

# TD 1

## Robot à câbles – Sujet

Concours Centrale-Supélec 2023 – TSI.

### Présentation

Les robots parallèles à câbles sont une structure de robots apparus au début des années 2000. Dans ce système, la plate-forme est déplacée et orientée par rapport à une référence fixe dans toutes les directions de l'espace par l'enroulement ou le déroulement de plusieurs câbles (figure 1.3). Cette structure permet à la plate-forme d'atteindre une grande zone de travail avec une très grande précision dans le positionnement comme dans l'orientation.

Les performances attendues pour ce robot à câbles sont précisées dans le tableau 1.2.

Exigences	Niveau	Remarques
Charge déplacée	$\leq 616 \text{ kg}$	Valeur limitée par la résistance des câbles
Précision de positionnement	$\leq 10 \text{ mm}$	Dans les trois directions de l'espace
Vitesse de translation	$\leq 1 \text{ m s}^{-1}$	Selon les trois directions de l'espace
Accélération de translation	$\leq 0,5 \text{ m s}^{-2}$	Selon les trois directions de l'espace

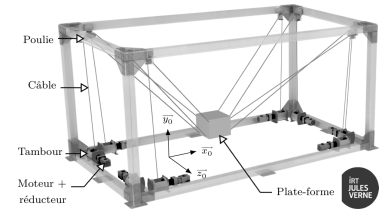


FIGURE 1.1 – Robot à câbles CAROCA

TABLE 1.1 – Performances attendues pour le robot à câbles au niveau de la plate-forme suspendue

### Étude de l'asservissement de la longueur d'un câble pour gérer le mouvement

#### Objectif

Déterminer les réglages de la commande asservie des moteurs permettant d'assurer l'enroulement adéquat des câbles.

Le programme de pilotage tient compte de l'allongement relatif des câbles suite aux efforts de traction lors du déplacement de la plate-forme chargée. Il génère alors, pour chacun des huit moteurs, des consignes de position et de vitesse qui sont envoyées aux variateurs de vitesse qui alimentent les moteurs afin d'assurer un positionnement de la plate-forme conforme aux attentes de l'utilisateur. L'ensemble composé d'un variateur et du moteur associé est appelé moto-variateur pour la suite. L'algorithme implanté dans le variateur est de type commande vectorielle, ce qui rend le moto-variateur équivalent à un système du premier ordre avec une bande passante à  $-3 \text{ dB}$  de  $200 \text{ Hz}$ . Le modèle défini figure est adopté pour la suite.

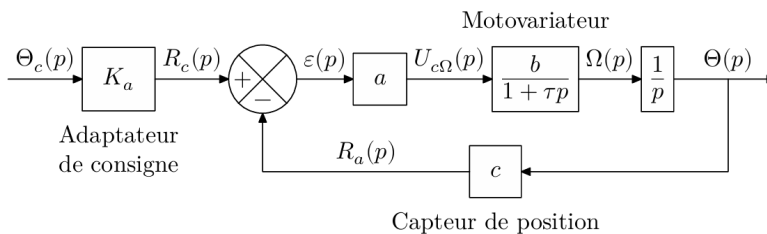


FIGURE 1.2 – Schéma-bloc de la commande en position du moteur

### Notations

- $\Theta_c(p)$  et  $\Theta(p)$  sont respectivement les images de la consigne de position angulaire  $\theta_c(t)$  (en rad) issue du programme de pilotage et de la position angulaire effective

$\theta(t)$  du moteur (en rad).  $\Omega(p)$  est l'image de la vitesse angulaire  $\omega(t) = \dot{\theta}(p)$  du moteur (grandeur temporelle en  $\text{rad s}^{-1}$ ).

