

1.1 Signaux périodiques

1.1.1 Caractéristique des signaux périodiques

Définition – Signal périodique

Un signal $s(t)$ est dit périodique de période T si $\forall t, s(t) = s(t + T)$.

Définition – Caractéristiques

On peut définir :

- la fréquence du signal, en Hertz Hz, $f = \frac{1}{T}$;
- la pulsation, pour un régime sinusoïdal, en rad s^{-1} : $\omega = 2\pi f$;
- la valeur maximale (ou de crête).

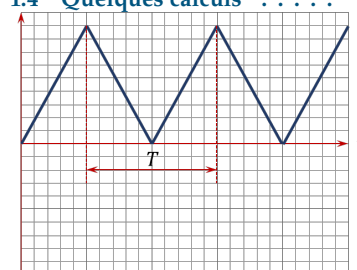


FIGURE 1.1 – Signal périodique

1.1.2 Valeur moyenne

Définition – Valeur moyenne

Valeur de la grandeur continue qui créerait la même aire qu'un signal périodique sur une période T . On a alors :

$$\langle s \rangle = \frac{1}{T} \int_{t_0}^{t_0+T} s(t) dt.$$

Propriété –

Si $s(t) = s_1(t) + s_2(t)$ alors $\langle s \rangle = \langle s_1 \rangle + \langle s_2 \rangle$.

La valeur moyenne est celle mesurée par un multimètre en position **DC** ou **=**.

Le courant moyen d'un courant périodique serait équivalent au courant continu qui transporterait la même quantité d'électricité que celle transportée durant une période.

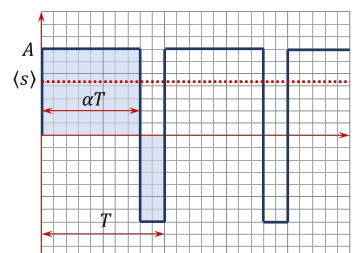


FIGURE 1.2 – Valeur moyenne

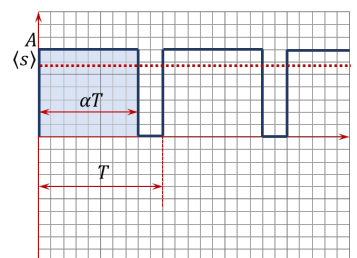


FIGURE 1.3 – Valeur moyenne

1.1.3 Valeur efficace

Définition – Valeur efficace

La valeur efficace S ou S_{eff} du signal $s(t)$ est donnée par

$$S_{\text{eff}} = \sqrt{\frac{1}{T} \int_{t_0}^{t_0+T} s^2(t) dt} = \sqrt{\langle s^2 \rangle}.$$

En anglais on parle de Root Mean Square (RMS).

La valeur efficace est celle mesurée par un multimètre en position \sim ou **AC+DC** ou **RMS**.

Le courant efficace d'un courant périodique serait équivalent au courant continu qui produirait le même dégagement de chaleur que lui dans une résistance durant une période.

Pour la figure 1.2 la valeur moyenne du signal est de 4,2. $S_{\text{eff}} = \sqrt{\frac{1}{T} \int_{t_0}^{t_0+T} s^2(t) dt} =$

$$\sqrt{\frac{1}{10} \left(\int_0^8 7^2(t) dt + \int_8^{10} 7^2(t) dt \right)} = \sqrt{\frac{1}{10} \left(\int_0^8 7^2(t) dt + \int_8^{10} 7^2(t) dt \right)} = \sqrt{\frac{1}{10} (49 \times 8 + 49 \times 2)} = 7$$

Pour la figure 1.3 la valeur moyenne du signal est de 5,6. Dans ce cas, la valeur efficace est de $S_{\text{eff}} = 6,26$.

1.1.4 Décomposition d'un signal périodique

Propriété –

Un signal périodique $s(t)$ est décomposable en une somme d'un signal alternatif $s_a(t)$ et d'un signal constant :

$$s(t) = \langle s \rangle + s_a(t).$$

On appelle $\langle s \rangle$ composante continue et $s_a(t)$ composante alternative ou d'ondulation. Par ailleurs, on a alors $\langle s_a \rangle = 0$.

FIGURE 1.4 – Décomposition d'un signal périodique



Sur les oscilloscopes :

- ▶ en couplage DC le signal complet $s(t)$ est affiché ;
- ▶ en couplage AC seule la composante alternative $s_a(t)$ est affichée.

On a $S_{\text{eff}}^2 = \langle s \rangle^2 + S_{a\text{eff}}^2$.

