

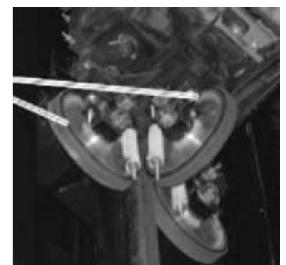
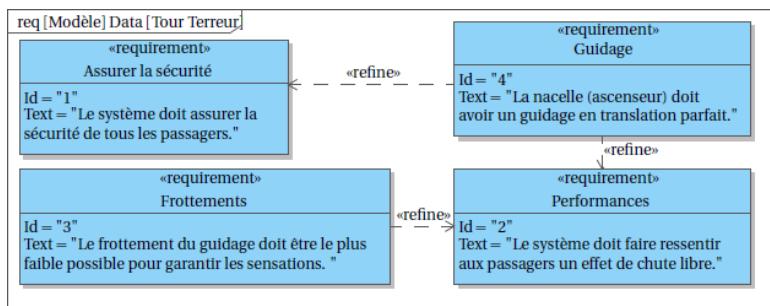
Application 1 : Tour de la terreur – Sujet

D'après Livre Ed. Vuibert.

La Tour de la terreur du parc Walt Disney Studios propose aux visiteurs d'entrer dans une tour et d'effectuer une chute de 13 étages dans un ascenseur. L'ascenseur est guidé en translation sur deux rails par 12 galets répartis sur 4 systèmes de guidage.

Cahier des charges

Le diagramme des exigences partiel de la Tour de la terreur est donné figure suivante.



Guidage en A

FIGURE 3.1 – Guidage de l'ascenseur.

Objectif

L'objectif est d'analyser différentes liaisons en parallèle ou en série de la Tour de la terreur afin de valider l'exigence de précision du guidage lors de la descente.

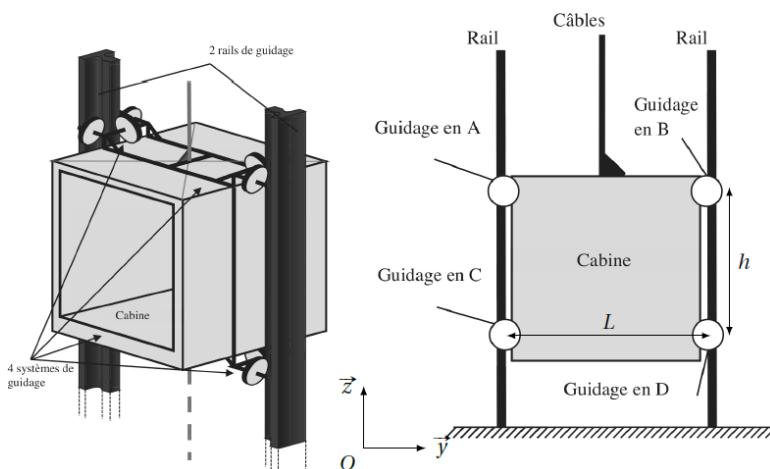


FIGURE 3.2 – Diagramme des exigences partiel.

On modélise chaque contact entre un galet et le rail par une liaison ponctuelle. On modélise chaque liaison entre un galet et la cabine par une liaison pivot.

Afin de simplifier l'étude, nous nous intéressons d'abord à la liaison équivalente à une liaison pivot en série avec une liaison ponctuelle (liaison réalisée entre la cabine et un rail par l'intermédiaire d'un seul galet).

Question 1 En utilisant le modèle de la figure précédente, montrer que l'association en série d'une ponctuelle de normale \vec{n} et d'une liaison pivot d'axe \vec{z} est équivalente à une liaison ponctuelle de normale \vec{n} .

Dans la suite, nous considérerons cette simplification pour tous les galets.

FIGURE 3.3 – Modélisation de la Tour.

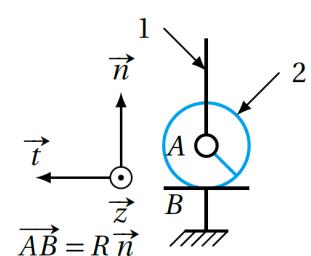


FIGURE 3.4 – Association en série d'une liaison pivot et d'une liaison ponctuelle.

Question 2 Proposer un graphe des liaisons faisant intervenir les modèles des 12 galets entre le rail et l'ascenseur.

Question 3 Donner le torseur cinématique d'une liaison ponctuelle ou sphère-plan en précisant le point d'écriture et la base.

Question 4 Montrer que l'association de trois liaisons ponctuelles en parallèle au niveau d'un guidage (A , B , C ou D) est équivalente à une liaison sphère-cylindre dont on précisera les caractéristiques.

Question 5 Montrer que l'association en parallèle de deux liaisons sphère-cylindre de même axe est équivalente à une liaison pivot glissant.

Question 6 Conclure sur la liaison équivalente entre la cabine et le rail compte tenu des résultats précédents.

Question 7 Pourquoi utilise-t-on cette solution pour guider la cabine de l'ascenseur ?

Application 1 : Tour de la terreur – Corrigé

D'après Livre Ed. Vuibert.

La Tour de la terreur du parc Walt Disney Studios propose aux visiteurs d'entrer dans une tour et d'effectuer une chute de 13 étages dans un ascenseur. L'ascenseur est guidé en translation sur deux rails par 12 galets répartis sur 4 systèmes de guidage.

Cahier des charges

Le diagramme des exigences partiel de la Tour de la terreur est donné figure suivante.

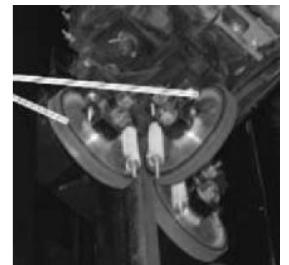
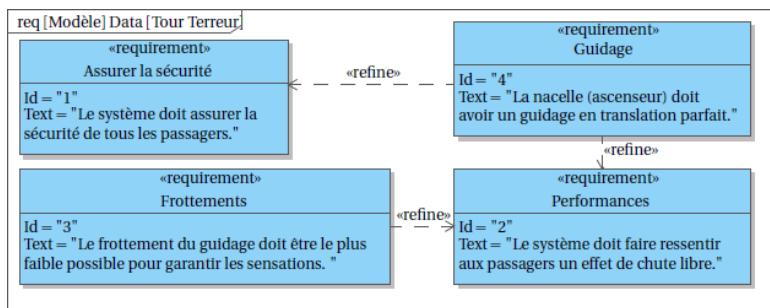


FIGURE 3.5 – Guidage de l'ascenseur.

FIGURE 3.6 – Diagramme des exigences partielles.

Objectif

L'objectif est d'analyser différentes liaisons en parallèle ou en série de la Tour de la terreur afin de valider l'exigence de précision du guidage lors de la descente.

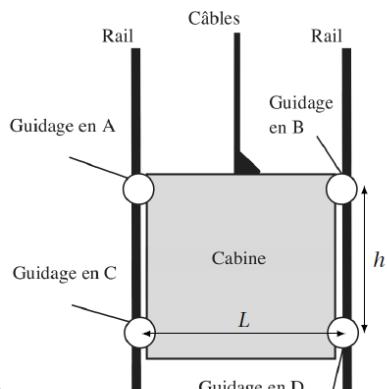
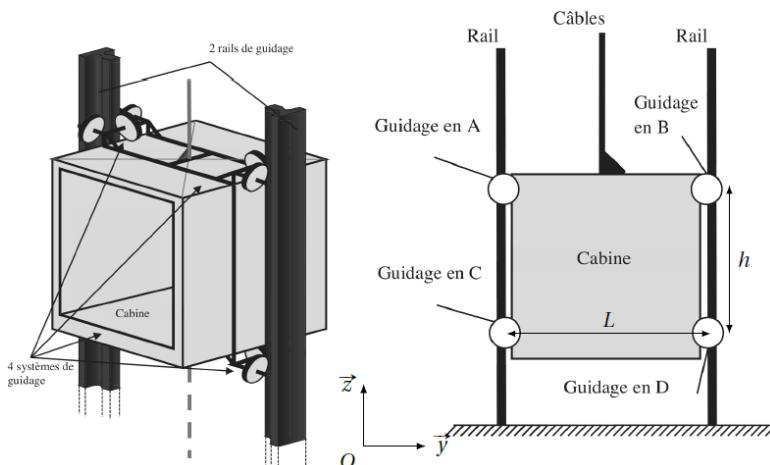


FIGURE 3.7 – Modélisation de la Tour.

On modélise chaque contact entre un galet et le rail par une liaison ponctuelle. On modélise chaque liaison entre un galet et la cabine par une liaison pivot.

Afin de simplifier l'étude, nous nous intéressons d'abord à la liaison équivalente à une liaison pivot en série avec une liaison ponctuelle (liaison réalisée entre la cabine et un rail par l'intermédiaire d'un seul galet).

Question 1 En utilisant le modèle de la figure précédente, montrer que l'association en série d'une ponctuelle de normale \vec{n} et d'une liaison pivot d'axe \vec{z} est équivalente à une liaison ponctuelle de normale \vec{n} .

Dans la suite, nous considérerons cette simplification pour tous les galets.

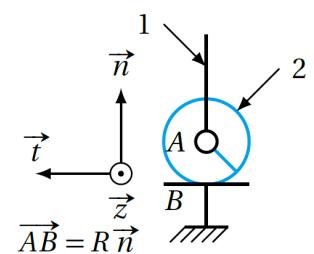


FIGURE 3.8 – Association en série d'une liaison pivot et d'une liaison ponctuelle.

Question 2 Proposer un graphe des liaisons faisant intervenir les modèles des 12 galets entre le rail et l'ascenseur.

Question 3 Donner le torseur cinématique d'une liaison ponctuelle ou sphère-plan en précisant le point d'écriture et la base.

Question 4 Montrer que l'association de trois liaisons ponctuelles en parallèle au niveau d'un guidage (A , B , C ou D) est équivalente à une liaison sphère-cylindre dont on précisera les caractéristiques.

Question 5 Montrer que l'association en parallèle de deux liaisons sphère-cylindre de même axe est équivalente à une liaison pivot glissant.

Question 6 Conclure sur la liaison équivalente entre la cabine et le rail compte tenu des résultats précédents.

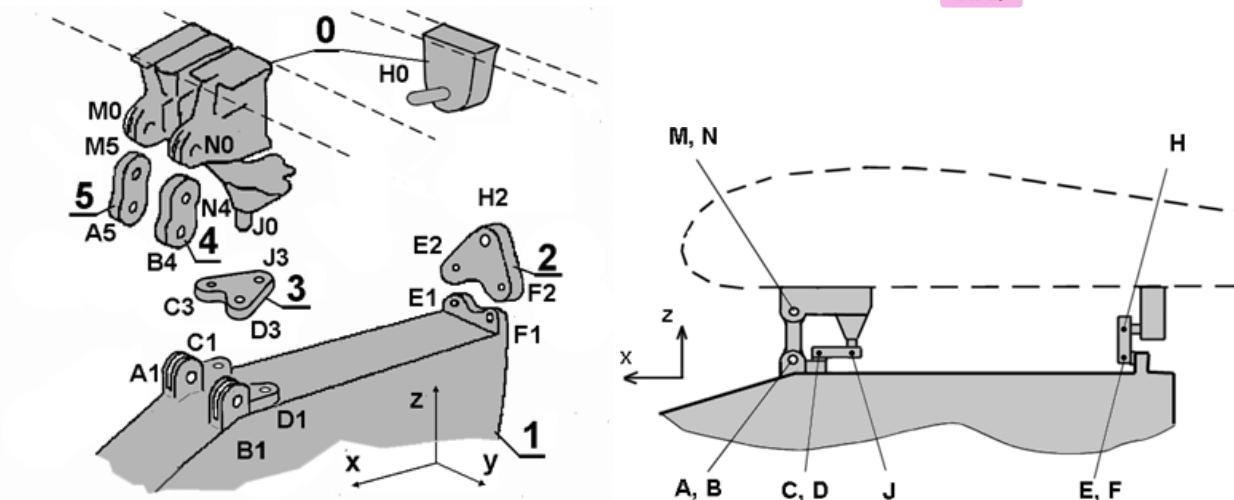
Question 7 Pourquoi utilise-t-on cette solution pour guider la cabine de l'ascenseur ?

Application 2 : Mât réacteur A320 – Sujet

D'après F. Weiss.

L'étude porte sur la solution d'assemblage choisie entre le mât-réacteur et l'aile de l'avion A320. Les figures suivantes présentent les différentes pièces de cet assemblage ainsi que la disposition des liaisons dans le plan (\vec{X}, \vec{Z}).

B2-15



Le mât-réacteur (1) est suspendu à l'aile (0) grâce aux deux biellettes (4) et (5). Les articulations réalisées aux points A, B, N et M sont considérées comme des liaisons « sphériques ». On a : $\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{BN} = a\vec{z}$. Les mouvements du mât-réacteur (1) par rapport à l'aile (0) sont stoppés par la présence de deux triangles (2) et (3). Le triangle (2) est articulé sur (1) par deux liaisons « shériques » de centres E et F , et sur (0) par une liaison « sphérique » de centre H . On a : $\overrightarrow{EF} = e\vec{y}$ et $\overrightarrow{EH} = \frac{1}{2}e\vec{y} + h\vec{z}$.

Le triangle (3) est articulé sur (1) par deux liaisons « shériques » de centres C et D , et sur (0) par une liaison « sphérique » de centre J . On a : $\overrightarrow{CD} = a\vec{y}$ et $\overrightarrow{CJ} = \frac{1}{2}c\vec{y} - j\vec{x}$.

Question 1 Tracer le graphe de structure de l'assemblage.

Question 2 Déterminer la liaison équivalente entre (1) et (0) réalisée par la biellette (4) puis par la biellette (5).

Question 3 Déterminer la liaison équivalente réalisée entre (1) et (0) par le triangle (2) puis par le triangle (3).

Question 4 Tracer en perspective le schéma architectural de l'assemblage du mât (1) sur l'aile (0) en utilisant les modèles des liaisons équivalentes déterminées aux questions précédentes.

Question 5 Déterminer le degré d'hyperstatisme de l'assemblage (1)/(0) ; justifier l'intérêt du résultat en raisonnant sur les dilatations provoquées par des températures et des matériaux différents pour l'aile et le mât-réacteur.

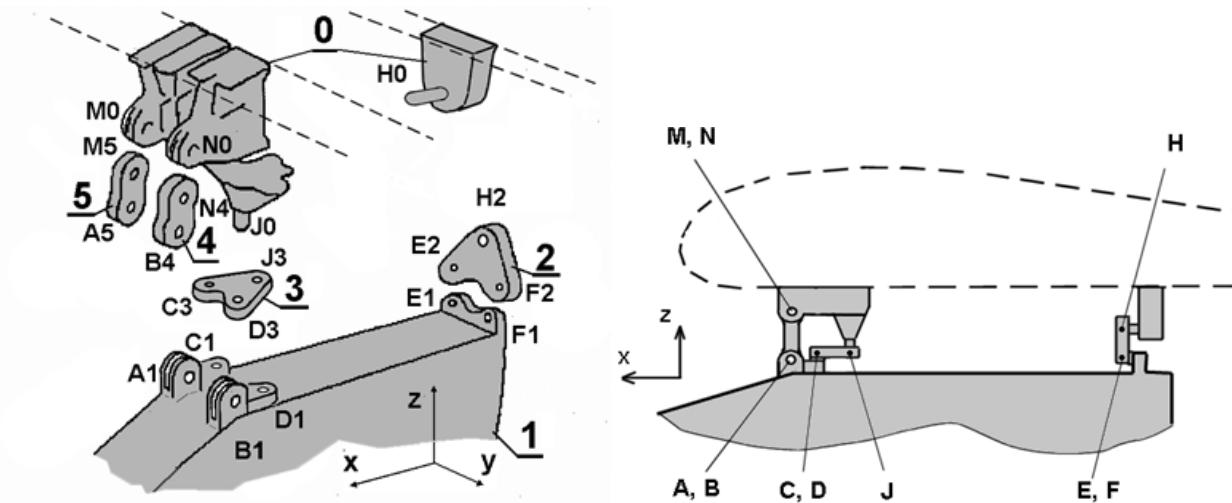
Application 2 :

Mât réacteur A320 – Corrigé

D'après F. Weiss.

L'étude porte sur la solution d'assemblage choisie entre le mât-réacteur et l'aile de l'avion A320. Les figures suivantes présentent les différentes pièces de cet assemblage ainsi que la disposition des liaisons dans le plan (\vec{X}, \vec{Z}).

B2-15



Le mât-réacteur (1) est suspendu à l'aile (0) grâce aux deux bielles (4) et (5). Les articulations réalisées aux points A, B, N et M sont considérées comme des liaisons « sphériques ». On a : $\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{BN} = a\vec{z}$. Les mouvements du mât-réacteur (1) par rapport à l'aile (0) sont stoppés par la présence de deux triangles (2) et (3). Le triangle (2) est articulé sur (1) par deux liaisons « shériques » de centres E et F , et sur (0) par une liaison « sphérique » de centre H . On a : $\overrightarrow{EF} = e\vec{y}$ et $\overrightarrow{EH} = \frac{1}{2}e\vec{y} + h\vec{z}$.

