Mouvement T – ★

C2-05

B2-13

Question 1 Quel est le mouvement de **1** par rapport à **0**.
1 est en translation de direction $\overrightarrow{i_0}$ par rapport à **0**.

Question 2 Donner l'équation paramétrique de la trajectoire du point B, point appartenant à **1** par rapport à **0**.

On a $\overrightarrow{AB} = \lambda(t)\overrightarrow{i_0}$. La trajectoire du point B est donc donnée par $\left\{\begin{array}{l} x_B(t) = \lambda(t) \\ y_B(t) = 0 \\ z_B(t) = 0 \end{array}\right.$ dans le repère $\left(A; \overrightarrow{i_0}, \overrightarrow{j_0}, \overrightarrow{z_0}\right)$.

Mouvement T – ★

B2-13

Question 1 Donner le torseur cinématique $\{\mathcal{V}(1/0)\}$ au point B.

$$\{\mathcal{V}(1/0)\} = \left\{\begin{array}{c} \overrightarrow{0} \\ \dot{\lambda}(t)\overrightarrow{i_0} \end{array}\right\}_{\forall P}.$$

$$\overrightarrow{V(B,1/0)} = \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left[\overrightarrow{AB}\right]_{\mathcal{R}_0} = \dot{\lambda}(t)\overrightarrow{i_0}.$$

Question 2 Déterminer $\overrightarrow{\Gamma(B,1/0)}$.

$$\overrightarrow{\Gamma(B,1/0)} = \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left[\overrightarrow{V(B,1/0)}\right]_{\mathcal{R}_0} = \ddot{\lambda}(t)\overrightarrow{i_0}.$$

Mouvement R ★

C2-05

B2-13

Question 1 Quel est le mouvement de **1** par rapport à **0**. **1** est en rotation de centre A et d'axe $\overrightarrow{k_0}$ par rapport à **0**.

Question 2 Quelle est la trajectoire du point B appartenant à **1** par rapport à **0**. B est est en rotation par rapport à **0** (cercle de centre A et de rayon R).

Question 3 Donner l'équation paramétrique de la trajectoire du point B, point appartenant à **1** par rapport à **0**.

On a $\overrightarrow{AB} = R\overrightarrow{i_1} = R\cos\theta\,\overrightarrow{i_0} + R\sin\theta\,\overrightarrow{j_0}$. La trajectoire du point B est donc donnée par $\left\{\begin{array}{l} x_B(t) = R\cos\theta(t) \\ y_B(t) = R\sin\theta(t) \\ z_B(t) = 0 \end{array}\right.$ dans le repère $\left(A; \overrightarrow{i_0}, \overrightarrow{j_0}, \overrightarrow{z_0}\right)$.

Mouvement R ★

B2-13

Question 1 Déterminer $\overrightarrow{V(B,1/0)}$ par dérivation vectorielle.

$$\overrightarrow{V(B,1/0)} = \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left[\overrightarrow{AB}\right]_{\mathcal{R}_0} = \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left[R\overrightarrow{i_1}\right]_{\mathcal{R}_0}. \text{ Or } \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left[\overrightarrow{i_1}\right]_{\mathcal{R}_0} = \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left[\overrightarrow{i_1}\right]_{\mathcal{R}_1} + \overrightarrow{\Omega(1/0)} \wedge \overrightarrow{i_1} = \overrightarrow{0} + \dot{\theta}\overrightarrow{k_0} \wedge \overrightarrow{i_1} = \dot{\theta}\overrightarrow{j_1}.$$

D'où $\overrightarrow{V(B,1/0)} = R\dot{\theta}\overrightarrow{j_1}$.

Question 2 Déterminer $\overrightarrow{V(B,1/0)}$ par une autre méthode.

$$\overrightarrow{V(B,1/0)} = \overrightarrow{V(A,1/0)} + \overrightarrow{BA} \wedge \overrightarrow{\Omega(1/0)} = \overrightarrow{0} - R\overrightarrow{i_1} \wedge \dot{\theta}\overrightarrow{k_0} = R\dot{\theta}\overrightarrow{j_1}.$$

Question 3 Donner le torseur cinématique $\{\mathscr{V}(1/0)\}$ au point B.

On a directement $\{\mathscr{V}(1/0)\} = \left\{ \begin{array}{c} \dot{\theta}\overrightarrow{k_0} \\ R\dot{\theta}\overrightarrow{j_1} \end{array} \right\}_B$.

Question 4 Déterminer $\overrightarrow{\Gamma(B,1/0)}$.
$\overrightarrow{\Gamma(B,1/0)} = \dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left[\overrightarrow{V(B,1/0)}\right]_{\mathscr{R}_0} = R\ddot{\theta}\overrightarrow{j_1} - R\dot{\theta}^2\overrightarrow{i_1}$. (En effet, $\dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left[\overrightarrow{j_1}\right]_{\mathscr{R}_0} = \dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left[\overrightarrow{j_1}\right]_{\mathscr{R}_1} + \overrightarrow{\Omega(1/0)} \wedge \overrightarrow{j_1} = \overrightarrow{0} + \dot{\theta}\overrightarrow{k_0} \wedge \overrightarrow{j_1} = -\dot{\theta}\overrightarrow{i_1}$.)

C2-05

B2-13

Mouvement TT – ★

Question 1 Quel est le mouvement de **2** par rapport à **0**.
Le point C a un mouvement quelconque dans le plan $\left(A, \overrightarrow{i_0}, \overrightarrow{j_0}\right)$.

Question 2 Donner l'équation du mouvement du point C dans le mouvement de **2** par rapport à **0**.

On a $\overrightarrow{AC} = \lambda(t)\overrightarrow{i_0} + \mu(t)\overrightarrow{j_0}$ et donc, on a directement $\left\{ \begin{array}{l} x_C(t) = \lambda(t) \\ y_C(t) = \mu(t) \\ z_C(t) = 0 \end{array} \right.$ dans le repère $\left(A; \overrightarrow{i_0}, \overrightarrow{j_0}, \overrightarrow{k_0}\right)$.

On souhaite que le point C réalise un cercle de centre A et de rayon $R = 10\,\mathrm{cm}$ à la vitesse $v = 0{,}01\,\mathrm{m\,s^{-1}}$.

Question 3 Donner la relation liant $\theta(t)$, v et R.