1.1.5 Signal alternatif et sinusoïdal

Définition –

On note $s(t) = A \sin(\omega t + \varphi)$ avec :

- ▶ A amplitude du signal ;
- ▶ ω pulsation en rad s^{-1} tel que $\omega = 2\pi f = \frac{2\pi}{T}$;
- ▶ φ phase à l'instant t .

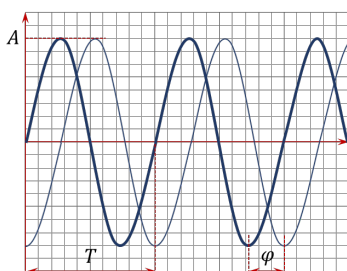


FIGURE 1.5 – Signal alternatif sinusoïdal

Résultat –

Pour un signal sinusoïdal, on a (voir paragraphe 1.4.1) $S_{\text{eff}} = \frac{A}{\sqrt{2}}$.

1.1.6 Puissance électrique**Définition – Puissance instantanée**

Soit un dipôle parcouru par un courant $i(t)$ et soumis à une tension $u(t)$. La puissance instantanée s'exprime par

$$p(t) = u(t)i(t).$$

Définition – Puissance active

Soit un dipôle parcouru par un courant $i(t)$ et soumis à une tension $u(t)$. La puissance active P en W s'exprime par :

$$P = \langle p(t) \rangle = \langle u(t)i(t) \rangle = \frac{1}{T} \int_0^T u(t)i(t) dt.$$

Puissance reçue par une résistance

La source de tension e est de la forme $e(t) = E \cos(\omega t + \varphi)$. En écrivant la loi des mailles dans le circuit de la figure 1.6 on a $u_R(t) = e(t)$. Par ailleurs, $u_R(t) = Ri(t)$; donc $i(t) = \frac{E}{R} \cos(\omega t + \varphi)$. $u_R(t)$ et $i(t)$ sont donc en phase.

La puissance instantanée reçue par le dipôle est $p(t) = \frac{E^2}{R} \cos^2(\omega t + \varphi)$.

La puissance active est $P = \frac{E^2}{2R} = \frac{E_{\text{eff}}^2}{R}$. Par ailleurs, $I = \frac{E}{R} \Rightarrow I_{\text{eff}}\sqrt{2} = \frac{E_{\text{eff}}\sqrt{2}}{R}$ et $I_{\text{eff}} = \frac{E_{\text{eff}}}{R}$; donc $P = RI_{\text{eff}}^2$.

Puissance reçue par un condensateur

La source de tension e est de la forme $e(t) = E \cos(\omega t + \varphi)$. En écrivant la loi des mailles dans le circuit de la figure 1.7 on a $u_C(t) = e(t)$. Par ailleurs, $i(t) = C \frac{d}{dt} [u_C(t)]$.

On a donc, $i(t) = -CE\omega \sin(\omega t + \varphi)$.

Or, $-\sin(x) = \cos(x + \frac{\pi}{2})$. On a donc $i(t) = CE\omega \cos(\omega t + \varphi + \frac{\pi}{2})$. La tension aux bornes du condensateur est donc « en retard » sur le courant.

La puissance instantanée s'exprime donc par $p(t) = i(t)u_C(t) = -CE\omega^2 \cos(\omega t + \varphi) \sin(\omega t + \varphi)$.

La puissance active se calcule donc ainsi :

$$P = -\frac{CE\omega^2}{T} \underbrace{\int_0^T \cos(\omega t + \varphi) \sin(\omega t + \varphi) dt}_0 = 0.$$

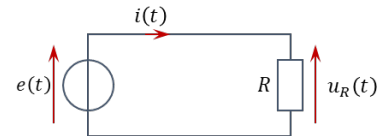


FIGURE 1.6 – Circuit R

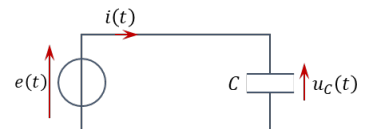


FIGURE 1.7 – Circuit RC

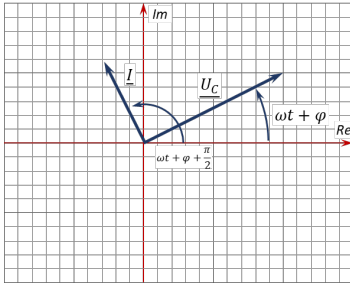


FIGURE 1.8 – Signal alternatif sinusoïdal

1: $\underline{i}^*(t)$ est le nombre complexe conjugué de $\underline{i}(t)$.

La puissance active va permettre de chauffer, déplacer une charge, produire un mouvement *etc.*

La puissance apparente permet de dimensionner les composants d'alimentation et de distribution.

La puissance réactive est source de pertes par effet Joule. Il est important de la réduire autant que possible dans une installation électrique.

