

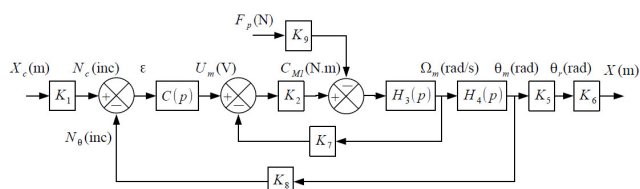
DDS 3

Les petits devoirs du soir
Jusqu'au 28 janvier 2024

Exercice 62 – Machine de rééducation SysReeduc *

B2-07

On propose une modélisation par schéma-blocs dans la figure suivante.



Le moteur à courant continu est régi par les équations suivantes : $u_m(t) = e(t) + Ri(t)$, $e(t) = k_e \omega_m(t)$ et $C_{M1}(t) = k_t i(t)$.

Une étude dynamique a mené à l'équation suivante :

$$(M + m) r \rho_1 \dot{\omega}_m(t) = \frac{C_{M1}(t)}{\rho_1 r} - F_p(t)$$

avec : M la masse du chariot et m la masse du support de pied, $\rho_1 = \frac{1}{10}$ le rapport de réduction du réducteur, $r = 46,1$ mm le rayon de la poulie du transmetteur poulie-courroie, $C_{M1}(t)$ le couple délivré par le moteur et $F_p(t)$ l'effort délivré par le patient sur le support 3.

Le codeur incrémental possède 500 fentes équiréparties. Deux émetteurs-récepteurs positionnés en quadrature permettent de mesurer l'information.

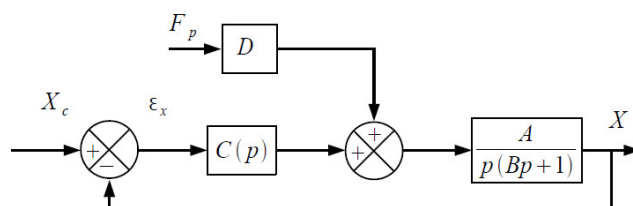
Question 1 À partir des équations proposées, déterminer les fonctions de transfert K_1 , K_2 , $H_3(p)$, $H_4(p)$, K_5 , K_6 , K_7 , K_8 et K_9 .

Question 2 Montrer que le schéma-blocs peut être mis sous la forme suivante. On exprimera A , B et D en fonction des paramètres du système r , ρ_1 , k_t , k_e , R , M , m et K_8 .

1. ...

- $K_2 = \frac{k_t}{R}$;
- $K_7 = k_e$;
- $K_9 = \rho_1 r$ et $H_3(p) = \frac{1}{(M + m) r^2 \rho_1^2 p}$;
- $H_4(p) = \frac{1}{p}$;
- $K_8 = \frac{2000}{2\pi}$;
- $K_5 = \rho_1$ et $K_6 = r$ (à convertir en mètres) ;
- $K_1 = \frac{K_8}{K_5 K_6}$.

$$2. A = \frac{K_8}{k_e}, B = \frac{R(m + M) r^2 \rho_1^2}{k_e k_t} \text{ et } D = \frac{K_9 R r \rho_1}{K_8 k_t}$$

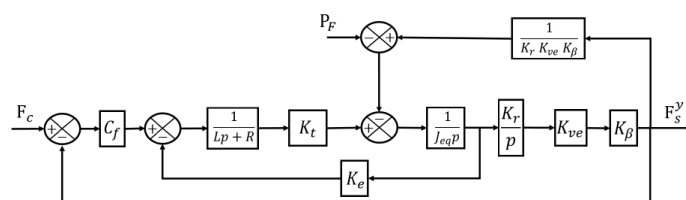


Corrigé voir .

Exercice 61 – Robovolc *

B2-07 Pas de corrigé pour cet exercice.

On considère le schéma-blocs suivant.



Question 1 En considérant $P_F = 0$ (perturbation nulle) et $L = 0$ (inductance nulle), calculer la fonction de transfert $\frac{F_s^y}{F_c}$ et la mettre sous la forme canonique $\frac{K}{1 + Ap + Bp^2}$. Identifier les paramètres K , A et B .

$$1. K = \frac{C_f K_t K_r K_v K_\beta}{R + C_f K_t K_r K_v K_\beta}, A = \frac{K_e K_t}{R + C_f K_t K_r K_v K_\beta}, B = \frac{R J_{eq}}{R + C_f K_t K_r K_v K_\beta}.$$

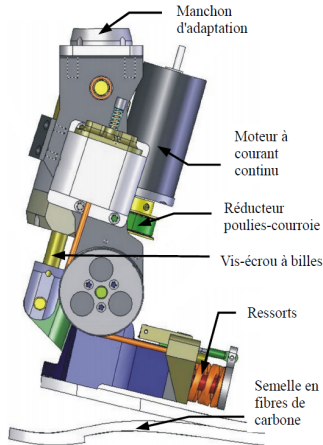
Corrigé voir 2.

Exercice 60 – Prothèse active transtibiale*

B2-07

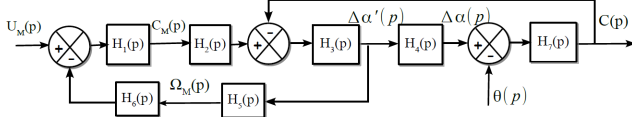
Présentation

Des ingénieurs du M.I.T. ont mis au point une prothèse active transtibiale capable de proposer un comportement similaire à celui des membres non amputés. On étudie dans ce sujet le prototype initial qui a permis de valider la pertinence d'une telle prothèse active.



L'actionneur de la prothèse est un moteur à courant continu alimenté par une batterie rechargeable de 16 Volts. L'énergie mécanique est transmise par un réducteur de type poulies-courroie suivi d'un système vis-écrou qui adapte cette énergie mécanique pour la prothèse (ensemble de liaisons entre le pied artificiel constitué d'une semelle en fibres de carbone et le manchon ou tibia artificiel). Des ressorts permettent d'ajuster également l'énergie mécanique fournie au pied artificiel. L'effort exercé par les ressorts est directement relié au couple exercé par l'actionneur.

On peut modéliser la chaîne d'énergie de la façon suivante :



Les grandeurs temporelles sont les suivantes :

- u_M tension d'alimentation du moteur (V) ;
- C_M couple exercé par le moteur (Nm) ;
- ω_M vitesse angulaire du moteur (rad s^{-1}) ;
- α angle de rotation du basculeur (rad) tel que $\alpha = \alpha_r + \Delta\alpha$ où α_r est la position repos et $\Delta\alpha$ est la variation angulaire autour de la position repos. On a alors : $\frac{d\alpha}{dt} = \frac{d\Delta\alpha}{dt}$. On note $\Delta\alpha'(p)$ la transformée de Laplace de $\frac{d\Delta\alpha}{dt}$;
- θ angle de rotation du pied (rad) tel que $\theta = 0$ rad pour la position repos ;
- C couple exercé par le pied (Nm).

On note en majuscule, lorsque cela est possible, les variables associées aux grandeurs temporelles dans le domaine symbolique.

Comportement dynamique de la prothèse

Objectif L'objectif de cette partie est d'établir les équations de comportement dynamique de la prothèse autour de la position de repos lors des phases d'appui et oscillante. Ces équations permettront de compléter le schéma-blocs de la chaîne d'énergie.

On donne l'équation différentielle linéarisée suivante qui caractérise le comportement dynamique de la prothèse : $J_M \frac{d^2 \Delta\alpha(t)}{dt^2} + \mu_m \frac{d\Delta\alpha(t)}{dt} = C_M(t)R_T - C(t)R_T^2$ avec $R_T = \frac{1}{145}$.

Le moteur électrique est régi par les équations électriques et de couplage électromécanique :

- $u_M(t) = Ri(t) + e(t)$ avec $i(t)$ courant moteur et $e(t)$ fcm ;
- $e(t) = k_c \omega_M(t)$ avec $\omega_M(t)$ vitesse angulaire du rotor du moteur par rapport au stator ;
- $C_M(t) = k_c i(t)$.

Question 1 À partir des équations caractérisant le système, déterminer les expressions littérales des fonctions de transfert $H_1(p)$, $H_2(p)$, $H_3(p)$ et $H_6(p)$.

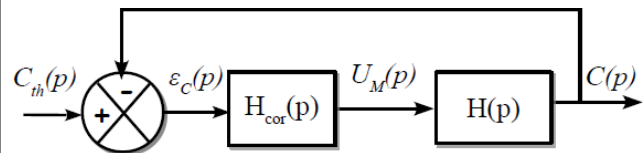
On a par ailleurs $H_4(p) = \frac{1}{p}$, $H_5(p) = \frac{1}{R_T}$ et $H_7(p) = k_{RS} d_0^2$ ($k_{RS} = 1200 \times 10^3 \text{ N m}^{-1}$ raideur équivalente du ressort et $d_0 = 0,035 \text{ m}$).

On considère que $\theta(p) = 0$.

Question 2 Déterminer la fonction de transfert en boucle fermée $FTBF(p) = \frac{C(p)}{U_M(p)}$.

Analyse des performances de l'asservissement en couple

Le schéma-blocs de l'asservissement en couple peut être simplifié par le schéma-blocs suivant avec $H(p) = \frac{a_0}{1 + a_1 p + a_2 p^2}$ où $a_0 = 2,9 \text{ NmV}^{-1}$, $a_1 = \frac{26}{4356} \text{ s}$ et $a_2 = \frac{1}{4356} \text{ s}^2$ et $H_{\text{cor}}(p) = H_c(p)K_{\text{amp}}K_A$.

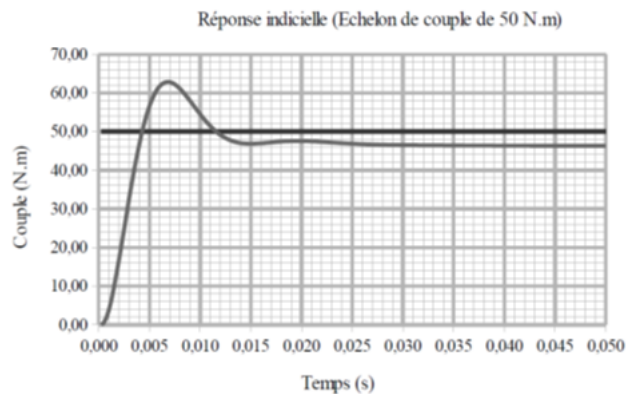


Objectif L'objectif est de déterminer si la correction $H_{\text{cor}}(p)$ permet de respecter le cahier des charges rappelé ci-après.

Critères	Valeur
Rapidité (temps de réponse à 5%)	$t_{r5\%} < 0,1 \text{ s}$
Précision pour une entrée en échelon (écart normalisé par la valeur de l'échelon)	10 % maxi

Question 3 À l'aide des courbes, valider l'ensemble des critères du cahier des charges en justifiant clairement

vos réponses.



1. $H_1(p) = \frac{k_c}{R}$, $H_2(p) = R_T$, $H_3(p) = \frac{R_T^2}{J_M p + \mu_m}$ et $H_6(p) = k_c$.
2. $FTBF(p) = \frac{k_c R_T^3}{J_M R p^2 + p(\mu_m R + k_c k_c R_T^2) + R_T R^2 k_{RS}}$
3. .

Corrigé voir 1.

Exercice 59 – Conception de la commande d'un robot chirurgical*

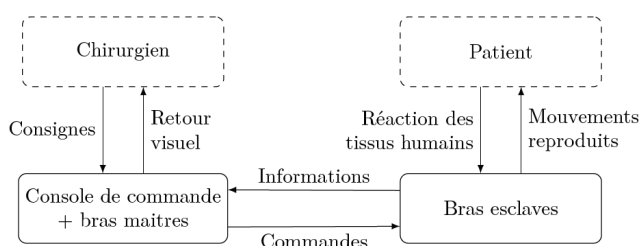
B2-07

Présentation du système

Afin d'améliorer les conditions d'opérations chirurgicales dites mini invasives (comme la précision d'opération et le confort du chirurgien), des robots chirurgicaux ont vu le jour. Cette étude s'intéresse à l'un d'entre eux : le robot Da Vinci. Le chirurgien peut atteindre sa cible grâce à des outils longs et fins traversant le patient grâce à une incision de l'ordre du centimètre.

Le système étudié est composé de deux sous-systèmes principaux :

- l'ensemble {console de commande + bras maîtres} permet au chirurgien de visualiser et de commander les mouvements des outils adéquats à l'intérieur du patient via une caméra haute définition dont l'image est retransmise par l'intermédiaire d'écrans. Le chirurgien commande les mouvements des outils grâce à deux bras maîtres dont les extrémités sont maintenues dans chaque main ;
- les bras esclaves reçoivent les consignes issues du chirurgien par l'intermédiaire des bras maîtres. Il y a au total 3 bras esclaves : deux manipulent chacun un outil, le troisième manipule une caméra.



Le mouvement de l'axe 1 est régi par l'équation suivante : $\Delta C_1(t) = J \frac{d^2 \Delta \theta_1(t)}{dt^2} - k_1 \frac{r'_9}{r_0} h_2 \Delta F_x(t)$ avec $J = 1,98 \times 10^{-5} \text{ kg m}^2$, $k_1 \frac{r'_9}{r_0} = 0,00717$, $h_2 = 0,2 \text{ m}$.

Le couple moteur $\Delta C_1(t)$ est fourni par une machine à courant continu modélisée par les équations suivantes : $u_1(t) = L \frac{di_1(t)}{dt} + R i_1(t) + e_1(t)$, $e_1(t) = k_e \frac{d\Delta \theta_1(t)}{dt}$, $\Delta C_1(t) = k_t i_1(t)$ avec $u_1(t)$ la tension aux bornes du moteur, $i_1(t)$ l'intensité traversant le moteur et $e_1(t)$ la force contre électromotrice, avec $R = 2,08 \Omega$, $k_t = 0,0525 \text{ N mA}^{-1}$ et $k_e = 0,0525 \text{ V s rad}^{-1}$.

On fait l'hypothèse que l'influence de l'inductance L est négligeable sur les performances attendues, soit $L = 0$.

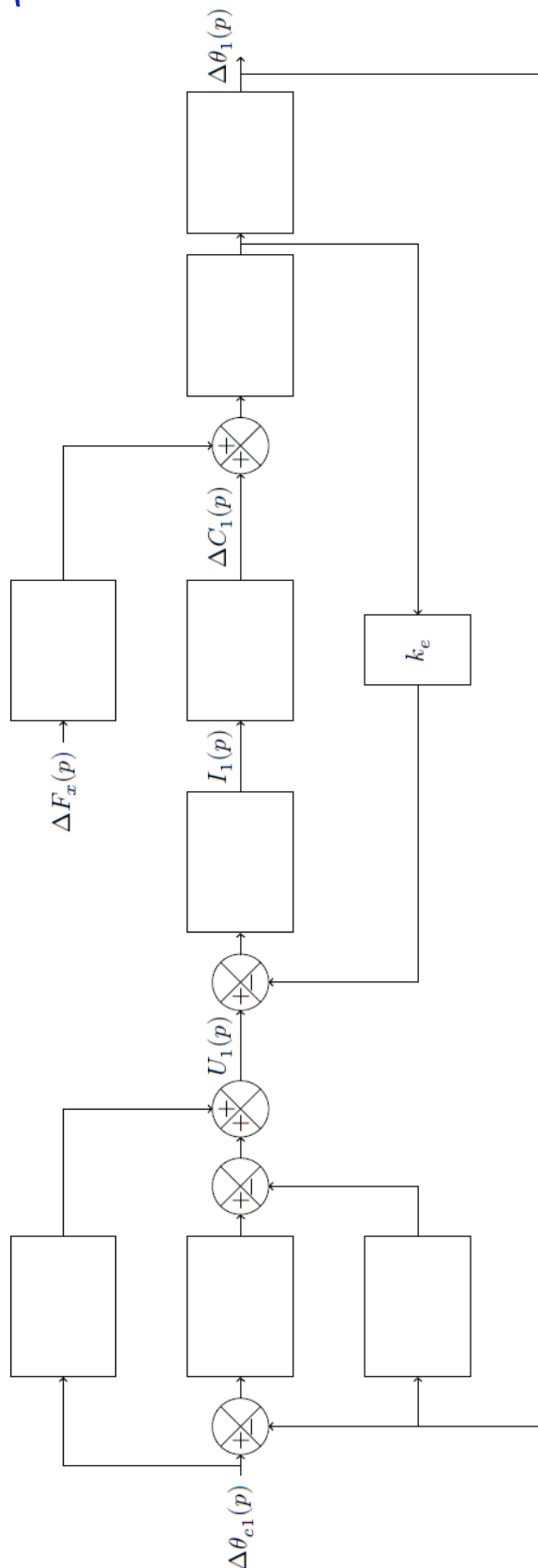
La consigne est notée $\Delta \theta_{c1}(t)$. Le cahier des charges sélectif conduit à choisir un correcteur associant une anticipation (via la présence de σ_4 dans la relation suivante) et une correction PID. La tension de commande du moteur est donnée par : $U_1(p) = (\Delta \theta_{c1}(p) - \Delta \theta_1(p)) \left(\sigma_1 + \frac{\sigma_2}{p} \right) - \sigma_3 p \Delta \theta_1(p) + \sigma_4 \Delta \theta_{c1}(p)$ avec $\Delta \theta_{c1}(p)$ la consigne de position angulaire exprimée dans le domaine symbolique.

Question 1 Compléter le schéma-blocs.

Pour la suite, on considère la perturbation nulle ($\Delta F_x(p) = 0$).

Question 2 À partir de ce schéma-blocs, en notant $H_{processus}(p) = \frac{\Delta \theta_1(p)}{U_1(p)} = \frac{K}{p(1 + \tau p)}$, exprimer K et τ en fonction des données de l'énoncé.

Question 3 Exprimer la fonction de transfert en boucle fermée, sous sa forme canonique, notée $B_F(p) = \frac{\Delta \theta_1(p)}{\Delta \theta_{c1}(p)}$ en fonction de K , τ , σ_1 , σ_2 , σ_3 et σ_4 .



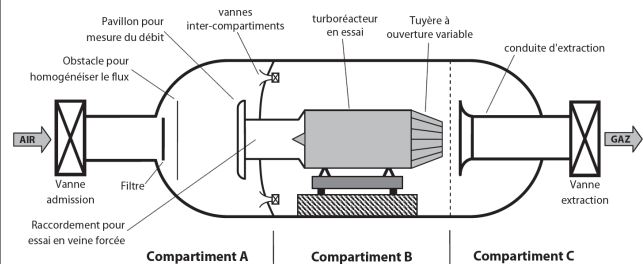
Exercice 58 – Tuyère à ouverture variable*
B2-07 Pas de corrigé pour cet exercice.

Présentation du système

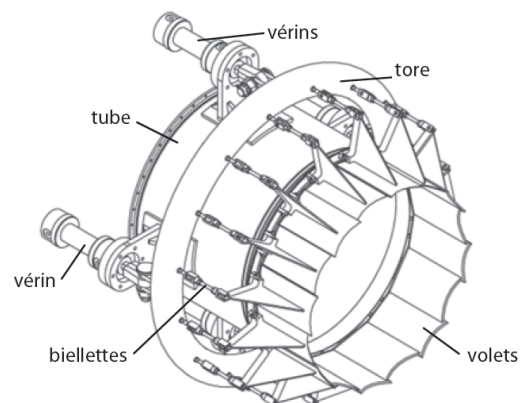
Les propulseurs utilisés dans les applications militaires ou civiles subissent, des tests de certification visant à contrôler leur bon fonctionnement et le respect des normes de sécurité.

Ces tests consistent à simuler au sol les conditions de vol subies par le propulseur et à observer les réactions de celui-ci consécutives à des commandes de pilotage.

La DGA (Direction Générale de l'Armement) dispose dans son centre d'essais des propulseurs de bancs d'essais dédiés à la certification et à la mise au point de différents types de propulseurs d'avions ou de missiles.



Le banc d'essai est composé d'un tube représentant le corps du réacteur et d'une tuyère à ouverture variable actionnée par quatre vérins hydrauliques et permettant de faire varier la vitesse de l'air éjecté.



Objectif On souhaite vérifier que le système permet de respecter le cahier des charges suivant :

- temps de réponse à 5% : 4 s au maximum ;
- précision : l'erreur statique doit être nulle ;
- précision : l'erreur de traînage doit être inférieure à 1 mm pour une consigne de 25 mm s⁻¹.

Modélisation du comportement du vérin – hypothèse fluide compressible

Objectif Il s'agit ici de proposer un modèle plus affiné du comportement du vérin en tenant compte de la compressibilité du fluide et du comportement dynamique du mécanisme.

