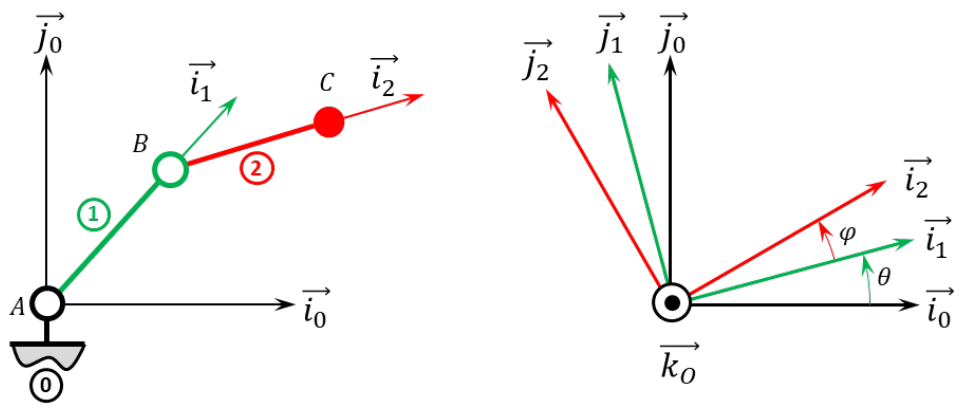
Mouvement RR ⋆

C2-08

C2-09 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

Soit le mécanisme suivant. On a $\overrightarrow{AB} = R\overrightarrow{i_1}$ avec $R = 20$ mm et $\overrightarrow{BC} = L\overrightarrow{i_2}$ avec $L = 15$ mm. De plus :

- G_1 désigne le centre d'inertie de **1** et $\overrightarrow{AG_1} = \frac{1}{2}R\overrightarrow{i_1}$, on note m_1 la masse de **1** et $I_{G_1}(1) = \begin{pmatrix} A_1 & 0 & 0 \\ 0 & B_1 & 0 \\ 0 & 0 & C_1 \end{pmatrix}_{\mathcal{B}_1}$;
- G_2 désigne le centre d'inertie de **2** et $\overrightarrow{BG_2} = \frac{1}{2}L\overrightarrow{i_2}$, on note m_2 la masse de **2** et $I_{G_2}(2) = \begin{pmatrix} A_2 & 0 & 0 \\ 0 & B_2 & 0 \\ 0 & 0 & C_2 \end{pmatrix}_{\mathcal{B}_2}$.



Question 1 Exprimer le torseur dynamique $\{\mathscr{D}(1/0)\}$ en A en utilisant 2 méthodes différentes pour le calcul du moment.

Question 2 Exprimer le torseur dynamique $\{\mathscr{D}(2/0)\}$ en B en utilisant 2 méthodes différentes pour le calcul du moment.

Question 3 Déterminer $\overrightarrow{\delta(A, 1+2/0)} \cdot \overrightarrow{k_0}$.

Question 4 Déterminer $\mathscr{P}(2 \to 1/0)$ et $\mathscr{P}(1 \to 2/0)$.

Corrigé voir 4.

Mouvement RR ⋆

C2-08

C2-09 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

Question 5 Exprimer le torseur dynamique $\{\mathcal{D}(1/0)\}$ en A en utilisant 2 méthodes différentes pour le calcul du moment.

[NON TERMINE] **Définition**

$$\{\mathcal{D}(1/0)\} = \left\{ \begin{array}{l} m_1\overrightarrow{\Gamma(G_1,1/0)} \\ \overrightarrow{\delta(A,1/0)} = \overrightarrow{\delta(G_1,1/0)} + \overrightarrow{AG_1} \wedge \overrightarrow{R_d(1/0)} \end{array} \right\}_A$$

Calcul de $\overrightarrow{V(G_1,1/0)}$

$\overrightarrow{V(G_1,1/0)} = \dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left[\overrightarrow{AG_1}\right]_{\mathcal{R}_0} = \dfrac{1}{2}R\dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left[\overrightarrow{i_1}\right]_{\mathcal{R}_0} = R\dot{\theta}\overrightarrow{j_1}$.

(Avec $\dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left[\overrightarrow{i_1}\right]_{\mathcal{R}_0} = \dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left[\overrightarrow{i_1}\right]_{\mathcal{R}_1} + \overrightarrow{\Omega(1/0)} \wedge \overrightarrow{i_1} = \dot{\theta}\overrightarrow{k_0} \wedge \overrightarrow{i_1} = \dot{\theta}\overrightarrow{j_1}$).

Calcul de $\overrightarrow{\Gamma(G_1,1/0)}$

$\overrightarrow{\Gamma(G_1,1/0)} = \dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left[\overrightarrow{V(G_1,1/0)}\right]_{\mathcal{R}_0} = R\ddot{\theta}\overrightarrow{j_1} - R\dot{\theta}^2\overrightarrow{i_1}$.

Calcul de $\overrightarrow{\sigma(G_1,1/0)}$

G_1 est le centre d'inertie de 1 ; donc : $\overrightarrow{\sigma(G_1,1/0)} = I_{G_1}(1)\overrightarrow{\Omega(1/0)} = \dot{\theta}C_1\overrightarrow{z_1}$.

Calcul de $\overrightarrow{\delta(G_1,1/0)}$

G_1 est le centre d'inertie de 1 ; donc : $\overrightarrow{\delta(G_1,1/0)} = \dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left[\overrightarrow{\sigma(G_1,1/0)}\right]_{\mathcal{R}_0} = \ddot{\theta}C_1\overrightarrow{z_1}$.

Calcul de $\overrightarrow{\delta(A,1/0)}$

En utilisant la formule de changement de point, on a : $\overrightarrow{\delta(A,1/0)} = \overrightarrow{\delta(G_1,1/0)} + \overrightarrow{AG_1} \wedge \overrightarrow{R_d(1/0)} = \ddot{\theta}C_1\overrightarrow{z_1} + \dfrac{1}{2}R\overrightarrow{i_1} \wedge m_1\left(R\ddot{\theta}\overrightarrow{j_1} - R\dot{\theta}^2\overrightarrow{i_1}\right)$

Question 6 Exprimer le torseur dynamique $\{\mathcal{D}(2/0)\}$ en B en utilisant 2 méthodes différentes pour le calcul du moment.

$\overrightarrow{V(C,2/0)} = \dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left[\overrightarrow{AC}\right]_{\mathcal{R}_0} = \dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left[\overrightarrow{AB}\right]_{\mathcal{R}_0} + \dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left[\overrightarrow{BC}\right]_{\mathcal{R}_0} = R\dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left[\overrightarrow{i_1}\right]_{\mathcal{R}_0} + L\dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left[\overrightarrow{i_2}\right]_{\mathcal{R}_0}$
$= R\dot{\theta}\overrightarrow{j_1} + L\left(\dot{\theta} + \dot{\varphi}\right)\overrightarrow{j_2}$.

(Avec $\dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left[\overrightarrow{i_2}\right]_{\mathcal{R}_0} = \dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left[\overrightarrow{i_2}\right]_{\mathcal{R}_2} + \overrightarrow{\Omega(2/0)} \wedge \overrightarrow{i_2} = \left(\dot{\theta} + \dot{\varphi}\right)\overrightarrow{k_0} \wedge \overrightarrow{i_2} = \left(\dot{\theta} + \dot{\varphi}\right)\overrightarrow{j_2}$).