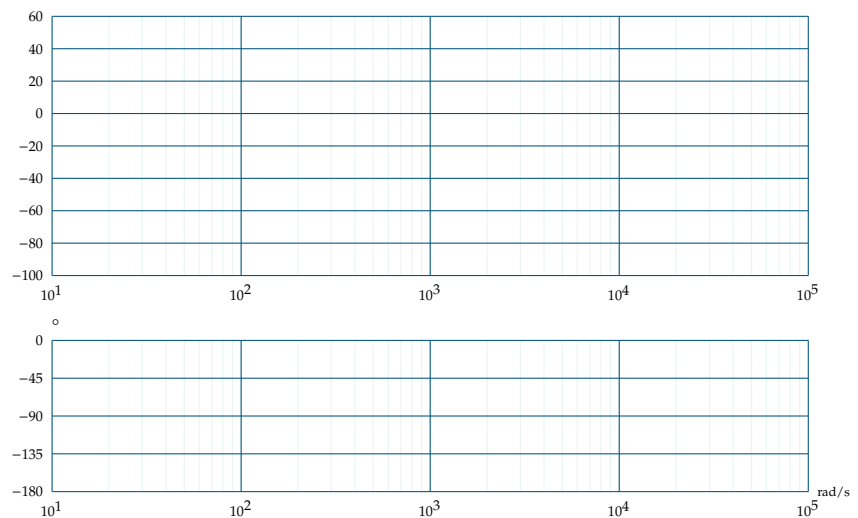
- Le capteur de position (codeur optique incrémental associé à une unité de comptage sur 13 bits) est de gain  $c = 1304 \text{ point rad}^{-1}$ .
- L'adaptateur est de gain  $K_a$ , grandeur en point  $\text{rad}^{-1}$ .
- Le correcteur est de type proportionnel de gain  $a$ , ce qui permet de délivrer une tension  $u_{c\Omega}(t)$  proportionnelle à l'écart  $\varepsilon(t)$ . Un pré-réglage a permis de choisir la valeur  $a = 43,4 \text{ mV point}^{-1}$ .
- Le comportement du motovariateur est assimilé à un premier ordre de gain  $b = 31,4 \text{ rad s}^{-1} \text{ V}^{-1}$  et de constante de temps  $\tau = 796 \mu\text{s}$ .

**Question 1** Justifier la valeur numérique proposée pour la constante de temps  $\tau$ .

Dans la structure de l'asservissement de position de la figure 1.4, l'erreur est définie par  $\mu(t) = \theta_c(t) - \theta(t)$  (grandeur en rad) et l'écart par  $\varepsilon(t) = r_c(t) - r_a(t)$  (grandeur en point).

**Question 2** On souhaite que l'erreur  $\mu(t)$  soit nulle quand l'écart  $\varepsilon(t)$  l'est : en déduire la relation entre  $K_a$  et  $c$ .

**Question 3** Après avoir donné l'expression de la fonction de transfert en boucle ouverte  $H_{bo}(j\omega)$ , tracer son diagramme asymptotique de Bode (courbes de gain et de phase en précisant la valeur de la cassure et le gain associé) et esquisser le plus précisément possible l'allure des courbes réelles de réponse fréquentielle.



**Question 4** Relever sur la courbe tracée à la question précédente la valeur de la marge de phase  $M\varphi$ . Sachant qu'on souhaite que cette marge soit de  $M\varphi = 45^\circ$ , conclure quant au réglage de  $a$ .

**Question 5** Déterminer l'expression de l'image  $\mu(p)$  de l'erreur en fonction de l'image  $\Theta_c(p)$  de la consigne angulaire et de la fonction de transfert en boucle ouverte  $H_{bo}(p)$  de l'asservissement.

La précision du système s'évalue par l'erreur en régime permanent pour des consignes de position de types :

- échelon d'amplitude  $\theta_0$  (en rad) : l'erreur en régime permanent, notée  $\mu p$  (en rad), est dite « statique » ;

- rampe de pente  $\omega_0$  (en  $\text{rad s}^{-1}$ ) : l'erreur en régime permanent, notée  $\mu v$  (en  $\text{rad s}^{-1}$ ), est dite « de poursuite ».

Les exigences de l'utilisateur imposent que ces deux erreurs doivent être inférieures à 0,1% de la consigne.

**Question 6** Déterminer la valeur de l'erreur statique  $\mu p$ . Déterminer l'expression de l'erreur de poursuite  $\mu v$  en fonction des gains  $a$ ,  $b$  et  $c$  et de la pente  $\omega_0$ . Faire l'application numérique et vérifier si les exigences de l'utilisateur sont vérifiées.



# TD 1

## Robot à câbles – Corrigé

Concours Centrale-Supélec 2023 – TSI.

### Présentation

Les robots parallèles à câbles sont une structure de robots apparus au début des années 2000. Dans ce système, la plate-forme est déplacée et orientée par rapport à une référence fixe dans toutes les directions de l'espace par l'enroulement ou le déroulement de plusieurs câbles (figure 1.3). Cette structure permet à la plate-forme d'atteindre une grande zone de travail avec une très grande précision dans le positionnement comme dans l'orientation.