1. $A(p) = \sigma_4$, $B(p) = \sigma_1 + \frac{\sigma_2}{p}$, $C(p) = \sigma_3 p$, $D(p) = \frac{1}{R + Lp}$

$$E(p) = k_1 \frac{r_9'}{r_0} h_2, F(p) = k_t, G(p) = \frac{1}{Jp}, H(p) = \frac{1}{p}.$$

$$2. \quad K = \frac{1}{k_e} \text{ et } \tau = \frac{RJ}{k_t k_e}.$$

$$3. \quad B_F(p) = K \frac{\kappa_e \kappa_f \kappa_e (\sigma_1 + \sigma_4)p + \sigma_2}{\tau p^3 + p^2(1 + \sigma_3) + \sigma_1 K p + \sigma_2 K}.$$

Pour rendre compte du comportement dynamique du système on propose un modèle de comportement du vérin en tenant compte de la compressibilité du fluide. L'évolution du débit est alors une fonction du déplacement mais aussi de la pression sous la forme de la relation suivante : $q(t) = S \frac{dx(t)}{dt} + \frac{V_0}{B} \frac{d\sigma(t)}{dt}$ avec :

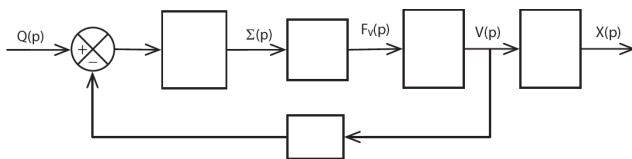
- $\sigma(t)$: pression utile dans le vérin. On notera $\Sigma(p)$ sa transformée;
- V_0 : demi volume de fluide contenu dans le vérin;
- B : coefficient de compressibilité du fluide.

La pression utile induit l'effort développé par le vérin que nous noterons F_v tel que : $F_v(p) = S\Sigma(p)$ où S représente la section utile du vérin en sortie de tige.

$V(p)$ représente l'image par la transformation de Laplace de la vitesse de translation $v(t)$ de la tige du vérin.

En considérant les actions de pesanteur négligeables et en se plaçant dans une phase de test à vide (sans flux d'air), l'application des lois de la dynamique donne la relation suivante : $F_v(t) = M_{eq} \frac{d^2 x(t)}{dt^2}$.

Question 1 À partir des équations, compléter le schéma-blocs en indiquant les fonctions de transferts de chaque bloc.



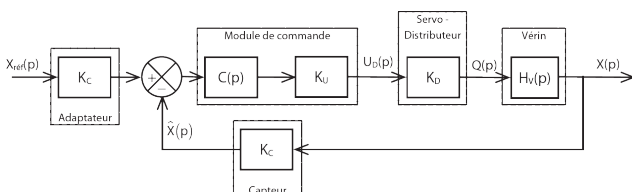
On note F_R l'action mécanique résistante équivalente pour quatre volets. On a $F_R(t) = K_F x(t)$. L'application du théorème de l'énergie cinétique se traduit par $M_{eq} \ddot{x}(t) = (F_v(t) - F_R(t))$.

Question 2 Modifier le schéma-blocs précédent pour intégrer l'effort résistant.

Question 3 Donner l'expression de la fonction de transfert du vérin $H_V(p) = \frac{X(p)}{Q(p)}$. On donnera le résultat sous la forme $H_V(p) = \frac{K_V}{p(1 + a_2 p^2)}$ en précisant les expressions de K_V et a_2 .

Validation du comportement du vérin

Afin de valider le modèle établi, on se propose d'étudier le comportement en boucle fermée de la chaîne fonctionnelle de commande du vérin. On rappelle ci-dessous le schéma-bloc retenu et on considérera une correction proportionnelle telle que $C(p) = K_C$.



Question 4 Donner l'expression de la forme canonique de la fonction de transfert en boucle fermée $H_{BF}(p) = \frac{X(p)}{X_{ref}(p)}$. On donnera le résultat en fonction de K_C , K_U , K_D , K_p , K_V et a_2 .

Prise en compte du débit de fuite

Pour pallier le problème de stabilité du modèle précédemment établi, une solution possible consiste à un introduire un débit de fuite entre les deux chambres du vérin. Celui-ci a pour effet de réduire artificiellement le débit réel entrant dans le vérin en fonction de la pression utile. Ce débit vaut alors : $q(t) - \delta\sigma(t)$ où δ est le coefficient de débit de fuite.

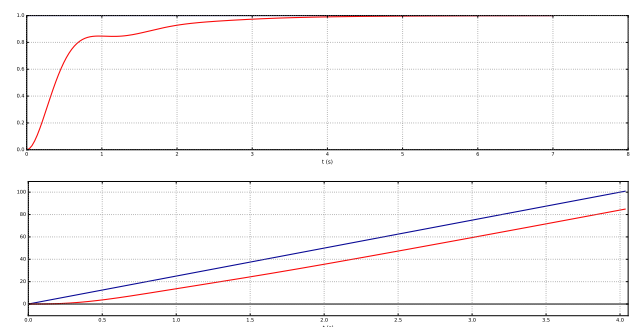
Question 5 Modifier le schéma-blocs précédent pour intégrer le débit de fuite.

Question 6 Donner l'expression de la fonction de transfert du vérin $H_V(p) = \frac{X(p)}{Q(p)}$. On donnera le résultat sous la forme $H_V(p) = \frac{K_V}{p(1 + a_1 p + a_2 p^2 + a_3 p^3)}$ en précisant les expressions de K_V , a_1 , a_2 et a_3 .

Retour sur le cahier des charges

On donne la réponse à un échelon et à une rampe de pente 25 mm s^{-1} .

Question 7 Le cahier des charges est-il vérifié?



Corrigé voir 3.

Exercice 57 – Véhicule à trois roues Clever*

B2-07 Pas de corrigé pour cet exercice.

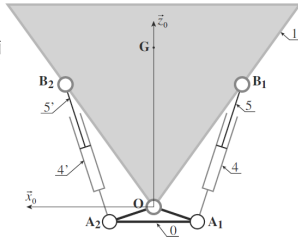
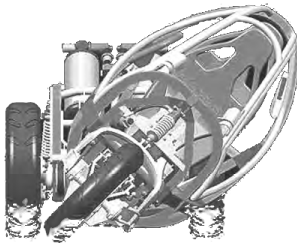
Présentation du système

Le Clever est un démonstrateur technologique développé par un tissu d'industriels européens. Clever est la contraction de Compact Low Emission VEHICLE for uRBan tRansportation (véhicule compacte à faibles émissions pour le transport urbain) car, avec une consommation de seulement $2,5 \text{ L/100 km}$, il s'annonce très écologique.

L'habitacle peut s'incliner grâce à un système constitué

- d'un calculateur qui détermine le mouvement et la position à donner à l'habitacle en fonction des conditions d'utilisation;

- d'un système hydro-mécanique de transmission de puissance et d'adaptation de mouvement;
- d'un système de contrôle de l'inclinaison de l'habitable.



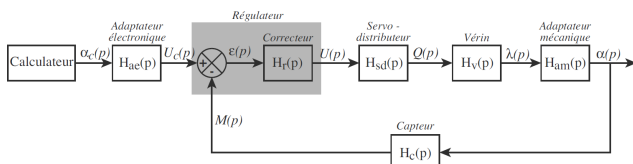
Objectif L'objectif est que le mouvement de l'habitable soit contrôlé :

- écart statique : 0° ;
- écart de traînage pour une entrée en rampe unitaire : 0° ;
- temps de réponse à 5% : inférieur à 0,1 s.

Modélisation du servo-distributeur et du vérin

L'orientation de l'habitable est contrôlée par un asservissement de la position angulaire. L'architecture de cet asservissement est représentée par le schéma-blocs de la figure suivante.

On modélise le comportement du servo-distributeur par un gain pur noté K_s et le capteur par $H_c(p) = C$ avec $C = 1 \text{ V rad}^{-1}$. L'adaptateur mécanique a un comportement linéaire sur l'intervalle d'utilisation. On a donc $H_{am}(p) = R$ ($R = 7 \text{ rad m}^{-1}$). Enfin, on considère que $H_r(p) = 1$.



À ce stade de l'étude, le modèle de comportement du fluide correspond à un comportement incompressible. L'équation caractérisant le comportement du vérin est alors : $q(t) = S\dot{\lambda}(t)$ où :

- S représente la section utile du vérin en sortie de tige (diamètre 32 mm);
- q est le débit en entrée de vérin;
- $v(t) = \dot{\lambda}(t) = \frac{d\lambda(t)}{dt}$ est la vitesse de translation de la tige du vérin par rapport au corps.

Question 1 Donner l'expression de la fonction de transfert du vérin $H_{V1}(p)$ (telle que $\lambda(p) = H_{V1}(p)Q(p)$) et compléter le schéma-bloc associé à la modélisation actuelle du système.

Question 2 Déterminer la fonction de transfert en boucle fermée $FTBF_1$ (telle que $\alpha(p) = FTBF_1(p)\alpha_c(p)$) du système bouclé. Mettre $FTBF_1(p)$ sous la forme $\frac{K_1}{1 + \tau_1 p}$ en précisant les expressions de K_1 et de τ_1 .

Question 3 À partir du critère de temps de réponse à 5% ($t_{r5\%}$) du système, déterminer l'expression puis la valeur numérique minimale du gain du servo-distributeur.

Modélisation du comportement du vérin avec fluide compressible et du comportement dynamique du mécanisme

La compressibilité du fluide étant prise en compte dans le modèle, l'évolution du débit est une fonction du déplacement mais aussi de la pression sous la forme de la relation (1). L'effort exercé par le vérin en sortie de tige est décrit par la relation (2).

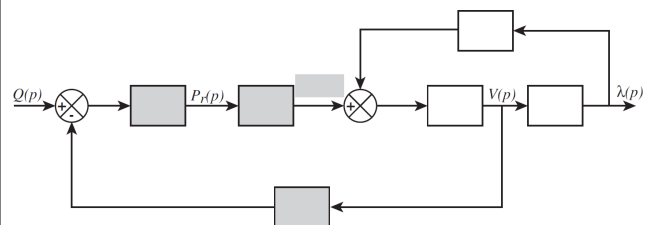
$$q(t) = S\dot{\lambda}(t) + \frac{V_0}{B}\dot{p}_r(t) \quad (1) \quad F_v(t) = Sp_r(t) \quad (2)$$

où :

- $p_r(t)$: pression utile dans le vérin;
- V_0 : volume caractéristique moyen de fluide contenu dans le vérin et les durites, $V_0 = 2,5 \times 10^{-5} \text{ m}^3$;
- B : coefficient de compressibilité du fluide, $B = 109 \text{ Pa}$;
- $F_v(t)$: effort développé par le vérin en sortie de tige;
- S : section utile du vérin en sortie de tige.

Par ailleurs, $F_v(t) + k_g \lambda(t) = m_{eq} \ddot{\lambda}(t)$ avec m_{eq} la masse équivalente du système, k_g une constante, $\lambda(t)$ le déploiement des vérins.

Question 4 Appliquer la transformation de Laplace aux équations précédentes et compléter le schéma-blocs.



Analyse du comportement global

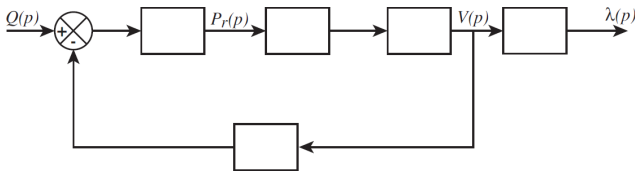
Question 5 Donner l'expression de la fonction de transfert en boucle fermée du vérin H_{V2} (telle que $\lambda(p) = H_{V2}Q(p)$) et préciser les expressions des coefficients K_V et ω_V de sa forme canonique : $H_{V2}(p) = \frac{K_V}{p \left(1 + \frac{p^2}{\omega_V^2} \right)}$.

k_g peut maintenant être négligé.

Modélisation du comportement dynamique avec prise en compte d'un débit de fuite

Pour pallier le problème de stabilité du modèle précédemment établi, une solution possible consiste à introduire un débit de fuite au niveau du vérin. Celui-ci a pour effet de réduire artificiellement le débit réel entrant dans le vérin en fonction de la pression utile. L'expression du débit est alors : $q(t) = S\dot{\lambda}(t) + \frac{V_0}{B}\dot{p}_r(t) - \delta p_r(t)$ où δ représente le coefficient de débit de fuite.

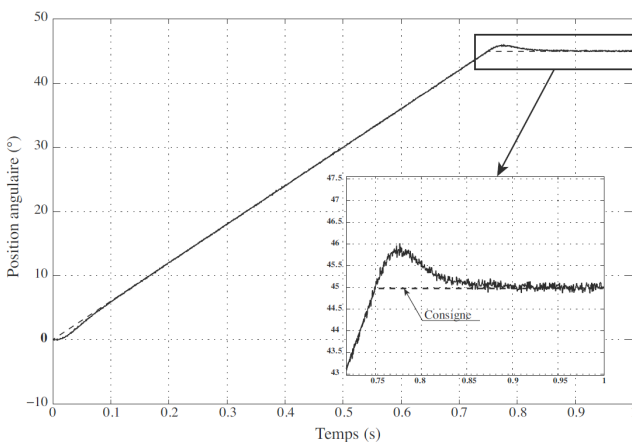
Question 6 Proposer une modification du schéma-bloc donné afin de prendre en compte le débit de fuite.



Question 7 Déterminer l'expression de la fonction de transfert H_{V3} (telle que $\lambda(p) = H_{V3}Q(p)$) associée au comportement dynamique du vérin ainsi modélisé. On donnera le résultat sous la forme suivante : $H_{V3}(p) = \frac{K_V}{p \left(1 + a_1 p + \frac{p^2}{\omega_V^2} \right)}$. Donner l'expression de a_1 en fonction de M_{eq} , δ et S et déterminer l'expression du coefficient d'amortissement ξ_V du second ordre en fonction de M_{eq} , δ , S , B et V_0 .

Retour sur le cahier des charges

Le régulateur étant a priori optimisé, on réalise un essai de validation du comportement temporel de l'inclinaison de l'habitacle, le véhicule étant à l'arrêt. Le calculateur envoie un signal de consigne représentant l'évolution de la position angulaire souhaitée (de 0 à 45° en 0,75 s).



Question 8 Quels sont les critères du cahier des charges validés ?

Corrigé voir 7.

Exercice 56 – Banc Balafre*

C2-09 Pas de corrigé pour cet exercice.

La consigne de vitesse suit la loi présentée par la figure 9. Le tableau 3 résume les exigences que doit remplir la solution d'asservissement en vitesse de la ligne d'arbre.

Objectif l'objectif de cette partie est de valider le choix d'un correcteur permettant à l'asservissement en vitesse de répondre aux exigences.

- 2.03 – Risque de décrochage : le couple maximal demandé au moteur en fonctionnement doit rester inférieur à $C_u^{\max}/s = 570 \text{ Nm}$ où $C_u^{\max} = 740 \text{ Nm}$ et $s = 1,3$ est un coefficient de sécurité.
- 3.01 – Stabilité : le système doit être stable.
- 3.02 – Précision : l'erreur en régime permanent pour une entrée en rampe doit être nulle.
- 3.03 – Dépassement : un dépassement de 5 % de la vitesse de consigne est admis.
- 3.04 – Perturbations : le système doit respecter l'ensemble des exigences 3.XX et 2.XX pour une perturbation en vitesse de type échelon d'amplitude $\Omega_{\text{pert}} = 50 \text{ tr min}^{-1}$.

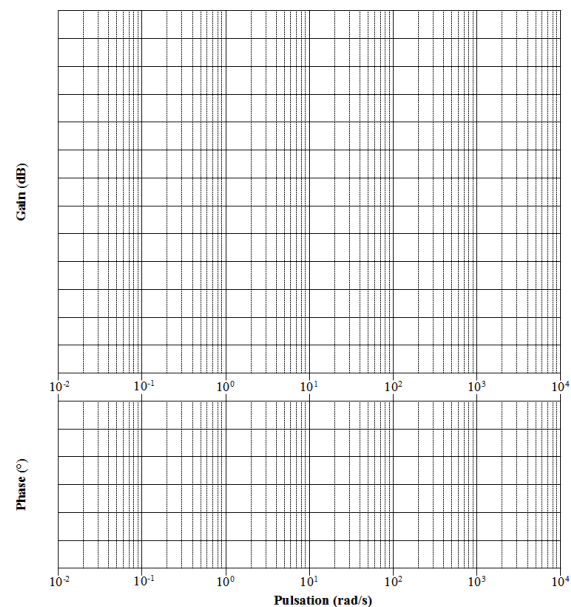
FIGURE 1 – Représentation en coupe du banc BALAFRE

Corrigé voir ??.

Exercice 55 – Diagramme de Bode *

C2-02 Pas de corrigé pour cet exercice.

Question 1 Tracer le diagramme de Bode de la fonction de transfert suivante : $F_1(p) = \frac{200}{p(1 + 20p + 100p^2)}$.



Corrigé voir 8.

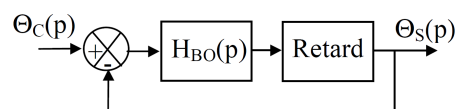
Exercice 54 – *

C2-03

Pas de corrigé pour cet exercice.

On donne le système suivant dont la FTBF est donnée par $G(p) = \frac{\Theta_s(p)}{\Theta_c(p)} = \frac{3,24}{p^2 + 3,24p + 3,24}$. Le retard du système est de 0,2 s.

L'asservissement est donné par le schéma-blocs suivant.



Question 1 En considérant le retard nul, déterminer l'écart statique.

Question 2 En considérant le retard nul, déterminer l'écart statique, déterminer l'expression de la boucle ouverte $H_{BO}(p)$.

Question 3 Déterminer l'expression de $G_r(p)$, transmittance en boucle fermée du système avec retard de 0,2 s.
Le système est soumise à une rampe de $0,1 \text{ rad s}^{-1}$.

Question 4 Donner la valeur de l'erreur de traînage correspondant à cette entrée, en négligeant le retard.

Question 5 Donner la valeur de l'écart statique du système avec retard.

Question 6 Donner la valeur de l'erreur de traînage du système avec retard.

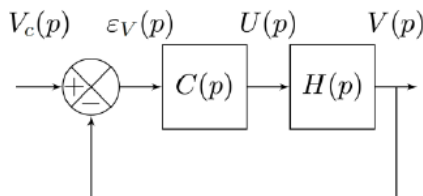
Corrigé voir 1.

Exercice 53 – *

C2-03

Pas de corrigé pour cet exercice.

L'asservissement de vitesse est à présent modélisé par le schéma-blocs de la figure suivante à retour unitaire. Cet asservissement n'est valable que pour les petites variations de vitesse. $H(p)$ correspond à la fonction de transfert en boucle ouverte naturelle (non corrigée), $C(p)$ est le correcteur.



$$H(p) = \frac{K_N}{(1 + T_m p)(1 + T_e p)} \text{ avec } K_N = 20 \text{ ms}^{-1} \text{V}^{-1}, T_m = 5 \text{ s}, T_e = 0,5 \text{ s}.$$

Objectif

- Exigence 1.2 : Garantir un déplacement du chariot de vitesse :
 - 1.2.3 Précision :
 - * Erreur statique pour une entrée $v_c(t) = V_0 u(t)$ avec $V_0 = 8 \text{ ms}^{-1}$: $E_S = 0 \text{ ms}^{-1}$.
 - * Erreur de trainage pour une entrée $v_c(t) = \gamma_0 t u(t)$ avec $\gamma_0 = 1,6 \text{ ms}^{-2}$: $E_T \leq 0,16 \text{ ms}^{-1}$.

Le concepteur choisit un correcteur Proportionnel Intégral : $C_1(p) = \frac{C}{T_i p} (1 + T_i p)$ avec $T_i = T_m$.

Question 1 Déterminer les expressions littérales de l'erreur statique E_S (consigne : échelon d'amplitude V_0) et de l'erreur de trainage E_T (consigne : rampe de pente γ_0)

de cet asservissement corrigé avec $C_1(p)$ en fonction de la consigne, du gain K_N et des paramètres du correcteur et C et T_m .

Question 2 En déduire la condition (notée C_e) sur le gain C du correcteur permettant de satisfaire l'exigence 1.2.3 du cahier des charges.

On choisit finalement un correcteur PID : $C_2(p) = C \left(1 + \frac{1}{T_i p} + T_d p \right)$ avec $T_i = 2T_e$ et $T_d = \frac{T_e}{2}$.

Question 3 Montrer qu'on peut mettre ce correcteur sous la forme $C_2(p) = \frac{K}{p} (1 + T p)^2$ et donner les expressions de K et de T en fonction de C et T_e .

Question 4 Donner l'expression de la fonction de transfert en boucle ouverte du système corrigé.

Question 5 Déterminer les expressions littérales de l'erreur statique E_S (consigne : échelon d'amplitude V_0) et de l'erreur de trainage E_T (consigne : rampe de pente γ_0) de cet asservissement corrigé.

Question 6 En déduire la condition sur la valeur du gain K du correcteur permettant de satisfaire l'exigence 1.2.3 du cahier des charges.

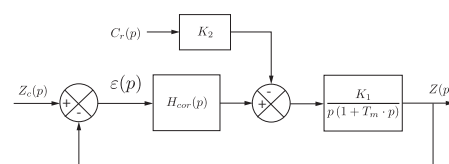
Corrigé voir 6.

