



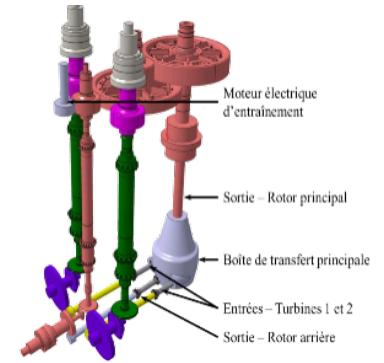
# TD 0

## Banc d'essai BTP- Sujet

Concours CCINP- TSI 2015

**B2-07**

**C2-03**



### Mise en situation

Airbus Helicopters commercialise des hélicoptères civils et militaires. Le déplacement des hélicoptères est assuré par un rotor principal permettant la sustentation et la translation de l'appareil. Un rotor arrière permet de compenser le couple de réaction engendré par le rotor principal et de contrôler les mouvements de lacet de l'appareil (figure ??). La puissance est délivrée par deux turboréacteurs (certains hélicoptères ne sont équipés que d'un turboréacteur). Ces turboréacteurs entraînent en rotation une boîte de transmission principale (BTP) qui elle-même entraîne d'une part le rotor principal et d'autre part le rotor arrière, par l'intermédiaire d'un arbre de transmission et d'une boîte de transmission arrière (BTA). La BTP assure aussi l'entraînement d'une série d'accessoires permettant le fonctionnement de l'appareil (alternateur, pompe hydraulique ...). Pour chaque association hélicoptère - turboréacteur, un banc d'essai permet de vérifier que la BTP répond au cahier des charges. La figure ?? présente la structure du banc d'essai.

### Objectif

Valider Req 1.1.1.

| «requirement» | Précision de la régulation  |
|---------------|---|
| Id = "1.1.1"  | Text = "L'écart statique de la régulation en vitesse doit être nul. " |



(b) Structure du banc d'essai.

FIGURE 1 – Hélicoptère et banc d'essai

### Le moteur à courant continu

On note :

- $u(t)$  : la tension appliquée aux bornes de l'induit;

- $i(t)$  : le courant absorbé par l'induit;
- $e(t)$  : la force contre-électromotrice;
- $\omega_m(t)$  : la vitesse de rotation de l'arbre moteur;
- $c_m(t)$  : le couple moteur;
- $c_r(t)$  : le couple résistant sur l'arbre moteur dû à la génération d'un couple résistant en sortie de BTP;
- $K_c$  : la constante de couple définie telle que  $c_m(t) = K_c i(t)$  (équation 1);
- $K_e$  : la constante de force contre-électromotrice définie telle que  $e(t) = K_e \omega_m(t)$  (équation 2).

Le banc d'essai est équipé d'un dispositif permettant de générer un couple résistant sur le rotor de sortie de la BTP. Cela permet de simuler les actions aérodynamiques sur les pales. Il faut donc évaluer l'impact de ce couple sur la vitesse du moteur. La modélisation adoptée pour le moteur à courant continu est celle de la figure ??.

- $R$  : la résistance de l'induit;
- $L$  : l'inductance de l'induit;
- $f$  : le coefficient de frottement, qui génère un couple résistant proportionnel à  $\omega_m(t)$
- $I_{eq}$  : l'inertie équivalente du banc d'essai ramené à l'arbre moteur;

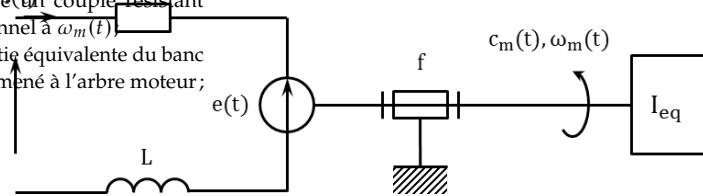


FIGURE 2 – Schéma équivalent du moteur à courant continu.

Hypothèses :

- le comportement de chacun des composants sera considéré comme linéaire, continu et invariant;
- les conditions de Heaviside sont considérées comme vérifiées;
- on note  $p$  la variable de Laplace. La transformée de Laplace d'une fonction temporelle  $f(t)$  sera notée  $F(p)$  (la transformée de  $\omega(t)$  sera notée  $\Omega(p)$ ).

## Modélisation de l'asservissement en vitesse

Hypothèses :

- on néglige l'inductance du moteur à courant continu ainsi que l'effet du coefficient de frottement;
- on fait l'hypothèse que  $K_c = K_e = K$ ;
- pour simplifier l'étude, la boucle de courant n'a pas été modélisée.

Le schéma-blocs de l'asservissement en vitesse du moteur à courant continu est donné sur la figure ??.

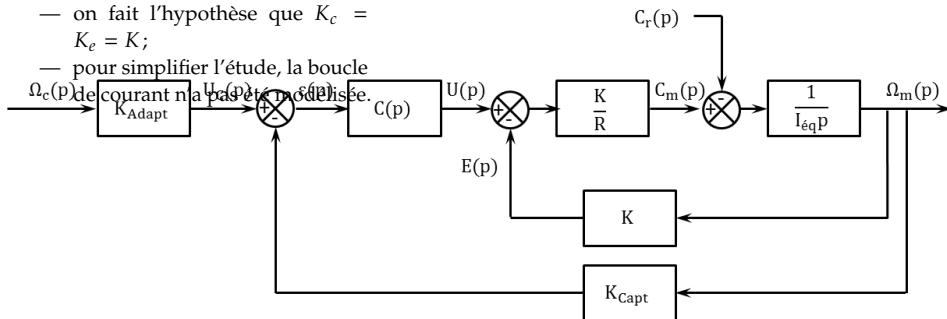


FIGURE 3 – Régulation en vitesse du banc d'essai.

**Question 1** Quelle solution technologique peut-on utiliser pour le capteur situé en boucle de retour ? Comment déterminer la valeur du gain  $K_{Adapt}$  ?

**Hypothèse 1 : on considère que  $C_r(p) = 0$  et  $\Omega_c(p) \neq 0$ .**

**Question 2** Déterminer la fonction de transfert en boucle fermée  $H_m(p) = (\Omega_m(p))/U(p)$  puis la fonction de transfert en boucle fermée  $H_1(p) = (\Omega_m(p))/(\Omega_C(p))$ . On considère

que  $C(p) = K_P$ ,  $K_P$  étant constant. Mettre  $H_1(p)$  sous la forme  $K_1/(1 + \tau_1 p)$  où on explicitera les valeurs de  $K_1$  et  $\tau_1$ .

**Hypothèse 2 : on considère que  $\Omega_C(p) = 0$  et que  $C_r(p) \neq 0$ .**

**Question 3** Retracer sur la copie le schéma bloc en tenant compte de ces hypothèses.

**Question 4** Déterminer la fonction de transfert en boucle fermée  $H_2(p) = (\Omega_m(p))/(C_r(p))$ . On considère que  $C(p) = K_P$ ,  $K_P$  étant constante. Mettre  $H_2(p)$  sous la forme  $-K_2/(1 + \tau_2 p)$  où on explicitera les valeurs de  $K_2$  et  $\tau_2$ .

**Hypothèse 3 : on considère maintenant que  $\Omega_C(p) \neq 0$  et que  $C_r(p) \neq 0$ .**

**Question 5** En utilisant le théorème de superposition, exprimer  $\Omega_m(p)$  en fonction de  $H_1(p)$ ,  $H_2(p)$ ,  $\Omega_c(p)$  et  $C_r(p)$ .

À une fréquence de rotation de  $350 \text{ min}^{-1}$  en sortie de BTP correspond une consigne de fréquence de rotation du moteur de  $1928 \text{ min}^{-1}$  soit environ  $202 \text{ rad/s}$ . Le couple résistant ramené à l'arbre moteur est évalué à  $990 \text{ Nm}$ . On soumet donc le système à un échelon de consigne d'amplitude  $202 \text{ rad/s}$  et à un couple résistant de  $990 \text{ Nm}$ .

**Question 6** Après avoir exprimé la consigne  $\Omega_c(p)$  puis le couple résistant  $C_r(p)$ , calculer sous forme littérale l'écart statique du système. Conclure vis-à-vis du cahier des charges.

**Question 7** Quel intérêt peut présenter l'utilisation d'un correcteur intégral de gain  $K_I$  de la forme  $C(p) = K_I/p$  ?

**Question 8** En conclusion, en utilisant le correcteur précédent, l'asservissement proposé permet-il de tenir la consigne de vitesse lorsqu'un couple résistant est appliqué à l'arbre de sortie de la BTP ? L'exigence 1.1.1 est-elle vérifiée ?

#### Éléments de correction

1.  $K_{\text{Adapt}} = K_{\text{Capt}}$ .
2.  $K_1 = \frac{K_{\text{Adapt}} K_P}{K + K_P K_{\text{Capt}}} \text{ et } \tau_1 = \frac{R I_{\text{eq}}}{K^2 + K K_P K_{\text{Capt}}}.$
3. .
4.  $K_2 = \frac{R}{K(K + K_P K_{\text{Capt}})} \text{ et } \tau_2 = \frac{R I_{\text{eq}}}{K(K + K_P K_{\text{Capt}})}.$
5.  $\Omega_m(p) = H_1(p)\Omega_c(p) + H_2(p)C_r(p).$
6.  $\varepsilon_S = (K_{\text{Adapt}} - K_{\text{Capt}} K_1) \Omega_{c0} + K_{\text{Capt}} K_2 C_{r0}.$
7. On montre que l'écart statique est annulé.
8.  $\varepsilon = 0.$







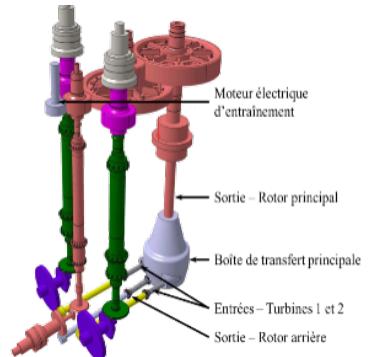
# TD 0

## Banc d'essai BTP- Corrigé

Concours CCINP- TSI 2015

**B2-07**

**C2-03**



### Mise en situation

#### Objectif

Valider Req 1.1.1.

### Le moteur à courant continu

### Modélisation de l'asservissement en vitesse

**Question 1** Quelle solution technologique peut-on utiliser pour le capteur situé en boucle de retour? Comment déterminer la valeur du gain  $K_{\text{Adapt}}$ ?

#### Correction

Il s'agit de réaliser un asservissement en fréquence de rotation. On pourrait utiliser une génératrice tachymétrique.

Afin d'avoir un asservissement précis ( $\varepsilon(p) = 0$  lorsque  $\Omega_c(p) = \Omega(p)$ ), on prend  $K_{\text{Adapt}} = K_{\text{Capt}}$ .

| «requirement»  |
|--|
| <b>Précision de la régulation</b>                                    |
| Id = "1.1.1"   |
| Text = "L'écart statique de la régulation en vitesse doit être nul." |

**Hypothèse 1 : on considère que  $C_r(p) = 0$  et  $\Omega_c(p) \neq 0$ .**

**Question 2** Déterminer la fonction de transfert en boucle fermée  $H_m(p) = (\Omega_m(p))/U(p)$  puis la fonction de transfert en boucle fermée  $H_1(p) = (\Omega_m(p))/(C(p))$ . On considère que  $C(p) = K_p$ ,  $K_p$  étant constant. Mettre  $H_1(p)$  sous la forme  $K_1/(1 + \tau_1 p)$  où on explicitera les valeurs de  $K_1$  et  $\tau_1$ .

