Table des matières

2 Rappels sur la détermination des performancs des systèmes asservis

2.1 Stabilité des systèmes asservis

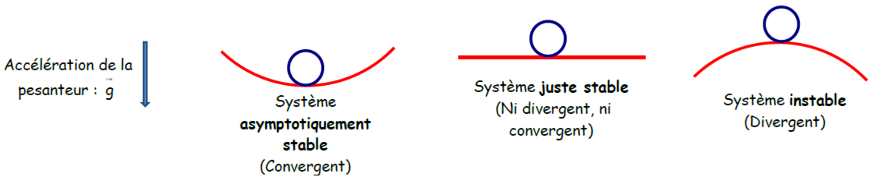
C1-01

C2-03

2.1.1 Notion de stabilité

Représentation graphique [1]

Un état d'équilibre d'un système est asymptotiquement stable lorsque le système, écarté de sa position d'équilibre par une cause extérieure, finit par retrouver ce même état d'équilibre après disparition de la cause. Illustrons cette définition de façon très intuitive à travers l'exemple suivant : une boule soumise à l'accélération de la pesanteur se déplaçant (avec un peu de dissipation énergétique) sur une surface donnée.



Premières définitions

Définition – Définition intuitive

Un système est asymptotiquement stable si et seulement si :

- abandonné à lui-même à partir de conditions initiales quelconques il revient à son état d'équilibre ;
- son régime transitoire finit par disparaître ;
- sa sortie finit par ressembler à l'entrée ;
- sa réponse tend vers zéro au cours du temps.

Remarque

La stabilité d'un système **est indépendante** de la nature de l'entrée. Ainsi, l'étude de la stabilité peut se faire à partir d'une réponse impulsionnelle (entrée Dirac), indicielle (entrée échelon d'amplitude 1), d'une réponse harmonique (entrée sinusoïdale)...

Pour simplifier les calculs, une première approche pourra être d'utiliser la réponse impulsionnelle.

Définition –

En conséquence, on peut considérer qu'un système est asymptotiquement stable si et seulement si sa réponse impulsionnelle tend vers zéro au cours du temps.

Étude des pôles de la fonction de transfert

Dans le cas général la fonction de transfert d'un système peut se mettre sous la forme :

$$H(p) = \frac{b_m p^m + b_{m-1} p^{m-1} + \ldots + b_1 p + b_0}{a_n p^n + a_{n-1} p^{n-1} + \ldots + a_1 p + a_0} \quad \text{avec } n \geq m.$$

Lors du calcul de la réponse temporelle en utilisant la transformée de Laplace inverse (quelle que soit l'entrée), la nature du régime transitoire ne dépend que des pôles $p_i$de la fonction de transfert (zéros du dénominateur).

En factorisant le numérateur et le dénominateur de $H(p)$ on peut alors retrouver une fonction de la forme :

$$H(p) = \frac{(p+z_m)\cdot(p+z_{m-1})\ldots}{(p+p_n)\cdot(p+p_{n-1})\ldots} \quad \text{avec } p_i, z_i \in \mathbb{C}.$$

En passant dans le domaine temporel :

- les pôles réels (de type $p = -a$) induisent des modes* du type e^{-at} ;
- les pôles complexes conjugués (de type $p = -a \pm j\omega$) induisent des modes du type $e^{-at} \sin \omega t$.

On peut ainsi constater que si les pôles sont à partie réelle strictement négative, l'exponentielle décroissante permet de stabiliser la réponse temporelle.

Ainsi, on peut observer la réponse temporelle des systèmes en fonction du positionnement des pôles dans le plan complexe.

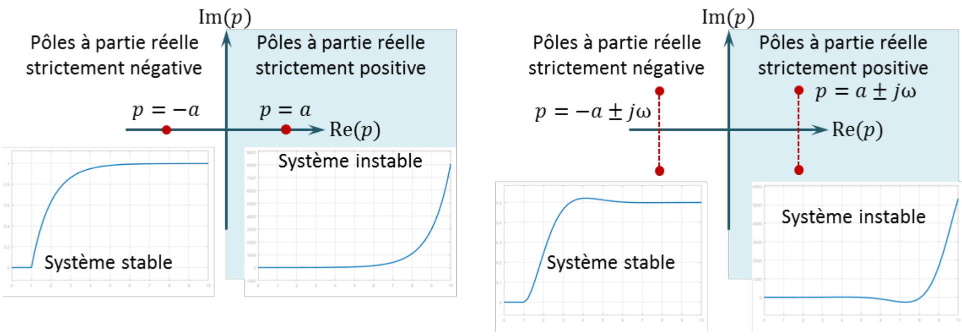


FIGURE 2.1 – Représentation d'un système à pôle simple et à pôles conjugués dans le plan complexe – Réponse indicielle

*. mode : fonction temporelle associée à un pôle

Position des pôles dans le plan complexe

Par extension on peut observer dans le plan complexe les pôles de fonctions de transfert et leur indicielle associée.