Exercice 52 – Hemostase – Stabilité*

C2-03

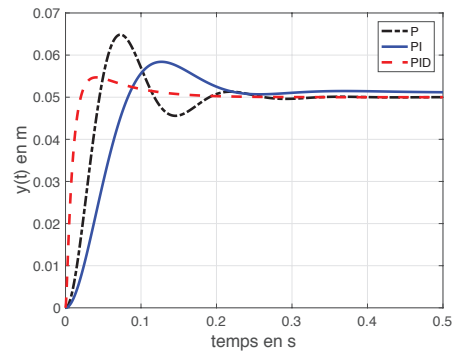
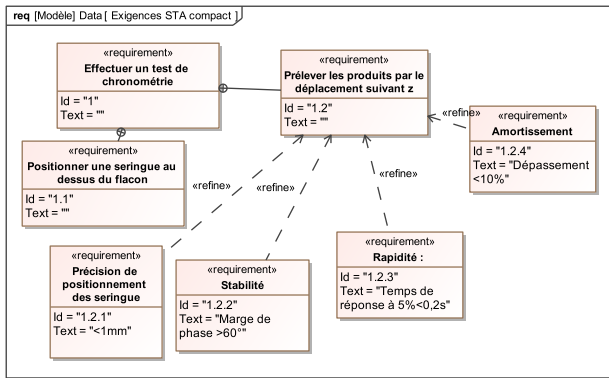
La modélisation de l'asservissement de position est donnée par le schéma-bloc ci-dessous dans lequel $K_2 = 2,78 \cdot 10^{-2} \text{ N}^{-1}$, $K_1 = 856 \text{ s}^{-1}$, $T_m = 3 \cdot 10^{-2} \text{ s}$.

Le couple résistant C_r est constant et vaut $C_{r0} = 2,7 \cdot 10^{-3} \text{ Nm}$.



On suppose le correcteur proportionnel : $H_{cor}(p) = K_p$.

Les performances du système sont détaillées dans le diagramme des exigences partiel.



Question 7 Analyser les résultats à l'aide du diagramme de Bode de la FTBO corrigé avec un PID optimisé.

Question 1 Déterminer l'expression de la fonction de transfert en boucle ouverte $H_{bo}(p) = \left(\frac{Z(p)}{\varepsilon(p)} \right)_{C_r(p)=0}$ ainsi que la fonction de transfert $H_{cr}(p) = \left(\frac{Z(p)}{C_r(p)} \right)_{Z_c=0}$.

Question 2 Déterminer l'erreur statique pour une entrée de type échelon d'amplitude Z_{c0} dans l'hypothèse d'une perturbation nulle (C_{r0}). Déterminer ensuite l'erreur due à une perturbation constante C_{r0} , dans le cas d'une consigne de position nulle ($Z_c = 0$). En déduire la valeur de K_p pour satisfaire le critère de précision du cahier des charges.

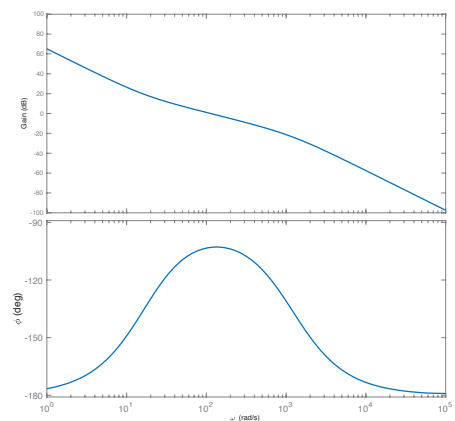
Question 3 Sur le document réponse compléter les diagrammes de Bode en gain et en phase de $H_{bo}(p)$ pour K_p déterminé précédemment. Indiquer si le critère de stabilité est satisfait en justifiant votre démarche par des tracés nécessaires.

Afin d'améliorer le comportement, on implante un correcteur Proportionnel Intégral ayant pour fonction de transfert : $H_{cor}(p) = \frac{K_p(1+T_i \cdot p)}{T_i \cdot p}$ avec $K_p = 1$ et $T_i = 1$ s.

Question 4 Tracer le diagramme de Bode de la fonction de transfert en boucle ouverte avec ce correcteur avec $K_p = 1$ et $T_i = 1$ s.

Question 5 On souhaite une marge de phase d'au moins 60° . Proposer un réglage de K_p pour satisfaire au cahier des charges.

Question 6 La figure suivante donne la réponse à un échelon de position de 50 mm avec trois types de correcteurs. Vérifier qu'elle est conforme au cahier des charges. Justifier clairement vos réponses en donnant les valeurs numériques pour chaque critère.



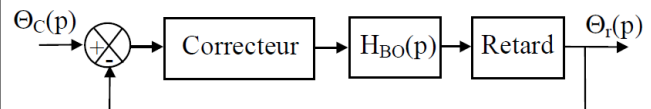
Corrigé voir 6.

Exercice 51 - *

C2-03

Pas de corrigé pour cet exercice.

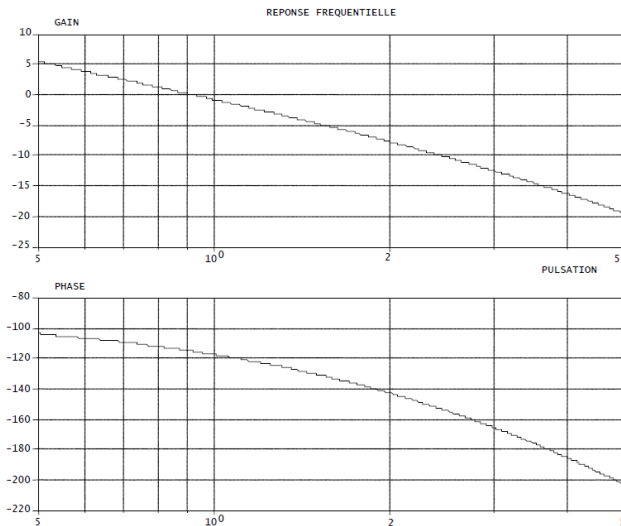
L'asservissement est donné par le schéma-blocs suivant. $H_{BO}(p) = \frac{4}{p(p+3,6)}$. Le retard du système est de 0,2 s. De plus, $C(p) = K_c \frac{1+T_c p}{T_c p}$



Question 1 Tracer le diagramme de Bode asymptotique de $H_{BO}(p)$ pour des pulsations comprises entre $0,5 \text{ rad s}^{-1}$ et 50 rad s^{-1} .

Question 2 Tracer le diagramme de Bode du retard pour des pulsations comprises entre $0,5 \text{ rad s}^{-1}$ et 50 rad s^{-1} .

On donne le diagramme de la FTBO retardée.



Question 3 Déterminer le gain K_c qui donne une marge de phase de 50° .

Question 4 La constante T_c qui laisse subsister une marge de phase d'environ 45° .

Question 5 Quelle est l'erreur de traînage du système corrigé pour l'entrée en rampe considérée (en négligeant le retard).

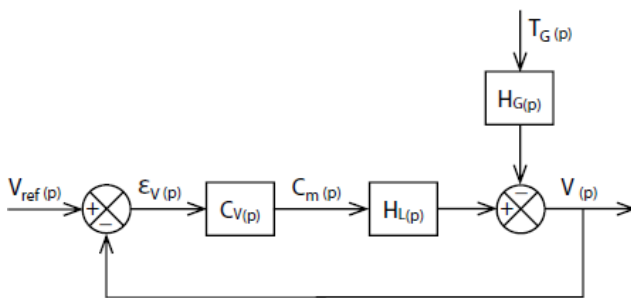
Corrigé voir 7.

Exercice 50 – Système éclipse *

C2-04

Pas de corrigé pour cet exercice.

Le schéma-blocs sous la forme suivante avec un gain unitaire pour le capteur de vitesse.



$H_L(p) = \frac{K_L}{1 + \tau_L p}$ et $H_G(p) = \frac{K_G}{1 + \tau_G p}$ avec $\tau_G = \tau_L = 20 \text{ ms}$, $K_L = 1 \times 10^{-3} \text{ N}^{-1} \text{ s}^{-1}$ et $K_G = 2 \times 10^{-5} \text{ mN}^{-1} \text{ s}^{-1}$.

Le cahier des charges donne les valeurs des critères d'appréciation adoptés :

- la précision : en régime permanent à vitesse constante, soit $\varepsilon_s = 0$ et à accélération constante, soit $\varepsilon_T = 0$; ε_s désigne l'erreur statique de position et ε_T l'erreur statique de vitesse ou erreur de traînage;
- la rapidité : le temps de réponse à 5 % tel que : $t_{R5\%} \leq 1 \text{ s}$;
- la stabilité : marge de phase $\geq 45^\circ$ et marge de gain $\geq 10 \text{ dB}$.

On choisit tout d'abord une correction proportionnelle telle que $C_V(p) = K_p$.

Question 1 Le cahier des charges est-il respecté en termes de précision, rapidité et stabilité?

Question 2 Peut-on choisir une valeur de K_p qui puisse assurer le respect complet du cahier des charges?

Question 3 Le système est-il robuste à une perturbation en échelon?

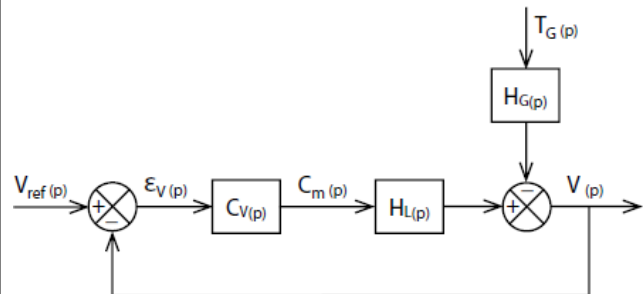
Corrigé voir 5.

Exercice 49 – Système éclipse *

C2-04

Pas de corrigé pour cet exercice.

Le schéma-blocs sous la forme suivante avec un gain unitaire pour le capteur de vitesse.



$H_L(p) = \frac{K_L}{1 + \tau_L p}$ et $H_G(p) = \frac{K_G}{1 + \tau_G p}$ avec $\tau_G = \tau_L = 20 \text{ ms}$, $K_L = 1 \times 10^{-3} \text{ N}^{-1} \text{ s}^{-1}$ et $K_G = 2 \times 10^{-5} \text{ mN}^{-1} \text{ s}^{-1}$.

Le cahier des charges donne les valeurs des critères d'appréciation adoptés :

- la précision : en régime permanent à vitesse constante, soit $\varepsilon_s = 0$ et à accélération constante, soit $\varepsilon_T = 0$; ε_s désigne l'erreur statique de position et ε_T l'erreur statique de vitesse ou erreur de traînage;
- la rapidité : le temps de réponse à 5 % tel que : $t_{R5\%} \leq 1 \text{ s}$;
- la stabilité : marge de phase $\geq 45^\circ$ et marge de gain $\geq 10 \text{ dB}$.

On considère que le système n'est pas perturbé et que $T_G(p) = 0$. On choisit tout d'abord une correction intégrale telle que $C_V(p) = \frac{K_i}{p}$.

Question 1 Le cahier des charges est-il respecté en terme de précision?

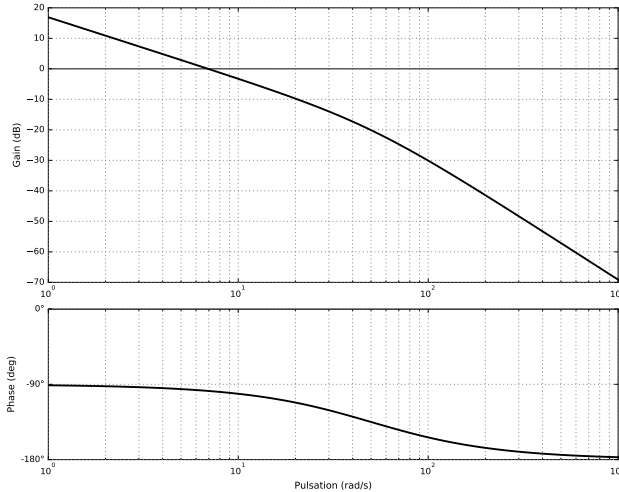
Question 2 Calculer numériquement le temps de réponse à 5 % optimal obtenu avec cette correction. Préciser la valeur de K_i permettant d'obtenir ce temps de réponse

Question 3 Tracer l'allure du diagramme de Bode de la FTBO corrigée avec ce correcteur.

Question 4 Indiquer la marge de phase.

Question 5 Calculer la valeur de K_i limite assurant le cahier des charges en terme de marge de phase.

Question 6 Vérifier cette valeur en vous aidant du diagramme de Bode partiel de la fonction $C_V(p) \cdot H_L(p)$, donné ci-dessous pour la valeur particulière : $K_i = 7000$.



Question 7 Que pensez vous de cette valeur, vis-à-vis du comportement du système, comparée à celle trouvée précédemment.

Question 8 Un correcteur de type $C_V(p) = \frac{K_i}{p^2}$, permettrait-il d'obtenir les performances attendues en terme de précision et pourquoi ?

Question 9 Permet-il d'assurer la stabilité du système et pourquoi ?

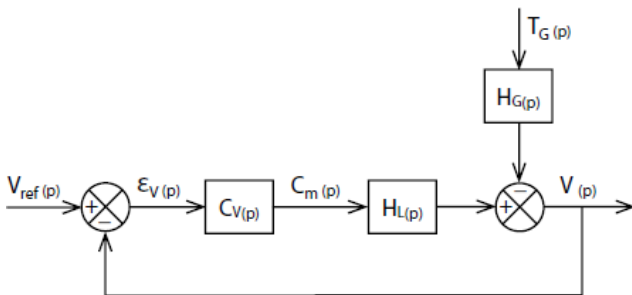
Corrigé voir 9.

Exercice 48 – Système éclipse *

C2-04

Pas de corrigé pour cet exercice.

Le schéma-blocs sous la forme suivante avec un gain unitaire pour le capteur de vitesse.



$H_L(p) = \frac{K_L}{1 + \tau_L p}$ et $H_G(p) = \frac{K_G}{1 + \tau_G p}$ avec $\tau_G = \tau_L = 20 \text{ ms}$, $K_L = 1 \times 10^{-3} \text{ N}^{-1} \text{ s}^{-1}$ et $K_G = 2 \times 10^{-5} \text{ mN}^{-1} \text{ s}^{-1}$.

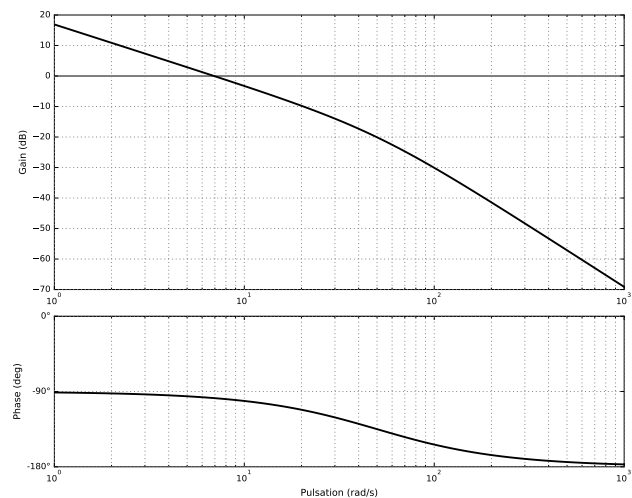
Le cahier des charges donne les valeurs des critères d'appréciation adoptés :

- la précision : en régime permanent à vitesse constante, soit $\varepsilon_s = 0$ et à accélération constante, soit $\varepsilon_T = 0$; ε_s désigne l'erreur statique de position et ε_T l'erreur statique de vitesse ou erreur de traînage;
- la rapidité : le temps de réponse à 5 % tel que : $t_{R5\%} \leq 1 \text{ s}$;
- la stabilité : marge de phase $\geq 45^\circ$ et marge de gain $\geq 10 \text{ dB}$.

On considère que le système n'est pas perturbé et que $T_G(p) = 0$. On choisit une correction telle que $C_V(p) = C_{V1}(p) \cdot C_{V2}(p)$ avec $C_{V1}(p) = \frac{K_i}{p^2}$ et $C_{V2}(p) = \frac{1 + k_f \tau_v p}{1 + \tau_v p}$ où k_f est appelé coefficient de filtrage et dont la valeur est généralement comprise entre $5 \leq k_f \leq 10$.

Question 1 Comment se nomme la correction apportée par $C_{V2}(p)$? Expliquer brièvement comment ce type de correction permet de stabiliser un système instable. Pour cela, tracer l'allure du diagramme de Bode correspondant à ce terme.

La figure suivante fournit les diagrammes de Bode du système corrigé uniquement par le correcteur $C_{V1}(p)$ avec $K_V = 1$, c'est-à-dire la fonction de transfert $W(p) = \frac{1}{p^2} H_L(p)$.



Question 2 Lire sur les diagrammes de Bode du système de fonction de transfert $W(p)$, la valeur de la pulsation de coupure $\omega_{0\text{dB}}$ où le rapport d'amplitude A_{dB} s'annule. Quelle est, à cette pulsation, la valeur de la phase ? Justifier alors la présence de la correction $\frac{1 + k_f \tau_v p}{1 + \tau_v p}$.

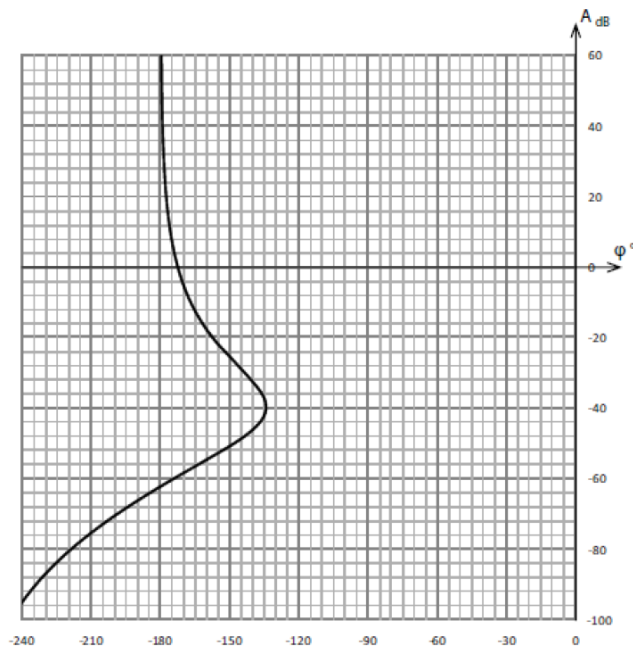
Question 3 Exprimer en fonction de τ_v et de k_f la pulsation ω_m pour laquelle la phase maximale est atteinte. On rappelle pour cela que $\frac{d \arctan x}{dx} = \frac{1}{1 + x^2}$.

On montre que pour un coefficient de filtrage $k_f = 8$, la valeur maximale de la phase, ajoutée par la correction, est de 51° .

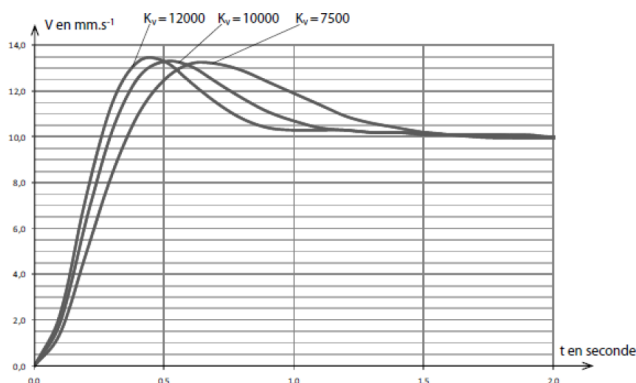
On choisit de prendre pour ω_m la valeur de la pulsation pour laquelle le système corrigé uniquement par le correcteur $C_{V1}(p)$, possède une phase de -185° .

Question 4 Lire sur les diagrammes de Bode la valeur de ω pour laquelle la phase du système corrigé uniquement par le correcteur $C_{V1}(p)$, est de -185° . En déduire la valeur de τ_V correspondante.

Question 5 Pour la valeur de τ_V trouvée précédemment, on donne le diagramme de Black (hors programme...) de la FTBO du système corrigé entièrement, obtenu pour $K_V = 75$. Donner la valeur de K_V qui maximise la marge de phase en expliquant comment vous l'obtenez à la lecture de ce diagramme. Valider alors les performances attendues en terme de stabilité.



Question 6 On donne le tracé de la réponse temporelle à un échelon de vitesse de 10 mm s^{-1} du système corrigé pour trois valeurs de K_V . Quelle valeur de K_V permet de valider les performances attendues en terme de rapidité? Donnez une valeur optimale de K_V qui permette de satisfaire au mieux le cahier des charges?



Question 7 Le système ainsi corrigé est-il robuste aux perturbations en échelon mais également en rampe comme celles provoquées par le système de maintien en tension?

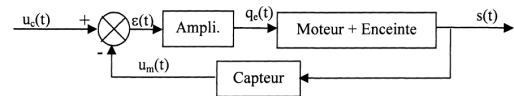
Corrigé voir 9.

Exercice 47 – Micromanipulateur *

C2-04

Pas de corrigé pour cet exercice.

Pour élever la température à cœur du moteur, on alimente en tension tous les bobinages du moteur par l'intermédiaire d'un comparateur et d'un amplificateur. Cet ensemble élabore une tension, dépendant de la tension de consigne $u_c(t)$, provenant d'un dispositif non étudié ici, et de la tension $u_m(t)$ fournie par un capteur de température situé dans le stator du moteur.



$u_c(t)$: tension de consigne.

$u_m(t)$: tension image de la variation de température.

$s(t)$: variation de température.

$\varepsilon(t)$: tension image de l'écart entre la consigne et la variation de température.

$q_c(t)$: flux de chaleur apporté par effet joule.

L'ensemble {Moteur + enceinte} est modélisé par un premier ordre de fonction de transfert $H(p) = \frac{H_0}{1 + \tau p}$ avec $H_0 = 0^\circ \text{C W}^{-1}$ et $\tau = 200 \text{ s}$.