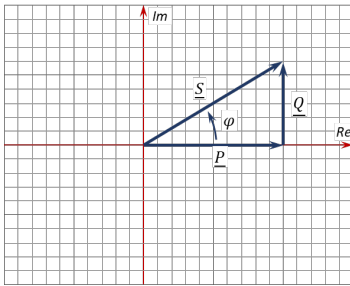


FIGURE 1.9 – Représentation graphique des puissances

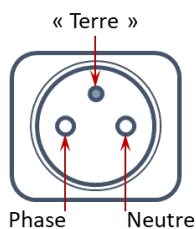


FIGURE 1.10 – Prise électrique

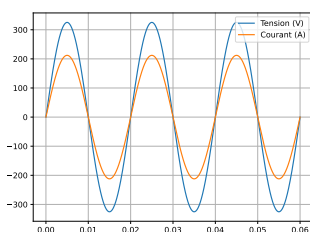


FIGURE 1.11 – Tension et courant sinusoïdaux

Représentation dans le plan complexe

1.1.7 Puissance apparente complexe

1

Définition – Puissance apparente

À la tension $u(t) = U \cos(\omega t + \varphi_u)$ on associe sa représentation complexe $\underline{u}(t) = U e^{j(\omega t + \varphi_u)}$.

On note $i(t) = I \cos(\omega t + 0)$.

La puissance apparente se définit donc par :

$$\underline{s}(t) = \frac{1}{2} \underline{u}(t) \underline{i}^*(t) = P + jQ$$

On appelle alors :

- ▶ $|\underline{s}(t)| = S = \frac{1}{2} UI = U_{\text{eff}} I_{\text{eff}}$ la puissance apparente en VA ;
- ▶ $P = \frac{1}{2} UI \cos \varphi = U_{\text{eff}} I_{\text{eff}} \cos \varphi$ la puissance active en W ;
- ▶ $Q = \frac{1}{2} UI \sin \varphi = U_{\text{eff}} I_{\text{eff}} \sin \varphi$ la puissance réactive en VAR.

1.2 Alimentation monophasée

Aux bornes d'une prise électrique domestique, l'alimentation est sinusoïdale monophasée. Entre la phase et le neutre on mesure une tension simple $v(t)$ dont la valeur efficace est de 230 V.

Ainsi l'amplitude du signal est de 325 V.

La tension et le courant distribués sont sinusoïdaux. On note $i(t) = I_{\text{eff}} \sqrt{2} \sin(\omega t)$ et $v(t) = V_{\text{eff}} \sqrt{2} \sin(\omega t + \varphi)$.

1.2.1 Evaluation de la puissance

Puissance instantanée

On a $p(t) = v(t)i(t) = V_{\text{eff}} \sqrt{2} \sin(\omega t + \varphi) \times I_{\text{eff}} \sqrt{2} \sin(\omega t) = 2V_{\text{eff}} I_{\text{eff}} \sin(\omega t + \varphi) \times \sin(\omega t)$

$$= V_{\text{eff}} I_{\text{eff}} (\cos(\omega t + \varphi - \omega t) - \cos(\omega t + \varphi + \omega t))$$

$$= V_{\text{eff}} I_{\text{eff}} (\cos(\varphi) - \cos(2\omega t + \varphi))$$

Puissance active

1.3 Alimentation alternative sinusoïdale triphasée

L'alimentation triphasée est très répandue que ce soit dans le domaine industriel, lorsque les puissances à fournir sont importantes, mais aussi dans certaines maisons individuelles où les besoins sont importants.

À puissance équivalente, une installation triphasée nécessite moins de cuivre qu'une installation monophasée. De plus certaines machines travaillent de manière optimale en triphasé.

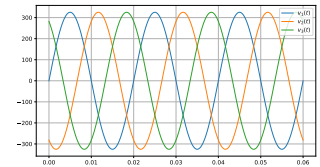
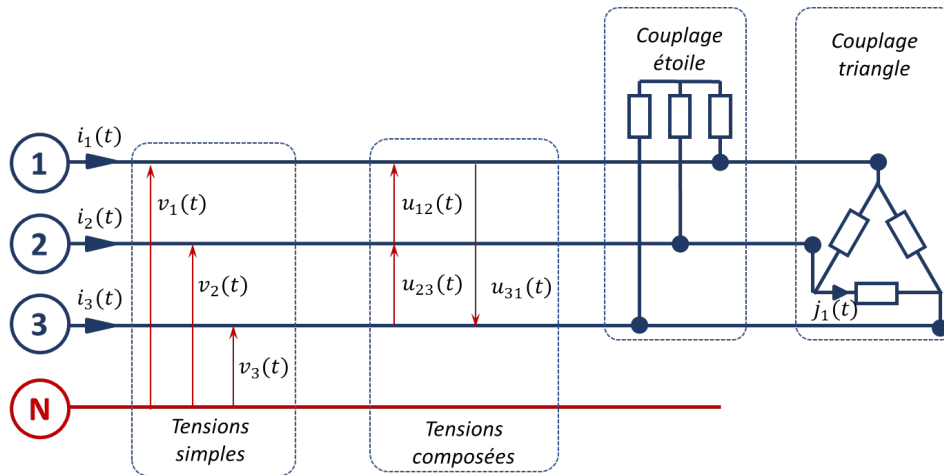