#### Correction

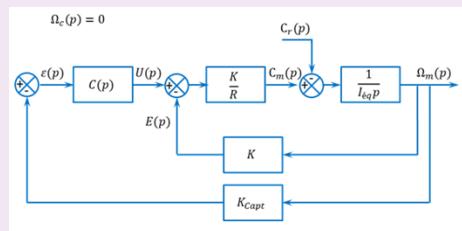
$$H_m(p) = \frac{\Omega_m(p)}{U(p)} = \frac{\frac{K}{RI_{\text{eq}}p}}{1 + \frac{K^2}{RI_{\text{eq}}p}} = \frac{K}{RI_{\text{eq}}p + K^2} = \frac{1/K}{1 + \frac{RI_{\text{eq}}}{K^2}p}$$

$$\begin{aligned}
H_1(p) &= \frac{\Omega_m(p)}{\Omega_c(p)} = K_{\text{Adapt}} \frac{\frac{K}{RI_{\text{eq}}p + K^2} C(p)}{1 + \frac{K}{RI_{\text{eq}}p + K^2} C(p) K_{\text{Capt}}} = \frac{K_{\text{Adapt}} K C(p)}{RI_{\text{eq}}p + K^2 + KC(p) K_{\text{Capt}}} \\
H_1(p) &= \frac{K_{\text{Adapt}} K K_P}{RI_{\text{eq}}p + K^2 + KK_P K_{\text{Capt}}} = \frac{\frac{K_{\text{Adapt}} K_P}{K + K_P K_{\text{Capt}}}}{\frac{RI_{\text{eq}}}{K^2 + KK_P K_{\text{Capt}}} p + 1} = \frac{K_1}{1 + \tau_1 p} \\
\text{Soit par identification : } K_1 &= \frac{K_{\text{Adapt}} K_P}{K + K_P K_{\text{Capt}}} \text{ et } \tau_1 = \frac{RI_{\text{eq}}}{K^2 + KK_P K_{\text{Capt}}}.
\end{aligned}$$

**Hypothèse 2 :** on considère que  $\Omega_c(p) = 0$  et que  $C_r(p) \neq 0$ .

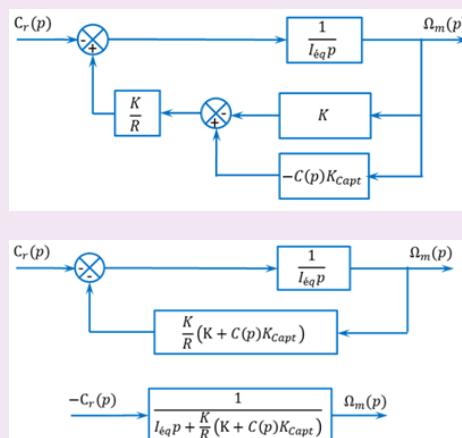
**Question 3** Retracer sur la copie le schéma bloc en tenant compte de ces hypothèses.

#### Correction



**Question 4** Déterminer la fonction de transfert en boucle fermée  $H_2(p) = (\Omega_m(p))/(C_r(p))$ . On considère que  $C(p) = K_P$ ,  $K_P$  étant constante. Mettre  $H_2(p)$  sous la forme  $-K_2/(1 + \tau_2 p)$  où on explicitera les valeurs de  $K_2$  et  $\tau_2$ .

#### Correction



$$\begin{aligned}
\text{On a donc : } H_2(p) &= \frac{\Omega_m(p)}{C_r(p)} = -\frac{1}{\frac{K}{R} \left( K + K_P K_{\text{Capt}} \right) + I_{\text{eq}} p} = -\frac{\frac{R}{K} \left( K + K_P K_{\text{Capt}} \right)}{1 + \frac{R I_{\text{eq}}}{K \left( K + K_P K_{\text{Capt}} \right)} p} \\
&= -\frac{K_2}{1 + \tau_2 p} \text{ Soit par identification : } K_2 = \frac{R}{K \left( K + K_P K_{\text{Capt}} \right)} \text{ et } \tau_2 = \tau_1 = \frac{R I_{\text{eq}}}{K \left( K + K_P K_{\text{Capt}} \right)}.
\end{aligned}$$

**Hypothèse 3 : on considère maintenant que  $\Omega_c(p) \neq 0$  et que  $C_r(p) \neq 0$ .**

**Question 5** En utilisant le théorème de superposition, exprimer  $\Omega_m(p)$  en fonction de  $H_1(p)$ ,  $H_2(p)$ ,  $\Omega_c(p)$  et  $C_r(p)$ .

#### Correction

Par superposition on a :  $\Omega_m(p) = H_1(p)\Omega_c(p) + H_2(p)C_r(p)$ .

À une fréquence de rotation de  $350 \text{ min}^{-1}$  en sortie de BTP correspond une consigne de fréquence de rotation du moteur de  $1928 \text{ min}^{-1}$  soit environ  $202 \text{ rad/s}$ . Le couple résistant ramené à l'arbre moteur est évalué à  $990 \text{ Nm}$ . On soumet donc le système à un échelon de consigne d'amplitude  $202 \text{ rad/s}$  et à un couple résistant de  $990 \text{ Nm}$ .

**Question 6** Après avoir exprimé la consigne  $\Omega_c(p)$  puis le couple résistant  $C_r(p)$ , calculer sous forme littérale l'écart statique du système. Conclure vis-à-vis du cahier des charges.

#### Correction

On a, pour des échelons de consignes :  $\Omega_c(p) = \frac{\Omega_{c0}}{p}$  avec  $\Omega_{c0} = 202 \text{ rad/s}$  et  $C_r(p) = \frac{C_{r0}}{p}$  avec  $C_{r0} = 990 \text{ Nm}$ .

L'écart statique  $\varepsilon_S$  s'écrit en sortie du comparateur :

$$\begin{aligned}\varepsilon_S &= \lim_{t \rightarrow \infty} \varepsilon(t) = \lim_{p \rightarrow 0} p \varepsilon(p) = \lim_{p \rightarrow 0} p(K_{\text{Adapt}}\Omega_c(p) - K_{\text{Capt}}\Omega_m(p)) = \\ &\lim_{p \rightarrow 0} \left( p(K_{\text{Adapt}}\Omega_c(p) - K_{\text{Capt}}H_1(p)\Omega_c(p) - K_{\text{Capt}}H_2(p)C_r(p)) \right) \\ &\varepsilon_S = \lim_{p \rightarrow 0} p \left( K_{\text{Adapt}}\frac{\Omega_{c0}}{p} - K_{\text{Capt}}K_1\frac{\Omega_{c0}}{p} + K_{\text{Capt}}K_2\frac{C_{r0}}{p} \right) \\ &\varepsilon_S = (K_{\text{Adapt}} - K_{\text{Capt}}K_1)\Omega_{c0} + K_{\text{Capt}}K_2C_{r0}\end{aligned}$$

L'écart statique ne pourra pas être nul (exigence 1.1.1 du cahier des charges non vérifiée).

**Question 7** Quel intérêt peut présenter l'utilisation d'un correcteur intégral de gain  $K_I$  de la forme  $C(p) = K_I/p$  ?

#### Correction

En choisissant  $K_{\text{Adapt}} = K_{\text{Capt}}$ , l'écart statique pourra être réduit à condition d'avoir un gain  $K_P$  important  $K_1 \rightarrow 1$  et  $K_2 \rightarrow 0$ , mais pas trop pour ne pas rendre le système instable. Avec un correcteur intégral, le système devient de classe 1 et l'écart statique est annulé.

**Question 8** En conclusion, en utilisant le correcteur précédent, l'asservissement proposé permet-il de tenir la consigne de vitesse lorsqu'un couple résistant est appliqué à l'arbre de sortie de la BTP ? L'exigence 1.1.1 est-elle vérifiée ?

#### Correction

En reprenant le raisonnement de la question \*\*, et en remplaçant  $C(p)$  par  $K_I/p$  dans

$$\text{les expressions de } H_1(p) \text{ et } H_2(p) : \lim_{p \rightarrow 0} H_1(p) = \lim_{p \rightarrow 0} K_{\text{Adapt}} \frac{\frac{R I_{\text{eq}} p + K^2}{K} p}{1 + \frac{R I_{\text{eq}} p + K^2}{K} \frac{K_I}{p} K_{\text{Capt}}} =$$

$$\frac{K_{\text{Adapt}}}{K_{\text{Capt}}}.$$

$$\lim_{p \rightarrow 0} H_2(p) = \lim_{p \rightarrow 0} -\frac{1}{\frac{K}{R} \left( K + \frac{K_I}{p} K_{\text{Capt}} \right) + I_{\text{eq}} p} = 0$$

$$\varepsilon_S = \lim_{p \rightarrow 0} p \left( K_{\text{Adapt}} \Omega_c(p) - K_{\text{Capt}} H_1(p) \Omega_c(p) - K_{\text{Capt}} H_2(p) C_r(p) \right)$$

$$\varepsilon_S = \lim_{p \rightarrow 0} K_{\text{Adapt}} \Omega_{c0} - K_{\text{Capt}} K_{\text{Adapt}} / K_{\text{Capt}} \Omega_{c0} - K_{\text{Capt}} 0 C_r 0 = 0$$

Dans ce cas, l'application d'un couple perturbateur n'a donc pas d'influence sur l'écart statique. La fréquence de rotation du rotor peut être temporairement impactée, mais au bout d'un laps de temps, l'écart statique tend vers 0. L'exigence 1.1.1 est donc vérifiée.



## Colle 0

# Micromanipulateur compact pour la chirurgie endoscopique—Sujet

Mines Ponts 2016.

B2-04

## Présentation générale

L'objet de cette étude est un robot appelé MC<sup>2</sup>E utilisé en chirurgie endoscopique. Ce type de robots médico-chirurgicaux est équipé de capteurs (caméra, capteur d'efforts...) permettant de maîtriser les interactions avec des environnements souvent déformables et difficilement modélisables comme le corps humain.

La figure ?? décrit les exigences auxquelles est soumis l'asservissement du MC<sup>2</sup>E.

## Validation des performances de l'asservissement d'effort

### Modèle de connaissance de l'asservissement

#### Objectif

Modéliser l'asservissement en effort.

L'équation de mouvement est définie par l'équation différentielle suivante :  $J \frac{d^2\theta_m(t)}{dt^2} = C_m(t) - C_e(t)$ .

On notera  $\theta_m(p)$ ,  $\Omega_m(p)$ ,  $C_m(p)$  et  $C_e(p)$  les transformées de Laplace des grandeurs de l'équation de mouvement. On pose  $C_e(t) = K_{C\theta}\theta_m(t)$  où  $K_{C\theta}$  est une constante positive. On a de plus  $\frac{d\theta_m(t)}{dt} = \omega_m(t)$ . La régulation se met alors sous la forme du schéma-blocs à retour unitaire simplifié que l'on admettra :

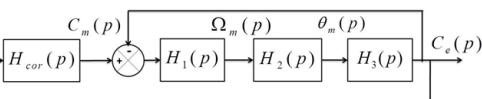


FIGURE 5 – Modèle simplifié du montage du capteur d'effort.

Dans un premier temps, on prendra  $H_{cor}(p) = 1$ .

**Question 1** Déterminer les expressions des fonctions de transfert  $H_1(p)$ ,  $H_2(p)$  et  $H_3(p)$ .

**Question 2** Donner l'expression de la fonction de transfert en boucle fermée  $H_{BF}(p)$  de l'asservissement d'effort.

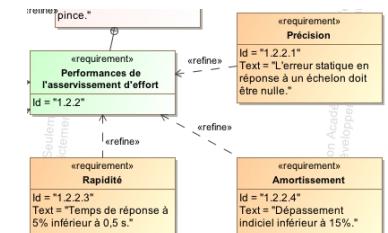
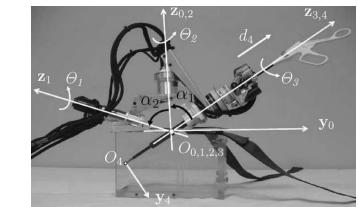


FIGURE 4 – Performances de l'asservissement.

On note :

- $J$ , inertie équivalente à l'ensemble en mouvement, ramenée sur l'arbre moteur;
- $C_e(t)$ , couple regroupant l'ensemble des couples extérieurs ramenés à l'arbre moteur, notamment fonction de la raideur du ressort.

Avec :

- $C_e(p)$ , couple de sortie mesuré par le capteur d'effort situé sur le MC<sup>2</sup>E;
- $C_c(p)$ , couple de consigne;
- $C_m(p)$ , couple moteur;
- $H_{cor}(p)$ , fonction de transfert du correcteur.

**Question 3** Quel sera le comportement de cet asservissement en réponse à un échelon d'amplitude  $C_0$ ? Conclure.

Pour remédier au problème ainsi mis en évidence, le concepteur a choisi de mettre en place une boucle interne numérique, dite tachymétrique, de gain  $B$ . On s'intéresse ici à la définition analytique de  $B$ . Le schéma-blocs modifié est donné figure suivante.

