Colle 1
Asservissement en température d'un four – Sujet

Equipe PT – La Martinière Monplaisir.

C1-02

C2-04

Un four électrique destiné au traitement thermique d'objets est constitué d'une enceinte close chauffée par une résistance électrique alimentée par une tension v(t). Dix objets peuvent prendre place simultanément dans le four. Le traitement thermique consiste à maintenir les objets pendant 1 heure à une température de 1200°C (régulée de façon optimale car les objets sont détruits si la température dépasse 1400°C). Entre deux cuissons, un temps de 24 minutes est nécessaire pour procéder au refroidissement du four et à la manutention. Le four est régi par l'équation différentielle : $\dfrac{\mathrm{d}\theta(t)}{\mathrm{d}t} + 2000\dfrac{\mathrm{d}^2\theta(t)}{\mathrm{d}t^2} = 0,02v(t)$.

Question 1 Calculer la fonction de transfert $G(p)$ du four en boucle ouverte. Quel est le gain statique du four ? Que se passerait-il si on alimentait le four en continu et en boucle ouverte ?

On décide de réguler la température $\theta(t)$ dans le four en utilisant un capteur de température qui délivre une tension $u(t)$. Le capteur est régi par l'équation différentielle : $u(t) + 2\dfrac{\mathrm{d}u(t)}{\mathrm{d}t} = 5 \cdot 10^{-3}\theta(t)$. On introduit également un gain K dans la chaîne directe.

Question 2 Faire le schéma de la boucle de régulation et calculer sa fonction de transfert en boucle fermée. Rappeler les conditions de stabilité d'un système.

On donne t_m le temps de montée du système en BF : $t_m \simeq \dfrac{3}{\omega_{\text{co}}}$ avec ω_{co} est la pulsation de coupure à 0 dB du système en BO.

Question 3 On souhaite se placer dans des conditions de stabilité suffisantes en imposant une marge de phase $\Delta\varphi = 45°$. Quelle est dans ces conditions, la valeur du temps de montée en boucle fermée ?

On souhaite atteindre une cadence de 100 pièces en 24h, ceci est obtenu pour $K = 11,3$.

Question 4 Pour conserver une marge de phase égale à 60° on introduit une correcteur à avance de phase sous la forme $C(p) = K_a\dfrac{1+aTp}{1+Tp}$. Déterminer les constantes du correcteur.

Colle 1
Asservissement en température d'un four – Corrigé

Equipe PT – La Martinière Monplaisir.

C1-02

C2-04

Un four électrique destiné au traitement thermique d'objets est constitué d'une enceinte close chauffée par une résistance électrique alimentée par une tension v(t). Dix objets peuvent prendre place simultanément dans le four. Le traitement thermique consiste à maintenir les objets pendant 1 heure à une température de 1200°C (régulée de façon optimale car les objets sont détruits si la température dépasse 1400°C). Entre deux cuissons, un temps de 24 minutes est nécessaire pour procéder au refroidissement du four et à la manutention. Le four est régi par l'équation différentielle : $\dfrac{\mathrm{d}\theta(t)}{\mathrm{d}t} + 2000\dfrac{\mathrm{d}^2\theta(t)}{\mathrm{d}t^2} = 0,02v(t)$.

Question 1 Calculer la fonction de transfert $G(p)$ du four en boucle ouverte. Quel est le gain statique du four ? Que se passerait-il si on alimentait le four en continu et en boucle ouverte ?

On décide de réguler la température $\theta(t)$ dans le four en utilisant un capteur de température qui délivre une tension $u(t)$. Le capteur est régi par l'équation différentielle : $u(t) + 2\dfrac{\mathrm{d}u(t)}{\mathrm{d}t} = 5 \cdot 10^{-3}\theta(t)$. On introduit également un gain K dans la chaîne directe.

Question 2 Faire le schéma de la boucle de régulation et calculer sa fonction de transfert en boucle fermée. Rappeler les conditions de stabilité d'un système.

On donne t_m le temps de montée du système en BF : $t_m \simeq \dfrac{3}{\omega_{\text{co}}}$ avec ω_{co} est la pulsation de coupure à 0 dB du système en BO.

Question 3 On souhaite se placer dans des conditions de stabilité suffisantes en imposant une marge de phase $\Delta\varphi = 45°$. Quelle est dans ces conditions, la valeur du temps de montée en boucle fermée ?

On souhaite atteindre une cadence de 100 pièces en 24h, ceci est obtenu pour $K = 11,3$.