Le triangle (3) est articulé sur (1) par deux liaisons « shériques » de centres C et D , et sur (0) par une liaison « sphérique » de centre J . On a : $\overrightarrow{CD} = a\vec{y}$ et $\overrightarrow{CJ} = \frac{1}{2}c\vec{y} - j\vec{x}$.

Question 1 Tracer le graphe de structure de l'assemblage.

Question 2 Déterminer la liaison équivalente entre (1) et (0) réalisée par la bielette (4) puis par la bielette (5).

Question 3 Déterminer la liaison équivalente réalisée entre (1) et (0) par le triangle (2) puis par le triangle (3).

Question 4 Tracer en perspective le schéma architectural de l'assemblage du mât (1) sur l'aile (0) en utilisant les modèles des liaisons équivalentes déterminées aux questions précédentes.

Question 5 Déterminer le degré d'hyperstatisme de l'assemblage (1)/(0); justifier l'intérêt du résultat en raisonnant sur les dilatations provoquées par des températures et des matériaux différents pour l'aile et le mât-réacteur.

Ascenseur de la Tour de la terreur

$$6) \text{ Le torseur cinétique de la liaison pivot en A est } \{\mathcal{V}_{2/1}\} = \begin{Bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ \omega_{21}^z & 0 \end{Bmatrix}_{A(\vec{n}, \vec{t}, \vec{z})}$$

$$= \begin{Bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & -R\omega_{21}^z \\ \omega_{21}^z & 0 \end{Bmatrix}_{B(\vec{n}, \vec{t}, \vec{z})}. \text{ Celui de la ponctuelle en B est } \{\mathcal{V}_{1/0}\} = \begin{Bmatrix} \omega_{10}^x & 0 \\ \omega_{10}^y & v_{10}^y \\ \omega_{10}^z & v_{10}^z \end{Bmatrix}_{B(\vec{n}, \vec{t}, \vec{z})}.$$

La somme de ces deux torseurs conduit donc à $\{\mathcal{V}_{2/0}\} = \begin{Bmatrix} \omega_{10}^x & 0 \\ \omega_{10}^y & v_{10}^y - R\omega_{21}^z \\ \omega_{21}^z + \omega_{10}^z & v_{10}^z \end{Bmatrix}_{B(\vec{n}, \vec{t}, \vec{z})}$.

On reconnaît le torseur cinétique d'une liaison ponctuelle de normale \vec{n} .

7) En notant S_0 le sous-ensemble constitué des rails et S_1 la cabine, on obtient le graphe des liaisons de la figure 6.27.

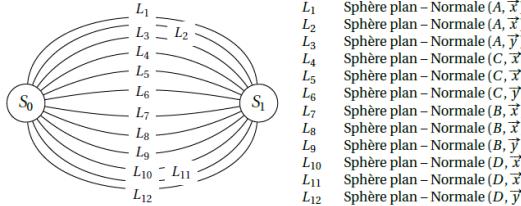


Figure 6.27. Graphe de liaisons de l'ascenseur de la Tour de la terreur.

$$8) \text{ Le torseur d'une liaison ponctuelle d'axe } (O, \vec{x}) \text{ est : } \begin{Bmatrix} \omega_x & 0 \\ \omega_y & v_y \\ \omega_z & v_z \end{Bmatrix}_{O(\vec{x}, -, -)}. \text{ Le torseur d'une liaison ponctuelle d'axe } (O, \vec{y}) \text{ est } \begin{Bmatrix} \omega_x & v_x \\ \omega_y & 0 \\ \omega_z & v_z \end{Bmatrix}_{O(-, \vec{y}, -)}.$$

9) On démontre le résultat pour l'une des liaisons (par exemple en A). On observe 3 liaisons en parallèle écrrites au même point dans la même base, il faut donc égaliser leur torseur cinétique pour déterminer le torseur équivalent.

$$\text{Ainsi, } \{\mathcal{V}_{eq}\} = \begin{Bmatrix} \omega_{x1} & v_{x1} \\ \omega_{y1} & 0 \\ \omega_{z1} & v_{z1} \end{Bmatrix}_{A(\vec{x}, \vec{y}, \vec{z})} = \begin{Bmatrix} \omega_{x2} & 0 \\ \omega_{y2} & v_{y2} \\ \omega_{z2} & v_{z2} \end{Bmatrix}_{A(\vec{x}, \vec{y}, \vec{z})} = \begin{Bmatrix} \omega_{x3} & 0 \\ \omega_{y3} & v_{y3} \\ \omega_{z3} & v_{z3} \end{Bmatrix}_{A(\vec{x}, \vec{y}, \vec{z})}$$

On en déduit alors que $v_{y2} = v_{y3} = 0$ et que $v_{x1} = 0$. Il reste alors : $\{\mathcal{V}_{\text{eq}}\} = \left\{ \begin{array}{c|c} \omega_x & 0 \\ \omega_y & 0 \\ \omega_z & v_z \end{array} \right\}_{A,(\vec{x},\vec{y},\vec{z})}$

qui est bien le torseur cinématique d'une liaison sphère-cylindre en A d'axe (A, \vec{z}) .

10) On considère maintenant deux liaisons sphère-cylindre en A d'axe (A, \vec{z}) et en C d'axe (C, \vec{z}) . Les liaisons sont en parallèle, on égalise au même point dans la même base les deux torseurs. Le torseur d'une liaison sphère-cylindre en A est le

suivant : $\left\{ \begin{array}{c|c} \omega_{x1} & 0 \\ \omega_{y1} & 0 \\ \omega_{z1} & v_{z1} \end{array} \right\}_{A,(\vec{x},\vec{y},\vec{z})}$. Celui en C est défini par : $\left\{ \begin{array}{c|c} \omega_{x2} & 0 \\ \omega_{y2} & 0 \\ \omega_{z2} & v_{z2} \end{array} \right\}_{C,(\vec{x},\vec{y},\vec{z})}$. Il faut

donc déplacer le premier torseur en C . Ainsi $\vec{V}(C) = \vec{V}(A) + \overrightarrow{CA} \wedge (\omega_{x1}\vec{x} + \omega_{y1}\vec{y} +$

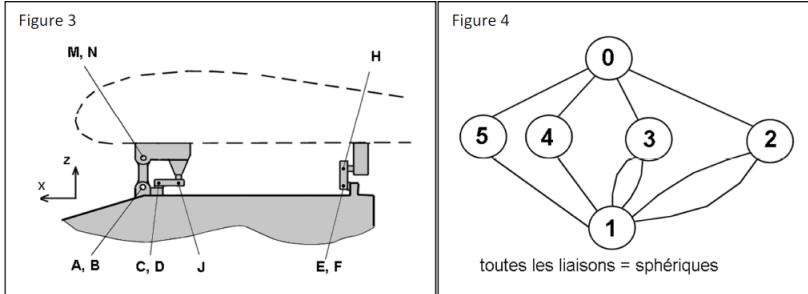
$\omega_{z1}\vec{z})$ soit $\vec{V}(C) = v_{z1}\vec{z} + h\omega_{x1}\vec{y} - h\omega_{y1}\vec{x}$. On obtient alors : $\left\{ \begin{array}{c|c} \omega_{x2} & 0 \\ \omega_{y2} & 0 \\ \omega_{z2} & v_{z2} \end{array} \right\}_{C,(\vec{x},\vec{y},\vec{z})} =$

$\left\{ \begin{array}{c|c} \omega_{x1} & -h\omega_{y1} \\ \omega_{y1} & h\omega_{x1} \\ \omega_{z1} & v_{z1} \end{array} \right\}_{C,(\vec{x},\vec{y},\vec{z})}$. On en déduit que $\omega_{y1} = \omega_{y2} = 0$ et $\omega_{x1} = \omega_{x2} = 0$. Il reste

alors : $\left\{ \begin{array}{c|c} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ \omega_z & v_z \end{array} \right\}_{C,(\vec{x},\vec{y},\vec{z})}$ qui est le torseur d'une liaison pivot glissant d'axe (C, \vec{z}) .

11) On peut démontrer que l'association de deux liaisons pivot glissant d'axe (C, \vec{z}) et d'axe (D, \vec{z}) correspond à une liaison glissière de direction \vec{z} . En effet, les torseurs étant en parallèle on les égalise au point C . On déplace donc le torseur de la liaison pivot glissant définie en D au point C . $\vec{V}(C) = \vec{V}(D) + \overrightarrow{CD} \wedge (\omega_{z2}\vec{z})$ soit $\vec{V}(C) = v_{z2}\vec{z} + L\omega_{z1}\vec{x}$. Ainsi, il vient que $\omega_{z1} = \omega_{z2} = 0$. Il reste donc uniquement les composantes de translation selon \vec{z} .

12) On souhaite avoir un bon guidage non seulement pour assurer la sécurité des personnes mais également pour éviter les frottements en descente et ralentir de manière non souhaitée la chute. On utilise ce type de guidage plutôt que des liaisons pivot glissant car ceci permet d'éviter les blocages en descentes (phénomène d'arc-bouttement) et limiter également les frottements (roulement et non glissement). Par contre, il faut prévoir un système de réglage de position des galets pour être sûr qu'ils seront en contact avec les rails car beaucoup sont redondants.



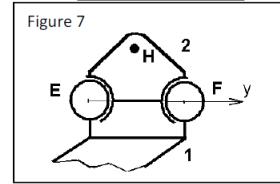
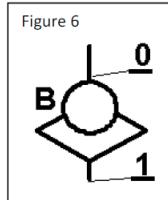
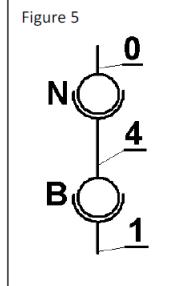
Le graphe de structure de l'assemblage est présenté figure 4.

1- liaison équivalente entre (1) et (0) réalisée par la biellette (4) : C'est un ensemble de solides reliés par des liaisons en série (figure 5) ; utilisons la démarche des torseurs cinématiques :

$$\begin{aligned} \{\mathbf{V}_{1/0}\}_B &= \{\mathbf{V}_{1/4}\}_B + \{\mathbf{V}_{4/0}\}_B \\ &= \begin{Bmatrix} \omega_{x1/4} \\ \omega_{y1/4} \\ \omega_{z1/4} \end{Bmatrix}_B + \begin{Bmatrix} \omega_{x4/0} & -a\omega_{y4/0} \\ \omega_{y4/0} & a\omega_{x4/0} \\ \omega_{z4/0} & 0 \end{Bmatrix}_B \\ &= \begin{Bmatrix} \omega_{x1/4} + \omega_{x4/0} & -a\omega_{y4/0} \\ \omega_{y1/4} + \omega_{y4/0} & a\omega_{x4/0} \\ \omega_{z1/4} + \omega_{z4/0} & 0 \end{Bmatrix}_B \end{aligned}$$

qui est le torseur d'une liaison « sphère-plan » (ponctuelle) de centre B et de normale Z (figure 6).

Par une démarche identique, on montre que la liaison équivalente réalisée par la biellette (5) entre (1) et (0) est une liaison « sphère-plan » de centre A et de normale Z.



2- liaison équivalente réalisée entre (1) et (0) par le triangle (2) :

2-1 montrons tout d'abord que l'ensemble des deux liaisons en E et F forme une liaison pivot de (2) par rapport à (1) (voir la figure 7) :

C'est un assemblage de deux liaisons en parallèle ; utilisons les torseurs statiques ; le torseur statique de la liaison équivalente est égal à la somme des torseurs statiques transmis par chacune des liaisons :

$$\begin{aligned} \{\mathbf{F}_{2/1(\text{équ})}\}_E &= \{\mathbf{F}_{2/1(E)}\}_E + \{\mathbf{F}_{2/1(F)}\}_E \\ &= \begin{Bmatrix} X_E & 0 \\ Y_E & 0 \\ Z_E & 0 \end{Bmatrix}_E + \begin{Bmatrix} X_F & e.Z_F \\ Y_F & 0 \\ Z_F & -e.X_F \end{Bmatrix}_E = \begin{Bmatrix} X_E + X_F & e.Z_F \\ Y_E + Y_F & 0 \\ Z_E + Z_F & -e.X_F \end{Bmatrix}_E \end{aligned}$$

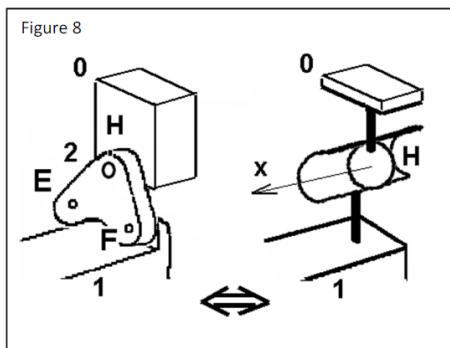
qui est le torseur statique d'une liaison pivot d'axe Ey.

2-2 Déterminons la liaison équivalente entre (0) et (1) réalisée par le triangle (2).

Les liaisons sphérique (0)/(2) et pivot (2)/(1) sont des liaisons associées en série ; utilisons la démarche des torseurs cinématiques :

$$\begin{aligned}\{\mathbf{V}_{1/0}\}_H &= \{\mathbf{V}_{1/2}\}_H + \{\mathbf{V}_{2/0}\}_H \\ &= \left\{ \begin{array}{c|c} 0 & h\omega_{y1/2} \\ \omega_{y1/2} & 0 \\ 0 & 0 \end{array} \right\}_H + \left\{ \begin{array}{c|c} \omega_{x2/0} & 0 \\ \omega_{y2/0} & 0 \\ \omega_{z2/0} & 0 \end{array} \right\}_H \\ &= \left\{ \begin{array}{c|c} \omega_{x2/0} & h\omega_{y1/2} \\ \omega_{y1/2} + \omega_{y2/0} & 0 \\ \omega_{z2/0} & 0 \end{array} \right\}_H\end{aligned}$$

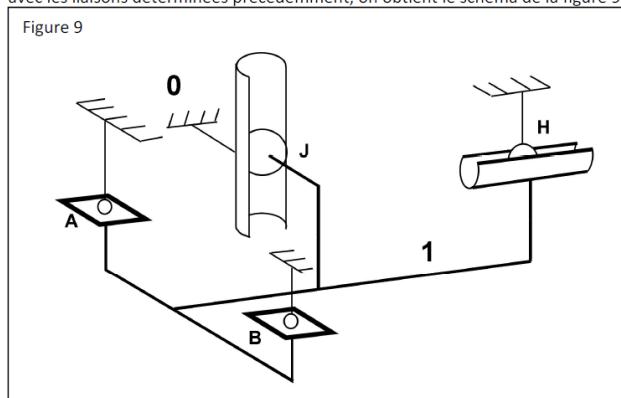
Ce qui est le torseur d'une liaison « sphère-cylindre » d'axe x et de centre H (figure 8).



On montre de la même manière que la liaison équivalente entre (1) et (0) réalisée par le triangle (3) est une liaison « sphère-cylindre » d'axe z et de centre J.

3- Schéma architectural de l'assemblage du mât (1) sur l'aile (0) :

avec les liaisons déterminées précédemment, on obtient le schéma de la figure 9 :



4- Déterminons le degré d'hyperstatisme de l'assemblage (1)/(0) ;

$$h = N_s - 6 + m_c = (1 + 1 + 2 + 2) - 6 + 0 = 0$$

Le système est isostatique ; cela permet aux différentes pièces (mat-réacteur, aile ...) de se dilater sous l'effet des variations de températures, sans provoquer de contraintes qui seraient préjudiciables à la résistance de cet assemblage.

TD 1 : Suspension de l'AddBike – Sujet

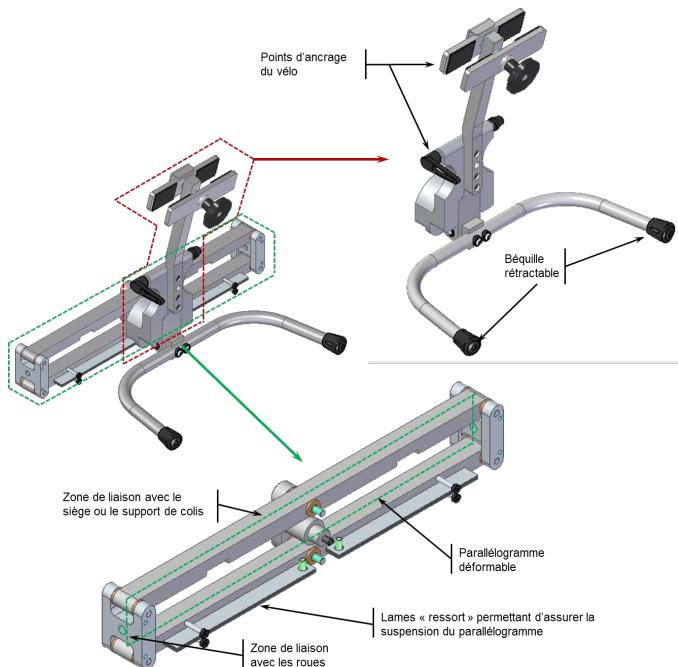
Agrégation Sciences Industrielles de l'Ingénieur – 2018.