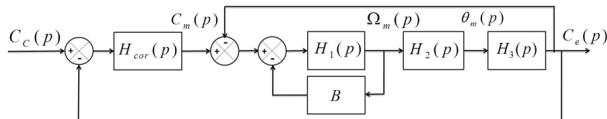


FIGURE 6 – Régulation avec retour tachymétrique.

On règle  $B$  de telle façon que, pour  $H_{cor}(p) = 1$ , la fonction de transfert en boucle ouverte, notée  $H_{BO}(p)$ , puisse être mise sous la forme suivante :  $H_{BO}(p) = \frac{1}{(1 + \tau p)^2}$ .

**Question 4** Donner l'expression analytique du gain  $B$ , en fonction de  $J$  et  $K_{C\theta}$ , permettant d'obtenir cette forme de fonction de transfert. En déduire l'expression analytique de la constante de temps  $\tau$ .

Les exigences du cahier des charges sont données plus haut (exigences 1.2.2.1, 1.2.2.3 et 1.2.2.4).

Afin de répondre à ces exigences, on choisit un correcteur proportionnel-intégral de gain  $K_i$  et de constante de temps  $T_i$ . Le schéma-blocs de la régulation se met sous la forme de la figure ??.

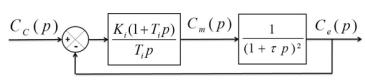


FIGURE 7 – Régulation avec correcteur PI.

On souhaite régler le correcteur pour que le système asservi ait une fonction de transfert en boucle fermée d'ordre 2 de la forme :

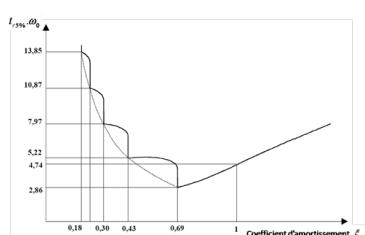
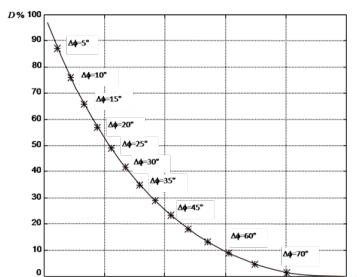
$$\frac{1 + \frac{2\xi_{BF}}{\omega_{0BF}}p + \frac{p^2}{\omega_{0BF}^2}}{1 + \frac{2\xi_{BF}}{\omega_{0BF}}p + \frac{p^2}{\omega_{0BF}^2}}.$$

**Question 6** Proposer une expression simple pour la constante de temps  $T_i$ .

**Question 7** À partir des courbes ci-contre, proposer une valeur de coefficient d'amortissement et de pulsation propre.

On donne  $K_i = 1$ .

**Question 8** Les critères de performance du cahier des chartes sont-ils respectés ? Tracer l'allure de la réponse temporelle à un échelon  $C_{c0}$  en indiquant toutes les valeurs caractéristiques nécessaires.



## Diagrammes de Bode

On prend  $K_i = 0,4$ ,  $T_i = 0,01$  s et  $\tau = 0,5$  s.

**Question 9** Tracer le diagramme de Bode de la fonction de transfert  $G(p) = \frac{K_i (1 + T_i p)}{T_i p (1 + \tau p)^2}$ .





## Colle 0

# Micromanipulateur compact pour la chirurgie endoscopique—Corrigé

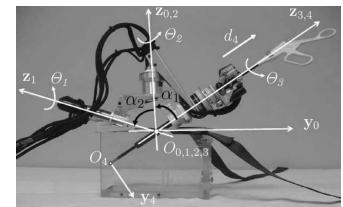
Mines Ponts 2016.

B2-04

### Présentation générale

### Validation des performances de l'asservissement d'effort

### Modèle de connaissance de l'asservissement



### Objectif

Modéliser l'asservissement en effort.

**Question 1** Déterminer les expressions des fonctions de transfert  $H_1(p)$ ,  $H_2(p)$  et  $H_3(p)$ .

### Correction

$$H_1(p) = \frac{1}{Jp}, H_2(p) = \frac{1}{p} \text{ et } H_3(p) = K_C\theta.$$

**Question 2** Donner l'expression de la fonction de transfert en boucle fermée  $H_{BF}(p)$  de l'asservissement d'effort.

### Correction

$$\text{Calculons } F(p) = \frac{C_e(p)}{C_m(p)} = \frac{H_1(p)H_2(p)H_3(p)}{1 + H_1(p)H_2(p)H_3(p)} = \frac{\frac{K_C\theta}{Jp} \frac{1}{p}}{1 + K_C\theta \frac{1}{Jp} \frac{1}{p}} = \frac{K_C\theta}{Jp^2 + K_C\theta}.$$

$$\begin{aligned} \text{Par suite } H_{BF}(p) &= \frac{F(p)H_{cor}(p)}{1 + F(p)H_{cor}(p)} \text{ soit } H_{BF}(p) = \frac{\frac{K_C\theta}{Jp^2 + K_C\theta}}{1 + \frac{K_C\theta}{Jp^2 + K_C\theta}} = \frac{K_C\theta}{Jp^2 + K_C\theta + K_C\theta} \\ &= \frac{1/2}{\frac{J}{2K_C\theta}p^2 + 1}. \end{aligned}$$

**Question 3** Quel sera le comportement de cet asservissement en réponse à un échelon d'amplitude  $C_0$ ? Conclure.

### Correction

Le coefficient d'amortissement étant nul, il s'agit d'un oscillateur harmonique d'amplitude  $C_0/2$ . Le système vibre ce qui est incompatible avec le mouvement d'un robot chirurgical.

Pour remédier au problème ainsi mis en évidence, le concepteur a choisi de mettre en place une boucle interne numérique, dite tachymétrique, de gain  $B$ . On s'intéresse ici à la définition analytique de  $B$ . Le schéma-blocs modifié est donné figure suivante.

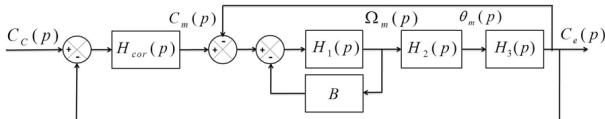


FIGURE 8 – Régulation avec retour tachymétrique.

On règle  $B$  de telle façon que, pour  $H_{cor}(p) = 1$ , la fonction de transfert en boucle ouverte, notée  $H_{BO}(p)$ , puisse être mise sous la forme suivante :  $H_{BO}(p) = \frac{1}{(1 + \tau p)^2}$ .

**Question 4** Donner l'expression analytique du gain  $B$ , en fonction de  $J$  et  $K_{C\theta}$ , permettant d'obtenir cette forme de fonction de transfert. En déduire l'expression analytique de la constante de temps  $\tau$ .

### Correction

$$\text{D'une part, } F_1(p) = \frac{\frac{1}{Jp}}{1 + \frac{B}{Jp}} = \frac{1}{Jp + B}. \text{ Par suite } FTBO(p) = \frac{F_1(p)H_2(p)H_3(p)}{1 + F_1(p)H_2(p)H_3(p)}$$

$$= \frac{\frac{1}{Jp + B} \frac{K_{C\theta}}{p}}{1 + \frac{1}{Jp + B} \frac{K_{C\theta}}{p}} = \frac{K_{C\theta}}{p(Jp + B) + K_{C\theta}} = \frac{K_{C\theta}}{Jp^2 + Bp + K_{C\theta}} = \frac{1}{\frac{J}{K_{C\theta}}p^2 + \frac{B}{K_{C\theta}}p + 1}.$$

$$\text{Par ailleurs, } H_{BO}(p) = \frac{1}{(1 + \tau p)^2} = \frac{1}{1 + 2\tau p + \tau^2 p^2}.$$

$$\text{On a donc } \frac{B}{K_{C\theta}} = 2\tau \Rightarrow \frac{B}{2K_{C\theta}} = \tau. \text{ D'autre part, } \tau^2 = \frac{J}{K_{C\theta}} \Rightarrow \frac{B}{2K_{C\theta}} = \sqrt{\frac{J}{K_{C\theta}}}.$$

$$\text{Au final, } B = 2\sqrt{J K_{C\theta}} \text{ et } \tau = \frac{B}{2K_{C\theta}} = \frac{2\sqrt{J K_{C\theta}}}{2K_{C\theta}} = \sqrt{\frac{J}{K_{C\theta}}}.$$

Les exigences du cahier des charges sont données plus haut (exigences 1.2.2.1, 1.2.2.3 et 1.2.2.4).

Afin de répondre à ces exigences, on choisit un correcteur proportionnel-intégral de gain  $K_i$  et de constante de temps  $T_i$ . Le schéma-blocs de la régulation se met sous la forme de la figure ??.

**Question 5** Donner l'expression de l'erreur statique en réponse à un échelon d'amplitude  $C_0$ . Conclure vis-à-vis du cahier des charges.

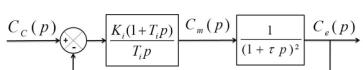


FIGURE 9 – Régulation avec correcteur PI.

### Correction

— Méthode 1 : la FTBO est de classe 1. L'écart statique est donc nul.

— Méthode 2 (à savoir faire absolument, mais à éviter car trop long).

$$\text{On a } \varepsilon(p) = \frac{C_c(p)}{1 + FTBO(p)} = \frac{C_0}{p} \frac{1}{1 + \frac{K_i(1 + T_ip)}{T_ip(1 + \tau p^2)}} = C_0 \frac{1}{p + \frac{K_i(1 + T_ip)}{T_i(1 + \tau p)^2}}.$$

Par suite,  $\lim_{t \rightarrow +\infty} \varepsilon(t) = \lim_{p \rightarrow 0} p\varepsilon(p) = 0$ .

On souhaite régler le correcteur pour que le système asservi ait une fonction de transfert en boucle fermée d'ordre 2 de la forme :

$$\frac{K_{\text{BF}}}{1 + \frac{2\xi_{\text{BF}}}{\omega_{0\text{BF}}} p + \frac{p^2}{\omega_{0\text{BF}}^2}}.$$

**Question 6** Proposer une expression simple pour la constante de temps  $T_i$ .

#### Correction

Pour que la FTBF soit d'ordre 2, la FTBO doit être d'ordre 2.

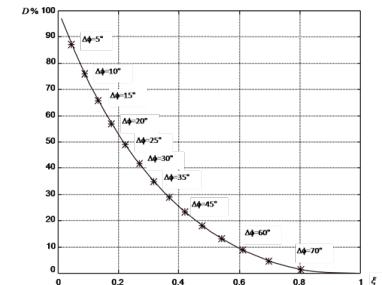
En choisissant  $T_i = \tau$  (compensation du pôle double du système), on a alors  $\text{FTBO}(p) =$

$$\frac{K_i(1 + \tau p)}{\tau p(1 + \tau p)^2} = \frac{K_i}{\tau p(1 + \tau p)}.$$

$$\text{On a alors } \text{FTBF}(p) = \frac{\frac{K_i}{\tau p(1 + \tau p)}}{1 + \frac{K_i}{\tau p(1 + \tau p)}} = \frac{K_i}{\tau p(1 + \tau p) + K_i}.$$

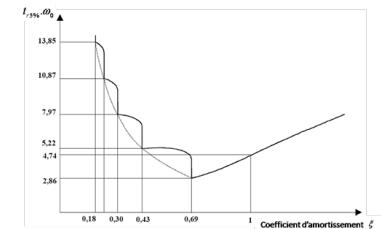
**Question 7** À partir des courbes ci-contre, proposer une valeur de coefficient d'amortissement et de pulsation propre.

On donne  $K_i = 1$ .



**Question 8** Les critères de performance du cahier des chartes sont-ils respectés ? Tracer l'allure de la réponse temporelle à un échelon  $C_{c0}$  en indiquant toutes les valeurs caractéristiques nécessaires.

#### Correction



## Diagrammes de Bode

On prend  $K_i = 0,4$ ,  $T_i = 0,01$  s et  $\tau = 0,5$  s.

**Question 9** Tracer le diagramme de Bode de la fonction de transfert  $G(p) = \frac{K_i(1 + T_ip)}{T_ip(1 + \tau p)^2}$ .

