Modélisation géométrique – Lois entrées-sorties

5.1 Modélisation et paramétrage des systèmes mécaniques

.1	l Modélisation et para-				
	métrage des systèmes				
	mécaniques	1			
.2	Résolution des lois entrée-				
	sortie	2			

Méthode - Modélisation d'un système mécanique réel

Pour modéliser un système mécanique réel (en TP par exemple) il faut :

- ▶ identifier les classes d'équivalence cinématique, c'est-à-dire tous les ensembles de pièces reliés entre elles par des liaisons encastrement;
- ▶ identifier les surfaces de contact entre les classes d'équivalence;
- ▶ associer une liaison cinématique aux surfaces de contact;
- ► tracer les liaisons en utilisant une couleur par classe d'équivalence et respectant leur positionnement relatif;
- ▶ relier les liaisons de manière filaire;
- ▶ indiquer le bâti, les centres de liaisons et la numérotation des classes d'équivalence.

Méthode – Paramétrage d'un mécanisme cinématique

Pour paramétrer un mécanisme, il faut associer un repère à chaque classe d'équivalence, une constante à chaque dimension fixe (pour une même classe d'équivalence) et une variable à chaque degré de mobilité de liaison (entre deux classes d'équivalence).

- ▶ si la mobilité est une translation, on définit un paramètre variable entre deux points selon une seule direction (la direction de la translation);
- ▶ si la mobilité est une rotation il faut définir l'axe de rotation et l'angle variable en précisant la figure de changement de base.

Par usage, nous associerons une lettre grecque à un paramètre variable et une lettre romane à une dimension fixe. Cela permet de repérer plus facilement quelles sont les variables temporelles lors de calcul de dérivées.

Définition - Graphe de structure - Chaînes

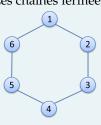
Graphe qui permet d'avoir une vue d'ensemble du mécanisme :

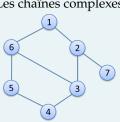
- ▶ les classes d'équivalences sont schématisées par des cercles avec un repère (celui défini précédemment);
- ▶ les liaisons sont schématisées par des traits qui relient les cercles.

On définit 3 types de chaînes :

Les chaînes ouvertes Les chaînes fermées Les chaînes complexes







5.2 Résolution des lois entrée-sortie

Méthode - Calcul de la loi Entrée - Sortie dans une chaîne de solides fermée

Un système se présentant sous forme d'une chaîne de solide fermée a pour but de transformer un mouvement. On s'intéresse alors pour cela à la relation cinématique liant le mouvement d'entrée du système et le mouvement de sortie. On écrit pour cela une **fermeture de chaîne géométrique**. Pour cela :

- 1. paramétrer le mécanisme;
- 2. identifier la grandeur d'entrée et de sortie;
- 3. à l'aide du théorème de Chasles, exprimer le vecteur nul en fonction des vecteurs liant le centre de chacune des liaisons;
- 4. projeter la relation vectorielle sur une des bases;
- 5. combiner les relations pour exprimer la sortie en fonction de l'entrée;
- 6. dériver si besoin pour avoir le lien entre les vitesses.

Méthode - Manipulation du système d'équations

- 1. Pour supprimer une longueur λ : on met les deux équations sous la forme λ = et on fait le rapport des deux équations.
- 2. Pour supprimer l'angle φ : on met une équation sous la forme $\cos \varphi = \text{et la}$ seconde sous la forme $\sin \varphi = \text{et on utilise la relation } \cos^2 \varphi + \sin^2 \varphi = 1$.
- 3. Dans d'autres cas, on peut avoir à utiliser l'expression de la tangente.

Méthode – Autre idée pour calculer la loi Entrée – Sortie dans une chaîne de solides fermée

Dans certains mécanismes, on peut observer que deux vecteurs sont toujours orthogonaux. En utilisant le fait que le produit scalaire entre ces deux vecteurs est nul puis en projetant les vecteurs dans une même base puis en réalisant le calcul, il est possible de déterminer une loi entrée-sortie.



