

d'où :

$$\frac{\frac{5\omega_{c0}}{4}}{1 - \frac{\omega_{c0}^2}{4}} = -1 \Rightarrow \omega_{c0}^2 - 5\omega_{c0} - 4 = 0$$

Réolvons cette équation :

$$\Delta = b^2 - 4ac = 25 + 16 = 41$$

La seule solution positive est :

$$\omega_{c0} = \frac{5 + \sqrt{41}}{2} = 5,7 \text{ rad/s}$$

Par définition :

$$KG(\omega_{c0}) = \frac{K}{\sqrt{1 + \omega_{c0}^2} \sqrt{16 + \omega_{c0}^2}} = 1$$

Par conséquent :

$$K = \sqrt{1 + \omega_{c0}^2} \sqrt{16 + \omega_{c0}^2} = 40,3$$

Le gain K étant réglé sur cette valeur, on a bien une marge de phase de 45° et un temps de montée en boucle fermée que l'on peut estimer en utilisant la relation approchée suivante :

$$\omega_{c0} t_m \approx 3 \Rightarrow t_m \approx \frac{3}{\omega_{c0}} = \frac{3}{5,7} = 0,53 \text{ s}$$

Si on souhaite régler le temps de montée sur 0,2 s, on doit avoir :

$$\omega_{c0} t_m \approx 3 \Rightarrow \omega_{c0} \approx \frac{3}{0,2} = 15 \text{ rad/s}$$

Pour obtenir une telle pulsation de coupure à 0 dB, il faut changer la valeur de K :

Par définition :

$$KG(\omega_{c0}) = \frac{K}{\sqrt{1 + \omega_{c0}^2} \sqrt{16 + \omega_{c0}^2}} = 1$$

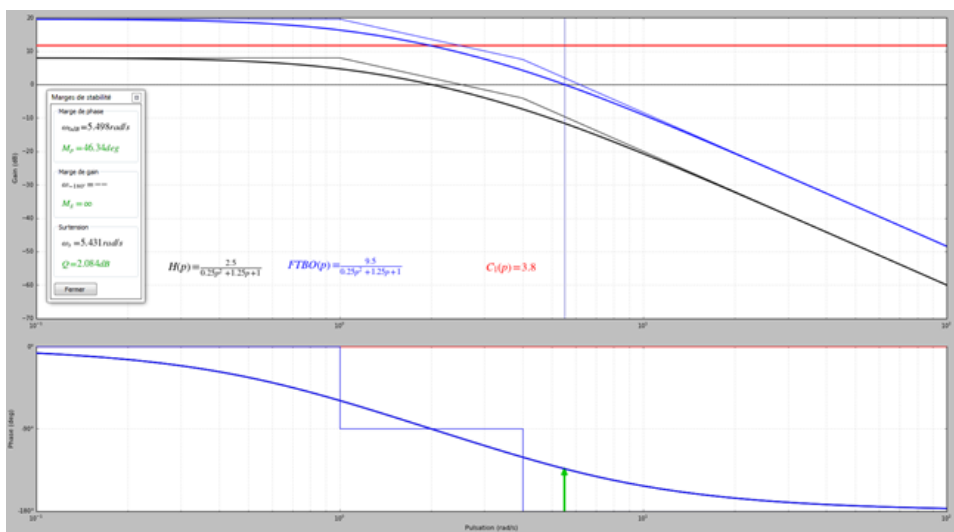
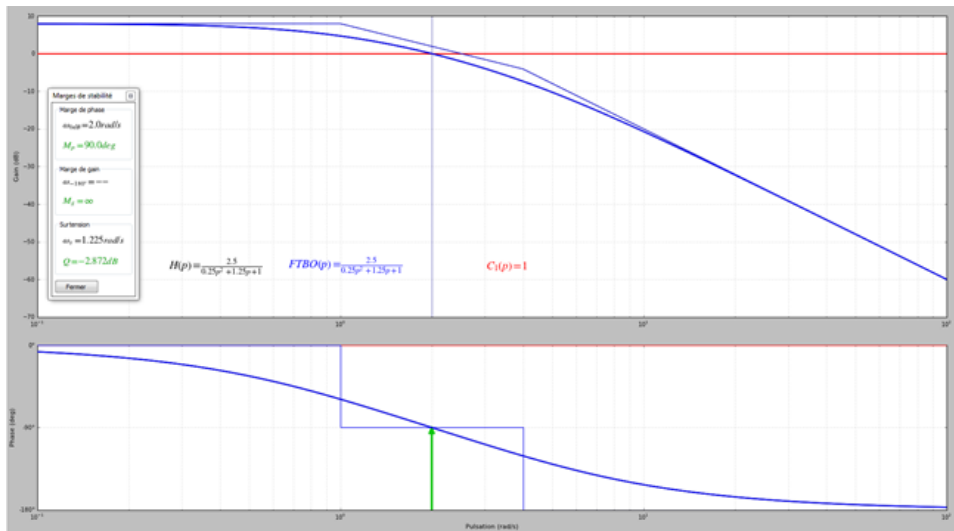
Par conséquent :

$$K = \sqrt{1 + \omega_{c0}^2} \sqrt{16 + \omega_{c0}^2} = 233,4$$

La marge de phase a bien évidemment changé :

$$\Delta\varphi = \pi - \arctan \omega_{c0} - \arctan \frac{\omega_{c0}}{4} = 0,326 \text{ rad} = 18,7^\circ$$

Ce résultat montre bien qu'en cherchant à augmenter la rapidité d'un système par une correction proportionnelle, on dégrade sa stabilité.



Colle 3

Performances – Sujet

Equipe PT La Martinière Monplaisir.

On considère la fonction de transfert en boucle ouverte d'un système : $G(p) = \frac{8}{p^2 + 5p + 6}$.

Question 1 Tracer les diagrammes de bode de $G(p)$.

Question 2 Tracer la marge de gain et la marge de phase.

On place ce système dans une boucle de régulation en le précédant d'un correcteur proportionnel $C(p) = K$. La boucle de retour est assurée par un système de fonction de transfert $B(p) = 3$.

Question 3 Tracer le schéma-blocs.

Question 4 Calculer la valeur de K de manière à obtenir une marge de phase supérieure ou égale à 45° .

Question 5 Calculer la valeur de l'écart statique en réponse à un échelon puis en réponse à une rampe.

On change le correcteur proportionnel, par un correcteur intégral de fonction de transfert $C(p) = Ki/p$.

Question 6 Calculer la nouvelle valeur de l'écart statique en réponse à un échelon puis en réponse à une rampe.



Colle 3

Performances – Corrigé

Equipe PT La Martinière Monplaisir.

On considère la fonction de transfert en boucle ouverte d'un système : $G(p) = \frac{8}{p^2 + 5p + 6}$.

Question 1 Tracer les diagrammes de bode de $G(p)$.

Correction

Question 2 Tracer la marge de gain et la marge de phase.

Correction

On place ce système dans une boucle de régulation en le précédant d'un correcteur proportionnel $C(p) = K$. La boucle de retour est assurée par un système de fonction de transfert $B(p) = 3$.

Question 3 Tracer le schéma-blocs.

Correction

Question 4 Calculer la valeur de K de manière à obtenir une marge de phase supérieure ou égale à 45° .

Correction

Question 5 Calculer la valeur de l'écart statique en réponse à un échelon puis en réponse à une rampe.

Correction

On change le correcteur proportionnel, par un correcteur intégral de fonction de transfert $C(p) = Ki/p$.

Question 6 Calculer la nouvelle valeur de l'écart statique en réponse à un échelon puis en réponse à une rampe.