Question 4 Pour conserver une marge de phase égale à 60° on introduit une correcteur à avance de phase sous la forme $C(p) = K_a\dfrac{1+aTp}{1+Tp}$. Déterminer les constantes du correcteur.

soit : $$H(p) = \frac{0{,}02K\,(1+2p)}{p\,(1+2p)\,(1+2\,000p) + 10^{-4}K} = \frac{0{,}02K\,(1+2p)}{4\,000\,p^3 + 2\,002\,p^2 + p + 10^{-4}K}$$

Les conditions de stabilité en boucle fermée nous sont données par le critère de Routh :

$$\begin{array}{ccc} 4\,000 & 1 & 0 \\ 2\,002 & 10^{-4}K & 0 \\ \dfrac{2\,002 - 0{,}4K}{2\,002} & 0 & 0 \\ 10^{-4}K & 0 & 0 \end{array}$$

Le système est stable si et seulement si :

$$2\,002 - 0{,}4K > 0 \quad \Rightarrow \quad K < 5\,005$$

d) La fonction de transfert en boucle ouverte a pour expression :

$$KG(p)B(p) = \frac{10^{-4}K}{p\,(1+2\,000p)\,(1+2p)}$$

Si on impose une marge de phase de 45°, on a :

$$\Delta\varphi = \pi - \frac{\pi}{2} - \arctan 2\,000\omega_{c0} - \arctan 2\omega_{c0} = \frac{\pi}{4}$$

En négligeant le dernier terme, on obtient : $\omega_{c0} = \dfrac{1}{2\,000} = 5 \cdot 10^{-4}$ rad/s

d'où : $$t_m = \frac{3}{\omega_{c0}} = \frac{3}{5 \cdot 10^{-4}} = 6\,000\ \text{s} = 1\ \text{h}\ 40\ \text{mn}$$

e) Pour déterminer la valeur du signal de consigne, il convient de calculer la valeur du signal délivré par le capteur lorsque la température atteint 1 200 °C : en régime permanent, le capteur se comporte comme un gain de $5 \cdot 10^{-3}$ V/°C.

Par conséquent : $$\theta = 1\,200\ °\text{C} \quad \Rightarrow \quad u = 6\ \text{V}$$

Comme la chaîne directe comporte un intégrateur, l'erreur statique sera nulle. Le système ne peut donc se stabiliser à 1 200 °C que si le signal d'entrée est un échelon de hauteur 6 V.
Si le système est réglé pour obtenir une marge de phase de 45°, la réponse du système, en boucle fermée, sera caractérisée par un facteur d'amortissement égal à 0,45. D'après les abaques des réponses indicielles, cela correspond à un dépassement de 20 %. La température maximale atteinte dans le four (temporairement) est donc égale à 1 440 °C.
Ce dépassement est bien évidemment trop important puisque les objets à cuire ne peuvent être soumis à des températures dépassant 1 400 °C.
f) Si on souhaite limiter le dépassement à 10 %, nous devons régler le système de sorte qu'il présente une marge de phase de 60 °. Cette marge de phase correspond à une pulsation ω_{c0} telle que :

$$\Delta\varphi = \pi - \frac{\pi}{2} - \arctan 2\,000\omega_{c0} - \arctan 2\omega_{c0} = \frac{\pi}{3}$$

soit : $$\arctan 2\,000\omega_{c0} \approx \frac{\pi}{6} \quad \Rightarrow \quad \omega_{c0} \approx \frac{\tan \pi/6}{2\,000} = 0{,}26 \cdot 10^{-3}\ \text{rad/s}$$

Par conséquent : $$t_m \approx \frac{3}{\omega_{c0}} \approx 3\ \text{h}\ 10\ \text{mn}$$

Dans ces conditions, chaque traitement duerea 4 heures et 50 minutes (temps de montée en temprératurе ajouté à une heure de cuisson et à 24 minutes de manutention et refroidissement). On ne pouura donc en réaliser que 5 par 24 heures. Le nombre maximum d'objets que l'on pourra traiter par jour est donc limité à 50.

Colle 2
Réglage d'un correcteur P et d'un correcteur à avance de phase – Sujet

Equipe PT – La Martinière Monplaisir.

On considère un système de fonction de transfert en boucle ouverte $G(p)$ que l'on souhaite réguler à l'aide d'une boucle à retour unitaire : $G(p) = \dfrac{K}{(10p+1)^2(p+1)}$

On souhaite que la boucle de régulation fonctionne selon le cahier des charges suivant :

C1-02

C2-04

- marge de phase : $\Delta\varphi \geq 45°$;
- dépassement $D\% < 10\%$;
- écart statique $\varepsilon_S < 0,08$;
- temps de montée $t_m < 8\,\text{s}$.