B2-16

Présentation

L'Add-Bike est un système pouvant s'adapter à tous types de vélo et doit permettre de transporter des marchandises (colis ou courses du quotidien) ou des enfants.

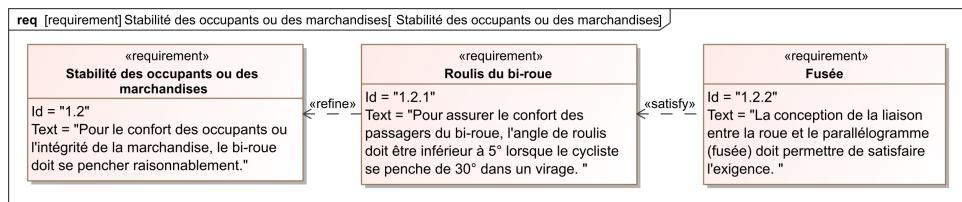
Il est équipé d'un système de suspension permettant de limiter le mouvement de roulis dans les virages.



Exigence 1.2 : Stabilité des occupants et des marchandises

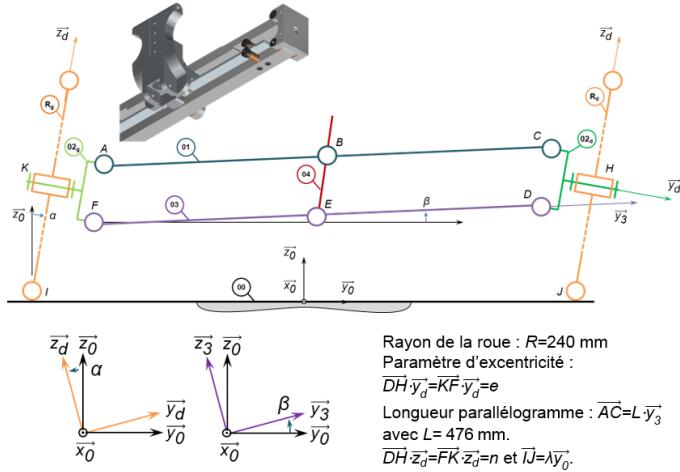
Objectif

Pour assurer la stabilité des occupants du bi-roue, il est nécessaire de déterminer les conditions géométriques permettant de limiter l'angle de roulis (exigence 1.2.1). Ainsi, cet angle roulis ne doit pas dépasser $\beta = 5^\circ$ lorsque le cycliste penche le mât vertical de $\alpha = 30^\circ$.



Pour pouvoir tourner, le cycliste penche le mât vertical 04 par l'intermédiaire du guidon, ce qui conduit à la déformation du parallélogramme *ACDF* donné dans la figure suivante et à la rotation des roues autour de l'axe horizontal longitudinal

\vec{x}_0 . Lors de la déformation du parallélogramme, les bielles 01 et 03 ne restent pas parfaitement horizontales ; le passager assis dans le siège lié à la bielle 03, subit donc du roulis, c'est-à-dire un pivotement autour de l'axe horizontal longitudinal \vec{x}_0 .



L'angle β correspond à l'angle de roulis des bielles 01 et 03.

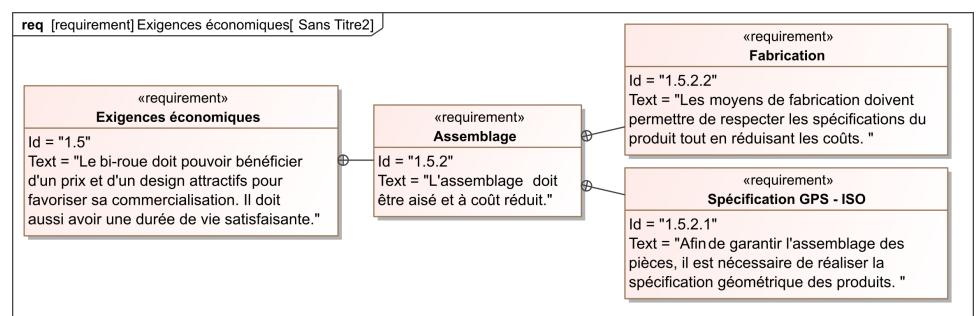
Question 1 En réalisant une fermeture géométrique, déterminer la relation liant l'angle β et l'excentricité e des fusées 02g et 02d.

Question 2 En déduire une valeur de l'excentricité e permettant de valider l'exigence 1.2.1.

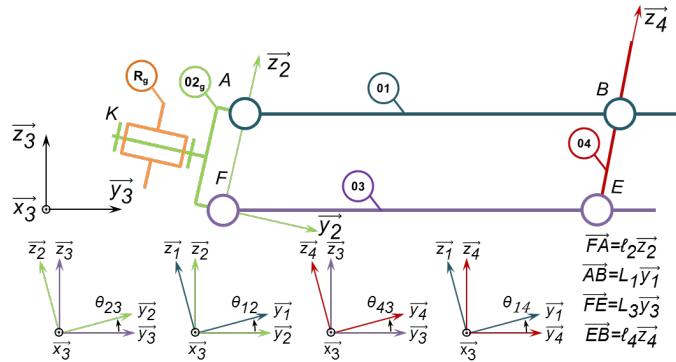
Exigence 1.5 : Exigences économiques – Assemblage

Objectif

Afin de pouvoir vendre son produit à un prix attractif, la start-up doit pouvoir fabriquer et assembler son produit à un coût satisfaisant. Une maîtrise des coûts passe par la maîtrise des spécifications garantissant l'assemblage du système et par des coûts de fabrication réduits. Les objectifs sont ici de : spécifier des conditions géométriques sur les dimensions de la bielle inférieure (03) à partir des conditions de fonctionnement.



Question 3 Après avoir fait un graphe de structure et sans tenir compte des roues et de leurs liaisons au sol, donner le degré d'hyperstatisme du modèle cinématique suivant.



Question 4 Donner les torseurs cinématiques $\{\mathcal{V}(2/3)\}, \{\mathcal{V}(1/2)\}, \{\mathcal{V}(4/3)\}, \{\mathcal{V}(1/4)\}$.

Question 5 En utilisant une fermeture de chaîne cinématique, donner le système d'équations liant les différentes variables.

Question 6 En déduire les conditions géométriques à imposer sur la bielle (03) afin de satisfaire l'assemblage du mécanisme.

Synthèse

Question 7 Conclure sur les méthodes qui ont permis de répondre aux exigences 1.4 et 1.5.

TD 1 : Suspension de l'AddBike – Corrigé

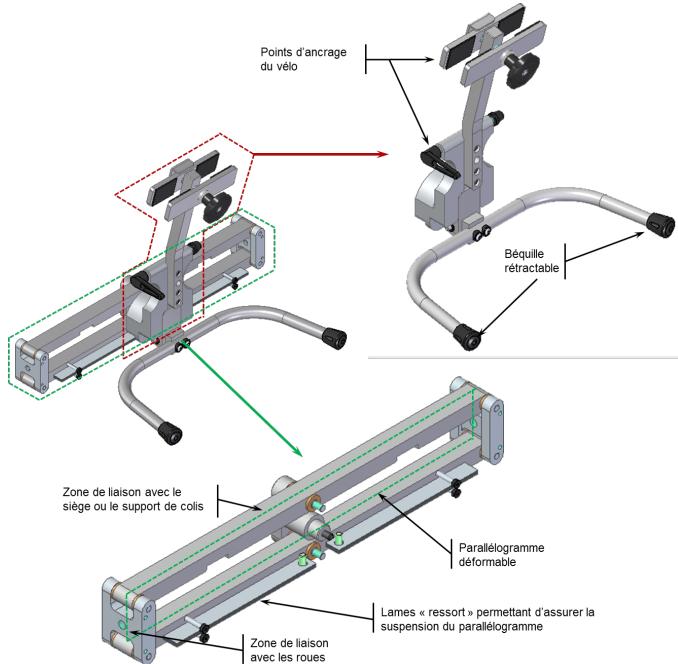
Agrégation Sciences Industrielles de l'Ingénieur – 2018.

B2-16

Présentation

L'Add-Bike est un système pouvant s'adapter à tous types de vélo et doit permettre de transporter des marchandises (colis ou courses du quotidien) ou des enfants.

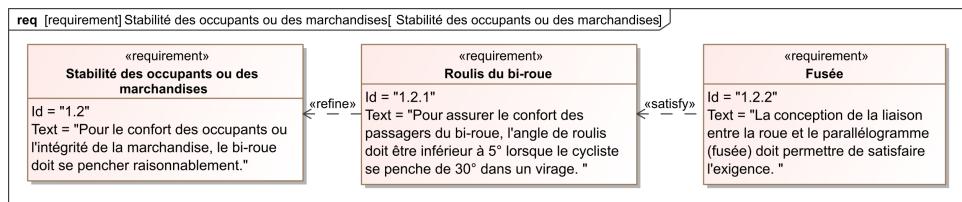
Il est équipé d'un système de suspension permettant de limiter le mouvement de roulis dans les virages.



Exigence 1.2 : Stabilité des occupants et des marchandises

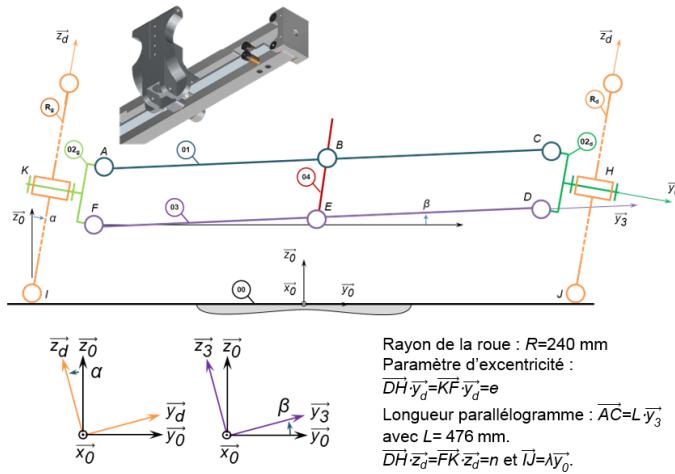
Objectif

Pour assurer la stabilité des occupants du bi-roue, il est nécessaire de déterminer les conditions géométriques permettant de limiter l'angle de roulis (exigence 1.2.1). Ainsi, cet angle roulis ne doit pas dépasser $\beta = 5^\circ$ lorsque le cycliste penche le mât vertical de $\alpha = 30^\circ$.



Pour pouvoir tourner, le cycliste penche le mât vertical 04 par l'intermédiaire du guidon, ce qui conduit à la déformation du parallélogramme *ACDF* donné dans la figure suivante et à la rotation des roues autour de l'axe horizontal longitudinal

\vec{x}_0 . Lors de la déformation du parallélogramme, les bielles 01 et 03 ne restent pas parfaitement horizontales ; le passager assis dans le siège lié à la bielle 03, subit donc du roulis, c'est-à-dire un pivotement autour de l'axe horizontal longitudinal \vec{x}_0 .



L'angle β correspond à l'angle de roulis des bielles 01 et 03.

Question 1 En réalisant une fermeture géométrique, déterminer la relation liant l'angle β et l'excentricité e des fusées 02g et 02d.

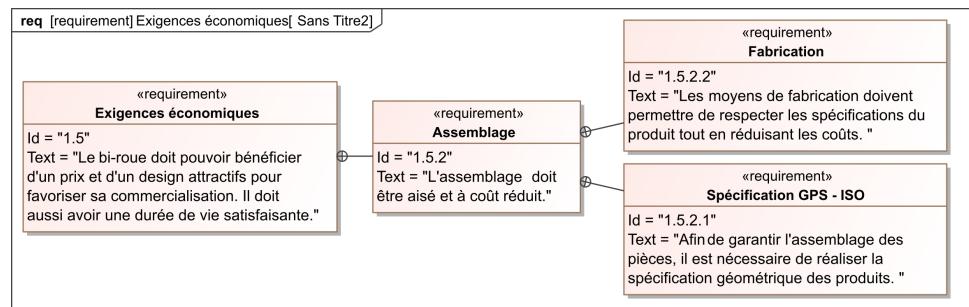
Question 2 En déduire une valeur de l'excentricité e permettant de valider l'exigence 1.2.1.

Correction

Exigence 1.5 : Exigences économiques – Assemblage

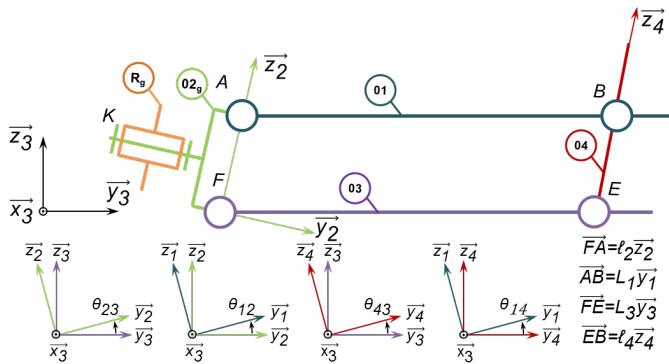
Objectif

Afin de pouvoir vendre son produit à un prix attractif, la start-up doit pouvoir fabriquer et assembler son produit à un coût satisfaisant. Une maîtrise des coûts passe par la maîtrise des spécifications garantissant l'assemblage du système et par des coûts de fabrication réduits. Les objectifs sont ici de : spécifier des conditions géométriques sur les dimensions de la bielle inférieure (03) à partir des conditions de fonctionnement.



Question 3 Après avoir fait un graphe de structure et sans tenir compte des roues et de leurs liaisons au sol, donner le degré d'hyperstatisme du modèle cinématique suivant.

Correction



Question 4 Donner les torseurs cinématiques $\{\mathcal{V}(2/3)\}, \{\mathcal{V}(1/2)\}, \{\mathcal{V}(4/3)\}, \{\mathcal{V}(1/4)\}$.

Correction

Question 5 En utilisant une fermeture de chaîne cinématique, donner le système d'équations liant les différentes variables.

Correction

Question 6 En déduire les conditions géométriques à imposer sur la bielle (03) afin de satisfaire l'assemblage du mécanisme.

Correction

Synthèse

Question 7 Conclure sur les méthodes qui ont permis de répondre aux exigences 1.4 et 1.5.

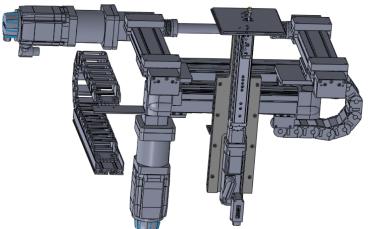
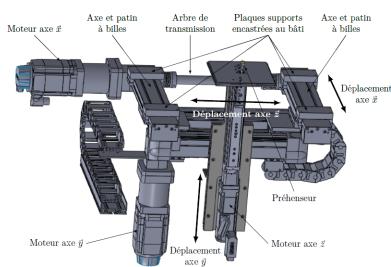
Correction

TD 2 : Système de dépose de poudre – Sujet

Concours Centrale Supelec – TSI 2016.

Mise en situation

On s'intéresse à un système permettant de créer des motifs sur de la poudre de maquillage compactée. Le poste de pulvérisation est en partie constitué d'un robot cartésien 3 axes permettant de déplacer des godets de poudre compactée (grâce à un préhenseur) en dessous de la buse de pulvérisation.



Objectif

L'objectif de cette partie est de proposer un modèle du mécanisme constituant le déplacement de l'axe \vec{x} et de justifier certains choix technologiques.

Le préhenseur repose sur des plaques support qui le lient en liaison encastrement au bâti. Les rails guidant le préhenseur suivant l'axe \vec{x} supportent les autres rails guidant les déplacement du préhenseur suivant les axes \vec{y} et \vec{z} .

Le guidage est réalisé par deux axes munis de patins à billes.

Le moteur actionnant l'axe \vec{x} est lié à un réducteur qui entraîne deux ensembles poulies-courroies. Les poulies motrices sont guidées chacune par deux roulements à billes. Les deux poulies motrices sont liées par un arbre de transmission (Arbre 1). La figure suivante représente le schéma cinématique de l'ensemble.

Travail demandé

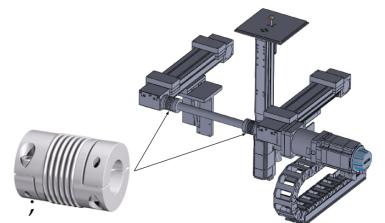
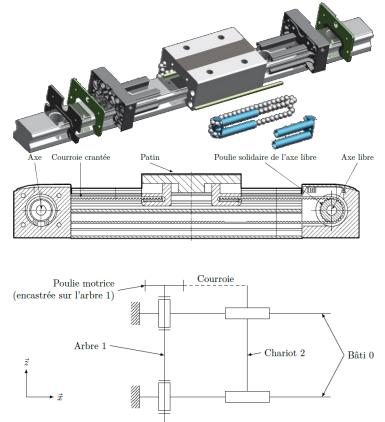
La courroie étant un élément déformable, on n'en tiendra pas compte dans l'étude suivante.