**Question 2.**

D'après l'équation de mouvement,  $Jp\Omega_m(p) = C_m(p) - C_e(p)$ . On a donc  $H_1(p) = \frac{1}{Jp}$ . (2)  
 On a  $p\theta_m(p) = \Omega_m(p)$ ; donc  $H_2(p) = \frac{1}{p}$ . (2)  
 Enfin,  $C_e(p) = K_{C\theta}\theta_m(p)$  et donc  $H_3(p) = K_{C\theta}$ . (1)

**Question 3.**

On a dans un premier temps  $\frac{C_e(p)}{C_m(p)} = F(p) = \frac{H_1(p)H_2(p)H_3(p)}{1+H_1(p)H_2(p)H_3(p)} = \frac{\frac{1}{Jp}\frac{1}{p}K_{C\theta}}{1+\frac{1}{Jp}\frac{1}{p}K_{C\theta}} = \frac{K_{C\theta}}{Jp^2+K_{C\theta}}$ .  
 Dans un second temps,  $H_{BF}(p) = \frac{\frac{K_{C\theta}}{Jp^2+K_{C\theta}}H_{cor}(p)}{1+\frac{K_{C\theta}}{Jp^2+K_{C\theta}}H_{cor}(p)} = \frac{K_{C\theta}H_{cor}(p)}{Jp^2+K_{C\theta}+K_{C\theta}H_{cor}(p)}$ .  
 Avec  $H_{cor}(p) = 1$  :  $H_{BF}(p) = \frac{K_{C\theta}}{Jp^2+2K_{C\theta}} = \frac{\frac{1}{2}}{\frac{J}{2K_{C\theta}}p^2+1}$ . (5)

**Question 4.**

On peut mettre la fonction précédente sous forme canonique. On a :  $H_{BF}(p) = \frac{\frac{1}{2}}{\frac{Jp^2}{2K_{C\theta}}+1}$ . Il s'agit d'un système du second ordre avec un coefficient d'amortissement nul. On a alors un oscillateur harmonique et la réponse du système à un échelon d'amplitude  $C_0$  est une sinusoïde (d'amplitude  $C_0$  et de moyenne  $\frac{C_0}{2}$ ). (3)  
 Un mouvement sinusoïdal est sûrement incompatible avec l'asservissement d'un axe sur un robot chirurgical. (2)

**Question 5.**

On a  $H_{BO}(p) = \frac{\frac{K_{C\theta}}{Jp^2+K_{C\theta}}H_2(p)H_3(p)}{1+\frac{H_1(p)}{1+H_1(p)B}H_2(p)H_3(p)} = \frac{H_1(p)H_2(p)H_3(p)}{1+H_1(p)B+H_1(p)H_2(p)H_3(p)} = \frac{\frac{K_{C\theta}}{Jp^2}}{1+\frac{B}{Jp}+\frac{K_{C\theta}}{Jp^2}} = \frac{K_{C\theta}}{Jp^2+pB+K_{C\theta}} = \frac{1}{\frac{Jp^2}{K_{C\theta}}+\frac{pB}{K_{C\theta}}+1}$ .  
 Par ailleurs,  $(1+\tau p)^2 = 1 + \tau^2 p^2 + 2\tau p$ . (3)  
 En identifiant,  $\tau^2 = \frac{J}{K_{C\theta}}$  et  $2\tau = \frac{B}{K_{C\theta}}$ . On a donc  $B = 2\tau K_{C\theta} = 2K_{C\theta} \sqrt{\frac{J}{K_{C\theta}}} = 2\sqrt{JK_{C\theta}}$  et  $\tau = \sqrt{\frac{J}{K_{C\theta}}}$ . (2)

**Question 6.**

On a :  $\varepsilon(p) = \frac{C_0(p)}{1+FTBO(p)} = \frac{C_0}{p} \cdot \frac{1}{1+\frac{K_i(1+T_ip)}{T_ip(1+tp)^2}}$ . En conséquences,  $\varepsilon_S = \lim_{t \rightarrow \infty} \varepsilon(t) = \lim_{p \rightarrow 0} p\varepsilon(p) = \lim_{p \rightarrow 0} p \frac{C_0}{p} \cdot \frac{1}{1+\frac{K_i(1+T_ip)}{T_ip(1+tp)^2}} = \lim_{p \rightarrow 0} C_0 \cdot \frac{1}{1+\frac{K_i(1+T_ip)}{T_ip(1+tp)^2}} = 0$  Nm. (3) L'exigence 1.2.2.1 est vérifiée. (2)

**Question 7.**

On a  $\frac{\frac{K_i(1+T_ip)}{T_ip(1+tp)^2}}{1+\frac{K_i(1+T_ip)}{T_ip(1+tp)^2}} = \frac{K_i(1+T_ip)}{T_ip(1+tp)^2 + K_i(1+T_ip)}$ . Avec  $T_i = \tau$ , on a  $\frac{K_i}{\tau p(1+tp) + K_i}$ . La FTBF est bien d'ordre 2. (5)

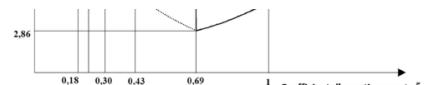
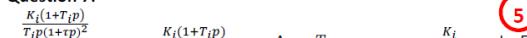
Pour avoir  $D\% \leq 15\%$  il faut  $\xi \geq 0,5$

Cependant, on trouve sur ce diagramme qu'il faut avoir  $\xi \geq 0,8$  pour avoir une marge de phase de  $70^\circ$ .

Si on souhaite obtenir le temps de réponse à 5% le plus rapide, comme  $\xi \geq 0,8 > 0,7$ , il faut prendre  $\xi$  le plus faible

possible. Cela impose  $\xi = 0,8$  et comme  $\xi = \frac{1}{2\sqrt{K_i}}$  on a

$$\text{alors } K_i = \frac{1}{4\xi^2} = 0,4.$$

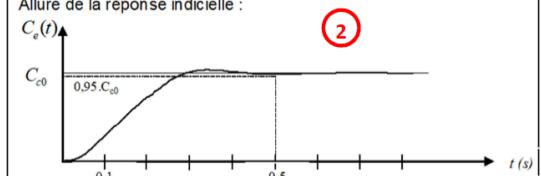


Pour  $\xi = 0,8$ , la lecture de l'abaque donne donc  $t_{R5\%} \cdot \omega_0 \geq 3,5$  et avec  $t_{R5\%} \leq 0,5s$  on a  $\omega_0 \geq 7 \text{ rad/s}$

**Question 9.**

| Critère                                 | Valeur                                     |
|---|--|
| Dépasement                              | 2% <span style="color:red;">(1)</span>     |
| Tr5%                                    | <0,5 s <span style="color:red;">(1)</span> |
| Erreur statique en réponse à un échelon | 0 <span style="color:red;">(1)</span>      |

Allure de la réponse indicielle :



# Colle 1

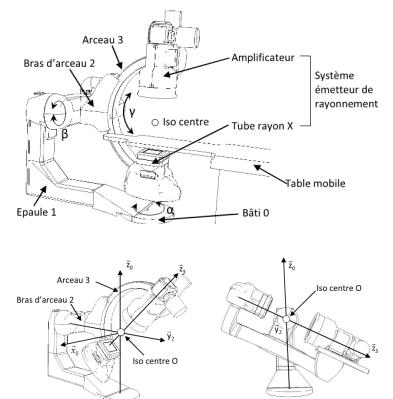
## Imagerie médicale – Sujet

F. Mathurin.

L'étude porte sur un système permettant de réaliser des imageries médicales de vaisseaux sanguins sur un patient. Ce système, conçu par General Electric Medical System, envoie des rayons X dans le corps du patient et mesure leur rayonnement. En fonction des informations reçues, une image de synthèse en 3 dimensions est réalisée, permettant de voir les éventuels problèmes médicaux à venir.

Ce système est constitué des éléments suivants : le bâti 0, une épaule 1 qui peut être mis en mouvement par rapport au bâti 0, un bras d'arceau 2 qui peut s'orienter par rapport à l'épaule 1 et un arceau 3 qui se déplace par rapport à bras d'arceau 2. Le patient est situé sur une table mobile. Le réglage en hauteur du patient sur la table mobile est possible pour son confort mais n'est pas utilisé au cours d'une analyse. Seuls les degrés de liberté  $\alpha$ ,  $\beta$  et  $\gamma$  sont utilisés pendant l'analyse. L'émetteur de rayons, situé sur l'arceau, focalise la vision interne du patient en un point appelé iso centre.

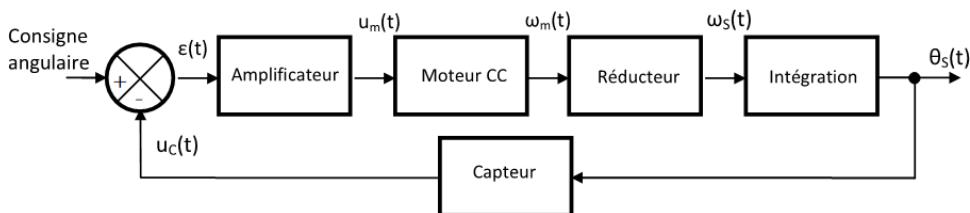
Sur l'image de gauche, l'arceau 3 s'oriente par rapport au bras d'arceau 2 et sur l'image de droite le bras d'arceau 2 se déplace par rapport à l'épaule 1. On donne ci-dessous un extrait de cahier des charges fonctionnel du système de positionnement dans la phase de vie correspondant à une mesure d'imagerie :



| Exigences | Critère  | Niveau   |
|-----------|--|--|
| 1.1       | ...<br>Vitesse angulaire par axe élémentaire<br>Stabilité (Marge de phase Mφ)<br>... | ...<br>$10^\circ/\text{s} \pm 10\%$<br>$M\phi > 45^\circ$<br>... |

Conformément au cahier des charges, chaque axe élémentaire, piloté séparément, doit avoir une vitesse angulaire de  $10^\circ/\text{s}$  en phase de mesure. Technologiquement, la chaîne d'action de chaque axe élémentaire est constituée d'un réducteur entre le moteur et l'effecteur. Ce réducteur diminue la vitesse angulaire d'un facteur 558.

On s'intéresse à l'axe permettant de déplacer le bras d'arceau 2 par rapport à l'épaule 1. La structure de la chaîne fonctionnelle asservie de cet axe est la suivante :



Les différents éléments de cette chaîne fonctionnelle sont les suivants :

- l'amplificateur est un gain pur :  $K_a$  ;
- le réducteur est un gain pur  $K_r$  (sans dimension) ;
- le capteur est un gain pur :  $K_c$  ;
- le moteur est un système d'ordre 1, de constante de temps  $T_m$  et de gain  $K_m$ . On note la fonction de transfert du moteur  $H_m(p)$ .

**Question 1** Déterminer la valeur numérique du bloc du réducteur  $K_r$ .

**Question 2** Déterminer la fonction de transfert en chaîne directe  $FTCD(p)$ , la fonction de transfert en boucle ouvert  $FTBO(p)$  et la fonction de transfert en boucle fermée  $FTBF(p)$  de cet asservissement. Exprimer les résultats en fonction de  $K_a$ ,  $K_m$ ,  $K_r$ ,  $K_c$  et  $T_m$ .

**Question 3** Montrer que la fonction de transfert en boucle fermée de ce système peut s'écrire sous la forme d'un deuxième ordre  $\frac{K}{1 + \frac{2z}{\omega_0}p + \frac{p^2}{\omega_0^2}}$ . Donner l'expression littérale de  $K$ ,  $z$  et  $\omega_0$  en fonction de  $K_a$ ,  $K_m$ ,  $K_r$ ,  $K_c$  et  $T_m$ .