FIGURE 1.12 – Tensions simples

Les tensions simples se mesurent entre chacune des phases et le neutre. Elles sont

$$\text{chacune décalées d'un tiers de période : } \begin{cases} v_1(t) = V_{\text{eff}} \sqrt{2} \sin(\omega t) \\ v_2(t) = V_{\text{eff}} \sqrt{2} \sin\left(\omega t - \frac{2\pi}{3}\right) \\ v_3(t) = V_{\text{eff}} \sqrt{2} \sin\left(\omega t - \frac{4\pi}{3}\right) \end{cases}.$$

Les tensions composées se mesurent entre chaque phases. Elles sont chacune décalées

$$\text{d'un tiers de période : } \begin{cases} u_{12}(t) = v_1(t) - v_2(t) \\ u_{23}(t) = v_2(t) - v_3(t) \\ u_{31}(t) = v_3(t) - v_1(t) \end{cases}.$$

En traçant les tensions simples dans le plan complexe, on peut en déduire différents résultats. Par exemple, l'amplitude de la tension $U_{12} = |u_{12}(t)|$ est égale à $2V_1 \cos 30^\circ = V_1 \sqrt{3}$.

Résultat – Relation Tension simple – Tension composée

$$U_{12} = V_1 \sqrt{3}$$

FIGURE 1.13 – Réseau triphasé

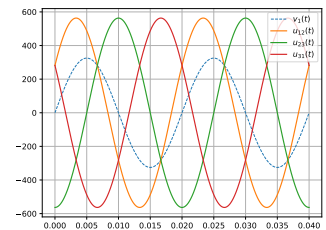


FIGURE 1.14 – Tensions composées

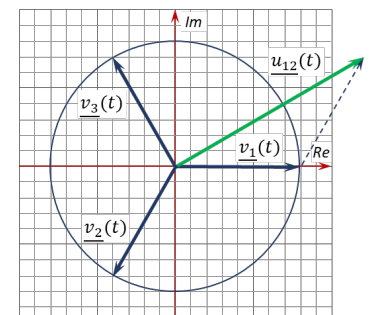


FIGURE 1.15 – Interprétation graphique

1.3.1 Couplages

Définition – Récepteur équilibré

Un récepteur triphasé est dit équilibré s'il est constitué de trois dipôles identiques (même impédance Z , même facteur de puissance $\cos \varphi$).

On note i les courants passant dans les fils du réseau triphasé.

On note j les courants traversant les dipôles.

Couplage en étoile

D'après la loi des nœuds, $i_1 + i_2 + i_3 = i_N$. S'agissant des mêmes impédances, on a $i_N = 0$. Pour un système équilibré, le fil de neutre peut donc être enlevé sur le schéma.

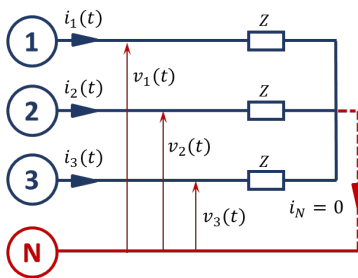


FIGURE 1.16 – Couplage en étoile

	Puissance active	Puissance réactive
1 phase du récepteur	$P_1 = V_{\text{eff}} I_{\text{eff}} \cos \varphi$	$Q_1 = V_{\text{eff}} I_{\text{eff}} \sin \varphi$
Récepteur complet	$P = 3P_1 = 3V_{\text{eff}} I_{\text{eff}} \cos \varphi$	$Q = 3Q_1 = 3V_{\text{eff}} I_{\text{eff}} \sin \varphi$

La puissance apparente est donc donnée par $S = \sqrt{P^2 + Q^2} = 3V_{\text{eff}} I_{\text{eff}}$.

