Colle 1
Asservissement en température d'un four – Sujet

Equipe PT – La Martinière Monplaisir.

C1-02

C2-04

Un four électrique destiné au traitement thermique d'objets est constitué d'une enceinte close chauffée par une résistance électrique alimentée par une tension v(t). Dix objets peuvent prendre place simultanément dans le four. Le traitement thermique consiste à maintenir les objets pendant 1 heure à une température de 1200°C (régulée de façon optimale car les objets sont détruits si la température dépasse 1400°C). Entre deux cuissons, un temps de 24 minutes est nécessaire pour procéder au refroidissement du four et à la manutention. Le four est régi par l'équation différentielle : $\dfrac{\mathrm{d}\theta(t)}{\mathrm{d}t} + 2000\dfrac{\mathrm{d}^2\theta(t)}{\mathrm{d}t^2} = 0,02v(t)$.

Question 1 Calculer la fonction de transfert $G(p)$ du four en boucle ouverte. Quel est le gain statique du four ? Que se passerait-il si on alimentait le four en continu et en boucle ouverte ?

On décide de réguler la température $\theta(t)$ dans le four en utilisant un capteur de température qui délivre une tension $u(t)$. Le capteur est régi par l'équation différentielle : $u(t) + 2\dfrac{\mathrm{d}u(t)}{\mathrm{d}t} = 5 \cdot 10^{-3}\theta(t)$. On introduit également un gain K dans la chaîne directe.

Question 2 Faire le schéma de la boucle de régulation et calculer sa fonction de transfert en boucle fermée. Rappeler les conditions de stabilité d'un système.

On donne t_m le temps de montée du système en BF : $t_m \simeq \dfrac{3}{\omega_{\text{co}}}$ avec ω_{co} est la pulsation de coupure à 0 dB du système en BO.

Question 3 On souhaite se placer dans des conditions de stabilité suffisantes en imposant une marge de phase $\Delta\varphi = 45°$. Quelle est dans ces conditions, la valeur du temps de montée en boucle fermée ?

On souhaite atteindre une cadence de 100 pièces en 24h, ceci est obtenu pour $K = 11,3$.

Question 4 Pour conserver une marge de phase égale à 60° on introduit une correcteur à avance de phase sous la forme $C(p) = K_a\dfrac{1+aTp}{1+Tp}$. Déterminer les constantes du correcteur.

Colle 2
Réglage d'un correcteur P et d'un correcteur à avance de phase – Sujet

Equipe PT – La Martinière Monplaisir.

On considère un système de fonction de transfert en boucle ouverte $G(p)$ que l'on souhaite réguler à l'aide d'une boucle à retour unitaire : $G(p) = \dfrac{K}{(10p+1)^2(p+1)}$

On souhaite que la boucle de régulation fonctionne selon le cahier des charges suivant :

C1-02

C2-04

- marge de phase : $\Delta\varphi \geq 45°$;
- dépassement $D\% < 10\%$;
- écart statique $\varepsilon_S < 0,08$;
- temps de montée $t_m < 8\,\text{s}$.

Question 1 Quelle est la condition sur K pour obtenir $\varepsilon_S < 0,08$?

On note t_m le temps de montée du système en BF et $t_m \simeq \dfrac{3}{\omega_{\text{co}}}$ et ω_{co} est la pulsation de coupure à 0 dB du système en BO.

Question 2 Quelle est la condition sur K pour obtenir $t_m < 8\,\text{s}$?

Question 3 Quel choix faire pour la valeur de K ?

Question 4 Calculer la valeur de la marge de phase obtenue dans ces conditions.

Expérimentalement, on constate que $z_{\text{BF}} \simeq \dfrac{\Delta\varphi^o}{100}$ et on rappelle que $D\% = e^{\frac{-\pi z_{BF}}{\sqrt{1-z_{BF}^2}}}$.

Question 5 Que vaut alors le dépassement D% ?

Question 6 À partir de la relation précédente, déterminer la marge de phase qui correspond à un dépassement de 10%.

Avec la valeur de $K = 16,1$, on introduit, en amont de $G(p)$, dans la chaîne directe, un correcteur $C(p) = K_a \dfrac{1+aTp}{1+Tp}$ à avance de phase destiné à corriger le dépassement et la marge de phase, sans altérer ni la rapidité, ni la précision qui correspondent au cahier des charges.