Correction

8.2 La fonction de transfert en boucle ouverte a pour expression :

$$KG(p) = \frac{K}{(p+1)(p+4)}$$

soit :

$$KG(j\omega) = \frac{K}{(1+j\omega)(4+j\omega)}$$

Pour obtenir une marge de phase égale à 45° , on doit avoir :

$$\Delta\varphi = \pi - \arctan \omega_{c0} - \arctan \frac{\omega_{c0}}{4} = \frac{\pi}{4}$$

soit :

$$\arctan \omega_{c0} + \arctan \frac{\omega_{c0}}{4} = \frac{3\pi}{4}$$

Calculons la tangente des deux membres de l'expressions :

$$\tan \left[\arctan \omega_{c0} + \arctan \frac{\omega_{c0}}{4} \right] = \tan \frac{3\pi}{4} = -1$$

$$\varepsilon = 0,123$$

d'où :

$$\frac{5\omega_{c0}}{4 - \frac{\omega_{c0}^2}{4}} = -1 \Rightarrow \omega_{c0}^2 - 5\omega_{c0} - 4 = 0$$

Réolvons cette équation :

$$\Delta = b^2 - 4ac = 25 + 16 = 41$$

La seule solution positive est :

$$\omega_{c0} = \frac{5 + \sqrt{41}}{2} = 5,7 \text{ rad/s}$$

Par définition :

$$KG(\omega_{c0}) = \frac{K}{\sqrt{1 + \omega_{c0}^2} \sqrt{16 + \omega_{c0}^2}} = 1$$

Par conséquent :

$$K = \sqrt{1 + \omega_{c0}^2} \sqrt{16 + \omega_{c0}^2} = 40,3$$

Le gain K étant réglé sur cette valeur, on a bien une marge de phase de 45° et un temps de montée en boucle fermée que l'on peut estimer en utilisant la relation approchée suivante :

$$\omega_{c0} t_m \approx 3 \Rightarrow t_m \approx \frac{3}{\omega_{c0}} = \frac{3}{5,7} = 0,53 \text{ s}$$

Si on souhaite régler le temps de montée sur 0,2 s, on doit avoir :

$$\omega_{c0} t_m \approx 3 \Rightarrow \omega_{c0} \approx \frac{3}{0,2} = 15 \text{ rad/s}$$

Pour obtenir une telle pulsation de coupure à 0 dB, il faut changer la valeur de K :

Par définition :

$$KG(\omega_{c0}) = \frac{K}{\sqrt{1 + \omega_{c0}^2} \sqrt{16 + \omega_{c0}^2}} = 1$$

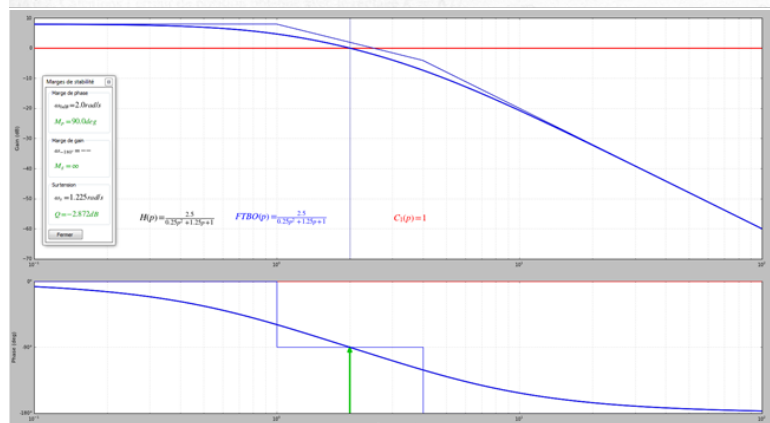
Par conséquent :

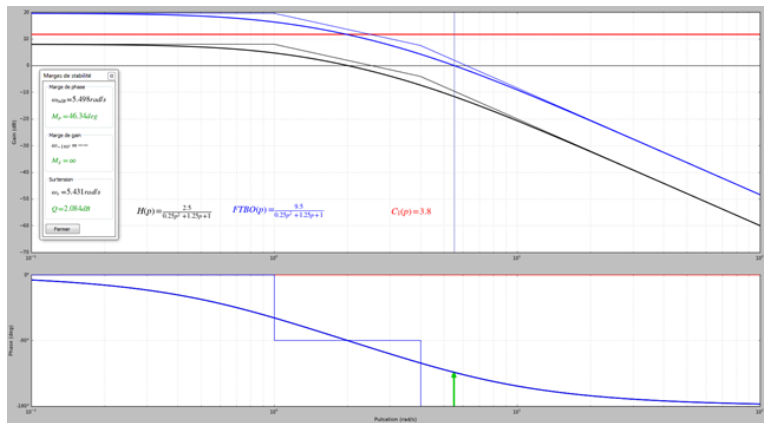
$$K = \sqrt{1 + \omega_{c0}^2} \sqrt{16 + \omega_{c0}^2} = 233,4$$

La marge de phase a bien évidemment changé :

$$\Delta\varphi = \pi - \arctan \omega_{c0} - \arctan \frac{\omega_{c0}}{4} = 0,326 \text{ rad} = 18,7^\circ$$

Ce résultat montre bien qu'en cherchant à augmenter la rapidité d'un système par une correction proportionnelle, on dégrade sa stabilité.





Colle 4

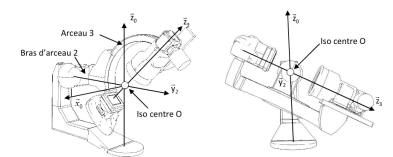
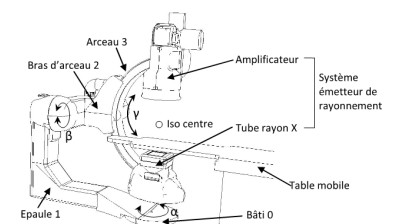
Imagerie médicale – Sujet

F. Mathurin.

L'étude porte sur un système permettant de réaliser des imageries médicales de vaisseaux sanguins sur un patient. Ce système, conçu par General Electric Medical System, envoie des rayons X dans le corps du patient et mesure leur rayonnement. En fonction des informations reçues, une image de synthèse en 3 dimensions est réalisée, permettant de voir les éventuels problèmes médicaux à venir.

Ce système est constitué des éléments suivants : le bâti 0, une épaule 1 qui peut être mis en mouvement par rapport au bâti 0, un bras d'arceau 2 qui peut s'orienter par rapport à l'épaule 1 et un arceau 3 qui se déplace par rapport à bras d'arceau 2. Le patient est situé sur une table mobile. Le réglage en hauteur du patient sur la table mobile est possible pour son confort mais n'est pas utilisé au cours d'une analyse. Seuls les degrés de liberté α , β et γ sont utilisés pendant l'analyse. L'émetteur de rayons, situé sur l'arceau, focalise la vision interne du patient en un point appelé iso centre.

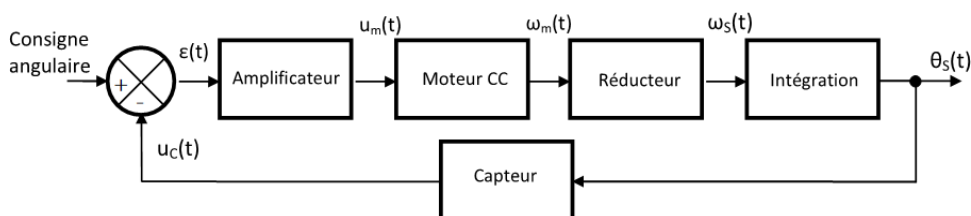
Sur l'image de gauche, l'arceau 3 s'oriente par rapport au bras d'arceau 2 et sur l'image de droite le bras d'arceau 2 se déplace par rapport à l'épaule 1. On donne ci-dessous un extrait de cahier des charges fonctionnel du système de positionnement dans la phase de vie correspondant à une mesure d'imagerie :



Exigences	Critère	Niveau
1.1	... Vitesse angulaire par axe élémentaire Stabilité (Marge de phase $M\phi$) $10^\circ/\text{s} \pm 10\%$ $M\phi > 45^\circ$...

Conformément au cahier des charges, chaque axe élémentaire, piloté séparément, doit avoir une vitesse angulaire de $10^\circ/\text{s}$ en phase de mesure. Technologiquement, la chaîne d'action de chaque axe élémentaire est constituée d'un réducteur entre le moteur et l'effecteur. Ce réducteur diminue la vitesse angulaire d'un facteur 558.

On s'intéresse à l'axe permettant de déplacer le bras d'arceau 2 par rapport à l'épaule 1. La structure de la chaîne fonctionnelle asservie de cet axe est la suivante :



Les différents éléments de cette chaîne fonctionnelle sont les suivants :

- ▶ l'amplificateur est un gain pur : K_a ;
- ▶ le réducteur est un gain pur K_r (sans dimension) ;
- ▶ le capteur est un gain pur : K_c ;
- ▶ le moteur est un système d'ordre 1, de constante de temps T_m et de gain K_m . On note la fonction de transfert du moteur $H_m(p)$.