Modélisation cinématique

6

Définition - Solide Indéformable

On considère deux points A et B d'un solide indéformable noté S. On note t le temps. $\forall A, B \in S, \forall t \in \mathbb{R}, \overrightarrow{AB(t)}^2 = \text{constante}$.

Définition - Trajectoire d'un point appartenant à un solide

Soit un point P se déplaçant dans un repère $\Re_0\left(O,\overrightarrow{i_0},\overrightarrow{j_0},\overrightarrow{k_0}\right)$. La trajectoire du point P est définie par la courbe $\mathscr{C}(t)$ paramétrée par le temps t. On a :

$$\forall t \in \mathbb{R}^+, \overrightarrow{OP(t)} = \begin{bmatrix} x(t) \\ y(t) \\ z(t) \end{bmatrix}_{\Re_0} = x(t)\overrightarrow{i_0} + y(t)\overrightarrow{j_0} + z(t)\overrightarrow{k_0}$$

Définition - Vitesse d'un point appartenant à un solide

Soit un solide S_0 auquel on associe le repère $\Re_0\left(O_0,\overrightarrow{i_0},\overrightarrow{j_0},\overrightarrow{k_0}\right)$. Soit un solide S_1 auquel on associe le repère $\Re_1,\left(O_1,\overrightarrow{i_1},\overrightarrow{j_1},\overrightarrow{k_1}\right)$. Le solide S_1 est en mouvement par rapport au solide S_0 . Soit un point P appartenant au solide S_1 . La vitesse du point P appartenant au solide S_1 par rapport au solide S_0 se calcule donc ainsi :

$$\overrightarrow{V(P \in S_1/S_0)}(t) = \left[\frac{d\overrightarrow{O_0P(t)}}{dt}\right]_{\mathcal{R}_0}.$$

Résultat -

Lorsque il n'y a pas de degré de liberté de translation dans une liaison, la vitesse au centre de la liaison est nulle. Ainsi :

- ▶ si les solides S_1 et S_2 sont en liaison rotule de centre O alors $V(O, S_2/S_1) = \overrightarrow{O}$;
- ► si les solides S_1 et S_2 sont en liaison pivot de d'axe (O, \overrightarrow{u}) alors $V(O, S_2/S_1) = \overrightarrow{0}$;
- ▶ si les solides S_1 et S_2 sont en liaison rotule à doigt de centre O alors $\overrightarrow{V(O,S_2/S_1)} = \overrightarrow{0}$.

Résultat - Dérivation vectorielle

Soient S_0 et S_1 deux solides en mouvements relatifs et \mathcal{R}_0 et \mathcal{R}_1 les repères orthonormés directs associés. Soit \overrightarrow{v} un vecteur de l'espace. On note $\Omega(\mathcal{R}_1/\mathcal{R}_0)$ le vecteur instantané de rotation permettant d'exprimer les rotations entre chacune des deux bases. La dérivée d'un vecteur dans une base mobile se calcule donc ainsi :

$$\left[\frac{\mathrm{d}\overrightarrow{v}}{\mathrm{d}t}\right]_{\mathcal{R}_0} = \left[\frac{\mathrm{d}\overrightarrow{v}}{\mathrm{d}t}\right]_{\mathcal{R}_1} + \overrightarrow{\Omega(\mathcal{R}_1/\mathcal{R}_0)} \wedge \overrightarrow{v}\,.$$

Soient A et B deux points appartenant à un solide S_1 en mouvement par rapport à S_0 . Le champ des vecteurs vitesses est donc déterminé ainsi :

$$\overrightarrow{V(\mathbf{B} \in S_1/S_0)} = \overrightarrow{V(\mathbf{A} \in S_1/S_0)} + \overrightarrow{\mathbf{BA}} \wedge \underbrace{\overrightarrow{\Omega(S_1/S_0)}}_{\overrightarrow{R}}$$