Question 1 Quelle est la condition sur K pour obtenir $\varepsilon_S < 0,08$?

Question 2 Exprimer l'erreur de trainage.

On note t_m le temps de montée du système en BF et $t_m \simeq \dfrac{3}{\omega_{\text{co}}}$ et ω_{co} est la pulsation de coupure à 0 dB du système en BO.

Question 3 Quelle est la condition sur K pour obtenir $t_m < 8\,\text{s}$?

Question 4 Quel choix faire pour la valeur de K ?

Question 5 Calculer la valeur de la marge de phase obtenue dans ces conditions.

Expérimentalement, on constate que $z_{\text{BF}} \simeq \dfrac{\Delta\varphi^o}{100}$ et on rappelle que $D\% = e^{\frac{-\pi z_{BF}}{\sqrt{1-z_{BF}^2}}}$.

Question 6 Que vaut alors le dépassement D% ?

Question 7 À partir de la relation précédente, déterminer la marge de phase qui correspond à un dépassement de 10%.

Avec la valeur de $K = 16,1$, on introduit, en amont de $G(p)$, dans la chaîne directe, un correcteur $C(p) = K_a \dfrac{1+aTp}{1+Tp}$ à avance de phase destiné à corriger le dépassement et la marge de phase, sans altérer ni la rapidité, ni la précision qui correspondent au cahier des charges.

Question 8 Déterminer alors la fonction de transfert de ce correcteur à avance de phase permettant d'obtenir une marge de phase de 60°.

Colle 2
Réglage d'un correcteur P et d'un correcteur à avance de phase – Corrigé

Equipe PT – La Martinière Monplaisir.

On considère un système de fonction de transfert en boucle ouverte $G(p)$ que l'on souhaite réguler à l'aide d'une boucle à retour unitaire : $G(p) = \dfrac{K}{(10p+1)^2(p+1)}$

C1-02

C2-04

On souhaite que la boucle de régulation fonctionne selon le cahier des charges suivant :

- marge de phase : $\Delta\varphi \geq 45°$;
- dépassement $D\% < 10\%$;
- écart statique $\varepsilon_S < 0,08$;
- temps de montée $t_m < 8\,\text{s}$.

Question 1 Quelle est la condition sur K pour obtenir $\varepsilon_S < 0,08$?

Question 2 Exprimer l'erreur de trainage.

On note t_m le temps de montée du système en BF et $t_m \simeq \dfrac{3}{\omega_{\text{co}}}$ et ω_{co} est la pulsation de coupure à 0 dB du système en BO.

Question 3 Quelle est la condition sur K pour obtenir $t_m < 8\,\text{s}$?

Question 4 Quel choix faire pour la valeur de K ?

Question 5 Calculer la valeur de la marge de phase obtenue dans ces conditions.

Expérimentalement, on constate que $z_{\text{BF}} \simeq \dfrac{\Delta\varphi^o}{100}$ et on rappelle que $D\% = e^{\dfrac{-\pi z_{BF}}{\sqrt{1-z_{BF}^2}}}$.

Question 6 Que vaut alors le dépassement D% ?

Question 7 À partir de la relation précédente, déterminer la marge de phase qui correspond à un dépassement de 10%.

Avec la valeur de $K = 16,1$, on introduit, en amont de $G(p)$, dans la chaîne directe, un correcteur $C(p) = K_a \dfrac{1+aTp}{1+Tp}$ à avance de phase destiné à corriger le dépassement et la marge de phase, sans altérer ni la rapidité, ni la précision qui correspondent au cahier des charges.

Question 8 Déterminer alors la fonction de transfert de ce correcteur à avance de phase permettant d'obtenir une marge de phase de 60°.

CORRECTION

Q1- Quelle est la condition sur K pour obtenir $\varepsilon_S < 0,08$?

Comme la FTBO est : $G(p) = \dfrac{K}{(10\,p+1)^2\,(p+1)}$, et que le retour est unitaire, la FTBF s'écrit :

$$H(p) = \frac{G(p)}{1+G(p)} = \frac{K}{(10\,p+1)^2\,(p+1)+K}$$

Par définition l'écart statique s'écrit : $\varepsilon_S = \lim_{p\to 0^+}\ \{\ 1 - H(p)\ \} = 1 - \dfrac{K}{1+K} = \dfrac{1}{1+K}$

Pour avoir $\varepsilon_S < 0,08$ il faut avoir : $\dfrac{1}{1+K} < 0,08$ Soit $\boxed{K > 11,5}$

Q2- Quelle est la condition sur K pour obtenir tm < 8s ?