Par ailleurs la vitesse du point C est donnée par $\overrightarrow{V(C,2/0)} = \dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left[\overrightarrow{AC}\right]_{\mathscr{R}_0} = R\dot{\theta}\overrightarrow{e_\theta}$.
On a $v = R\dot{\theta}(t)$. Par intégration, $\theta(t) = \dfrac{v}{R}t$ (avec $\theta(t) = 0\,\mathrm{rad}$ pour $t = 0\,\mathrm{s}$).

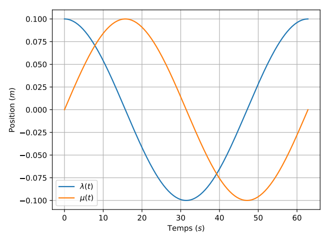
Question 4 Donner les expressions de $\lambda(t)$ et $\mu(t)$ permettant la réalisation de cette trajectoire en fonction de v, R et du temps.
Exprimons la trajectoire du point C : $\overrightarrow{AC} = R\overrightarrow{e_r} = R\cos\theta(t)\overrightarrow{i_0} + R\sin\theta(t)\overrightarrow{j_0}$. Par identification $\lambda(t) = R\cos\theta(t)$ et $\mu(t) = R\sin\theta(t)$.

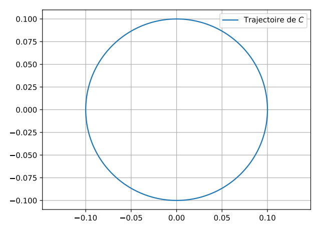
Au final, $\left\{ \begin{array}{l} \lambda(t) = R\cos\left(\dfrac{v}{R}t\right) \\ \mu(t) = R\sin\left(\dfrac{v}{R}t\right) \end{array} \right.$.

Question 5 En utilisant Python, tracer $\lambda(t)$, $\mu(t)$ et la trajectoire générée.

```python
import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt
import math as m
R = 0.1 # m
v = 0.01 # m.s-1

# Temps pour faire un tour
T = 2*m.pi*R/v

les_t = np.linspace(0,T,200)
les_lambda = R*np.cos(v/R*les_t)
les_mu = R*np.sin(v/R*les_t)
plt.grid()
```

```
plt.plot(les_t,les_lambda,label="$\\lambda(t)$")
plt.plot(les_t,les_mu,label="$\\mu(t)$")
plt.xlabel("Temps ($s$)")
plt.ylabel("Position ($m$)")
plt.legend()
#plt.show()
plt.savefig("03_TT_01_c.pdf")
plt.cla()

plt.grid()
plt.axis("equal")
plt.plot(les_lambda,les_mu,label="Trajectoire de $C$")
plt.legend()
#plt.show()
plt.savefig("03_TT_02_c.pdf")
```





Mouvement TT – ★

B2-13

Question 1 Déterminer $\overrightarrow{V(C,2/0)}$ par dérivation vectorielle ou par composition.

Par dérivation vectorielle, on a : $\overrightarrow{V(C,2/0)} = \dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left[\overrightarrow{AC}\right]_{\mathscr{R}_0} = \dot{\lambda}(t)\overrightarrow{i_0} + \dot{\mu}(t)\overrightarrow{j_0}$.

Par composition du torseur cinématique, on a : $\overrightarrow{V(C,2/0)} = \overrightarrow{V(C,2/1)} + \overrightarrow{V(C,1/0)}$ $= \dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left[\overrightarrow{BC}\right]_{\mathscr{R}_1} + \dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left[\overrightarrow{AC}\right]_{\mathscr{R}_0} = \dot{\lambda}(t)\overrightarrow{i_0} + \dot{\mu}(t)\overrightarrow{j_0}$.

Question 2 Donner le torseur cinématique $\{\mathscr{V}(2/0)\}$ au point C.

$$\{\mathscr{V}(2/0)\} = \left\{ \begin{array}{c} \overrightarrow{0} \\ \dot{\lambda}(t)\overrightarrow{i_0} + \dot{\mu}(t)\overrightarrow{j_0} \end{array} \right\}_{\forall P}.$$

Question 3 Déterminer $\overrightarrow{\Gamma(C,2/0)}$.

$\overrightarrow{\Gamma(C,2/0)} = \dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left[\overrightarrow{V(C,2/0)}\right]_{\mathscr{R}_0} = \ddot{\lambda}(t)\overrightarrow{i_0} + \ddot{\mu}(t)\overrightarrow{j_0}$.

Mouvement RR ★

C2-05

B2-13

Pas de corrigé pour cet exercice.

Question 1 Donner l'ensemble des positions accessibles par le point C.
Le point C peut atteindre tous les points situés compris entre deux cercles de rayon 5 mm et de rayon 25 mm.

Question 2 Donner l'équation du mouvement du point C dans son mouvement de **2** par rapport à **0**.
On a $\overrightarrow{AC} = R\overrightarrow{i_1} + L\overrightarrow{i_2}$. On projetant ce vecteur dans le repère $\mathscr{R}_A i_0 j_0 k_0$ on a

$\overrightarrow{AC} = R\left(\cos\theta\,\overrightarrow{i_0} + \sin\theta\,\overrightarrow{j_0}\right) + L\left(\cos(\theta+\varphi)\,\overrightarrow{i_0} + \sin(\theta+\varphi)\,\overrightarrow{j_0}\right)$.

On a donc : $\begin{cases} x_C(t) = R\cos\theta + L\cos(\theta+\varphi) \\ y_C(t) = R\sin\theta + L\sin(\theta+\varphi) \\ z_C(t) = 0 \end{cases}$ dans le repère $\left(A;\overrightarrow{i_0},\overrightarrow{j_0},\overrightarrow{k_0}\right)$.

Question 3 Donner la durée du mouvement si C se déplace à vitesse quelconque.
Distance à parcourir : 0,05 m. Durée du parcours : $T = \dfrac{0,05}{v}$.

Question 4 Donner l'équation paramétrique que doit suivre le point C.
$\forall t \in \left[0, \dfrac{0,05}{v}\right]$, $y_C(t) = 0,025$. Pour $t = 0$, $x_C(0) = -0,025$. On a alors $x_C(t) = -0,025 + vt$.

Au final, $\forall t \in \left[0, \dfrac{0,05}{v}\right]$, $\begin{cases} x_C(t) = -0,025 + vt \\ y_C(t) = 0,025 \\ z_C(t) = 0 \end{cases}$ dans le repère $\left(A;\overrightarrow{i_0},\overrightarrow{j_0},\overrightarrow{k_0}\right)$.