Question 7 Déterminer alors la fonction de transfert de ce correcteur à avance de phase permettant d'obtenir une marge de phase de 60°.

Colle 3
Réglage d'un correcteur P et d'un correcteur à avance de phase – Sujet

Equipe PT – La Martinière Monplaisir.

On considère un système de fonction de transfert est : $G(p) = \dfrac{K}{(p+1)^3}$ placé dans une boucle de régulation à retour unitaire. On souhaite une marge de phase supérieure à 45°.

C1-02

C2-04

Question 1 Définir la condition de stabilité théorique du système ?

On note t_m le temps de montée du système en BF avec $t_m \simeq \dfrac{3}{\omega_{\text{co}}}$ et ω_{co} est la pulsation de coupure à 0 dB du système en BO.

Question 2 Calculer la valeur K qui assure, en boucle fermée, un temps de montée de 2,15 s.

Question 3 Calculer pour cette valeur de K la marge de phase.

Question 4 En déduire l'expression de la fonction de transfert du correcteur à avance de phase $C(p) = K_a \dfrac{1+aTp}{1+Tp}$ qu'il faut introduire dans la chaîne directe.

Colle 4
Réglage d'un correcteur P et d'un correcteur à avance de phase – Sujet

Pôle Chateaubriand – Joliot Curie.

Correction proportionnelle

C1-02

C2-04

Soit $F(p)$ la FTBO d'un système bouclé à retour unitaire. Les diagrammes de BODE de $F(p)$ sont représentés sur la figure ci-dessous.

Question 1 Déterminer les marges de phase et de gain du système, puis conclure quant à sa stabilité.

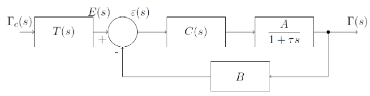
On décide d'ajouter au système un correcteur série de type proportionnel. On note K_p le gain de ce correcteur.

Question 2 Déterminer la valeur de K_p permettant d'obtenir une marge de gain $M_G = 12\,\text{dB}$.

Question 3 Déterminer la nouvelle marge de phase du système.

Question 4 En le justifiant, déterminer l'erreur de position du système corrigé pour une consigne indicielle.

Correction intégrale – Asservissement en accélération



On désire contrôler l'accélération $\gamma(t)$ d'un plateau. Pour cela, un capteur d'accélération, fixé sur le plateau et de sensibilité B, est utilisé dans la chaîne de retour du système. Le moteur permettant la motorisation du plateau est modélisé par la fonction de transfert : $H(s) = \dfrac{A}{1+\tau s}$. On modélise le correcteur par la fonction de transfert $C(s)$.

On a $A = 100\,\text{g}\,\text{m}\,\text{s}^{-2}\,\text{V}^{-1}$, $\tau = 0{,}2\,\text{s}$ et $B = 10^{-2}\,\text{g}^{-1}\text{Vm}^{-1}\text{s}^{-2}$.

Question 5 Quelle doit être la fonction de transfert du transducteur $T(s)$ qui traduira l'accélération de consigne $\Gamma_c(s)$ en tension $E(s)$.

On applique à l'entrée du système une consigne d'accélération $\gamma_c = 20g$.

Système asservi sans correction : $C(s) = 1$.

Question 6 Déterminer l'expression de la fonction de transfert en boucle fermée de ce système. Identifier les différents paramètres de cette fonction. Réaliser l'application numérique.

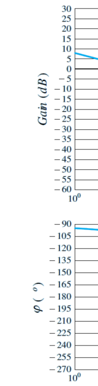
Question 7 Calculer le temps de réponse à 5% de ce système pour une entrée en échelon.

Question 8 Donner la valeur de l'accélération en régime permanent. Ce système est-il précis ? Donner l'erreur en régime permanent.

Question 9 Donner l'allure de la réponse de ce système en précisant les points caractéristiques.

Système asservi avec correction intégrale : $C(s) = \dfrac{1}{s}$.

Question 10 Déterminer l'expression de la fonction de transfert en boucle fermée de ce système. Identifier les différents paramètres de cette fonction. Réaliser l'application numérique.



Question 11 Calculer le temps de réponse à 5% de ce système pour une entrée en échelon.