Question 1 Déterminer la valeur numérique du bloc du réducteur K_r .

Question 2 Déterminer la fonction de transfert en chaîne directe $FTCD(p)$, la fonction de transfert en boucle ouvert $FTBO(p)$ et la fonction de transfert en boucle fermée $FTBF(p)$ de cet asservissement. Exprimer les résultats en fonction de K_a , K_m , K_r , K_c et T_m .

Question 3 Montrer que la fonction de transfert en boucle fermée de ce système peut s'écrire sous la forme d'un deuxième ordre $\frac{K}{1 + \frac{2z}{\omega_0}p + \frac{p^2}{\omega_0^2}}$. Donner l'expression littérale de K , z et ω_0 en fonction de K_a , K_m , K_r , K_c et T_m .

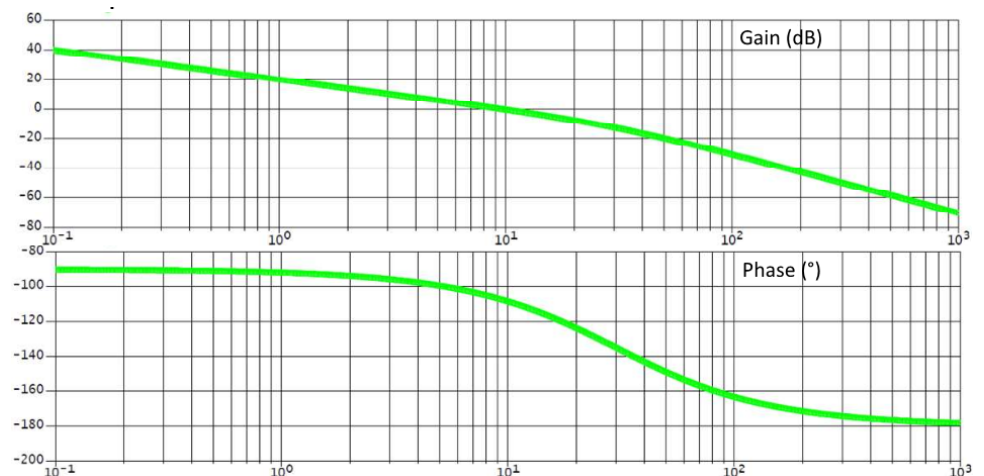
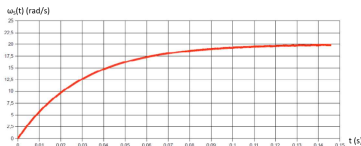
Question 4 La réponse du système à cette entrée en échelon de tension $u_m(t) = 10u(t)$ a été mesurée en sortie du réducteur. On donne ci-contre la courbe obtenue. Déterminer les valeurs numériques expérimentales de K_m et T_m à partir de la courbe.

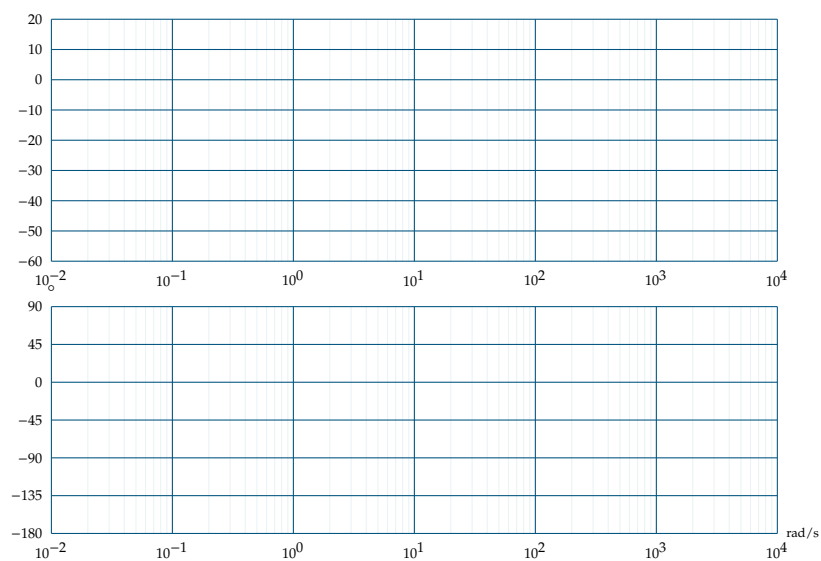
Avec les valeurs numériques des coefficients des différents gains, on peut déterminer la valeur numérique de la fonction de transfert en boucle ouverte : $FTBO(p) = \frac{10}{p \left(1 + \frac{1}{30}p \right)}$.

Question 5 Tracer les diagrammes de Bode asymptotiques de la fonction de transfert en boucle ouverte sur le diagramme vierge en bleu.

Question 6 Calculer le gain et la phase exacte pour $\omega = 30 \text{ rad/s}$.

Question 7 On donne les tracés réels des courbes de gain et de phase de la FTBO. Déterminer la pulsation qui annule le gain puis déterminer la marge de phase du système $M\phi$. Conclure quant à la capacité du système à satisfaire le critère de marge de phase du cahier des charges.





Colle 4

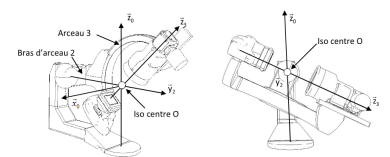
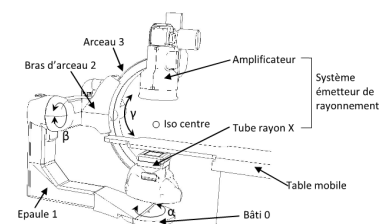
Imagerie médicale – Corrigé

F. Mathurin.

L'étude porte sur un système permettant de réaliser des imageries médicales de vaisseaux sanguins sur un patient. Ce système, conçu par General Electric Medical System, envoie des rayons X dans le corps du patient et mesure leur rayonnement. En fonction des informations reçues, une image de synthèse en 3 dimensions est réalisée, permettant de voir les éventuels problèmes médicaux à venir.

Ce système est constitué des éléments suivants : le bâti 0, une épaule 1 qui peut être mis en mouvement par rapport au bâti 0, un bras d'arceau 2 qui peut s'orienter par rapport à l'épaule 1 et un arceau 3 qui se déplace par rapport à bras d'arceau 2. Le patient est situé sur une table mobile. Le réglage en hauteur du patient sur la table mobile est possible pour son confort mais n'est pas utilisé au cours d'une analyse. Seuls les degrés de liberté α , β et γ sont utilisés pendant l'analyse. L'émetteur de rayons, situé sur l'arceau, focalise la vision interne du patient en un point appelé iso centre.

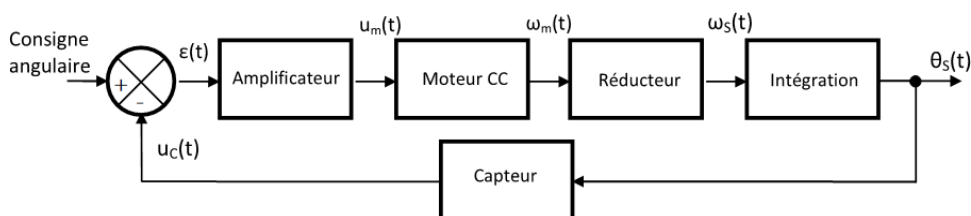
Sur l'image de gauche, l'arceau 3 s'oriente par rapport au bras d'arceau 2 et sur l'image de droite le bras d'arceau 2 se déplace par rapport à l'épaule 1. On donne ci-dessous un extrait de cahier des charges fonctionnel du système de positionnement dans la phase de vie correspondant à une mesure d'imagerie :



Exigences	Critère	Niveau
1.1	... Vitesse angulaire par axe élémentaire Stabilité (Marge de phase $M\phi$) $10^\circ/\text{s} \pm 10\%$ $M\phi > 45^\circ$...

Conformément au cahier des charges, chaque axe élémentaire, piloté séparément, doit avoir une vitesse angulaire de $10^\circ/\text{s}$ en phase de mesure. Technologiquement, la chaîne d'action de chaque axe élémentaire est constituée d'un réducteur entre le moteur et l'effecteur. Ce réducteur diminue la vitesse angulaire d'un facteur 558.