Résultat - Composition du vecteur vitesse

Soit un solide S_1 en mouvement par rapport à un repère \mathcal{R}_0 et un solide S_2 par rapport au solide S_1 . Pour chacun des points A appartenant au solide S_2 , on a :

$$\overrightarrow{V(A, S_2/\mathcal{R}_0)} = \overrightarrow{V(A, S_2/S_1)} + \overrightarrow{V(A, S_1/\mathcal{R}_0)}$$

Remarque

- $ightharpoonup \overrightarrow{V(A, S_2/\Re_0)}$ est appelé vecteur vitesse absolu;
- $ightharpoonup \overrightarrow{V(A,S_2/S_1)}$ est appelé vecteur vitesse relatif;
- ▶ $\overrightarrow{V(A, S_1/\Re_0)}$ est appelé vecteur vitesse d'entraînement.

Résultat - Composition du vecteur vitesse

Soit un solide S_1 en mouvement par rapport à un repère \mathcal{R}_0 et un solide S_2 par rapport au solide S_1 . On a :

$$\overrightarrow{\Omega(S_2/\Re_0)} = \overrightarrow{\Omega(S_2/S_1)} + \overrightarrow{\Omega(S_1/\Re_0)}$$

Définition - Accélération d'un point appartenant à un solide

Soit un solide S_0 auquel on associe le repère $\Re_0\left(O_0,\overrightarrow{i_0},\overrightarrow{j_0},\overrightarrow{k_0}\right)$. Soit un solide S_1 auquel on associe le repère $\Re_1,\left(O_1,\overrightarrow{i_1},\overrightarrow{j_1},\overrightarrow{k_1}\right)$. Le solide S_1 est en mouvement par rapport au solide S_0 .

Soit un point P appartenant au solide S_1 . L'accélération du point P appartenant au solide S_1 par rapport au solide S_0 se calcule donc ainsi :

$$\overrightarrow{\Gamma(P \in S_1/S_0)}(t) = \left[\frac{d\left(\overrightarrow{V(P \in S_1/S_0)}(t) \right)}{dt} \right]_{\Re_0}$$





7.1 Transmission par engrenages

7.1 Transmission par engrenages 5

Définition -

Engrenage Un engrenage est constitué de deux roues dentées en contact. Une roue dentée est caractérisée (entre autre) par son nombre de dents Z, son diamètre primitif D en mm et son module en mm. On a D=mZ. Pour que deux dents engrènent elles doivent avoir le même module.

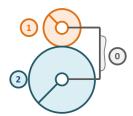
7.1.1 Engrenage – Contact extérieur

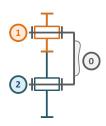
Résultat -

$$\frac{\omega(2/0)}{\omega(1/0)} = (-1)^n \frac{Z_1}{Z_2} = -\frac{Z_1}{Z_2}$$

n caractérise le nombre de contacts extérieurs, ici n = 1.







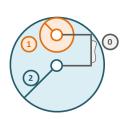
7.1.2 Engrenage – Contact intérieur

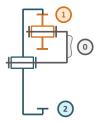
Résultat –

$$\frac{\omega(2/0)}{\omega(1/0)} = (-1)^n \frac{Z_1}{Z_2} = +\frac{Z_1}{Z_2}$$

n caractérise le nombre de contacts extérieurs, ici n = 0.







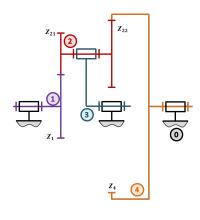
7.1.3 Train d'engrenages à axes fixes

Résultat -

$$\frac{\omega(4/0)}{\omega(1/0)} = (-1)^n \frac{\Pi Z_{\text{menantes}}}{\Pi Z_{\text{menées}}} = -\frac{Z_1 Z_{22}}{Z_{21} Z_4}$$

n caractérise le nombre de contacts extérieurs, ici n = 1.