Question 1 Déterminer le degré d'hyperstatisme de la liaison entre les solides 0 et 1.

Pour lever l'hyperstatisme de cette liaison, le constructeur a mis en place deux soufflets métalliques en les implantant de part et d'autre de l'arbre de transmission (figure suivante).

Un soufflet métallique est un joint d'accouplement autorisant des défauts d'alignement radiaux, axiaux et angulaires. Ainsi, pour un soufflet liant deux solides S_1 et S_2 positionné en un point P et dont l'axe du soufflet est (P, \vec{u}) :

- le torseur statique transmissible est de la forme $\{\mathcal{T}(S_1 \rightarrow S_2)\} = \begin{Bmatrix} 0 & L_{12} \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{Bmatrix}_{P, (\vec{u}, \vec{v}, \vec{w})}$



- le torseur cinématique du mouvement de S_1 par rapport à S_2 est de la forme
- $$\{\mathcal{V}(S_1/S_2)\} = \left\{ \begin{array}{cc} 0 & v_{x12} \\ q_{12} & v_{y12} \\ r_{12} & v_{z12} \end{array} \right\}_{P,(\vec{u},\vec{v},\vec{w})}.$$

L'introduction des deux soufflets métalliques impose de décomposer l'arbre 1 de la question 1 en 3 solides distincts 1_A , 1_B et 1_C , le solide 1_B étant lié aux deux solides 1_A et 1_C par les deux soufflets métalliques.

Question 2 Tracer le nouveau graphe de liaisons en tenant compte de l'introduction des deux soufflets métalliques.

Question 3 Déterminer en le justifiant le degré de mobilité du mécanisme ainsi modélisé en question précédente.

Question 4 En déduire le degré d'hyperstatisme du système avec ses deux soufflets métalliques.

Éléments de correction

1. $h = 5$.
2. ...
3. $m = 6$.
4. $h = 0$.
5. ...

Retour sur le cahier des charges

Question 5 Conclure en justifiant l'utilisation des soufflets.

TD 2 : Système de dépose de poudre – Corrigé

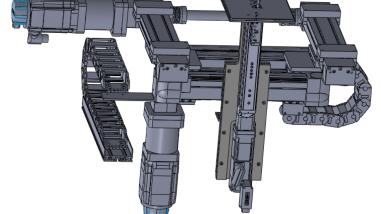
Concours Centrale Supelec – TSI 2016.

Mise en situation

Objectif

L'objectif de cette partie est de proposer un modèle du mécanisme constituant le déplacement de l'axe \vec{x} et de justifier certains choix technologiques.

B2-16



Travail demandé

Question 1 Déterminer le degré d'hyperstatisme de la liaison entre les solides 0 et 1.

Correction

Méthode cinématique :

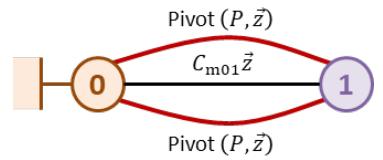
- mobilité utile : $m_u = 1$;
- mobilité interne : $m_i = 0$;
- nombre de cycles : $\gamma = 1$;
- nombre d'équations cinématiques : $E_c = 6\gamma = 6$;
- nombres d'inconnues cinématiques : $I_c = 2 \cdot 1 = 2$.

Au final : $h = m - I_c + E_c = 1 - 2 + 6 = 5$.

Méthode statique

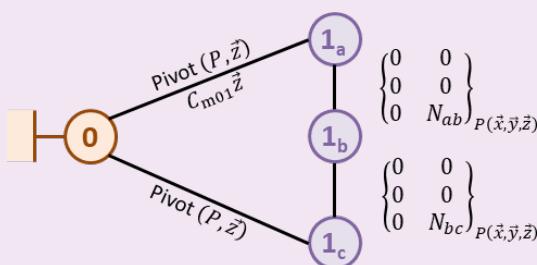
- mobilité utile : $m_u = 1$;
- mobilité interne : $m_i = 0$;
- nombre d'équations cinématiques : $E_s = 6(p - 1) = 6(2 - 1) = 6$;
- nombres d'inconnues cinématiques : $I_s = 2 \cdot 5 = 10$.

Au final : $h = m - E_s + I_s = 1 - 6 + 10 = 5$.



Question 2 Tracer le nouveau graphe de liaisons en tenant compte de l'introduction des deux soufflets métalliques.

Correction



Question 3 Déterminer en le justifiant le degré de mobilité du mécanisme ainsi modélisé en question précédente.

Correction

En réalisant une fermeture cinématique, on a $\{\mathcal{V}(1_a/0)\} + \{\mathcal{V}(1_b/1_a)\} + \{\mathcal{V}(1_c/1_b)\} = \{\mathcal{V}(1_c/0)\}$. Les torseurs étant considérés écrits au même point P , on a :

$$\begin{cases} p_{ba} + p_{cb} = 0 \\ q_{ba} + q_{cb} = 0 \\ r_{a0} = r_{c0} \end{cases} \quad \begin{cases} v_{xba} + v_{xcb} = 0 \\ v_{yba} + v_{ycb} = 0 \\ v_{zba} + v_{zcb} = 0 \end{cases} .$$

Il s'agit d'un système de rang 6 avec 12 inconnues. On a donc $m = I_c - r_c = 12 - 6 = 6$.

Question 4 En déduire le degré d'hyperstatisme du système avec ses deux soufflets métalliques.

Correction

On a $h = m - I_c + E_c = 6 - 12 + 6 = 0$.

Retour sur le cahier des charges

Question 5 Conclure en justifiant l'utilisation des soufflets.

Correction

Le soufflet permet donc de rendre le système isostatique. Il est ainsi possible de monter le système sans avoir à imposer des contraintes géométriques sur le mécanisme.

TD 3

Tuyère à ouverture variable – Sujet

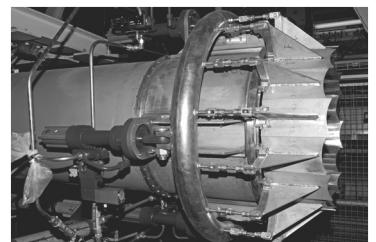
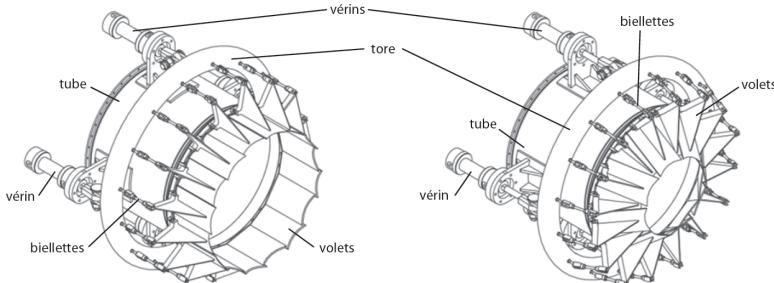
Banque PT – SIA 2011.

Mise en situation

C1-02

C2-04

Dans le but de calibrer un banc d'essai de turboréacteur, les ingénieurs de la DGA (Direction Générale de l'Armement) a conçu une tuyère à ouverture variable afin de se substituer au turboréacteur.



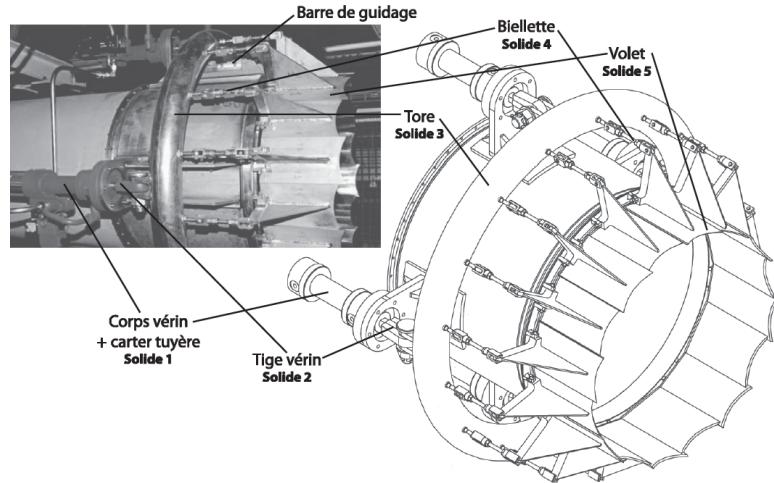
Objectif

L'objectif est de valider le choix de conception de la structure mécanique permettant de transmettre l'énergie mécanique aux volets.

Le mouvement de chacun des volets doit être identique. Pour cela, les exigences suivantes doivent être vérifiées :

- ▶ le mouvement de rotation des volets autour d'un axe orthogonal à l'axe de la veine fluide doit respecter les exigences suivantes :
 - position de l'axe de rotation : orthogonal ;
 - débattement angulaire : $40^\circ \pm 0,5^\circ$;
 - précision angulaire : $0,2^\circ$;
- ▶ commande simultanée des 16 volets :
 - interface unique en liaison glissière par rapport à la tuyère ;
 - nombre d'actionneurs : minimum ;
 - rigidité globale : $\Delta x < 0,2 \text{ mm}$;
 - temps de montée en vitesse : inférieur à 0,1 s.
- ▶ adaptation aux efforts aérodynamiques :
 - résistance : 50% de la limite élastique ;
 - déformation : compatible avec la précision.

La figure suivante présente les éléments de la solution adoptée par le bureau d'étude.



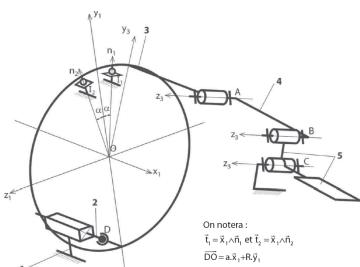
Pour synchroniser la commande des volets, on a adopté une solution consistant à les relier à une pièce unique en forme de tore entourant la tuyère et dont le déplacement assure la commande de tous les volets simultanément. Le tore repose sur deux barres de guidage fixées dans la partie supérieure du carter et parallèles à l'axe de la tuyère. Il est actionné par quatre vérins hydrauliques. On cherche, dans cette partie, à valider le critère d'appréciation sur la rigidité globale de la structure de commande des volets à interface unique.

Les notations adoptées sont les suivantes.

La base orthonormée directe liée au solide i : $\mathcal{B}_i = (\vec{x}_i, \vec{y}_i, \vec{z}_i)$. Le torseur cinématique du mouvement possible par une liaison L_k , d'un solide j par rapport à un solide i (ou par rapport au référentiel \mathcal{R}_i lié à celui-ci) réduit en A , sera noté $\{\mathcal{V}_k\} = \left\{ \begin{array}{l} p_k \vec{x} + q_k \vec{y} + r_k \vec{z} \\ u_k \vec{x} + v_k \vec{y} + w_k \vec{z} \end{array} \right\}_A$ où $(\vec{x}, \vec{y}, \vec{z})$ est une base orthonormée associée à la liaison L_k .

Le torseur des actions mécaniques transmissibles par la liaison L_k du solide i sur le solide j , réduit en A sera noté $\{\mathcal{F}_k\} = \left\{ \begin{array}{l} X_k \vec{x} + Y_k \vec{y} + Z_k \vec{z} \\ L_k \vec{x} + M_k \vec{y} + N_k \vec{z} \end{array} \right\}_A$ où $(\vec{x}, \vec{y}, \vec{z})$ est une base orthonormée associée à la liaison L_k .

Étude d'une commande avec un seul actionneur



Objectif

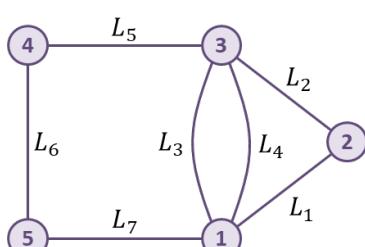
On cherche, dans un premier temps, à estimer la capacité d'une structure composée d'un seul vérin à transmettre le mouvement attendu.

On précise que le solide 2 représente la tige du vérin et que les liaisons en I_1 et I_2 représentent les contacts du tore 3 avec les deux barres sur lesquelles il repose.

Question 1 Compléter le graphe de structure.

Question 2 Le modèle proposé est-il isostatique ?

Question 3 Déterminer la liaison équivalente L_{eq34} aux deux liaisons L_3 et L_4 situées entre le solide 1 et le solide 3. On attend une démonstration par le calcul. On précisera la forme du torseur des actions transmissibles \mathcal{F}_{eq34} .



Question 4 Déterminer la liaison équivalente L_{eq12} aux deux liaisons L_1 et L_2 situées entre le solide 1 et le solide 3. On attend une démonstration par le calcul. On précisera la forme du torseur des actions transmissibles \mathcal{F}_{eq12} .

Question 5 Déterminer la liaison équivalente L_{eq12} aux deux liaisons L_{eq34} et L_{eq12} situées entre le solide 1 et le solide 3. On attend une démonstration par le calcul. On précisera la forme du torseur des actions transmissibles \mathcal{F}_{eq} . Justifier que la commande avec un seul vérin ne satisfait pas le cahier des charges.

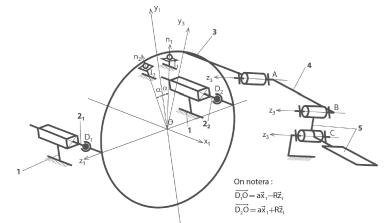
Étude d'une commande avec deux actionneurs

Objectif

On cherche, dans un deuxième temps, à estimer la capacité d'une structure composée de deux vérins à transmettre le mouvement attendu.

Question 6 À partir du graphe de structure (graphe des liaisons) et en vous inspirant des résultats trouvés précédemment déterminer la liaison équivalente L_{eq1} aux liaisons L_{11} , L_{21} et la liaison équivalente L_{eq2} aux liaisons L_{12} et L_{22} entre les solides 1 et 3.

Question 7 Déterminer par la méthode de votre choix, la liaison équivalente L'_{eq1} aux deux liaisons L_{eq34} , L_{eq1} et L_{eq2} situées entre le solide 1 et le solide 3. On précisera la forme du torseur des actions transmissibles \mathcal{F}'_{eq} puis le torseur cinématique cinématique \mathcal{V}'_{eq} . Le cahier des charges est-il vérifié pour une commande avec deux vérins ?



Étude de la structure adoptée par le constructeur

Objectif

On cherche finalement à estimer la capacité de réalisation d'une structure composée des quatre vérins.

Question 8 Pour des raisons d'encombrement des vérins et de capacité à fournir les actions mécaniques de poussée, le bureau d'étude a finalement choisi de commander le tore avec 4 vérins pour obtenir la liaison glissière comme liaison équivalente entre les solides 1 et 3. Quel est, dans ces conditions, le degré d'hyperstatisme du groupe de liaisons initial réalisant la liaison glissière ? Vous expliquerez brièvement, mais clairement votre raisonnement. Que pensez vous de ce résultat sur la capacité de réalisation de cette structure ?

TD 3

Tuyère à ouverture variable – Corrigé

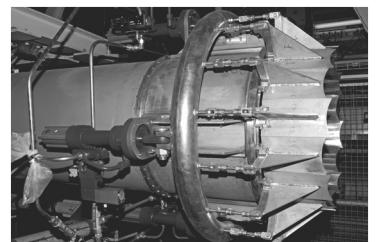
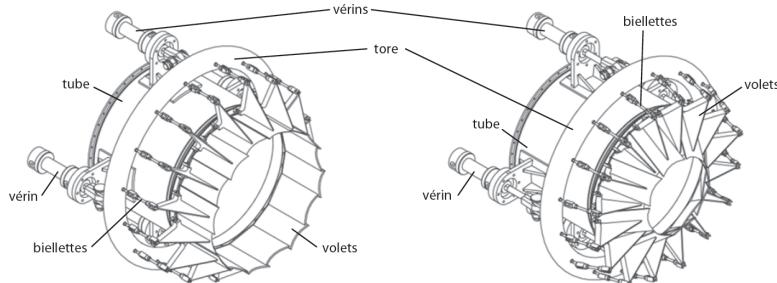
Banque PT – SIA 2011.

Mise en situation

C1-02

C2-04

Dans le but de calibrer un banc d'essai de turboréacteur, les ingénieurs de la DGA (Direction Générale de l'Armement) a conçu une tuyère à ouverture variable afin de se substituer au turboréacteur.