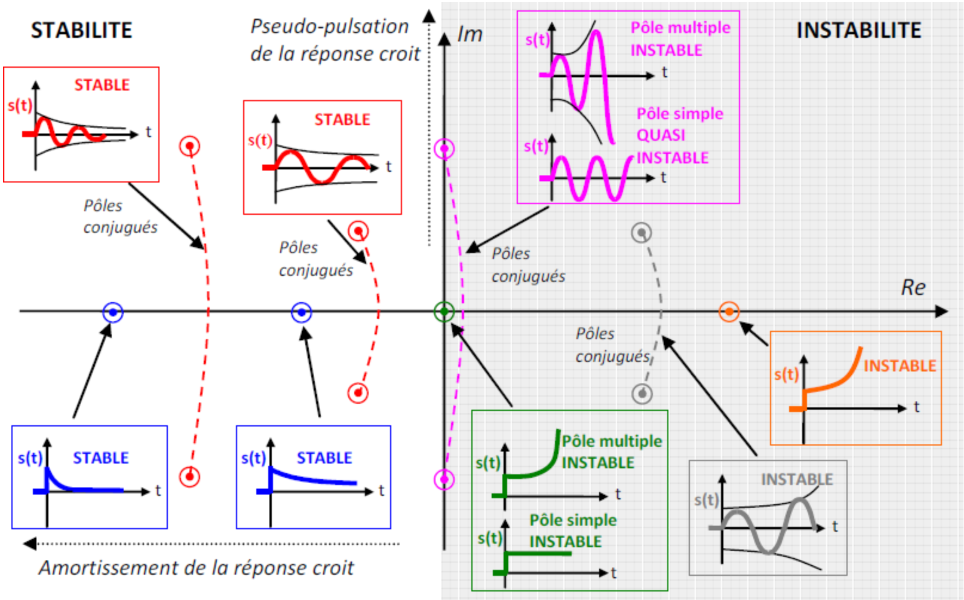


FIGURE 2.2 – Allure de la réponse à l'impulsion de Dirac selon la position des pôles de la FTBF d'un système [**mathurin_stabilite**].

Définition –

À retenir Un système est asymptotiquement stable si et seulement si tous les pôles de sa fonction de transfert (**en boucle fermée**) sont à partie réelle strictement négative.

Remarque

On peut montrer que :

- **pour les systèmes d'ordre 1 et 2 :** le système est stable si tous les coefficients du dénominateur sont non nuls et de même signe ;
- **pour les systèmes d'ordre 3 :** de la forme $a_0 + a_1 p + a_2 p^2 + a_3 p^3$ les coefficients doivent être strictement de même signe et $a_2 a_1 > a_3 a_0$.

Pôles dominants [1]

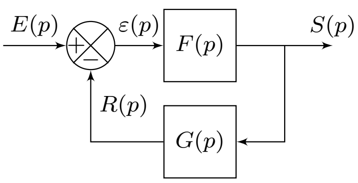
Lors de l'étude d'un système, on se contente en général de ne prendre en compte que les pôles les plus influents. Ces pôles sont appelés les pôles dominants. Pour un système asymptotiquement stable, ce sont ceux qui sont le plus proche de l'axe des imaginaires, puisque ce sont eux qui induisent des modes qui disparaissent dans le temps le plus lentement.

Caractéristiques dans le lieu de pôles

Il est possible de représenter les performances des systèmes asservis en utilisant le lieu des pôles dans le plan complexe [1].

2.1.2 Marges de stabilité

Lorsque la BO commence à pointer le bout de son nez...



La fonction de transfert en boucle ouverte est donnée par $H_{BO}(p) = \dfrac{R(p)}{\varepsilon(p)} = F(p)G(p)$.

La fonction de transfert en boucle fermée est donnée par : $H_{BF}(p) = \dfrac{S(p)}{E(p)} = \dfrac{F(p)}{1+F(p)G(p)} = \dfrac{F(p)}{1+H_{BO}(p)}$.

Définition – Équation caractéristique

Soit $H(p) = \dfrac{N(p)}{D(p)}$ une fonction de transfert. On appelle $D(p) = 0$ l'équation caractéristique de la fonction de transfert. Ainsi les racines de $D(p)$ correspondent aux pôles de $H(p)$.

Pour un système bouclé, l'équation caractéristique sera $1 + H_{BO}(p) = 0$.

Critère algébrique de stabilité : le critère de Routh

Pour un système d'ordre supérieur à 3 il devient délicat d'obtenir analytiquement (ou numériquement) les racines du polynôme et ainsi conclure sur la stabilité à partir du signe des parties réelles.

Il existe un critère algébrique permettant de vérifier la stabilité d'un système : il s'agit de critère de Routh. Pour un système bouclé, ce critère utilise le dénominateur de la BF. Ce critère n'étant pas au programme, on pourra rechercher dans la littérature des articles s'y référant si nécessaire.

Critère « graphique » de stabilité : le critère du Revers

On parle ici de critère graphique car l'interprétation graphique dans le diagramme de Bode est directe.

On a vu que l'équation caractéristique était de la forme $1 + H_{BO}(p) = 0$. Ainsi, Pour cela revient à résoudre l'équation $H_{BO}(p) = -1$. Ainsi dans le plan complexe, le point $(-1;0)$ permet d'avoir une information sur la stabilité. En terme de module et de phase, ce nombre complexe a un module de 1 (gain dB nul) et une phase de $-180°$.

Résultat –

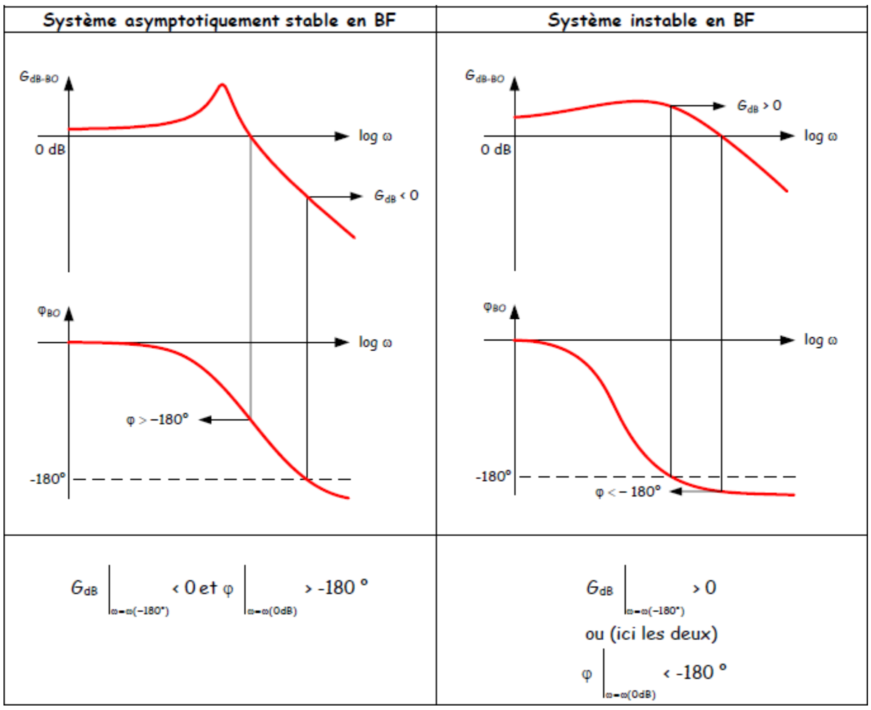
Le système en boucle fermée est asymptotiquement stable si et seulement si, **en boucle ouverte, on a** :

$$G_{dB}\big|_{\omega=\omega_{-180°}} < 0_{dB} \quad \text{et} \quad \varphi\big|_{\omega=\omega_{0dB}} > -180°.$$

En notant $\omega_{-180°}$ la pulsation pour laquelle la phase vaut $-180°$ et ω_{0dB} la pulsation pour laquelle le gain est nul.