On s'intéresse à l'axe permettant de déplacer le bras d'arceau 2 par rapport à l'épaule 1. La structure de la chaîne fonctionnelle asservie de cet axe est la suivante :



Les différents éléments de cette chaîne fonctionnelle sont les suivants :

- ▶ l'amplificateur est un gain pur : K_a ;
- ▶ le réducteur est un gain pur K_r (sans dimension) ;
- ▶ le capteur est un gain pur : K_c ;
- ▶ le moteur est un système d'ordre 1, de constante de temps T_m et de gain K_m . On note la fonction de transfert du moteur $H_m(p)$.

Question 1 Déterminer la valeur numérique du bloc du réducteur K_r .

Question 2 Déterminer la fonction de transfert en chaîne directe $FTCD(p)$, la fonction de transfert en boucle ouvert $FTBO(p)$ et la fonction de transfert en boucle fermée $FTBF(p)$ de cet asservissement. Exprimer les résultats en fonction de K_a , K_m , K_r , K_c et T_m .

Question 3 Montrer que la fonction de transfert en boucle fermée de ce système peut s'écrire sous la forme d'un deuxième ordre $\frac{K}{1 + \frac{2z}{\omega_0}p + \frac{p^2}{\omega_0^2}}$. Donner l'expression littérale de K , z et ω_0 en fonction de K_a , K_m , K_r , K_c et T_m .

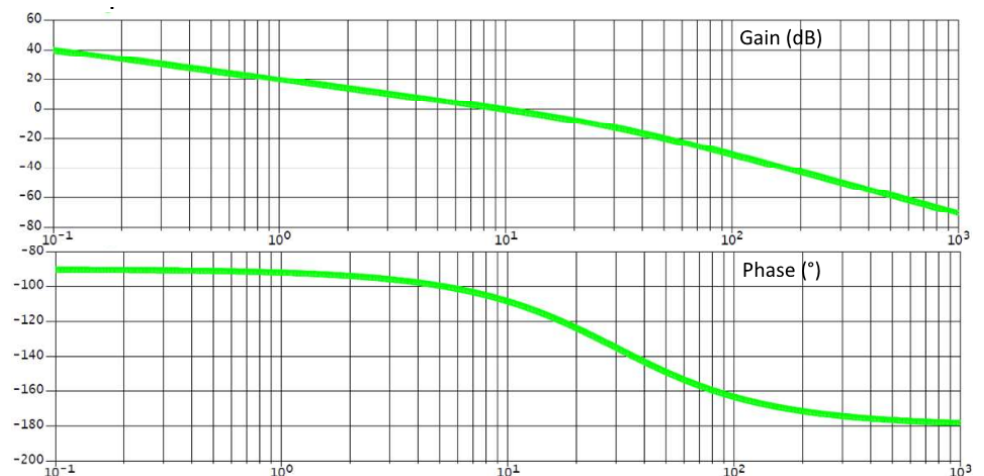
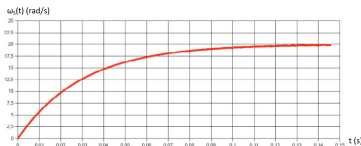
Question 4 La réponse du système à cette entrée en échelon de tension $u_m(t) = 10u(t)$ a été mesurée en sortie du réducteur. On donne ci-contre la courbe obtenue. Déterminer les valeurs numériques expérimentales de K_m et T_m à partir de la courbe.

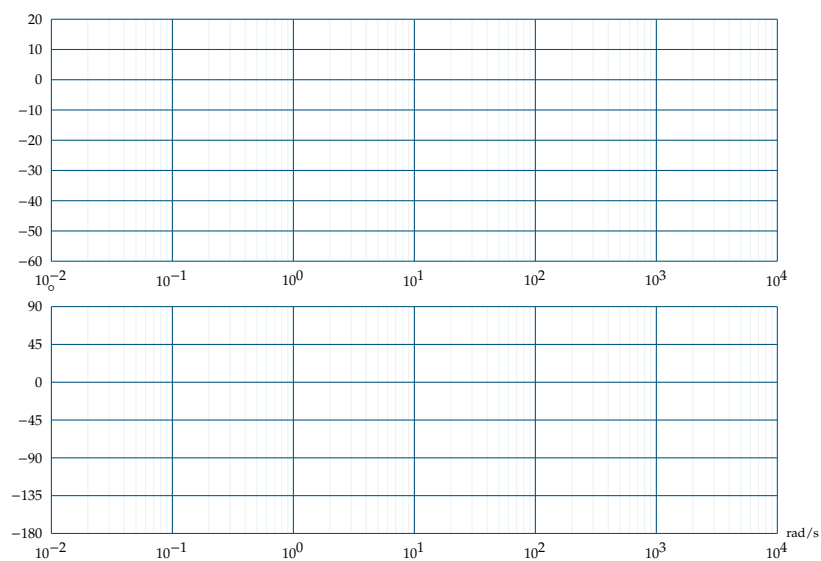
Avec les valeurs numériques des coefficients des différents gains, on peut déterminer la valeur numérique de la fonction de transfert en boucle ouverte : $FTBO(p) = \frac{10}{p \left(1 + \frac{1}{30}p\right)}$.

Question 5 Tracer les diagrammes de Bode asymptotiques de la fonction de transfert en boucle ouverte sur le diagramme vierge en bleu.

Question 6 Calculer le gain et la phase exacte pour $\omega = 30 \text{ rad/s}$.

Question 7 On donne les tracés réels des courbes de gain et de phase de la FTBO. Déterminer la pulsation qui annule le gain puis déterminer la marge de phase du système $M\phi$. Conclure quant à la capacité du système à satisfaire le critère de marge de phase du cahier des charges.





Colle 5

Robot MIR : Machine d'inspection des réacteurs rapides – Sujet

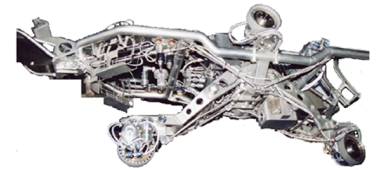
E3A MP – 2012.

Mise en situation

Le robot MIR développé pour la vérification des cuves de Superphenix doit être adapté pour le contrôle d'une nouvelle génération de réacteurs à neutrons rapides.

L'objectif du robot MIR est de :

- ▶ assurer le contrôle surfacique télévisuel des soudures des deux cuves et des zones adjacentes ;
- ▶ assurer le contrôle volumique par ultrasons des soudures de la cuve principale et des zones adjacentes. Une possibilité était offerte d'effectuer ce contrôle sur la cuve de sécurité ;
- ▶ mesurer en permanence la distance entre les deux cuves.



Étude de la fonction Ft12 : Déplacer le transducteur à vitesse constante

Le robot MIR étant à l'arrêt entre les deux cuves, le mini bac est plaqué contre la paroi de la cuve à contrôler. Pour l'inspection des soudures, le transducteur 13 (capteur de l'état des soudures) doit se déplacer à l'intérieur du mini bac d'inspection à vitesse constante. Le mini bac est rempli d'un fluide visqueux. L'inspection peut avoir lieu pour n'importe quelle position du robot MIR, donc l'angle α qui caractérise la direction du déplacement du transducteur par rapport à l'horizontale, est susceptible de prendre toute valeur comprise entre $-\pi/2$ (robot tête en bas) et $\pi/2$ (robot tête en haut). Afin de garantir la qualité des résultats de mesure, le transducteur doit donc se déplacer à une vitesse V_0 constante par rapport à la paroi, et ceci pour toute valeur de l'angle α .

Objectif

Qualifier la précision statique du système et définir les améliorations à apporter.

L'objectif de cette partie est de dimensionner le correcteur nécessaire au respect d'un écart statique nul, et ceci malgré le caractère variable de l'angle α .

Le transducteur est en liaison glissière de direction \vec{x}_r , avec le corps 1 du robot MIR. La chaîne d'énergie est composée entre autre, d'un actionneur rotatif qui exerce un couple $c(t)$ sur le pignon 11, qui est en liaison pivot, supposée parfaite, avec le robot MIR. Un système poulies (11 et 12) et courroie crantée 14 impose le mouvement de translation au transducteur 13.