Pour avoir tm < 8 s et en considérant la relation approchée $t_m = \dfrac{3}{\omega_{C0}} < 8$ s soit $\omega_{C0} > 0,375$ s

Le gain K qui correspond à cette pulsation de coupure à 0 dB est tel que :

$$G(j\omega_{c0}) = \frac{K}{(1+100\,\omega_{c0}^2)\,\sqrt{1+\omega_{c0}^2}} = 1$$

Soit $\boxed{K = 16,1}$

Q3- Déterminer la plus petite valeur de K, permettant d'obtenir à la fois $\varepsilon S < 0,08$ et

D'après Q1, pour avoir $\varepsilon_S < 0,08$ il faut **K > 11,5**
D'après Q2, pour avoir obtenir tm < 8s il faut **K > 16,1**

La plus petite valeur qui permet de satisfaire aux deux conditions ci-dessus est **K > 16,1**

Q4- Calculer la valeur de la marge de phase obtenue dans ces conditions. Que vaut alors le dépassement?

La marge de phase obtenue pour cette valeur de K est :

$$\Delta\varphi = \pi - 2\arctan 10\omega_{C0} - \arctan 10\omega_{C0} = 0,16 \text{ rad} = 9°$$

La valeur du dépassement en boucle fermée se détermine par les relations :

$$\Delta\varphi° \rightarrow z_{BF} \approx \frac{\Delta\varphi°}{100} \rightarrow D\% = \exp\left(-\pi\frac{z_{BF}}{\sqrt{1-z^2}}\right)$$

Soit $\Delta\varphi° = 9° \rightarrow z_{BF} \approx \dfrac{\Delta\varphi°}{100} = 0,09 \rightarrow D\% = \exp\left(-\pi\dfrac{0,09}{\sqrt{1-0,09^2}}\right) = 73\%$

$$\boxed{\Delta\varphi° = 9° \quad \text{et} \quad D\% = 74}$$

Ces deux valeurs ne sont pas conformes au cahier des charges

Q5- Déterminer la marge de phase qui correspond à un dépassement de 10%.

$$D\% = \exp\left(-\pi\frac{z}{\sqrt{1-z^2}}\right) = 0,1$$

$$-\pi\frac{z}{\sqrt{1-z^2}} = \ln 0,1 = -2.3 \qquad \pi^2\frac{z^2}{1-z^2} = 5.3 \qquad z^2 = \frac{5,3}{5,3+\pi^2}$$

Soit z_{BF} = 0,6 Ainsi : $\Delta\varphi° \approx 100\ z_{BF} = 60°$

Par ailleurs la marge de phase $\Delta\varphi \geq 45°$

Ces deux conditions imposent $\boxed{\Delta\varphi \geq 60°}$

Q6- Déterminer alors la fonction de transfert de ce correcteur à avance de phase

Le correcteur à avance de phase $C(p) = \dfrac{1 + aT\,p}{1 + T\,p}$ introduit a pour mission de remonter la marge de phase à 60°.

Il faut donc obtenir une remontée de phase de 60- 9 = 51° à la pulsation ω_{C0} = 0,375 rad/s

On $\omega_{c0} = \omega_{max} = \dfrac{1}{T\sqrt{a}}$ = 0,375 rad/s et $\varphi_{max} = \arcsin\dfrac{a-1}{a+1}$ = 51°

Cette dernière condition conduit à : a = 8

La première à T = 0,94 s

$$Ka = \frac{1}{\sqrt{a}}$$

Colle 3
Réglage d'un correcteur P et d'un correcteur à avance de phase – Sujet

Equipe PT – La Martinière Monplaisir.

On considère un système de fonction de transfert est : $G(p) = \dfrac{K}{(p+1)^3}$ placé dans une boucle de régulation à retour unitaire. On souhaite une marge de phase supérieure à 45°.

C1-02

C2-04

Question 1 Tracer le schéma-blocs associé au système.

Question 2 Exprimer l'écart de statique et l'écart de trainage.

Question 3 Définir la condition de stabilité théorique du système.

On note t_m le temps de montée du système en BF avec $t_m \simeq \dfrac{3}{\omega_{\text{co}}}$ et ω_{co} est la pulsation de coupure à 0 dB du système en BO.