Question 7 Déterminer $\overrightarrow{\delta(A,1+2/0)} \cdot \overrightarrow{k_0}$.

Question 8 Déterminer $\mathcal{P}(2 \longrightarrow 1/0)$ et $\mathcal{P}(1 \longrightarrow 2/0)$.

Mouvement RR ⋆

B2-14

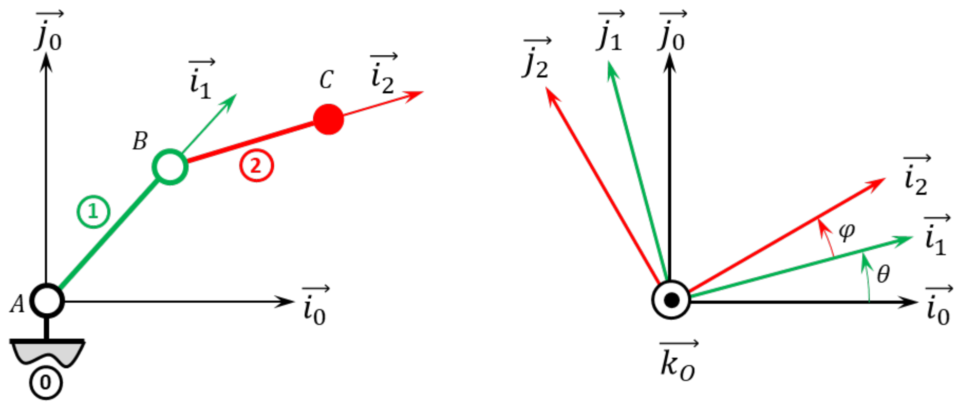
C1-05

Soit le mécanisme suivant. On a $\overrightarrow{AB} = R\overrightarrow{i_1}$ avec $R = 20\,\mathrm{mm}$ et $\overrightarrow{BC} = L\overrightarrow{i_2}$ avec $L = 15\,\mathrm{mm}$. De plus :

- G_1 désigne le centre d'inertie de **1** et $\overrightarrow{AG_1} = \dfrac{1}{2}R\overrightarrow{i_1}$, on note m_1 la masse de **1** ;
- G_2 désigne le centre d'inertie de **2** et $\overrightarrow{BG_2} = \dfrac{1}{2}L\overrightarrow{i_2}$, on note m_2 la masse de **2**.

Un moteur électrique positionné entre **0** et **1** permet d'actionner le solide **1**. Un moteur électrique positionné entre **1** et **2** permet d'actionner le solide **2**.

L'accélération de la pesanteur est donnée par $\overrightarrow{g} = -g\,\overrightarrow{j_0}$.



Question 1 Réaliser le graphe d'analyse en faisant apparaître l'ensemble des actions mécaniques.

Question 2 Proposer une démarche permettant de déterminer les loi de mouvement de **1** et de **2** par rapport à $\mathcal{R}_0$.

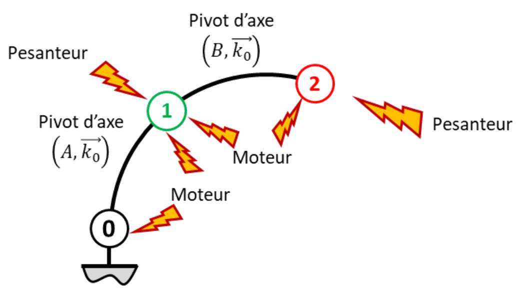
Corrigé voir 2.

Mouvement RR ★

B2-14

C1-05

Question 3 Réaliser le graphe d'analyse en faisant apparaître l'ensemble des actions mécaniques.



Question 4 Proposer une démarche permettant de déterminer les loi de mouvement de **1** et de **2** par rapport à $\mathcal{R}_0$. C'est une chaîne ouverte. On isole l'extrémité et on applique le théorème correspondant aux mobilités :

- on isole **2** et on réalise le théorème du moment dynamique en A en projection sur $\overrightarrow{k_0}$;
- on isole **1+2** et on réalise le théorème du moment dynamique en B en projection sur $\overrightarrow{k_0}$.

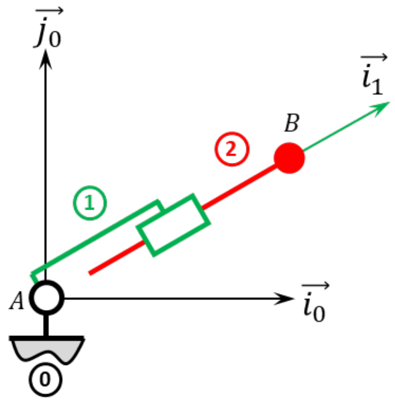
Mouvement RT ⋆

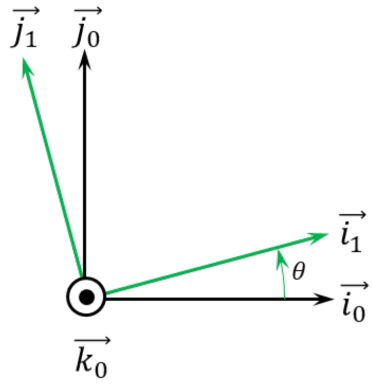
C2-08

C2-09 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

Soit le mécanisme suivant. On a $\overrightarrow{AB} = \lambda(t)\overrightarrow{i_1}$. De plus :

- G_1 désigne le centre d'inertie de **1** et $\overrightarrow{AG_1} = L_1\overrightarrow{i_1}$, on note m_1 la masse de **1** et $I_{G_1}(1) = \begin{pmatrix} A_1 & 0 & 0 \\ 0 & B_1 & 0 \\ 0 & 0 & C_1 \end{pmatrix}_{\mathcal{B}_1}$;
- $G_2 = B$ désigne le centre d'inertie de **2**, on note m_2 la masse de **2** et $I_{G_2}(2) = \begin{pmatrix} A_2 & 0 & 0 \\ 0 & B_2 & 0 \\ 0 & 0 & C_2 \end{pmatrix}_{\mathcal{B}_2}$.





Question 1 Exprimer le torseur dynamique $\{\mathcal{D}(1/0)\}$ en A.

Question 2 Déterminer $\overrightarrow{\delta(A, 1+2/0)} \cdot \overrightarrow{k_0}$

Question 3 Déterminer $\mathcal{P}(2 \rightarrow 1/0)$ et $\mathcal{P}(1 \rightarrow 2/0)$.

Corrigé voir 3.

Mouvement RT ⋆

C2-08

C2-09 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

Question 4 Exprimer le torseur dynamique $\{\mathcal{D}(1/0)\}$ en A. On a $\{\mathcal{D}(1/0)\} = \left\{ \begin{array}{c} \overrightarrow{R_d(1/0)} \\ \overrightarrow{\delta(A, 1/0)} \end{array} \right\}_A$. **Calculons $\overrightarrow{R_d(1/0)}$.**

$\overrightarrow{R_d(1/0)} = m_1 \overrightarrow{\Gamma(G_1, 1/0)}$

Question 5 Déterminer $\overrightarrow{\delta(A, 1+2/0)} \cdot \overrightarrow{k_0}$

Question 6 Déterminer $\mathcal{P}(2 \rightarrow 1/0)$ et $\mathcal{P}(1 \rightarrow 2/0)$.