Question 12 Donner la valeur de l'accélération en régime permanent. Ce système est-il précis ? Donner l'erreur en régime permanent. Pouvait-on prévoir ce résultat.

Question 13 Conclure en comparant le comportement du système avec et sans correction.

TD 1
Téléchirurgie robotisée au contact d'organes mobiles – Sujet

CCP – PSI 2015.

Présentation

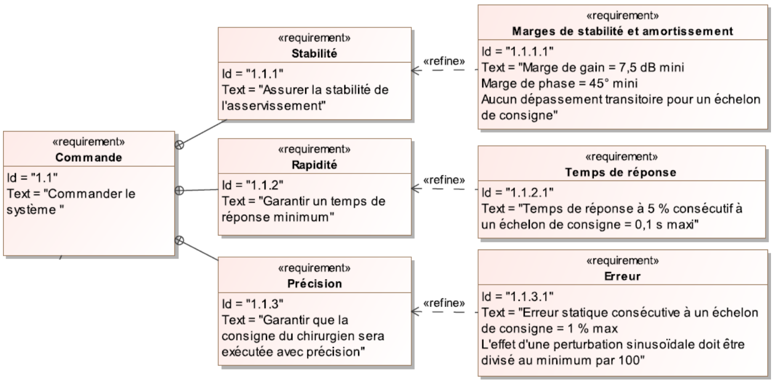
Réalisation de la commande de l'esclave

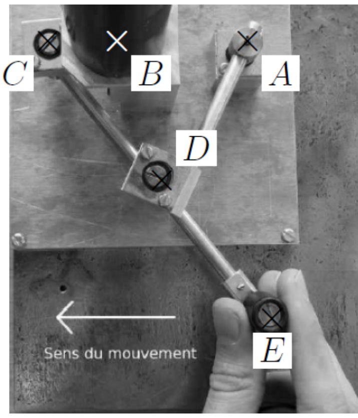
C1-02

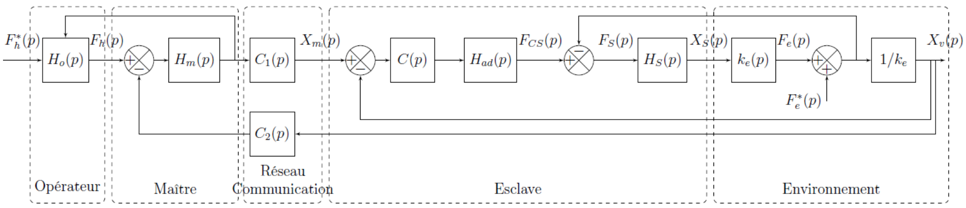
C2-04

Objectif

Concevoir la commande du dispositif esclave de façon à satisfaire l'ensemble des exigences incluses dans l'exigence « Commande » (id 1.1).





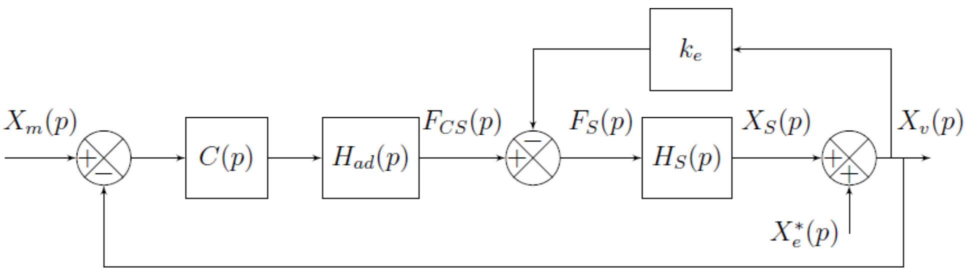


Modélisation et étude des performances du système sans correction

Objectif

Identifier les performances non satisfaites afin de choisir un correcteur adapté.

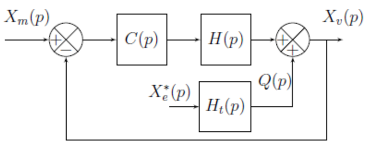
La modélisation permettant de relier la consigne $x_m(t)$ issue du dispositif maître au déplacement $x_v(t)$ de l'organe terminal est représentée par le schéma-blocs suivant.