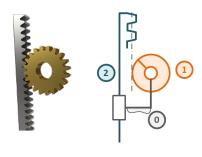
7.1.4 Train d'engrenages épicycloïdal



Méthode -

- 1. On identifie le porte-satellite, ici 3.
- 2. On bloque le porte-satellite. On peut alors se ramener au cas du train simple (voir ci-dessus).
- 3. On écrit le rapport de vitesse par rapport au porte-satelltite 3 : $\frac{\omega(4/3)}{\omega(1/3)} =$ $-\frac{Z_1Z_{22}}{Z_{21}Z_4} = K \text{ (raison du train épicycloïdal)}.$
- 4. En fonction de la roue bloquée, on réalise une décomposition des vitesses. Par exemple, Si 4 est bloquée, on peut chercher à établir $\frac{\omega(3/0)}{\omega(1/0)}$
- 5. On repart du point 3 et on a : $\frac{\omega(4/3)}{\omega(1/3)} = K \Leftrightarrow \frac{\omega(4/0) + \omega(0/3)}{\omega(1/0) + \omega(0/3)} = K \Leftrightarrow \frac{-\omega(3/0)}{\omega(1/0) \omega(3/0)} = K \Leftrightarrow \frac{\omega(3/0)}{\omega(1/0)} = \frac{K}{K-1}.$

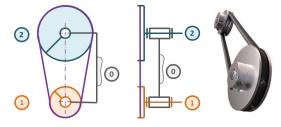
7.1.5 Système pignon – crémaillère



Résultat -

Soit *R* le rayon primitif du pignon. On a $V(2/0) = \pm R\omega(1/0)$.

7.1.6 Transmission par poulie chaine et par poulie courroie



Résultat –

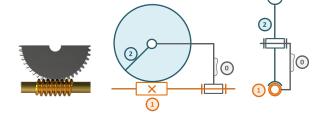
$$\frac{\omega(2/0)}{\omega(1/0)} = \frac{D_1}{D_2}.$$

7.1.7 Roue et vis sans fin



Résultat -

Soit Z le nombre de dents de la roue et n le nombre de filets de la vis, on a $\frac{\omega(2/0)}{\omega(1/0)} = \pm \frac{n}{Z}$.



7.1.8 Système vis-écrou

Résultat -

En notant v la vis et e l'écrou, soit p le pas de la vis (ici à droite) on a

$$v(v/e) = \omega(v/e) \frac{\text{pas}}{2\pi}$$

7.1.9 Système de transmission Rotation – Rotation

	Joint de Oldham	Joint de cardan	Joint tripode
Homcinétique	Oui	Non, Oui si doublé	Quasi
Défaut d'alignement axial	Oui	Non	Non
Défaut d'orientation entre les axes	Non	Oui	Oui
Utilsation	Maxpid :)	Colonne de direction (DAE), manivelle de volet roulant	Automobile





Application 1 Micromoteur d'un avion de modélisme – Sujet

Mise en situation

La mise en mouvement d'une certaine catégorie d'avions de modélisme est assurée par un moteur thermique. La figure ci-dessous propose un éclaté d'un modèle 3D ainsi que le schéma cinématique associé.

On appelle:

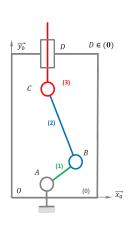
- ▶ (0) la bâti lié à la voilure de l'avion;
- ▶ (1) le vilebrequin, solidaire de l'hélice de l'avion;
- ▶ **(2)** la bielle;
- **▶** (3) le piston.