Résultat –

Condition (non suffisante ...) de stabilité : les pôles de la FTBO doivent être à partie réelle positive.



Vers le système réel...

Le résultat donné ci-dessus est un résultat théorique dans le sens ou le diagramme de Bode de la boucle ouverte du système réel aura un écart avec le diagramme de Bode du système modélisé.

Résultat – Marges

Pour tenir compte des écarts entre le modèle et le système réel, on est amené à définir une marge de gain et une marge de phase. Cela signifie que dans l'étude des systèmes asservis, on considèrera, dans le cas général que le système est stable si :

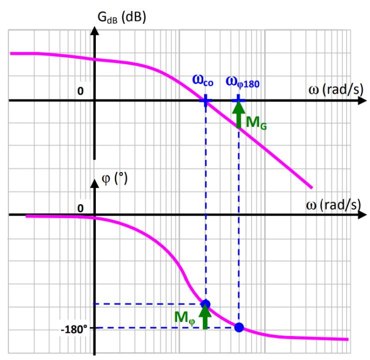
- la marge de gain est supérieure à 10 dB ;
- la marge de phase est supérieure à 45°.

Définition – Marge de phase

La marge de phase est définie telle que $M_\varphi = 180° + \arg\left(\text{FTBO}(j\omega_{c0})\right)$ où ω_{c0} est la pulsation de coupure pour laquelle $20\log\left|\text{FTBO}\left(j\omega_{c0}\right)\right| = 0\,\text{dB}$.

Définition – Marge de gain

La marge de gain est définie telle que $M_G = -20\log\left|\text{FTBO}(j\omega_{\varphi 180})\right|$ où $\omega_{\varphi 180}$ est la pulsation pour laquelle $\arg(\text{FTBO}(j\omega_{\varphi 180})) = -180\,°$.



La marge de gain permet compte de tenir compte de variations de gain de la boucle ouverte.

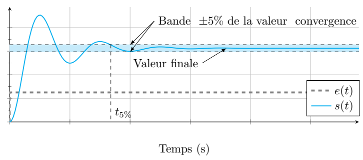
De même, la marge de phase permet de tenir compte de variation de phase (retard ou déphasage non modélisés).

La nécessité d'avoir recours à des marges de stabilité apparaît notamment lorsque :

- la simplification du modèle amène à considérer uniquement les pôles dominant,
- le modèle ne prend pas en compte la dynamique de certains composants du système ;
- le système n'est pas invariant au cours du temps ;
- on s'éloigne de la zone de fonctionnement linéaire ;
- certaines non linéarités sont ignorées.

2.2 Rapidité des systèmes asservis

Frédéric Mazet, *Cours d'automatique de deuxième année*, Lycée Dumont Durville, Toulon.
Florestan Mathurin, *Stabilité des SLCI*, Lycée Bellevue, Toulouse http://florestan.mathurin.free.fr/.



2.2.1 Rappel : critère de rapidité dans le domaine temporel

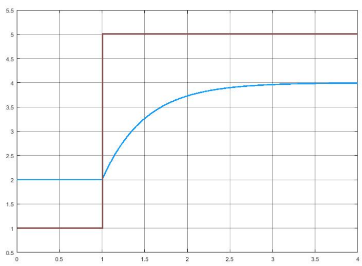
Temps de réponse à 5%

Méthode – Détermination du temps de réponse

1. Tracer sur le même graphe la consigne $e(t)$ et la réponse du système $s(t)$.
2. Tracer la droite correspondant à la valeur asymptotique de $s(t)$.
3. Tracer la bande correspondant à une variation de $\pm n\%$ de la valeur asymptotique.
4. Relever la dernière valeur à partir de laquelle $s(t)$ coupe la bande et n'en sort plus.

Résultat –

Plus le temps de réponse à 5% d'un système est petit, plus le régime transitoire disparaît rapidement.

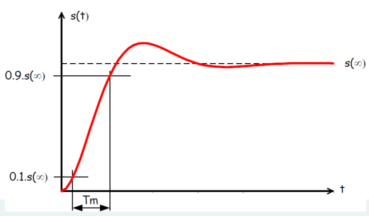


Exemple – Donner le temps de réponse à 5% de la réponse à un échelon donné dans la figure suivante.

Les pièges du temps de réponse à 5% :

- le temps de réponse à 5% se mesure à plus ou moins 5% de la sortie (et pas de l'entrée). Ainsi, si le système est stable, le temps de réponse n'est **jamais l'infini** ;
- si le signal ne part pas de 0 (en ordonnée), il faut réaliser la bande à $S_0 + \Delta s \pm 0.05\Delta s$;
- si le signal ne part pas de 0 (en abscisse), il faut tenir compte du décalage des temps.

Temps de montée



Pour caractériser la rapidité d'un système, on peut aussi utiliser le temps de montée. Il s'agit du temps nécessaire pour passer de 10% à 90% de la valeur finale. Ce temps de montée caractériser la « vivacité » d'un système.

2.2.2 Rapidité des systèmes d'ordre 1 et d'ordre 2

Systèmes d'ordre 1

Pour un système du premier ordre, le temps de réponse à 5% est donné par 3τ.