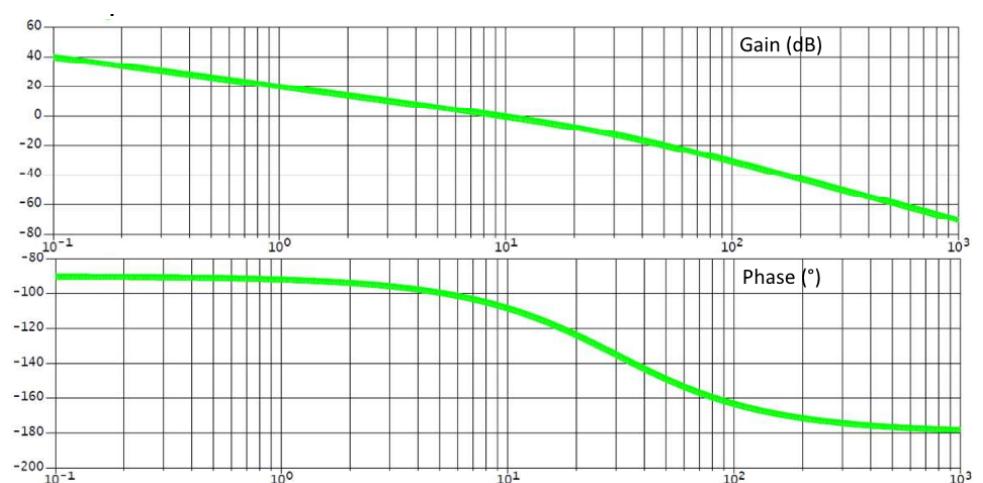
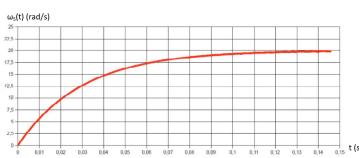
**Question 4** La réponse du système à cette entrée en échelon de tension  $u_m(t) = 10u(t)$  a été mesurée en sortie du réducteur. On donne ci-contre la courbe obtenue. Déterminer les valeurs numériques expérimentales de  $K_m$  et  $T_m$  à partir de la courbe.

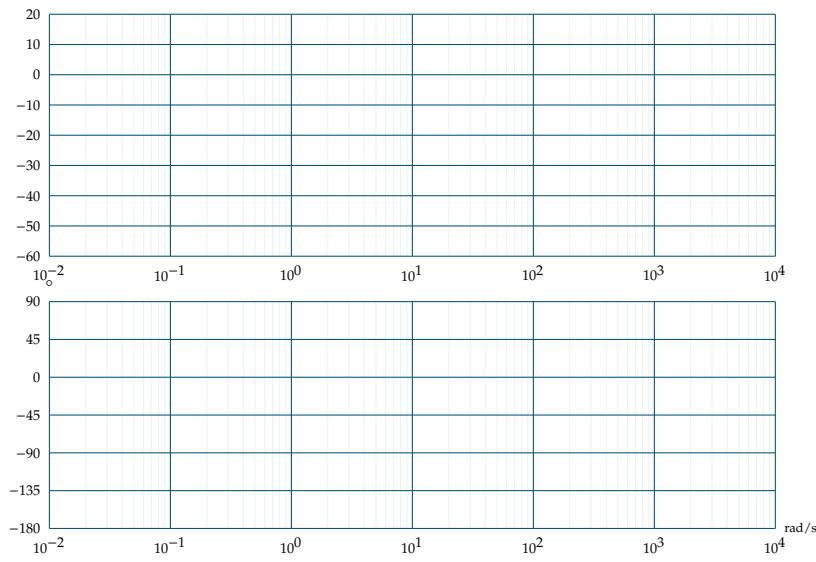
Avec les valeurs numériques des coefficients des différents gains, on peut déterminer la valeur numérique de la fonction de transfert en boucle ouverte :  $FTBO(p) = \frac{10}{p \left( 1 + \frac{1}{30}p \right)}$ .

**Question 5** Tracer les diagrammes de Bode asymptotiques de la fonction de transfert en boucle ouverte sur le diagramme vierge en bleu.

**Question 6** Calculer le gain et la phase exacte pour  $\omega = 30 \text{ rad/s}$ .

**Question 7** On donne les tracés réels des courbes de gain et de phase de la FTBO. Déterminer la pulsation qui annule le gain puis déterminer la marge de phase du système  $M\varphi$ . Conclure quant à la capacité du système à satisfaire le critère de marge de phase du cahier des charges.







# Colle 1

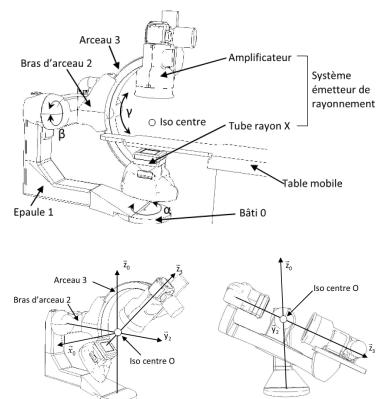
## Imagerie médicale – Corrigé

F. Mathurin.

L'étude porte sur un système permettant de réaliser des imageries médicales de vaisseaux sanguins sur un patient. Ce système, conçu par General Electric Medical System, envoie des rayons X dans le corps du patient et mesure leur rayonnement. En fonction des informations reçues, une image de synthèse en 3 dimensions est réalisée, permettant de voir les éventuels problèmes médicaux à venir.

Ce système est constitué des éléments suivants : le bâti 0, une épaule 1 qui peut être mis en mouvement par rapport au bâti 0, un bras d'arceau 2 qui peut s'orienter par rapport à l'épaule 1 et un arceau 3 qui se déplace par rapport à bras d'arceau 2. Le patient est situé sur une table mobile. Le réglage en hauteur du patient sur la table mobile est possible pour son confort mais n'est pas utilisé au cours d'une analyse. Seuls les degrés de liberté  $\alpha$ ,  $\beta$  et  $\gamma$  sont utilisés pendant l'analyse. L'émetteur de rayons, situé sur l'arceau, focalise la vision interne du patient en un point appelé iso centre.

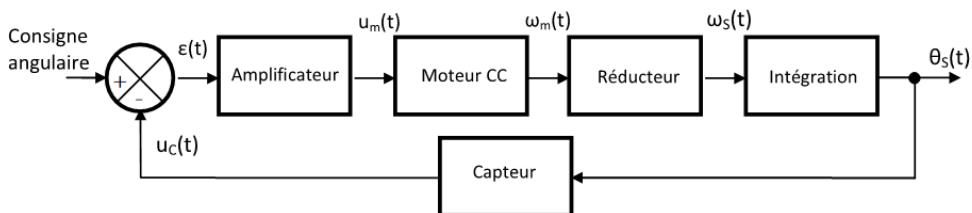
Sur l'image de gauche, l'arceau 3 s'oriente par rapport au bras d'arceau 2 et sur l'image de droite le bras d'arceau 2 se déplace par rapport à l'épaule 1. On donne ci-dessous un extrait de cahier des charges fonctionnel du système de positionnement dans la phase de vie correspondant à une mesure d'imagerie :



| Exigences | Critère  | Niveau   |
|-----------|--|--|
| 1.1       | ...<br>Vitesse angulaire par axe élémentaire<br>Stabilité (Marge de phase Mφ)<br>... | ...<br>$10^\circ/\text{s} \pm 10\%$<br>$M\phi > 45^\circ$<br>... |

Conformément au cahier des charges, chaque axe élémentaire, piloté séparément, doit avoir une vitesse angulaire de  $10^\circ/\text{s}$  en phase de mesure. Technologiquement, la chaîne d'action de chaque axe élémentaire est constituée d'un réducteur entre le moteur et l'effecteur. Ce réducteur diminue la vitesse angulaire d'un facteur 558.

On s'intéresse à l'axe permettant de déplacer le bras d'arceau 2 par rapport à l'épaule 1. La structure de la chaîne fonctionnelle asservie de cet axe est la suivante :



Les différents éléments de cette chaîne fonctionnelle sont les suivants :

- l'amplificateur est un gain pur :  $K_a$  ;
- le réducteur est un gain pur  $K_r$  (sans dimension) ;
- le capteur est un gain pur :  $K_c$  ;
- le moteur est un système d'ordre 1, de constante de temps  $T_m$  et de gain  $K_m$ . On note la fonction de transfert du moteur  $H_m(p)$ .

**Question 1** Déterminer la valeur numérique du bloc du réducteur  $K_r$ .

**Question 2** Déterminer la fonction de transfert en chaîne directe  $FTCD(p)$ , la fonction de transfert en boucle ouvert  $FTBO(p)$  et la fonction de transfert en boucle fermée  $FTBF(p)$  de cet asservissement. Exprimer les résultats en fonction de  $K_a$ ,  $K_m$ ,  $K_r$ ,  $K_c$  et  $T_m$ .

**Question 3** Montrer que la fonction de transfert en boucle fermée de ce système peut s'écrire sous la forme d'un deuxième ordre  $\frac{K}{1 + \frac{2z}{\omega_0}p + \frac{p^2}{\omega_0^2}}$ . Donner l'expression littérale de  $K$ ,  $z$  et  $\omega_0$  en fonction de  $K_a$ ,  $K_m$ ,  $K_r$ ,  $K_c$  et  $T_m$ .

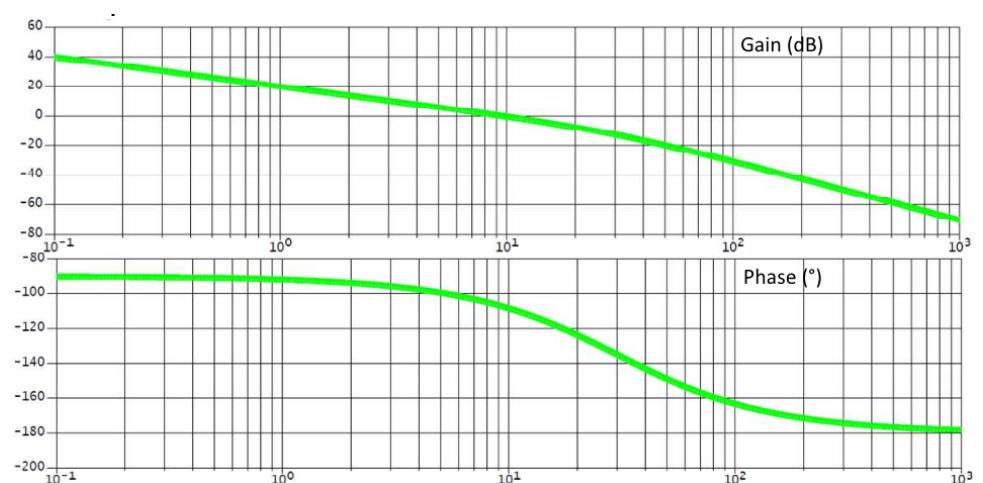
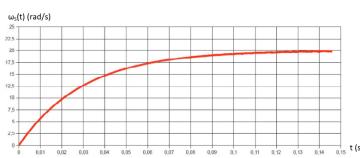
**Question 4** La réponse du système à cette entrée en échelon de tension  $u_m(t) = 10u(t)$  a été mesurée en sortie du réducteur. On donne ci-contre la courbe obtenue. Déterminer les valeurs numériques expérimentales de  $K_m$  et  $T_m$  à partir de la courbe.

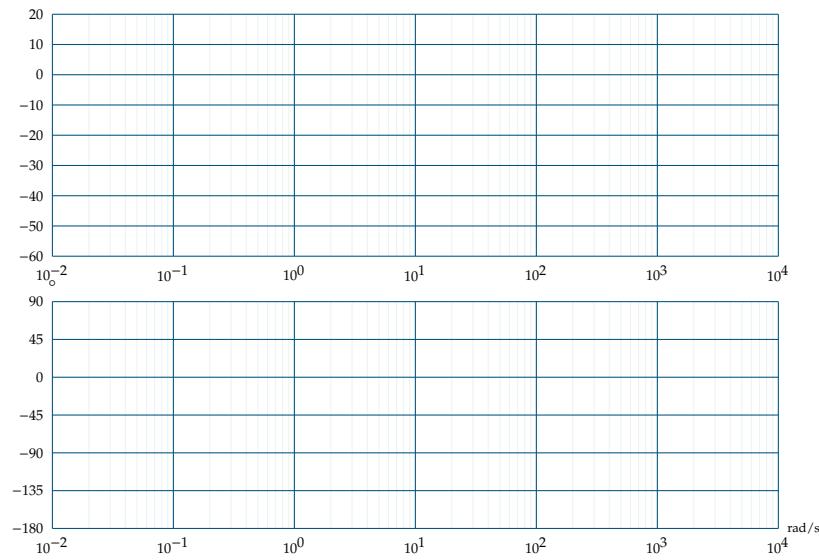
Avec les valeurs numériques des coefficients des différents gains, on peut déterminer la valeur numérique de la fonction de transfert en boucle ouverte :  $FTBO(p) = \frac{10}{p \left( 1 + \frac{1}{30}p \right)}$ .