Démonstration On a $\underline{I}_1 = I_{\text{eff}} \sqrt{2} e^{j(\omega t)}$ et $\underline{V}_1 = V_{\text{eff}} \sqrt{2} e^{j(\omega t + \varphi)}$. La puissance apparente dans un enroulement est donc $\underline{S} = \frac{1}{2} V_{\text{eff}} \sqrt{2} e^{j(\omega t + \varphi)} I_{\text{eff}} \sqrt{2} e^{-j(\omega t)} = I_{\text{eff}} V_{\text{eff}} e^{j\varphi}$ et $P_a = I_{\text{eff}} V_{\text{eff}} \cos \varphi$.

Pertes par effet Joule On ne considère que la partie résistive r du récepteur. La résistance entre phase vaut $R = 2r$

- Perte dans une phase du récepteur : $P = r I_{\text{eff}}^2$.
- Perte dans le récepteur : $P = 3r I_{\text{eff}}^2$.

Couplage en triangle

On a $i_1 + i_2 + i_3 = 0$ et $j_{12} + j_{23} + j_{31} = 0$.

On montre que $J = \frac{I}{\sqrt{3}}$ et $U = V\sqrt{3}$.

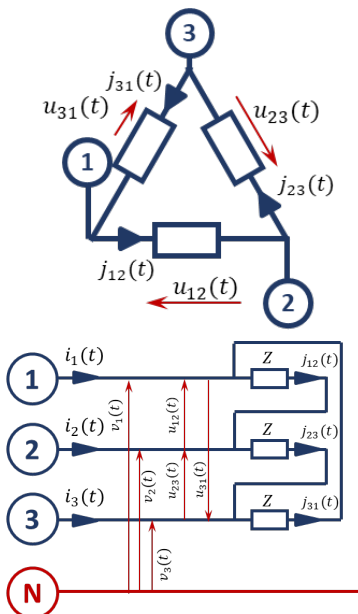


FIGURE 1.17 – Couplage en triangle

	Puissance active	Puissance réactive
1 phase du récepteur	$P_1 = U_{\text{eff}} J_{\text{eff}} \cos \varphi$	$Q_1 = U_{\text{eff}} J_{\text{eff}} \sin \varphi$
Récepteur complet	$P = 3P_1 = 3U_{\text{eff}} J_{\text{eff}} \cos \varphi$	$Q = 3Q_1 = 3U_{\text{eff}} J_{\text{eff}} \sin \varphi$

La puissance apparente est donc donnée par $S = \sqrt{P^2 + Q^2} = 3U_{\text{eff}} J_{\text{eff}}$.

Pertes par effet Joule On ne considère que la partie résistive r du récepteur. La résistance entre phase vaut $R = \frac{2}{3}r$

- Perte dans une phase du récepteur : $P = r J_{\text{eff}}^2$.
- Perte dans le récepteur : $P = 3r J_{\text{eff}}^2$.

1.4 Quelques calculs

1.4.1 Intégrale $\frac{1}{T} \int_0^T A^2 \sin^2(\omega t + \varphi) dt$.

$$\begin{aligned}
 I &= \frac{1}{T} \int_0^T A^2 \sin^2(\omega t + \varphi) dt = \frac{A^2}{2T} \int_0^T (1 - \cos(2(\omega t + \varphi))) dt \\
 &= \frac{A^2}{2T} \left([t]_0^T - \left[\frac{1}{2\omega} \sin(2(\omega t + \varphi)) \right]_0^T \right) \\
 &= \frac{A^2}{2T} \left(T - \frac{1}{2\omega} [\sin(2(\omega T + \varphi)) - \sin(2(\omega \times 0 + \varphi))] \right) \\
 &= \frac{A^2}{2T} \left(T - \frac{1}{2\omega} [\sin(2(\omega T + \varphi)) - \sin(2\varphi)] \right) \\
 &= \frac{A^2}{2T} \left(T - \frac{1}{2\omega} (\sin(2\omega T) \cos(2\varphi) + \cos(2\omega T) \sin(2\varphi) - \sin(2\varphi)) \right).
 \end{aligned}$$

On a $\omega = \frac{2\pi}{T}$.

$$\begin{aligned}
 I &= \frac{A^2}{2T} \left(T - \frac{1}{2 \frac{2\pi}{T}} \left(\sin\left(2 \frac{2\pi}{T} T\right) \cos(2\varphi) + \cos\left(2 \frac{2\pi}{T} T\right) \sin(2\varphi) - \sin(2\varphi) \right) \right) \\
 &= \frac{A^2}{2T} \left(T - \frac{T}{4\pi} (\sin(2\varphi) - \sin(2\varphi)) \right) = \frac{A^2}{2}
 \end{aligned}$$

1.4.2 Notation complexe

Définition –

Soit un signal mathématique $x(t) = X \cos(\omega t + \varphi)$. On lui associe une grandeur complexe : $\underline{x}(t) = X e^{j(\omega t + \varphi)}$.