Résultat –

Pour un système du premier ordre, plus la constante de temps est petite, plus le système est rapide.

Soit un système du premier ordre bouclé avec un retour unitaire. L'expression de la FTBF est donnée par $\text{FTBF}(p) = \dfrac{K}{1+\tau p + K}$. La constante de temps est alors $\tau_{\text{BF}} = \dfrac{\tau}{1+K}$.

Résultat –

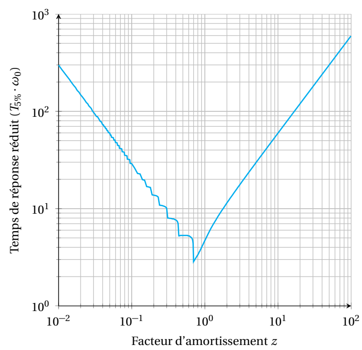
Pour un système du premier ordre bouclé (avec un retour unitaire), plus le gain statique est grand, plus le système est rapide.

Systèmes d'ordre 2

Résultat –

Pour un système du second, à ξ constant, plus la pulsation propre est grande, plus le système est rapide.

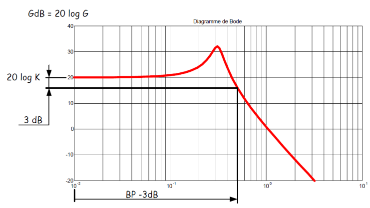
Soit un système du deuxième ordre bouclé avec un retour unitaire. En déterminant les caractéristiques de la FTBF, on obtient $K_{\text{BF}} = \dfrac{K}{1+K}$, $\omega_{\text{BF}} = \omega_0\sqrt{1+K}$, $\xi_{\text{BF}} = \dfrac{\xi}{\sqrt{1+K}}$.



Résultat –

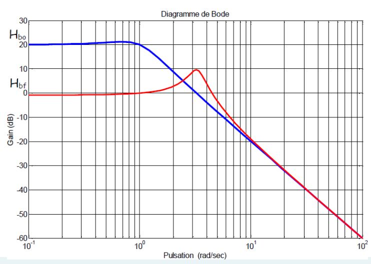
- L'augmentation du gain de FTBO augmente la pulsation de la FTBF.
- L'augmentation du gain de FTBO diminue le coefficient d'amortissement. Suivant la valeur de ξBF le système peut devenir plus ou moins rapide.

2.2.3 Résultats dans le diagramme de Bode



Résultat –

Plus la bande passante d'un système est élevée, plus le système est rapide.



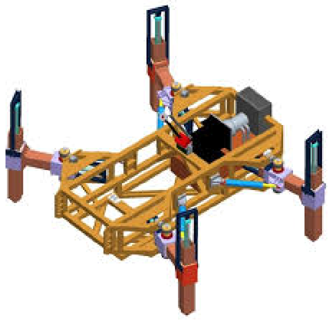
Résultat –

Plus la pulsation de coupure à 0 dB de la boucle ouverte est grande, plus le système asservi est rapide.

TD 0
Robot de consolidation de parois rocheuses Roboclimber – Sujet

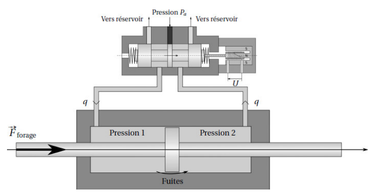
Mines Ponts PSI 2011 – Éditions Vuibert.

Mise en situation



Roboclimber est un robot géotechnique utilisé pour la consolidation des talus de sols naturels ou des escarpements rocheux au-dessus des routes ou des zones habitées. Il est issu d'un programme européen de recherche et est actuellement exploité par la société italienne d'ingénierie D'Appolonia.

L'objet de l'étude est de valider les performances de l'asservissement de position des pieds. Chaque pied est actionné par un vérin asservi en position. Le vérin est commandé par une servovalve, elle-même commandée en tension u par un correcteur. Lorsqu'une tension est appliquée à la servovalve, le tiroir se déplace, permettant au fluide sous pression de rejoindre une des chambres du vérin, tandis que l'autre chambre se vide vers le réservoir. Les quatre vérins ont pour fonction de mettre la plate-forme en position parallèle à la surface forée.



Ils doivent répondre au cahier des charges suivant :

- précision de la position des pieds : écart statique inférieur à 5% ;
- rapidité de l'asservissement : $t_{5\%} = 0{,}15\,\text{s}$;
- stabilité : marge de phase de 45°, marge de gain de 10 dB ;
- sécurité du mouvement : aucun dépassement.

Modélisation du comportement du vérin

Le comportement du vérin est régi par deux phénomènes : la dynamique de la tige du vérin et les flux de débits dans les chambres. **Données :**

- $S = 12 \times 10^{-4}\,\text{m}^2$, surface utile des pistons ;
- $b = 10^9\,\text{Pa}$: module de compressibilité du fluide utilisé ;
- $P_a = 150 \times 10^5\,\text{Pa}$: pression d'alimentation de la servovalve ;
- $K = 10^{-7}\,\text{m}^3\text{s}^{-1}\text{V}^{-1}\text{Pa}^{-.5}$: constante de débit de la servovalve ;
- $\varphi = 10^{-11}\,\text{m}^3\text{Pa}^{-1}$: facteur de fuite dans le vérin ;
- $q(t)$: débit entrant et sortant du vérin ;
- V_1 et V_2 : volumes des deux chambres du vérin (hypothèse : $V_1 = V_2 = V = 6 \times 10^{-4}\text{m}^3$;
- $p(t) = p_1 - p_2$: différence des pressions dans les chambres du vérin ;
- $z(t)$: déplacement de la tige par rapport à la position d'équilibre ;
- $M = 700\,\text{kg}$: masse équivalente pour chaque vérin, correspondant au quart de la masse totale du robot ;
- $k = 10^5\,\text{Nm}^{-1}$: raideur équivalente de la structure du robot ;

- $\mu = 100\,\mathrm{N\,s\,m^{-1}}$: coefficient de frottement visqueux dans le vérin ;
- $F_0 = 3000\,\mathrm{N}$: effort nominal sur le vérin ;
- $Z_0 = 50\,\mathrm{cm}$: position nominale du vérin.