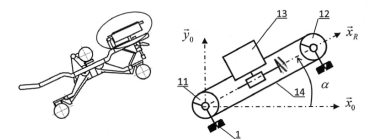
Le comportement dynamique du système est régi par l'équation suivante :

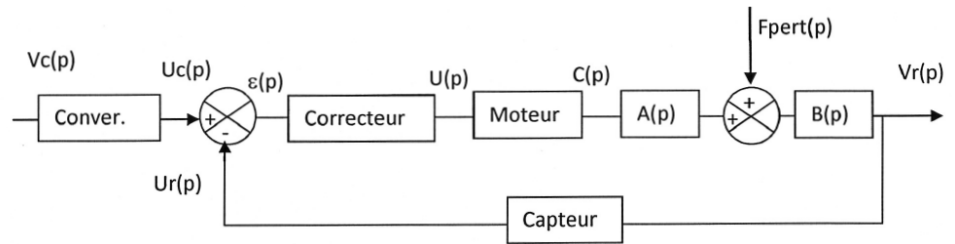
$$M_{eq} \frac{dv_r(t)}{dt} = \delta c(t) + \beta v_r(t) + \gamma g u(t)$$

avec $u(t)$ échelon unitaire.

On cherche à garantir une vitesse de translation du transducteur 13 égale à la valeur de consigne indépendamment de l'angle α .

Pour cela, on réalise le système bouclé suivant :

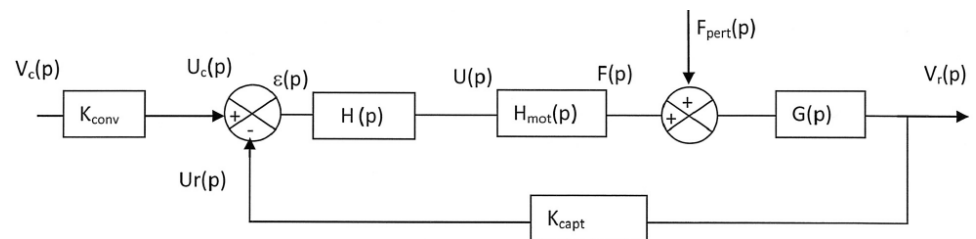




Question 1 En supposant des conditions initiales nulles, exprimer les fonctions de transfert $A(p)$ et $B(p)$ en fonction entre autres de δ , β et M_{eq} .

Le capteur est modélisé par un gain pur de valeur K_{capt} .

Question 2 En supposant une perturbation nulle, quelle doit être la valeur du gain K_{conv} du convertisseur modélisé par un gain pur, afin que l'écart $\varepsilon(t)$ soit nul quand la valeur de la vitesse réelle $v_r(t)$ est égale à la valeur de la consigne $v_c(t)$. On adopte pour la suite la modélisation suivante :



Avec $H_{mot}(p) = \frac{K_m}{1 + \tau_m p}$, $G(p) = \frac{K}{1 + \tau p}$ et $H(p) = K_{cor}$ fonction de transfert du correcteur.

Question 3 Exprimer les deux fonctions de transfert : $H_1(p) = \left(\frac{V_r(p)}{V_c(p)} \right)_{F_{pert}(p)=0}$ et $H_2(p) = \left(\frac{V_r(p)}{F_{pert}(p)} \right)_{V_c(p)=0}$ en fonction des gains K_{conv} , K_{cor} , et K_{capt} ainsi que des fonctions de transfert $H_{mot}(p)$ et $G(p)$.

Question 4 En supposant que $K_{cor} = 1$ et en indiquant les valeurs remarquables, tracer les diagrammes asymptotiques dans le plan de Bode de la fonction de transfert en boucle ouverte $\frac{U_r(p)}{\varepsilon(p)}$ en utilisant les valeurs numériques suivantes : $K_m = 0,1 \text{ N V}^{-1}$, $\tau_m = 0,01 \text{ s}$, $K_{capt} = 50 \text{ V s m}^{-1}$, $K = 200 \text{ m s}^{-1} \text{ N}^{-1}$, $\tau = 1 \text{ s}$.

Question 5 Déterminer le gain en décibel de la fonction de transfert en boucle ouverte (courbe réelle) pour la pulsation de 100 rad s^{-1} .

On formule l'hypothèse simplificatrice suivante : la phase de la fonction de transfert en boucle ouverte pour une pulsation de 100 rad/s est de -135° .

Question 6 On souhaite une marge de gain 12 dB et un marge de phase de 45° , en utilisant le résultat de la question précédente, déterminer la valeur numérique correspondante de K_{cor} . Commenter la valeur de la marge de gain obtenue ?

Question 7 On impose une vitesse constante en entrée de valeur v_0 ($v_c(t) = v_0 \cdot u(t)$) avec $u(t)$ fonction échelon unitaire de Heaviside. Exprimer l'écart statique en régime permanent en tenant compte de la perturbation (en fonction de l'angle α , de la valeur de K_{cor} et des données).

On souhaite obtenir une vitesse de translation indépendante de l'inclinaison. Pour toute la suite du sujet, on installe un correcteur intégral du type $\frac{K_c}{p}$, placé au début de la chaîne d'action.

Question 8 On impose de nouveau une vitesse constante en entrée de valeur v_0 ($v_c(t) = v_0 \cdot u(t)$); exprimer l'expression du nouvel écart statique en régime permanent (en fonction de l'angle α et des données). Pouvaient-on prévoir ce résultat ?



Colle 5

Robot MIR : Machine d'inspection des réacteurs rapides – Corrigé

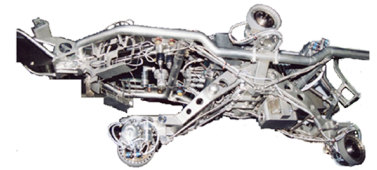
E3A MP – 2012.

Mise en situation

Le robot MIR développé pour la vérification des cuves de Superphenix doit être adapté pour le contrôle d'une nouvelle génération de réacteurs à neutrons rapides.

L'objectif du robot MIR est de :

- ▶ assurer le contrôle surfacique télévisuel des soudures des deux cuves et des zones adjacentes ;
- ▶ assurer le contrôle volumique par ultrasons des soudures de la cuve principale et des zones adjacentes. Une possibilité était offerte d'effectuer ce contrôle sur la cuve de sécurité ;
- ▶ mesurer en permanence la distance entre les deux cuves.



Étude de la fonction Ft12 : Déplacer le transducteur à vitesse constante

Le robot MIR étant à l'arrêt entre les deux cuves, le mini bac est plaqué contre la paroi de la cuve à contrôler. Pour l'inspection des soudures, le transducteur 13 (capteur de l'état des soudures) doit se déplacer à l'intérieur du mini bac d'inspection à vitesse constante. Le mini bac est rempli d'un fluide visqueux. L'inspection peut avoir lieu pour n'importe quelle position du robot MIR, donc l'angle α qui caractérise la direction du déplacement du transducteur par rapport à l'horizontale, est susceptible de prendre toute valeur comprise entre $-\pi/2$ (robot tête en bas) et $\pi/2$ (robot tête en haut). Afin de garantir la qualité des résultats de mesure, le transducteur doit donc se déplacer à une vitesse V_0 constante par rapport à la paroi, et ceci pour toute valeur de l'angle α .

Objectif

Qualifier la précision statique du système et définir les améliorations à apporter.

L'objectif de cette partie est de dimensionner le correcteur nécessaire au respect d'un écart statique nul, et ceci malgré le caractère variable de l'angle α .

Le transducteur est en liaison glissière de direction \vec{x}_r , avec le corps 1 du robot MIR. La chaîne d'énergie est composée entre autre, d'un actionneur rotatif qui exerce un couple $c(t)$ sur le pignon 11, qui est en liaison pivot, supposée parfaite, avec le robot MIR. Un système poulies (11 et 12) et courroie crantée 14 impose le mouvement de translation au transducteur 13.

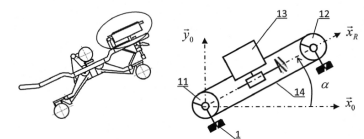
Le comportement dynamique du système est régi par l'équation suivante :

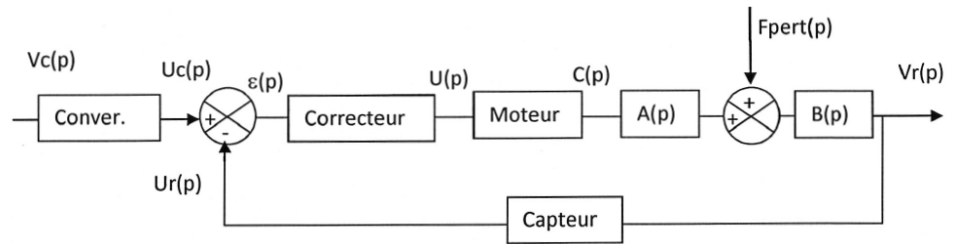
$$M_{eq} \frac{dv_r(t)}{dt} = \delta c(t) + \beta v_r(t) + \gamma g u(t)$$

avec $u(t)$ échelon unitaire.