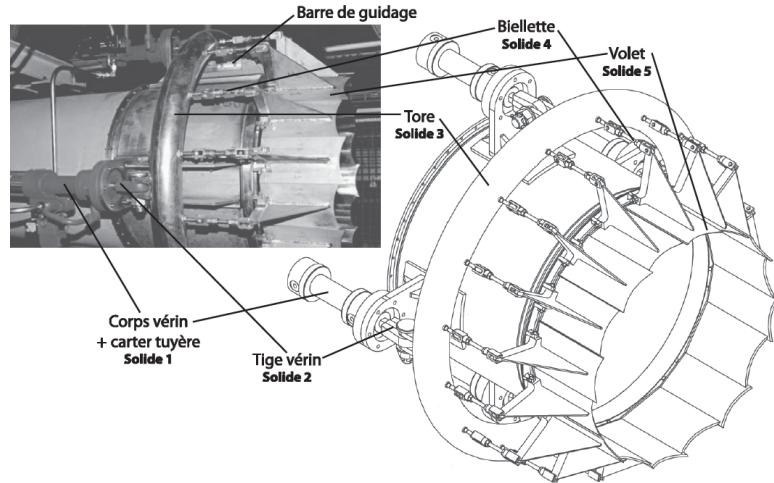
Objectif

L'objectif est de valider le choix de conception de la structure mécanique permettant de transmettre l'énergie mécanique aux volets.

Le mouvement de chacun des volets doit être identique. Pour cela, les exigences suivantes doivent être vérifiées :

- ▶ le mouvement de rotation des volets autour d'un axe orthogonal à l'axe de la veine fluide doit respecter les exigences suivantes :
 - position de l'axe de rotation : orthogonal ;
 - débattement angulaire : $40^\circ \pm 0,5^\circ$;
 - précision angulaire : $0,2^\circ$;
- ▶ commande simultanée des 16 volets :
 - interface unique en liaison glissière par rapport à la tuyère ;
 - nombre d'actionneurs : minimum ;
 - rigidité globale : $\Delta x < 0,2 \text{ mm}$;
 - temps de montée en vitesse : inférieur à 0,1 s.
- ▶ adaptation aux efforts aérodynamiques :
 - résistance : 50% de la limite élastique ;
 - déformation : compatible avec la précision.

La figure suivante présente les éléments de la solution adoptée par le bureau d'étude.



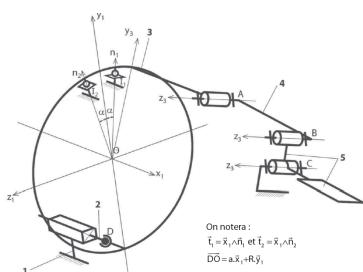
Pour synchroniser la commande des volets, on a adopté une solution consistant à les relier à une pièce unique en forme de tore entourant la tuyère et dont le déplacement assure la commande de tous les volets simultanément. Le tore repose sur deux barres de guidage fixées dans la partie supérieure du carter et parallèles à l'axe de la tuyère. Il est actionné par quatre vérins hydrauliques. On cherche, dans cette partie, à valider le critère d'appréciation sur la rigidité globale de la structure de commande des volets à interface unique.

Les notations adoptées sont les suivantes.

La base orthonormée directe liée au solide i : $\mathcal{B}_i = (\vec{x}_i, \vec{y}_i, \vec{z}_i)$. Le torseur cinématique du mouvement possible par une liaison L_k , d'un solide j par rapport à un solide i (ou par rapport au référentiel \mathcal{R}_i lié à celui-ci) réduit en A , sera noté $\{\mathcal{V}_k\} = \begin{Bmatrix} p_k \vec{x} + q_k \vec{y} + r_k \vec{z} \\ u_k \vec{x} + v_k \vec{y} + w_k \vec{z} \end{Bmatrix}_A$ où $(\vec{x}, \vec{y}, \vec{z})$ est une base orthonormée associée à la liaison L_k .

Le torseur des actions mécaniques transmissibles par la liaison L_k du solide i sur le solide j , réduit en A sera noté $\{\mathcal{F}_k\} = \begin{Bmatrix} X_k \vec{x} + Y_k \vec{y} + Z_k \vec{z} \\ L_k \vec{x} + M_k \vec{y} + N_k \vec{z} \end{Bmatrix}_A$ où $(\vec{x}, \vec{y}, \vec{z})$ est une base orthonormée associée à la liaison L_k .

Étude d'une commande avec un seul actionneur



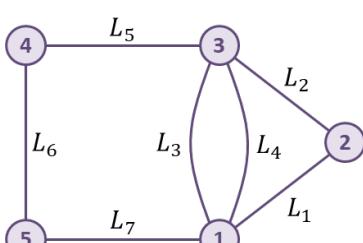
Objectif

On cherche, dans un premier temps, à estimer la capacité d'une structure composée d'un seul vérin à transmettre le mouvement attendu.

On précise que le solide 2 représente la tige du vérin et que les liaisons en I_1 et I_2 représentent les contacts du tore 3 avec les deux barres sur lesquelles il repose.

Question 1 Compléter le graphe de structure.

Correction



Liaison	Caractéristique	Torceur cinématique	Torseur statique
L_1	Glissière de direction \vec{x}_1	$\begin{Bmatrix} 0 & u_1 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{Bmatrix}$	$\begin{Bmatrix} 0 & L_1 \\ Y_1 & M_1 \\ Z_1 & N_1 \end{Bmatrix}$
L_2	Rotule de centre D \vec{x}_1	$\begin{Bmatrix} p_2 & 0 \\ q_2 & 0 \\ r_2 & 0 \end{Bmatrix}_D$	$\begin{Bmatrix} X_2 & 0 \\ Y_2 & 0 \\ Z_2 & 0 \end{Bmatrix}_D$
L_3	Sphère–plan de normale (I_1, \vec{n}_1)	$\begin{Bmatrix} p_3 & u_3 \\ q_3 & 0 \\ r_3 & w_3 \end{Bmatrix}_{I_1}$	$\begin{Bmatrix} 0 & 0 \\ Y_3 & 0 \\ 0 & 0 \end{Bmatrix}_{I_1}$
L_4	Sphère–plan de normale (I_2, \vec{n}_2)	$\begin{Bmatrix} p_4 & u_4 \\ q_4 & 0 \\ r_4 & w_4 \end{Bmatrix}_{I_2}$	$\begin{Bmatrix} 0 & 0 \\ Y_4 & 0 \\ 0 & 0 \end{Bmatrix}_{I_2}$
L_5	Pivot (A, \vec{z}_3)	$\begin{Bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ r_5 & 0 \end{Bmatrix}_A$	$\begin{Bmatrix} X_5 & L_5 \\ Y_5 & M_5 \\ Z_5 & 0 \end{Bmatrix}_A$
L_6	Pivot (B, \vec{z}_3)	$\begin{Bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ r_6 & 0 \end{Bmatrix}_B$	$\begin{Bmatrix} X_6 & L_6 \\ Y_6 & M_6 \\ Z_6 & 0 \end{Bmatrix}_B$
L_7	Pivot (C, \vec{z}_3)	$\begin{Bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ r_7 & 0 \end{Bmatrix}_C$	$\begin{Bmatrix} X_7 & L_7 \\ Y_7 & M_7 \\ Z_7 & 0 \end{Bmatrix}_C$

Question 2 Le modèle proposé est-il isostatique ?

Question 3 Déterminer la liaison équivalente L_{eq34} aux deux liaisons L_3 et L_4 situées entre le solide 1 et le solide 3. On attend une démonstration par le calcul. On précisera la forme du torseur des actions transmissibles \mathcal{F}_{eq34} .

Correction

Les liaisons sont en parallèles, on privilégie donc la méthode statique : $\mathcal{F}_{eq34} = \{\mathcal{T}(3 \rightarrow 1_{L_3})\} + \{\mathcal{T}(3 \rightarrow 1_{L_4})\}$ $\mathcal{F}_{eq34} = \left\{ \begin{array}{c} Y_3 \vec{n}_1 \\ \vec{0} \end{array} \right\}_O + \left\{ \begin{array}{c} Y_4 \vec{n}_2 \\ \vec{0} \end{array} \right\}_O = \left\{ \begin{array}{c} Y_3 \vec{n}_1 + Y_4 \vec{n}_2 \\ \vec{0} \end{array} \right\}_O$. \vec{n}_1 et \vec{n}_2 ne sont pas colinéaires. \vec{x}_1 est orthogonal à \vec{n}_1 et \vec{n}_2 . La liaison est donc une sphère cylindre d'axe (O, \vec{x}_1) .

Question 4 Déterminer la liaison équivalente L_{eq12} aux deux liaisons L_1 et L_2 situées entre le solide 1 et le solide 3. On attend une démonstration par le calcul. On précisera la forme du torseur des actions transmissibles \mathcal{F}_{eq12} .

Correction

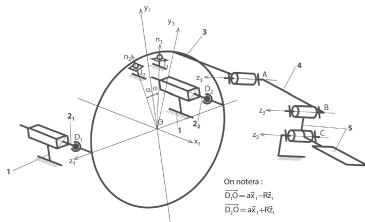
Question 5 Déterminer la liaison équivalente L_{eq12} aux deux liaisons L_{eq34} et L_{eq12} situées entre le solide 1 et le solide 3. On attend une démonstration par le calcul. On précisera la forme du torseur des actions transmissibles \mathcal{F}_{eq} . Justifier que la commande avec un seul vérin ne satisfait pas le cahier des charges.

Correction

Étude d'une commande avec deux actionneurs

Objectif

On cherche, dans un deuxième temps, à estimer la capacité d'une structure composée de deux vérins à transmettre le mouvement attendu.



Question 6 À partir du graphe de structure (graphe des liaisons) et en vous inspirant des résultats trouvés précédemment déterminer la liaison équivalente L_{eq1} aux liaisons L_{11} , L_{21} et la liaison équivalente L_{eq2} aux liaisons L_{12} et L_{22} entre les solides 1 et 3.

Correction

Question 7 Déterminer par la méthode de votre choix, la liaison équivalente L'_{eq1} aux deux liaisons L_{eq34} , L_{eq1} et L_{eq2} situées entre le solide 1 et le solide 3. On précisera la forme du torseur des actions transmissibles \mathcal{F}'_{eq} puis le torseur cinématique cinématique \mathcal{V}'_{eq} . Le cahier des charges est-il vérifié pour une commande avec deux vérins ?

Correction

Étude de la structure adoptée par le constructeur

Objectif

On cherche finalement à estimer la capacité de réalisation d'une structure composée des quatre vérins.

Question 8 Pour des raisons d'encombrement des vérins et de capacité à fournir les actions mécaniques de poussée, le bureau d'étude a finalement choisi de commander le tore avec 4 vérins pour obtenir la liaison glissière comme liaison équivalente entre les solides 1 et 3. Quel est, dans ces conditions, le degré d'hyperstatisme du groupe de liaisons initial réalisant la liaison glissière ? Vous expliquerez brièvement, mais clairement votre raisonnement. Que pensez vous de ce résultat sur la capacité de réalisation de cette structure ?

Correction

Colle 1

Pompe à chaleur à compresseur Scroll – Sujet

XENS – PSI – 2018.

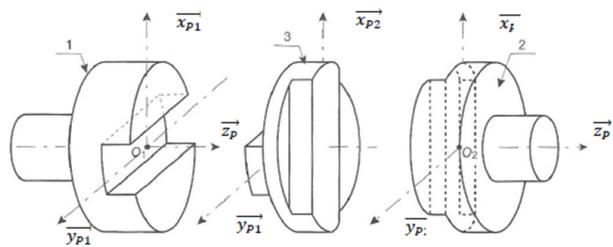
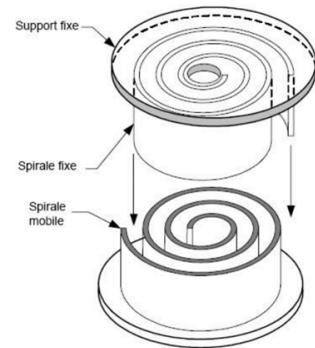
Présentation

Le compresseur Scroll utilise deux spirales de géométrie identique emboîtées l'une dans l'autre. L'une des spirales est fixe tandis que la seconde est mobile et mise en mouvement grâce à un arbre muni d'un excentrique.

Etude préliminaire d'un joint de Oldham

Le joint de Oldham est un accouplement utilisé en général entre 2 axes parallèles mais non-coaxiaux. La figure ci-après en donne les constituants de principe :

- ▶ un arbre d'entrée (noté 1) pouvant tourner autour de l'axe (O_1, \vec{z}_{p1}) par rapport à un bâti;
- ▶ un arbre de sortie (noté 2) pouvant tourner autour de l'axe (O_2, \vec{z}_{p2}) par rapport à un bâti;
- ▶ une pièce intermédiaire appelée en général « noix » ou « croix » (notée 3).



La transmission de la rotation de l'arbre 1 à l'arbre 2 est rendue possible par les caractéristiques des liaisons avec la noix 3 : il est nécessaire d'avoir deux glissières orthogonales au niveau de la noix. Ainsi, on retrouve :

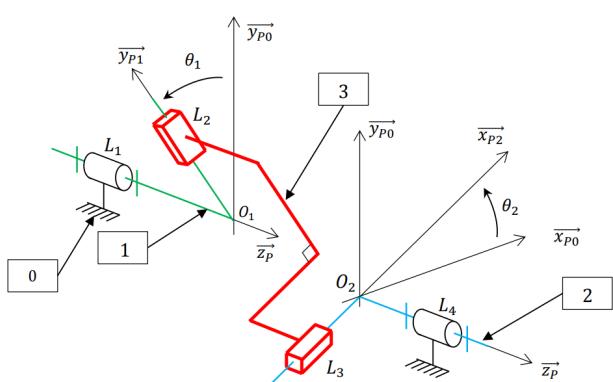
- ▶ une glissière de direction \vec{y}_{p1} entre 1 et 3;
- ▶ une glissière de direction \vec{x}_{p2} entre 3 et 2.

Ces 2 glissières sont par construction constamment orthogonales.

La figure ci-après représente le paramétrage de ce même joint de Oldham avec $B_0 (\vec{x}_{p0}, \vec{y}_{p0}, \vec{z}_{p0})$ la base fixe liée au bâti 0.

Paramétrage :

- ▶ $\vec{O_1 O_2} = -e\vec{x}_{p0} + h\vec{z}_0$;
- ▶ $\vec{L_1 O_1} = l_1 \vec{z}_p$;
- ▶ $\vec{O_1 L_2} = \lambda_2 \vec{y}_{p1}$;
- ▶ $\vec{O_2 L_4} = l_2 \vec{z}_p$
- ▶ $\vec{L_3 O_2} = \lambda_2 \vec{x}_{p2}$.



Les liaisons entre le bâti 0 et les pièces 1 et 2 sont toutes deux des liaisons pivots d'axes respectifs (L_1, \vec{z}_P) et (L_4, \vec{z}_P) .

Question 1 Représenter la figure plane de calcul reliant la base $\mathcal{B}_1 (\vec{x}_{P1}, \vec{y}_{P1}, \vec{z}_{P0})$ à la base \mathcal{B}_0 ainsi que celle reliant la base $\mathcal{B}_2 (\vec{x}_{P2}, \vec{y}_{P2}, \vec{z}_{P0})$ à la base \mathcal{B}_0 . Exprimer \vec{y}_{P1} et \vec{x}_{P2} dans la base \mathcal{B}_0 en fonction respectivement de θ_1 et θ_2 .

Question 2 Étant donnée l'orthogonalité entre \vec{y}_{P1} et \vec{x}_{P2} , montrer que $\sin(\theta_2 - \theta_1) = 0$.

On note $\dot{\theta}_1 = \omega_1$ et $\dot{\theta}_2 = \omega_2$.

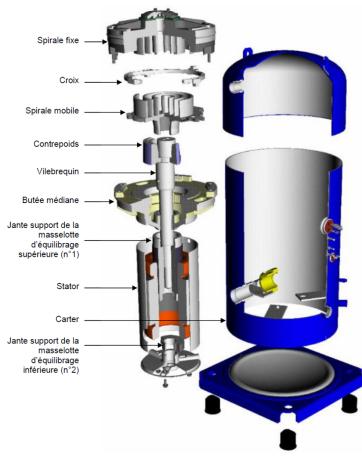
Question 3 Justifier, à partir du résultat précédent, que l'accouplement en rotation par joint de Oldham soit qualifié de « homocinétique en rotation », c'est-à-dire que le rapport de transmission entre la vitesse de rotation de 1 par rapport à 0, ω_1 , et celle de 2 par rapport à 0, ω_2 , est constant dans le temps.

Question 4 Calculer le degré d'hyperstatisme de ce modèle d'accouplement à partir des grandeurs cinématiques.

Afin de baisser l'hyperstatisme de l'accouplement, une version alternative est proposée en remplaçant les liaisons L_2 et L_3 par des liaisons pivot-glissant toujours d'axes respectifs (O_1, \vec{y}_{P1}) et (O_2, \vec{x}_{P2}) .

Question 5 Vérifier, à partir d'une analyse basée sur les grandeurs statiques, que le degré d'hyperstatisme a bien diminué suite à cette modification.

Question 6 Proposer une modification permettant de rendre le système isostatique en conservant sa fonctionnalité.