Question 5 Donner les expressions de $\theta(t)$ et $\varphi(t)$ permettant la réalisation de cette trajectoire à la vitesse $v = 0{,}01\,\mathrm{m\,s^{-1}}$.
Afin que le point C suive un segment, il faut donc que $\begin{cases} -0,025 + vt = R\cos\theta + L\cos(\theta+\varphi) \\ 0,025 = R\sin\theta + L\sin(\theta+\varphi) \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} -0,025 + vt - R\cos\theta = L\cos(\theta+\varphi) \\ 0,025 - R\sin\theta = L\sin(\theta+\varphi) \end{cases}$

$\Rightarrow \begin{cases} (-0,025 + vt - R\cos\theta)^2 = L^2\cos^2(\theta+\varphi) \\ (0,025 - R\sin\theta)^2 = L^2\sin^2(\theta+\varphi) \end{cases}$

$\Rightarrow (-0,025 + vt - R\cos\theta)^2 + (0,025 - R\sin\theta)^2 = L^2$

$\Rightarrow 0,025^2 + v^2t^2 + R^2\cos^2\theta - 2\times 0,025vt + 2R\cos\theta - vtR\cos\theta + 0,025^2 + R^2\sin^2\theta - 2\times 0,025R\sin\theta = L^2$

$\Rightarrow (2 - vt)\cos\theta - 2\times 0,025\sin\theta = \dfrac{L^2}{R} - \dfrac{2\times 0,025^2}{R} - \dfrac{v^2t^2}{R} - R + 2\times 0,025\dfrac{vt}{R}$

Équation trigonométrique de la forme $a\cos x + b\sin x = c$.

Il y a donc une solution analytique. On peut aussi résoudre l'équation numériquement.

Une fois $\theta(t)$ déterminée, on a $0,025 - R\sin\theta = L\sin(\theta+\varphi) \Rightarrow \arcsin\left(\dfrac{0,025 - R\sin\theta(t)}{L}\right) - \theta(t) = \varphi(t)$

Question 6 En utilisant Python, tracer $\theta(t)$, $\varphi(t)$ et la trajectoire générée.

Mouvement RR ★

B2-13

Question 1 Déterminer $\overrightarrow{V(C,2/0)}$ par dérivation vectorielle.
$\overrightarrow{V(C,2/0)} = \dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left[\overrightarrow{AC}\right]_{\mathcal{R}_0} = \dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left[\overrightarrow{AB}\right]_{\mathcal{R}_0} + \dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left[\overrightarrow{BC}\right]_{\mathcal{R}_0} = R\dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left[\overrightarrow{i_1}\right]_{\mathcal{R}_0} + L\dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left[\overrightarrow{i_2}\right]_{\mathcal{R}_0}$
$= R\dot{\theta}\,\overrightarrow{j_1} + L\left(\dot{\theta}+\dot{\varphi}\right)\overrightarrow{j_2}$.

(Avec $\dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left[\overrightarrow{i_2}\right]_{\mathcal{R}_0} = \dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left[\overrightarrow{i_2}\right]_{\mathcal{R}_2} + \overrightarrow{\Omega(2/0)} \wedge \overrightarrow{i_2} = \left(\dot{\theta}+\dot{\varphi}\right)\overrightarrow{k_0} \wedge \overrightarrow{i_2} = \left(\dot{\theta}+\dot{\varphi}\right)\overrightarrow{j_2}$).

Question 2 Déterminer $\overrightarrow{V(C,2/0)}$ par composition.
On a $\overrightarrow{V(C,2/0)} = \overrightarrow{V(C,2/1)} + \overrightarrow{V(C,1/0)}$.

$\overrightarrow{V(C,2/1)} = \overrightarrow{V(B,2/1)} + \overrightarrow{CB} \wedge \overrightarrow{\Omega(2/1)} = -L\overrightarrow{i_2} \wedge \dot{\varphi}\overrightarrow{k_0} = L\dot{\varphi}\overrightarrow{j_2}$.

$\overrightarrow{V(C,1/0)} = \overrightarrow{V(A,1/0)} + \overrightarrow{CA} \wedge \overrightarrow{\Omega(1/0)} = \left(-L\overrightarrow{i_2} - R\overrightarrow{i_1}\right) \wedge \dot{\theta}\overrightarrow{k_0} = \dot{\theta}\left(L\overrightarrow{j_2} + R\overrightarrow{j_1}\right)$.

Au final, $\overrightarrow{V(C,2/0)} = L\dot{\varphi}\overrightarrow{j_2} + \dot{\theta}\left(L\overrightarrow{j_2} + R\overrightarrow{j_1}\right)$.

Question 3 Donner le torseur cinématique $\{\mathcal{V}(2/0)\}$ au point C.
$\{\mathcal{V}(2/0)\} = \{\mathcal{V}(2/1)\} + \{\mathcal{V}(1/0)\}$. Pour sommer les torseurs, il faut écrire les vecteurs vitesses au même point, ici en C.

$$\{\mathcal{V}(2/0)\} = \left\{ \begin{array}{l} \left(\dot{\theta} + \dot{\varphi}\right)\overrightarrow{k_0} \\ R\dot{\theta}\overrightarrow{j_1} + L\left(\dot{\theta} + \dot{\varphi}\right)\overrightarrow{j_2} \end{array} \right\}_C$$

Question 4 Déterminer $\overrightarrow{\Gamma(C,2/0)}$.

$$\overrightarrow{\Gamma(C,2/0)} = \dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left[\overrightarrow{V(C,2/0)}\right]_{\mathcal{R}_0} = \dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left[R\dot{\theta}\overrightarrow{j_1} + L\left(\dot{\theta} + \dot{\varphi}\right)\overrightarrow{j_2}\right]_{\mathcal{R}_0}.$$

De plus, $\dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left[\overrightarrow{j_1}\right]_{\mathcal{R}_0} = \dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left[\overrightarrow{j_1}\right]_{\mathcal{R}_1} + \overrightarrow{\Omega(1/0)} \wedge \overrightarrow{j_1} = \dot{\theta}\overrightarrow{k_0} \wedge \overrightarrow{j_1} = -\dot{\theta}\overrightarrow{i_1}$ et $\dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left[\overrightarrow{j_2}\right]_{\mathcal{R}_0} = \dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left[\overrightarrow{j_2}\right]_{\mathcal{R}_2} + \overrightarrow{\Omega(2/0)} \wedge \overrightarrow{j_2} = \left(\dot{\theta} + \dot{\varphi}\right)\overrightarrow{k_0} \wedge \overrightarrow{j_2} = -\left(\dot{\theta} + \dot{\varphi}\right)\overrightarrow{i_2}$.