On cherche à garantir une vitesse de translation du transducteur 13 égale à la valeur de consigne indépendamment de l'angle α .

Pour cela, on réalise le système bouclé suivant :





Question 1 En supposant des conditions initiales nulles, exprimer les fonctions de transfert $A(p)$ et $B(p)$ en fonction entre autres de δ , β et M_{eq} .

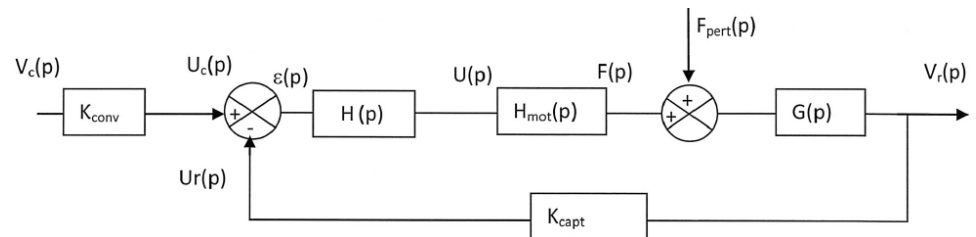
Correction

Le capteur est modélisé par un gain pur de valeur K_{capt} .

Question 2 En supposant une perturbation nulle, quelle doit être la valeur du gain K_{conv} du convertisseur modélisé par un gain pur, afin que l'écart $\varepsilon(t)$ soit nul quand la valeur de la vitesse réelle $v_r(t)$ est égale à la valeur de la consigne $v_c(t)$.

Correction

On adopte pour la suite la modélisation suivante :



Avec $H_{mot}(p) = \frac{K_m}{1 + \tau_m p}$, $G(p) = \frac{K}{1 + \tau p}$ et $H(p) = K_{cor}$ fonction de transfert du correcteur.

Question 3 Exprimer les deux fonctions de transfert : $H_1(p) = \left(\frac{V_r(p)}{V_c(p)} \right)_{F_{pert}(p)=0}$ et $H_2(p) = \left(\frac{V_r(p)}{F_{pert}(p)} \right)_{V_c(p)=0}$ en fonction des gains K_{conv} , K_{cor} , et K_{capt} ainsi que des fonctions de transfert $H_{mot}(p)$ et $G(p)$.

Correction

Question 4 En supposant que $K_{cor} = 1$ et en indiquant les valeurs remarquables, tracer les diagrammes asymptotiques dans le plan de Bode de la fonction de transfert en boucle ouverte $\frac{U_r(p)}{\varepsilon(p)}$ en utilisant les valeurs numériques suivantes : $K_m = 0,1 \text{ N V}^{-1}$, $\tau_m = 0,01 \text{ s}$, $K_{capt} = 50 \text{ V s m}^{-1}$, $K = 200 \text{ m s}^{-1} \text{ N}^{-1}$, $\tau = 1 \text{ s}$.

Correction

Question 5 Déterminer le gain en décibel de la fonction de transfert en boucle ouverte (courbe réelle) pour la pulsation de 100 rad s^{-1} .

Correction

On formule l'hypothèse simplificatrice suivante : la phase de la fonction de transfert en boucle ouverte pour une pulsation de 100 rad/s est de -135° .

Question 6 On souhaite une marge de gain 12 dB et un marge de phase de 45° , en utilisant le résultat de la question précédente, déterminer la valeur numérique correspondante de K_{cor} . Commenter la valeur de la marge de gain obtenue ?

Correction

Question 7 On impose une vitesse constante en entrée de valeur v_0 ($v_c(t) = v_0 \cdot u(t)$) avec $u(t)$ fonction échelon unitaire de Heaviside. Exprimer l'écart statique en régime permanent en tenant compte de la perturbation (en fonction de l'angle α , de la valeur de K_{cor} et des données).

Correction

On souhaite obtenir une vitesse de translation indépendante de l'inclinaison. Pour toute la suite du sujet, on installe un correcteur intégral du type $\frac{K_c}{p}$, placé au début de la chaîne d'action.

Question 8 On impose de nouveau une vitesse constante en entrée de valeur v_0 ($v_c(t) = v_0 \cdot u(t)$); exprimer l'expression du nouvel écart statique en régime permanent (en fonction de l'angle α et des données). Pouvaient-on prévoir ce résultat ?

Correction

Q22

Dans le domaine de Laplace :

$$M_{\text{equ}} p V_r(p) = \delta C(p) + \beta V_r(p) + \frac{\gamma g}{p}$$

$$V_r(p) = \frac{\delta C(p)}{-\beta + M_{\text{equ}} p} + \frac{1}{(-\beta + M_{\text{equ}} p)} \frac{\gamma g}{p} = \frac{-\frac{1}{r_p} C(p)}{\mu + M_{\text{equ}} p} + \frac{1}{\mu + M_{\text{equ}} p} \frac{-m_t \sin \alpha g}{p}$$

$$A(p) = \delta = -\frac{1}{r_p}$$

$$B(p) = \frac{1}{-\beta + M_{\text{equ}} p} = \frac{1}{\mu + M_{\text{equ}} p}$$

Q23

$K_{\text{conv}} = K_{\text{capt}}$

Q24

$$H_1(p) = \frac{K_{conv}H(p)H_{mot}(p)G(p)}{1 + K_{capt}H(p)H_{mot}(p)G(p)}$$

$$H_1(p) = \frac{K_{conv}K_{cor}K_mK}{(1 + \tau_m p)(1 + \tau p) + K_{capt}K_{cor}K_mK}$$

$$H_2(p) = \frac{G(p)}{1 + K_{capt}H(p)H_{mot}(p)G(p)}$$

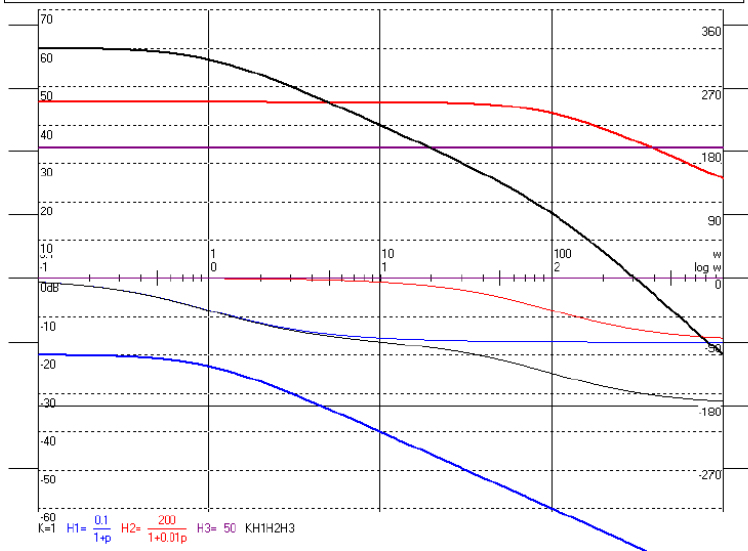
$$H_2(p) = \frac{K(1 + \tau p)}{(1 + \tau_m p)(1 + \tau p) + K_{capt}K_{cor}K_mK}$$

Q25

$$H(p) = K_{cor}$$

$\frac{U_r(p)}{\varepsilon(p)} = \frac{K_{cor}K_mK_{capt}}{(1 + \tau_m p)(1 + \tau p)}$ produit de 2 FT du premier ordre : pentes 0dB/decade, -20dB/decade à partir de 1 rd/s, -40dB/decade à partir de 100 rd/s

$$\frac{U_r(p)}{\varepsilon(p)} = \frac{1000}{(1 + p)(1 + 0.01p)}$$



Q26

100rd/s est la 2^{ème} cassure.