**Question 5** Tracer les diagrammes de Bode asymptotiques de la fonction de transfert en boucle ouverte sur le diagramme vierge en bleu.

**Question 6** Calculer le gain et la phase exacte pour  $\omega = 30 \text{ rad/s}$ .

**Question 7** On donne les tracés réels des courbes de gain et de phase de la FTBO. Déterminer la pulsation qui annule le gain puis déterminer la marge de phase du système  $M\varphi$ . Conclure quant à la capacité du système à satisfaire le critère de marge de phase du cahier des charges.







## Colle 2

# Robot MIR : Machine d'inspection des réacteurs rapides – Sujet

E3A MP – 2012.

### Mise en situation

Le robot MIR développé pour la vérification des cuves de Superphenix doit être adapté pour le contrôle d'une nouvelle génération de réacteurs à neutrons rapides.

L'objectif du robot MIR est de :

- assurer le contrôle surfacique télévisuel des soudures des deux cuves et des zones adjacentes;
- assurer le contrôle volumique par ultrasons des soudures de la cuve principale et des zones adjacentes. Une possibilité était offerte d'effectuer ce contrôle sur la cuve de sécurité;
- mesurer en permanence la distance entre les deux cuves.



### Étude de la fonction Ft12 : Déplacer le transducteur à vitesse constante

#### Objectif

Qualifier la précision statique du système et définir les améliorations à apporter.

L'objectif de cette partie est de dimensionner le correcteur nécessaire au respect d'un écart statique nul, et ceci malgré le caractère variable de l'angle  $\alpha$ .

Le transducteur est en liaison glissière de direction  $\vec{x}_r$ , avec le corps 1 du robot MIR. La chaîne d'énergie est composée entre autre, d'un actionneur rotatif qui exerce un couple  $c(t)$  sur le pignon 11, qui est en liaison pivot, supposée parfaite, avec le robot MIR. Un système pouliées (11 et 12) et courroie crantée 14 impose le mouvement de translation au transducteur 13.

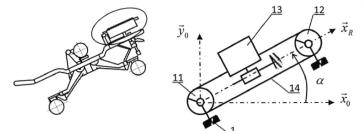
Le comportement dynamique du système est régit par l'équation suivante :

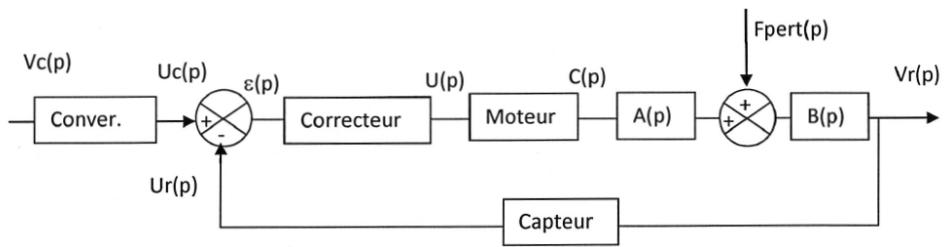
$$M_{eq} \frac{dv_r(t)}{dt} = \delta c(t) + \beta v_r(t) + \gamma g u(t)$$

avec  $u(t)$  échelon unitaire.

On cherche à garantir une vitesse de translation du transducteur 13 égale à la valeur de consigne indépendamment de l'angle  $\alpha$ .

Pour cela, on réalise le système bouclé suivant :

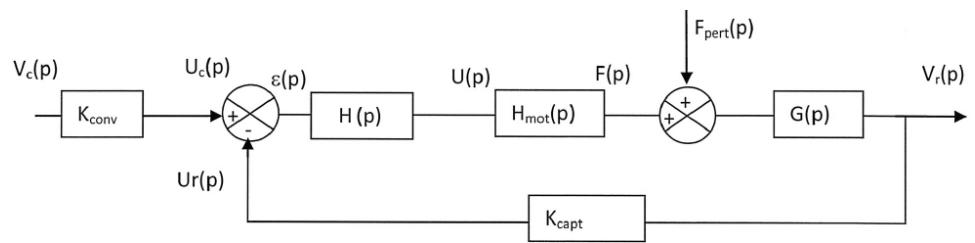




**Question 1** En supposant des conditions initiales nulles, exprimer les fonctions de transfert  $A(p)$  et  $B(p)$  en fonction entre autres de  $\delta$ ,  $\beta$  et  $M_{eq}$ .

Le capteur est modélisé par un gain pur de valeur  $K_{capt}$ .

**Question 2** En supposant une perturbation nulle, quelle doit être la valeur du gain  $K_{conv}$  du convertisseur modélisé par un gain pur, afin que l'écart  $\varepsilon(t)$  soit nul quand la valeur de la vitesse réelle  $v_r(t)$  est égale à la valeur de la consigne  $v_c(t)$ . On adopte pour la suite la modélisation suivante :



Avec  $H_{mot}(p) = \frac{K_m}{1 + \tau_m p}$ ,  $G(p) = \frac{K}{1 + \tau p}$  et  $H(p) = K_{cor}$  fonction de transfert du correcteur.

**Question 3** Exprimer les deux fonctions de transfert :  $H_1(p) = \left( \frac{V_r(p)}{V_c(p)} \right)_{F_{pert}(p)=0}$  et  $H_2(p) = \left( \frac{V_r(p)}{F_{pert}(p)} \right)_{V_c(p)=0}$  en fonction des gains  $K_{conv}$ ,  $K_{cor}$ , et  $K_{capt}$  ainsi que des fonctions de transfert  $H_{mot}(p)$  et  $G(p)$ .

**Question 4** En supposant que  $K_{cor} = 1$  et en indiquant les valeurs remarquables, tracer les diagrammes asymptotiques dans le plan de Bode de la fonction de transfert en boucle ouverte  $\frac{U_r(p)}{\varepsilon(p)}$  en utilisant les valeurs numériques suivantes :  $K_m = 0,1 \text{ N V}^{-1}$ ,  $\tau_m = 0,01 \text{ s}$ ,  $K_{capt} = 50 \text{ V s m}^{-1}$ ,  $K = 200 \text{ m s}^{-1} \text{ N}^{-1}$ ,  $\tau = 1 \text{ s}$ .

**Question 5** Déterminer le gain en décibel de la fonction de transfert en boucle ouverte (courbe réelle) pour la pulsation de  $100 \text{ rad s}^{-1}$ .

On formule l'hypothèse simplificatrice suivante : la phase de la fonction de transfert en boucle ouverte pour une pulsation de  $100 \text{ rad/s}$  est de  $-135^\circ$ .

**Question 6** On souhaite une marge de gain  $12 \text{ dB}$  et un marge de phase de  $45^\circ$ , en utilisant le résultat de la question précédente, déterminer la valeur numérique correspondante de  $K_{cor}$ . Commenter la valeur de la marge de gain obtenue ?

**Question 7** On impose une vitesse constante en entrée de valeur  $v_0$  ( $v_c(t) = v_0 \cdot u(t)$ ) avec  $u(t)$  fonction échelon unitaire de Heaviside. Exprimer l'écart statique en régime permanent en tenant compte de la perturbation (en fonction de l'angle  $\alpha$ , de la valeur de  $K_{cor}$  et des données).

On souhaite obtenir une vitesse de translation indépendante de l'inclinaison. Pour toute la suite du sujet, on installe un correcteur intégral du type  $\frac{K_c}{p}$ , placé au début de la chaîne d'action.

**Question 8** On impose de nouveau une vitesse constante en entrée de valeur  $v_0$  ( $v_c(t) = v_0 \cdot u(t)$ ); exprimer l'expression du nouvel écart statique en régime permanent (en fonction de l'angle  $\alpha$  et des données). Pouvait-on prévoir ce résultat ?





## Colle 2

# Robot MIR : Machine d'inspection des réacteurs rapides – Corrigé

E3A MP – 2012.

### Mise en situation

Le robot MIR développé pour la vérification des cuves de Superphenix doit être adapté pour le contrôle d'une nouvelle génération de réacteurs à neutrons rapides.

L'objectif du robot MIR est de :

- assurer le contrôle surfacique télévisuel des soudures des deux cuves et des zones adjacentes;
- assurer le contrôle volumique par ultrasons des soudures de la cuve principale et des zones adjacentes. Une possibilité était offerte d'effectuer ce contrôle sur la cuve de sécurité;
- mesurer en permanence la distance entre les deux cuves.



### Étude de la fonction Ft12 : Déplacer le transducteur à vitesse constante

#### Objectif

Qualifier la précision statique du système et définir les améliorations à apporter.

L'objectif de cette partie est de dimensionner le correcteur nécessaire au respect d'un écart statique nul, et ceci malgré le caractère variable de l'angle  $\alpha$ .

Le transducteur est en liaison glissière de direction  $\vec{x}_r$ , avec le corps 1 du robot MIR. La chaîne d'énergie est composée entre autre, d'un actionneur rotatif qui exerce un couple  $c(t)$  sur le pignon 11, qui est en liaison pivot, supposée parfaite, avec le robot MIR. Un système pouilles (11 et 12) et courroie crantée 14 impose le mouvement de translation au transducteur 13.

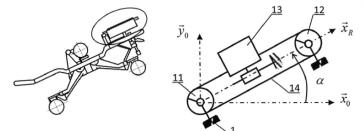
Le comportement dynamique du système est régit par l'équation suivante :

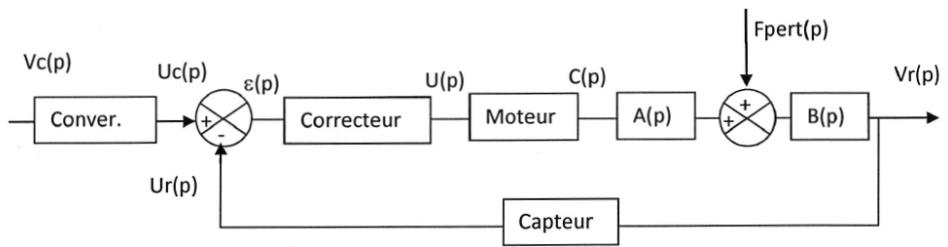
$$M_{eq} \frac{dv_r(t)}{dt} = \delta c(t) + \beta v_r(t) + \gamma g u(t)$$

avec  $u(t)$  échelon unitaire.

On cherche à garantir une vitesse de translation du transducteur 13 égale à la valeur de consigne indépendamment de l'angle  $\alpha$ .

Pour cela, on réalise le système bouclé suivant :





**Question 1** En supposant des conditions initiales nulles, exprimer les fonctions de transfert  $A(p)$  et  $B(p)$  en fonction entre autres de  $\delta$ ,  $\beta$  et  $M_{eq}$ .

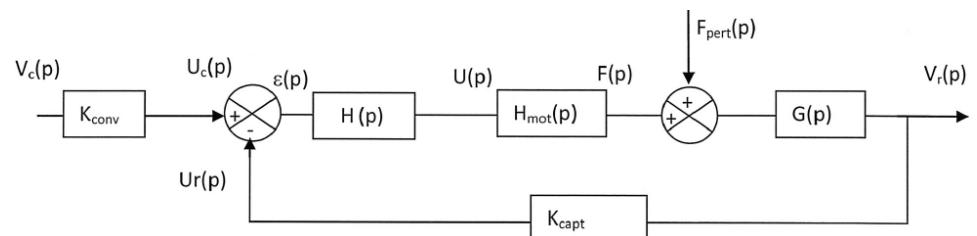
#### Correction

Le capteur est modélisé par un gain pur de valeur  $K_{capt}$ .

**Question 2** En supposant une perturbation nulle, quelle doit être la valeur du gain  $K_{conv}$  du convertisseur modélisé par un gain pur, afin que l'écart  $\varepsilon(t)$  soit nul quand la valeur de la vitesse réelle  $v_r(t)$  est égale à la valeur de la consigne  $v_c(t)$ .

#### Correction

On adopte pour la suite la modélisation suivante :



Avec  $H_{mot}(p) = \frac{K_m}{1 + \tau_m p}$ ,  $G(p) = \frac{K}{1 + \tau p}$  et  $H(p) = K_{cor}$  fonction de transfert du correcteur.