On a donc $\overrightarrow{\Gamma(C,2/0)} = R\ddot{\theta}\overrightarrow{j_1} - R\dot{\theta}^2\overrightarrow{i_1} + L\left(\ddot{\theta} + \ddot{\varphi}\right)\overrightarrow{j_2} - L\left(\dot{\theta} + \dot{\varphi}\right)^2\overrightarrow{i_2}$.

Mouvement RT ★

C2-05

B2-13

Pas de corrigé pour cet exercice.

Question 1 Donner l'ensemble des positions accessibles par le point B. En considérant que $\lambda(t)$ peut varier de 0 à R et $\theta(t)$ peut varier de 0 à 2π, toutes les positions du disque de centre A et de rayon R sont accessibles.

Question 2 Donner l'équation horaire (trajectoire en fonction du temps) du point B dans le mouvement de **2** par rapport à **0**. $\overrightarrow{AB} = \lambda(t)\overrightarrow{i_1} = \lambda(t)\cos\theta\,\overrightarrow{i_0} + \lambda(t)\sin\theta\,\overrightarrow{j_0}$.

On souhaite que le point B réalise un segment entre les points $[-25, 25]$ et $[25, 25]$.

Question 3 Donner les expressions de $\theta(t)$ et $\lambda(t)$ permettant la réalisation de cette trajectoire à la vitesse $v = 0{,}01\,\mathrm{m\,s^{-1}}$. On pose $\overrightarrow{AB} = x(t)\overrightarrow{i_0} + y(t)\overrightarrow{j_0}$. On a donc $\left\{\begin{array}{l} x(t) = \lambda(t)\cos\theta(t) \\ y(t) = \lambda(t)\sin\theta(t) \end{array}\right.$ On note $\ell = 25$.

Si le segment est parcouru à vitesse constante, on a une durée de parcours de $T = 2\ell/v$.
Par conséquent la trajectoire souhaitée est donnée par $\forall t \in [0, T]$. $\left\{\begin{array}{l} x(t) = -\ell + vt \\ y(t) = \ell \end{array}\right.$

Par suite, $\left\{\begin{array}{l} -\ell + vt = \lambda(t)\cos\theta(t) \\ \ell = \lambda(t)\sin\theta(t) \end{array}\right. \Rightarrow \left\{\begin{array}{l} (-\ell + vt)^2 + \ell^2 = \lambda(t)^2 \\ \dfrac{\ell}{vt + \ell} = \tan\theta(t) \end{array}\right. \Rightarrow \left\{\begin{array}{l} \lambda(t) = \sqrt{(-\ell + vt)^2 + \ell^2} \\ \theta(t) = \arctan\left(\dfrac{\ell}{vt + \ell}\right) \end{array}\right.$

Question 4 En utilisant Python, tracer $\theta(t)$, $\lambda(t)$ et la trajectoire générée.

B2-13

Mouvement RT ⋆

Question 1 Déterminer $\overrightarrow{V(B,2/0)}$ par dérivation vectorielle.
$\overrightarrow{V(B,2/0)} = \dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left[\overrightarrow{AB}\right]_{\mathcal{R}_0} = \dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left[\lambda(t)\overrightarrow{i_1}\right]_{\mathcal{R}_0} = \dot{\lambda}(t)\overrightarrow{i_1} + \lambda(t)\dot{\theta}(t)\overrightarrow{j_1}$.

Question 2 Déterminer $\overrightarrow{V(B,2/0)}$ par composition.
$\overrightarrow{V(B,2/0)} = \overrightarrow{V(B,2/1)} + \overrightarrow{V(B,1/0)}$.

$\forall P, \overrightarrow{V(P,2/1)} = \dot{\lambda}(t)\overrightarrow{i_1}$.

Par ailleurs $\overrightarrow{V(B,1/0)} = \overrightarrow{V(A,1/0)} + \overrightarrow{BA} \wedge \overrightarrow{\Omega(1/0)} = -\lambda(t)\overrightarrow{i_1} \wedge \dot{\theta}(t)\overrightarrow{k_0} = \lambda(t)\dot{\theta}(t)\overrightarrow{j_1}$.

Au final, $\overrightarrow{V(B,2/0)} = \dot{\lambda}(t)\overrightarrow{i_1} + \lambda(t)\dot{\theta}(t)\overrightarrow{j_1}$.

Question 3 Donner le torseur cinématique $\{\mathcal{V}(2/0)\}$ au point B.
$\{\mathcal{V}(2/0)\} = \left\{ \begin{array}{c} \dot{\theta}(t)\overrightarrow{k_0} \\ \dot{\lambda}(t)\overrightarrow{i_1} + \lambda(t)\dot{\theta}(t)\overrightarrow{j_1} \end{array} \right\}_B$.

Question 4 Déterminer $\overrightarrow{\Gamma(B,2/0)}$.
$\overrightarrow{\Gamma(B,2/0)} = \dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left[\overrightarrow{V(B,2/0)}\right]_{\mathcal{R}_0} = \ddot{\lambda}(t)\overrightarrow{i_1} + \dot{\lambda}(t)\dot{\theta}\overrightarrow{j_1} + \dot{\lambda}(t)\dot{\theta}\overrightarrow{j_1} - \lambda(t)\dot{\theta}(t)^2\overrightarrow{i_1} = \left(\ddot{\lambda}(t) - \lambda(t)\dot{\theta}(t)^2\right)\overrightarrow{i_1} +$
$\left(\dot{\lambda}(t)\dot{\theta}(t) + \dot{\lambda}(t)\dot{\theta}(t)\right)\overrightarrow{j_1}$.

C2-05

B2-13

Mouvement RT ⋆

Pas de corrigé pour cet exercice.

Question 1 Donner l'ensemble des positions accessibles par le point B.

Question 2 Donner l'équation horaire (trajectoire en fonction du temps) du point B dans le mouvement de **2** par rapport à **0**.

On souhaite que le point B réalise un segment entre les points $[-25, 25]$ et $[25, 25]$.