- $H_{\text{ad}}(p) = k_a = 1\,\text{Nm}^{-1}$ permet d'adapter la consigne position en consigne force ;

- $H_S(p) = \dfrac{X_S(p)}{F_S(p)} = \dfrac{k_S}{p\,(m_S p + b_S)}$ avec $k_S = 1\,\mathrm{m\,N^{-1}}$, $m_S = 0{,}152\,\mathrm{kg}$ et $b_S = 1{,}426\,\mathrm{Nsm^{-1}}$;
- $k_e = 200\,\mathrm{N\,m^{-1}}$.

Question 1 Simplifier le schéma-blocs précédant pour lui donner la forme illustrée par la figure suivante. Exprimer $H_t(p)$ et $H(p)$ en fonction de k_e, k_a et $H_S(p)$.

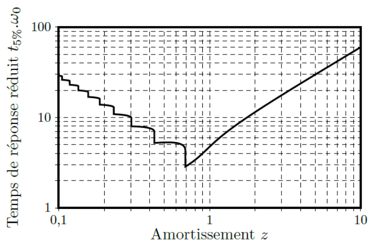


Pour la suite du problème, on prendra : $H(p) = \dfrac{1}{m_S p^2 + b_S p + k_e}$.

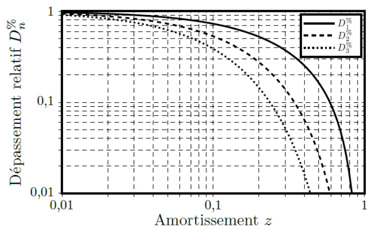
Vérification des exigences sans correction : $C(p) = 1$

Question 2 Déterminer la fonction de transfert en boucle fermée (avec une perturbation nulle : $X_e^*(p) = 0$) : $F_{\text{BF1}}(p) = \dfrac{X_v(p)}{X_m(p)}$, puis la mettre sous forme canonique de façon à identifier les paramètres caractéristiques : gain statique (K), pulsation propre (ω_0) et coefficient d'amortissement (z). Faire l'application numérique.

Question 3 En vous aidant des abaques de la figure suivante, vérifier les exigences « stabilité » (uniquement l'amortissement), « rapidité » et « précision » (uniquement l'erreur statique).



(a) Abaque du temps de réponse réduit



(b) Abaque des dépassements relatifs

Modélisation et étude des performances du système avec correction intégrale : $C(p) = \dfrac{K_i}{p}$

Objectif

Vérifier la capacité d'une correction intégrale à atteindre les exigences.

Question 4 Les résultats d'une simulation pour un gain $K_i = 100$ sont donnés sur les figures suivantes. Vérifier les exigences « stabilité », « rapidité », « précision » (uniquement l'erreur statique).

Question 5 Justifier exhaustivement le tracé des diagrammes de Bode. Tracer le diagramme asymptotique.

Question 6 Pour améliorer la rapidité, il faut augmenter le gain K_i. Déterminer la valeur K_{imax} du coefficient K_i qui permet de respecter les marges de stabilité.

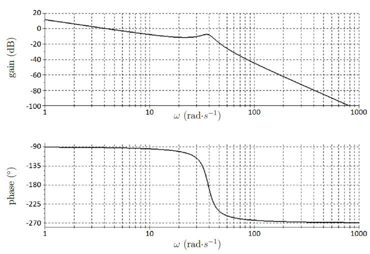
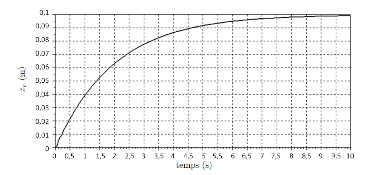


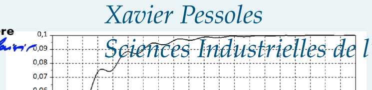
Diagramme de Bode de la fonction de transfert en boucle ouverte pour $K_i = 100$

Question 7 En analysant la courbe suivante, conclure sur la capacité du correcteur à valider simultanément les exigences de « stabilité » et de « rapidité ».



Réponse temporelle de la fonction de transfert en boucle fermée pour un échelon de 10 cm et $K_i = 100$

Question 8 Le diagramme de Bode de la figure suivante représente la réponse fréquentielle (courbe de gain uniquement) de la fonction $F_{\text{BF2}}(j\omega) = \dfrac{X_v(j\omega)}{X_e^*(j\omega)}$ pour $K_i = K_{\text{imax}}$. Quelle sera l'atténuation minimale $|F_{\text{BF2}}(j\omega)|_{\text{min}}$ de la perturbation x_e^* (en %) sur l'intervalle $[1{,}25\,\mathrm{rad\,s^{-1}} ; 12{,}5\,\mathrm{rad\,s^{-1}}]$. Conclure sur la validation de l'exigence de « précision ».

