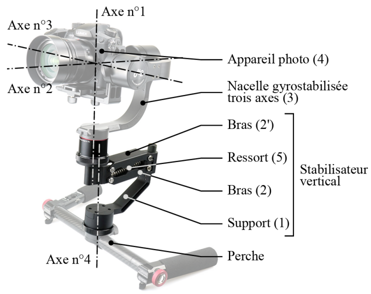
TD 1 : Stabilisateur vertical pour appareil photo – Corrigé

Concours Centrale Supelec 2021 – PSI.

B2-14

C1-05

C2-07



Vérification du respect de l'exigence relative à la position d'équilibre

Objectif

L'objectif de cette partie est de vérifier que la conception est assez robuste vis-à-vis du facteur de masse de l'appareil photo pour satisfaire l'exigence 1.1 relative à la position d'équilibre du système.

Vérification de l'exigence relative à la plage de fonctionnement

Question 1 Exprimer la composante de résultante d'action mécanique F_r en fonction de l'angle α, des paramètres géométriques du système et des paramètres du ressort.

Correction

En utilisant la définition de la force de rappel du ressort de traction (en tension ici) et avec L_{r0} la longueur à vide du ressort on a $F_r\overrightarrow{y_5} = -K_r\left(L_r - L_{r0}\right)\overrightarrow{y_5}$. En utilisant l'expression précédente : $\boxed{F_r = -K_r\left(\sqrt{L^2+l^2-2Ll\sin\alpha} - L_{r0}\right)}$.

Avec la définition de l'effort de traction donnée par l'énoncé, on peut aussi être tenté d'écrire $F_r\overrightarrow{y_5} = -\left[F_{r0} + K_r\left(L_r - L_{r0}\right)\right]\overrightarrow{y_5}$. En utilisant l'expression précédente : $\boxed{F_r = -\left[F_{r0} + K_r\left(\sqrt{L^2+l^2-2Ll\sin\alpha} - L_{r0}\right)\right]}$.

Question 2 Déterminer la direction des actions mécaniques de liaison exercées par le bras (2) sur la nacelle (3) et par le bras (2′) sur la nacelle (3) **On pourra raisonner en statique)**.

Correction

Il est fait l'hypothèse que le problème est plan dans le plan $\left(0, \overrightarrow{y_0}, \overrightarrow{z_0}\right)$. Les torseurs d'actions mécaniques associés aux liaisons pivot d'axe $\overrightarrow{z_0}$ sont donc des glisseurs.

Les solides (2) et (2′) sont tous soumis à deux glisseurs :

- d'une part, $\{\mathcal{F}(1\rightarrow 2)\}$ (pivot d'axe $\left(A, \overrightarrow{x_0}\right)$) et $\{\mathcal{F}(3\rightarrow 2)\}$ (pivot d'axe $\left(B, \overrightarrow{x_0}\right)$) sont des glisseurs ;
- d'autre part, $\{\mathcal{F}(1\rightarrow 2')\}$ (pivot d'axe $\left(A', \overrightarrow{x_0}\right)$)et $\{\mathcal{F}(3\rightarrow 2')\}$ (pivot d'axe $\left(B', \overrightarrow{x_0}\right)$) sont des glisseurs.

D'après le PFS appliqué successivement à (2) et (2′), solides soumis à deux glisseurs, alors on a $\{\mathcal{F}(3\rightarrow 2)\} + \{\mathcal{F}(1\rightarrow 2)\} = \{0\}$ et $\{\mathcal{F}(3\rightarrow 2')\} + \{\mathcal{F}(1\rightarrow 2')\} = \{0\}$. Les actions mécaniques sont de même norme, de même direction (droites (AB) et $(A'B')$ soit vecteur $\overrightarrow{y_2}$).

De plus, $\boxed{\overrightarrow{F}_{23} = F_{23}\overrightarrow{y_2}}$ et $\boxed{\overrightarrow{F}_{2'3} = F_{2'3}\overrightarrow{y_2}}$.

Question 3 Afin de déterminer la position d'équilibre de l'ensemble $\{(3)+(4)\}$, proposer sans calcul, une démarche claire qui permette d'exprimer l'effort nécessaire

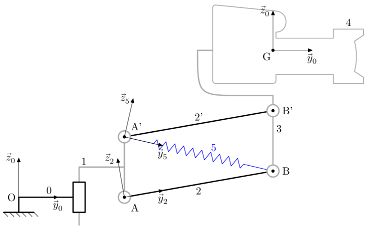
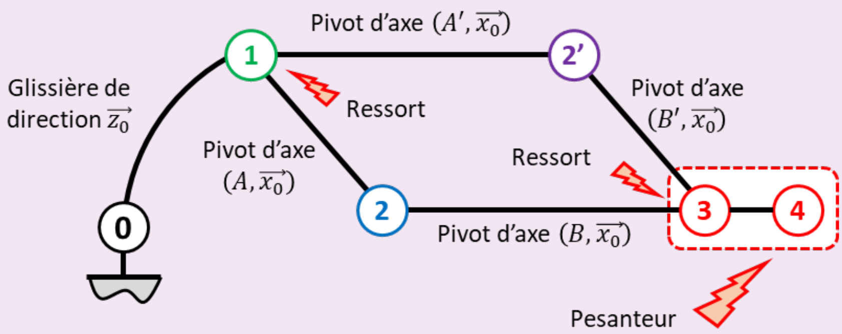


Figure 1.1 – Rappel – Schéma cinématique plan et paramétrage du mécanisme

du ressort de traction (5) sur la nacelle gyrostabilisée (3) **On pourra raisonner en statique)**.