Le capteur est modélisé par un système de fonction de transfert $\beta \exp^{-T_r p}$ avec $\beta = \frac{5}{200}^\circ \text{C}^{-1}$ et $T_r = 20 \text{ s}$.

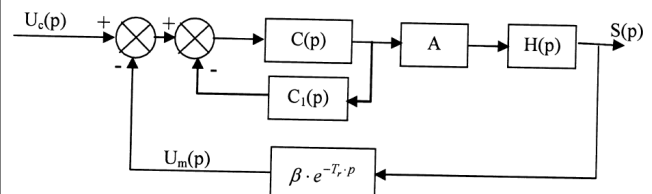
L'amplificateur est modélisé par un gain pur $A = 400 \text{ W V}^{-1}$.

Le cahier des charges est le suivant.

FS4 : Ne pas polluer l'environnement de la chambre à vide	<ul style="list-style-type: none"> Température de la phase de dégazage Dépassement de température Ecart par rapport à une consigne constante Durée de montée en température (à 5% près) 	200°C Aucun Nul 2 min
---	---	--------------------------------

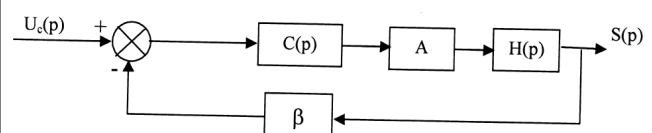
Question 1 Expliquez en quelques lignes pourquoi le retard engendré par le capteur risque de rendre le système non conforme au cahier des charges.

Pour supprimer l'influence du retard, on choisit d'insérer un correcteur en série juste avant l'amplificateur, comme indiqué sur le schéma-blocs suivant.



Question 2 Déterminer l'expression littérale de la fonction de transfert en boucle fermée du système ainsi corrigé en fonction de $H(p)$, A , $C(p)$, $C_1(p)$, β et T_r .

Question 3 Déterminer l'expression de $C_1(p)$ en fonction de $H(p)$, A , β et T_r , pour que le système ait un comportement équivalent au système sans retard suivant.



Grâce au correcteur $C(p)$ choisi précédemment, le retard n'a plus d'influence sur la commande du système.

On choisit comme fonction de transfert de la seconde partie du correcteur $C(p) = K_i \frac{1 + T_i p}{T_i p}$.

Question 4 Justifier le choix de $C(p)$ en vous appuyant sur les exigences du cahier des charges.

Question 5 Déterminer l'expression de la fonction de transfert en boucle fermée $F(p) = \frac{S(p)}{U_c(p)}$ du système en fonction de K_i et T_i .

Question 6 Calculer la valeur de T_i pour que le système se comporte comme un premier ordre.

Question 7 Calculer la valeur de K_i pour que le temps de montée en température soit compatible avec les données du cahier des charges.

Éléments de corrigé :

1. .
2. $H_{BF \text{ corrigée}} = \frac{AHC}{1 + CC_1 + AHC\beta \exp^{-T_i p}}$.
3. $C_1 = AH\beta (1 - \exp^{-T_i p})$.
4. .
5. $F(p) = \frac{AH_0 K_i (1 + T_i p)}{(1 + \tau p) T_i p + A\beta H_0 K_i (1 + T_i p)}$.
6. $T_i = \tau$.
7. $K_i = \frac{\tau}{40A\beta H_0} = 25$.

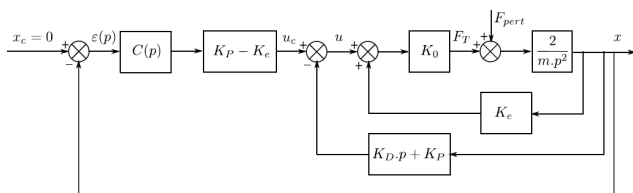
Corrigé voir 7.

Exercice 46 – Pompe turbo-moléculaire *

C2-04

Pas de corrigé pour cet exercice.

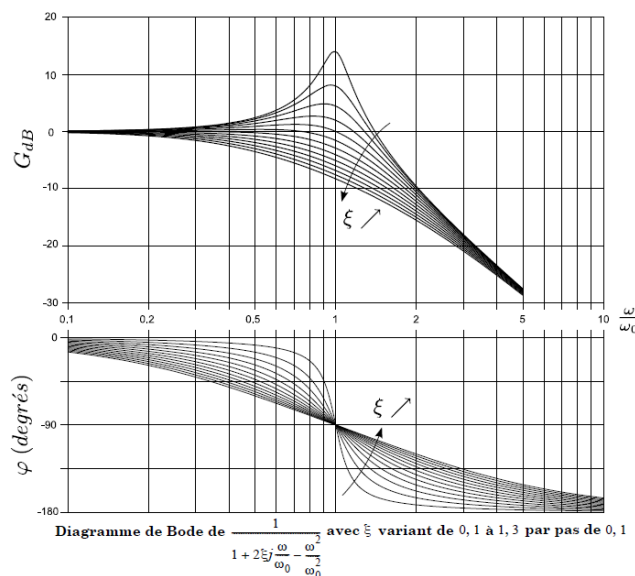
Afin de satisfaire les critères du cahier des charges, on envisage d'asservir le palier magnétique par un premier bouclage de stabilisation (retour $K_D p + K_P$). Un second retour unitaire associé à un correcteur $C(p)$ assure la régulation en position du palier. On utilisera par la suite les paramètres suivants : $K_e = 5000 \text{ V m}^{-1}$, $K_0 = 190 \text{ N m}^{-1}$ et $m = 10 \text{ kg}$. On considère dans un premier temps le système sans correction : $C(p) = 1$.



Effort maximal transmissible sur chaque palier		$F = 300 \text{ N}$
Déplacement maximal autorisé		Jeu dans les paliers magnétiques de 0,2 mm
Stabilité de l'asservissement	Marge de phase	60°
	Marge de gain	12 dB
Sensibilité aux perturbations	Amortissement	$\xi = 0,4$
	Bande passante à -3 dB	$\omega_{\max}/10$
	Déplacement en régime permanent vis-à-vis d'une perturbation constante	nul

Question 1 Déterminer la fonction de transfert de la boucle interne $H_{PMI}(p) = \frac{X(p)}{\varepsilon(p)}$, en fonction de K_e , K_0 , m , K_P et K_D . Préciser les conditions sur K_D et K_P pour que $H_{PMI}(p)$ soit stable en boucle ouverte.

Question 2 En considérant l'ensemble de l'asservissement, déterminer la fonction de transfert $H_{pert}(p) = \frac{X(p)}{F_{pert}(p)}$, puis calculer les valeurs de K_D et K_P permettant de respecter les spécifications du cahier des charges en terme de bande passante et d'amortissement.



Question 3 Tracer l'allure des diagrammes de Bode asymptotique et réel de la fonction de transfert de la boucle interne $H_{PMI}(p)$ et préciser la pulsation de coupure ainsi que les marges de gain et de phase. Valider les critères de stabilité du cahier des charges.

L'ouverture et la fermeture des arrivées de gaz sont assurées par des « vannes guillotines ». À la suite de la fermeture de la guillotine, le palier est soumis à un effort bref mais violent, qui peut être modélisé par une perturbation d'effort en échelon d'amplitude F_G .

Question 4 Conclure quant au critère de sensibilité vis-à-vis des perturbations.

Afin d'améliorer les performances du système, on utilise un correcteur de fonction de transfert : $C(p) = K_i \left(1 + \frac{1}{T_i p}\right)$.

Question 5 Quelle performance est directement améliorée par ce correcteur ? (justifier votre réponse sans calcul).

Question 6 Tracer l'allure du diagramme de Bode du correcteur en précisant les valeurs caractéristiques. Expliquer comment choisir K_i et T_i afin de conserver des marges de gain, de phase, et une pulsation de coupure

proches de celles obtenues sans correction ($C(p) = 1$). Proposer des valeurs numériques.

On admet que le correcteur influe peu sur le temps de réponse et les dépassements lorsque les marges de stabilité et la pulsation de coupure sont conservées. On garde par conséquent les valeurs de K_p et K_D obtenues précédemment.

Conclusion : nous avons donc désormais dimensionné les deux boucles d'asservissement successives permettant d'obtenir les performances attendues du palier magnétique.

Afin de préparer la prochaine partie, relative à l'étude dynamique du rotor, on recherche un modèle simple de l'effort du palier magnétique actif en fonction du déplacement x de l'arbre, dans une gamme de vitesses de rotation raisonnables variant de $10\,000 \text{ tr min}^{-1}$ à $30\,000 \text{ tr min}^{-1}$.

Question 7 Déterminer la fonction de transfert $K(p)$ telle que $F_T(p) = K(p)X(p)$. À partir de simplifications justifiées, montrer que dans la plage de fréquences considérée, l'effort $F_T(p)$ peut s'écrire sous la forme d'un modèle ressort amortisseur $F_T(t) = -kx(t) - c\dot{x}(t)$ où vous préciserez les valeurs numériques de k et c . Comment évolue le modèle lorsque ω augmente au delà de cette plage de fréquences ?

Éléments de corrigé :

1. $K_p > K_e$ et $K_D > 0$.
2. $K_p = 5900$ et $K_D = 5,5$.
3. $\omega_{c0} = 150 \text{ rad s}^{-1}$, $M_\varphi = 110^\circ$.
4. .
5. .
6. $K_i = 1$ et $T_i = 0,07 \text{ s}$.
7. .

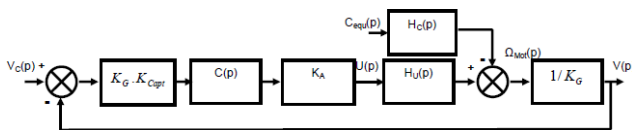
Corrigé voir 7.

Exercice 45 – Roburoc *

C2-04

Pas de corrigé pour cet exercice.

Soit le schéma-blocs suivant.



$$\text{On a } H_U(p) = \frac{K_U}{(T_1 p + 1)(T_2 p + 1)} \text{ et } H_C(p) =$$

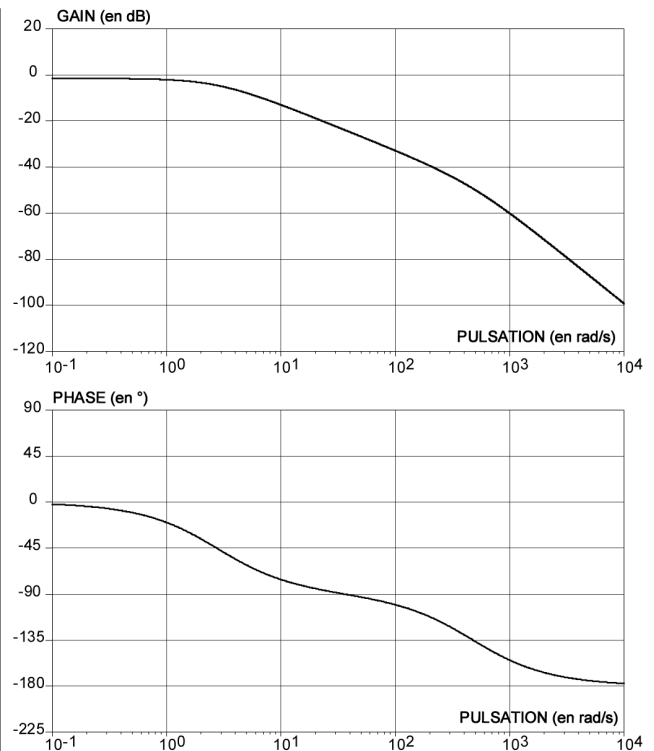
$$K_C \left(1 + \frac{L}{r} p \right) \frac{1}{(T_1 p + 1)(T_2 p + 1)}. \quad K_U = 8,3 \text{ rad s}^{-1} \text{ V}^{-1}, \quad K_C = 152,7 \text{ rad s}^{-1} \text{ N}^{-1} \text{ m}^{-1}, \quad T_1 = 2,1 \text{ ms} \text{ et } T_2 = 0,36 \text{ ms}.$$

Étude des performances sans correction : $C(p) = 1$

Nous distinguerons dans la suite :

- l'étude en poursuite : le couple de perturbation équivalent $C_{\text{equ}}(t)$ est nul. $V_c(t)$ varie ;
- l'étude en régulation : la vitesse de consigne de la plate-forme $V_c(t)$ est nulle. $C_{\text{equ}}(t)$ varie.

Les diagrammes de Bode de la Fonction de Transfert en Boucle Ouverte FTBO(p) non corrigée sont fournis pour $C(p) = 1$.



Question 1 Le système étudié est-il stable théoriquement ? Justifier vos réponses.

Question 2 Étudier l'aptitude du système sans correction à respecter les critères de précision. Vous déterminerez notamment les expressions littérales de l'erreur statique en poursuite pour une consigne de vitesse de la plate-forme $V_c(t)$ en échelon d'amplitude V_{CO} : $V_c(t) = V_{CO}u(t)$ (avec $u(t)$ l'échelon unitaire) et de l'influence en régulation d'une perturbation $C_{\text{equ}}(t)$ en échelon d'amplitude C_0 , sur la vitesse réelle $V(t)$ de la plate-forme en régime permanent.

Étude des performances avec un correcteur de fonction de transfert : $C(p) = \frac{K_I}{p}$

Question 3 Indiquer quelle est la nature de la correction effectuée par ce correcteur (ou désignation du correcteur) ? Indiquer pour quelle(s) raison(s) principale(s) ce correcteur a été choisi. Valider ce choix vis à vis du cahier des charges. Sans calcul, donner l'influence de ce correcteur sur les autres performances attendues.

Reprenons le diagramme de Bode précédent.

Question 4 Compléter le document-réponse en traçant les diagrammes de Bode du correcteur avec $K_I = 1 \text{ s}^{-1}$. Déterminer alors la valeur de K_I maximale notée $K_{I\text{max}}$ permettant de respecter les marges de stabilité énoncées dans le cahier des charges.

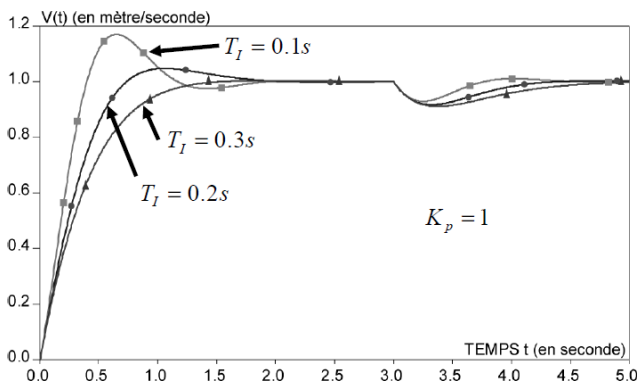
Afin d'évaluer analytiquement le temps de réponse à 5%, Il est proposé d'adopter une modélisation simplifiée du comportement du moteur en conservant uniquement le mode associé au pôle « dominant ». On donne $T_{5\% \text{ mini}} \cdot \omega_0 = 3$ avec ω_0 la pulsation propre non amortie d'un système fondamental du second ordre.

Question 5 En analysant les valeurs numériques des pôles de la fonction de transfert du moteur en poursuite $H_U(p)$, préciser quel est le pôle dominant et proposer alors un modèle simplifié de la fonction de transfert $H_U(p)$. Déterminer alors la valeur numérique de K_I notée $K_{I5\%}$ minimisant le temps de réponse à 5% pour une entrée échelon en poursuite. Calculer alors la valeur approchée du temps de réponse à 5% minimale $T_{5\%mini}$ et comparer la au cahier des charges.

Etude des performances avec un correcteur proportionnel intégral : $C(p) = K_p \left(1 + \frac{1}{T_i p} \right)$

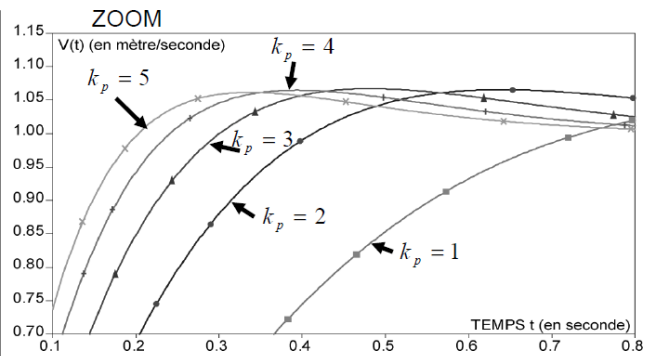
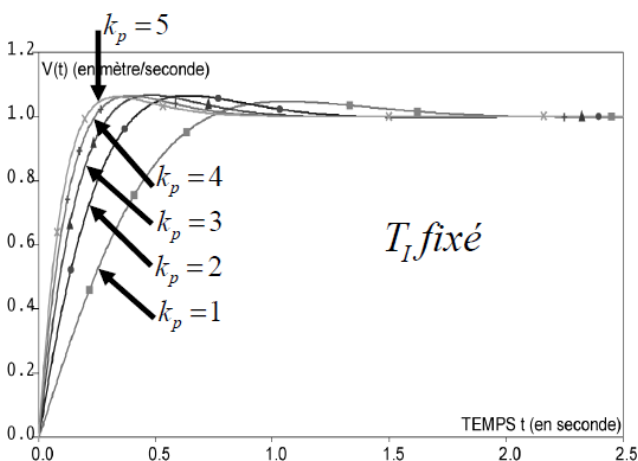
Le correcteur est remplacé par un correcteur proportionnel intégral. Des réponses temporelles du système corrigé sont tracées avec :

- une consigne de vitesse unitaire de la plate-forme $V_c(t) = u(t)$ (avec $u(t)$ l'échelon unitaire) ;
- une perturbation sous la forme d'un échelon unitaire retardé de 5 secondes $C_{equ}(t) = u(t-5)$;
- un gain du correcteur $K_p = 1$;
- différentes valeurs de T_i .



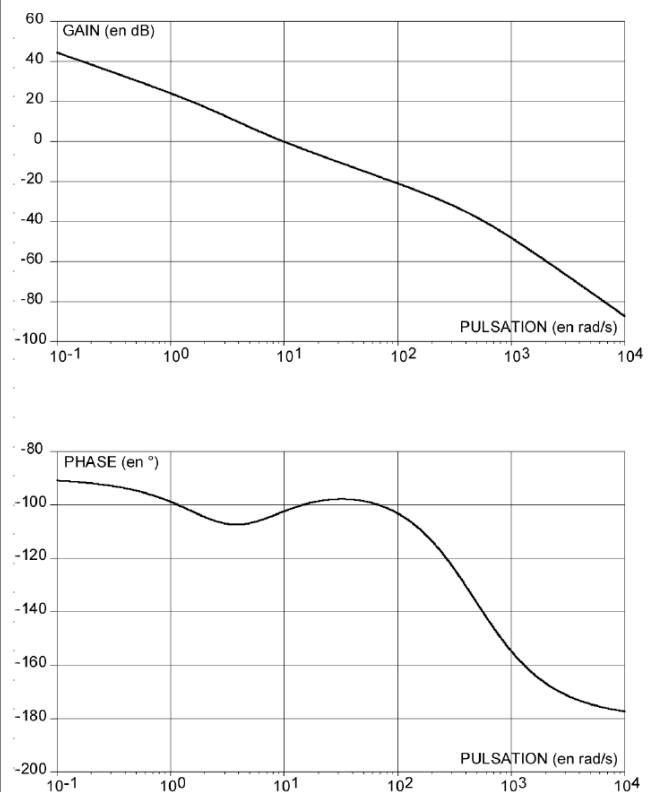
Question 6 Parmi les différentes valeurs de T_i , choisir celle qui assure le temps de réponse à 5% le plus faible. Vous ferez apparaître ce temps de réponse sur la figure.

La valeur de T_i déterminée à la question précédente est retenue pour le réglage du correcteur proportionnel intégral. Il s'agit alors de choisir le gain du correcteur K_p à partir des simulations proposées.



Question 7 Parmi les différentes valeurs de K_p , choisir la valeur qui assure un temps de réponse à 5% au plus près de la valeur fournie dans le cahier des charges.

Avec le couple de valeurs (T_i et K_p) obtenu, la réponse fréquentielle du système en boucle ouverte a été tracée.



Question 8 Conclure quant à la capacité de ce correcteur à respecter tous les critères du cahier des charges.

Éléments de corrigé :
1. .

Corrigé voir 8.

Exercice 44 – Hublex *

C2-04

Pas de corrigé pour cet exercice.

L'architecture retenue pour contrôler le couple moteur est un asservissement en intensité, image du couple moteur (voir équation précédente). Le schéma-blocs est représenté Figure 2. Un convertisseur IU fournit au calculateur une tension $u_{ic}(t)$ image de l'intensité de consigne $i_c(t)$, proportionnelle à cette dernière de coefficient K_{iu} .

De même, l'intensité réelle $i(t)$, mesurée par un capteur d'intensité de coefficient K_{capt} , a pour image $u_{\text{im}}(t)$. L'écart, noté $\varepsilon(t) = u_{\text{ic}}(t) - u_{\text{im}}(t)$, est traité par le correcteur de fonction de transfert $C(p)$, qui impose la tension $u(t)$ aux bornes du moteur.

On donne la fonction de transfert du moteur : $H_m(p) = K_m \frac{1 + \tau_m p}{1 + \frac{2z_m}{\omega_{0m}} p + \frac{1}{\omega_{0m}^2} p^2}$.