Mouvement RT ⋆

B2-14

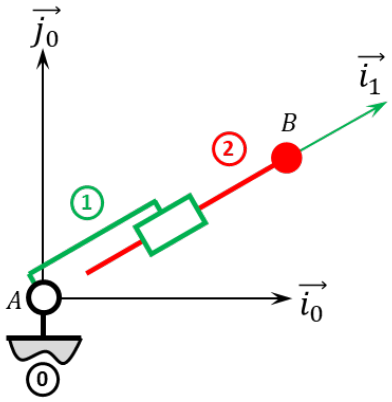
C1-05

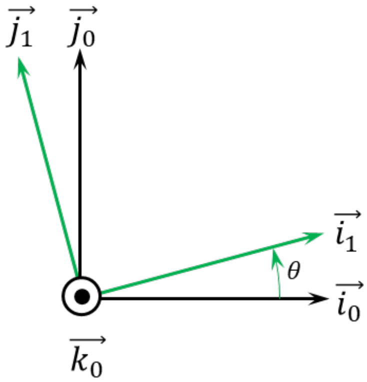
Soit le mécanisme suivant. On a $\overrightarrow{AB} = \lambda(t)\overrightarrow{i_1}$. De plus :

- G_1 désigne le centre d'inertie de **1** et $\overrightarrow{AG_1} = L_1\overrightarrow{i_1}$, on note m_1 la masse de **1** ;
- $G_2 = B$ désigne le centre d'inertie de **2**, on note m_2 la masse de **2**.

Un moteur électrique positionné entre **0** et **1** permet d'actionner le solide **1**. Un vérin électrique positionné entre **1** et **2** permet d'actionner le solide **2**

L'accélération de la pesanteur est donnée par $\overrightarrow{g} = -g\overrightarrow{j_0}$.





Question 1 Réaliser le graphe d'analyse en faisant apparaître l'ensemble des actions mécaniques.

Question 2 Proposer une démarche permettant de déterminer les loi de mouvement de **1** et de **2** par rapport à $\mathcal{R}_0$.

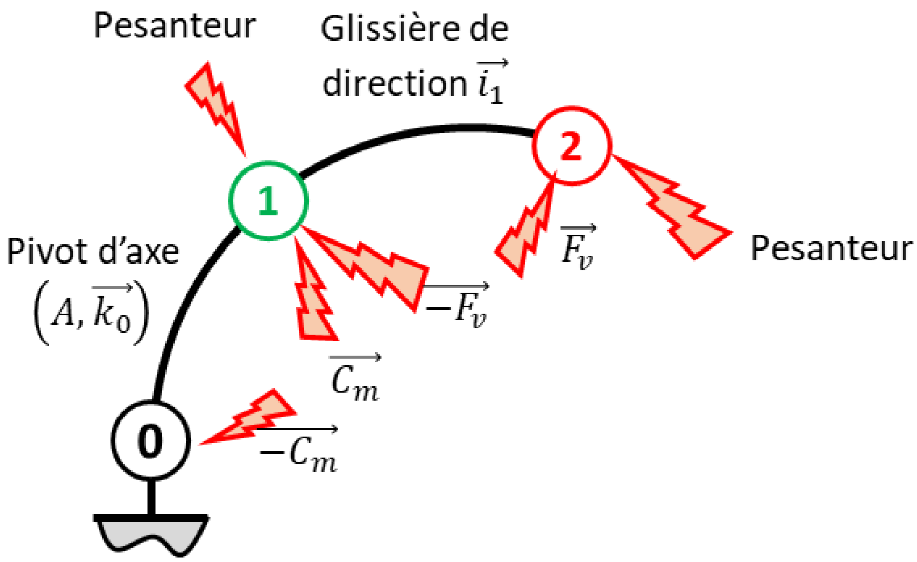
Corrigé voir 2.

Mouvement RT ⋆

B2-14

C1-05

Question 3 Réaliser le graphe d'analyse en faisant apparaître l'ensemble des actions mécaniques.



Question 4 Proposer une démarche permettant de déterminer les loi de mouvement de **1** et de **2** par rapport à $\mathcal{R}_0$.

- On isole **{1}**. On réalise un théorème de la résultante dynamique en projection sur $\overrightarrow{i_1}$: $\overrightarrow{R(1 \to 2)} \cdot \overrightarrow{i_1} + \overrightarrow{R(F_v \to 2)} \cdot \overrightarrow{i_1} + \overrightarrow{R(\text{Pes} \to 2)} \cdot \overrightarrow{i_1} = \overrightarrow{R_d(2/0)} \cdot \overrightarrow{i_1}$.
- On isole **{1+2}**. On réalise un théorème du moment dynamique en A en projection sur $\overrightarrow{k_0}$: $\overrightarrow{\mathcal{M}(A, 0 \to 1)} \cdot \overrightarrow{k_0} + \overrightarrow{\mathcal{M}(A, \text{Mot} \to 1)} \cdot \overrightarrow{k_0} + \overrightarrow{\mathcal{M}(A, \text{Pes} \to 2)} \cdot \overrightarrow{k_0} + \overrightarrow{\mathcal{M}(A, \text{Pes} \to 1)} \cdot \overrightarrow{k_0} = \overrightarrow{\delta(A, 2/0)} \cdot \overrightarrow{k_0} + \overrightarrow{\delta(A, 1/0)} \cdot \overrightarrow{k_0}$.

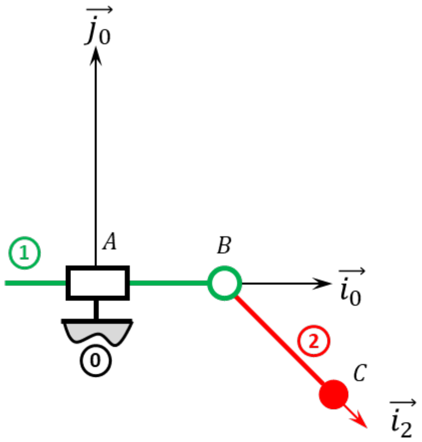
Mouvement TR ⋆

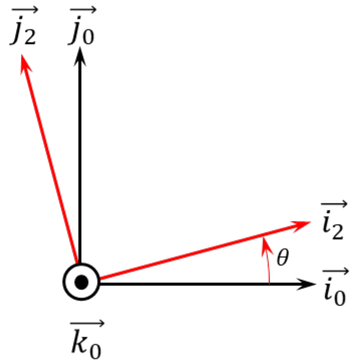
C2-08

C2-09

Soit le mécanisme suivant. On a $\overrightarrow{AB} = \lambda(t)\overrightarrow{i_0}$ et $\overrightarrow{BC} = R\overrightarrow{i_2}$ avec $R = 30\,\text{mm}$. De plus :

- $G_1 = B$ désigne le centre d'inertie de **1**, on note m_1 la masse de **1** et $I_{G_1}(1) = \begin{pmatrix} A_1 & 0 & 0 \\ 0 & B_1 & 0 \\ 0 & 0 & C_1 \end{pmatrix}_{\mathcal{B}_1}$;
- $G_2 = C$ désigne le centre d'inertie de **2**, on note m_2 la masse de **2** et $I_{G_2}(2) = \begin{pmatrix} A_2 & 0 & 0 \\ 0 & B_2 & 0 \\ 0 & 0 & C_2 \end{pmatrix}_{\mathcal{B}_2}$.