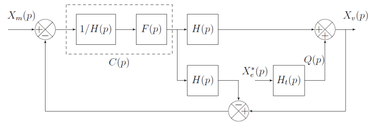


Modélisation et étude des performances du système avec correction IMC

Objectif

Améliorer la rapidité tout en atténuant la perturbation sinusoïdale.

Pour améliorer l'atténuation de la perturbation sinusoïdale, il est possible de changer la structure de l'asservissement et d'opter pour une correction IMC (Internal Model Corrector) dont le schéma-blocs est donné sur la figure suivante.

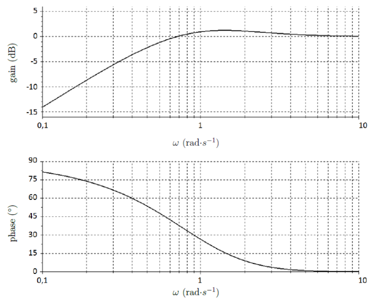


Avec $F(p)$ la fonction de transfert d'un filtre de la forme $F(p) = \dfrac{1}{(1+Tp)^2}$ et la fonction de transfert $H(p) = \dfrac{1}{m_S p^2 + b_S p + k_e}$.

La grandeur de sortie $X_v(p)$ peut s'exprimer par l'équation : $X_v(p) = A(p)X_m(p) + B(p)Q(p)$ avec $A(p) = \dfrac{1}{(1+Tp)^2}$ et $B(p) = \dfrac{Tp\,(2+Tp)}{(1+Tp)^2}$.

Question 9 Indiquer s'il faut augmenter ou diminuer la valeur de T pour améliorer le temps de réponse consécutif à un échelon de consigne $x_m(t) = x_0$ (on prendra $Q(p) = 0$ pour cette question). Justifier votre réponse. En déduire la valeur limite de T permettant de satisfaire l'exigence de « rapidité ».

Question 10 Le diagramme de Bode de $B(j\omega)$ pour $T = 1$ s est donné ci-après. Indiquer sur la copie s'il faut augmenter ou diminuer la valeur de T pour minimiser l'effet de la perturbation sur l'intervalle $[1{,}25\,\mathrm{rad\,s^{-1}}; 12{,}5\,\mathrm{rad\,s^{-1}}]$. Justifier votre réponse. En déduire la valeur limite de T permettant de satisfaire l'atténuation de la perturbation liée à l'exigence de « précision » sur cet intervalle.



TD 2
Vision en réalité augmentée pour hélicoptère – Sujet

Concours Centrale Supelec 2014.

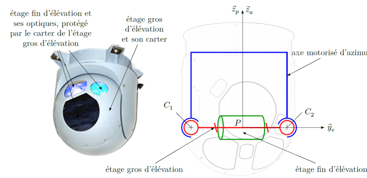
Mise en situation

C1-02

C2-04

Le FLIR est une boule optronique modulaire pouvant intégrer plusieurs capteurs différents dont une caméra thermique, une caméra couleur TV HD, ainsi qu'une caméra très bas niveau de lumière. Cet ensemble est orientable et gyrostabilisé, c'est-à-dire en particulier que les caméras sont capables de garder une même ligne de visée par rapport au référentiel terrestre, quels que soient les mouvements de l'hélicoptère NH90 qui sera appelé porteur dans la suite du sujet.

Afin de limiter l'influence des vibrations du porteur sur la ligne de visée et augmenter la précision de son orientation, les ingénieurs ont choisi de décomposer l'axe motorisé d'élévation en deux étages. Le premier étage, appelé étage gros d'élévation (ge), est en prise directe avec l'air et est donc soumis aux effets aérodynamiques lors des mouvements du porteur. L'étage gros d'élévation est lui même en liaison pivot, d'axe $\left(P,\overrightarrow{y_e}\right)$, avec l'axe motorisé d'azimut. Le second, appelé étage fin d'élévation (fe), est protégé des effets aérodynamiques grâce au carter sphérique solidaire de l'étage gros. Cet étage est en liaison pivot, d'axe $\left(P,\overrightarrow{y_e}\right)$, avec l'étage gros d'élévation. L'inertie des éléments déplacés par l'étage fin d'élévation est plus faible que celle de l'étage gros d'élévation et les choix de guidage et de motorisation permettent d'atteindre des accélérations et des vitesses élevées. Cependant, l'amplitude du mouvement de l'étage fin est limitée.