Les performances attendues pour ce robot à câbles sont précisées dans le tableau 1.2.

Exigences	Niveau	Remarques
Charge déplacée	$\leq 616 \text{ kg}$	Valeur limitée par la résistance des câbles
Précision de positionnement	$\leq 10 \text{ mm}$	Dans les trois directions de l'espace
Vitesse de translation	$\leq 1 \text{ m s}^{-1}$	Selon les trois directions de l'espace
Accélération de translation	$\leq 0,5 \text{ m s}^{-2}$	Selon les trois directions de l'espace

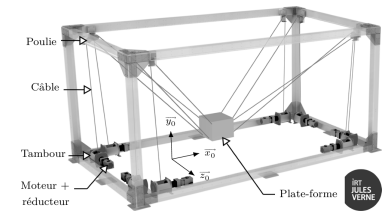


FIGURE 1.3 – Robot à câbles CAROCA

TABLE 1.2 – Performances attendues pour le robot à câbles au niveau de la plate-forme suspendue

### Étude de l'asservissement de la longueur d'un câble pour gérer le mouvement

#### Objectif

Déterminer les réglages de la commande asservie des moteurs permettant d'assurer l'enroulement adéquat des câbles.

Le programme de pilotage tient compte de l'allongement relatif des câbles suite aux efforts de traction lors du déplacement de la plate-forme chargée. Il génère alors, pour chacun des huit moteurs, des consignes de position et de vitesse qui sont envoyées aux variateurs de vitesse qui alimentent les moteurs afin d'assurer un positionnement de la plate-forme conforme aux attentes de l'utilisateur. L'ensemble composé d'un variateur et du moteur associé est appelé moto-variateur pour la suite. L'algorithme implanté dans le variateur est de type commande vectorielle, ce qui rend le moto-variateur équivalent à un système du premier ordre avec une bande passante à  $-3 \text{ dB}$  de  $200 \text{ Hz}$ . Le modèle défini figure est adopté pour la suite.

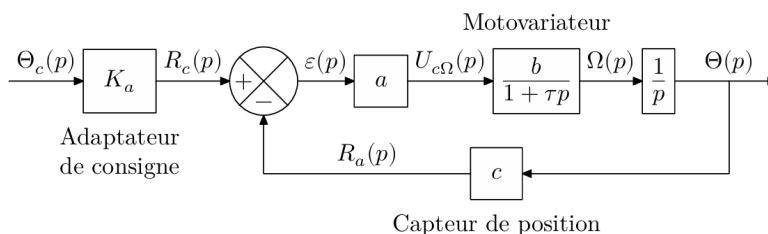


FIGURE 1.4 – Schéma-bloc de la commande en position du moteur

### Notations

- $\Theta_c(p)$  et  $\Theta(p)$  sont respectivement les images de la consigne de position angulaire  $\theta_c(t)$  (en rad) issue du programme de pilotage et de la position angulaire effective

$\theta(t)$  du moteur (en rad).  $\Omega(p)$  est l'image de la vitesse angulaire  $\omega(t) = \dot{\theta}(p)$  du moteur (grandeur temporelle en  $\text{rad s}^{-1}$ ).

- Le capteur de position (codeur optique incrémental associé à une unité de comptage sur 13 bits) est de gain  $c = 1304 \text{ point rad}^{-1}$ .
- L'adaptateur est de gain  $K_a$ , grandeur en point  $\text{rad}^{-1}$ .
- Le correcteur est de type proportionnel de gain  $a$ , ce qui permet de délivrer une tension  $u_{c\Omega}(t)$  proportionnelle à l'écart  $\varepsilon(t)$ . Un pré-réglage a permis de choisir la valeur  $a = 43,4 \text{ mV point}^{-1}$ .
- Le comportement du motovariateur est assimilé à un premier ordre de gain  $b = 31,4 \text{ rad s}^{-1} \text{ V}^{-1}$  et de constante de temps  $\tau = 796 \mu\text{s}$ .

**Question 1** Justifier la valeur numérique proposée pour la constante de temps  $\tau$ .

#### Correction

Si la bande passant à  $-3 \text{ dB}$  est de  $200 \text{ Hz}$ , on a une pulsation de cassure à  $200 \text{ Hz}$  soit  $\omega_\tau = \frac{1}{\tau} = 2 \times \pi \times 200$  et  $\tau = 7,9 \times 10^{-4} = 796 \mu\text{s}$ .