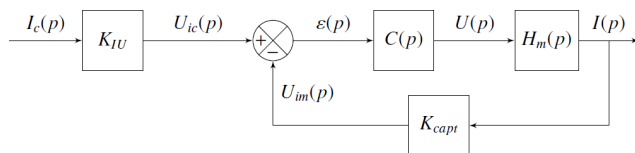


FIGURE 2 – Schéma-blocs

Question 1 Préciser, en justifiant, quelle valeur donner à K_{iu} , caractéristique du convertisseur IU.

On prend, dans un premier temps, un correcteur purement proportionnel : $C(p) = K_p$.

On en déduit la fonction de transfert $H_I(p) = \frac{I(p)}{I_c(p)}$:

$$H_I(p) = \frac{K'}{1 + K'} \frac{1 + \tau_m p}{1 + \frac{\frac{2z_m}{\omega_{0m}} + K' \tau_m}{1 + K'} p + \frac{1}{\omega_{0m}^2 (1 + K')} p^2},$$

avec $K' = K_{\text{iu}} K_p K_m$.

Question 2 Calculer l'expression littérale de l'erreur en régime permanent notée μ_s , pour une entrée indicielle (i.e. $I_c(p)$ est un échelon unitaire), en fonction de K_{iu} , K_p et K_m .

La Figure 3 présente les diagrammes de Bode en boucle ouverte de l'asservissement étudié, en prenant $K_p = 10$.

Question 3 Conclure, lorsque cela est possible, quant au respect des sous-exigences de l'exigence « 1.7.1.1 » avec ce type de correcteur.

Dans un deuxième temps, il est décidé d'utiliser un correcteur de type proportionnel intégral. Sa fonction de transfert est notée : $C(p) = K_p + \frac{K_i}{p}$.

Question 4 Préciser l'influence de ce correcteur sur les performances du système. Justifier le choix de ce type de correcteur dans le cas étudié.

On souhaite régler le correcteur afin de respecter les performances de précision et de stabilité.

Question 5 Tracer sur le DR4, les diagrammes de Bode asymptotique du correcteur, ainsi que l'allure des courbes réelles pour $K_p = 10$ et $K_i = 1000$. On précisera les valeurs numériques associées aux valeurs caractéristiques. On se propose de régler le correcteur grâce à la méthode suivante, en deux étapes :

1. réglage de K_p seul (c'est-à-dire en considérant $K_i = 0$ tout d'abord), de façon à respecter les exigences de stabilité et de bande passante;
2. réglage de K_i de façon à éloigner la pulsation de cassure du correcteur à une décade vers la gauche de la pulsation de coupure à 0 dB, de manière à ce que 0 dB ne soit quasiment pas modifiée.

Question 6 En suivant cette méthode, déterminer en justifiant la valeur numérique de K_p .

Question 7 Déterminer alors la valeur numérique de K_i .

Une fois le correcteur réglé, on obtient les diagrammes de Bode en boucle ouverte (Figure 4) et les réponses temporelles (Figure 5), pour un échelon d'intensité $i_c(t)$ de 2 A.

Question 8 Commenter le résultat obtenu vis-à-vis de l'exigence « 1.7.1.1.4 ». Expliquer pourquoi, à partir des exigences du D6, cet asservissement n'est pas directement implanté en l'état dans le système.

Le correcteur reste inchangé. Afin de palier au problème identifié précédemment, on apporte une dernière évolution au sein du calculateur. Cela permet de respecter les exigences de l'asservissement. Figure 6 présente les réponses temporelles du système pour un échelon d'intensité $i_c(t)$ de 2 A.

Question 9 Préciser quelle ultime modification a apporté le constructeur afin de respecter les exigences de l'asservissement.

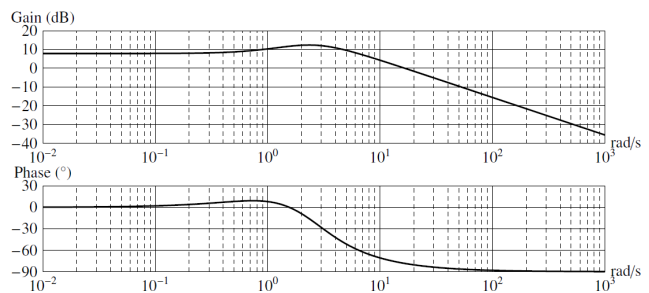


FIGURE 3 – Diagrammes de Bode en boucle ouverte pour $K_p = 10$

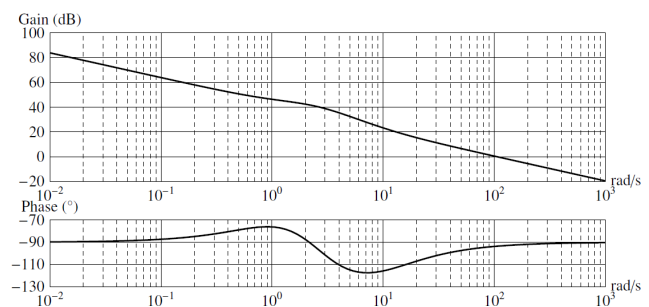


FIGURE 4 – Diagrammes de Bode en boucle ouverte avec réglage du correcteur PI effectué

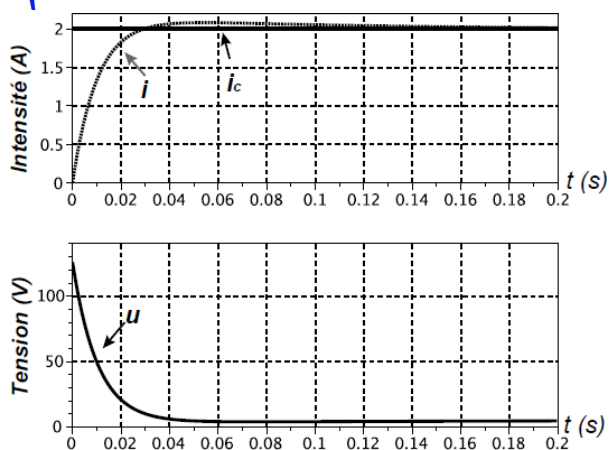


FIGURE 5 – Réponses temporelles avec réglage du correcteur PI effectué

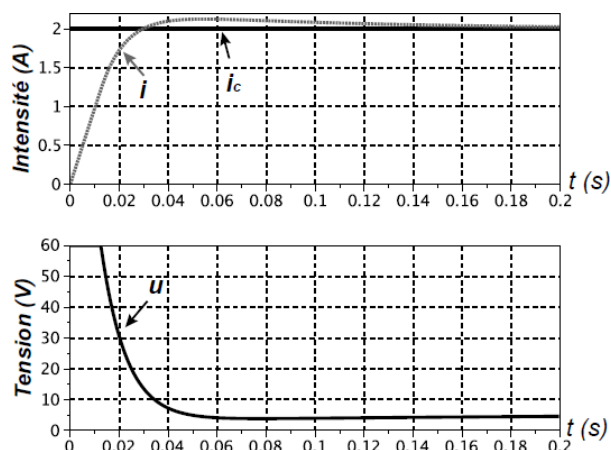


FIGURE 6 – Réponses temporelles du système finalement implanté

Éléments de corrigé :

1. .

Corrigé voir ??.

DDS

Exercice 62 – Machine de rééducation SysReeduc *

B2-07

Question 1 À partir des équations proposées, déterminer les fonctions de transfert K_1 , K_2 , $H_3(p)$, $H_4(p)$, K_5 , K_6 , K_7 , K_8 et K_9 .

On a :

- $u_m(t) = e(t) + Ri(t) \Rightarrow U_m(p) = E(p) + RI(p)$ et $C_{M1}(p) = k_t I(p)$ donc $K_2 = \frac{k_t}{R}$;
- $E(p) = k_e \Omega_m(p)$ et donc $K_7 = k_e$;
- $(M + m)r\rho_1 p \Omega_m(p) = \frac{C_{M1}(p)}{\rho_1 r} - F_p(p) \Leftrightarrow (M + m)r^2 \rho_1^2 p \Omega_m(p) = C_{M1}(p) - \rho_1 r F_p(p)$ et donc $K_9 = \rho_1 r$ et $H_3(p) = \frac{1}{(M + m)r^2 \rho_1^2 p}$;
- $H_4(p)$ permet d'obtenir une position à partir d'une vitesse. Il s'agit donc d'un intégrateur et $H_4(p) = \frac{1}{p}$;
- un codeur incrémental avec 1 émetteur-récepteur permet de détecter les fentes et les « non fentes » donc ici 1000 informations par tour. Avec un second émetteur, on double la résolution soit 2000 informations pour un tour soit $K_8 = \frac{2000}{2\pi}$;
- en utilisant le réducteur et le poulie courroie, on a directement $K_5 = \rho_1$ et $K_6 = r$ (à convertir en mètres) ;
- enfin, K_1 convertit des mètres en incréments. X_c est la consigne que doit respecter X . Pour avoir un asservissement précis, il faut donc $\varepsilon = 0$ et $X = X_c$ soit $\varepsilon = 0 = K_1 X_c - K_8 \theta_m = K_1 X_c - K_8 \frac{X}{K_5 K_6}$. Au final, $K_1 = \frac{K_8}{K_5 K_6}$.

Question 2 Montrer que le schéma-blocs peut être mis sous la forme suivante. On exprimera A , B et D en fonction des paramètres du système r , ρ_1 , k_t , k_e , R , M , m et K_8 .

D'une part,

$$\begin{aligned} X(p) &= \left((X_c(p) - X(p)) C(p) - F_p(p) D \right) \frac{A}{p(Bp + 1)} \\ X(p) &= \frac{A(X_c(p) - X(p)) C(p)}{p(Bp + 1)} - \frac{AF_p(p) D}{p(Bp + 1)} \\ \Leftrightarrow X(p) + \frac{AX(p)C(p)}{p(Bp + 1)} &= \frac{AX_c(p)C(p)}{p(Bp + 1)} - \frac{AF_p(p) D}{p(Bp + 1)} \Leftrightarrow X(p) \left(\frac{p(Bp + 1) + AC(p)}{p(Bp + 1)} \right) = \frac{AX_c(p)C(p)}{p(Bp + 1)} + \frac{AF_p(p) D}{p(Bp + 1)} \\ \Leftrightarrow X(p) &= \frac{AX_c(p)C(p)}{p(Bp + 1) + AC(p)} - \frac{AF_p(p) D}{p(Bp + 1) + AC(p)} \end{aligned}$$

D'autre part, $X(p) = \Omega_m(p) H_4(p) K_5 K_6$, $U_m(p) = (X_c(p) K_1 - \theta_m(p) K_8) C(p)$, $\theta_m(p) = \Omega_m(p) H_4(p)$.

$$\Omega_m(p) = \left((U_m(p) - \Omega_m(p) K_7) K_2 - F_p(p) K_9 \right) H_3(p)$$

$$\Leftrightarrow \Omega_m(p) (1 + K_7 K_2 H_3(p)) = U_m(p) H_3(p) K_2 - F_p(p) H_3(p) K_9$$

$$X(p) = \left(U_m(p) H_3(p) K_2 - F_p(p) H_3(p) K_9 \right) \frac{H_4(p) K_5 K_6}{1 + K_7 K_2 H_3(p)}$$

$$\Leftrightarrow X(p) = \left((X_c(p) K_1 - \theta_m(p) K_8) C(p) H_3(p) K_2 - F_p(p) H_3(p) K_9 \right) \frac{H_4(p) K_5 K_6}{1 + K_7 K_2 H_3(p)}$$

$$\Leftrightarrow X(p) = \left(\left(X_c(p) K_1 - X(p) \frac{K_8}{K_5 K_6} \right) C(p) H_3(p) K_2 - F_p(p) H_3(p) K_9 \right) \frac{H_4(p) K_5 K_6}{1 + K_7 K_2 H_3(p)}$$

$$\Leftrightarrow X(p) = \left((X_c(p) - X(p)) C(p) H_3(p) K_1 K_2 - F_p(p) H_3(p) K_9 \right) \frac{H_4(p) K_5 K_6}{1 + K_7 K_2 H_3(p)}$$

$$\Leftrightarrow X(p) \left(1 + C(p) H_3(p) K_1 K_2 \frac{H_4(p) K_5 K_6}{1 + K_7 K_2 H_3(p)} \right) = \left(X_c(p) C(p) H_3(p) K_1 K_2 - F_p(p) H_3(p) K_9 \right) \frac{H_4(p) K_5 K_6}{1 + K_7 K_2 H_3(p)}$$

$$\Leftrightarrow X(p) (1 + K_7 K_2 H_3(p) + C(p) H_3(p) K_1 K_2 H_4(p) K_5 K_6) = (X_c(p) C(p) H_3(p) K_1 K_2 - F_p(p) H_3(p) K_9) H_4(p) K_5 K_6$$

Par suite,

$$\Leftrightarrow X(p) \left(1 + K_7 K_2 \frac{1}{(M + m)r^2 \rho_1^2 p} + C(p) \frac{1}{(M + m)r^2 \rho_1^2 p} \frac{K_8}{K_5 K_6} K_2 \frac{1}{p} K_5 K_6 \right) = \left(X_c(p) C(p) \frac{1}{(M + m)r^2 \rho_1^2 p} \frac{K_8}{K_5 K_6} K_2 - F_p(p) \frac{1}{(M + m)r^2 \rho_1^2 p} \right)$$

$$\Leftrightarrow X(p) \left(1 + \frac{\frac{k_e k_t}{R}}{(M + m)r^2 \rho_1^2 p} + C(p) \frac{\frac{K_8 k_t}{R}}{(M + m)r^2 \rho_1^2 p^2} \right) = \left(X_c(p) C(p) \frac{K_8}{(M + m)r^2 \rho_1^2 p^2} \frac{k_t}{R} - F_p(p) \frac{K_9}{(M + m)r \rho_1 p^2} \right)$$

$$\Leftrightarrow X(p) = X_c(p)C(p) \frac{\frac{K_8}{(M+m)r^2\rho_1^2 p^2} \frac{k_t}{R}}{\left(1 + \frac{\frac{k_e k_t}{R}}{(M+m)r^2\rho_1^2 p} + C(p) \frac{K_8 \frac{k_t}{R}}{(M+m)r^2\rho_1^2 p^2}\right)} - F_p(p) \frac{\frac{K_9}{(M+m)r\rho_1 p^2}}{\left(1 + \frac{\frac{k_e k_t}{R}}{(M+m)r^2\rho_1^2 p} + C(p) \frac{K_8 \frac{k_t}{R}}{(M+m)r^2\rho_1^2 p^2}\right)}$$

$$\Leftrightarrow X(p) = X_c(p)C(p) \frac{\frac{K_8 k_t}{1 R}}{\left((M+m)r^2\rho_1^2 p^2 + \frac{(M+m)r^2\rho_1^2 p^2 \frac{k_e k_t}{R}}{(M+m)r^2\rho_1^2 p} + C(p) \frac{(M+m)r^2\rho_1^2 p^2 K_8 \frac{k_t}{R}}{(M+m)r^2\rho_1^2 p^2}\right)} - F_p(p) \frac{\frac{K_9}{(M+m)}}{\left(1 + \frac{\frac{k_e k_t}{R}}{(M+m)r^2\rho_1^2 p} + C(p) \frac{K_8 \frac{k_t}{R}}{(M+m)r^2\rho_1^2 p^2}\right)}$$

$$\Leftrightarrow X(p) = X_c(p)C(p) \frac{\frac{K_8 k_t}{R}}{(M+m)r^2\rho_1^2 p^2 + p \frac{k_e k_t}{R} + C(p) K_8 \frac{k_t}{R}} - F_p(p) \frac{\frac{K_9}{1}}{\left((M+m)r\rho_1 p^2 + \frac{(M+m)r\rho_1 p^2 \frac{k_e k_t}{R}}{(M+m)r^2\rho_1^2 p} + C(p) \frac{(M+m)r\rho_1 p^2 K_8 \frac{k_t}{R}}{(M+m)r^2\rho_1^2 p^2}\right)}$$

$$\Leftrightarrow X(p) = X_c(p)C(p) \frac{\frac{K_8 k_t}{R}}{(M+m)r^2\rho_1^2 p^2 + p \frac{k_e k_t}{R} + C(p) K_8 \frac{k_t}{R}} - F_p(p) \frac{\frac{K_9}{(M+m)r\rho_1 p^2 + \frac{p k_e k_t}{Rr\rho_1} + C(p) \frac{K_8 k_t}{Rr\rho_1}}}{\left((M+m)r\rho_1 p^2 + \frac{(M+m)r\rho_1 p^2 \frac{k_e k_t}{R}}{(M+m)r^2\rho_1^2 p} + C(p) \frac{(M+m)r\rho_1 p^2 K_8 \frac{k_t}{R}}{(M+m)r^2\rho_1^2 p^2}\right)}$$

$$\Leftrightarrow X(p) = X_c(p)C(p) \frac{\frac{K_8 k_t}{R}}{p \frac{k_e k_t}{R} \left(\frac{R}{k_e k_t} (M+m)r^2\rho_1^2 p + 1\right) + C(p) K_8 \frac{k_t}{R}} - F_p(p) \frac{\frac{K_9}{p \frac{k_e k_t}{Rr\rho_1} \left(\frac{(M+m)Rr^2\rho_1^2}{k_e k_t} p + 1\right) + C(p) \frac{K_8 k_t}{Rr\rho_1}}}{\left((M+m)r\rho_1 p^2 + \frac{(M+m)r\rho_1 p^2 \frac{k_e k_t}{R}}{(M+m)r^2\rho_1^2 p} + C(p) \frac{(M+m)r\rho_1 p^2 K_8 \frac{k_t}{R}}{(M+m)r^2\rho_1^2 p^2}\right)}$$

$$\Leftrightarrow X(p) = X_c(p)C(p) \frac{\frac{K_8 k_t}{R}}{p \frac{k_e k_t}{R} (Bp+1) + C(p) K_8 \frac{k_t}{R}} - F_p(p) \frac{\frac{K_9}{p \frac{k_e k_t}{Rr\rho_1} (Bp+1) + C(p) \frac{K_8 k_t}{Rr\rho_1}}}{\left((M+m)r\rho_1 p^2 + \frac{(M+m)r\rho_1 p^2 \frac{k_e k_t}{R}}{(M+m)r^2\rho_1^2 p} + C(p) \frac{(M+m)r\rho_1 p^2 K_8 \frac{k_t}{R}}{(M+m)r^2\rho_1^2 p^2}\right)}$$

$$\Leftrightarrow X(p) = X_c(p)C(p) \frac{\frac{K_8 k_t}{R}}{p \frac{k_e k_t}{R} (Bp+1) + C(p) K_8 \frac{k_t}{R}} - F_p(p) \frac{\frac{K_9}{p \frac{k_e k_t}{Rr\rho_1} (Bp+1) + C(p) \frac{K_8 k_t}{Rr\rho_1}}}{\left((M+m)r\rho_1 p^2 + \frac{(M+m)r\rho_1 p^2 \frac{k_e k_t}{R}}{(M+m)r^2\rho_1^2 p} + C(p) \frac{(M+m)r\rho_1 p^2 K_8 \frac{k_t}{R}}{(M+m)r^2\rho_1^2 p^2}\right)}$$

$$\Leftrightarrow X(p) = X_c(p)C(p) \frac{\frac{R}{k_e k_t} \frac{K_8 k_t}{R}}{p (Bp+1) + C(p) K_8 \frac{k_t}{R} \frac{R}{k_e k_t}} - F_p(p) \frac{\frac{K_9 Rr\rho_1}{k_e k_t}}{p (Bp+1) + C(p) \frac{Rr\rho_1}{k_e k_t} \frac{K_8 k_t}{Rr\rho_1}}$$

$$\Leftrightarrow X(p) = X_c(p)C(p) \frac{\frac{K_8}{k_e}}{p (Bp+1) + C(p) \frac{K_8}{k_e}} - F_p(p) \frac{\frac{K_9 Rr\rho_1}{k_e k_t}}{p (Bp+1) + C(p) \frac{K_8}{k_e}}$$

$$\Leftrightarrow X(p) = X_c(p)C(p) \frac{\frac{K_8}{k_e}}{p (Bp+1) + C(p) \frac{K_8}{k_e}} - F_p(p) \frac{\frac{K_8}{k_e} \frac{k_e}{K_8} \frac{Rr\rho_1}{k_e k_t}}{p (Bp+1) + C(p) \frac{K_8}{k_e}}$$

On a donc $A = \frac{K_8}{k_e}$, $B = \frac{R(m+M)r^2\rho_1^2}{k_e k_t}$ et $D = \frac{K_9 Rr\rho_1}{K_8 k_t}$.

Exercice 61 – Robovolc *

B2-07 Pas de corrigé pour cet exercice.

Question 1 En considérant $P_F = 0$ (perturbation nulle) et $L = 0$ (inductance nulle), calculer la fonction de transfert $\frac{F_S^y}{F_c}$ et la mettre sous la forme canonique $\frac{K}{1 + Ap + Bp^2}$. Identifier les paramètres K , A et B .

Correction $\frac{F_S^y(p)}{F_c(p)} = \frac{C_f K_t K_r K_{ve} K_\beta}{R + C_f K_t K_r K_{ve} K_\beta} \times \frac{1}{1 + \frac{K_e K_t}{R + C_f K_t K_r K_{ve} K_\beta} p + \frac{R J_{eq}}{R + C_f K_t K_r K_{ve} K_\beta} p^2}$.