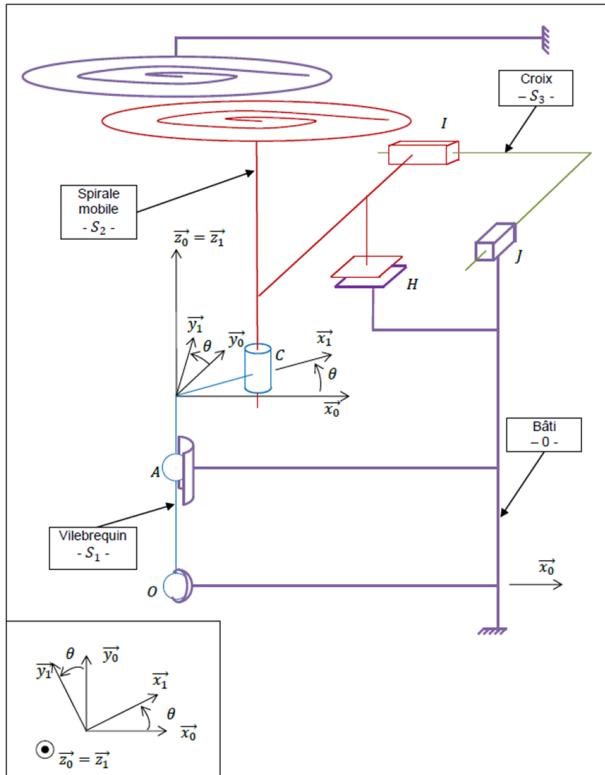


Etude cinématique du compresseur Scroll complet

La vue éclatée présentée sur la figure suivante permet d'identifier les différents composants du compresseur :

- ▶ le bâti fixe composé du carter extérieur, du stator du moteur électrique, de la butée médiane et de la spirale fixe placée en partie haute ;
- ▶ l'axe principal composé d'un vilebrequin, du rotor moteur, du contrepoids et de masselottes d'équilibrage ;
- ▶ la spirale mobile ;
- ▶ la croix.

Le schéma cinématique proposé reprend les éléments précédents en conservant les ensembles cinématiques. Les contacts entre les spirales fixe et mobile sont négligés dans cette modélisation.



Liaisons supposées parfaites :

- entre le vilebrequin S_1 et le bâti 0 :
 - liaison rotule de centre O ;
 - liaison linéaire annulaire de centre A et d'axe $\overrightarrow{A}z_0$;
- entre le vilebrequin S_1 et la spirale mobile S_2 : liaison pivot glissant d'axe $(C, \overrightarrow{z}_0)$;
- entre la spirale mobile S_2 et la croix S_3 : liaison glissière de direction \overrightarrow{x}_0 ;
- entre la croix S_3 et le bâti 0 : liaison glissière de direction \overrightarrow{y}_0 .

Liaison non parfaite :

- entre la spirale mobile S_2 et le bâti 0 :
 - liaison appui-plan avec frottement de normale \overrightarrow{z}_0 .

Question 7 Tracer le graphe des liaisons du système tel que modélisé sur la Figure précédente en faisant apparaître chaque liaison avec ses caractéristiques.

Question 8 Démontrer par le calcul que l'association des liaisons en O et en A entre le vilebrequin et le carter forme une liaison pivot d'axe $(O, \overrightarrow{z}_1)$.

Question 9 Indiquer la valeur de l'indice de mobilité du système dans cette modélisation à partir à partir de l'analyse du schéma cinématique. Proposer une démarche qui, sans utiliser le degré d'hyperstatisme du système, permettrait de retrouver analytiquement cette valeur.

Il est intéressant de remarquer que la croix S_3 réalise un accouplement de type joint de Oldham entre la spirale mobile S_2 et le bâti 0.

Question 10 Justifier alors que la vitesse de rotation de S_2 par rapport à 0 est nulle.

Question 11 Exprimer, dans la base \mathcal{B}_1 , la vitesse instantanée du point C appartenant à S_2 dans son mouvement par rapport à 0. Faire l'application numérique.

Paramétrage :

- $\mathcal{R}_0(O; \overrightarrow{x}_0, \overrightarrow{y}_0, \overrightarrow{z}_0)$ est le repère associé au bâti 0 ;
- $\mathcal{R}_1(O; \overrightarrow{x}_1, \overrightarrow{y}_1, \overrightarrow{z}_1)$ est le repère associé au au vilebrequin 1 :
 - la rotation de S_1 par rapport à 0 est repérée par l'angle $\theta = (\overrightarrow{x}_0, \overrightarrow{x}_1) = (\overrightarrow{y}_0, \overrightarrow{y}_1)$;
 - la vitesse de rotation est notée $\omega = \dot{\theta} = 3600 \text{ tr/min}$.
- $\overrightarrow{OA} = a\overrightarrow{z}_1$ avec $a = 340 \text{ mm}$;
- $\overrightarrow{AC} = R_{\text{orb}}\overrightarrow{x}_1 + d\overrightarrow{z}_1$ avec $R_{\text{orb}} = 8 \text{ mm}$ et $d = 80 \text{ mm}$.

Question 12 Déduire des questions précédentes le type de mouvement de la spirale mobile S_2 dans son déplacement par rapport à 0 ainsi que ses qualificatifs et caractéristiques.

Colle 1

Pompe à chaleur à compresseur Scroll – Corrigé

XENS – PSI – 2018.

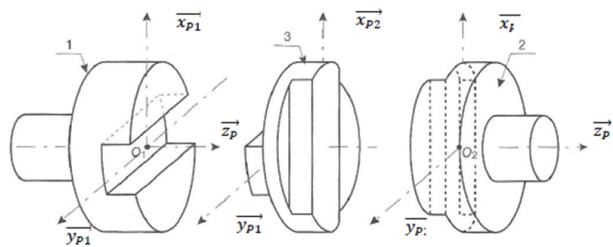
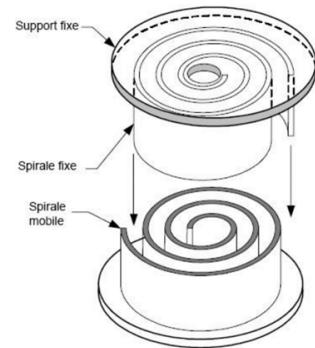
Présentation

Le compresseur Scroll utilise deux spirales de géométrie identique emboîtées l'une dans l'autre. L'une des spirales est fixe tandis que la seconde est mobile et mise en mouvement grâce à un arbre muni d'un excentrique.

Etude préliminaire d'un joint de Oldham

Le joint de Oldham est un accouplement utilisé en général entre 2 axes parallèles mais non-coaxiaux. La figure ci-après en donne les constituants de principe :

- ▶ un arbre d'entrée (noté 1) pouvant tourner autour de l'axe (O_1, \vec{z}_{p1}) par rapport à un bâti;
- ▶ un arbre de sortie (noté 2) pouvant tourner autour de l'axe (O_2, \vec{z}_{p2}) par rapport à un bâti;
- ▶ une pièce intermédiaire appelée en général « noix » ou « croix » (notée 3).



La transmission de la rotation de l'arbre 1 à l'arbre 2 est rendue possible par les caractéristiques des liaisons avec la noix 3 : il est nécessaire d'avoir deux glissières orthogonales au niveau de la noix. Ainsi, on retrouve :

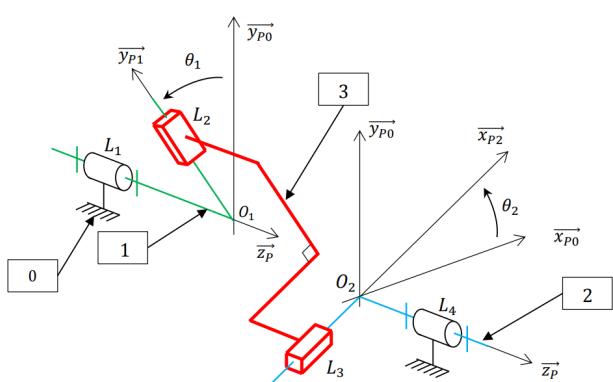
- ▶ une glissière de direction \vec{y}_{p1} entre 1 et 3;
- ▶ une glissière de direction \vec{x}_{p2} entre 3 et 2.

Ces 2 glissières sont par construction constamment orthogonales.

La figure ci-après représente le paramétrage de ce même joint de Oldham avec $B_0 (\vec{x}_{p0}, \vec{y}_{p0}, \vec{z}_{p0})$ la base fixe liée au bâti 0.

Paramétrage :

- ▶ $\vec{O_1O_2} = -e\vec{x}_{p0} + h\vec{z}_0$;
- ▶ $\vec{L_1O_1} = l_1\vec{z}_p$;
- ▶ $\vec{O_1L_2} = \lambda_2\vec{y}_{p1}$;
- ▶ $\vec{O_2L_4} = l_2\vec{z}_p$
- ▶ $\vec{L_3O_2} = \lambda_2\vec{x}_{p2}$.



Les liaisons entre le bâti 0 et les pièces 1 et 2 sont toutes deux des liaisons pivots d'axes respectifs (L_1, \vec{z}_P) et (L_4, \vec{z}_P) .

Question 1 Représenter la figure plane de calcul reliant la base $\mathcal{B}_1 (\vec{x}_{P1}, \vec{y}_{P1}, \vec{z}_{P0})$ à la base \mathcal{B}_0 ainsi que celle reliant la base $\mathcal{B}_2 (\vec{x}_{P2}, \vec{y}_{P2}, \vec{z}_{P0})$ à la base \mathcal{B}_0 . Exprimer \vec{y}_{P1} et \vec{x}_{P2} dans la base \mathcal{B}_0 en fonction respectivement de θ_1 et θ_2 .

Question 2 Étant donnée l'orthogonalité entre \vec{y}_{P1} et \vec{x}_{P2} , montrer que $\sin(\theta_2 - \theta_1) = 0$.

On note $\dot{\theta}_1 = \omega_1$ et $\dot{\theta}_2 = \omega_2$.

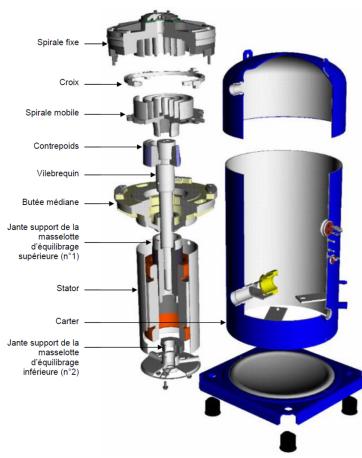
Question 3 Justifier, à partir du résultat précédent, que l'accouplement en rotation par joint de Oldham soit qualifié de « homocinétique en rotation », c'est-à-dire que le rapport de transmission entre la vitesse de rotation de 1 par rapport à 0, ω_1 , et celle de 2 par rapport à 0, ω_2 , est constant dans le temps.

Question 4 Calculer le degré d'hyperstatisme de ce modèle d'accouplement à partir des grandeurs cinématiques.

Afin de baisser l'hyperstatisme de l'accouplement, une version alternative est proposée en remplaçant les liaisons L_2 et L_3 par des liaisons pivot-glissant toujours d'axes respectifs (O_1, \vec{y}_{P1}) et (O_2, \vec{x}_{P2}) .

Question 5 Vérifier, à partir d'une analyse basée sur les grandeurs statiques, que le degré d'hyperstatisme a bien diminué suite à cette modification.

Question 6 Proposer une modification permettant de rendre le système isostatique en conservant sa fonctionnalité.

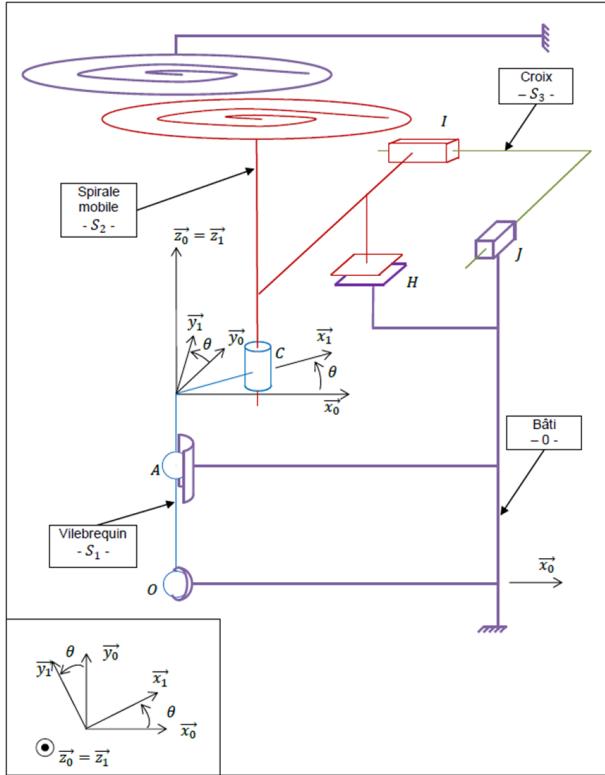


Etude cinématique du compresseur Scroll complet

La vue éclatée présentée sur la figure suivante permet d'identifier les différents composants du compresseur :

- ▶ le bâti fixe composé du carter extérieur, du stator du moteur électrique, de la butée médiane et de la spirale fixe placée en partie haute ;
- ▶ l'axe principal composé d'un vilebrequin, du rotor moteur, du contrepoids et de masselottes d'équilibrage ;
- ▶ la spirale mobile ;
- ▶ la croix.

Le schéma cinématique proposé reprend les éléments précédents en conservant les ensembles cinématiques. Les contacts entre les spirales fixe et mobile sont négligés dans cette modélisation.



Liaisons supposées parfaites :

- entre le vilebrequin S_1 et le bâti 0 :
 - liaison rotule de centre O ;
 - liaison linéaire annulaire de centre A et d'axe $\overrightarrow{A}z_0$;
- entre le vilebrequin S_1 et la spirale mobile S_2 : liaison pivot glissant d'axe $(C, \overrightarrow{z}_0)$;
- entre la spirale mobile S_2 et la croix S_3 : liaison glissière de direction \overrightarrow{x}_0 ;
- entre la croix S_3 et le bâti 0 : liaison glissière de direction \overrightarrow{y}_0 .

Liaison non parfaite :

- entre la spirale mobile S_2 et le bâti 0 :
 - liaison appui-plan avec frottement de normale \overrightarrow{z}_0 .

Question 7 Tracer le graphe des liaisons du système tel que modélisé sur la Figure précédente en faisant apparaître chaque liaison avec ses caractéristiques.

Question 8 Démontrer par le calcul que l'association des liaisons en O et en A entre le vilebrequin et le carter forme une liaison pivot d'axe $(O, \overrightarrow{z}_1)$.

Question 9 Indiquer la valeur de l'indice de mobilité du système dans cette modélisation à partir à partir de l'analyse du schéma cinématique. Proposer une démarche qui, sans utiliser le degré d'hyperstatisme du système, permettrait de retrouver analytiquement cette valeur.

Il est intéressant de remarquer que la croix S_3 réalise un accouplement de type joint de Oldham entre la spirale mobile S_2 et le bâti 0.

Question 10 Justifier alors que la vitesse de rotation de S_2 par rapport à 0 est nulle.

Question 11 Exprimer, dans la base \mathcal{B}_1 , la vitesse instantanée du point C appartenant à S_2 dans son mouvement par rapport à 0. Faire l'application numérique.

Paramétrage :

- $\mathcal{R}_0(O; \overrightarrow{x}_0, \overrightarrow{y}_0, \overrightarrow{z}_0)$ est le repère associé au bâti 0 ;
- $\mathcal{R}_1(O; \overrightarrow{x}_1, \overrightarrow{y}_1, \overrightarrow{z}_1)$ est le repère associé au au vilebrequin 1 :
 - la rotation de S_1 par rapport à 0 est repérée par l'angle $\theta = (\overrightarrow{x}_0, \overrightarrow{x}_1) = (\overrightarrow{y}_0, \overrightarrow{y}_1)$;
 - la vitesse de rotation est notée $\omega = \dot{\theta} = 3600 \text{ tr/min}$.
- $\overrightarrow{OA} = a\overrightarrow{z}_1$ avec $a = 340 \text{ mm}$;
- $\overrightarrow{AC} = R_{\text{orb}}\overrightarrow{x}_1 + d\overrightarrow{z}_1$ avec $R_{\text{orb}} = 8 \text{ mm}$ et $d = 80 \text{ mm}$.

Question 12 Déduire des questions précédentes le type de mouvement de la spirale mobile S_2 dans son déplacement par rapport à 0 ainsi que ses qualificatifs et caractéristiques.

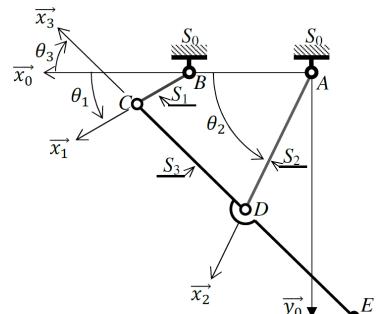
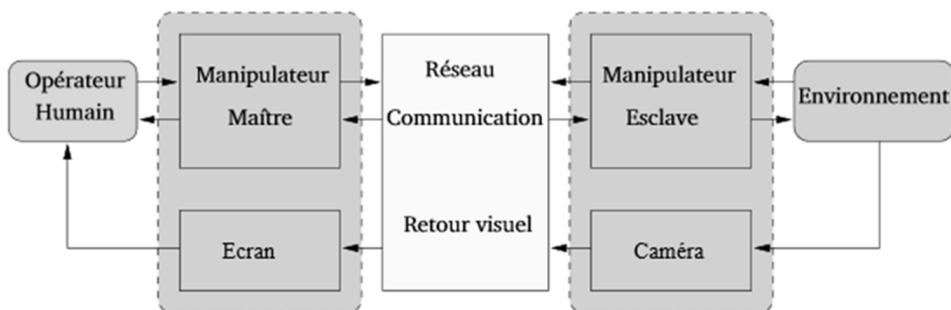
Colle 2

Interface maître et esclave d'un robot – Sujet

CCP PSI 2015.