Dans la structure de l'asservissement de position de la figure 1.4, l'erreur est définie par  $\mu(t) = \theta_c(t) - \theta(t)$  (grandeur en rad) et l'écart par  $\varepsilon(t) = r_c(t) - r_a(t)$  (grandeur en point).

**Question 2** On souhaite que l'erreur  $\mu(t)$  soit nulle quand l'écart  $\varepsilon(t)$  l'est : en déduire la relation entre  $K_a$  et  $c$ .

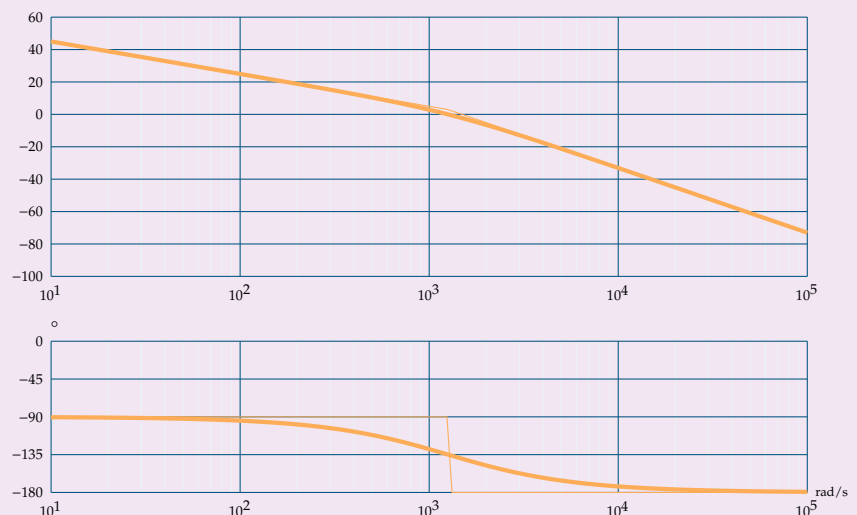
#### Correction

Dans les conditions citées ci-dessus, il faut donc nécessairement  $K_a = c$ .

**Question 3** Après avoir donné l'expression de la fonction de transfert en boucle ouverte  $H_{bo}(j\omega)$ , tracer son diagramme asymptotique de Bode (courbes de gain et de phase en précisant la valeur de la cassure et le gain associé) et esquisser le plus précisément possible l'allure des courbes réelles de réponse fréquentielle.

#### Correction

Par définition,  $H_{bo}(j\omega) = \frac{abc}{p(1 + \tau p)}$  avec  $abc = 1304 \times 31,4 \times 43,3 \times 10^{-3} = 1773 \text{ s}^{-1}$ .



**Question 4** Relever sur la courbe tracée à la question précédente la valeur de la marge de phase  $M\varphi$ . Sachant qu'on souhaite que cette marge soit de  $M\varphi = 45^\circ$ , conclure quant au réglage de  $a$ .

#### Correction

**Question 5** Déterminer l'expression de l'image  $\mu(p)$  de l'erreur en fonction de l'image  $\Theta_c(p)$  de la consigne angulaire et de la fonction de transfert en boucle ouverte  $H_{bo}(p)$  de l'asservissement.

#### Correction

La précision du système s'évalue par l'erreur en régime permanent pour des consignes de position de types :

- ▶ échelon d'amplitude  $\theta_0$  (en rad) : l'erreur en régime permanent, notée  $\mu p$  (en rad), est dite « statique » ;
- ▶ rampe de pente  $\omega_0$  (en  $\text{rad s}^{-1}$ ) : l'erreur en régime permanent, notée  $\mu v$  (en  $\text{rad s}^{-1}$ ), est dite « de poursuite ».

Les exigences de l'utilisateur imposent que ces deux erreurs doivent être inférieures à 0,1% de la consigne.

**Question 6** Déterminer la valeur de l'erreur statique  $\mu p$ . Déterminer l'expression de l'erreur de poursuite  $\mu v$  en fonction des gains  $a$ ,  $b$  et  $c$  et de la pente  $\omega_0$ . Faire l'application numérique et vérifier si les exigences de l'utilisateur sont vérifiées.

#### Correction