Par identification, on obtient : $K = \frac{C_f K_t K_r K_{ve} K_\beta}{R + C_f K_t K_r K_{ve} K_\beta}$; $A = \frac{K_e K_t}{R + C_f K_t K_r K_{ve} K_\beta}$; $B = \frac{R J_{eq}}{R + C_f K_t K_r K_{ve} K_\beta}$.

Exercice 60 – Prothèse active transtibiale*

B2-07

Présentation

Comportement dynamique de la prothèse

Question 1 À partir des équations caractérisant le système, déterminer les expressions littérales des fonctions de transfert $H_1(p)$, $H_2(p)$, $H_3(p)$ et $H_6(p)$.

Correction On a d'une part, $C_M(p) = H_1(p)(U_M(p) - \Omega_M(p))$.

D'autre part, en utilisant les deux équations du moteur électrique, on a $U_M(p) = RI(p) + E(p)$ et $E(p) = k_c \Omega_M(p)$ soit $U_M(p) = RI(p) + k_c \Omega_M(p)$. De plus $C_M(p) = k_c I(p)$; donc $U_M(p) = R \frac{C_M(p)}{k_c} + k_c \Omega_M(p)$. Par suite, $C_M(p) = \frac{k_c}{R} (U_M(p) - k_c \Omega_M(p))$.

En identifiant, on a donc $H_1(p) = \frac{k_c}{R}$ et $H_6(p) = k_c$.

D'après le schéma-blocs,

$\Delta\alpha(p) = (C(p) - C_M(p)H_2(p))H_3(p)H_4(p)$ soit

En utilisant l'équation différentielle caractéristique du comportement de la prothèse, on a : $J_M p^2 \Delta\alpha(p) + \mu_m p \Delta\alpha(p) = C_M(p)R_T - C(p)R_T^2 \Leftrightarrow \Delta\alpha(p)(J_M p^2 + \mu_m p) = C_M(p)R_T - C(p)R_T^2$

$$\Leftrightarrow \Delta\alpha(p) = \frac{R_T^2}{J_M p^2 + \mu_m p} \left(\frac{C_M(p)}{R_T} - C(p) \right).$$

$$\text{Or, } \Delta\alpha(p) = \frac{1}{p} \Delta\alpha'(p); \text{ donc } H_4(p) = \frac{1}{p}.$$

$$\text{Au final, } H_3(p) = \frac{R_T^2}{J_M p + \mu_m} \text{ et } H_2(p) = R_T.$$

Question 2 Déterminer la fonction de transfert en boucle fermée $FTBF(p) = \frac{C(p)}{U_M(p)}$.

Correction On déplace le dernier point de prélèvement avant H_4 . On ajoute donc $H_4(p)H_7(p)$ dans le retour.

$$\text{On a alors } F(p) = \frac{\Delta\alpha'(p)}{-} = \frac{H_3(p)}{1 + H_3(p)H_4(p)H_7(p)}. \text{ FTBF}(p) = \frac{H_1(p)H_2(p)F(p)}{1 + H_1(p)H_2(p)H_5(p)H_6(p)F(p)} H_4(p)H_7(p).$$

$$\text{Soit } FTBF(p) = \frac{H_1(p)H_2(p) \frac{H_3(p)}{1 + H_3(p)H_4(p)H_7(p)}}{1 + H_1(p)H_2(p)H_5(p)H_6(p) \frac{H_3(p)}{1 + H_3(p)H_4(p)H_7(p)}} H_4(p)H_7(p)$$

$$= \frac{H_1(p)H_2(p)H_3(p)}{1 + H_3(p)H_4(p)H_7(p) + H_1(p)H_2(p)H_5(p)H_6(p)H_3(p)} H_4(p)H_7(p)$$

$$= \frac{\frac{k_c}{R} R_T \frac{R_T^2}{J_M p + \mu_m}}{1 + \frac{R_T^2}{J_M p + \mu_m} \frac{k_{RS} d_0^2}{p} + \frac{k_c}{R} R_T \frac{1}{R_T} k_c \frac{R_T^2}{J_M p + \mu_m}} \frac{k_{RS} d_0^2}{p}$$

$$= \frac{\frac{k_c}{1} R_T^3}{J_M R p^2 + \mu_m R p + R_T R^2 k_{RS} d_0^2 + p k_c k_c R_T^2} k_{RS} d_0^2$$

$$= \frac{k_c R_T^3}{J_M R p^2 + p(\mu_m R + k_c k_c R_T^2) + R_T R^2 k_{RS} d_0^2} k_{RS} d_0^2.$$

Analyse des performances de l'asservissement en couple

Question 3 À l'aide des courbes, valider l'ensemble des critères du cahier des charges en justifiant clairement vos réponses.

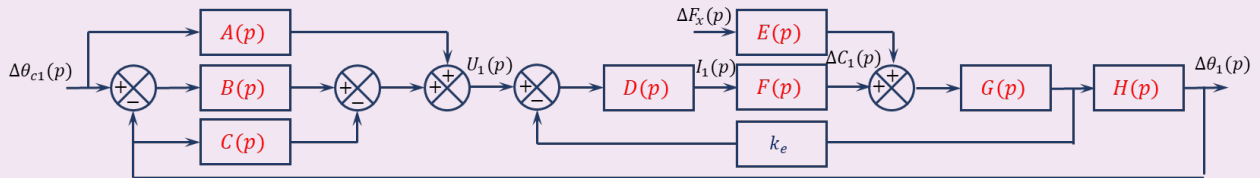
- Correction**
- Le régime permanent semble atteint autour de 0,03 s ; donc les critères de rapidité est respecté.
 - En régime permanent, le couple atteint est de 46 Nm pour une consigne de 50 Nm. Un écart de 10 % correspondrait à un couple atteint de 45 Nm. Le critère de précision est respecté.

Exercice 59 – Conception de la commande d'un robot chirurgical*

B2-07

Question 1 Compléter le schéma-blocs.

Correction



En utilisant l'équation électrique du MCC, on a $U_1(p) = (Lp + R)I_1(p) + E_1(p)$. En utilisant le schéma-blocs : $I_1(p) = (U_1(p) - E(p))D(p)$. On a donc $I_1(p) = \frac{U_1(p) - E(p)}{R + Lp}$ et $D(p) = \frac{1}{R + Lp}$.

En utilisant la première relation de comportement du MCC, on a $E_1(p)$ en sortie du bloc k_e et $p\Delta_1(p)$ en entrée ; donc $H(p) = \frac{1}{p}$.

En utilisant la seconde relation, on a $F(p) = k_t$.

En utilisant l'équation de mouvement de l'axe 1, on a : $\Delta C_1(p) = Jp^2\Delta\theta_1(p) - k_1\frac{r'_9}{r_0}h_2\Delta F_x(p)$.

D'après le schéma-blocs, on a $\Delta\theta_1(p) = (\Delta C_1(p) + \Delta F_x(p)E(p))G(p)H(p)$.

En réageançant l'équation, on a $Jp^2\Delta\theta_1(p) = \Delta C_1(p) + k_1\frac{r'_9}{r_0}h_2\Delta F_x(p) \Leftrightarrow \Delta\theta_1(p) = \left(\Delta C_1(p) + k_1\frac{r'_9}{r_0}h_2\Delta F_x(p) \right) \frac{1}{Jp^2}$.

On a donc $E(p) = k_1\frac{r'_9}{r_0}h_2$.

De plus $G(p)H(p) = \frac{1}{Jp^2}$ et $H(p) = \frac{1}{p}$; donc $G(p) = \frac{1}{Jp}$.

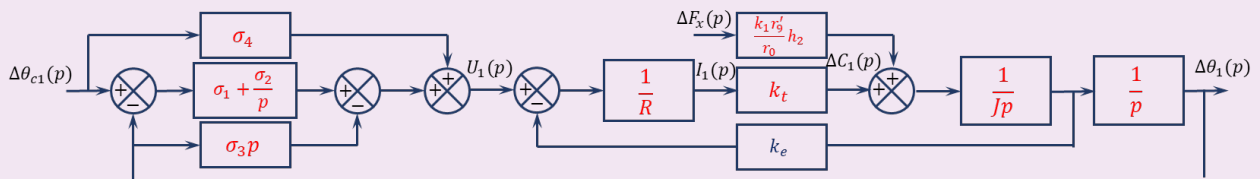
En utilisant l'équation électrique du MCC, on a $U_1(p) = (Lp + R)I_1(p) + E_1(p)$. En utilisant le schéma-blocs : $I_1(p) = (U_1(p) - E(p))D(p)$. On a donc $I_1(p) = \frac{U_1(p) - E(p)}{R + Lp}$ et $D(p) = \frac{1}{R + Lp}$.

En utilisant l'équation du PID, on a $U_1(p) = (\Delta\theta_{c1}(p) - \Delta\theta_1(p))\left(\sigma_1 + \frac{\sigma_2}{p}\right) - \sigma_3p\Delta\theta_1(p) + \sigma_4\Delta\theta_{c1}(p)$ soit $U_1(p) = \left(\Delta\theta_{c1}(p)\left(\sigma_1 + \frac{\sigma_2}{p}\right) - \Delta\theta_1(p)\left(\sigma_1 + \frac{\sigma_2}{p}\right)\right) - \sigma_3p\Delta\theta_1(p) + \sigma_4\Delta\theta_{c1}(p)$.

En utilisant le schéma-blocs, on a $U_1(p) = \Delta_{c1}(p)A(p) + (\Delta_{c1}(p) - \Delta\theta_1(p))B(p) - \Delta\theta_1(p)C(p) = \Delta_{c1}(p)(A(p) + B(p)) - \Delta\theta_1(p)(B(p) + C(p))$.

Par suite, $U_1(p) = \Delta\theta_{c1}(p)\left(\sigma_1 + \frac{\sigma_2}{p} + \sigma_4\right) - \Delta\theta_1(p)\left(\sigma_1 + \frac{\sigma_2}{p} + \sigma_3p\right)$.

On aura donc $B(p) = \sigma_1 + \frac{\sigma_2}{p}$, $C(p) = \sigma_3p$ et $A(p) = \sigma_4$.



Question 2 À partir de ce schéma-blocs, en notant $H_{processus}(p) = \frac{\Delta\theta_1(p)}{U_1(p)} = \frac{K}{p(1 + \tau p)}$, exprimer K et τ en fonction des données de l'énoncé.

Correction On a $H_{\text{processus}}(p) = \frac{D(p)F(p)G(p)}{1 + D(p)F(p)G(p)k_e} H(p)$ soit $H_{\text{processus}}(p) = \frac{\frac{1}{R+Lp} k_t \frac{1}{Jp}}{1 + \frac{1}{R+Lp} k_t \frac{1}{Jp} k_e} \frac{1}{p}$. Avec $L = 0$,

$$H_{\text{processus}}(p) = \frac{k_t}{RJp + k_t k_e} \frac{1}{p} = \frac{\frac{1}{k_e}}{\frac{RJ}{k_t k_e} p + 1} \frac{1}{p} \text{ soit } K = \frac{1}{k_e} \text{ et } \tau = \frac{RJ}{k_t k_e}.$$

Question 3 Exprimer la fonction de transfert en boucle fermée, sous sa forme canonique, notée $B_F(p) = \frac{\Delta\theta_1(p)}{\Delta\theta_{c1}(p)}$ en fonction de $K, \tau, \sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$ et σ_4 .

Correction On a vu que $U_1(p) = \Delta\theta_{c1}(p) \left(\sigma_1 + \frac{\sigma_2}{p} + \sigma_4 \right) - \Delta\theta_1(p) \left(\sigma_1 + \frac{\sigma_2}{p} + \sigma_3 p \right)$ et que $\frac{\Delta\theta_1(p)}{U_1(p)} = \frac{K}{p(1+\tau p)}$.

On a donc $\Delta\theta_1(p) \frac{p(1+\tau p)}{K} = \Delta\theta_{c1}(p) \left(\sigma_1 + \frac{\sigma_2}{p} + \sigma_4 \right) - \Delta\theta_1(p) \left(\sigma_1 + \frac{\sigma_2}{p} + \sigma_3 p \right)$

$$\Leftrightarrow \Delta\theta_1(p) \left(\frac{p(1+\tau p)}{K} + \sigma_1 + \frac{\sigma_2}{p} + \sigma_3 p \right) = \Delta\theta_{c1}(p) \left(\sigma_1 + \frac{\sigma_2}{p} + \sigma_4 \right) \text{ et}$$

$$B_F(p) = \frac{\sigma_1 + \frac{\sigma_2}{p} + \sigma_4}{\frac{p(1+\tau p)}{K} + \sigma_1 + \frac{\sigma_2}{p} + \sigma_3 p} = \frac{\sigma_1 p + \sigma_2 + \sigma_4 p}{\frac{p^2(1+\tau p)}{K} + \sigma_1 p + \sigma_2 + \sigma_3 p^2} = K \frac{\sigma_1 p + \sigma_2 + \sigma_4 p}{p^2(1+\tau p) + \sigma_1 K p + \sigma_2 K + \sigma_3 K p^2}$$

$$= K \frac{(\sigma_1 + \sigma_4) p + \sigma_2}{\tau p^3 + p^2(1 + \sigma_3) + \sigma_1 K p + \sigma_2 K}.$$

Exercice 58 – Tuyère à ouverture variable*

B2-07 Pas de corrigé pour cet exercice.

Présentation du système

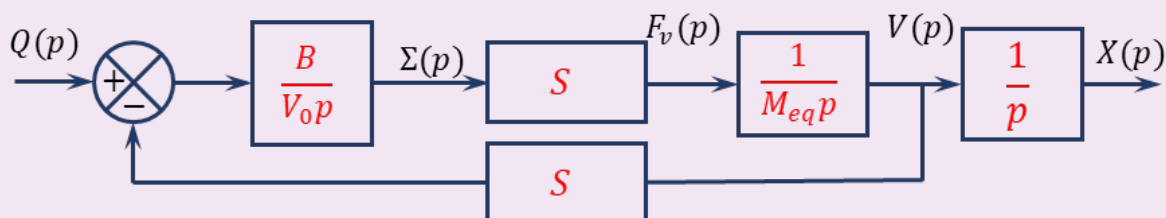
Objectif On souhaite vérifier que le système permet de respecter le cahier des charges suivant :

- temps de réponse à 5% : 4 s au maximum ;
- précision : l'erreur statique doit être nulle ;
- précision : l'erreur de traînage doit être inférieure à 1 mm pour une consigne de 25 mm s^{-1} .

Modélisation du comportement du vérin – hypothèse fluide compressible

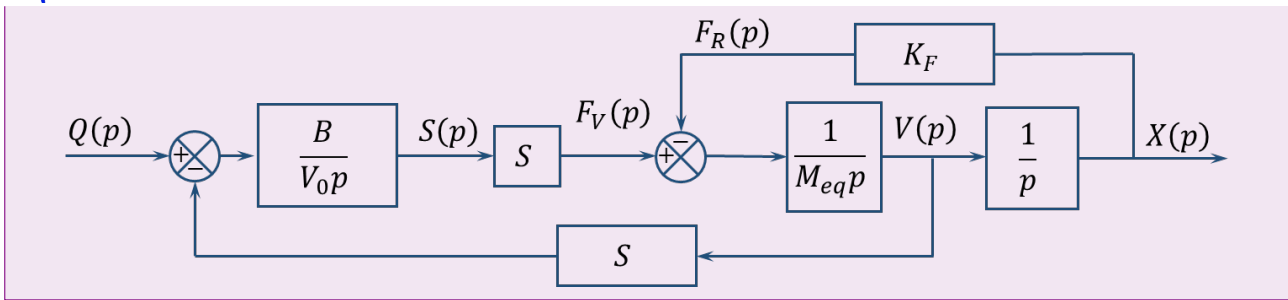
Question 1 À partir des équations, compléter le schéma-blocs en indiquant les fonctions de transferts de chaque bloc.

Correction



Question 2 Modifier le schéma-blocs précédent pour intégrer l'effort résistant.

Correction



Question 3 Donner l'expression de la fonction de transfert du vérin $H_V(p) = \frac{X(p)}{Q(p)}$. On donnera le résultat sous la forme $H_V(p) = \frac{K_V}{p(1 + a_2 p^2)}$ en précisant les expressions de K_V et a_2 .

Correction

$$H_{Bl}(p) = \frac{\frac{1}{M_{eq} p^2}}{1 + \frac{K_F}{M_{eq} p^2}} = \frac{1}{K_F + M_{eq} p^2}$$

$$H_V(p) = \frac{\frac{B}{V_0 p} S \frac{1}{K_F + M_{eq} p^2}}{1 + \frac{B}{V_0 p} S^2 \frac{1}{K_F + M_{eq} p^2} p}$$

$$H_V(p) = \frac{\frac{B}{V_0 p} S \frac{1}{K_F + M_{eq} p^2}}{1 + \frac{B}{V_0} S^2 \frac{1}{K_F + M_{eq} p^2}}$$

$$H_V(p) = \frac{\frac{BS}{V_0 p}}{K_F + M_{eq} p^2 + \frac{BS^2}{V_0}}$$

$$H_V(p) = \frac{\frac{BS}{V_0}}{K_F + \frac{BS^2}{V_0}}$$

$$H_V(p) = \frac{\frac{BS}{V_0}}{p \left(1 + \frac{M_{eq}}{K_F + \frac{BS^2}{V_0}} p^2 \right)}$$

$$K_V = \frac{\frac{BS}{V_0}}{K_F + \frac{BS^2}{V_0}}$$

$$a_2 = \frac{M_{eq}}{K_F + \frac{BS^2}{V_0}}$$

Validation du comportement du vérin

Question 4 Donner l'expression de la forme canonique de la fonction de transfert en boucle fermée $H_{BF}(p) = \frac{X(p)}{X_{ref}(p)}$. On donnera le résultat en fonction de K_C , K_U , K_D , K_p , K_V et a_2 .

Correction

$$H_{BF}(p) = \frac{X(p)}{X_{ref}(p)} = \frac{K_c K_p K_u K_D \frac{K_V}{p(1+a_2 p^2)}}{1 + K_c K_p K_u K_D \frac{K_V}{p(1+a_2 p^2)}}$$

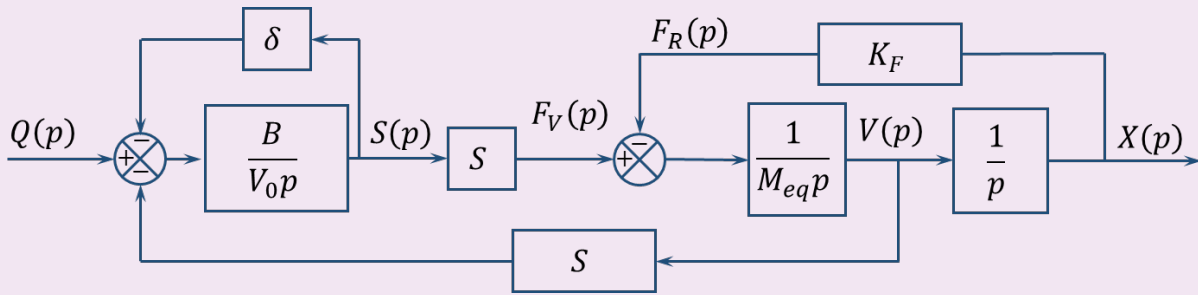
$$H_{BF}(p) = \frac{1}{1 + \frac{p(1+a_2 p^2)}{K_c K_p K_u K_D K_V}}$$

$$H_{BF}(p) = \frac{1}{1 + \frac{p}{K_c K_p K_u K_D K_V} + \frac{a_2}{K_c K_p K_u K_D K_V} p^3}$$

Prise en compte du débit de fuite

Question 5 Modifier le schéma-blocs précédent pour intégrer le débit de fuite.

Correction



Question 6 Donner l'expression de la fonction de transfert du vérin $H_V(p) = \frac{X(p)}{Q(p)}$. On donnera le résultat sous la forme $H_V(p) = \frac{K_V}{p(1 + a_1 p + a_2 p^2 + a_3 p^3)}$ en précisant les expressions de K_V , a_1 , a_2 et a_3 .