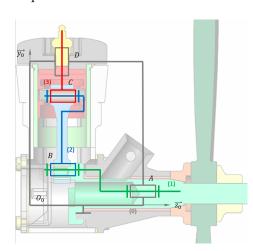
Objectif

- ▶ Déterminer la loi de position et de vitesse du piston pour avoir un taux de rotation du moteur de 9000 tr min⁻¹.
- ▶ Vérifier que l'accélération est inférieure à $10\,000\,\mathrm{m\,s^{-2}}$.

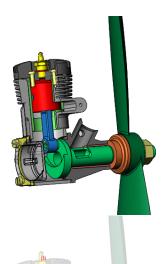
Modélisation

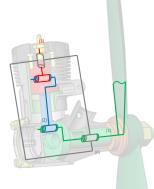
La modélisation par schéma cinématique est donnée dans le schéma ci-dessous.







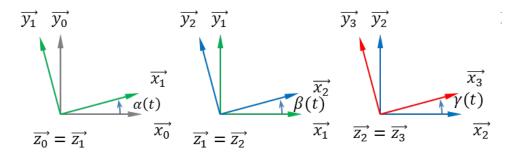




On appelle:

- $\mathcal{R}_0 = (A, \overrightarrow{x_0}, \overrightarrow{y_0}, \overrightarrow{z_0})$ le repère lié au bâti (0);
- $\Re_1 = (A, \overrightarrow{x_1}, \overrightarrow{y_1}, \overrightarrow{z_0})$ le repère lié au vilebrequin (1) avec $\alpha(t) = (\overrightarrow{x_0}, \overrightarrow{x_1})$;
- $\Re_2 = (B, \overrightarrow{x_2}, \overrightarrow{y_2}, \overrightarrow{z_0})$ le repère lié à la bielle **(2)** avec $\beta(t) = (\overrightarrow{x_1}, \overrightarrow{x_2})$ avec $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{x_1} = e$ et e = 5,25 mm;
- $\Re_3 = \left(C, \overrightarrow{x_3}, \overrightarrow{y_3}, \overrightarrow{z_0}\right)$ le repère lié au piston (3) avec $\gamma(t) = \left(\overrightarrow{x_2}, \overrightarrow{x_3}\right)$ avec $\overrightarrow{BC} = L\overrightarrow{x_2}$ et $\overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{y_0} = \lambda(t)$ et L = 23.9 mm.

Les figures planes de changement de repère sont données ci-dessous :



Question 1 Tracer le graphe de structure. Définir le nombre de cycles, la mobilité du mécanisme et le nombre de degrés de liberté de chacune des liaisons en 2D et en 3D.

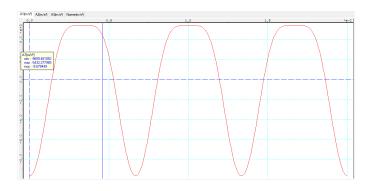
Question 2 Préciser la variable d'entrée ainsi que la variable de sortie du système.

Question 3 Déterminer la loi entrée-sortie géométrique du système.

Question 4 Déterminer la loi entrée-sortie cinématique du système.

Question 5 Tracer l'allure de la loi de vitesse du piston.

Une simulation réalisée sous Méca3D permet d'obtenir l'évolution de l'accélération du piston :



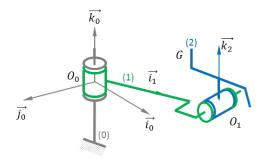
Question 6 Conclure vis-à-vis du cahier des charges.



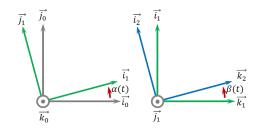
Application 2

Centrifugeuse humaine - Sujet

Afin d'analyser les effets de l'accélération sur le corps humaine, le CNRS / MEDES a développé une centrifugeuse humaine. On donne ci-dessous la modélisation cinématique de la centrifugeuse.



Le paramétrage de la centrifugeuse est donnée ci dessous :



Les paramètres constants du système sont les suivants :

$$\overrightarrow{O_0O_1} = \overrightarrow{ai_1};$$

$$\overrightarrow{O_1G} = \overrightarrow{bi_2} + \overrightarrow{ck_2}.$$

$$O_1 G = b i_2 + c k_2$$

Trajectographie

Question 1 Donner la trajectoire du point G dans le repère \Re_0 .