Question 1 Exprimer le torseur dynamique $\{\mathcal{D}(2/0)\}$ en B.

Question 2 Déterminer $\overrightarrow{R_d(1+2/0)} \cdot \overrightarrow{i_0}$

Question 3 Déterminer $\mathcal{P}(2 \to 1/0)$ et $\mathcal{P}(1 \to 2/0)$.

Corrigé voir 3.

Mouvement TR ⋆

C2-08

C2-09

Question 4 Exprimer le torseur dynamique $\{\mathcal{D}(2/0)\}$ en B.

Expression de la résultante dynamique $\overrightarrow{R_d(2/0)} = m_2\overrightarrow{\Gamma(G_2, 2/0)} = m_2 \dfrac{\mathrm{d}^2}{\mathrm{d}t^2}\left[\overrightarrow{AC}\right]_{\mathcal{R}_0}$

$\dfrac{\mathrm{d}^2}{\mathrm{d}t^2}\left[\overrightarrow{AC}\right]_{\mathcal{R}_0} = \dfrac{\mathrm{d}^2}{\mathrm{d}t^2}\left[\overrightarrow{AB}\right]_{\mathcal{R}_0} + \dfrac{\mathrm{d}^2}{\mathrm{d}t^2}\left[\overrightarrow{BC}\right]_{\mathcal{R}_0} = \ddot{\lambda}(t)\overrightarrow{i_0} + R\dfrac{\mathrm{d}^2}{\mathrm{d}t^2}\left[\overrightarrow{i_2}\right]_{\mathcal{R}_0} = \ddot{\lambda}(t)\overrightarrow{i_0} + R\dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left[\dot{\theta}\overrightarrow{j_2}\right]_{\mathcal{R}_0}$
$= \ddot{\lambda}(t)\overrightarrow{i_0} + R\left(\ddot{\theta}\overrightarrow{j_2} - \dot{\theta}^2\overrightarrow{i_2}\right)$.

Méthode 1 : Calcul en $G_2 = C$ puis déplacement du torseur dynamique

- Calcul du moment cinétique en G_2 : $G_2 = C$ est le centre de gravité donc $\overrightarrow{\sigma(C,2/0)} = I_C(2)\,\dot{\theta}\overrightarrow{k_0} = C_1\dot{\theta}\overrightarrow{k_1}$.
- Calcul du moment dynamique en G_2 : $G_2 = C$ est le centre de gravité donc $\overrightarrow{\delta(C,2/0)} = \dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left[\overrightarrow{\sigma(C,2/0)}\right]_{\mathcal{R}_0} = C_1\ddot{\theta}\overrightarrow{k_1}$.
- Calcul du moment dynamique en B : $\overrightarrow{\delta(B,2/0)} = \overrightarrow{\delta(C,2/0)} + \overrightarrow{BC} \wedge \overrightarrow{R_d(2/0)} = C_1\ddot{\theta}\overrightarrow{k_1} + R\overrightarrow{i_2}m_2 \wedge \left(\ddot{\lambda}(t)\overrightarrow{i_0} + R\left(\ddot{\theta}\overrightarrow{j_2} - \dot{\theta}^2\overrightarrow{i_2}\right)\right) = C_1\ddot{\theta}\overrightarrow{k_1} + Rm_2\left(-\sin\theta\ddot{\lambda}(t)\overrightarrow{k_0} + R\ddot{\theta}\overrightarrow{k_2}\right)$.

Au final, on a donc $\{\mathcal{D}(2/0)\} = \left\{\begin{array}{l} m_2\left(\ddot{\lambda}(t)\overrightarrow{i_0} + R\left(\ddot{\theta}\overrightarrow{j_2} - \dot{\theta}^2\overrightarrow{i_2}\right)\right) \\ C_1\ddot{\theta}\overrightarrow{k_1} + Rm_2\left(-\sin\theta\ddot{\lambda}(t)\overrightarrow{k_0} + R\ddot{\theta}\overrightarrow{k_2}\right) \end{array}\right\}_B$.

Question 5 Déterminer $\overrightarrow{R_d(1+2/0)} \cdot \overrightarrow{i_0}$

On a $\overrightarrow{R_d(1+2/0)} = \overrightarrow{R_d(1/0)} + \overrightarrow{R_d(2/0)} = m_1\ddot{\lambda}(t)\overrightarrow{i_0} + m_2\left(\ddot{\lambda}(t)\overrightarrow{i_0} + R\left(\ddot{\theta}\overrightarrow{j_2} - \dot{\theta}^2\overrightarrow{i_2}\right)\right)$.

On projette alors sur $\overrightarrow{i_0}$, $\overrightarrow{R_d(1+2/0)} \cdot \overrightarrow{i_0} = m_1\ddot{\lambda}(t) + m_2\left(\ddot{\lambda}(t) - R\left(\ddot{\theta}\sin\theta(t) + \dot{\theta}^2\cos\theta\right)\right)$.

Question 6 Déterminer $\mathcal{P}(2 \rightarrow 1/0)$ et $\mathcal{P}(1 \rightarrow 2/0)$.

Mouvement RT ⋆

B2-14

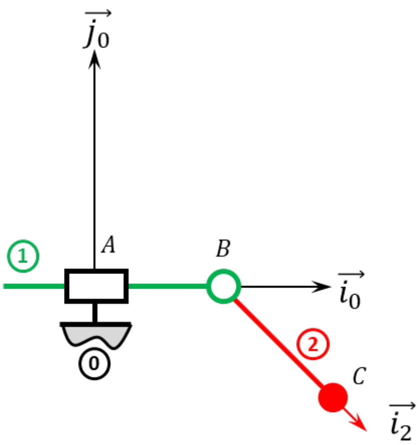
C1-05

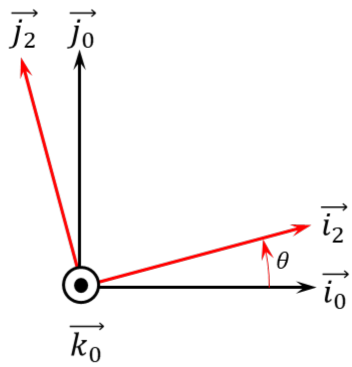
Soit le mécanisme suivant. On a $\overrightarrow{AB} = \lambda(t)\overrightarrow{i_0}$ et $\overrightarrow{BC} = R\overrightarrow{i_2}$ avec $R = 30$ mm. De plus :

- $G_1 = B$ désigne le centre d'inertie de **1**, on note m_1 la masse de **1** ;
- $G_2 = C$ désigne le centre d'inertie de **2**, on note m_2 la masse de **2**.

Un vérin électrique positionné entre **0** et **1** permet d'actionner le solide **1**. Un moteur électrique positionné entre **1** et **2** permet d'actionner le solide **2**.

L'accélération de la pesanteur est donnée par $\overrightarrow{g} = -g\overrightarrow{j_0}$.





Question 1 Réaliser le graphe d'analyse en faisant apparaître l'ensemble des actions mécaniques.

Question 2 Proposer une démarche permettant de déterminer les loi de mouvement de **1** et de **2** par rapport à $\mathcal{R}_0$.

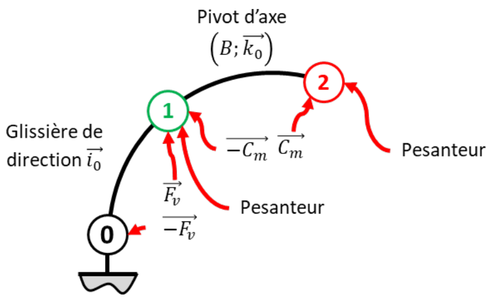
Corrigé voir 2.