Correction

$$H_{B1}(p) = \frac{\frac{B}{V_0 p}}{1 + \frac{\delta B}{V_0 p}} = \frac{\frac{1}{\delta}}{1 + \frac{V_0}{\delta B} p}$$

$$H_v(p) = \frac{\frac{B}{\delta B + V_0 p} S \frac{1}{K_F + M_{eq} p^2}}{1 + \frac{B}{\delta B + V_0 p} S^2 \frac{1}{K_F + M_{eq} p^2} p}$$

$$H_v(p) = \frac{BS}{(\delta B + V_0 p)(K_F + M_{eq} p^2) + BS^2 p}$$

$$H_v(p) = \frac{BS}{\delta B K_F + K_F V_0 p + \delta B M_{eq} p^2 + V_0 M_{eq} p^3 + BS^2 p}$$

$$H_v(p) = \frac{\frac{S}{\delta K_F}}{1 + \frac{K_F V_0 + BS^2}{\delta B K_F} p + \frac{M_{eq}}{K_F} p^2 + \frac{V_0 M_{eq}}{\delta B K_F} p^3}$$

$$K_v = \frac{S}{\delta K_F}$$

$$a_1 = \frac{K_F V_0 + BS^2}{\delta B K_F}$$

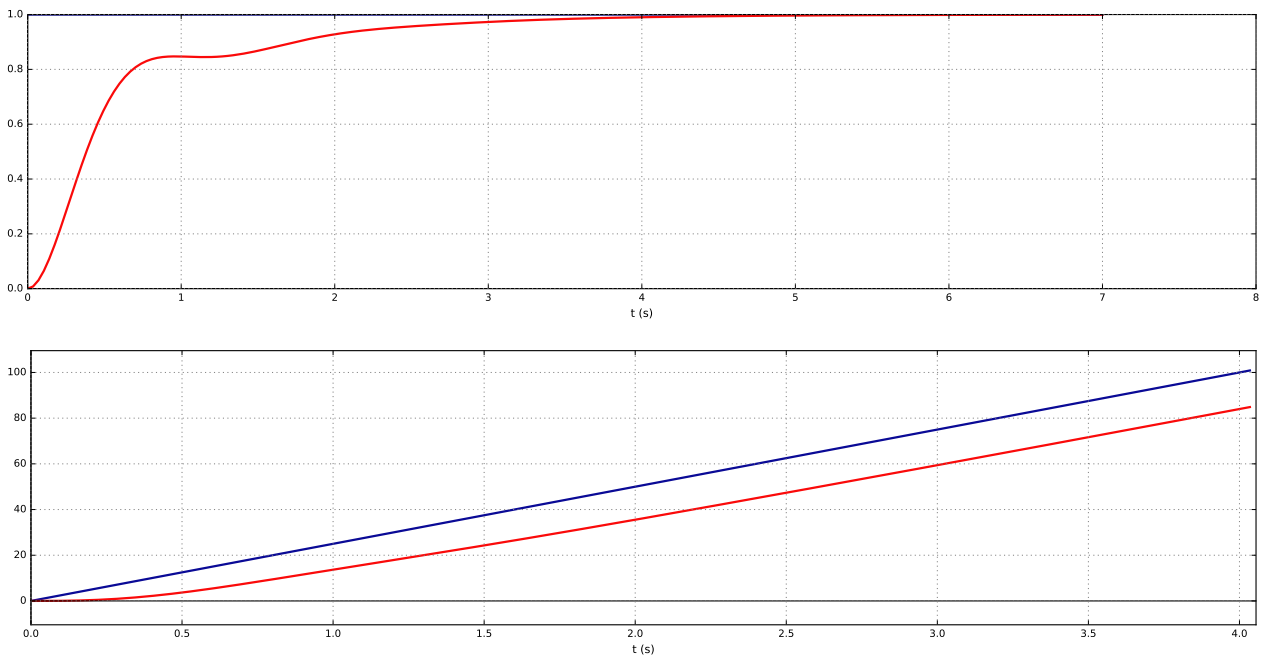
$$a_2 = \frac{M_{eq}}{K_F}$$

$$a_3 = \frac{V_0 M_{eq}}{\delta B K_F}$$

Retour sur le cahier des charges

On donne la réponse à un échelon et à une rampe de pente 25 mm s^{-1} .

Question 7 Le cahier des charges est-il vérifié?

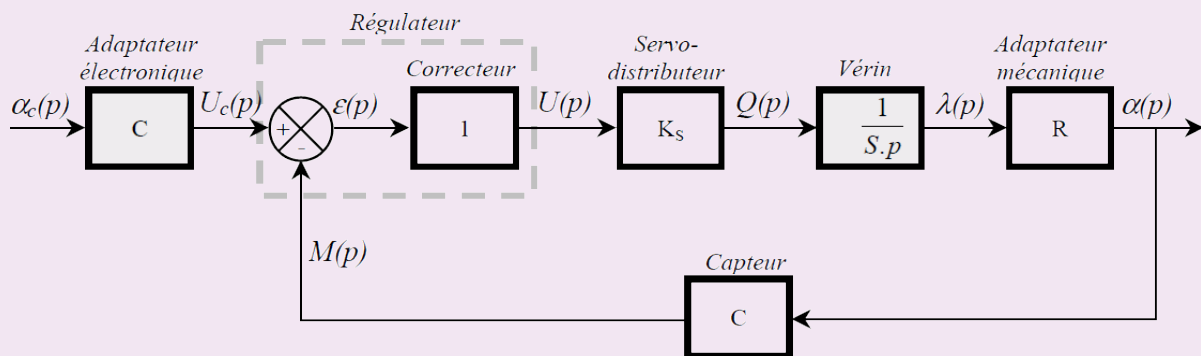


Exercice 57 – Véhicule à trois roues Clever*

B2-07 Pas de corrigé pour cet exercice.

Question 1 Donner l'expression de la fonction de transfert du vérin $H_{V1}(p)$ (telle que $\lambda(p) = H_{V1}(p)Q(p)$) et compléter le schéma-bloc associé à la modélisation actuelle du système.

Correction



Question 2 Déterminer la fonction de transfert en boucle fermée $FTBF_1$ (telle que $\alpha(p) = FTBF_1(p)\alpha_c(p)$) du système bouclé. Mettre $FTBF_1(p)$ sous la forme $\frac{K_1}{1 + \tau_1 p}$ en précisant les expressions de K_1 et de τ_1 .

Correction

$$FTBF_1(p) = \frac{C \frac{K_s \cdot R}{S \cdot p}}{1 + C \frac{K_s \cdot R}{S \cdot p}} = \frac{C \cdot K_s \cdot R}{S \cdot p + C \cdot K_s \cdot R} = \frac{1}{1 + \frac{S}{C \cdot K_s \cdot R} \cdot p}$$

Question 3 À partir du critère de temps de réponse à 5% ($t_{r5\%}$) du système, déterminer l'expression puis la valeur numérique minimale du gain du servo-distributeur.

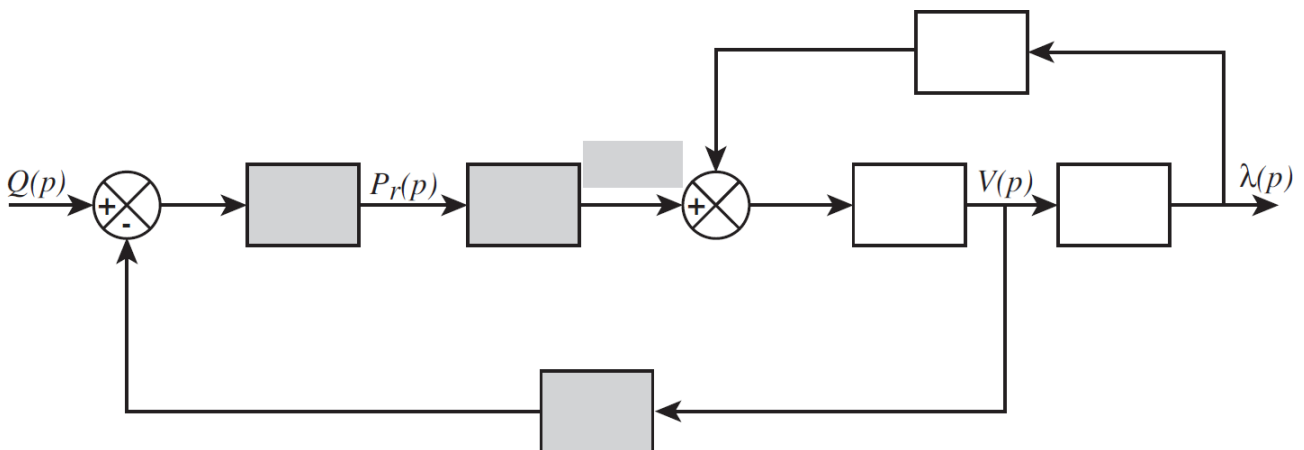
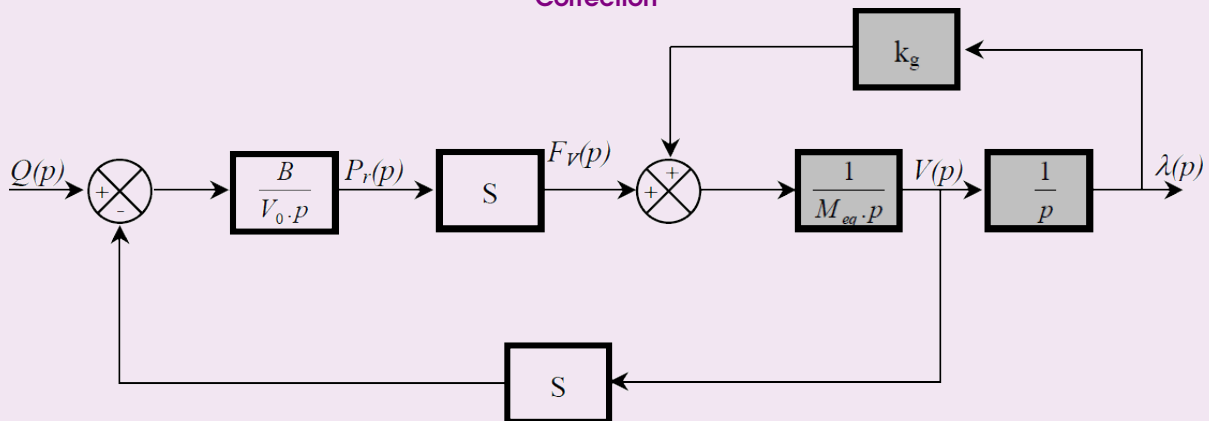
Correction

$$t_{R5\%} = \frac{3 \cdot S}{C \cdot K_s \cdot R} \text{ soit pour avoir } t_{R5\%} \leq 0,1 \text{ s} = t_0 \text{ il faut que :}$$

$$K_s > \frac{3 \cdot S}{C \cdot R \cdot t_0} = \frac{3 \times \pi \times 16^2 \times 10^{-6}}{1 \times \frac{\pi}{180} \times 400 \times 0,1} = 3 \times 18 \times 4 \times 16 \times 10^{-6} = 3,456 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3 \text{s}^{-1} \text{V}^{-1}$$

Question 4 Appliquer la transformation de Laplace aux équations précédentes et compléter le schéma-blocs.

Correction



Question 5 Donner l'expression de la fonction de transfert en boucle fermée du vérin H_{V2} (telle que $\lambda(p) =$

$H_{V2}Q(p)$ et préciser les expressions des coefficients K_V et ω_V de sa forme canonique : $H_{V2}(p) = \frac{K_V}{p \left(1 + \frac{p^2}{\omega_V^2} \right)}$.

Correction

$$H_{V2}(p) = \frac{\frac{BS}{V_0 \cdot p} \cdot \frac{1}{1 - k_g \cdot \frac{1}{M_{eq} \cdot p^2}}}{1 + \frac{BS^2}{V_0} \cdot \frac{1}{M_{eq} \cdot p^2 - k_g}} = \frac{BS}{V_0 \cdot p \cdot (M_{eq} \cdot p^2 - k_g) + BS^2 \cdot p} = \frac{BS}{BS^2 - k_g \cdot V_0} \cdot \frac{1}{p \cdot \left(1 + \frac{V_0 \cdot M_{eq}}{BS^2 - V_0 \cdot k_g} \cdot p^2 \right)}$$

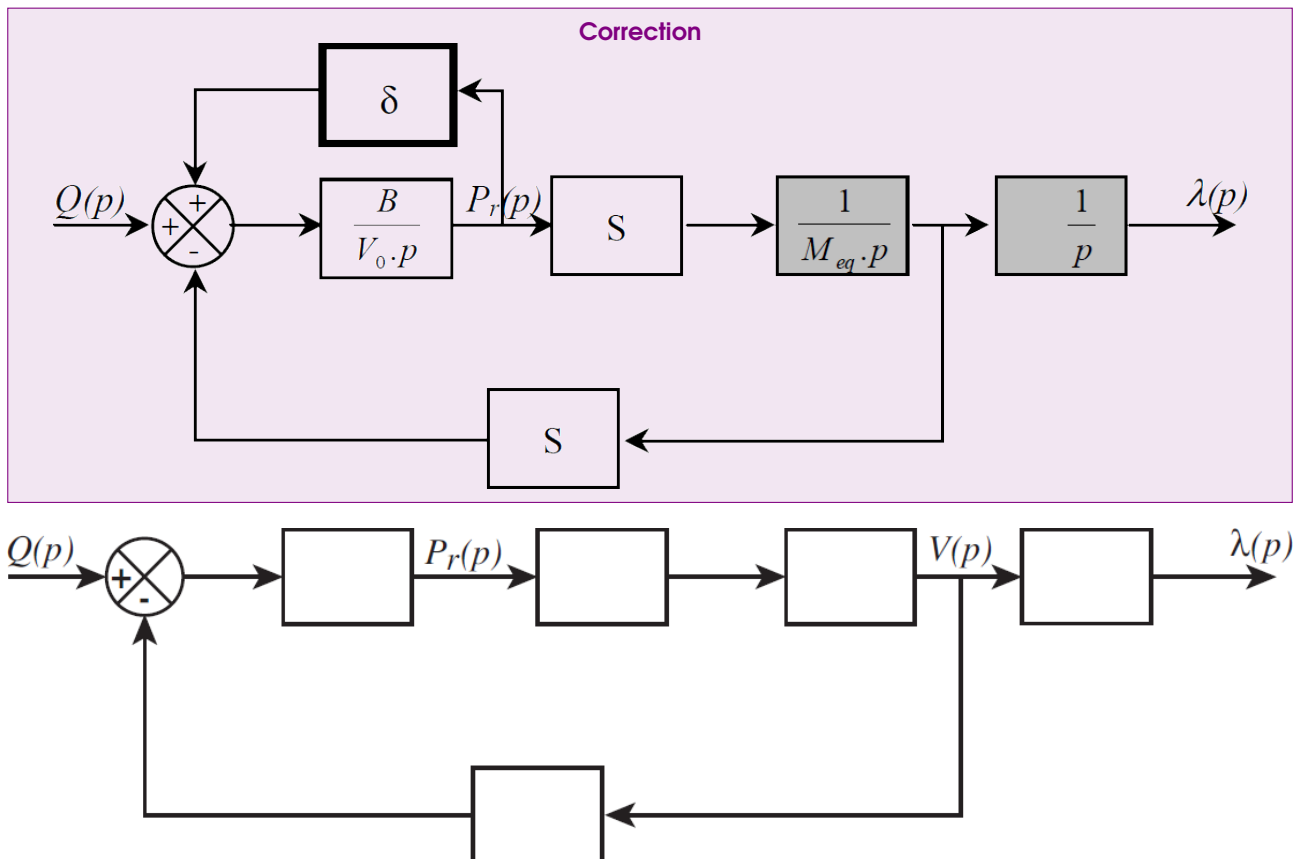
$$H_{V2}(p) = \frac{BS}{BS^2 - k_g \cdot V_0} \cdot \frac{1}{p \cdot \left(1 + \frac{V_0 \cdot M_{eq}}{BS^2 - V_0 \cdot k_g} \cdot p^2 \right)}$$

$$K_V = \frac{BS}{BS^2 - k_g \cdot V_0}$$

$$\omega_V = \left(\frac{BS^2 - V_0 \cdot k_g}{V_0 \cdot M_{eq}} \right)^{\frac{1}{2}}$$

Question 6 Proposer une modification du schéma-bloc donné afin de prendre en compte le débit de fuite.

Correction



Question 7 Déterminer l'expression de la fonction de transfert H_{V3} (telle que $\lambda(p) = H_{V3}Q(p)$) associée au comportement dynamique du vérin ainsi modélisé. On donnera le résultat sous la forme suivante : $H_{V3}(p) = \frac{K_V}{p \left(1 + a_1 p + \frac{p^2}{\omega_V^2} \right)}$.

Donner l'expression de a_1 en fonction de M_{eq} , δ et S et déterminer l'expression du coefficient d'amortissement ξ_V du second ordre en fonction de M_{eq} , δ , S , B et V_0 .

Correction

$$Q(p) = S\lambda.p + \frac{V_0}{B} p.P_r(p) - \delta.P_r(p)$$

$$H_{V_2}(p) = \frac{\frac{B}{V_0.p} \frac{S}{1 - \frac{B\delta}{V_0.p} M_{eq}.p}}{\frac{B}{1 + \frac{V_0.p}{B\delta} M_{eq}.p}} = \frac{BS}{(V_0.p - B\delta).M_{eq}.p^2 + BS^2.p} = \frac{\frac{1}{S}}{p \left(1 - \frac{\delta.M_{eq}}{S^2}.p + \frac{V_0.M_{eq}}{BS^2}.p^2 \right)}$$

$$\frac{2\xi_V}{\omega_V} = -\frac{\delta.M_{eq}}{S^2} \text{ et } \omega_V = \left(\frac{BS^2}{V_0.M_{eq}} \right)^{\frac{1}{2}} \text{ soit } \xi_V = -\frac{1}{2} \frac{\delta.M_{eq}}{S^2} \left(\frac{BS^2}{V_0.M_{eq}} \right)^{\frac{1}{2}} = -\frac{1}{2} \delta \left(\frac{BM_{eq}}{V_0.S^2} \right)^{\frac{1}{2}}$$

Question 8 Quels sont les critères du cahier des charges validés ?

Correction

- Ecart de traînage = 0 \Rightarrow validé
- Ecart dynamique (dépassement pour entrée en trapèze) = 0,8° \Rightarrow validé
- Temps de réponse lié à la bande passante et l'amortissement \Rightarrow validé (ne peut pas être lu sur une entrée en trapèze).

Exercice 56 – Banc Balafre*

C2-09 Pas de corrigé pour cet exercice.

Exercice 55 – Diagramme de Bode *

C2-02 Pas de corrigé pour cet exercice.

Question 1 Tracer le diagramme de Bode de la fonction de transfert suivante : $F_1(p) = \frac{200}{p(1+20p+100p^2)}$.

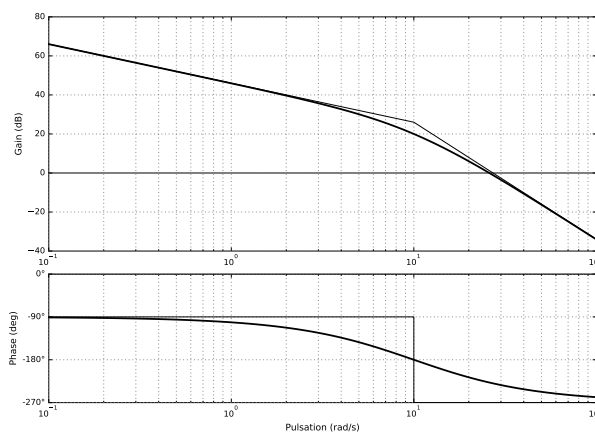
On a $\frac{1}{\omega_0^2} = 100$ et $\omega_0 = 0,1 \text{ rad s}^{-1}$.

On a $\frac{2\xi}{\omega_0} = 20$ soit $\xi = \frac{20 \times \omega_0}{2} = 1$.

(On a donc une racine double et on pourrait remarquer que : $F_1(p) = \frac{200}{p(1+10p)^2}$).

	$\omega \rightarrow 0$	$\omega = 0,1 \text{ rad/s}$	$\omega \rightarrow \infty$
$H_1(p) = \frac{200}{p}$	-20 dB/décade -90°		-20 dB/décade -90°
$H_2(p) = \frac{1}{(1+10p)}$	0 dB/décade 0°		-40 dB/décade -90°
$F_1(p)$	-20 dB/décade -90°		-60 dB/décade -270°

Lorsque $\omega \ll 0,1$, $F_1(p) \simeq \frac{200}{p}$ et $G_{dB}(0,1) = 20 \log 200 - 20 \log 0,1 = 66 \text{ dB}$.



Exercice 54 – ★

C2-03

Pas de corrigé pour cet exercice.

Question 1 En considérant le retard nul, déterminer l'écart statique.

Question 2 En considérant le retard nul, déterminer l'écart statique, déterminer l'expression de la boucle ouverte $H_{BO}(p)$.

Question 3 Déterminer l'expression de $G_r(p)$, transmittance en boucle fermée du système avec retard de 0,2 s. Le système est soumise à une rampe de $0,1 \text{ rad s}^{-1}$.

Question 4 Donner la valeur de l'erreur de traînage correspondant à cette entrée, en négligeant le retard.

Question 5 Donner la valeur de l'écart statique du système avec retard.

Question 6 Donner la valeur de l'erreur de traînage du système avec retard.

Exercice 53 – ★

C2-03

Pas de corrigé pour cet exercice.

Question 1 Déterminer les expressions littérales de l'erreur statique E_s (consigne : échelon d'amplitude V_0) et de l'erreur de traînage E_T (consigne : rampe de pente γ_0) de cet asservissement corrigé avec $C_1(p)$ en fonction de la consigne, du gain K_N et des paramètres du correcteur et C et T_m .

Question 2 En déduire la condition (notée C_e) sur le gain C du correcteur permettant de satisfaire l'exigence 1.2.3 du cahier des charges.

On choisit finalement un correcteur PID : $C_2(p) = C \left(1 + \frac{1}{T_i p} + T_d p \right)$ avec $T_i = 2T_e$ et $T_d = \frac{T_e}{2}$.

Question 3 Montrer qu'on peut mettre ce correcteur sous la forme $C_2(p) = \frac{K}{p} (1 + T p)^2$ et donner les expressions de K et de T en fonction de C et T_e .