Mise en situation

La téléopération consiste à mettre en relation deux manipulateurs appelés communément maître et esclave. Le manipulateur maître permet au chirurgien de donner sa consigne de déplacement à l'aide d'un levier de commande tandis que l'esclave l'exécute au contact de l'environnement (l'organe à opérer). Les deux sous-systèmes échangent des informations de déplacement et d'effort au travers d'un ou plusieurs canaux de communication. Un retour visuel est également mis en place en parallèle à ce dispositif.

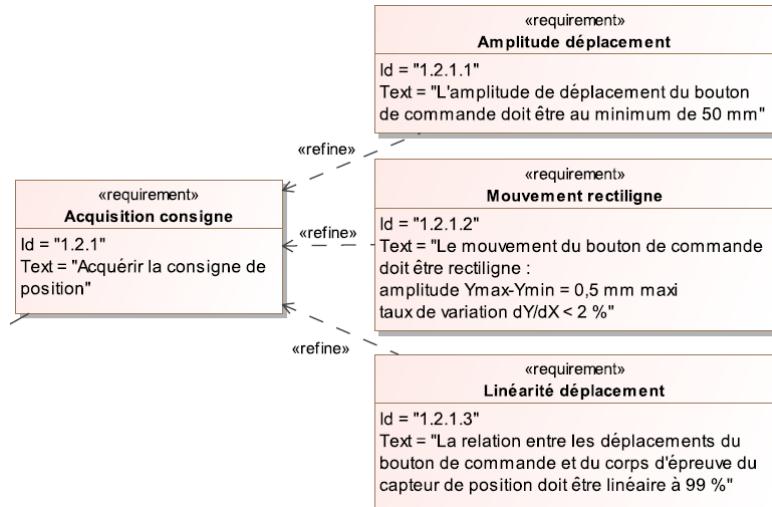


Modélisation de l'interface maître

Ce mécanisme est constitué de 4 barres reliées par des liaisons pivots.

Objectif

Vérifier que les exigences « Amplitude déplacement » (id 1.2.1.1), « Mouvement rectiligne » (id 1.2.1.2), « Linéarité déplacement » (id 1.2.1.3) peuvent être satisfaites par le mécanisme de HOEKEN.

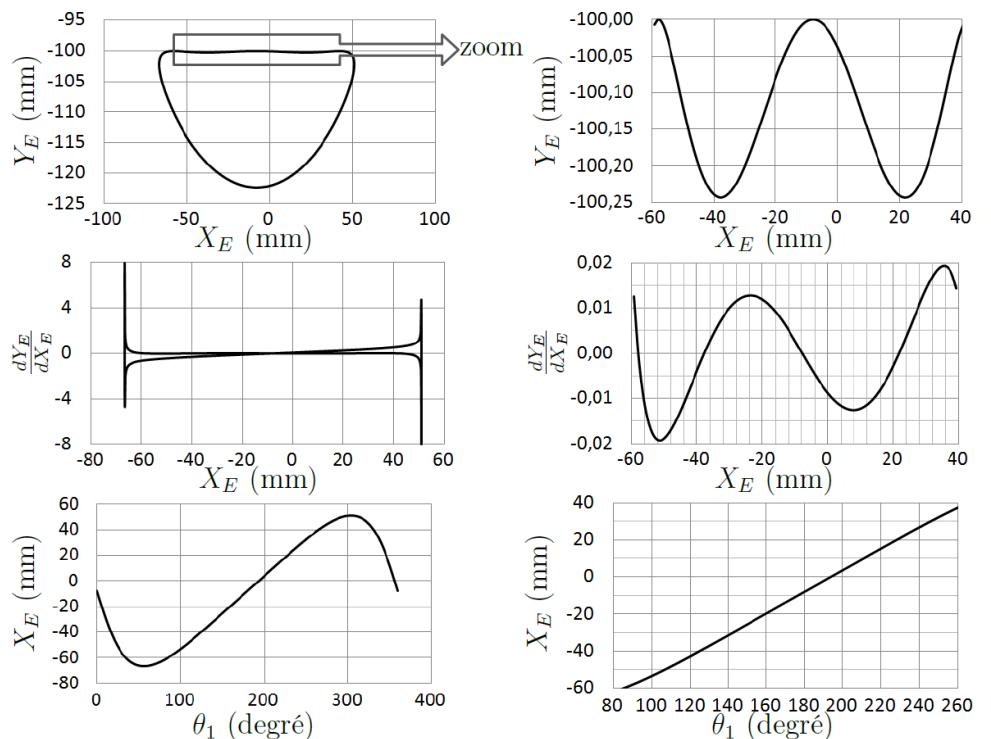


- Solide S_0 , repère $\mathcal{R}_0(A; \vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$, $\vec{AB} = L_0 \vec{x}_0$ avec $L_0 = 50$ mm.
- Solide S_1 , repère $\mathcal{R}_1(B; \vec{x}_1, \vec{y}_1, \vec{z}_1)$, $\vec{BC} = L_1 \vec{x}_1$ avec $L_1 = 25$ mm, $\theta_1 = (\vec{x}_0, \vec{x}_1) = (\vec{y}_0, \vec{y}_1)$.
- Solide S_2 , repère $\mathcal{R}_2(A; \vec{x}_2, \vec{y}_2, \vec{z}_0)$, $\vec{AD} = L_2 \vec{x}_2$ avec $L_2 = 62,5$ mm, $\theta_2 = (\vec{x}_0, \vec{x}_2) = (\vec{y}_0, \vec{y}_2)$.
- Solide S_3 , repère $\mathcal{R}_3(C; \vec{x}_3, \vec{y}_3, \vec{z}_0)$, $\vec{ED} = \vec{DC} = L_2 \vec{x}_3$ avec $\theta_3 = (\vec{x}_0, \vec{x}_3) = (\vec{y}_0, \vec{y}_3)$.

Question 1 Donner une relation algébrique reliant les paramètres L_0, L_1, L_2, θ_1 et θ_3 .

Question 2 De même, exprimer le vecteur position du point $E(\vec{AE})$ dans la base du repère \mathcal{R}_0 en fonction de L_0, L_1, L_2, θ_1 et θ_3 .

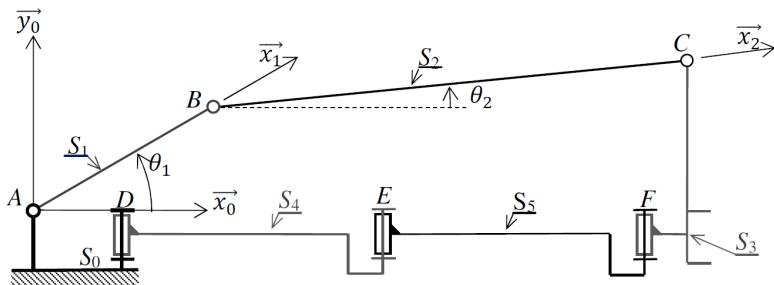
La résolution analytique du système d'équations permettant d'obtenir le déplacement du point E en fonction de l'angle de rotation θ_1 du moteur et des différentes longueurs du mécanisme n'étant pas triviale, seuls les résultats d'une simulation numérique seront analysés.



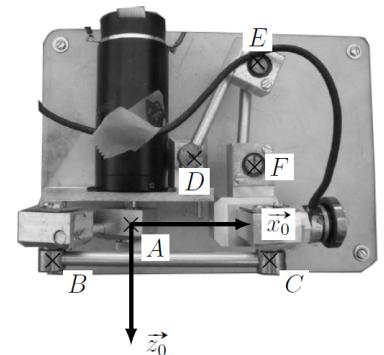
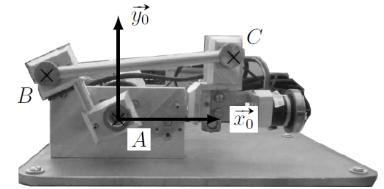
Question 3 Vérifier, à l'aide des figures précédentes, que le déplacement du point E est compatible avec les exigences « Amplitude déplacement » (id 1.2.1.1) et « Mouvement rectiligne » (id 1.2.1.2) sur l'intervalle $X_E \in [-60 \text{ mm}; 40 \text{ mm}]$.

Question 4 Proposer, à partir de la dernière figure, une démarche permettant de vérifier l'exigence « Linéarité déplacement » (id 1.2.1.3) sur l'intervalle $X_E \in [-60 \text{ mm}; 40 \text{ mm}]$.

Modélisation de l'interface esclave



Solide	Repère associé	Paramètres géométriques	Paramètres dynamiques
S_0 (bâti)	$\mathcal{R}_0(A, \vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$		
S_1 (barre $AB +$ rotor moteur)	$\mathcal{R}_1(A, \vec{x}_1, \vec{y}_1, \vec{z}_0)$	$\vec{AB} = L_1 \vec{x}_1$ avec $L_1 = 35 \text{ mm}$ $\theta_1 = (\vec{x}_0, \vec{x}_1) = (\vec{y}_0, \vec{y}_1)$	Inertie équivalente ramenée à l'axe (A, \vec{z}_0) : $I_1 = 5,7 \times 10^{-5} \text{ kg} \cdot \text{m}^2$ Frottement fluide entre rotor et stator : $f_v = 1,6 \times 10^{-3} \text{ N} \cdot \text{m} \cdot \text{s}$ Masse négligée
S_2 (barre BC)	$\mathcal{R}_2(B, \vec{x}_2, \vec{y}_2, \vec{z}_0)$	$\vec{BC} = L_2 \vec{x}_2$ avec $L_2 = 80 \text{ mm}$ $\theta_2 = (\vec{x}_0, \vec{x}_2) = (\vec{y}_0, \vec{y}_2)$	Masse et inertie négligées
S_3 (organe terminal)	$\mathcal{R}_3(C, \vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$	$\vec{AC} = L_3 \cdot \vec{y}_0 + x_s(t) \cdot \vec{x}_0$ avec $L_3 = 25 \text{ mm}$	Masse : $M_3 = 0,1 \text{ kg}$
S_4 (barre DE)			Masse et inertie négligées
S_5 (barre EF)			Masse et inertie négligées



Objectif

Modéliser le comportement dynamique de l'interface esclave de façon à évaluer son comportement au sein d'une boucle d'asservissement.

On note $\{\mathcal{T}(\text{mot} \rightarrow S_1)\} = \left\{ \begin{array}{l} \vec{0} \\ C_m \vec{z} \end{array} \right\}_{\forall P}$ l'expression, dans la base \mathcal{B}_0 du torseur de l'action mécanique exercée par le moteur sur le solide S_1 et l'accélération de la pesanteur sera représentée par le vecteur $\vec{g} = -g \vec{y}_0$.

Question 5 Tracer le graphe des liaisons du dispositif esclave. Préciser les actions mécaniques extérieures. Donner le degré d'hyperstatisme de la modélisation de ce mécanisme.

Question 6 Proposer une modification simple pour le rendre isostatique.

Question 7 Montrer que le mouvement de S_3/S_0 ne peut être qu'une translation de direction \vec{x}_0 .

Question 8 En utilisant le théorème de l'énergie cinétique, déterminer l'équation de mouvement liant les paramètres C_m , $\dot{\theta}_1$, $\ddot{\theta}_1$, \dot{x}_s , \ddot{x}_s , f_v , M_3 et I_1 .

Question 9 La relation géométrique liant les paramètres x_s et θ_1 n'étant pas triviale, on propose de la linéariser autour du point de fonctionnement par l'expression $\theta_1(t) \simeq \alpha x_s(t)$ avec $\alpha = -30 \text{ m}^{-1}$. En déduire l'équation différentielle liant les paramètres C_m , \dot{x}_s , \ddot{x}_s , f_v , M_3 , I_1 et α .

Question 10 Donner, dans les conditions d'Heaviside et sous forme canonique, la fonction de transfert modélisant le comportement dynamique du manipulateur esclave : $H(p) = \frac{X_s(p)}{C_m(p)}$ sachant que $X_s(p) = \mathcal{L}[x_s(t)]$ et $C_m(p) = \mathcal{L}[c_m(t)]$. Faire l'application numérique.

Colle 2

Interface maître et esclave d'un robot – Corrigé

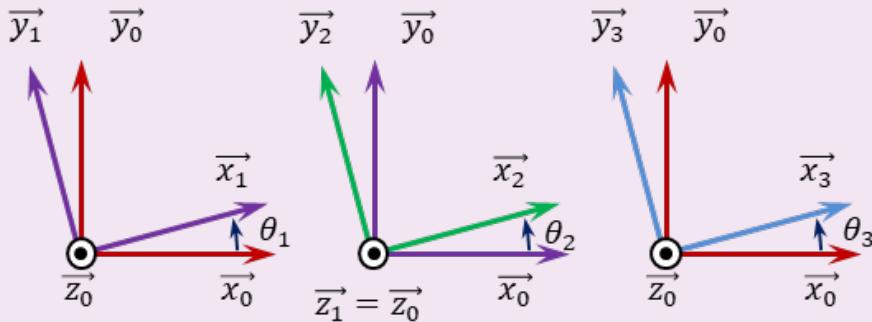
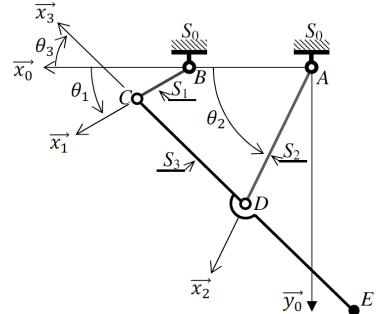
CCP PSI 2015.

Mise en situation

Modélisation de l'interface maître

Question 1 Donner une relation algébrique reliant les paramètres L_0, L_1, L_2, θ_1 et θ_3 .

Correction



En réalisant une fermeture géométrique on a $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{DA} = \overrightarrow{0}$.

On a alors, $L_0\vec{x}_0 + L_1\vec{x}_1 - L_2\vec{x}_3 - L_2\vec{x}_2 = \vec{0}$.

$$\Leftrightarrow L_0\vec{x}_0 + L_1(\cos \theta_1\vec{x}_0 + \sin \theta_1\vec{y}_0) - L_2(\cos \theta_3\vec{x}_0 + \sin \theta_3\vec{y}_0) - L_2(\cos \theta_2\vec{x}_0 + \sin \theta_2\vec{y}_0) = \vec{0}.$$

En projetant dans la base \mathcal{B}_0 , on a :

$$\begin{cases} L_0 + L_1 \cos \theta_1 - L_2 \cos \theta_3 - L_2 \cos \theta_2 = 0 \\ L_1 \sin \theta_1 - L_2 \sin \theta_3 - L_2 \sin \theta_2 = 0 \end{cases}$$

Il faut supprimer θ_2 :

$$\begin{cases} L_0 + L_1 \cos \theta_1 - L_2 \cos \theta_3 = L_2 \cos \theta_2 \\ L_1 \sin \theta_1 - L_2 \sin \theta_3 = L_2 \sin \theta_2 \end{cases}$$

En passant les expressions au carré et en les sommant, on a :

$$(L_0 + L_1 \cos \theta_1 - L_2 \cos \theta_3)^2 + (L_1 \sin \theta_1 - L_2 \sin \theta_3)^2 = L_2^2$$

Question 2 De même, exprimer le vecteur position du point E (\overrightarrow{AE}) dans la base du repère \mathcal{R}_0 en fonction de L_0, L_1, L_2, θ_1 et θ_3 .

Correction

On a $\overrightarrow{AE} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CE}$ et donc $\overrightarrow{AE} = L_0\vec{x}_0 + L_1\vec{x}_1 - 2L_2\vec{x}_3$.

$$\overrightarrow{AE} = L_0\vec{x}_0 + L_1(\cos \theta_1\vec{x}_0 + \sin \theta_1\vec{y}_0) - 2L_2(\cos \theta_3\vec{x}_0 + \sin \theta_3\vec{y}_0).$$

$$\text{Et } \overrightarrow{AE} = \begin{pmatrix} L_0 + L_1 \cos \theta_1 - 2L_2 \cos \theta_3 \\ L_1 \sin \theta_1 - 2L_2 \sin \theta_3 \end{pmatrix}_{\mathcal{R}_0}$$

Question 3 Vérifier, à l'aide des figures précédentes, que le déplacement du point E est compatible avec les exigences « Amplitude déplacement » (id 1.2.1.1) et « Mouvement

rectiligne » (id 1.2.1.2) sur l'intervalle $X_E \in [-60 \text{ mm}; 40 \text{ mm}]$.