Question 3 Donner les expressions de $\theta(t)$ et $\lambda(t)$ permettant la réalisation de cette trajectoire à la vitesse $v = 0{,}01\,\mathrm{m\,s^{-1}}$.

Question 4 En utilisant Python, tracer $\theta(t)$, $\lambda(t)$ et la trajectoire générée.

B2-13

Mouvement RT ⋆

Question 1 Déterminer $\overrightarrow{V(C,2/0)}$ par dérivation vectorielle ou par composition.

Méthode 1 – Dérivation vectorielle

$\overrightarrow{V(C,2/0)} = \dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left[\overrightarrow{AC}\right]_{\mathcal{R}_0} = \dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left[\overrightarrow{AB}\right]_{\mathcal{R}_0} + \dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left[\overrightarrow{BC}\right]_{\mathcal{R}_0} = \dot{\lambda}(t)\overrightarrow{i_0} + R\dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left[\overrightarrow{i_2}\right]_{\mathcal{R}_0} = \dot{\lambda}(t)\overrightarrow{i_0} +$
$R\dot{\theta}\overrightarrow{j_2}$

Méthode 2 – Composition du torseur cinématique
$\overrightarrow{V(C,2/0)} = \overrightarrow{V(C,2/1)} + \overrightarrow{V(C,1/0)}$

Pour tout point P, $\overrightarrow{V(P,1/0)} = \dot{\lambda}\,\overrightarrow{i_0}$.

$\overrightarrow{V(C,2/1)} = \overrightarrow{V(B,2/1)} + \overrightarrow{CB} \wedge \overrightarrow{\Omega(2/1)} = -R\overrightarrow{i_2} \wedge \dot{\theta}\overrightarrow{k_0} = R\dot{\theta}\overrightarrow{j_2}$.

On a donc $\overrightarrow{V(C,2/0)} = \dot{\lambda}\overrightarrow{i_0} + R\dot{\theta}\overrightarrow{j_2}$.

Question 2 Donner le torseur cinématique $\{\mathcal{V}(2/0)\}$ au point C.

$$\{\mathcal{V}(2/0)\} = \left\{ \begin{array}{l} \overrightarrow{\Omega(2/0)} = \dot{\theta}\overrightarrow{k_0} \\ \overrightarrow{V(C,2/0)} = \dot{\lambda}\overrightarrow{i_0} + R\dot{\theta}\overrightarrow{j_2} \end{array} \right\}_C.$$

Question 3 Déterminer $\overrightarrow{\Gamma(C,2/0)}$.

$$\overrightarrow{\Gamma(C,2/0)} = \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left[\overrightarrow{V(C,2/0)}\right]_{\mathcal{R}_0} = \ddot{\lambda}(t)\overrightarrow{i_0} + R\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left[\dot{\theta}\overrightarrow{j_2}\right]_{\mathcal{R}_0} = \ddot{\lambda}(t)\overrightarrow{i_0} + R\left(\ddot{\theta}\overrightarrow{j_2} - \dot{\theta}^2\overrightarrow{i_2}\right).$$

Mouvement RR 3D ★★

C2-05

B2-13

Question 1 Donner l'ensemble des positions accessibles par le point C. Ça ressemble à un tore, mais c'est pas vraiment un tore :) (aussi bien l'intérieur que l'extérieur...)...

Question 2 Donner l'équation du mouvement du point C dans le mouvement de **2** par rapport à **0**.
On a $\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = R\overrightarrow{i_1} + \ell\overrightarrow{i_2} + r\overrightarrow{j_2}$. Soit $\overrightarrow{AC} = (R+\ell)\left(\cos\theta\overrightarrow{i_0} + \sin\theta\overrightarrow{j_0}\right) + r\left(\cos\varphi\overrightarrow{j_1} + \sin\varphi\overrightarrow{k_1}\right) = (R+\ell)\left(\cos\theta\overrightarrow{i_0} + \sin\theta\overrightarrow{j_0}\right) + r\left(\cos\varphi\left(\cos\theta\overrightarrow{j_0} - \sin\theta\overrightarrow{i_0}\right) + \sin\varphi\overrightarrow{k_0}\right)$.

On a donc : $\left\{ \begin{array}{l} x_C(t) = (R+\ell)\cos\theta - r\cos\varphi\sin\theta \\ y_C(t) = (R+\ell)\sin\theta + r\cos\varphi\cos\theta \\ z_C(t) = r\sin\varphi \end{array} \right.$ dans le repère $\left(A;\overrightarrow{i_0},\overrightarrow{j_0},\overrightarrow{k_0}\right)$.

Mouvement RR 3D ★

B2-13

Question 1 Déterminer $\overrightarrow{V(C,2/0)}$ par dérivation vectorielle.
$\overrightarrow{V(C,2/0)} = \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left[\overrightarrow{AC}\right]_{\mathcal{R}_0} = \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left[R\overrightarrow{i_1} + \ell\overrightarrow{i_2} + r\overrightarrow{j_2}\right]_{\mathcal{R}_0}$.

Calculons :

- $\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left[\overrightarrow{i_1}\right]_{\mathcal{R}_0} = \overrightarrow{\Omega(1/0)} \wedge \overrightarrow{i_1} = \dot{\theta}\overrightarrow{k_0} \wedge \overrightarrow{i_1} = \dot{\theta}\overrightarrow{j_1}$.
- $\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left[\overrightarrow{i_2}\right]_{\mathcal{R}_0} = \dot{\theta}\overrightarrow{j_1}$ $(\overrightarrow{i_1} = \overrightarrow{i_2})$.
- $\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left[\overrightarrow{j_2}\right]_{\mathcal{R}_0} = \overrightarrow{\Omega(2/0)} \wedge \overrightarrow{j_2} = \left(\dot{\theta}\overrightarrow{k_0} + \dot{\varphi}\overrightarrow{i_1}\right) \wedge \overrightarrow{j_2} = \dot{\theta}\overrightarrow{k_1} \wedge \overrightarrow{j_2} + \dot{\varphi}\overrightarrow{i_1} \wedge \overrightarrow{j_2} = -\dot{\theta}\cos\varphi\overrightarrow{i_1} + \dot{\varphi}\overrightarrow{k_2}$.

On a donc, $\overrightarrow{V(C,2/0)} = (R+\ell)\dot{\theta}\overrightarrow{j_1} - r\dot{\theta}\cos\varphi\overrightarrow{i_1} + r\dot{\varphi}\overrightarrow{k_2}$.