Mouvement RT ⋆

B2-14

C1-05

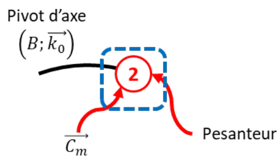
Question 3 Réaliser le graphe d'analyse en faisant apparaître l'ensemble des actions mécaniques.



Question 4 Proposer une démarche permettant de déterminer les loi de mouvement de **1** et de **2** par rapport à $\mathcal{R}_0$. Ce mécanisme présente deux degrés de liberté indépendants : $\lambda(t)$ et $\theta(t)$. Il est donc nécessaire d'écrire, dans le meilleur des cas, deux équations :

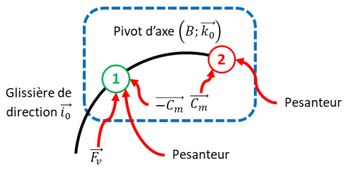
- une équation traduisant la mobilité de 2 par rapport à 1, soit TMD appliqué à 2 en B en projection sur $\overrightarrow{k_0}$;
- une équation traduisant la mobilité de 2+1 par rapport à 0, soit TRD appliqué à 1+2 en projection sur $\overrightarrow{i_0}$.

- **On isole 2.**
- **BAME :**
  - actions de la liaison pivot $\{\mathcal{T}(1 \rightarrow 2)\}$;
  - action du moteur $\{\mathcal{T}(\text{mot} \rightarrow 2)\}$;
  - action de la pesanteur $\{\mathcal{T}(\text{pes} \rightarrow 2)\}$.



- **Théorème :** on applique le théorème du moment dynamique en B au solide **2** en projection sur $\overrightarrow{k_0}$: $C_{\text{mot}} + \overrightarrow{\mathcal{M}(B,\text{pes} \rightarrow 2)} \cdot \overrightarrow{k_0} = \overrightarrow{\delta(B,2/0)} \cdot \overrightarrow{k_0}$.
- **Calcul de la composante dynamique :** considérons le cas où la matrice d'inertie est donnée en C. On a donc $\overrightarrow{\delta(C,2/0)} = \dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left[\overrightarrow{\sigma(C,2/0)}\right]_{\mathcal{R}_0} = \dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left[I_C(2)\overrightarrow{\Omega(2/0)}\right]_{\mathcal{R}_0}$.
  De plus, $\overrightarrow{\delta(B,2/0)} = \overrightarrow{\delta(C,2/0)} + \overrightarrow{BC} \wedge \overrightarrow{R_d(2/0)}$ et $\overrightarrow{R_d(2/0)} = m_2\overrightarrow{\Gamma(C,2/0)}$.

- **On isole 1+2.**
- **BAME :**
  - actions de la liaison glissière $\{\mathcal{T}(0 \rightarrow 1)\}$;
  - action de la pesanteur $\{\mathcal{T}(\text{pes} \rightarrow 1)\}$;
  - action de la pesanteur $\{\mathcal{T}(\text{pes} \rightarrow 2)\}$;
  - action du vérin $\{\mathcal{T}(\text{ver} \rightarrow 1)\}$;.



- **Théorème :** on applique le théorème de la résultante dynamique à l'ensemble **1+2** en projection sur $\overrightarrow{i_0}$: $\overrightarrow{R\left(\text{ver} \rightarrow 1\right)} \cdot \overrightarrow{i_0} = \overrightarrow{R_d\left(1+2/0\right)} \cdot \overrightarrow{i_0}$.
- **Calcul de la composante dynamique :** $\overrightarrow{R_d\left(1+2/0\right)} = \overrightarrow{R_d\left(1/0\right)} + \overrightarrow{R_d\left(2/0\right)} = m_1\overrightarrow{\Gamma\left(G_1, 1/0\right)} + m_2\overrightarrow{\Gamma\left(G_2, 2/0\right)}$.

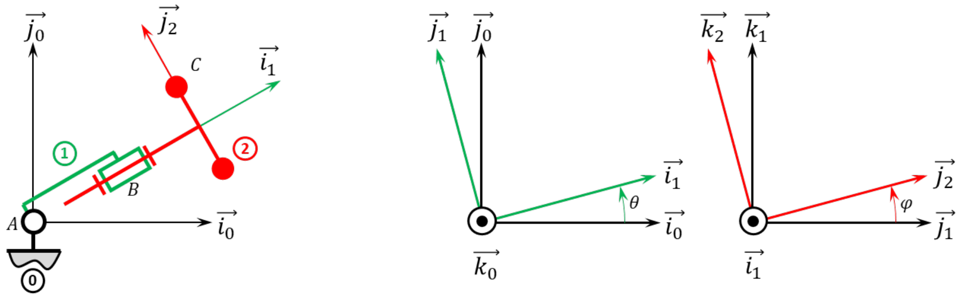
Mouvement RR 3D ★★

C2-08

C2-09

Soit le mécanisme suivant. On a $\overrightarrow{AB} = R\,\overrightarrow{i_1}$ et $\overrightarrow{BC} = \ell\,\overrightarrow{i_2} + r\,\overrightarrow{j_2}$. On note $R+\ell = L = 20\,\text{mm}$ et $r = 10\,\text{mm}$. De plus :

- $G_1 = B$ désigne le centre d'inertie de **1**, on note m_1 la masse de **1** et $I_{G_1}(1) = \begin{pmatrix} A_1 & 0 & 0 \\ 0 & B_1 & 0 \\ 0 & 0 & C_1 \end{pmatrix}_{\mathcal{B}_1}$;
- G_2 désigne le centre d'inertie de **2** tel que $\overrightarrow{BG_2} = \ell\,\overrightarrow{i_2}$, on note m_2 la masse de **2** et $I_{G_2}(2) = \begin{pmatrix} A_2 & 0 & 0 \\ 0 & B_2 & 0 \\ 0 & 0 & C_2 \end{pmatrix}_{\mathcal{B}_2}$.



Question 1 Exprimer le torseur dynamique $\{\mathcal{D}(1/0)\}$ en B.

Question 2 Déterminer $\overrightarrow{\delta(A, 1+2/0)} \cdot \overrightarrow{k_0}$

Question 3 Déterminer $\mathcal{P}(2 \rightarrow 1/0)$ et $\mathcal{P}(1 \rightarrow 2/0)$.

Corrigé voir 3.

Mouvement RR 3D ★★

C2-08

C2-09

Question 4 Exprimer le torseur dynamique $\{\mathcal{D}(1/0)\}$ en B.

Par définition, $\{\mathcal{D}(1/0)\} = \left\{ \begin{array}{c} \overrightarrow{R_d(1/0)} \\ \overrightarrow{\delta(B, 1/0)} \end{array} \right\}_B$.

Calculons $\overrightarrow{R_d(1/0)}$

$\overrightarrow{R_d(1/0)} = m_1 \overrightarrow{\Gamma(G_1, 1/0)} = m_1 \overrightarrow{\Gamma(B, 1/0)}$

Calcul de $\overrightarrow{V(B, 1/0)}$: $\overrightarrow{V(B, 1/0)} = \dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left[\overrightarrow{AB}\right]_{\mathcal{R}_0} = \dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left[R\,\overrightarrow{i_1}\right]_{\mathcal{R}_0} = R\dot{\theta}\,\overrightarrow{j_1}$.