Le vérin est soumis à l'effort de forage, aux efforts de pression de l'huile et à une force de frottement visqueux. Enfin, la rigidité de la structure du robot est modélisée par une raideur k .

L'équation de résultante du PFD, projetée sur l'axe $\overrightarrow{z}$ du vérin, conduit à l'équation :

$$M\frac{\mathrm{d}^2 z(t)}{\mathrm{d}t^2} = -\mu\frac{\mathrm{d}z(t)}{\mathrm{d}t} - k\left(z(t) - Z_0\right) + Sp(t) - F_{\text{forage}}(t).$$

Le bilan de débit tient compte du déplacement de la tige du vérin évidemment, mais aussi du débit de fuite entre les deux chambres du vérin et de la compressibilité de l'huile. Il conduit à l'équation :

$$q(t) = S\frac{\mathrm{d}z(t)}{\mathrm{d}t} + \varphi p(t) + \frac{V}{2b}\frac{\mathrm{d}p(t)}{\mathrm{d}t}.$$

Question 1 Identifier, dans les équations du PFD et de bilan de débit, les termes correspondant :

- l'inertie du robot ;
- à la raideur du robot ;
- au frottement visqueux ;
- à la pression dans la chambre ;
- à la compressibilité de l'huile ;
- au déplacement de la tige de vérin ;
- aux fuites entre les chambres.

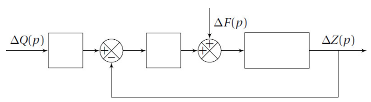
Question 2 En considérant une évolution au point de fonctionnement P_0, F_0 et Z_0, traduire l'équation d'équilibre du vérin.

Question 3 On considère maintenant une petite variation autour du point de fonctionnement. On pose alors $p(t) = P_0 + \Delta p(t)$, $F_{\text{forage}(t)} = F_0 + \Delta F(t)$ et $z(t) = Z_0 + \Delta z(t)$. Traduire l'équation de comportement du vérin en fonction des petites variations.

Question 4 En considérant une évolution au point de fonctionnement P_0, Q_0 et Z_0, traduire l'équation de bilan des débits.

Question 5 On considère maintenant une petite variation autour du point de fonctionnement. On pose alors $q(t) = Q_0 + \Delta q(t)$. Traduire l'équation de comportement du vérin en fonction des petites variations.

Question 6 À partir des équations obtenues, compléter le le schéma-blocs traduisant son comportement.



Modélisation du comportement de la servovalve

La servovalve permet de fournir le débit $q(t)$ au vérin à partir d'une tension de commande $u(t)$ appliquée en entrée : la tension $u(t)$ est imposée aux bornes d'une bobine qui déplace le tiroir, permettant de distribuer l'énergie hydraulique. Elle est alimentée en entrée à une pression constante p_a et la sortie est à la pression relative nulle. Le débit dépend directement du déplacement du tiroir et donc de la tension $u(t)$, mais également de la différence de pression dans les chambres du vérin, par la relation non linéaire : $q(t) = Ku(t)\sqrt{p_a - p(t)}$.

Afin d'implanter le comportement de la servovalve dans une modélisation linéaire, il est nécessaire de procéder à une linéarisation au voisinage d'un point de fonctionnement.

Question 7 Déterminer la relation liant Q_0, U_0 et P_0 au point de fonctionnement (en considérant qu'en ce point les variations de tension, pressions et débit sont nulles). Linéariser l'équation de comportement de la servovalve au voisinage du point de fonctionnement. On posera $p(t) = P_0 + \Delta p(t)$, $q(t) = Q_0 + \Delta q(t)$ et $u(t) = U_0 + \Delta u(t)$.

Question 8 Compléter le schéma-blocs précédent pour modéliser l'ensemble servovalve et vérin, admettant en entrée la tension $\Delta U(p)$ et la force $\Delta F(p)$, et en sortie la position $\Delta Z(p)$.

Asservissement de position

Le vérin hydraulique est placé dans une boucle d'asservissement de position constituée de :

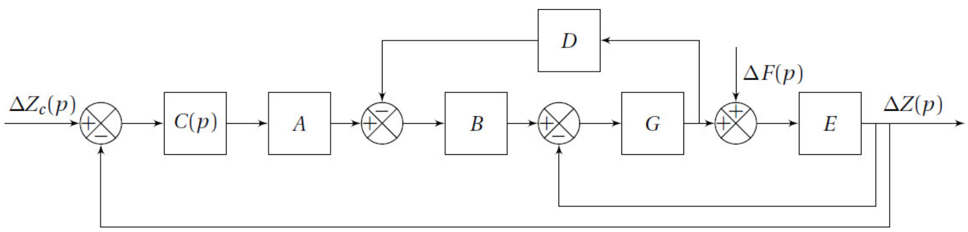
- la servovalve, qui fournit le débit $q(t)$ au vérin à partir d'un signal de commande $u(t)$;
- un capteur de position de fonction de transfert k_c , qui fournit une tension $\mathrm{Im}(z(t))$ image de la position réelle $z(t)$;
- un correcteur $C(p)$ qui élabore la commande $u(t)$ de la servovalve à partir de l'écart obtenu entre $\mathrm{Im}(zc(t))$, image de la consigne de position, et $\mathrm{Im}(z(t))$. $\mathrm{Im}(zc(t))$ est obtenue grâce à un adaptateur K_a situé à l'extérieur de la boucle d'asservissement.

Question 9 Compléter le schéma-bloc de l'asservissement ébauché.

Question 10 Préciser l'expression de l'adaptateur K_a pour que l'écart soit nul lorsque la réponse est égale à la consigne.

Le schéma-blocs obtenu est mis sous la forme du schéma où A, B, C, D, E, et G sont utilisés pour simplifier les calculs.