Chute de 40db par rapport au gain statique : gain₁₀=60-40=20db

La valeur de la courbe réelle pour cette pulsation est 3db en dessous de l'asymptote d'où un gain =+17db

$$\phi_{100} = -135^\circ$$

Q27

La marge de phase de 45° correspond à $\omega = 100\text{rd/s}$ ($1/\tau_m$)

Le gain vaut +17db. Il faut donc le baisser de 17 db pour avoir un gain nul pour cette pulsation.

$$\text{Ce qui fait } K_{cor} = 10^{-17/20} = 0.1414$$

La marge de gain est infinie car la phase n'atteint jamais les -180°.

Q28

$$H_1(0) = \frac{K_{conv}K_{cor}K_mK}{1 + K_{capt}K_{cor}K_mK}$$

$$H_2(0) = \frac{K}{1 + K_{capt}K_{cor}K_mK}$$

$$v_r = \frac{K_{conv}K_{cor}K_mK}{1 + K_{capt}K_{cor}K_mK} v_0 - \frac{Km_t \sin \alpha g}{1 + K_{capt}K_{cor}K_mK}$$

écart statique : $K_{conv} \cdot v_0 - K_{capt} \cdot v_r$

Q29

$$H_1(p) = \frac{K_{conv}H(p)H_{mot}(p)G(p)}{1 + K_{capt}H(p)H_{mot}(p)G(p)}$$

$$H_1(p) = \frac{K_{conv}H(p)K_mK}{(1 + \tau_m p)(1 + \tau p) + K_{capt}H(p)K_mK}$$

$$H_1(p) = \frac{K_{conv}K_cK_mK}{p(1 + \tau_m p)(1 + \tau p) + K_{capt}K_cK_mK}$$

 $H_1(p)=1$

$$H_2(p) = \frac{G(p)}{1 + K_{capt}H(p)H_{mot}(p)G(p)}$$

$$H_2(p) = \frac{pK(1 + \tau p)}{p(1 + \tau_m p)(1 + \tau p) + K_{capt}K_cK_mK}$$

 $H_2(0)=0$

Le gain statique vaut 1, l'erreur statique est nulle.

C'était prévisible grâce à l'intégrateur dans la chaîne directe, placé en amont du point d'entrée de la perturbation.

Colle 6

Préhenseur – Sujet

Présentation

Une usine de fabrication de flacons en verre possède un poste de mise en cartons qui est l'objet de la présente étude. Ce poste est équipé de deux robots permettant de déplacer les flacons, déplacer des cartons, détecter des flacons dans des cartons, ranger des flacons dans les cartons. Ces robots sont de type « Delta » à architecture parallèle.

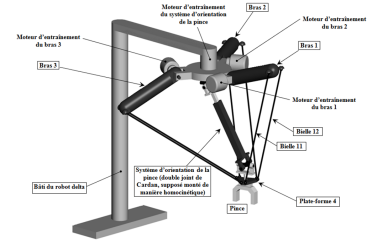
Architecture de la commande

On se propose ici de valider le niveau des performances de la commande de l'axe d'orientation de la pince.

Le servo-entraînement met en rotation un arbre télescopique muni à chacune de ses extrémités d'un joint de Cardan. Le mouvement d'orientation de la pince est indépendant des mouvements de la plate-forme 4. Afin d'assurer un bon positionnement angulaire de la pince P, la commande de sa rotation est asservie de la façon suivante :

- la consigne de position θ_{PC} , entrée par l'utilisateur grâce à une interface graphique (lors des réglages) ou imposée par la Partie Commande (lors des cycles de travail), est transformée en une tension v_{PC} grâce à un convertisseur qui sera assimilé à un système de gain pur K_C (en $V \text{ rad}^{-1}$).
- la vitesse de rotation ω_M (en rad s^{-1}) et l'angle de rotation θ_M (en rad) de l'arbre moteur sont mesurés par un codeur incrémental, monté directement sur l'arbre moteur, qui délivre une information numérique ; celle-ci est alors transformée par une carte de conversion numérique-analogique (C.A.N.) supposée linéaire en deux tensions v_ω et v_θ telles que :
 - pour la vitesse : $v_\omega = K_\omega \omega_M$,
 - pour la position : $v_\theta = K_\theta \theta_M$;
- la tension v_θ (image de la rotation θ_M du moteur) est soustraite à la tension v_{PC} pour donner la tension ε_P ;
- cette tension ε_P est modifiée par un correcteur de fonction de transfert $C(p)$ pour donner la tension ε_{VP} ;
- la tension v_ω (image de la vitesse de rotation ω_M du moteur) est soustraite à la tension ε_{VP} en sortie du correcteur pour donner la tension ε_v ;
- cette tension ε_v est amplifiée par un amplificateur de gain pur G pour donner la tension d'alimentation du moteur u_M ; le moteur tourne alors à la vitesse angulaire ω_M telle que $\Omega_M(p) = M(p)U_M(p)$;
- la rotation θ_{EC} de la pièce d'entrée du double joint de Cardan est telle que $\theta_{EC} = \lambda \theta_M$, grâce au réducteur de vitesse fixé sur l'arbre moteur ;
- le double joint de Cardan est homocinétique et a pour fonction de transfert $R(p) = 1$ (l'entrée est l'angle θ_{EC} , et la sortie est $\theta_{SC} = \theta_P$ où θ_P est la rotation de la pince fixée sur la pièce de sortie du double joint de Cardan).

Question 1 Tracer le schéma bloc d'asservissement en position, d'entrée $\theta_{PC}(p)$ et de sortie $\theta_P(p)$, faisant apparaître toutes les variables et les fonctions de transfert définies ci-dessus.



Les fonctions dans le domaine temporel seront notées en minuscule, alors que celles dans le domaine de Laplace seront notées en majuscule : par exemple : $\omega(t)$ et $\mathcal{L}(\omega(t)) = \Omega(t)$.

Performances de la commande

On donne : $\lambda = 0,2$ et $K_\theta = 0,01 \text{ V rad}^{-1}$.

Question 2 On veut que lorsque la pince atteint la position demandée (soit $\theta_P = \theta_{PC}$) l'écart $\varepsilon_P = v_{PC} - v_\theta$ soit nul. En déduire la relation entre K_C , K_θ et λ puis la valeur numérique de K_C qui permette d'assurer cet écart nul.

[-1cm]

À partir des équations du moteur à courant continu, on obtient la fonction de transfert suivante : $M(p) = \frac{\Omega_M(p)}{U_M(p)} = \frac{K_T}{K_E K_T + JRp + JLP^2}$. On donne $K_\omega = 6 \text{ V/1000 tours min}^{-1}$.

Question 3 Déterminer l'expression littérale et la valeur numérique du gain G de l'amplificateur pour que la boucle tachymétrique (d'entrée ε_{VP} et de sortie ω_M) présente un temps de réponse à 5% minimum pour une entrée en échelon. Quel est alors le temps de réponse à 5% ?

Avec la valeur de G trouvée précédemment, on a alors calculé la fonction de transfert de boucle (ou en boucle ouverte) suivante pour l'asservissement en position : $H_B(p) = \frac{V_\theta(p)}{\varepsilon_P} = C(p) \frac{86}{p(10^3 + 3,2p + 5,310^{-3}p^2)}$.

Les exigences de l'orientation du flacon sont données dans le tableau suivant.

Fonction	Critères	Niveaux
Orienter le flacon	Stabilité	Marge de phase $M\varphi > 45^\circ$ Marge de gain $MG > 10 \text{ dB}$
	Précision	Écart statique nul à une entrée en échelon $\varepsilon_\infty = 0$
	Rapidité	Bande passante à 0 dB de la fonction $H_B(p)$: $BP_0 > 50 \text{ rad s}^{-1}$. On définit la bande passante par sa largeur de bande (ici : 50 rad s^{-1}).

On considère pour l'instant que le système n'est pas corrigé : $C(p) = 1$.

Question 4 Tracer les diagrammes asymptotiques de Bode en amplitude et phase de la fonction de transfert $H_{BO}(p)$ du système non corrigé en plaçant avec précision les points caractéristiques.



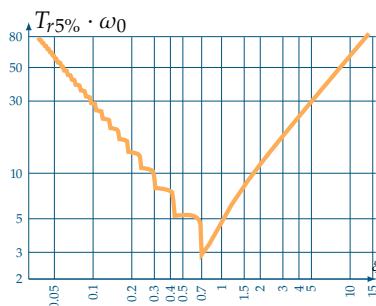
Pour la fin, la courbe de gain sera assimilée à son tracé asymptotique.