Calcul de $\overrightarrow{\Gamma(B, 1/0)}$: $\overrightarrow{V(B, 1/0)} = \dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left[\overrightarrow{V(B, 1/0)}\right]_{\mathcal{R}_0} = \dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left[R\dot{\theta}\,\overrightarrow{j_1}\right]_{\mathcal{R}_0} = R\ddot{\theta}\,\overrightarrow{j_1} - R\dot{\theta}^2\,\overrightarrow{i_1}$.

Au final, $\overrightarrow{R_d(1/0)} = m_1\left(R\ddot{\theta}\overrightarrow{j_1} - R\dot{\theta}^2\overrightarrow{i_1}\right)$.

Calculons $\overrightarrow{\delta(B,1/0)}$ B est le centre d'inertie du solide 1; donc d'une part, $\overrightarrow{\delta(B,1/0)} = \dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left[\overrightarrow{\sigma(B,1/0)}\right]_{\mathcal{R}_0}$.

D'autre part, $\overrightarrow{\sigma(B,1/0)} = I_B(1)\overrightarrow{\Omega(1/0)} = \begin{pmatrix} A_1 & 0 & 0 \\ 0 & B_1 & 0 \\ 0 & 0 & C_1 \end{pmatrix}_{\mathcal{B}_1} \dot{\theta}\overrightarrow{k_0} = C_1\dot{\theta}\overrightarrow{k_0}$.

Par suite, $\overrightarrow{\delta(B,1/0)} = C_1\ddot{\theta}\overrightarrow{k_0}$.

Au final, $\{\mathcal{D}(1/0)\} = \left\{\begin{array}{l} m_1\left(R\ddot{\theta}\overrightarrow{j_1} - R\dot{\theta}^2\overrightarrow{i_1}\right) \\ C_1\ddot{\theta}\overrightarrow{k_0} \end{array}\right\}_B$.

Question 5 Déterminer $\overrightarrow{\delta(A,1+2/0)}\cdot\overrightarrow{k_0}$

Tout d'abord, $\overrightarrow{\delta(A,1+2/0)} = \overrightarrow{\delta(A,1/0)} + \overrightarrow{\delta(A,2/0)}$.

Calcul de $\overrightarrow{\delta(A,1/0)}\cdot\overrightarrow{k_0}$ – Méthode 1

$\overrightarrow{\delta(A,1/0)}\cdot\overrightarrow{k_0} = \left(\overrightarrow{\delta(B,1/0)} + \overrightarrow{AB}\wedge\overrightarrow{R_d(1/0)}\right)\cdot\overrightarrow{k_0} = \left(C_1\ddot{\theta}\overrightarrow{k_0} + R\overrightarrow{i_1}\wedge m_1\left(R\ddot{\theta}\overrightarrow{j_1} - R\dot{\theta}^2\overrightarrow{i_1}\right)\right)\cdot\overrightarrow{k_0} = C_1\ddot{\theta} + m_1R^2\ddot{\theta}$.

Calcul de $\overrightarrow{\delta(A,2/0)}\cdot\overrightarrow{k_0}$ – Méthode 1

A est un point fixe. On a donc $\overrightarrow{\delta(A,2/0)}\cdot\overrightarrow{k_0} = \dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left[\overrightarrow{\sigma(A,2/0)}\right]_{\mathcal{R}_0}\cdot\overrightarrow{k_0} = \dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left[\overrightarrow{\sigma(A,2/0)}\cdot\overrightarrow{k_0}\right]_{\mathcal{R}_0} - \underbrace{\overrightarrow{\sigma(A,2/0)}\cdot\dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left[\overrightarrow{k_0}\right]_{\mathcal{R}_0}}_{\overrightarrow{0}}$.

A est un point fixe. On a donc $\overrightarrow{\sigma(A,2/0)}\cdot\overrightarrow{k_0} = \left(I_A(2)\overrightarrow{\Omega(2/0)}\right)\cdot\overrightarrow{k_0}$

$I_A(2) = I_{G_2}(2) + \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & m_2R^2 & 0 \\ 0 & 0 & m_2R^2 \end{pmatrix}_{\mathcal{R}_2}$ et $\overrightarrow{\Omega(2/0)} = \dot{\theta}\overrightarrow{k_1} + \dot{\varphi}\overrightarrow{i_2} = \dot{\theta}\left(\cos\varphi\overrightarrow{k_2} + \sin\varphi\overrightarrow{j_2}\right) + \dot{\varphi}\overrightarrow{i_2}$.

On a donc $\overrightarrow{\sigma(A,2/0)} = \begin{pmatrix} A_2 & 0 & 0 \\ 0 & B_2 + m_2R^2 & 0 \\ 0 & 0 & C_2m_2R^2 \end{pmatrix}_{\mathcal{R}_2} \begin{pmatrix} \dot{\varphi} \\ \dot{\theta}\sin\varphi \\ \dot{\theta}\cos\varphi \end{pmatrix}_{\mathcal{R}_2} = \begin{pmatrix} A_2\dot{\varphi} \\ \dot{\theta}\sin\varphi\left(B_2 + m_2R^2\right) \\ \dot{\theta}\cos\varphi\left(C_2 + m_2R^2\right) \end{pmatrix}_{\mathcal{R}_2}$.

De plus $\overrightarrow{k_1} = \cos\varphi\overrightarrow{k_2} + \sin\varphi\overrightarrow{j_2}$. On a alors $\overrightarrow{\sigma(A,2/0)}\cdot\overrightarrow{k_0} = \dot{\theta}\sin^2\varphi\left(B_2 + m_2R^2\right) + \dot{\theta}\cos^2\varphi\left(C_2 + m_2R^2\right)$.

Enfin, $\overrightarrow{\delta(A,2/0)}\cdot\overrightarrow{k_0} = \left(B_2 + m_2R^2\right)\left(\ddot{\theta}\sin^2\varphi + 2\dot{\theta}\dot{\varphi}\cos\varphi\sin\varphi\right) + \left(C_2 + m_2R^2\right)\left(\ddot{\theta}\cos^2\varphi - 2\dot{\theta}\dot{\varphi}\ c\right.$

Conclusion

$\overrightarrow{\delta(A,1+2/0)}\cdot\overrightarrow{k_0} = C_1\ddot{\theta} + m_1R^2\ddot{\theta} + \left(B_2 + m_2R^2\right)\left(\ddot{\theta}\sin^2\varphi + 2\dot{\theta}\dot{\varphi}\cos\varphi\sin\varphi\right) + \left(C_2 + m_2R^2\right)\left(\ddot{\theta}\cos\right.$

Question 6 Déterminer $\mathcal{P}(2\rightarrow 1/0)$ et $\mathcal{P}(1\rightarrow 2/0)$.