Question 11 À partir de modifications simples du schéma-bloc, déterminer la FTBO de l'asservissement en position du vérin selon les fonctions de transfert de la figure suivante. Exprimer la FTBF de l'asservissement en position du vérin en fonction de la FTBO.



Validation des performances pour une correction unitaire $C(p) = 1$

Le calcul sur Scilab a permis d'obtenir l'expression numérique de la fonction de transfert en boucle fermée, $\mathrm{FTBF}(p) = \dfrac{0,975}{1 + 3,38 \times 10^{-2}p + 1,78 \times 10^{-4}p^2 + 4,8 \times 10^{-6}p^3}$, ainsi que les valeurs numériques des pôles : $p_{12} = -3,19 \pm 82,5j$ et $p_3 = -30,4$ (en rad/s).

Question 12 Le système est-il stable ? Est-il précis ?

Question 13 À partir des pôles de la FTBF, déterminer le(s) pôle(s) dominant(s) et en déduire une valeur approchée du temps de réponse à 5%.

Question 14 À partir des pôles de la FTBF, déterminer si le système est susceptible d'avoir des dépassements.

Le calcul sur Scilab a permis d'obtenir l'expression numérique de la fonction de transfert en boucle ouverte, $\mathrm{FTBO}(p) = \dfrac{38,6}{1+1,33\times10^{-2}p+7,03\times10^{-3}p^2+1,9\times10^{-4}p^3}$, ainsi que les valeurs numériques des pôles : $p_{12} = -18 \pm 81,6j$ et $p_3 = -0,75$ (rad/s)

Question 15 Déterminer la valeur de la pulsation propre et le facteur d'amortissement du deuxième ordre, puis tracer les diagrammes de Bode asymptotiques de la FTBO et l'allure des diagrammes réels. Déterminer les marges de gain et de phase du système corrigé par un gain unitaire.

Optimisation du comportement : réduction des oscillations

La solution retenue pour atténuer la résonance est l'utilisation d'un filtre dit « réjecteur », de fonction de transfert : $C(p) = \dfrac{1+\dfrac{2\xi_1}{\omega_0}p+\dfrac{p^2}{\omega_0^2}}{1+\dfrac{2\xi_2}{\omega_0}p+\dfrac{p^2}{\omega_0^2}}$ avec $\xi_1 < \xi_2 < \dfrac{\sqrt{2}}{2}$.

Question 16 Tracer l'allure du diagramme de Bode en gain, asymptotique et réel de ce correcteur et expliquer son mode de fonctionnement.

On choisit de prendre ω_0 égal à la pulsation de résonance de la boucle ouverte et $\xi_2 = 0,7$.

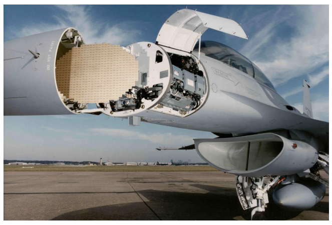
Question 17 Proposer une valeur pour le paramètre ξ_1. Le cahier des charges sera-t-il validé (aucun calcul n'est attendu pour cette question, hormis des applications numériques simples).

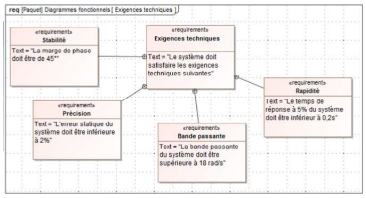
Éléments de correction

1. ...
2. $\left(Mp^2+\mu p+k\right)\Delta Z(p) = S\Delta p(p) - \Delta F(p)$ et $\Delta Q(p) = Sp\Delta Z(p) + \left(\varphi + \dfrac{V}{2b}p\right)\Delta P(p)$.
3. ...
4. $\Delta q = K\Delta U\sqrt{p_a-P_0} - \dfrac{KU_0}{2\sqrt{p_a-P_0}}\Delta p +$ termes néglig..
5. ...
6. ...
7. $K_a = k_c$.
8. $\mathrm{FTBO}(p) = \dfrac{ABC(p)GE}{1+GDB+GE}$ et $\mathrm{FTBF}(p) = \dfrac{\mathrm{FTBO}(p)}{1+\mathrm{FTBO}(p)}$.
9. ...
10. ...
11. ...
12. $\omega_0 = 83{,}6\,\mathrm{rad\,s^{-1}}$ et $\xi = 0,21$, $\omega_3 = 0{,}75\,\mathrm{rad\,s^{-1}}$.
13. ...
14. ...

TD 1
Radar d'avion – Sujet

F. Mathurin.





Le support d'étude est un radar d'avion. Il permet au pilote de connaître la position des engins extérieurs (avions, hélicoptères, bateaux, ...). L'objectif de cette étude est de vérifier les performances décrites dans l'extrait de cahier des charges de ce système.

On réalise un asservissement de position angulaire du radar d'avion : l'angle souhaité est $\theta_c(t)$, l'angle réel du radar est $\theta_r(t)$. La différence des deux angles est transformée en une tension $u_m(t)$, selon la loi $u_m(t) = A(\theta_c - \theta_r(t))$. La tension $u_m(t)$ engendre, via un moteur de fonction de transfert $H_m(t)$, une vitesse angulaire $\omega_m(t)$. Cette vitesse angulaire est réduite grâce à un réducteur de vitesse, selon la relation $\omega_r(t) = B\omega_m(t)$ ($B < 1$), $\omega_r(t)$ étant la vitesse angulaire du radar.

Question 1 Réaliser le schéma-bloc du système.

Les équations du moteur à courant continu, qui est utilisé dans la motorisation, sont les suivantes : $u_m(t) = e(t) + Ri(t)$, $e(t) = k_e\omega_m(t)$, $J\dfrac{\mathrm{d}\omega_m(t)}{\mathrm{d}t} = c_m(t)$ et $c_m(t) = k_m i(t)$.