Question 4 Calculer la valeur K qui assure, en boucle fermée, un temps de montée de 2,15 s.

Question 5 Calculer pour cette valeur de K la marge de phase.

Question 6 En déduire l'expression de la fonction de transfert du correcteur à avance de phase $C(p) = K_a \dfrac{1+aTp}{1+Tp}$ qu'il faut introduire dans la chaîne directe.

Colle 3
Réglage d'un correcteur P et d'un correcteur à avance de phase – Corrigé

Equipe PT – La Martinière Monplaisir.

On considère un système de fonction de transfert est : $G(p) = \dfrac{K}{(p+1)^3}$ placé dans une boucle de régulation à retour unitaire. On souhaite une marge de phase supérieure à 45°.

C1-02

C2-04

Question 1 Tracer le schéma-blocs associé au système.

Question 2 Exprimer l'écart de statique et l'écart de trainage.

Question 3 Définir la condition de stabilité théorique du système.

On note t_m le temps de montée du système en BF avec $t_m \simeq \dfrac{3}{\omega_{co}}$ et ω_{co} est la pulsation de coupure à 0 dB du système en BO.

Question 4 Calculer la valeur K qui assure, en boucle fermée, un temps de montée de 2,15 s.

Question 5 Calculer pour cette valeur de K la marge de phase.

Question 6 En déduire l'expression de la fonction de transfert du correcteur à avance de phase $C(p) = K_a \dfrac{1+aTp}{1+Tp}$ qu'il faut introduire dans la chaîne directe.

CORRECTION

Q1- Définir la condition de stabilité théorique du système ?

Tous les poles sont à partie réel négative.

Q2- Calculer la valeur K qui assure, en boucle fermée, un temps de montée de 2,15 s.

Le temps de montée est défini par : $t_m = \dfrac{3}{\omega_{C0}}$

Si tm = 2,15 s alors la pulsation de coupure à 0 dB est : ω_{C0} = 1,4 rad/s

Or $|G(\omega_{c0})| = \dfrac{K}{(\sqrt{1+\omega_{c0}^2})^3}$ et $\varphi(\omega) = -3 \arctan \omega$

Par définition : $|G(\omega_{c0})| = \dfrac{K}{(\sqrt{1+\omega_{c0}^2})^3} = 1$ on obtient K = 5

Q3- Calculer pour cette valeur de K la marge de phase.

Dans ces conditions la marge de phase vaut : $\Delta\varphi = \pi + \varphi(\omega_{C0}) = \pi - 3 \arctan \omega_{C0} = 17°$

Q4- En déduire l'expression de la fonction de transfert du correcteur à avance de phase qu'il faut introduire dan la chaîne directe.

Le correcteur à avance de phase $C(p) = \dfrac{1 + aT\,p}{1 + T\,p}$ introduit a pour mission de remonter la marge de phase à 45 - 17 = 28° à la pulsation ω_{C0} = 1,4 rad/s

$\omega_{c0} = \omega_{max} = \dfrac{1}{T\sqrt{a}}$ = 1,4 rad/s et $\varphi_{max} = \arcsin \dfrac{a-1}{a+1}$ = 28°

Soit a = 2,8 et T = 0,43 s $\qquad Ka = \dfrac{1}{\sqrt{a}}$

Colle 4
Réglage d'un correcteur P et d'un correcteur à avance de phase – Sujet

Pôle Chateaubriand – Joliot Curie.

Correction proportionnelle

C1-02

C2-04

Soit $F(p)$ la FTBO d'un système bouclé à retour unitaire. Les diagrammes de BODE de $F(p)$ sont représentés sur la figure ci-dessous.

Question 1 Déterminer les marges de phase et de gain du système, puis conclure quant à sa stabilité.

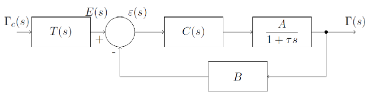
On décide d'ajouter au système un correcteur série de type proportionnel. On note K_p le gain de ce correcteur.

Question 2 Déterminer la valeur de K_p permettant d'obtenir une marge de gain $M_G = 12\,\text{dB}$.

Question 3 Déterminer la nouvelle marge de phase du système.

Question 4 En le justifiant, déterminer l'erreur de position du système corrigé pour une consigne indicielle.