Cinématique

Question 2 Calculer $\overrightarrow{V(G, S_2/S_0)}$.

Accélération

Question 3 Calculer $\Gamma(G, S_2/S_0)$.

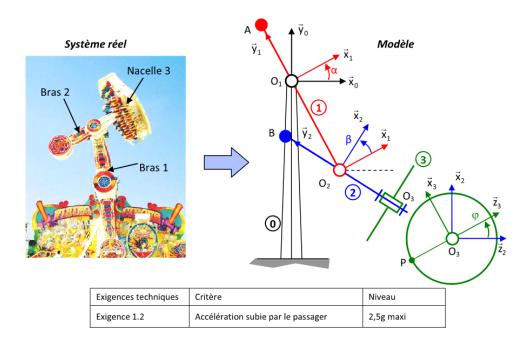


Application 3 Magic Arms – Sujet

La manège Magic Arms dont la modélisation ainsi qu'un extrait de cahier des charges fonctionnel est composé d'une structure métallique d'environ 12 m de haut avec deux bras mobiles. Les passagers s'assoient sur 39 pièces disposées sur une plate-forme tournante. Dès que tous les passagers sont assis et attachés, la nacelle tourne autour de son axe, le bras principal (bras 1) et le bras secondaires (bras 2), liés l'un à l'autre au début du cycle, commencent à tourner. Après 9 secondes, le maximum de hauteur est atteint et les deux bras se désindexent et se mettent à tourner indépendamment l'un de l'autre. Tous les mouvements sont pilotés par ordinateur.

Florestan Mathurin.





Le manège, schématisé ci-dessus, comporte :

- ▶ un bras principal **1** assimilé à une barre AO_1O_2 . Il est en liaison pivot parfait d'axe $(O_1, \overrightarrow{z_1})$ caractérisée par le paramètre α avec le bâti **0**. On pose $\overrightarrow{O_1O_2} = -l_1\overrightarrow{y_1}$;
- ▶ un bras secondaire 2 assimilé à une barre BO_2O_3 . Il est en liaison pivot parfait d'axe $(O_2, \overrightarrow{z_2})$ caractérisée par le paramètre β avec le bras principal 1. On pose $\overrightarrow{O_2O_3} = -l_2\overrightarrow{y_2}$;
- ▶ une nacelle **2** assimilée à un disque de centre O_3 et de rayon R. Elle est en liaison parfaite d'axe $(O_3, \overrightarrow{y_2})$ caractérisée par le paramètre φ avec le bras **2**.

On s'intéresse plus particulièrement à un passager considéré comme un point matériel P tel que $\overrightarrow{O_3P} = -R\overrightarrow{z_3}$.

Question 1 Construire les figures planes associées au schéma cinématique.

Question 2 Calculer $\overrightarrow{\Omega(1/0)}$, $\overrightarrow{\Omega(2/1)}$ et $\overrightarrow{\Omega(3/2)}$.

Question 3 Calculer $\overrightarrow{\Omega(2/0)}$ et $\overrightarrow{\Omega(3/0)}$.

Question 4 Calculer les produits vectoriels suivants : $\overrightarrow{z_2} \wedge \overrightarrow{z_3}$, $\overrightarrow{x_3} \wedge \overrightarrow{x_2}$, $\overrightarrow{x_3} \wedge \overrightarrow{z_2}$, $\overrightarrow{z_2} \wedge \overrightarrow{z_1}$, $\overrightarrow{x_2} \wedge \overrightarrow{x_0}$, $\overrightarrow{x_3} \wedge \overrightarrow{z_0}$.