Correction

- ▶ Amplitude déplacement de 50 mm minimum : OK (amplitude de 100 mm).
- ▶ Mouvement rectiligne d'une amplitude $\Delta Y = 0,5 \text{ mm}$ maximum : OK (amplitude de 0,25 mm).
- ▶ Mouvement rectiligne d'une amplitude taux de variation $\frac{dY_E}{dX_E} < 2\%$: OK (amplitude de $\pm 2\%$).

Question 4 Proposer, à partir de la dernière figure, une démarche permettant de vérifier l'exigence « Linéarité déplacement » (id 1.2.1.3) sur l'intervalle $X_E \in [-60 \text{ mm}; 40 \text{ mm}]$.

Correction

Il serait possible de faire une régression linéaire sur l'intervalle $[-60 \text{ mm}; 40 \text{ mm}]$ et de vérifier que le coefficient de corrélation est supérieur à 0,99.

Modélisation de l'interface esclave

Objectif

Modéliser le comportement dynamique de l'interface esclave de façon à évaluer son comportement au sein d'une boucle d'asservissement.

Question 5 Tracer le graphe des liaisons du dispositif esclave. Préciser les actions mécaniques extérieures. Donner le degré d'hyperstatisme de la modélisation de ce mécanisme.

Correction

Méthode statique

- ▶ Nombre de mobilité : $m = 1$.
- ▶ Nombre d'inconnues : 6 liaisons pivot. $I_S = 30$.
- ▶ Nombre d'équations : 5 solides. $E_S = 30$.
- ▶ $h = m - E_S + I_S = 1 - 30 + 30 = 1$.

Méthode cinématique

- ▶ Nombre de mobilité : $m = 1$.
- ▶ Nombre d'inconnues : 6 liaisons pivot. $I_c = 6$.
- ▶ Nombre d'équations : 1 cycle. $E_c = 6$.
- ▶ $h = m - I_c + E_c = 1 - 6 + 6 = 1$.

Question 6 Proposer une modification simple pour le rendre isostatique.

Correction

Pour rendre le système isostatique il faudrait ajouter une inconnue cinématique sans ajouter de mobilité. On peut par exemple remplacer une des liaison pivot par une liaison sphérique à doigt.

Question 7 Montrer que le mouvement de S_3/S_0 ne peut être qu'une translation de direction \vec{x}_0 .

Correction

D'une part, $\overrightarrow{\Omega(3/0)} = \overrightarrow{\Omega(3/2)} + \overrightarrow{\Omega(2/1)} + \overrightarrow{\Omega(1/0)} = \dot{\theta}_{30} \vec{z}_0$ (pivots parallèles d'axe \vec{z}_0).

D'autre part, $\overrightarrow{\Omega(3/0)} = \overrightarrow{\Omega(3/5)} + \overrightarrow{\Omega(5/4)} + \overrightarrow{\Omega(4/0)} = \dot{\theta}'_{30} \vec{y}_0$ (pivots parallèles d'axe \vec{y}_0).

On a donc $\dot{\theta}_{30} \vec{z}_0 = \dot{\theta}'_{30} \vec{y}_0$ et donc nécessairement $\dot{\theta}_{30} = \dot{\theta}'_{30} = 0$.

Le mouvement de 3/0 est donc une translation.

Question 8 En utilisant le théorème de l'énergie cinétique, déterminer l'équation de mouvement liant les paramètres C_m , $\dot{\theta}_1$, $\ddot{\theta}_1$, \dot{x}_s , \ddot{x}_s , f_v , M_3 et I_1 .

Correction

On isole $\Sigma = S_1 + S_2 + S_3 + S_4 + S_5$.

Calcul de l'énergie cinétique : $\mathcal{E}_c(\Sigma/0) = \mathcal{E}_c(S_1/0) + \mathcal{E}_c(S_3/0)$ car les masses et les inerties des autres solides sont négligées. On a donc $\mathcal{E}_c(\Sigma/0) = \frac{1}{2}I_1\dot{\theta}_1^2 + \frac{1}{2}M_3\overrightarrow{V(C,3/0)^2}$ (car le

mouvement de 3/0 est une translation. $\overrightarrow{V(C, 3/0)} = \frac{d\vec{AC}}{dt} = \dot{x}_s \vec{x}_0$.

$$\text{Au final, } \mathcal{E}_c(\Sigma/0) = \frac{1}{2} I_1 \dot{\theta}_1^2 + \frac{1}{2} M_3 \dot{x}_s^2.$$

Bilan des puissances intérieures : il n'y a pas de frottements ; donc $\mathcal{P}_{\text{int}} = 0$.

Bilan des puissances extérieures :

- $\mathcal{P}(\text{pes} \rightarrow 3/0) M g \vec{y}_0 \cdot \dot{x}_s \vec{x}_0 = 0$;
- $\mathcal{P}(0 \rightarrow 1/0)_{\text{mot}} = C_m \dot{\theta}_1$;
- $\mathcal{P}(0 \rightarrow 1/0)_{\text{frot}} = -f_v \dot{\theta}_1^2$.

Application du théorème de l'énergie cinétique : on a $\frac{d\mathcal{E}_c(\Sigma/0)}{dt} = \mathcal{P}_{\text{int}} + \mathcal{P}(\bar{\Sigma} \rightarrow \Sigma/0)$,

et donc

$$I_1 \dot{\theta}_1 \ddot{\theta}_1 + M_3 \dot{x}_s \ddot{x}_s = C_m \dot{\theta}_1 - f_v \dot{\theta}_1^2.$$

Question 9 La relation géométrique liant les paramètres x_s et θ_1 n'étant pas triviale, on propose de la linéariser autour du point de fonctionnement par l'expression $\theta_1(t) \approx \alpha x_s(t)$ avec $\alpha = -30 \text{ m}^{-1}$. En déduire l'équation différentielle liant les paramètres C_m , \dot{x}_s , \ddot{x}_s , f_v , M_3 , I_1 et α .

Correction

On a directement $I_1 \alpha \dot{x}_s(t) \alpha \ddot{x}_s(t) + M_3 \dot{x}_s \ddot{x}_s(t) = C_m \alpha \dot{x}_s(t) - f_v \alpha^2 \dot{x}_s(t)^2 \Leftrightarrow I_1 \alpha^2 \ddot{x}_s(t) + M_3 \ddot{x}_s = C_m \alpha - f_v \alpha^2 \dot{x}_s(t)$

Question 10 Donner, dans les conditions d'Heaviside et sous forme canonique, la fonction de transfert modélisant le comportement dynamique du manipulateur esclave :

$H(p) = \frac{X_s(p)}{C_m(p)}$ sachant que $X_s(p) = \mathcal{L}[x_s(t)]$ et $C_m(p) = \mathcal{L}[c_m(t)]$. Faire l'application numérique.

Correction

En transformant l'équation dans le domaine de Laplace, on a : $I_1 \alpha^2 p^2 X_s(p) + M_3 p^2 X_s(p) = C_m(p) \alpha - f_v \alpha^2 p X_s(p) \Leftrightarrow X_s(p) (I_1 \alpha^2 p^2 + M_3 p^2 + f_v \alpha^2 p) = C_m(p) \alpha \Leftrightarrow H(p) = \frac{\alpha}{p ((I_1 \alpha^2 + M_3) p + f_v \alpha^2)} \Leftrightarrow H(p) = \frac{1/(f_v \alpha)}{p \left(\frac{I_1 \alpha^2 + M_3}{f_v \alpha^2} p + 1 \right)}$.

$$\text{On a alors } K = -20,83, \tau = \frac{0,0513 + 0,1}{1,44} = 0,105 \text{ s.}$$

Colle 3

Nacelle articulée grande portée – Sujet

XENS PSI 2019.

La nacelle articulée (Figure 3.9) étudiée permet de sécuriser des opérations de travail en hauteur. Cette nacelle s'utilise en extérieur et est adaptée à tous les terrains grâce à ses 4 roues motrices et son essieu oscillant. Elle est principalement utilisée pour : la construction de gros et second œuvre, l'aménagement d'espaces verts, la logistique, la distribution et l'industrie, la maintenance et la restauration.

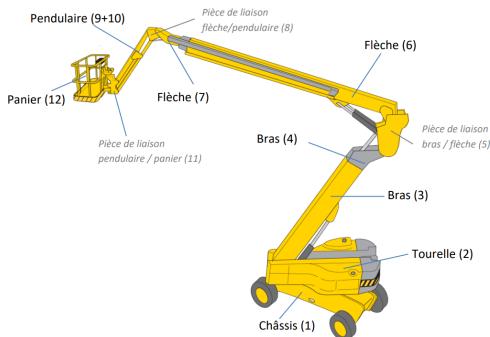


FIGURE 3.9 – Architecture globale de la nacelle

La nacelle est amenée à évoluer dans des terrains parfois accidentés (chantier, terrain en friche...). L'objectif est de valider la motricité du châssis par rapport au sol, même sur un terrain accidenté. Le châssis possède un essieu avant monté sur un palonnier pilotable par deux vérins.

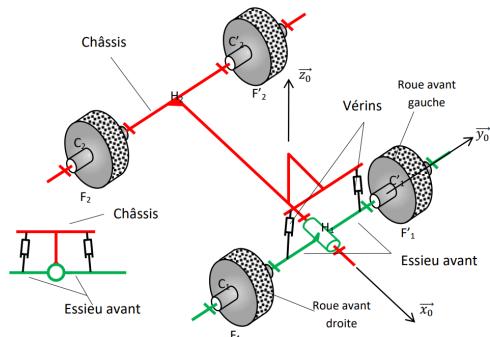


FIGURE 3.10 – Modèle du châssis

C_1, C'_1, C_2, C'_2 sont les centres respectivement des roues avant droite, avant gauche, arrière droite et arrière gauche. Les quatre roues sont considérées en liaison ponctuelle parfaite avec le sol. Les points de contact sont notés respectivement F_1, F'_1, F_2, F'_2 .

Question 1 Déterminer le degré d'hyperstatisme du modèle de la figure 3.10 sans les vérins et indiquer si ce modèle permet ou non de conserver le contact avec chacune des roues quelle soit la forme du terrain.

Les vérins ne sont toujours pas pris en compte.

Question 2 Etablir la liaison équivalente réalisée par l'essieu avant entre le sol et le châssis. Donner chaque étape de la démarche.

Question 3 Donner l'avantage de la solution constructeur par rapport à une solution à 4 roues directement sur le châssis et par rapport à une solution à 3 roues directement sur le châssis.

Question 4 Donner le rôle des vérins et indiquer selon quels critères ils peuvent être pilotés.

Les vérins sont maintenant pris en compte.

Question 5 En utilisant le modèle de la figure 3.10, proposer une liaison entre le corps du vérin d'une part et le châssis d'autre part. Proposer ensuite une liaison entre la tige du vérin d'une part et l'essieu avant d'autre part.

Question 6 Déterminer alors le degré d'hypostatisme du mécanisme.

Colle 3

Nacelle articulée grande portée – Corrigé

XENS PSI 2019.

Question 1 Déterminer le degré d'hyperstatisme du modèle de la figure 3.10 sans les vérins et indiquer si ce modèle permet ou non de conserver le contact avec chacune des roues quelle que soit la forme du terrain.

Correction

Méthode cinématique : $h = m - I_c + E_c$

- $m = 7$: 4 rotations indépendantes des 4 roues autout des axes (C, \vec{y}_0) , le véhicule sur un plan a 3 mobilités (translations suivant \vec{x}_0 et \vec{y}_0) rotation autour de \vec{z}_0 ;
- 5 pivots avec une inconnue cinématique chacune et 4 contacts ponctuels (5 inconnues cinématiques) $I_c = 5 \times 1 + 4 \times 5 = 25$;
- 7 solides, 9 liaisons soient $\gamma = 9 - 7 + 1 = 3$ et $E_c = 6 \times 3 = 18$.

Au final : $h = m - I_c + E_c = 7 - 25 + 18 = 0$.

Les vérins ne sont toujours pas pris en compte.

Question 2 Etablir la liaison équivalente réalisée par l'essieu avant entre le sol et le châssis. Donner chaque étape de la démarche.

Correction

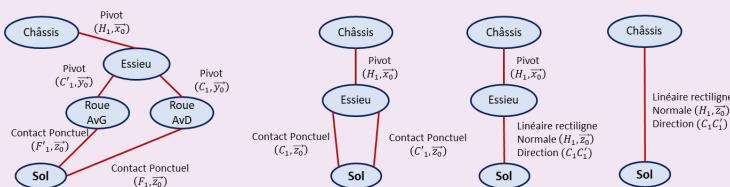
La liaison ponctuelle de normale (F_1, \vec{z}_0) et la pivot d'axe (C_1, \vec{y}_0) sont en parallèle. Pour déterminer le torseur équivalent on somme les torseurs cinématiques : $\{\mathcal{V}(\text{Es/RAv})\} + \{\mathcal{V}(\text{RAv/Sol})\} = \left\{ \begin{array}{l} \dot{\alpha}\vec{y}_0 \\ 0 \end{array} \right\}_{C_1} + \left\{ \begin{array}{l} \dot{\beta}_x\vec{x}_0 + \dot{\beta}_y\vec{y}_0 + \dot{\beta}_z\vec{z}_0 \\ \dot{\lambda}_x\vec{x}_0 + \dot{\lambda}_y\vec{y}_0 \end{array} \right\}_{C_1} = \left\{ \begin{array}{l} \dot{\beta}_x\vec{x}_0 + (\dot{\alpha} + \dot{\beta}_y)\vec{y}_0 + \dot{\beta}_z\vec{z}_0 \\ \dot{\lambda}_x\vec{x}_0 + \dot{\lambda}_y\vec{y}_0 \end{array} \right\}_{C_1}$. Il s'agit donc d'une liaison ponctuelle de normale (C_1, \vec{z}_0) .

On est maintenant en présence de deux liaisons ponctuelle de normale (C_1, \vec{z}_0) et (C'_1, \vec{z}_0) .

La liaison équivalente est une liaison linéaire rectiligne (cylindre – plan) de normale (H_1, \vec{z}_0) et de direction $(C_1 C'_1)$.

Enfin, la liaison linéaire rectiligne et la liaison pivot sont en série. Pour déterminer le torseur équivalent on somme les torseurs cinématiques : $\{\mathcal{V}(\text{Ch/Ess})\} + \{\mathcal{V}(\text{Ess/Sol})\} = \left\{ \begin{array}{l} \dot{\gamma}\vec{y}_0 \\ 0 \end{array} \right\}_{H_1} + \left\{ \begin{array}{l} \dot{\delta}_y\vec{y}_0 + \dot{\delta}_z\vec{z}_0 \\ \dot{\mu}_x\vec{x}_0 + \dot{\mu}_y\vec{y}_0 \end{array} \right\}_{H_1} = \left\{ \begin{array}{l} (\dot{\gamma} + \dot{\delta}_y)\vec{y}_0 + \dot{\delta}_z\vec{z}_0 \\ \dot{\mu}_x\vec{x}_0 + \dot{\mu}_y\vec{y}_0 \end{array} \right\}_{C_1}$.

La liaison équivalente est une liaison linéaire rectiligne (cylindre – plan) de normale (H_1, \vec{z}_0) et de direction $(C_1 C'_1)$.



Question 3 Donner l'avantage de la solution constructeur par rapport à une solution à 4 roues directement sur le châssis et par rapport à une solution à 3 roues directement sur le châssis.

Correction

Cette solution permet d'avoir toujours les 4 roues en contact avec le sol, quelque soit le terrain, même s'il est accidenté.

Question 4 Donner le rôle des vérins et indiquer selon quels critères ils peuvent être pilotés.

Correction

Le mécanisme est isostatique. Le maintien du contact entre les roues et le sol sera garanti par un pilotage adéquat des vérins.

Les vérins sont maintenant pris en compte.

Question 5 En utilisant le modèle de la figure 3.10, proposer une liaison entre le corps du vérin d'une part et le châssis d'autre part. Proposer ensuite une liaison entre la tige du vérin d'une part et l'essieu avant d'autre part.

Correction

Le vérin peut être lié de part et d'autre par une liaison rotule de part et d'autre.

Question 6 Déterminer alors le degré d'hypostatisme du mécanisme.

Correction

On ajoute 2 liaisons rotules par vérin et une liaison pivot glissant par vérin. On a donc :

- ▶ $m = 7 + 2 + 2 = 11$: un ensemble vérin peut pivoter sur son axe et la tige peut aussi pivoter sur son axe;
- ▶ on ajoute 4 rotules et 2 pivot glissant ; $I_c = 5 \times 1 + 4 \times 5 + 4 \times 3 + 2 \times 2 = 25 + 12 + 4 = 41$;
- ▶ on ajoute 4 solides et 6 liaisons soient $\gamma = 9 + 6 - 7 - 4 + 1 = 5$ et $E_c = 6 \times 5 = 30$.

On a donc $h = m - I_c + E_c = 11 - 41 + 30 = 0$. Le mécanisme reste isostatique avec les vérins.