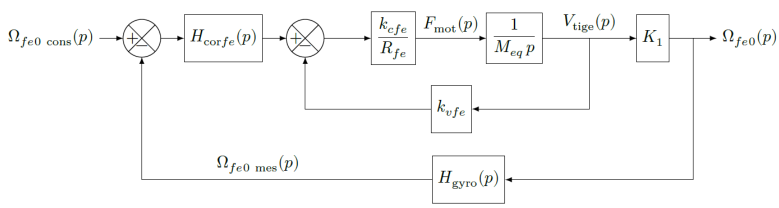


Les performances de l'étage fin d'élévation sont données dans le tableau ci-contre.

Exigence	Valeur
Temps de réponse à 5%	<40 ms
Écart statique	nul
Marge de phase	$\Delta\phi = 60°$

$k_{\text{cfe}} = 10{,}2\,\text{N}\,\text{A}^{-1}$, $k_{\text{vfe}} = 10{,}2\,\text{V}\,\text{s}\,\text{m}^{-1}$, on note $K_{\text{fe}} = k_{\text{cfe}} = k_{\text{vfe}}$, $R_{\text{fe}} = 7{,}5\,\Omega$.

La consigne de vitesse $\dot{\theta}_{\text{fe0 cons}}(t) = \omega_{\text{fe0 cons}}(t)$ est établie par rapport au référentiel galiléen $\mathcal{R}_0$. Elle est calculée à partir de la détection de posture de la tête du pilote et des informations d'orientation du porteur par rapport au référentiel terrestre $\mathcal{R}_0$ obtenues par la centrale inertielle du porteur.

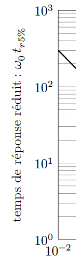


Dans un premier temps, l'asservissement de vitesse n'est pas corrigé, c'est-à-dire que $H_{\text{cor}\,fe}(p) = 1$.

Question 1 Exprimer littéralement et sous forme canonique la fonction de transfert $H_{fe1}(p) = \dfrac{\Omega_{fe0}(p)}{\Omega_{fe0\,\text{cons}}(p)}$, en fonction de K_1, τ_{gyro}, M_{eq}, K_{fe} et R_{fe}.

Compte tenu des temps de réponse à observer, on montre que $H_{fe1}(p$ peut se mettre sous la forme simplifiée suivante : $H_{fe1}(p) = \dfrac{0,5}{1 + 3,65 \times 10^{-1}p + 6 \times 10^{-4}p^2}$.

Question 2 En utilisant l'abaque de la figure suivante, déterminer le temps de réponse à 5% et l'écart statique de l'asservissement en vitesse de l'étage fin d'élévation en

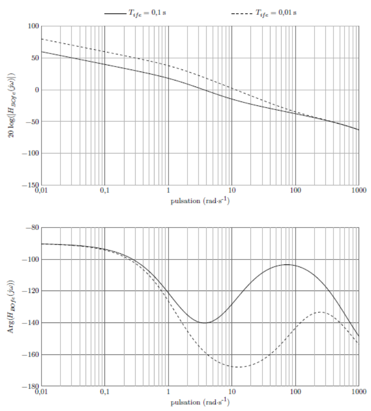


réponse à un échelon de vitesse unitaire. Conclure sur le respect des performances en rapidité et en précision.

On propose d'utiliser un correcteur proportionnel intégral de la forme $H_{\text{cor}\,fe}(p) = K_{\text{pfe}}\left(1+\dfrac{1}{T_{\text{ife}}p}\right)$. La fonction de transfert en boucle ouverte de l'asservissement en vitesse de l'étage fin d'élévation devient alors

$$H_{\text{BOfe}}(p) = K_{\text{pfe}}\left(1+\frac{1}{T_{\text{ife}}p}\right)\frac{1}{1+0,75p}\,\frac{1}{1+1,6\times 10^{-3}p}.$$

La figure suivante correspond aux tracés des diagrammes de Bode réels de $H_{\text{BOfe}}(j\omega)$ pour $K_{\text{pfe}} = 1$ et $T_{\text{ife}} = 0{,}1$ s puis $T_{\text{ife}} = 0{,}01$ s.