Question 5 Calculer $\overrightarrow{V(O_2, 2/0)}$, $\overrightarrow{V(O_3, 3/0)}$ et $\overrightarrow{V(P, 3/0)}$.

On donne, sur la figure en bas de page (à gauche) l'évolution des vitesses angulaires des moteurs du manège en fonction du temps.

Question 6 Déterminer les valeurs des paramètres $\dot{\alpha}$, $\dot{\beta}$ et $\dot{\phi}$ puis l'expression analytique des positions angulaires $\alpha(t)$ et $\beta(t)$ et $\phi(t)$ dans l'intervalle de temps [17;27] secondes en sachant qu'à l'instant t=17 s, on a $\alpha=10.5$ rad, $\beta=3.76$ rad et $\phi=-10.676$ rad.

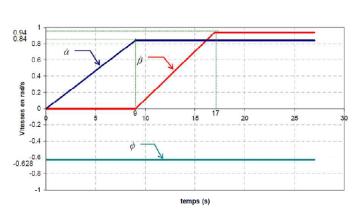
Question 7 Déterminer les valeurs numériques à l'instant t_1 = 19,8 s de α , β et φ .

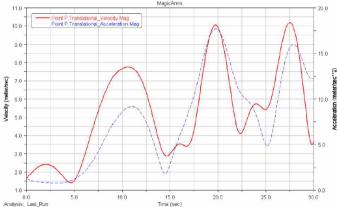
Question 8 On pose $\overline{V(P,3/0)} = V_{x2}\overline{x_2} + V_{y2}\overline{y_2} + V_{z2}\overline{z_2}$. Déterminer les expressions littérales de V_{x2} , V_{x2} , V_{z2} puis les valeurs numériques de à $t_1 = 19,8$ s. (On donne : $l_1 = 3,9$ m, $l_2 = 2,87$ m, R = 2,61 m.)

Question 9 Calculer $\Gamma(P \in 3/0)$.

Question 10 Calculer $\Gamma(P \in 3/0)$ dans l'intervalle de temps [17;27] secondes pour lequel les vitesses angulaires sont constantes.

Le graphe ci-dessous (à droite), obtenu par simulation numérique, présente le module de la vitesse du passager P par rapport au bâti 0 ainsi que le module de l'accélération du passager P par rapport au bâti 0 en fonction du temps.





Question 11 Comparer les résultats obtenus à la question 6 à ceux du graphe pour le temps $t_1 = 19.8 \, \text{s}$.

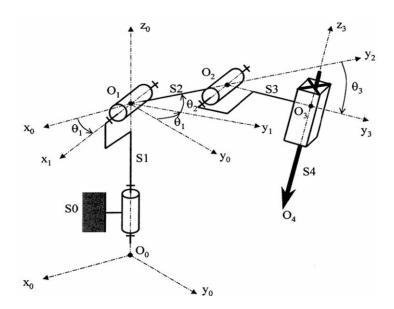
Question 12 Relever l'accélération maximale subie par le passager et conclure vis-à-vis du CdCF.

La Martinière

Application 4 Robot soudeur – Sujet

Mise en situation

On s'intéresse à un robot soudeur dont le schéma cinématique lié à cette étude est proposé ci-dessous. Sur ce schéma, les « flèches » au dessus des vecteurs unitaires ne sont pas représentées.



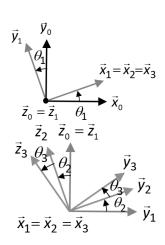
Pôle Chateaubriand - Joliot Curie.