Avec :

- $u(t)$: tension aux bornes du moteur (en V) (entrée du moteur) ;
- $e(t)$: force contre-électromotrice (en V) ;
- $i(t)$: intensité (en A) ;
- $\omega_m(t)$: vitesse de rotation du moteur (en rad/s) ;
- $C_m(t)$: couple moteur (en N.m) (un couple est une action mécanique qui tend à faire tourner) ;
- J : inertie équivalente en rotation de l'arbre moteur (en kg.m^2) :
- R : résistance électrique du moteur ;
- k_e : constante de force contre-électromotrice ;
- k_m : constante de couple.

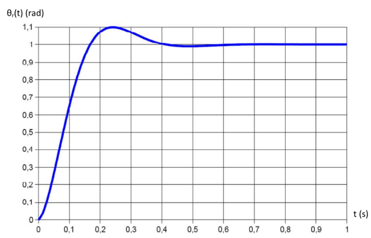
Question 2 Déterminer la fonction de transfert $H_m(p) = \dfrac{\Omega_m(p)}{U_m(p)}$.

Question 3 Montrer que $H_m(p)$ peut se mettre sous la forme canonique $H_m(p) = \dfrac{K_m}{1 + T_m p}$ et déterminer les valeurs littérales de K_m et T_m.

Question 4 En considérant la réponse indicielle d'un système, préciser la valeur de $\omega_m(t)$ à l'origine, la pente de la tangente à l'origine de $\omega_m(t)$ et la valeur finale atteinte par $\omega_m(t)$ quand t tend vers l'infini.

Question 5 Déterminer la fonction de transfert $H(p) = \dfrac{\theta_r(p)}{\theta_c(p)}$. Montrer que cette fonction peut se mettre sous la forme d'un système du second ordre dont on précisera les caractéristiques.

La réponse indicielle de $H(p)$ à un échelon unitaire est donnée sur la figure suivante :



Question 6 Déterminer, en expliquant la démarche utilisée, les valeurs numériques de K, z et ω_0.

Sans préjuger du résultat trouvé dans la question précédente, on prendra, pour la suite : $K = 1$, $z = 0,5$ et $\omega_0 = 15\,\mathrm{rad/s}$.

Question 7 Déterminer, en expliquant la démarche utilisée, le temps de réponse à 5%. Conclure quant la capacité du radar à vérifier le critère de rapidité du cahier des charges.

On améliore la performance du radar en ajoutant un composant électronique (un correcteur) entre l'amplificateur et le moteur. La nouvelle fonction de transfert est : $H(p) = \dfrac{1}{(1+0,05p)(1+0,0005p)(1+0,002p)}$.

Question 8 Tracer le diagramme de Bode asymptotique (en gain et en phase) de cette fonction de transfert.

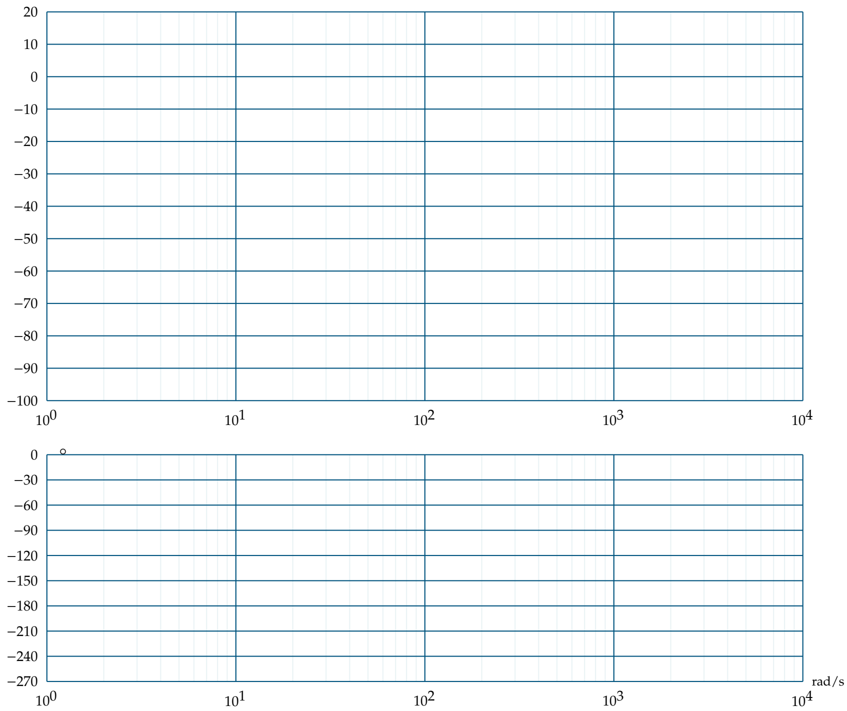
Question 9 Déterminer G et φ pour $\omega = 10\,\text{rad/s}$.

Question 10 Déterminer, en régime permanent, $\theta_r(t)$ pour une entrée $\theta_c(t) = 0,2\sin(10t)$.

Pour $\omega < 20\,\text{rad/s}$, on a $H(p) \simeq \dfrac{1}{1+0,05p}$.

Question 11 Déterminer, sur cette approximation, la pulsation de coupure à $-3\,\text{dB}$. Conclure quant à la capacité du radar à satisfaire le critère de bande passante du cahier des charges.

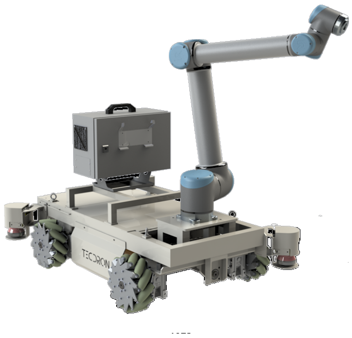
Question 12 Déterminer, sur cette approximation, le temps de réponse à 5% du système. Conclure quant à la capacité du radar à satisfaire le critère de rapidité du cahier des charges.



TD 2
Base TC200 Tecdron – Sujet

Centrale Supelect TSI 2021.