**Question 3** Exprimer les deux fonctions de transfert :  $H_1(p) = \left( \frac{V_r(p)}{V_c(p)} \right)_{F_{pert}(p)=0}$  et  $H_2(p) = \left( \frac{V_r(p)}{F_{pert}(p)} \right)_{V_c(p)=0}$  en fonction des gains  $K_{conv}$ ,  $K_{cor}$ , et  $K_{capt}$  ainsi que des fonctions de transfert  $H_{mot}(p)$  et  $G(p)$ .

#### Correction

**Question 4** En supposant que  $K_{cor} = 1$  et en indiquant les valeurs remarquables, tracer les diagrammes asymptotiques dans le plan de Bode de la fonction de transfert en boucle ouverte  $\frac{U_r(p)}{\varepsilon(p)}$  en utilisant les valeurs numériques suivantes :  $K_m = 0,1 \text{ N V}^{-1}$ ,  $\tau_m = 0,01 \text{ s}$ ,  $K_{capt} = 50 \text{ V s m}^{-1}$ ,  $K = 200 \text{ m s}^{-1} \text{ N}^{-1}$ ,  $\tau = 1 \text{ s}$ .

#### Correction

**Question 5** Déterminer le gain en décibel de la fonction de transfert en boucle ouverte (courbe réelle) pour la pulsation de  $100 \text{ rad s}^{-1}$ .

#### Correction

On formule l'hypothèse simplificatrice suivante : la phase de la fonction de transfert en boucle ouverte pour une pulsation de  $100 \text{ rad/s}$  est de  $-135^\circ$ .

**Question 6** On souhaite une marge de gain  $12 \text{ dB}$  et un marge de phase de  $45^\circ$ , en utilisant le résultat de la question précédente, déterminer la valeur numérique correspondante de  $K_{\text{cor}}$ . Commenter la valeur de la marge de gain obtenue ?

#### Correction

**Question 7** On impose une vitesse constante en entrée de valeur  $v_0$  ( $v_c(t) = v_0 \cdot u(t)$ ) avec  $u(t)$  fonction échelon unitaire de Heaviside. Exprimer l'écart statique en régime permanent en tenant compte de la perturbation (en fonction de l'angle  $\alpha$ , de la valeur de  $K_{\text{cor}}$  et des données).

#### Correction

On souhaite obtenir une vitesse de translation indépendante de l'inclinaison. Pour toute la suite du sujet, on installe un correcteur intégral du type  $\frac{K_c}{p}$ , placé au début de la chaîne d'action.

**Question 8** On impose de nouveau une vitesse constante en entrée de valeur  $v_0$  ( $v_c(t) = v_0 \cdot u(t)$ ); exprimer l'expression du nouvel écart statique en régime permanent (en fonction de l'angle  $\alpha$  et des données). Pouvait-on prévoir ce résultat ?

#### Correction

Q22

Dans le domaine de Laplace :

$$M_{\text{equ}} p V_r(p) = \delta C(p) + \beta V_r(p) + \frac{\gamma g}{p}$$

$$V_r(p) = \frac{\delta C(p)}{-\beta + M_{\text{equ}} p} + \frac{1}{(-\beta + M_{\text{equ}} p)} \frac{\gamma g}{p} = \frac{-\frac{1}{r_p} C(p)}{\mu + M_{\text{equ}} p} + \frac{1}{\mu + M_{\text{equ}} p} \frac{-m_t \sin \alpha g}{p}$$

$$A(p) = \delta = -\frac{1}{r_p}$$

$$B(p) = \frac{1}{-\beta + M_{\text{equ}} p} = \frac{1}{\mu + M_{\text{equ}} p}$$

Q23

$K_{\text{conv}} = K_{\text{capt}}$

Q24

$$H_1(p) = \frac{K_{conv}H(p)H_{mot}(p)G(p)}{1 + K_{capt}H(p)H_{mot}(p)G(p)}$$

$$H_1(p) = \frac{K_{conv}K_{cor}K_mK}{(1 + \tau_m p)(1 + \tau p) + K_{capt}K_{cor}K_mK}$$

$$H_2(p) = \frac{G(p)}{1 + K_{capt}H(p)H_{mot}(p)G(p)}$$

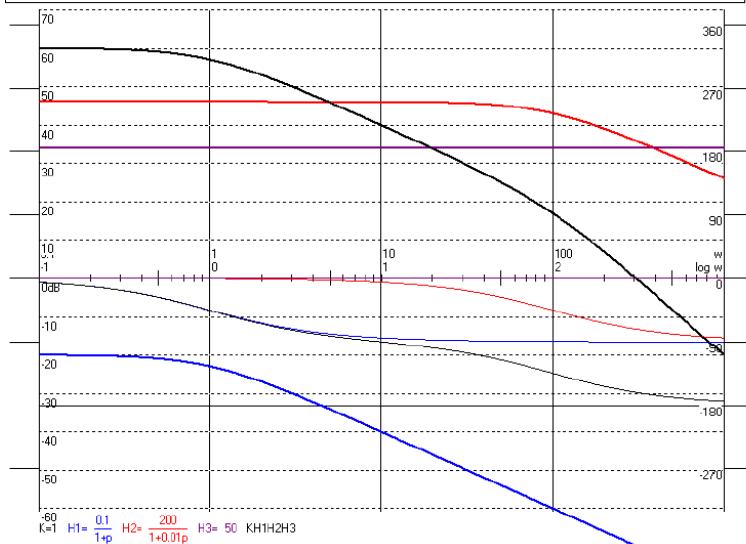
$$H_2(p) = \frac{K(1 + \tau p)}{(1 + \tau_m p)(1 + \tau p) + K_{capt}K_{cor}K_mK}$$

Q25

$$H(p) = K_{cor}$$

$\frac{U_r(p)}{\varepsilon(p)} = \frac{K_{cor}K_mKK_{capt}}{(1+\tau_m p)(1+\tau p)}$  produit de 2 FT du premier ordre : pentes 0dB/decade, -20dB/decade à partir de 1 rd/s, -40dB/decade à partir de 100 rd/s

$$\frac{U_r(p)}{\varepsilon(p)} = \frac{1000}{(1+p)(1+0.01p)}$$



Q26

100rd/s est la 2<sup>ème</sup> cassure.

Chute de 40db par rapport au gain statique : gain<sub>10</sub>=60-40=20db

La valeur de la courbe réelle pour cette pulsation est 3dB en dessous de l'asymptote d'où un gain +=17dB

$$\varphi_{100}=-135^\circ$$

Q27

La marge de phase de 45° correspond à  $\omega = 100\text{rd/s}$  ( $1/\tau_m$ )

Le gain vaut +17db. Il faut donc le baisser de 17 db pour avoir un gain nul pour cette pulsation.

$$\text{Ce qui fait } K_{cor}=10^{17/20}=0.1414$$

La marge de gain est infinie car la phase n'atteint jamais les -180°.

Q28

$$H_1(0) = \frac{K_{conv} K_{cor} K_m K}{1 + K_{capt} K_{cor} K_m K}$$

$$H_2(0) = \frac{K}{1 + K_{capt} K_{cor} K_m K}$$

$$v_r = \frac{K_{conv} K_{cor} K_m K}{1 + K_{capt} K_{cor} K_m K} v_0 - \frac{K m_t \sin \alpha g}{1 + K_{capt} K_{cor} K_m K}$$

écart statique :  $K_{conv} v_0 - K_{capt} v_r$

Q29

$$H_1(p) = \frac{K_{conv} H(p) H_{mot}(p) G(p)}{1 + K_{capt} H(p) H_{mot}(p) G(p)}$$

$$H_1(p) = \frac{K_{conv} H(p) K_m K}{(1 + \tau_m p)(1 + \tau p) + K_{capt} H(p) K_m K}$$

$$H_1(p) = \frac{K_{conv} K_c K_m K}{p(1 + \tau_m p)(1 + \tau p) + K_{capt} K_c K_m K}$$

 $H_1(p)=1$ 

$$H_2(p) = \frac{G(p)}{1 + K_{capt} H(p) H_{mot}(p) G(p)}$$

$$H_2(p) = \frac{p K (1 + \tau p)}{p(1 + \tau_m p)(1 + \tau p) + K_{capt} K_c K_m K}$$

 $H_2(0)=0$ 

Le gain statique vaut 1, l'erreur statique est nulle.  
 C'était prévisible grâce à l'intégrateur dans la chaîne directe, placé en amont du point d'entrée de la perturbation.



# Colle 3

## Préhenseur – Sujet

### Présentation

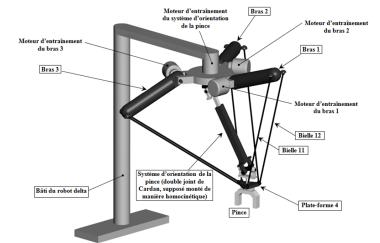
Une usine de fabrication de flacons en verre possède un poste de mise en cartons qui est l'objet de la présente étude. Ce poste est équipé de deux robots permettant de déplacer les flacons, déplacer des cartons, détecter des flacons dans des cartons, ranger des flacons dans les cartons. Ces robots sont de type « Delta » à architecture parallèle.

### Architecture de la commande

On se propose ici de valider le niveau des performances de la commande de l'axe d'orientation de la pince.

Le servo-entraînement met en rotation un arbre télescopique muni à chacune de ses extrémités d'un joint de Cardan. Le mouvement d'orientation de la pince est indépendant des mouvements de la plate-forme 4. Afin d'assurer un bon positionnement angulaire de la pince P, la commande de sa rotation est asservie de la façon suivante :

- la consigne de position  $\theta_{PC}$ , entrée par l'utilisateur grâce à une interface graphique (lors des réglages) ou imposée par la Partie Commande (lors des cycles de travail), est transformée en une tension  $v_{PC}$  grâce à un convertisseur qui sera assimilé à un système de gain pur  $K_C$  (en  $V \text{ rad}^{-1}$ ).
- la vitesse de rotation  $\omega_M$  (en  $\text{rad s}^{-1}$ ) et l'angle de rotation  $\theta_M$  (en rad) de l'arbre moteur sont mesurés par un codeur incrémental, monté directement sur l'arbre moteur, qui délivre une information numérique ; celle-ci est alors transformée par une carte de conversion numérique-analogique (C.A.N.) supposée linéaire en deux tensions  $v_\omega$  et  $v_\theta$  telles que :
  - pour la vitesse :  $v_\omega = K_\omega \omega_M$ ,
  - pour la position :  $v_\theta = K_\theta \theta_M$ ;
- la tension  $v_\theta$  (image de la rotation  $\theta_M$  du moteur) est soustraite à la tension  $v_{PC}$  pour donner la tension  $\varepsilon_P$  ;
- cette tension  $\varepsilon_P$  est modifiée par un correcteur de fonction de transfert  $C(p)$  pour donner la tension  $\varepsilon_{VP}$  ;
- la tension  $v_\omega$  (image de la vitesse de rotation  $\omega_M$  du moteur) est soustraite à la tension  $\varepsilon_{VP}$  en sortie du correcteur pour donner la tension  $\varepsilon_v$  ;
- cette tension  $\varepsilon_v$  est amplifiée par un amplificateur de gain pur  $G$  pour donner la tension d'alimentation du moteur  $u_M$  ; le moteur tourne alors à la vitesse angulaire  $\omega_M$  telle que  $\Omega_M(p) = M(p)U_M(p)$  ;



Les fonctions dans le domaine temporel seront notées en minuscule, alors que celles dans le domaine de Laplace seront notées en majuscule : par exemple :  $\omega(t)$  et  $\mathcal{L}(\omega(t)) = \Omega(t)$ .

- la rotation  $\theta_{EC}$  de la pièce d'entrée du double joint de Cardan est telle que  $\theta_{EC} = \lambda \theta_M$ , grâce au réducteur de vitesse fixé sur l'arbre moteur ;
- le double joint de Cardan est homocinétique et a pour fonction de transfert  $R(p) = 1$  (l'entrée est l'angle  $\theta_{EC}$ , et la sortie est  $\theta_{SC} = \theta_P$  où  $\theta_P$  est la rotation de la pince fixée sur la pièce de sortie du double joint de Cardan).

**Question 1** Tracer le schéma bloc d'asservissement en position, d'entrée  $\theta_{PC}(p)$  et de sortie  $\theta_P(p)$ , faisant apparaître toutes les variables et les fonctions de transfert définies ci-dessus.