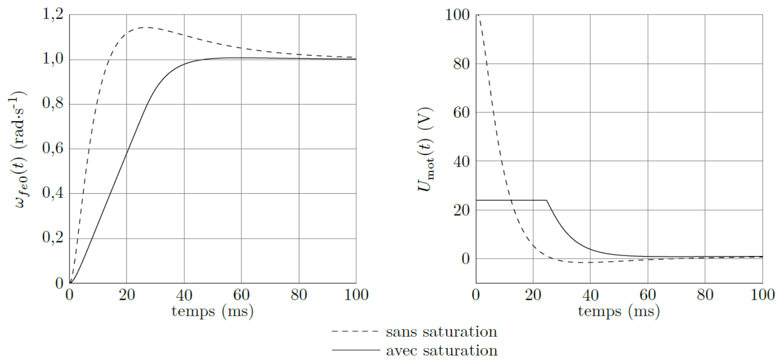
Question 3 Sur cette même figure, tracer le diagramme de phase asymptotique de $H_{\text{BOfe}}(j\omega)$ (Bode) pour $T_{\text{ife}} = 0{,}1$ s, en indiquant la pulsation $\dfrac{1}{T_{\text{ife}}}$.

La lecture du tracé réel de la phase met en évidence un maximum à la pulsation $\omega_{\max}$ telle que $\omega_{\max} \in \left[\dfrac{1}{T_{\text{ife}}};600\right]$ rad s^{-1}.

Question 4 En supposant que le tracé réel semi-logarithmique de la phase est symétrique autour de $\omega_{\max}$, calculer la valeur de T_{ife} comprise dans la décade [0,01 s; 0,1 s] qui permet de régler ce maximum à $-120\,°$.

Question 5 Pour le réglage de T_{ife} calculé à la question précédente avec $K_{\text{pfe}} = 1$ et à partir des tracés réels du document réponse, calculer la valeur de K_{pfe} qui permet de respecter le critère de marge de phase.

Le modèle est complété en utilisant les réglages déterminés aux deux questions précédentes pour K_{pfe} et T_{ife}. Afin de prendre en compte les caractéristiques du moteur linéaire, une saturation d'alimentation du moteur à 24 V est ajoutée ainsi qu'une modification de la commande associée qui n'est pas étudiée ici et qui ne modifie pas les réglages de K_{pfe} et T_{ife} déterminés précédemment. La réponse simulée $\omega_{fe0}(p)$ de l'étage fin d'élévation à une consigne de vitesse en échelon $\omega_{fe0\,\text{cons}}(t) = 1$ rad s^{-1} est donnée sur la figure suivante.



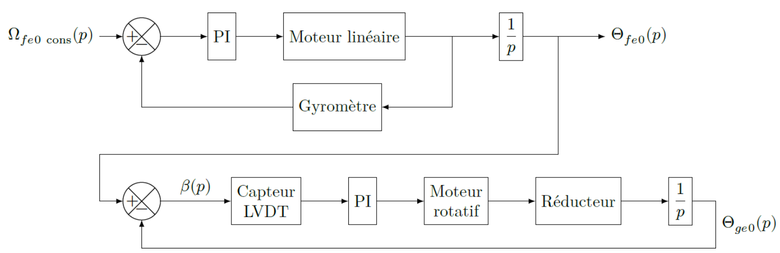
Question 6 D'après la figure précédente, définir le temps pendant lequel la tension du moteur linéaire a été saturée et expliquer les effets de cette saturation sur les performances simulées par rapport aux performances simulées en gardant le modèle linéaire. Conclure sur la pertinence de la prise en compte de la saturation et sur les performances de l'étage fin d'élévation.

Synthèse : validation des performances simulées du FLIR

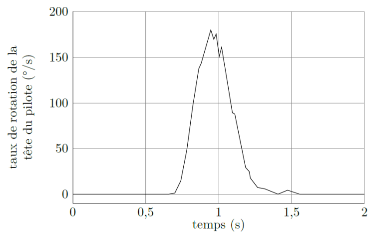
Objectif

Simuler le comportement de l'axe motorisé d'élévation du FLIR et vérifier s'il respecte le cahier des charges.