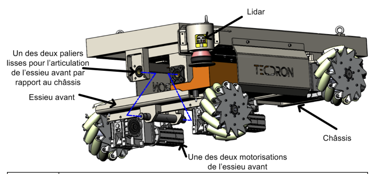
C2-03

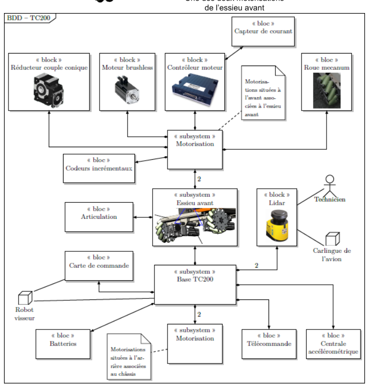


Mise en situation

Dans l'industrie, il est désormais possible d'associer des tâches robotisées et des tâches manuelles. Après l'essor des robots collaboratifs, Tecdron, entreprise Française basée à La Rochelle, propose une base mobile nommée TC200, capable de recevoir différents types de bras robotisés – dont des bras collaboratifs – mais aussi de se déplacer de manière autonome dans un environnement industriel complexe composé de robots et d'humains.

Les figures ci-après donnent la structure du robot étudié.





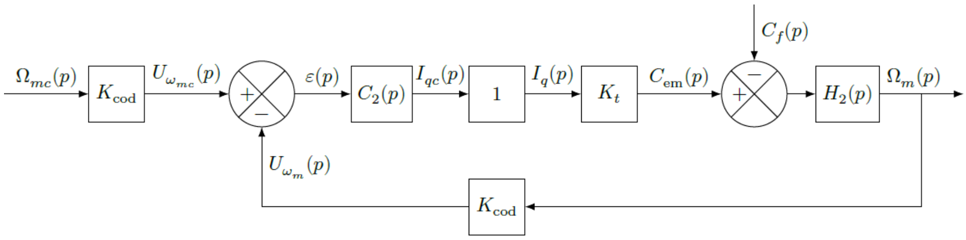
Validation de l'asservissement du moteur

Objectif

Valider l'asservissement de vitesse mis en place pour que la base TC200 se déplace suivant la trajectoire de consigne souhaitée.
Vérifier les exigences de la boucle de vitesse en termes de stabilité, précision et rapidité.

Exigence	Critère	Performance attendue
Précision	Erreur relative en régime permanent $\mu_{v\infty}$ pour une consigne en échelon d'amplitude ω_{mc0}	$\mu_{v\infty} \leqslant 1\,\%$
	Erreur en vitesse en régime permanent $\Delta\omega_\infty$ pour une consigne en rampe telle que $\omega_{mc}(t) = at$	$\leqslant 100\ \text{rad}\cdot\text{s}^{-1}$ pour une pente de $1800\ \text{rad}\cdot\text{s}^{-2}$
Rapidité	Temps de réponse à 5 %	$t_{5\%} \leqslant 180$ ms
Stabilité	Dépassement maximal	$\leqslant 10\,\%$
	Marge de phase	$\geqslant 60°$

La boucle de courant étant supposée parfaite, le schéma-blocs de la figure suivante correspond à l'asservissement de vitesse d'une des motorisations. Le modèle est considéré pour le moment non perturbé, c'est-à-dire $C_f(p) = 0$.



Fonction de transfert	Expression	Valeur
Codeur et sa carte de traitement	K_{cod}	0,2 V s rad^{-1}
Constante de couple	K_t	0,09 N m A^{-1}
Correteur de type proportionnel	$C_2(p) = K_2$	
Dynamique de la motorisation	$H_2(p) = \dfrac{1}{J_{\text{eq}}p}$	$J_{\text{eq}} = 1,5 \times 10^{-2}\text{kg m}^2$

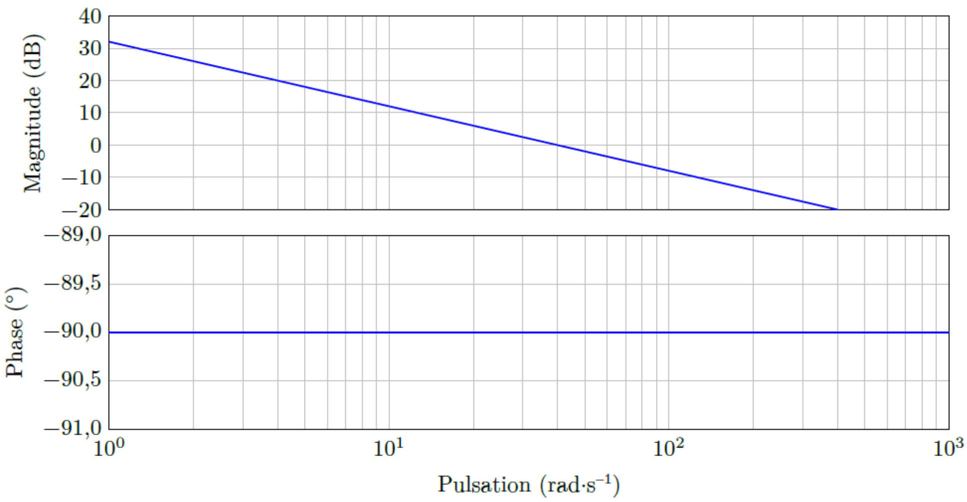
Question 1 Déterminer la fonction de transfert en boucle fermée $H_{\text{BF}}(p) = \dfrac{\Omega_m(p)}{\Omega_{mc}(p)}$ pour $C_f(p) = 0$.

Question 2 Justifier que cet asservissement est stable et donner la valeur de la marge de phase.

Question 3 Déterminer la condition sur K_2 afin de satisfaire l'exigence de rapidité.

Question 4 Calculer l'erreur relative en régime permanent $\mu_{v\infty}$ pour une consigne de vitesse en échelon de valeur ω_{mc0}.

On donne les diagrammes de Bode de la FTBO.



Question 5 Identifier la valeur de K_2 qui a été réellement choisie par le constructeur.

Question 6 À partir de cette valeur, calculer l'erreur en vitesse en régime permanent $\Delta\omega_\infty$ pour une consigne de vitesse en rampe de pente a et valider le critère de précision des exigences.