Question 5 Déterminer les valeurs de $M\varphi$, marge de phase, MG , marge de gain et BP_0 , bande passante à 0 dB de la fonction de transfert $H_B(p)$. Les critères de la fonction précédente sont-ils vérifiés ?

Question 6 Vérifier les valeurs des marges par le calcul.

On prend une correction proportionnelle : $C(p) = C_0$.

Question 7 Déterminer la bande de valeurs de C_0 qui permettent de vérifier les critères du cahier des charges partiel donné précédemment.



Colle 6

Préhenseur – Corrigé

Présentation

Une usine de fabrication de flacons en verre possède un poste de mise en cartons qui est l'objet de la présente étude. Ce poste est équipé de deux robots permettant de déplacer les flacons, déplacer des cartons, détecter des flacons dans des cartons, ranger des flacons dans les cartons. Ces robots sont de type « Delta » à architecture parallèle.

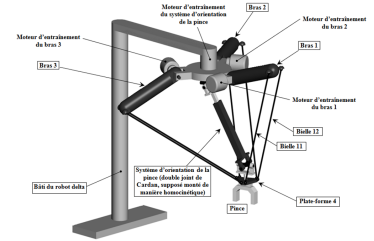
Architecture de la commande

On se propose ici de valider le niveau des performances de la commande de l'axe d'orientation de la pince.

Le servo-entraînement met en rotation un arbre télescopique muni à chacune de ses extrémités d'un joint de Cardan. Le mouvement d'orientation de la pince est indépendant des mouvements de la plate-forme 4. Afin d'assurer un bon positionnement angulaire de la pince P, la commande de sa rotation est asservie de la façon suivante :

- la consigne de position θ_{PC} , entrée par l'utilisateur grâce à une interface graphique (lors des réglages) ou imposée par la Partie Commande (lors des cycles de travail), est transformée en une tension v_{PC} grâce à un convertisseur qui sera assimilé à un système de gain pur K_C (en $V \text{ rad}^{-1}$).
- la vitesse de rotation ω_M (en rad s^{-1}) et l'angle de rotation θ_M (en rad) de l'arbre moteur sont mesurés par un codeur incrémental, monté directement sur l'arbre moteur, qui délivre une information numérique ; celle-ci est alors transformée par une carte de conversion numérique-analogique (C.A.N.) supposée linéaire en deux tensions v_ω et v_θ telles que :
 - pour la vitesse : $v_\omega = K_\omega \omega_M$,
 - pour la position : $v_\theta = K_\theta \theta_M$;
- la tension v_θ (image de la rotation θ_M du moteur) est soustraite à la tension v_{PC} pour donner la tension ε_P ;
- cette tension ε_P est modifiée par un correcteur de fonction de transfert $C(p)$ pour donner la tension ε_{VP} ;
- la tension v_ω (image de la vitesse de rotation ω_M du moteur) est soustraite à la tension ε_{VP} en sortie du correcteur pour donner la tension ε_v ;
- cette tension ε_v est amplifiée par un amplificateur de gain pur G pour donner la tension d'alimentation du moteur u_M ; le moteur tourne alors à la vitesse angulaire ω_M telle que $\Omega_M(p) = M(p)U_M(p)$;
- la rotation θ_{EC} de la pièce d'entrée du double joint de Cardan est telle que $\theta_{EC} = \lambda \theta_M$, grâce au réducteur de vitesse fixé sur l'arbre moteur ;
- le double joint de Cardan est homocinétique et a pour fonction de transfert $R(p) = 1$ (l'entrée est l'angle θ_{EC} , et la sortie est $\theta_{SC} = \theta_P$ où θ_P est la rotation de la pince fixée sur la pièce de sortie du double joint de Cardan).

Question 1 Tracer le schéma bloc d'asservissement en position, d'entrée $\theta_{PC}(p)$ et de sortie $\theta_P(p)$, faisant apparaître toutes les variables et les fonctions de transfert définies ci-dessus.



Les fonctions dans le domaine temporel seront notées en minuscule, alors que celles dans le domaine de Laplace seront notées en majuscule : par exemple : $\omega(t)$ et $\mathcal{L}(\omega(t)) = \Omega(t)$.

Performances de la commande

On donne : $\lambda = 0,2$ et $K_\theta = 0,01 \text{ V rad}^{-1}$.

Question 2 On veut que lorsque la pince atteint la position demandée (soit $\theta_P = \theta_{PC}$) l'écart $\varepsilon_P = v_{PC} - v_\theta$ soit nul. En déduire la relation entre K_C , K_θ et λ puis la valeur numérique de K_C qui permette d'assurer cet écart nul.

[-1cm]

À partir des équations du moteur à courant continu, on obtient la fonction de transfert suivante : $M(p) = \frac{\Omega_M(p)}{U_M(p)} = \frac{K_T}{K_E K_T + JRp + JLP^2}$. On donne $K_\omega = 6 \text{ V/1000 tours min}^{-1}$.

Question 3 Déterminer l'expression littérale et la valeur numérique du gain G de l'amplificateur pour que la boucle tachymétrique (d'entrée ε_{VP} et de sortie ω_M) présente un temps de réponse à 5% minimum pour une entrée en échelon. Quel est alors le temps de réponse à 5 % ?

Avec la valeur de G trouvée précédemment, on a alors calculé la fonction de transfert de boucle (ou en boucle ouverte) suivante pour l'asservissement en position : $H_B(p) = \frac{V_\theta(p)}{\varepsilon_P} = C(p) \frac{86}{p(10^3 + 3,2p + 5,310^{-3}p^2)}$.

Les exigences de l'orientation du flacon sont données dans le tableau suivant.

Fonction	Critères	Niveaux
Orienter le flacon	Stabilité	Marge de phase $M\varphi > 45^\circ$ Marge de gain $MG > 10 \text{ dB}$
	Précision	Écart statique nul à une entrée en échelon $\varepsilon_\infty = 0$
	Rapidité	Bande passante à 0 dB de la fonction $H_B(p)$: $BP_0 > 50 \text{ rad s}^{-1}$. On définit la bande passante par sa largeur de bande (ici : 50 rad s^{-1}).

On considère pour l'instant que le système n'est pas corrigé : $C(p) = 1$.

Question 4 Tracer les diagrammes asymptotiques de Bode en amplitude et phase de la fonction de transfert $H_{BO}(p)$ du système non corrigé en plaçant avec précision les points caractéristiques.

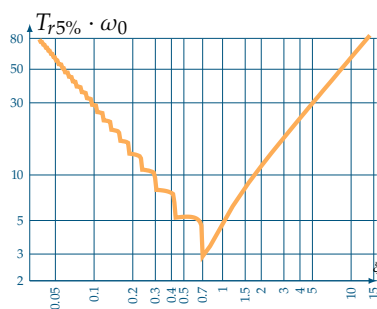
Pour la fin, la courbe de gain sera assimilée à son tracé asymptotique.

Question 5 Déterminer les valeurs de $M\varphi$, marge de phase, MG , marge de gain et BP_0 , bande passante à 0 dB de la fonction de transfert $H_B(p)$. Les critères de la fonction précédente sont-ils vérifiés ?

Question 6 Vérifier les valeurs des marges par le calcul.

On prend une correction proportionnelle : $C(p) = C_0$.

Question 7 Déterminer la bande de valeurs de C_0 qui permettent de vérifier les critères du cahier des charges partiel donné précédemment.



Le servo-entraînement utilisé est le AXL305RS330E5 qui est composé du moteur RS330E, du variateur 10/20-60 et du réducteur GB à train épicycloïdal de réduction $\lambda = 0,2$. Le moteur RS330E a comme caractéristiques :

- ▶ constante de force électromotrice : $K_E = 14,3 \text{ V/1000 tours min}^{-1}$;
- ▶ constante de couple : $K_T = 0,137 \text{ N m A}^{-1}$;
- ▶ résistance de l'induit : $R_I = 1 \Omega$;
- ▶ inductance de l'induit : $L_I = 1,65 \text{ mH}$;
- ▶ frottement visqueux rapporté à l'axe de rotation du moteur négligeable ;
- ▶ inertie du rotor + de la charge entraînée rapportée à l'axe de rotation du moteur : $J = 12 \times 10^{-5} \text{ kg m}^2$.