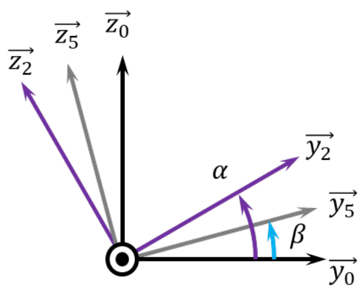
Correction



On isole l'ensemble {(3)+(4)}.
On réalise le bilan des actions mécaniques :

- action mécanique de (2') sur (3), de direction $\overrightarrow{y_2}$;
- action mécanique de (2) sur (3), de direction $\overrightarrow{y_2}$;
- action mécanique de la pesanteur sur {(3)+(4)} ;
- action du ressort sur {(3)+(4)}.

Il faut écrire une équation du PFS permettant de ne pas faire apparaître les actions dans les deux liaisons pivot. Il faut donc réaliser un théorème de la résultante statique en projection sur $\overrightarrow{z_2}$ (perpendiculaire à $\overrightarrow{y_2}$).



Question 4 Exprimer l'équation scalaire traduisant l'équilibre du mécanisme en fonction des angles α, β, de la masse m_{34} et de la composante de résultante d'action mécanique F_r.

Correction

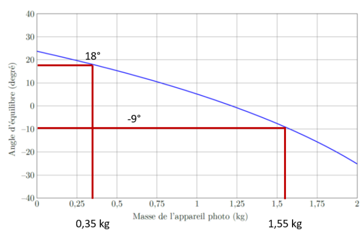
Calculons :

- la projection de l'action du ressort sur $\overrightarrow{z_2}$: $F_r\overrightarrow{y_5} \cdot \overrightarrow{z_2} = F_r \cos\left(-\beta + \dfrac{\pi}{2} + \alpha\right) = -F_r \sin(\alpha - \beta)$;
- la projection de l'action de pesanteur sur $\overrightarrow{z_2}$: $-m_{34}g\overrightarrow{z_0} \cdot \overrightarrow{z_2} = -m_{34}g\cos\alpha$.

On applique le TRS en projection sur $\overrightarrow{z_2}$ et on a :

$$\underbrace{\overrightarrow{R(2' \to 3)} \cdot \overrightarrow{z_2}}_{\overrightarrow{0}} + \underbrace{\overrightarrow{R(2 \to 3)} \cdot \overrightarrow{z_2}}_{\overrightarrow{0}} + \overrightarrow{R(\text{Pes} \to 3)} \cdot \overrightarrow{z_2} + \overrightarrow{R(\text{Res} \to 3)} \cdot \overrightarrow{z_2} = 0.$$

On a donc $-m_{34}g\cos\alpha - F_r\sin(\alpha - \beta) = 0$ et $\boxed{F_r = -m_{34}g\dfrac{\cos\alpha}{\sin(\alpha-\beta)}}$.



Question 5 En donnant les valeurs des angles d'équilibre pour les deux valeurs extrêmes de masse, vérifier le respect de l'exigence 1.1.1. relative à la plage de fonctionnement.

Correction

On peut lire en figure **??** que pour une masse d'appareil comprise entre 0,35 et 1,55 kg, l'angle d'équilibre varie de 18 à −9°. Cet intervalle est compris dans l'intervalle [−35°, 45°]. L'exigence 1.1.1 est donc satisfaite.

TD 2 : Chasse neige – Corrigé

D'après documents Mines-Telecom.

B2-14

C1-05

C2-07

Mise en situation

Problème ouvert

Question 1 Proposer et mettre en œuvre une démarche permettant de vérifier si la pression d'alimentation du vérin d'ouverture est suffisante pour « chasser la neige ».

Problème décomposé

Question 2 Réaliser les figures planes associées au paramétrage du problème.

Question 3 Tracer le graphe de liaisons.

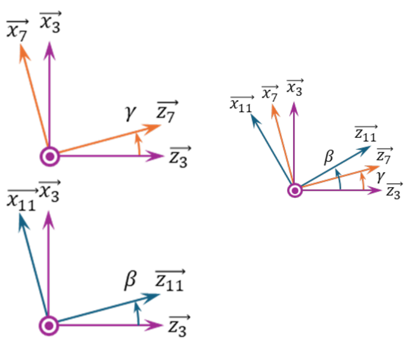
Question 4 Déterminer la direction $\overrightarrow{u}$ de l'action mécanique $\overrightarrow{R(11 \rightarrow 7)} = F\overrightarrow{u}$.