Mouvement RR 3D ⋆⋆

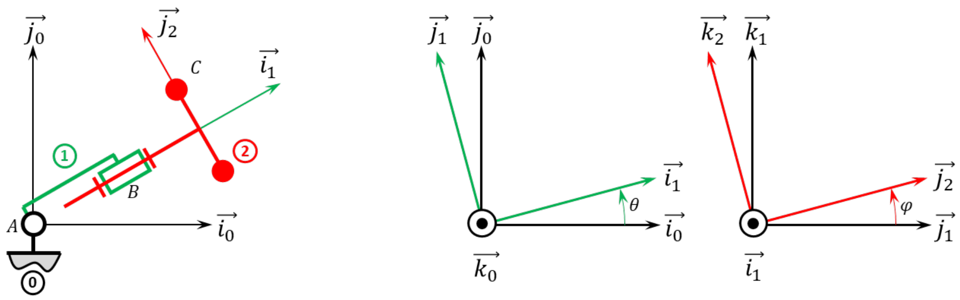
B2-14

C1-05

Soit le mécanisme suivant. On a $\overrightarrow{AB} = R\,\overrightarrow{i_1}$ et $\overrightarrow{BC} = \ell\,\overrightarrow{i_2} + r\,\overrightarrow{j_2}$. On note $R + \ell = L = 20\,\text{mm}$ et $r = 10\,\text{mm}$. De plus :

- $G_1 = B$ désigne le centre d'inertie de **1**, on note m_1 la masse de **1** ;
- G_2 désigne le centre d'inertie de **2** tel que $\overrightarrow{BG_2} = \ell\,\overrightarrow{i_2}$, on note m_2 la masse de **2**.

Un moteur électrique positionné entre **0** et **1** permet d'actionner le solide **1**. Un moteur électrique positionné entre **1** et **2** permet d'actionner le solide **2**. L'accélération de la pesanteur est donnée par $\overrightarrow{g} = -g\,\overrightarrow{j_0}$.



Question 1 Réaliser le graphe d'analyse en faisant apparaître l'ensemble des actions mécaniques.

Question 2 Proposer une démarche permettant de déterminer les loi de mouvement de **1** et de **2** par rapport à $\mathcal{R}_0$.

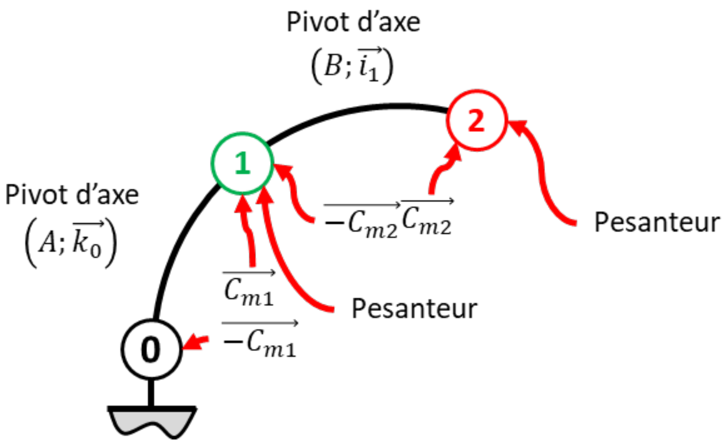
Corrigé voir 2.

Mouvement RR 3D ⋆⋆

B2-14

C1-05

Question 3 Réaliser le graphe d'analyse en faisant apparaître l'ensemble des actions mécaniques.



Question 4 Proposer une démarche permettant de déterminer les loi de mouvement de **1** et de **2** par rapport à $\mathscr{R}_0$.

On isole 2 et on réalise un théorème du moment dynamique en B (ou A) en projection sur $\overrightarrow{i_1}$.

On isole 1+2 et on réalise un théorème du moment dynamique en A en projection sur $\overrightarrow{k_0}$.

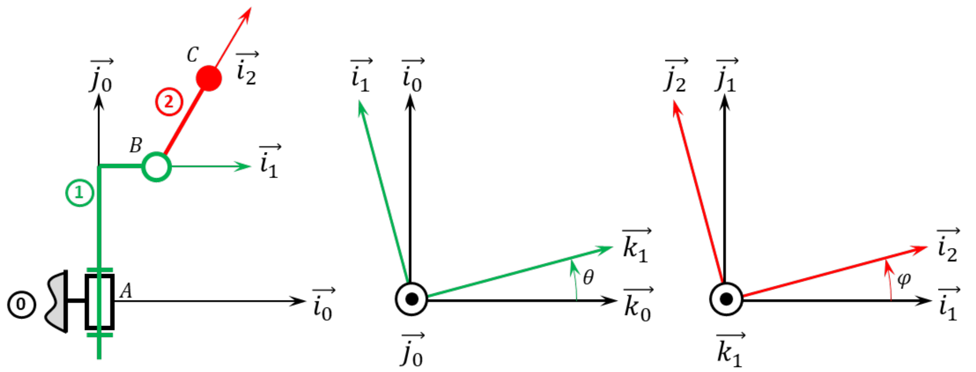
Mouvement RR 3D ★★

C2-08

C2-09 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

Soit le mécanisme suivant. On a $\overrightarrow{AB} = H\overrightarrow{j_1} + R\overrightarrow{i_1}$ et $\overrightarrow{BC} = L\overrightarrow{i_2}$. On a $H = 20$ mm, $r = 5$ mm, $L = 10$ mm. De plus :

- G_1 désigne le centre d'inertie de **1** tel que $\overrightarrow{AG_1} = H\overrightarrow{j_1}$, on note m_1 la masse de **1** et $I_{G_1}(1) = \begin{pmatrix} A_1 & 0 & 0 \\ 0 & B_1 & 0 \\ 0 & 0 & C_1 \end{pmatrix}_{\mathscr{B}_1}$;
- $G_2 = C$ désigne le centre d'inertie de **2**, on note m_2 la masse de **2** et $I_{G_2}(2) = \begin{pmatrix} A_2 & 0 & 0 \\ 0 & B_2 & 0 \\ 0 & 0 & C_2 \end{pmatrix}_{\mathscr{B}_2}$.



Question 1 Exprimer le torseur dynamique $\{\mathscr{D}(2/0)\}$ en B.

Question 2 Déterminer $\overrightarrow{\delta(A, 1+2/0)} \cdot \overrightarrow{j_0}$

Question 3 Déterminer $\mathscr{P}(2 \rightarrow 1/0)$ et $\mathscr{P}(1 \rightarrow 2/0)$.

Corrigé voir 3.

Mouvement RR 3D ★★

C2-08

C2-09 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

Question 4 Exprimer le torseur dynamique $\{\mathscr{D}(2/0)\}$ en B.

Par définition, $\{\mathscr{D}(2/0)\} = \left\{ \begin{array}{c} \overrightarrow{R_d(2/0)} \\ \overrightarrow{\delta(B, 2/0)} \end{array} \right\}_B$.

Calculons $\overrightarrow{R_d(2/0)}$: $\overrightarrow{R_d(2/0)} = m_2 \overrightarrow{\Gamma(G_2, 2/0)} = m_2 \overrightarrow{\Gamma(C, 2/0)}$

Calcul de $\overrightarrow{V(C, 2/0)}$:

$$\overrightarrow{V(C,2/0)} = \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left[\overrightarrow{AC}\right]_{\mathscr{R}_0} = \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left[H\overrightarrow{j_1} + R\overrightarrow{i_1} + L\overrightarrow{i_2}\right]_{\mathscr{R}_0}.$$

Calculons :

- $\dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left[\overrightarrow{j_0}\right]_{\mathcal{R}_0} = \overrightarrow{0}$;
- $\dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left[\overrightarrow{i_1}\right]_{\mathcal{R}_0} = \overrightarrow{\Omega(1/0)} \wedge \overrightarrow{i_1} = \dot{\theta}\overrightarrow{j_1} \wedge \overrightarrow{i_1} = -\dot{\theta}\overrightarrow{k_1}$;
- $\dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left[\overrightarrow{i_2}\right]_{\mathcal{R}_0} = \overrightarrow{\Omega(2/0)} \wedge \overrightarrow{i_2} = \left(\dot{\theta}\overrightarrow{j_1} + \dot{\varphi}\overrightarrow{k_2}\right) \wedge \overrightarrow{i_2} = \dot{\theta}\overrightarrow{j_1} \wedge \overrightarrow{i_2} + \dot{\varphi}\overrightarrow{k_2} \wedge \overrightarrow{i_2} = -\dot{\theta}\cos\varphi\overrightarrow{k_1} + \dot{\varphi}\overrightarrow{j_2}$.