Question 2 Déterminer $\overrightarrow{V(C,2/0)}$ par composition.
On a $\overrightarrow{V(C,2/0)} = \overrightarrow{V(C,2/1)} + \overrightarrow{V(C,1/0)}$.

- $\overrightarrow{V(C,2/1)}$: on passe par B car B est le centre de la pivot entre 2 et 1 et que $\overrightarrow{V(B,2/1)} = \overrightarrow{0}$. $\overrightarrow{V(C,2/1)} = \overrightarrow{V(B,2/1)} + \overrightarrow{CB} \wedge \overrightarrow{\Omega(2/1)} = \left(-\ell\overrightarrow{i_2} - r\overrightarrow{j_2}\right) \wedge \dot{\varphi}\overrightarrow{i_1}$
  $= -\ell\overrightarrow{i_2} \wedge \dot{\varphi}\overrightarrow{i_1} - r\overrightarrow{j_2} \wedge \dot{\varphi}\overrightarrow{i_1}$.
  $= r\dot{\varphi}\overrightarrow{k_2}$.

- $\overrightarrow{V(C,1/0)}$: on passe par A car A est le centre de la pivot entre 1 et 0 et que $\overrightarrow{V(A,1/0)} = \overrightarrow{0}$ est nul. $\overrightarrow{V(C,1/0)} = \overrightarrow{V(A,1/0)} + \overrightarrow{CA} \wedge \overrightarrow{\Omega(1/0)}$
$= \left(-r\overrightarrow{j_2} - \ell\overrightarrow{i_2} - R\overrightarrow{i_1}\right) \wedge \dot{\theta}\overrightarrow{k_1}$
$= -r\dot{\theta}\cos\varphi\overrightarrow{i_1} + \ell\dot{\theta}\overrightarrow{j_1} + R\dot{\theta}\overrightarrow{j_1}$

Au final, $\overrightarrow{V(C,2/0)} = r\dot{\varphi}\overrightarrow{k_2} - r\dot{\theta}\cos\varphi\overrightarrow{i_1} + \ell\dot{\theta}\overrightarrow{j_1} + R\dot{\theta}\overrightarrow{j_1}$.

Question 3 Donner le torseur cinématique $\{\mathscr{V}(2/0)\}$ au point C.

$$\{\mathscr{V}(2/0)\} = \left\{\begin{array}{l} \dot{\theta}\overrightarrow{k_1} + \dot{\varphi}\overrightarrow{i_1} \\ (R+\ell)\,\dot{\theta}\overrightarrow{j_1} - r\dot{\theta}\cos\varphi\overrightarrow{i_1} + r\dot{\varphi}\overrightarrow{k_2} \end{array}\right\}_C$$

Question 4 Déterminer $\overrightarrow{\Gamma(C,2/0)}$.

$$\overrightarrow{\Gamma(C,2/0)} = \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left[\overrightarrow{V(C,2/0)}\right]_{\mathscr{R}_0}$$

$$= \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left[(R+\ell)\,\dot{\theta}\overrightarrow{j_1} - r\dot{\theta}\cos\varphi\overrightarrow{i_1} + r\dot{\varphi}\overrightarrow{k_2}\right]_{\mathscr{R}_0}$$

Calculons :

- $\dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left[\overrightarrow{i_1}\right]_{\mathscr{R}_0} = \overrightarrow{\Omega(1/0)} \wedge \overrightarrow{i_1} = \dot{\theta}\overrightarrow{k_0} \wedge \overrightarrow{i_1} = \dot{\theta}\overrightarrow{j_1}$.
- $\dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left[\overrightarrow{j_1}\right]_{\mathscr{R}_0} = \overrightarrow{\Omega(1/0)} \wedge \overrightarrow{j_1} = \dot{\theta}\overrightarrow{k_0} \wedge \overrightarrow{j_1} = -\dot{\theta}\overrightarrow{i_1}$.
- $\dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left[\overrightarrow{k_2}\right]_{\mathscr{R}_0} = \overrightarrow{\Omega(2/0)} \wedge \overrightarrow{k_2} = \left(\dot{\theta}\overrightarrow{k_0} + \dot{\varphi}\overrightarrow{i_1}\right) \wedge \overrightarrow{k_2} = \dot{\theta}\overrightarrow{k_1} \wedge \overrightarrow{k_2} + \dot{\varphi}\overrightarrow{i_2} \wedge \overrightarrow{k_2} = \dot{\theta}\sin\varphi\overrightarrow{i_1} - \dot{\varphi}\overrightarrow{j_2}$.

$\overrightarrow{\Gamma(C,2/0)} = (R+\ell)\,\ddot{\theta}\overrightarrow{j_1} - (R+\ell)\,\dot{\theta}^2\overrightarrow{i_1} - r\ddot{\theta}\cos\varphi\overrightarrow{i_1} + r\dot{\theta}\dot{\varphi}\sin\varphi\overrightarrow{i_1} - r\dot{\theta}^2\cos\varphi\overrightarrow{j_1} + r\ddot{\varphi}\overrightarrow{k_2} + r\dot{\varphi}\left(\dot{\theta}\sin\varphi\overrightarrow{i_1} - \dot{\varphi}\overrightarrow{j_2}\right)$.

C2-05

B2-13

Mouvement RR 3D ★★

Question 1 Donner l'ensemble des positions accessibles par le point C. Le point C peut décrire un tore de grand rayon R et de petit rayon L (surface torique uniquement, pas l'intérieur du tore).

Question 2 Donner l'équation de mouvement du point C dans le mouvement de **2** par rapport à **0**.

On a $\overrightarrow{AC} = H\overrightarrow{j_1} + R\overrightarrow{i_1} + L\overrightarrow{i_2} = H\overrightarrow{j_0} + R\cos\theta\overrightarrow{i_0} - R\sin\theta\overrightarrow{k_0} + L\cos\varphi\overrightarrow{i_1} + L\sin\varphi\overrightarrow{j_1}$
$= H\overrightarrow{j_0} + R\cos\theta\overrightarrow{i_0} - R\sin\theta\overrightarrow{k_0} + L\cos\varphi\left(\cos\theta\overrightarrow{i_0} - \sin\theta\overrightarrow{k_0}\right) + L\sin\varphi\overrightarrow{j_0}$.