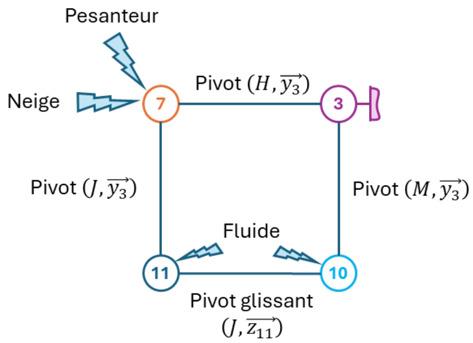
Question 5 En isolant 7, exprimer la relation liant F, Q et les grandeurs géométriques.

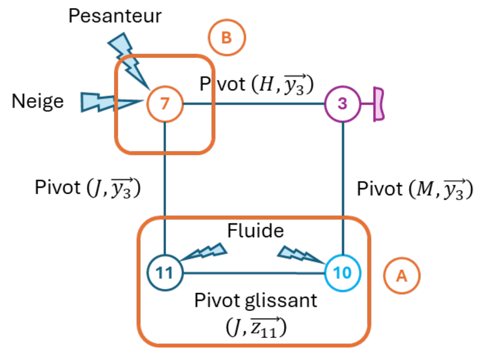
Question 6 En déduire la pression dans le vérin en fonction de sa section S, Q et des grandeurs géométriques.

On commence par faire les figures planes puis le graphe de liaisons.

1. On cherche les solides ou les ensembles de solides soumis à 2 glisseurs . Le problème étant plan, les pivots dont l'axe est perpendiculaire au plan sont des glisseurs. {10+11} est un ensemble soumis à 2 glisseurs.
2. On isole ensuite 7 et on rélise un théorème du moment statique en H suivant $\overrightarrow{y_3}$.







On isole le vérin {10+11} D'après le PFS, l'ensmble étant soumis à 2 glisseurs, on a donc $\left\{\mathcal{T}\left(11 \rightarrow 7\right)\right\} = \left\{ \begin{array}{c} F\overrightarrow{z_{11}} \\ \overrightarrow{0} \end{array} \right\}_J$.

On isole {7} BAME :

- action de la neige ;
- action de la pesanteur ;
- action de la pièce 11 ;
- action de la pièce 3 ;

On réalise le TMS en H en projection sur $\overrightarrow{y_3}$.

$$\overrightarrow{\mathcal{M}\left(H, \text{neige} \rightarrow 7\right)}\cdot\overrightarrow{y_3}+\overrightarrow{\mathcal{M}\left(H, \text{Pesanteur} \rightarrow 7\right)}\cdot\overrightarrow{y_3}+\overrightarrow{\mathcal{M}\left(H, 11 \rightarrow 7\right)}\cdot\overrightarrow{y_3}+\underbrace{\overrightarrow{\mathcal{M}\left(H, 3 \rightarrow 7\right)} \cdot \overrightarrow{y_3}}_{\overrightarrow{0}} = 0$$

$$\Rightarrow \left(\overrightarrow{HQ} \wedge Q\overrightarrow{x_7}\right) \cdot \overrightarrow{y_3} + \left(\overrightarrow{HG} \wedge -gP\overrightarrow{y_3}\right) \cdot \overrightarrow{y_3} + \left(\overrightarrow{HJ} \wedge F\overrightarrow{z_{11}}\right) \cdot \overrightarrow{y_3} = 0$$

$$\Rightarrow \left(\left(a\overrightarrow{x_3} + b\overrightarrow{y_3} + c\overrightarrow{z_3}\right) \wedge Q\overrightarrow{x_7}\right) \cdot \overrightarrow{y_3} + \underbrace{\left(i\overrightarrow{z_7} \wedge -gP\overrightarrow{y_3}\right) \cdot \overrightarrow{y_3}}_{\overrightarrow{0}} + \left(h\overrightarrow{z_7} \wedge F\overrightarrow{z_{11}}\right) \cdot \overrightarrow{y_3} = 0$$

$\Rightarrow \left(\overrightarrow{y_3} \wedge \left(a\overrightarrow{x_3} + c\overrightarrow{z_3}\right)\right)\cdot Q\overrightarrow{x_7}+\left(h\overrightarrow{z_7} \wedge F\overrightarrow{z_{11}}\right)\cdot\overrightarrow{y_3} = 0 \Rightarrow \left(-a\overrightarrow{z_3} + c\overrightarrow{x_3}\right)\cdot Q\overrightarrow{x_7}+hF\sin\left(\beta-\gamma\right)\overrightarrow{y_3}\cdot \overrightarrow{y_3} = 0 \Rightarrow Q\left(a\sin\gamma + c\cos\gamma\right) + hF\sin\left(\beta-\gamma\right) = 0$

Au final, $F = -\dfrac{Q\left(a\sin\gamma + c\cos\gamma\right)}{h\sin\left(\beta-\gamma\right)}$.

F étant l'effort déployé par le vérin, et S sa section, on a alors, $F = pS$ et $p = -\dfrac{Q\left(a\sin\gamma + c\cos\gamma\right)}{Sh\sin\left(\beta-\gamma\right)}$