Question 4 Donner l'expression de la fonction de transfert en boucle ouverte du système corrigé.

Question 5 Déterminer les expressions littérales de l'erreur statique E_s (consigne : échelon d'amplitude V_0) et de l'erreur de traînage E_T (consigne : rampe de pente γ_0) de cet asservissement corrigé.

Question 6 En déduire la condition sur la valeur du gain K du correcteur permettant de satisfaire l'exigence 1.2.3 du cahier des charges.

Exercice 52 – Hemostase – Stabilité★

C2-03

Question 1 Déterminer l'expression de la fonction de transfert en boucle ouverte $H_{bo}(p) = \left(\frac{Z(p)}{\varepsilon(p)} \right)_{C_r(p)=0}$ ainsi que la fonction de transfert $H_{cr}(p) = \left(\frac{Z(p)}{C_r(p)} \right)_{Z_c=0}$.

$$H_{bo}(p) = H_{cor}(p) \frac{K_1}{p(1+T_m p)} = \frac{K_1 K_p}{p(1+T_m p)}$$

$$H_{cr}(p) = -K_2 \frac{\frac{K_1}{p(1+T_m p)}}{1 + H_{cor}(p) \frac{K_1}{p(1+T_m p)}} = -K_2 \frac{K_1}{p(1+T_m p) + H_{cor}(p)K_1} = -\frac{K_1 K_2}{p(1+T_m p) + K_p K_1}$$

Question 2 Déterminer l'erreur statique pour une entrée de type échelon d'amplitude Z_{c0} dans l'hypothèse d'une perturbation nulle (C_{r0}). Déterminer ensuite l'erreur due à une perturbation constante C_{r0} , dans le cas d'une consigne de position nulle ($Z_c = 0$). En déduire la valeur de K_p pour satisfaire le critère de précision du cahier des charges.

Exprimons $\varepsilon(p)$ en fonction de $Z_c(p)$ et $C_r(p)$:

$$\begin{aligned} \varepsilon(p) &= Z_c(p) - Z(p) = Z_c(p) - (\varepsilon(p)H_{cor}(p) - K_2 C_r(p)) \frac{K_1}{p(1+T_m p)} \\ \Leftrightarrow \varepsilon(p) \left(1 + H_{cor}(p) \frac{K_1}{p(1+T_m p)} \right) &= Z_c(p) + K_2 C_r(p) \frac{K_1}{p(1+T_m p)} \\ \Leftrightarrow \varepsilon(p) &= Z_c(p) \frac{1}{1 + H_{cor}(p) \frac{K_1}{p(1+T_m p)}} + K_2 C_r(p) \frac{K_1}{p(1+T_m p)} \frac{1}{1 + H_{cor}(p) \frac{K_1}{p(1+T_m p)}} \\ \Leftrightarrow \varepsilon(p) &= Z_c(p) \frac{p(1+T_m p)}{p(1+T_m p) + H_{cor}(p)K_1} + K_2 C_r(p) \frac{K_1}{p(1+T_m p) + H_{cor}(p)K_1} \end{aligned}$$

En prenant une entrée échelon et une perturbation échelons, on a $Z_c(p) = \frac{Z_{c0}}{p}$ et $C_r(p) = \frac{C_{r0}}{p}$.

$$\text{On a donc } \lim_{t \rightarrow \infty} \varepsilon(t) = \lim_{p \rightarrow 0} p \varepsilon(p) = \lim_{p \rightarrow 0} Z_{c0} \frac{p(1+T_m p)}{p(1+T_m p) + H_{cor}(p)K_1} + K_2 C_{r0} \frac{K_1}{p(1+T_m p) + H_{cor}(p)K_1} = \frac{K_2 C_{r0}}{K_p}$$

$$\text{AN : } \varepsilon_s < 1 \text{ mm} \Leftrightarrow \frac{K_2 C_{r0}}{K_p} < 1 \text{ mm} \Leftrightarrow 2,78 \cdot 10^{-2} \times 2,7 \cdot 10^{-3} \times 10^3 < K_p \text{ soit } K_p > 0,08.$$

Question 3 Sur le document réponse compléter les diagrammes de Bode en gain et en phase de $H_{bo}(p)$ pour K_p déterminé précédemment. Indiquer si le critère de stabilité est satisfait en justifiant votre démarche par des tracés nécessaires.

En ajoutant le gain de 0,08, il faut translater la courbe de gain vers le bas de 22 dB.

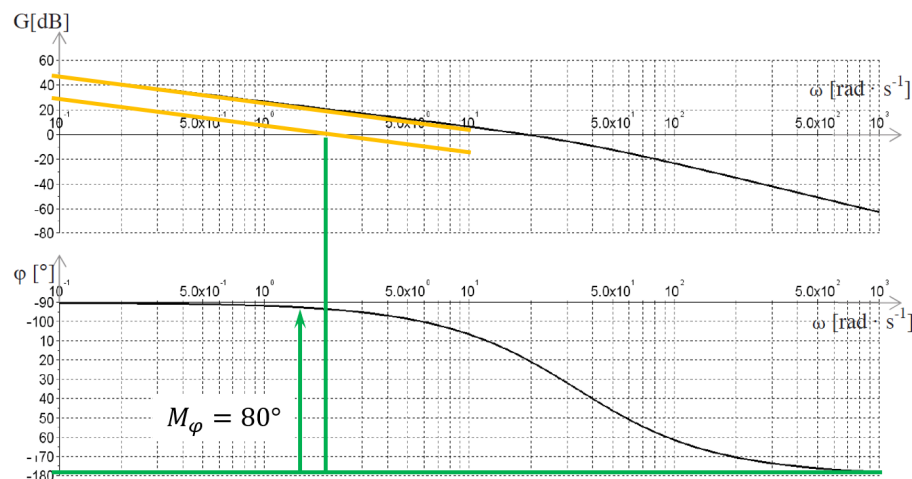


Diagramme de Bode de $H_{bo}(p)$ pour $K_p = 1$

La marge de phase est supérieure à 60°.

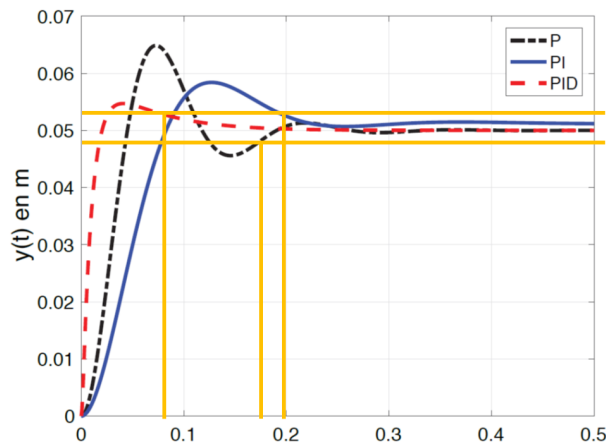
Afin d'améliorer le comportement, on implante un correcteur Proportionnel Intégral ayant pour fonction de transfert : $H_{cor}(p) = \frac{K_p(1+T_i p)}{T_i p}$ avec $K_p = 1$ et $T_i = 1$ s.

Question 4 Tracer le diagramme de Bode de la fonction de transfert en boucle ouverte avec ce correcteur avec $K_p = 1$ et $T_i = 1$ s.

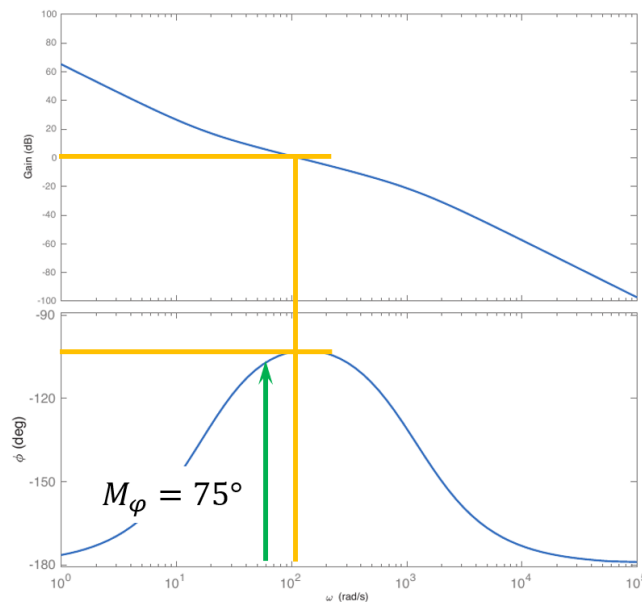
Question 5 On souhaite une marge de phase d'au moins 60° . Proposer un réglage de K_p pour satisfaire au cahier des charges.

Question 6 La figure suivante donne la réponse à un échelon de position de 50 mm avec trois types de correcteurs. Vérifier qu'elle est conforme au cahier des charges. Justifier clairement vos réponses en donnant les valeurs numériques pour chaque critère.

	P	PI	PID
Temps de réponse < à 5 % < 0,2 s	Ok	Ok	Ok
Précision < 1 mm	Ok (?)	Ok	Ok
Dépassement < à 10 % < 0,2 s	Pas Ok	Pas Ok	Ok



Question 7 Analyser les résultats à l'aide du diagramme de Bode de la FTBO corrigé avec un PID optimisé.



La marge de phase est supérieure à 60° .

Exercice 51 – *

C2-03

Pas de corrigé pour cet exercice.

Question 1 Tracer le diagramme de Bode asymptotique de $H_{BO}(p)$ pour des pulsations comprises entre $0,5 \text{ rad s}^{-1}$ et 50 rad s^{-1} .

Question 2 Tracer le diagramme de Bode du retard pour des pulsations comprises entre $0,5 \text{ rad s}^{-1}$ et 50 rad s^{-1} .

Question 3 Déterminer le gain K_c qui donne une marge de phase de 50° .

Question 4 La constante T_c qui laisse subsister une marge de phase d'environ 45° .

Question 5 Quelle est l'erreur de traînage du système corrigé pour l'entrée en rampe considérée (en négligeant le retard).

Exercice 50 – Système éclipse *

C2-04

Pas de corrigé pour cet exercice.

Question 1 Le cahier des charges est-il respecté en termes de précision, rapidité et stabilité ?

Question 2 Peut-on choisir une valeur de K_p qui puisse assurer le respect complet du cahier des charges ?

Question 3 Le système est-il robuste à une perturbation en échelon ?

Exercice 49 – Système éclipse *

C2-04

Pas de corrigé pour cet exercice.

Question 1 Le cahier des charges est-il respecté en terme de précision ?

Question 2 Calculer numériquement le temps de réponse à 5 % optimal obtenu avec cette correction. Préciser la valeur de K_i permettant d'obtenir ce temps de réponse

Question 3 Tracer l'allure du diagramme de Bode de la FTBO corrigée avec ce correcteur.

Question 4 Indiquer la marge de phase.

Question 5 Calculer la valeur de K_i limite assurant le cahier des charges en terme de marge de phase.

Question 6 Vérifier cette valeur en vous aidant du diagramme de Bode partiel de la fonction $C_V(p).H_L(p)$, donné ci-dessous pour la valeur particulière : $K_i = 7000$.

Question 7 Que pensez vous de cette valeur, vis-à-vis du comportement du système, comparée à celle trouvée précédemment.

Question 8 Un correcteur de type $C_V(p) = \frac{K_i}{p^2}$, permettrait-il d'obtenir les performances attendues en terme de précision et pourquoi ?

Question 9 Permet-il d'assurer la stabilité du système et pourquoi ?

Exercice 48 – Système éclipse *

C2-04

Pas de corrigé pour cet exercice.

Question 1 Comment se nomme la correction apportée par $C_{V2}(p)$? Expliquer brièvement comment ce type de correction permet de stabiliser un système instable. Pour cela, tracer l'allure du diagramme de Bode correspondant à ce terme.

Question 2 Lire sur les diagrammes de Bode du système de fonction de transfert $W(p)$, la valeur de la pulsation de coupure ω_{0dB} où le rapport d'amplitude A_{dB} s'annule. Quelle est, à cette pulsation, la valeur de la phase ? Justifier alors la présence de la correction $\frac{1 + k_f \tau_v p}{1 + \tau_v p}$

Question 3 Exprimer en fonction de τ_V et de k_f la pulsation ω_m pour laquelle la phase maximale est atteinte.

On rappelle pour cela que $\frac{d \arctan x}{dx} = \frac{1}{1+x^2}$.

Question 4 Lire sur les diagrammes de Bode la valeur de ω pour laquelle la phase du système corrigé uniquement par le correcteur $C_{V1}(p)$, est de -185° . En déduire la valeur de τ_V correspondante.

Question 5 Pour la valeur de τ_V trouvée précédemment, on donne le diagramme de Black (hors programme...) de la FTBO du système corrigé entièrement, obtenu pour $K_V = 75$. Donner la valeur de K_V qui maximise la marge de phase en expliquant comment vous l'obtenez à la lecture de ce diagramme. Valider alors les performances attendues en terme de stabilité.

Question 6 On donne le tracé de la réponse temporelle à un échelon de vitesse de 10 mm s^{-1} du système corrigé pour trois valeurs de K_V . Quelle valeur de K_V permet de valider les performances attendues en terme de rapidité? Donnez une valeur optimale de K_V qui permette de satisfaire au mieux le cahier des charges?

Question 7 Le système ainsi corrigé est-il robuste aux perturbations en échelon mais également en rampe comme celles provoquées par le système de maintien en tension?

Exercice 47 – Micromanipulateur *

C2-04

Pas de corrigé pour cet exercice.

Question 1 Expliquez en quelques lignes pourquoi le retard engendré par le capteur risque de rendre le système non conforme au cahier des charges.

Question 2 Déterminer l'expression littérale de la fonction de transfert en boucle fermée du système ainsi corrigé en fonction de $H(p)$, A , $C(p)$, $C_1(p)$, β et T_r .

Question 3 Déterminer l'expression de $C_1(p)$ en fonction de $H(p)$, A , β et T_r , pour que le système ait un comportement équivalent au système sans retard suivant.

Question 4 Justifier le choix de $C(p)$ en vous appuyant sur les exigences du cahier des charges.

Question 5 Déterminer l'expression de la fonction de transfert en boucle fermée $F(p) = \frac{S(p)}{U_c(p)}$ du système en fonction de K_i et T_i .

Question 6 Calculer la valeur de T_i pour que le système se comporte comme un premier ordre.

Question 7 Calculer la valeur de K_i pour que le temps de montée en température soit compatible avec les données du cahier des charges.

Exercice 46 – Pompe turbo-moléculaire *

C2-04

Pas de corrigé pour cet exercice.

Question 1 Déterminer la fonction de transfert de la boucle interne $H_{PMI}(p) = \frac{X(p)}{\varepsilon(p)}$, en fonction de K_e , K_0 , m , K_P et K_D . Préciser les conditions sur K_D et K_P pour que $H_{PMI}(p)$ soit stable en boucle ouverte.

Question 2 En considérant l'ensemble de l'asservissement, déterminer la fonction de transfert $H_{pert}(p) = \frac{X(p)}{F_{pert}(p)}$, puis calculer les valeurs de K_D et K_P permettant de respecter les spécifications du cahier des charges en terme de bande passante et d'amortissement.

Question 3 Tracer l'allure des diagrammes de Bode asymptotique et réel de la fonction de transfert de la boucle interne $H_{PMI}(p)$ et préciser la pulsation de coupure ainsi que les marges de gain et de phase. Valider les critères de

stabilité du cahier des charges.

Question 4 Conclure quant au critère de sensibilité vis-à-vis des perturbations.

Question 5 Quelle performance est directement améliorée par ce correcteur ? (justifier votre réponse sans calcul).

Question 6 Tracer l'allure du diagramme de Bode du correcteur en précisant les valeurs caractéristiques. Expliquer comment choisir K_i et T_i afin de conserver des marges de gain, de phase, et une pulsation de coupure proches de celles obtenues sans correction ($C(p) = 1$). Proposer des valeurs numériques.

Question 7 Déterminer la fonction de transfert $K(p)$ telle que $F_T(p) = K(p)X(p)$. À partir de simplifications justifiées, montrer que dans la plage de fréquences considérée, l'effort $F_T(p)$ peut s'écrire sous la forme d'un modèle ressort amortisseur $F_T(t) = -kx(t) - c\dot{x}(t)$ où vous préciserez les valeurs numériques de k et c . Comment évolue le modèle lorsque ω augmente au delà de cette plage de fréquences ?

Exercice 45 – Roburoc ★

C2-04

Pas de corrigé pour cet exercice.

Question 1 Le système étudié est-il stable théoriquement ? Justifier vos réponses.

Question 2 Etudier l'aptitude du système sans correction à respecter les critères de précision. Vous déterminerez notamment les expressions littérales de l'erreur statique en poursuite pour une consigne de vitesse de la plate-forme $V_c(t)$ en échelon d'amplitude V_{CO} : $V_C(t) = V_{CO}u(t)$ (avec $u(t)$ l'échelon unitaire) et de l'influence en régulation d'une perturbation $C_{equ}(t)$ en échelon d'amplitude C_0 , sur la vitesse réelle $V(t)$ de la plate-forme en régime permanent.

Etude des performances avec un correcteur de fonction de transfert : $C(p) = \frac{K_I}{p}$

Question 3 Indiquer quelle est la nature de la correction effectuée par ce correcteur (ou désignation du correcteur) ? Indiquer pour quelle(s) raison(s) principale(s) ce correcteur a été choisi. Valider ce choix vis à vis du cahier des charges. Sans calcul, donner l'influence de ce correcteur sur les autres performances attendues.

Reprenons le diagramme de Bode précédent.

Question 4 Compléter le document-réponse en traçant les diagrammes de Bode du correcteur avec $K_I = 1 \text{ s}^{-1}$. Déterminer alors la valeur de K_I maximale notée $K_{I\max}$ permettant de respecter les marges de stabilité énoncées dans le cahier des charges.

Question 5 En analysant les valeurs numériques des pôles de la fonction de transfert du moteur en poursuite $H_U(p)$, préciser quel est le pôle dominant et proposer alors un modèle simplifié de la fonction de transfert $H_U(p)$. Déterminer alors la valeur numérique de K_I notée $K_{I5\%}$ minimisant le temps de réponse à 5% pour une entrée échelon en poursuite. Calculer alors la valeur approchée du temps de réponse à 5% minimale $T_{5\% \text{ mini}}$ et comparer la au cahier des charges.

Etude des performances avec un correcteur proportionnel intégral : $C(p) = K_p \left(1 + \frac{1}{T_i p} \right)$

Question 6 Parmi les différentes valeurs de T_i , choisir celle qui assure le temps de réponse à 5% le plus faible. Vous ferez apparaître ce temps de réponse sur la figure.

Question 7 Parmi les différentes valeurs de K_p , choisir la valeur qui assure un temps de réponse à 5% au plus près de la valeur fournie dans le cahier des charges.

Question 8 Conclure quant à la capacité de ce correcteur à respecter tous les critères du cahier des charges.

Exercice 44 – Hublex ★

C2-04

Pas de corrigé pour cet exercice.

Question 1 Préciser, en justifiant, quelle valeur donner à K_{lu} , caractéristique du convertisseur IU.

Question 2 Calculer l'expression littérale de l'erreur en régime permanent notée μ_s , pour une entrée indicielle (i.e. $I_c(p)$ est un échelon unitaire), en fonction de K_{iu} , K_p et K_m .

La Figure 3 présente les diagrammes de Bode en boucle ouverte de l'asservissement étudié, en prenant $K_p = 10$.

Question 3 Conclure, lorsque cela est possible, quant au respect des sous-exigences de l'exigence « 1.7.1.1 » avec ce type de correcteur.

Dans un deuxième temps, il est décidé d'utiliser un correcteur de type proportionnel intégral. Sa fonction de transfert est notée : $C(p) = K_p + \frac{K_i}{p}$.

Question 4 Préciser l'influence de ce correcteur sur les performances du système. Justifier le choix de ce type de correcteur dans le cas étudié.

On souhaite régler le correcteur afin de respecter les performances de précision et de stabilité.

Question 5 Tracer sur le DR4, les diagrammes de Bode asymptotique du correcteur, ainsi que l'allure des courbes réelles pour $K_p = 10$ et $K_i = 1000$. On précisera les valeurs numériques associées aux valeurs caractéristiques. On se propose de régler le correcteur grâce à la méthode suivante, en deux étapes :

1. réglage de K_p seul (c'est-à-dire en considérant $K_i = 0$ tout d'abord), de façon à respecter les exigences de stabilité et de bande passante;
2. réglage de K_i de façon à éloigner la pulsation de cassure du correcteur à une décade vers la gauche de la pulsation de coupure à 0 dB, de manière à ce que 0 dB ne soit quasiment pas modifiée.

Question 6 En suivant cette méthode, déterminer en justifiant la valeur numérique de K_p .

Question 7 Déterminer alors la valeur numérique de K_i .

Une fois le correcteur réglé, on obtient les diagrammes de Bode en boucle ouverte (Figure 4) et les réponses temporelles (Figure 5), pour un échelon d'intensité $i_c(t)$ de 2 A.

Question 8 Commenter le résultat obtenu vis-à-vis de l'exigence « 1.7.1.1.4 ». Expliquer pourquoi, à partir des exigences du D6, cet asservissement n'est pas directement implanté en l'état dans le système.

Question 9 Préciser quelle ultime modification a apporté le constructeur afin de respecter les exigences de l'asservissement.