À l'instar de l'étage fin d'élévation, l'étage gros d'élévation est également asservi, mais en position angulaire. Il doit permettre à l'étage fin d'élévation de vérifier l'hypothèse émise précédemment, soit $\overrightarrow{u} \simeq \overrightarrow{z_e}$, c'est-à-dire que l'angle $\beta(t)$ doit rester dans l'intervalle $[-5°, +5°]$. Un capteur LVDT (Linear Variable Differential Transformer) permet de mesurer l'écart entre l'orientation de l'étage fin d'élévation et l'étage gros d'élévation $\beta(t) = \theta_{fe0}(t) - \theta_{ge0}(t)$. Le modèle d'asservissement de l'axe motorisé d'élévation est alors celui donné sur la figure suivante.



La figure ci-contre correspond à une mesure expérimentale du taux de rotation de la tête d'un pilote pour un mouvement d'élévation de sa ligne de visée. Ce signal peut alors être utilisé comme signal de consigne envoyé à l'axe motorisé d'élévation du FLIR.



Pour simuler le modèle de l'axe motorisé d'élévation et comparer ses performances au cahier des charges, il est nécessaire de définir un signal de consigne $\omega_{fe0\,\text{cons}}(t)$ composé des signaux canoniques utilisés en automatique.

Question 7 À partir de la figure précédente et en utilisant les signaux échelon et/ou rampe, proposer un modèle temporel associé au signal de consigne $\omega_{fe0\,\text{cons}}(t)$ exprimé en rad s^{-1}, sous la forme d'un tracé simple en fonction du temps en seconde. Tracer l'allure de $\theta_{fe0\,\text{cons}}(t)$, exprimé en rad, qui correspond à l'évolution temporelle de la ligne de visée du pilote dans ce cas. Préciser les valeurs des points caractéristiques de ces deux courbes.

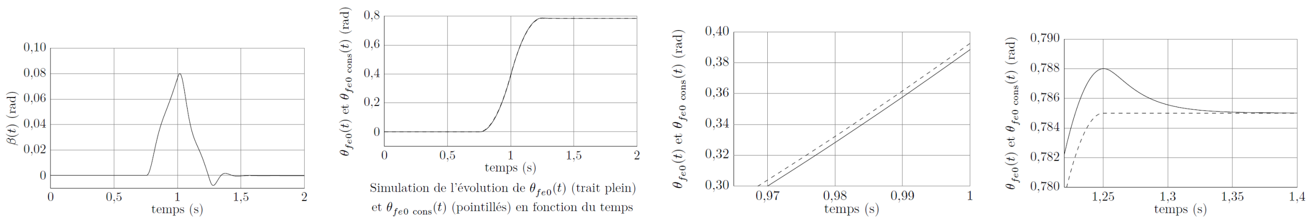
Question 8 À partir des deux tracés précédents, indiquer quels critères du cahier des charges peuvent être validés en utilisant ce signal de consigne dans la simulation du comportement de l'axe motorisé d'élévation du FLIR.

Après avoir dimensionné et implanté le correcteur proportionnel intégral (noté PI) au sein du modèle de l'étage gros d'élévation, on simule l'évolution de $\beta(t) = \theta_{fe0}(t) - \theta_{ge0}(t)$ pour le signal de consigne $\omega_{fe0\,\text{cons}}(t)$ établi à partir de la mesure de la figure précédente. Les résultats de simulation sont donnés sur les figures suivantes.

Question 9 À partir des figures suivantes :

- vérifier si l'hypothèse $\overrightarrow{u} \simeq \overrightarrow{z_e}$ reste valide ;
- pour chaque critère du cahier des charges à l'aide de tracés sur les figures, conclure sur l'aptitude du FLIR à respecter les performances du cahier des charges en comparant les valeurs numériques mesurées sur les résultats de simulation à celles du cahier des charges.

Table 1.1 – Zooms de $\theta_{fe0}(t)$ (trait plein) et $\theta_{fe0\,\text{cons}}(t)$ (pointillés) en fonction de temps



Simulation de l'évolution de $\theta_{fe0}(t)$ (trait plein) et $\theta_{fe0\,\text{cons}}(t)$ (pointillés) en fonction du temps