Résultat – Retour au signal réel

- $x(t) = \text{Re}(\underline{x}(t))$
- $\varphi \dots$

Résultat –

Si $u(t) = U \cos(\omega t + \varphi)$ et $i(t) = I \cos(\omega t + \varphi')$ alors on montre que

$$p(t) = \frac{UI}{2} (\cos(2\omega t + \varphi + \varphi') + \cos(\varphi - \varphi'))$$

Rappel :

- forme algébrique : $\underline{z} = a + jb$;
- forme trigonométrique $\underline{z} = Z(\cos \varphi + j \sin \varphi)$;
- forme exponentielle $\underline{z} = Z e^{j\varphi}$.

Application 0

Machines Synchrones – Alternateur –

Corrigé

Ressources de Philippe Dubois.

Un alternateur triphasé dont les enroulements de stator sont couplés en étoile, fournit en charge nominale, un courant (efficace) $I = 200 \text{ A}$ sous une tension simple (efficace) $V = 2,88 \text{ kV}$ lorsque la charge est inductive et de facteur de puissance est égal à 0,87. La résistance d'un enroulement statorique vaut $R = 0,20 \Omega$. La vitesse de rotation de la roue polaire est $N_s = 750 \text{ tr min}^{-1}$. Les tensions produites ont pour fréquence $f = 50 \text{ Hz}$. L'ensemble des pertes constantes et par effet Joule dans le rotor atteint 55 kW. Un essai à vide, à la fréquence de rotation nominale, a donné les résultats suivants pour lesquels I_e est l'intensité du courant d'excitation et E_0 la valeur efficace de la tension entre une phase et le neutre.

$I_e \text{ (A)}$	0	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100
$E_0 \text{ (V)}$	0	606	1212	1819	2425	3002	3435	3782	4041	4215	4330

Un essai en court-circuit a donné, pour un courant d'excitation d'intensité $I_e = 40 \text{ A}$, un courant dans les enroulements du stator $I_{cc} = 2,5 \text{ kA}$.

Question 1 Quel est le nombre de paires de pôles du rotor ?

Correction

$$\text{On a } N_s = \frac{60f}{p} \Rightarrow p = \frac{60f}{N_s} = \frac{60 \times 50}{750} = 4 \text{ paires de pôles.}$$

Question 2 Calculer la réactance synchrone X_s de l'alternateur lorsqu'il n'est pas saturé.

Correction

Il s'agit d'un essai en court-circuit. On a $\underline{I} = I_{cc} \sqrt{2} e^{j(\omega t)}$.

Si le courant d'excitation du rotor est de 40 A, alors $\underline{E} = E_0 \sqrt{2} e^{j(\omega t + \varphi)}$ avec $E_0 = 2425 \text{ V}$.

Enfin, $\underline{U}_X = I_{cc} j L \omega \sqrt{2} e^{j(\omega t)}$

$$\text{On a donc } E_0^2 \sqrt{2}^2 = (I_{cc} L \omega \sqrt{2})^2 + (R I_{cc} \sqrt{2})^2 \Rightarrow E_0^2 = I_{cc}^2 L^2 \omega^2 + R^2 I_{cc}^2.$$

$$\text{Ainsi, } L \omega = \sqrt{\frac{E_0^2 - R^2 I_{cc}^2}{I_{cc}^2}}. \text{ AN : } L \omega = \frac{\sqrt{2425^2 - 0,2^2 \times 2500^2}}{2500} = 0,95 \Omega$$

On supposera X_s constante pour la suite.

Question 3 En déduire la f.e.m. synchrone E au point de fonctionnement nominal et en déduire le courant d'excitation.

Correction

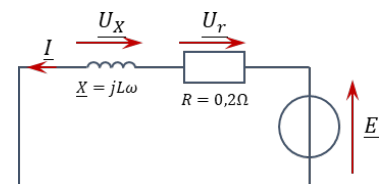
On a maintenant $\underline{V} = V \sqrt{2} e^{j(\omega t + \varphi)}$ et $\underline{E} = E \sqrt{2} e^{j(\omega t + \psi)}$. (On cherche E , et $V = 2,88 \text{ kV}$.)

$$\text{On a donc } \begin{cases} R I_{cc} \sqrt{2} + V \sqrt{2} \cos \varphi = E \sqrt{2} \cos \psi \\ I_{cc} \sqrt{2} L \omega + V \sqrt{2} \sin \varphi = E \sqrt{2} \sin \psi \end{cases}$$