On a donc $\overrightarrow{V(C,2/0)} = -R\dot{\theta}\overrightarrow{k_1} + L\left(-\dot{\theta}\cos\varphi\overrightarrow{k_1} + \dot{\varphi}\overrightarrow{j_2}\right)$.

Calcul de $\overrightarrow{\Gamma(C,2/0)}$:

$\overrightarrow{\Gamma(C,2/0)} = \dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left[\overrightarrow{V(C,2/0)}\right]_{\mathcal{R}_0}$

$= \dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left[L\dot{\varphi}\overrightarrow{j_2} - \dot{\theta}\left(R\overrightarrow{k_1} + L\cos\varphi\overrightarrow{k_1}\right)\right]_{\mathcal{R}_0}$.

Calculons :

- $\dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left[\overrightarrow{j_2}\right]_{\mathcal{R}_0} = \overrightarrow{\Omega(2/0)} \wedge \overrightarrow{j_2} = \left(\dot{\theta}\overrightarrow{j_1} + \dot{\varphi}\overrightarrow{k_1}\right) \wedge \overrightarrow{j_2} = \dot{\theta}\overrightarrow{j_1} \wedge \overrightarrow{j_2} + \dot{\varphi}\overrightarrow{k_1} \wedge \overrightarrow{j_2} = \dot{\theta}\sin\varphi\overrightarrow{k_1} - \dot{\varphi}\overrightarrow{i_2}$.
- $\dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left[\overrightarrow{k_1}\right]_{\mathcal{R}_0} = \dot{\theta}\overrightarrow{i_1}$.

Avec les hypothèses, on a $\overrightarrow{\Gamma(C,2/0)} = L\dot{\varphi}\left(\dot{\theta}\sin\varphi\overrightarrow{k_1} - \dot{\varphi}\overrightarrow{i_2}\right) - \dot{\theta}\left(R\dot{\theta}\overrightarrow{i_1} + L\cos\varphi\dot{\theta}\overrightarrow{i_1} - L\dot{\varphi}\sin\varphi\overrightarrow{k_1}\right.$

Calculons $\overrightarrow{\delta(C,2/0)}$

C est le centre d'inertie du solide 2 ; donc d'une part, $\overrightarrow{\delta(C,2/0)} = \dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left[\overrightarrow{\sigma(C,2/0)}\right]_{\mathcal{R}_0}$.

D'autre part, $\overrightarrow{\sigma(C,2/0)} = I_C(2)\overrightarrow{\Omega(2/0)}$.

Or $\overrightarrow{\Omega(2/0)} = \dot{\theta}\overrightarrow{j_1} + \dot{\varphi}\overrightarrow{k_2} = \dot{\theta}\left(\cos\varphi\overrightarrow{j_2} + \sin\varphi\overrightarrow{i_2}\right) + \dot{\varphi}\overrightarrow{k_2}$.

$$\overrightarrow{\sigma(C,2/0)} = \begin{pmatrix} A_2 & 0 & 0 \\ 0 & B_2 & 0 \\ 0 & 0 & C_2 \end{pmatrix}_{\mathcal{B}_2} \begin{pmatrix} \dot{\theta}\sin\varphi \\ \dot{\theta}\cos\varphi \\ \dot{\varphi} \end{pmatrix}_{\mathcal{B}_2} = \begin{pmatrix} \dot{\theta}A_2\sin\varphi \\ \dot{\theta}B_2\cos\varphi \\ C_2\dot{\varphi} \end{pmatrix}_{\mathcal{B}_2}.$$

Question 5 Déterminer $\overrightarrow{\delta(A,1+2/0)} \cdot \overrightarrow{j_0}$

Question 6 Déterminer $\mathcal{P}(2 \rightarrow 1/0)$ et $\mathcal{P}(1 \rightarrow 2/0)$.

Mouvement RR 3D ★★

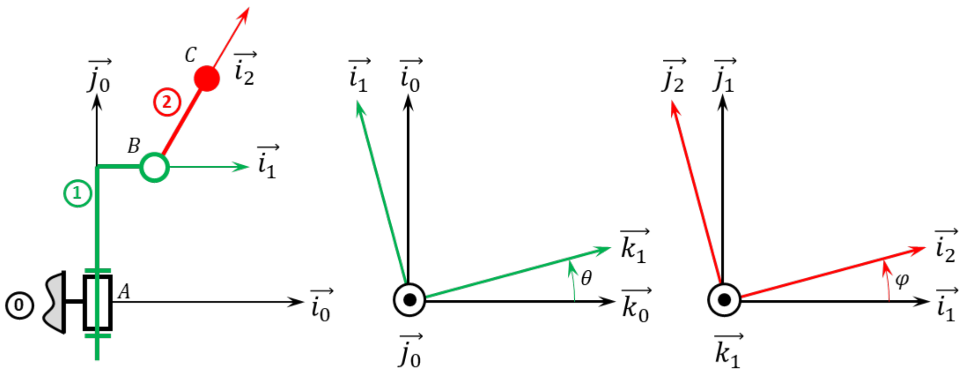
B2-14

C1-05 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

Soit le mécanisme suivant. On a $\overrightarrow{AB} = H\overrightarrow{j_1} + R\overrightarrow{i_1}$ et $\overrightarrow{BC} = L\overrightarrow{i_2}$. On a $H = 20\,\text{mm}$, $r = 5\,\text{mm}$, $L = 10\,\text{mm}$. De plus :

- G_1 désigne le centre d'inertie de **1** tel que $\overrightarrow{AG_1} = H\overrightarrow{j_1}$, on note m_1 la masse de **1** ;
- $G_2 = C$ désigne le centre d'inertie de **2**, on note m_2 la masse de **2**.

Un moteur électrique positionné entre **0** et **1** permet d'actionner le solide **1**. Un moteur électrique positionné entre **1** et **2** permet d'actionner le solide **2**. L'accélération de la pesanteur est donnée par $\overrightarrow{g} = -g\overrightarrow{j_0}$.



Question 1 Réaliser le graphe d'analyse en faisant apparaître l'ensemble des actions mécaniques.

Question 2 Proposer une démarche permettant de déterminer les loi de mouvement de **1** et de **2** par rapport à $\mathcal{R}_0$.

Corrigé voir 2.

Mouvement RR 3D ★★

B2-14

C1-05 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

Question 3 Réaliser le graphe d'analyse en faisant apparaître l'ensemble des actions mécaniques.

Question 4 Proposer une démarche permettant de déterminer les loi de mouvement de **1** et de **2** par rapport à $\mathcal{R}_0$.