Ce robot est constitué de cinq solides :

- ▶ le bâti 0, fixé au sol de l'atelier, de repère associé $\Re_0 = \left(O_0, \overrightarrow{x_0}, \overrightarrow{y_0}, \overrightarrow{z_0}\right)$ tel que $\overrightarrow{z_0}$ vertical ascendant;
- ▶ le fût 1, de repère associé $\Re_1 = \left(O_1, \overrightarrow{x_1}, \overrightarrow{y_1}, \overrightarrow{z_1}\right)$ tel que $\overrightarrow{z_1} = \overrightarrow{z_0}$;
- ▶ le bras 2, de repère associé $\Re_2 = \left(O_2, \overrightarrow{x_2}, \overrightarrow{y_2}, \overrightarrow{z_2}\right)$ tel que $\overrightarrow{x_1} = \overrightarrow{x_2}$;
- ▶ l'avant-bras 3, de repère associé $\Re_3 = \left(O_3, \overrightarrow{x_3}, \overrightarrow{y_3}, \overrightarrow{z_3}\right)$ tel que $\overrightarrow{x_2} = \overrightarrow{x_3}$;
- ▶ la buse 4, de repère associé $\Re_4 = \left(O_4, \overrightarrow{x_4}, \overrightarrow{y_4}, \overrightarrow{z_4}\right)$ tel que $\Re_4 = \Re_3$.

Chaque articulation possède son propre actionneur, le mouvement qui lui est associé peut donc être réalisé indépendamment des autres.



Paramètres du mouvement :

$$\bullet \ \theta_1 = \left(\overrightarrow{x_0}, \overrightarrow{x_1}\right);$$

$$\bullet \ \theta_2 = (\overrightarrow{y_1}, \overrightarrow{y_2});$$

$$\bullet \quad \theta_3 = \left(\overrightarrow{y_2}, \overrightarrow{y_3}\right);$$

 $ightharpoonup \overrightarrow{O_3O_4} = \lambda \overrightarrow{z_3}.$

Caractéristiques géométriques :

$$\blacktriangleright \overrightarrow{O_0O_1} = L_1\overrightarrow{z_0}$$

$$\blacktriangleright \overrightarrow{O_1O_2} = L_2\overrightarrow{y_2};$$

Les figures de changement de base sont donnés ci-contre.

On donne ci-dessous un extrait du cahier des charges :

- ▶ exigence 1 : afin d'assurer la sécurité de l'environnement, la buse doit rester en permanence à l'intérieur d'une sphère de centre *O*₀ et de rayon *R*.
- ▶ exigence 2 : en phase d'utilisation normale, la buse doit se déplacer par rapport au bâti suivant la droite $(O_0, \overrightarrow{y_0})$: réalisation d'un cordon de soudure linéaire.
- ▶ exigence 3 : pour que le cordon de soudure linéaire suivant $\overrightarrow{y_0}$ soit correctement réalisé, l'orientation de la buse 4 par rapport à la direction verticale doit être constante, et la vitesse de la buse doit être constante : V.

Objectif

Déterminer les relations à imposer entre les valeurs instantanées des paramètres de mouvement et de leurs dérivées lors de la réalisation d'un cordon de soudure.

Question 1 Préciser une condition sur le vecteur position du point O_4 dans le repère lié à 0 qui traduit l'exigence Ex1 du cahier des charges. En déduire une relation à imposer aux paramètres de mouvement.

Question 2 Préciser deux conditions sur le vecteur position du point O_4 dans le repère lié à 0 qui traduisent l'exigence Ex2 du cahier des charges. En déduire une relation à imposer aux paramètres de mouvement.

Question 3 Déterminer le torseur $\{\mathcal{V}(4/0)\}$ au point O_4 puis calculer $\overrightarrow{\Gamma(O_4,4/0)}$.

Question 4 Déterminer le torseur $\{\mathcal{V}(4/0)\}_{impose}$ qui traduit l'exigence Ex3.

Question 5 On se place dans le cas où le moteur de l'articulation entre 0 et 1 est arrêté dans la position $\theta_1 = 0$, traduire alors la condition $\{\mathcal{V}(4/0)\} = \{\mathcal{V}(4/0)\}_{impose}$ en deux relations vectorielles.

Question 6 En déduire 3 relations scalaires imposées entre les paramètres de mouvement et/ou leurs dérivées.