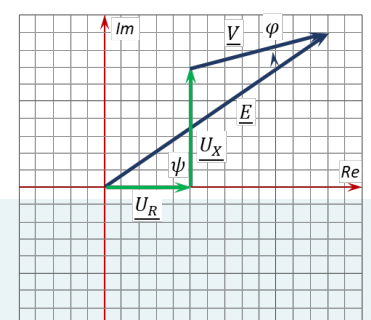
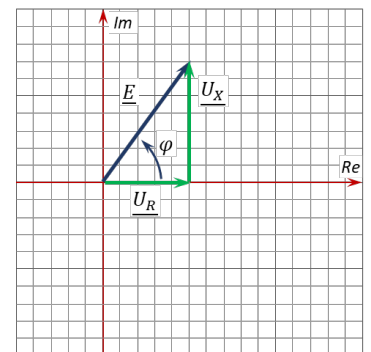
$$\Rightarrow E^2 = R^2 I_{cc}^2 + V^2 \cos^2 \varphi + 2 R I_{cc} V \cos \varphi + I_{cc}^2 L^2 \omega^2 + V^2 \sin^2 \varphi + 2 I_{cc} L \omega V \sin \varphi$$

$$\Rightarrow E^2 = R^2 I_{cc}^2 + V^2 + I_{cc}^2 L^2 \omega^2 + 2 I V (L \omega \sin \varphi + R \cos \varphi)$$

On a donc $E = 3012 \text{ V}$ et $I_e \approx 50 \text{ A}$.



Modèle d'un enroulement du stator (1 phase) – Induit
COURT – CIRCUIT



Question 4 Calculer la puissance nominale fournie par l'alternateur et le rendement au point de fonctionnement nominal.

Correction

Application 1

Machines Synchrones – Alternateur –

Corrigé

Ressources de Philippe Dubois.

La plaque signalétique d'un alternateur² triphasé donne :

- ▶ $S = 2 \text{ MVA}$;
- ▶ $2885 \text{ V}/5000 \text{ V}$;
- ▶ 50 Hz ;
- ▶ 1500 tr/min .

Les enroulements sont couplés en étoile, on mesure la résistance entre deux phases $R_{\text{mes}} = 0,40 \Omega$. On note L l'impédance d'un enroulement d'une phase. La résistance du rotor $R_e = 10 \Omega$. L'ensemble des pertes fer et mécaniques valent 65 kW .

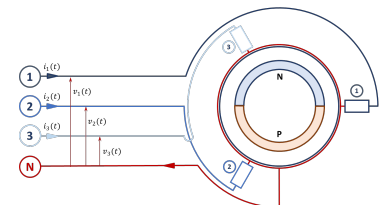
Un essai « à vide » donne une caractéristique d'équation $E = 100I_e$ ou E est la valeur efficace de la fem induite dans un enroulement et I_e est l'intensité du courant d'excitation : $0 < I_e < 50 \text{ A}$.

Question 1 Déterminer le nombre de pôles de la machine.

Correction

À 50 Hz et 1 paire de pôles, on tourne à 50 tr/s soient 3000 tr/min . Pour aller à 1500 tr/min il faut donc 2 paires de pôles.

$$\text{On a aussi } N_s = \frac{60f}{p} \Rightarrow p = \frac{60 \times 50}{1500} = 2.$$



Question 2 Rappeler dans quelles conditions est réalisé l'essai « à vide ».

Correction

Source ? Moteur entraîné par un MCC à la vitesse de synchronisme ? On mesure une tension simple sur le stator ? et le courant dans le rotor ? LE courant dans le moteur s'appelle courant d'excitation ? On fait comment pour le mesurer ?

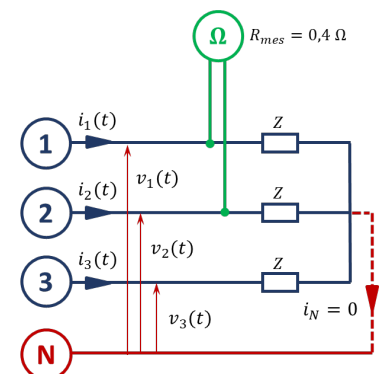
Question 3 Déterminer la résistance r d'un enroulement statorique.

Correction

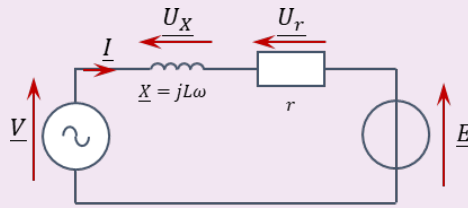
Il s'agit ici d'un couplage en étoile. On mesure la résistance entre deux phases. Dans cette configuration, on mesure la tension aux bornes de deux enroulements en série. En notant r la résistance d'un enroulement, on a donc $R_{\text{mes}} = 2r$.

$$\text{AN : } r = 0,2 \Omega.$$

Question 4 Donner le schéma équivalent d'un enroulement.