## Performances de la commande

Le servo-entraînement utilisé est le AXL30RS330E5 qui est composé d'un moteur RS330E, du variateur 10/20-60 et du réducteur GB à train épicycloïdal.

**Question 2** On veut que lorsque la pince atteint la position demandée (soit  $\theta_P = \theta_{PC}$ ) l'écart  $\varepsilon_P = \theta_{PC} - \theta_P$  soit nul. En déduire la relation entre  $K_C$ ,  $K_\theta$  et  $\lambda$  puis la valeur numérique de  $K_C$  qui permette d'assurer cet écart nul.

- constante de force électromotrice :  $K_E = 14,3 \text{ V/1000 tours min}^{-1}$
  - constante de couple :  $K_T = 0,137 \text{ N m A}^{-1}$ ; suivante :  $M(p) = \frac{\Omega_M(p)}{U_M(p)} = \frac{K_T}{K_E K_T + J R p + J L p^2}$ . On donne  $K_\omega = 6 \text{ V/1000 tours min}^{-1}$ .
  - résistance de l'induit :  $R_I = 1 \Omega$ ;
  - inductance de l'induit :  $L_I = 1,65 \text{ mH}$ ;
  - inertie du rotor + de la charge entraînée rapportée à l'axe de rotation du moteur :  $J = 10^{-5} \text{ kg m}^2$ .
- Question 3** Déterminer l'expression littérale et la valeur numérique du gain  $G$  de l'amplificateur pour que la boucle tachymétrique (d'entrée  $\varepsilon_{VP}$  et de sortie  $\omega_M$ ) présente un temps de réponse à 5% minimum pour une entrée en échelon. Quel est alors le temps de réponse à 5 % ?
- Avec la valeur de  $G$  trouvée précédemment, on a alors calculé la fonction de transfert de boucle (ou en boucle ouverte) suivante pour l'asservissement en position :  $H_B(p) = \frac{V_\theta(p)}{\varepsilon_P} = C(p) \frac{86}{p(10^3 + 3,2p + 5,310^{-3}p^2)}$ .

Les exigences de l'orientation du flacon sont données dans le tableau suivant.

| Fonction           | Critères  | Niveaux   |
|--------------------|-----------|---|
| Orienter le flacon | Stabilité | Marge de phase $M\varphi > 45^\circ$<br>Marge de gain $MG > 10 \text{ dB}$  |
|                    | Précision | Écart statique nul à une entrée en échelon $\varepsilon_\infty = 0$   |
|                    | Rapidité  | Bande passante à 0 dB de la fonction $H_B(p)$ : $BP_0 > 50 \text{ rad s}^{-1}$ . On définit la bande passante par sa largeur de bande (ici : $50 \text{ rad s}^{-1}$ ). |

On considère pour l'instant que le système n'est pas corrigé :  $C(p) = 1$ .

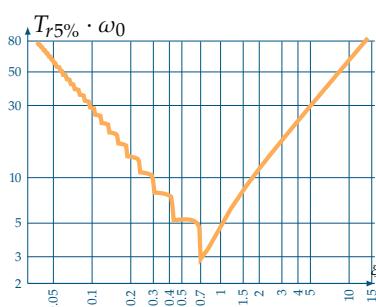
**Question 4** Tracer les diagrammes asymptotiques de Bode en amplitude et phase de la fonction de transfert  $H_{BO}(p)$  du système non corrigé en plaçant avec précision les points caractéristiques.

Pour la fin, la courbe de gain sera assimilée à son tracé asymptotique.

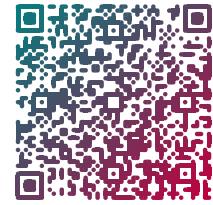
**Question 5** Déterminer les valeurs de  $M\varphi$ , marge de phase,  $MG$ , marge de gain et  $BP_0$ , bande passante à 0 dB de la fonction de transfert  $H_B(p)$ . Les critères de la fonction précédente sont-ils vérifiés ?

**Question 6** Vérifier les valeurs des marges par le calcul.

On prend une correction proportionnelle :  $C(p) = C_0$ .



**Question 7** Déterminer la bande de valeurs de  $C_0$  qui permettent de vérifier les critères du cahier des charges partiel donné précédemment.





# Colle 3

## Préhenseur – Corrigé

### Présentation

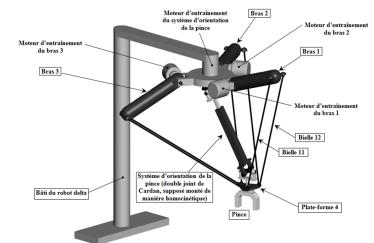
Une usine de fabrication de flacons en verre possède un poste de mise en cartons qui est l'objet de la présente étude. Ce poste est équipé de deux robots permettant de déplacer les flacons, déplacer des cartons, détecter des flacons dans des cartons, ranger des flacons dans les cartons. Ces robots sont de type « Delta » à architecture parallèle.

### Architecture de la commande

On se propose ici de valider le niveau des performances de la commande de l'axe d'orientation de la pince.

Le servo-entraînement met en rotation un arbre télescopique muni à chacune de ses extrémités d'un joint de Cardan. Le mouvement d'orientation de la pince est indépendant des mouvements de la plate-forme 4. Afin d'assurer un bon positionnement angulaire de la pince P, la commande de sa rotation est asservie de la façon suivante :

- la consigne de position  $\theta_{PC}$ , entrée par l'utilisateur grâce à une interface graphique (lors des réglages) ou imposée par la Partie Commande (lors des cycles de travail), est transformée en une tension  $v_{PC}$  grâce à un convertisseur qui sera assimilé à un système de gain pur  $K_C$  (en  $V \text{ rad}^{-1}$ ).
- la vitesse de rotation  $\omega_M$  (en  $\text{rad s}^{-1}$ ) et l'angle de rotation  $\theta_M$  (en rad) de l'arbre moteur sont mesurés par un codeur incrémental, monté directement sur l'arbre moteur, qui délivre une information numérique ; celle-ci est alors transformée par une carte de conversion numérique-analogique (C.A.N.) supposée linéaire en deux tensions  $v_\omega$  et  $v_\theta$  telles que :
  - pour la vitesse :  $v_\omega = K_\omega \omega_M$ ,
  - pour la position :  $v_\theta = K_\theta \theta_M$ ;
- la tension  $v_\theta$  (image de la rotation  $\theta_M$  du moteur) est soustraite à la tension  $v_{PC}$  pour donner la tension  $\varepsilon_P$  ;
- cette tension  $\varepsilon_P$  est modifiée par un correcteur de fonction de transfert  $C(p)$  pour donner la tension  $\varepsilon_{VP}$  ;
- la tension  $v_\omega$  (image de la vitesse de rotation  $\omega_M$  du moteur) est soustraite à la tension  $\varepsilon_{VP}$  en sortie du correcteur pour donner la tension  $\varepsilon_v$  ;
- cette tension  $\varepsilon_v$  est amplifiée par un amplificateur de gain pur  $G$  pour donner la tension d'alimentation du moteur  $u_M$  ; le moteur tourne alors à la vitesse angulaire  $\omega_M$  telle que  $\Omega_M(p) = M(p)U_M(p)$  ;



Les fonctions dans le domaine temporel seront notées en minuscule, alors que celles dans le domaine de Laplace seront notées en majuscule : par exemple :  $\omega(t)$  et  $\mathcal{L}(\omega(t)) = \Omega(t)$ .

- la rotation  $\theta_{EC}$  de la pièce d'entrée du double joint de Cardan est telle que  $\theta_{EC} = \lambda \theta_M$ , grâce au réducteur de vitesse fixé sur l'arbre moteur ;
- le double joint de Cardan est homocinétique et a pour fonction de transfert  $R(p) = 1$  (l'entrée est l'angle  $\theta_{EC}$ , et la sortie est  $\theta_{SC} = \theta_P$  où  $\theta_P$  est la rotation de la pince fixée sur la pièce de sortie du double joint de Cardan).

**Question 1** Tracer le schéma bloc d'asservissement en position, d'entrée  $\theta_{PC}(p)$  et de sortie  $\theta_P(p)$ , faisant apparaître toutes les variables et les fonctions de transfert définies ci-dessus.

## Performances de la commande

Le servo-entraînement utilisé est le AXL30RS330E5 qui est composé d'un moteur RS330E, du variateur 10/20-60 et du réducteur GB à train épicycloïdal.

**Question 2** On veut que lorsque la pince atteint la position demandée (soit  $\theta_P = \theta_{PC}$ ) l'écart  $\varepsilon_P = \theta_{PC} - \theta_P$  soit nul. En déduire la relation entre  $K_C$ ,  $K_\theta$  et  $\lambda$  puis la valeur numérique de  $K_C$  qui permette d'assurer cet écart nul.

- constante de force électromotrice :  $K_E = 14,3 \text{ V/1000 tours min}^{-1}$
  - constante de couple :  $K_T = 0,137 \text{ N m A}^{-1}$ ; suivante :  $M(p) = \frac{\Omega_M(p)}{U_M(p)} = \frac{K_T}{K_E K_T + J R p + J L p^2}$ . On donne  $K_\omega = 6 \text{ V/1000 tours min}^{-1}$ .
  - résistance de l'induit :  $R_I = 1 \Omega$ ;
  - inductance de l'induit :  $L_I = 1,65 \text{ mH}$ ;
  - inertie du rotor + de la charge entraînée rapportée à l'axe de rotation du moteur :  $J = 10^{-5} \text{ kg m}^2$ .
- Question 3** Déterminer l'expression littérale et la valeur numérique du gain  $G$  de l'amplificateur pour que la boucle tachymétrique (d'entrée  $\varepsilon_{VP}$  et de sortie  $\omega_M$ ) présente un temps de réponse à 5% minimum pour une entrée en échelon. Quel est alors le temps de réponse à 5 % ?
- Avec la valeur de  $G$  trouvée précédemment, on a alors calculé la fonction de transfert de boucle (ou en boucle ouverte) suivante pour l'asservissement en position :  $H_B(p) = \frac{V_\theta(p)}{\varepsilon_P} = C(p) \frac{86}{p(10^3 + 3,2p + 5,310^{-3}p^2)}$ .

Les exigences de l'orientation du flacon sont données dans le tableau suivant.

| Fonction           | Critères  | Niveaux   |
|--------------------|-----------|---|
| Orienter le flacon | Stabilité | Marge de phase $M\varphi > 45^\circ$<br>Marge de gain $MG > 10 \text{ dB}$  |
|                    | Précision | Écart statique nul à une entrée en échelon $\varepsilon_\infty = 0$   |
|                    | Rapidité  | Bande passante à 0 dB de la fonction $H_B(p)$ : $BP_0 > 50 \text{ rad s}^{-1}$ . On définit la bande passante par sa largeur de bande (ici : $50 \text{ rad s}^{-1}$ ). |

On considère pour l'instant que le système n'est pas corrigé :  $C(p) = 1$ .

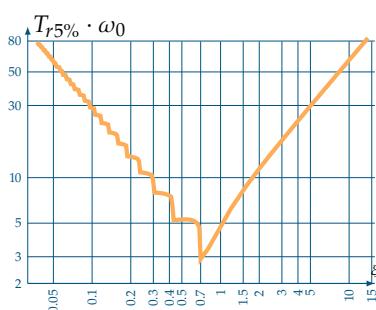
**Question 4** Tracer les diagrammes asymptotiques de Bode en amplitude et phase de la fonction de transfert  $H_{BO}(p)$  du système non corrigé en plaçant avec précision les points caractéristiques.

Pour la fin, la courbe de gain sera assimilée à son tracé asymptotique.

**Question 5** Déterminer les valeurs de  $M\varphi$ , marge de phase,  $MG$ , marge de gain et  $BP_0$ , bande passante à 0 dB de la fonction de transfert  $H_B(p)$ . Les critères de la fonction précédente sont-ils vérifiés ?

**Question 6** Vérifier les valeurs des marges par le calcul.

On prend une correction proportionnelle :  $C(p) = C_0$ .



**Question 7** Déterminer la bande de valeurs de  $C_0$  qui permettent de vérifier les critères du cahier des charges partiel donné précédemment.