On a donc : $\left\{\begin{array}{l} x_C(t) = R\cos\theta + L\cos\varphi\cos\theta \\ y_C(t) = H + L\sin\varphi \\ z_C(t) = -R\sin\theta - L\cos\varphi\sin\theta \end{array}\right.$ dans le repère $\left(A; \overrightarrow{i_0}, \overrightarrow{j_0}, \overrightarrow{k_0}\right)$.

B2-13

Mouvement RR 3D ★

Question 1 Déterminer $\overrightarrow{V(C,2/0)}$ par dérivation vectorielle. $\overrightarrow{V(C,2/0)} = \dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left[\overrightarrow{AC}\right]_{\mathscr{R}_0}$
$= \dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left[H\overrightarrow{j_1} + R\overrightarrow{i_1} + L\overrightarrow{i_2}\right]_{\mathscr{R}_0}$.

Calculons :

- $\dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left[\overrightarrow{j_0}\right]_{\mathscr{R}_0}=\overrightarrow{0}$;
- $\dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left[\overrightarrow{i_1}\right]_{\mathscr{R}_0}=\overrightarrow{\Omega(1/0)}\wedge\overrightarrow{i_1}=\dot{\theta}\overrightarrow{j_1}\wedge\overrightarrow{i_1}=-\dot{\theta}\overrightarrow{k_1}$;
- $\dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left[\overrightarrow{i_2}\right]_{\mathscr{R}_0}=\overrightarrow{\Omega(2/0)}\wedge\overrightarrow{i_2}=\left(\dot{\theta}\overrightarrow{j_1}+\dot{\varphi}\overrightarrow{k_2}\right)\wedge\overrightarrow{i_2}=\dot{\theta}\overrightarrow{j_1}\wedge\overrightarrow{i_2}+\dot{\varphi}\overrightarrow{k_2}\wedge\overrightarrow{i_2}=-\dot{\theta}\cos\varphi\overrightarrow{k_1}+\dot{\varphi}\overrightarrow{j_2}$.

On a donc $\overrightarrow{V(C,2/0)}=-R\dot{\theta}\overrightarrow{k_1}+L\left(-\dot{\theta}\cos\varphi\overrightarrow{k_1}+\dot{\varphi}\overrightarrow{j_2}\right)$.

Question 2 Déterminer $\overrightarrow{V(C,2/0)}$ par composition du vecteur vitesse. $\overrightarrow{V(C,2/0)}=\overrightarrow{V(C,2/1)}+\overrightarrow{V(C,1/0)}$.

- Pour calculer $\overrightarrow{V(C,2/1)}$, passons par B car $\overrightarrow{V(B,2/1)}=\overrightarrow{0}$: $\overrightarrow{V(C,2/1)}=\overrightarrow{V(B,2/1)}+\overrightarrow{CB}\wedge\overrightarrow{\Omega(2/1)}=\overrightarrow{CB}\wedge\overrightarrow{\Omega(2/1)}=-L\overrightarrow{i_2}\wedge\dot{\varphi}\overrightarrow{k_2}=L\dot{\varphi}\overrightarrow{j_2}$.
- Pour calculer $\overrightarrow{V(C,1/0)}$, passons par A car $\overrightarrow{V(A,1/0)}=\overrightarrow{0}$: $\overrightarrow{V(C,1/0)}=\overrightarrow{V(A,1/0)}+\overrightarrow{CA}\wedge\overrightarrow{\Omega(1/0)}=\overrightarrow{CA}\wedge\overrightarrow{\Omega(1/0)}=-\left(H\overrightarrow{j_1}+R\overrightarrow{i_1}+L\overrightarrow{i_2}\right)\wedge\dot{\theta}\overrightarrow{j_1}=-\dot{\theta}\left(R\overrightarrow{i_1}\wedge\overrightarrow{j_1}+L\overrightarrow{i_2}\wedge\overrightarrow{j_1}\right)=-\dot{\theta}\left(R\overrightarrow{k_1}+L\cos\varphi\overrightarrow{k_1}\right)$.

Au final, $\overrightarrow{V(C,2/0)}=L\dot{\varphi}\overrightarrow{j_2}-\dot{\theta}\left(R\overrightarrow{k_1}+L\cos\varphi\overrightarrow{k_1}\right)$.

Question 3 Donner le torseur cinématique $\{\mathscr{V}(2/0)\}$ au point C.

$$\{\mathscr{V}(2/0)\}=\left\{\begin{array}{l}\dot{\varphi}\overrightarrow{k_2}+\dot{\theta}\overrightarrow{j_0}\\ L\dot{\varphi}\overrightarrow{j_2}-\dot{\theta}\left(R\overrightarrow{k_1}+L\cos\varphi\overrightarrow{k_1}\right)\end{array}\right\}_C.$$

Question 4 Déterminer $\overrightarrow{\Gamma(C,2/0)}$.

$\overrightarrow{\Gamma(C,2/0)}=\dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left[\overrightarrow{V(C,2/0)}\right]_{\mathscr{R}_0}$

$=\dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left[L\dot{\varphi}\overrightarrow{j_2}-\dot{\theta}\left(R\overrightarrow{k_1}+L\cos\varphi\overrightarrow{k_1}\right)\right]_{\mathscr{R}_0}$.

Calculons :

- $\dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left[\overrightarrow{j_2}\right]_{\mathscr{R}_0}=\overrightarrow{\Omega(2/0)}\wedge\overrightarrow{j_2}=\left(\dot{\theta}\overrightarrow{j_1}+\dot{\theta}\overrightarrow{k_1}\right)\wedge\overrightarrow{j_2}=\dot{\theta}\overrightarrow{j_1}\wedge\overrightarrow{j_2}+\dot{\theta}\overrightarrow{k_1}\wedge\overrightarrow{j_2}=\dot{\theta}\sin\varphi\overrightarrow{k_1}-\dot{\theta}\overrightarrow{i_2}$.
- $\dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left[\overrightarrow{k_1}\right]_{\mathscr{R}_0}=\dot{\theta}\overrightarrow{i_1}$.