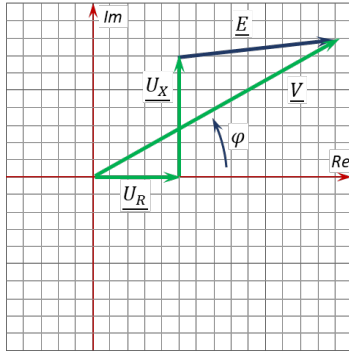


Correction



Modèle d'un enroulement du stator (1 phase) – Induit

3: Piège? Indication à virer sachant qu'après on a besoin de la tension simple et pas de la tension composée?



En charge cet alternateur alimente une installation triphasée équilibrée, inductive, de facteur puissance 0,80, sous une tension efficace nominale $U_n = 5000$ V entre phases³. L'intensité efficace du courant en ligne est alors $I_n = 200$ A et le courant d'excitation $I_e = 32$ A.

Question 5 Tracer le diagramme de Fresnel.

Correction

La loi des mailles en notation complexe s'écrit $\underline{V} = \underline{U}_X + \underline{U}_r + \underline{E}$. Par ailleurs, $\underline{I} = I_n \sqrt{2}$, $\underline{E} = 100 I_e \sqrt{2} e^{j\psi}$, $\underline{V} = V e^{j\varphi}$ tel que $\cos \varphi = 0,8$ et $V = V_{\text{eff}} \sqrt{2} = 2885 \sqrt{2}$, $\underline{U}_r = R \underline{I}$ et $\underline{U}_X = jL\omega \underline{I}$.

Question 6 En faisant l'hypothèse que $r \ll L\omega_s$, déterminer la valeur de L .

Correction

La loi des mailles devient $\underline{V} = \underline{U}_X + \underline{E}$. On a alors
$$\begin{cases} E \cos \psi = V_{\text{eff}} \sqrt{2} \cos \varphi \\ E \sin \psi + L\omega I_n \sqrt{2} = V_{\text{eff}} \sqrt{2} \sin \varphi \end{cases} \text{ soit } \begin{cases} E \cos \psi = V_{\text{eff}} \sqrt{2} \cos \varphi \\ E \sin \psi = V_{\text{eff}} \sqrt{2} \sin \varphi - L\omega I_n \sqrt{2} \end{cases}$$
 On a donc $2 \times 100^2 I_e^2 = 2 V_{\text{eff}}^2 \cos^2 \varphi + 2 V_{\text{eff}}^2 \sin^2 \varphi + 2 L^2 \omega^2 I_n^2 - 4 V_{\text{eff}} I_n L \sin \varphi$
 $\Rightarrow 100^2 I_e^2 = V_{\text{eff}}^2 + L^2 \omega^2 I_n^2 - 2 V_{\text{eff}} I_n L \sin \varphi$
 $\Rightarrow L^2 \omega^2 I_n^2 - 2 V_{\text{eff}} I_n L \sin \varphi + V_{\text{eff}}^2 - 100^2 I_e^2 = 0$
 Résolution d'un polynôme d'ordre 2 : $L\omega = 19,7 \Omega$.

Question 7 Calculer la puissance utile, les différentes pertes, la puissance absorbée totale, le rendement et le moment du couple nécessaire pour entrainer la machine synchrone.

Correction

- La puissance active (qui est donc utile?) reçue par les 3 enroulements est $P_u = 3 V_{\text{eff}} I_{\text{eff}} \cos \varphi$ ($I_{\text{eff}} = I_n$). AN : $P_u = 3 \times 2885 \times 200 \times 0,8 = 1384,8$ kW. (On pourrait aussi utiliser la tension composée $P_u = 3 \frac{U_{\text{eff}}}{\sqrt{3}} I_{\text{eff}} \cos \varphi = \sqrt{3} U_{\text{eff}} I_{\text{eff}} \cos \varphi$).
- Pertes fer et pertes mécaniques : $P_{\text{fm}} = 65$ kW.
- Pertes effet Joule stator : $P_{\text{js}} = 3 r I_n^2$. AN : $P_j = 3 \times 0,2 \times 200^2 = 24$ kW.
- Puissance des pertes totales $P_p = P_{\text{fm}} + P_{\text{js}} = 89$ kW.

La puissance absorbée (c'est quoi en fait?) $P_{\text{em}} = P_u - P_p = 1295,8$ kW.

Le couple mécanique est donc $C = \frac{P_{\text{em}}}{1500 \times 2 \times \pi / 60} = 8,2$ kN m.

Rendement : $\eta = \frac{P_{\text{em}}}{P_u} = 93$ %.