$\overrightarrow{\Gamma(C,2/0)}=L\ddot{\varphi}\overrightarrow{j_2}+L\dot{\varphi}\left(\dot{\theta}\sin\varphi\overrightarrow{k_1}-\dot{\theta}\overrightarrow{i_2}\right)-\ddot{\theta}\left(R\overrightarrow{k_1}+L\cos\varphi\overrightarrow{k_1}\right)-\dot{\theta}\left(R\dot{\theta}\overrightarrow{i_1}+L\cos\varphi\dot{\theta}\overrightarrow{i_1}-L\dot{\varphi}\sin\varphi\overrightarrow{k_1}\right)$.

Mouvement RT – RSG ★★

B2-13

Question 1 Déterminer $\overrightarrow{V(B,2/0)}$.
$\overrightarrow{V(B,2/0)}=\overrightarrow{V(B,2/1)}+\overrightarrow{V(B,1/0)}$.

D'une part, $\overrightarrow{V(B,2/1)}=\dot{\lambda}\overrightarrow{i_1}$.

D'autre part, en utilisant le roulement sans glissement en I, $\overrightarrow{V(B,1/0)}=\overrightarrow{V(I,1/0)}+\overrightarrow{BI}\wedge\overrightarrow{\Omega(1/0)}=\overrightarrow{0}+\left(-\lambda(t)\overrightarrow{i_1}-R\overrightarrow{j_0}\right)\wedge\dot{\theta}\overrightarrow{k_0}=-\dot{\theta}\left(\lambda(t)\overrightarrow{i_1}\wedge\overrightarrow{k_0}+R\overrightarrow{j_0}\wedge\overrightarrow{k_0}\right)=\dot{\theta}\left(\lambda(t)\overrightarrow{j_1}-R\overrightarrow{i_0}\right)$.

Au final, $\overrightarrow{V(B,2/0)}=\dot{\lambda}\overrightarrow{i_1}+\dot{\theta}\left(\lambda(t)\overrightarrow{j_1}-R\overrightarrow{i_0}\right)$.

Question 2 Donner le torseur cinématique $\{\mathcal{V}(2/0)\}$ au point B.

$$\{\mathcal{V}(2/0)\} = \left\{ \begin{array}{l} \dot{\theta}\overrightarrow{k_0} \\ \dot{\lambda}\overrightarrow{i_1} + \dot{\theta}\left(\lambda(t)\overrightarrow{j_1} - R\overrightarrow{i_0}\right) \end{array} \right\}_B .$$

Question 3 Déterminer $\overrightarrow{\Gamma(B,2/0)}$.

$$\overrightarrow{\Gamma(B,2/0)} = \dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left[\overrightarrow{V(B,2/0)}\right]_{\mathcal{R}_0} = \ddot{\lambda}(t)\overrightarrow{i_1} + \dot{\lambda}(t)\dot{\theta}\overrightarrow{j_1} + \ddot{\theta}(t)\left(\lambda(t)\overrightarrow{j_1} - R\overrightarrow{i_0}\right) + \dot{\theta}(t)\left(\dot{\lambda}(t)\overrightarrow{j_1} - \lambda(t)\dot{\theta}\overrightarrow{i_1}\right)$$

B2-13

Mouvement RR – RSG ★★

Question 1 Déterminer $\overrightarrow{V(B,2/0)}$. En utilisant la décomposition du vecteur vitesse : $\overrightarrow{V(B,2/0)} = \overrightarrow{V(B,2/1)} + \overrightarrow{V(B,1/0)}$.

- **Calcul de** $\overrightarrow{V(B,2/1)}$ **:** $\overrightarrow{V(B,2/1)} = \overrightarrow{V(A,2/1)} + \overrightarrow{BA} \wedge \overrightarrow{\Omega(2/1)}$. 2 et 1 étant en pivot d'axe $\left(A, \overrightarrow{k_0}\right)$, on a $\overrightarrow{V(B,2/1)} = \overrightarrow{0} - L\overrightarrow{i_2} \wedge \dot{\varphi}(t)\overrightarrow{k_0} = L\dot{\varphi}(t)\overrightarrow{j_2}$.
- **Calcul de** $\overrightarrow{V(B,1/0)}$ **:** $\overrightarrow{V(B,1/0)} = \overrightarrow{V(I,1/0)} + \overrightarrow{BI} \wedge \overrightarrow{\Omega(1/0)} = \overrightarrow{0} - L\overrightarrow{i_2} \wedge \dot{\varphi}(t)\overrightarrow{k_0}$. En utilisant l'hypothèse de roulement sans glissement : $\overrightarrow{V(B,1/0)} = \left(-L\overrightarrow{i_2} - R\overrightarrow{j_0}\right) \wedge \dot{\theta}(t)\overrightarrow{k_0} = \dot{\theta}(t)\left(L\overrightarrow{j_2} - R\overrightarrow{i_0}\right)$.

Au final, $\overrightarrow{V(B,2/0)} = L\dot{\varphi}(t)\overrightarrow{j_2} + \dot{\theta}(t)\left(L\overrightarrow{j_2} - R\overrightarrow{i_0}\right)$.

Question 2 Donner le torseur cinématique $\{\mathcal{V}(2/0)\}$ au point B. $\{\mathcal{V}(2/0)\} = \left\{ \begin{array}{l} \overrightarrow{\Omega(2/0)} = \left(\dot{\varphi}(t) + \dot{\theta}(t)\right)\overrightarrow{k_0} \\ L\dot{\varphi}(t)\overrightarrow{j_2} + \dot{\theta}(t)\left(L\overrightarrow{j_2} - R\overrightarrow{i_0}\right) \end{array} \right\}_B$.

Question 3 Déterminer $\overrightarrow{\Gamma(B,2/0)}$.

$$\overrightarrow{\Gamma(B,2/0)} = \dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left[\overrightarrow{V(B,2/0)}\right]_{\mathcal{R}_0}$$

$$= \dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left[L\dot{\varphi}(t)\overrightarrow{j_2}\right]_{\mathcal{R}_0} + \dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left[\dot{\theta}(t)\left(L\overrightarrow{j_2} - R\overrightarrow{i_0}\right)\right]_{\mathcal{R}_0}$$

$$= L\ddot{\varphi}(t)\overrightarrow{j_2} - L\dot{\varphi}(t)\left(\dot{\varphi}(t) + \dot{\theta}(t)\right)\overrightarrow{i_2} + \ddot{\theta}(t)\left(L\overrightarrow{j_2} - R\overrightarrow{i_0}\right) - L\dot{\theta}(t)\left(\dot{\varphi}(t) + \dot{\theta}(t)\right)\overrightarrow{i_2}.$$