Correction intégrale – Asservissement en accélération



On désire contrôler l'accélération $\gamma(t)$ d'un plateau. Pour cela, un capteur d'accélération, fixé sur le plateau et de sensibilité B, est utilisé dans la chaîne de retour du système. Le moteur permettant la motorisation du plateau est modélisé par la fonction de transfert : $H(s) = \dfrac{A}{1+\tau s}$. On modélise le correcteur par la fonction de transfert $C(s)$.

On a $A = 100\,\text{g}\,\text{m}\,\text{s}^{-2}\,\text{V}^{-1}$, $\tau = 0{,}2\,\text{s}$ et $B = 10^{-2}\,\text{g}^{-1}\text{V}\text{m}^{-1}\text{s}^{-2}$.

Question 5 Quelle doit être la fonction de transfert du transducteur $T(s)$ qui traduira l'accélération de consigne $\Gamma_c(s)$ en tension $E(s)$.

On applique à l'entrée du système une consigne d'accélération $\gamma_c = 20g$.

Système asservi sans correction : $C(s) = 1$.

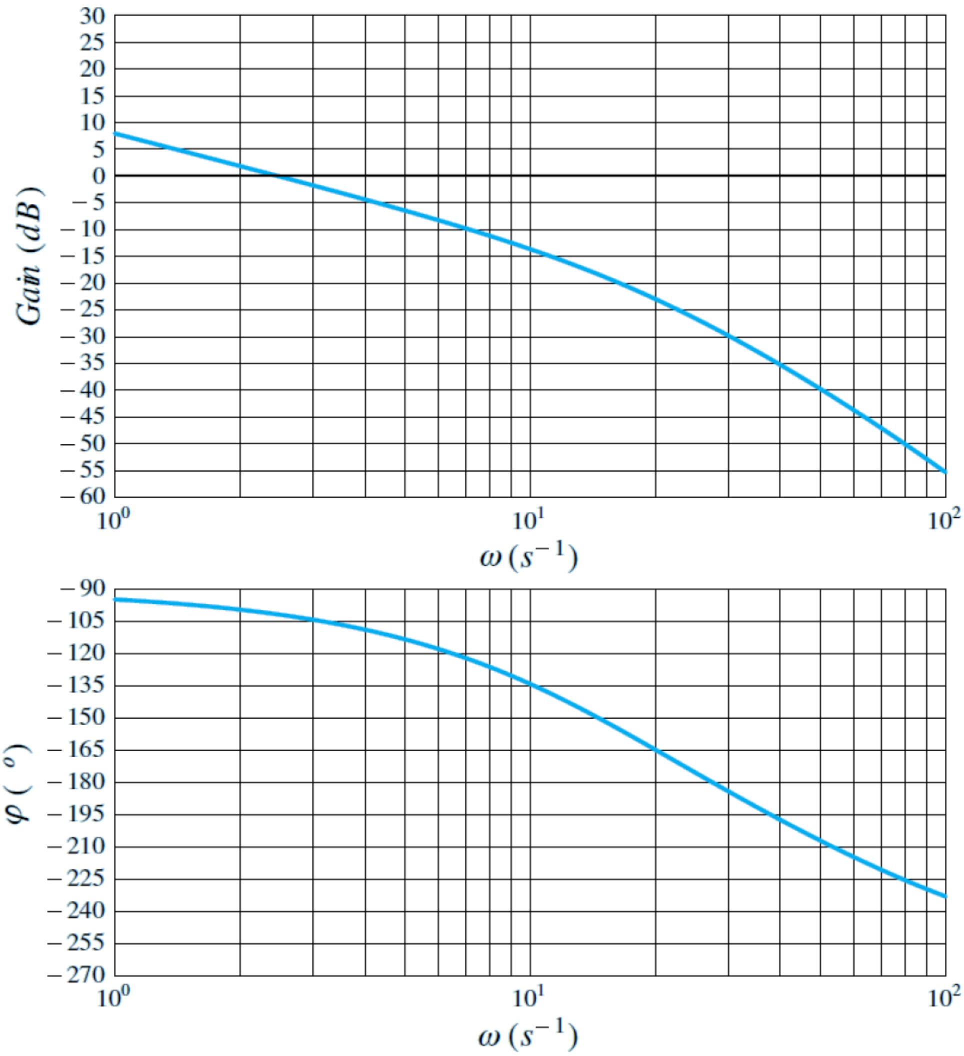
Question 6 Déterminer l'expression de la fonction de transfert en boucle fermée de ce système. Identifier les différents paramètres de cette fonction. Réaliser l'application numérique.

Question 7 Calculer le temps de réponse à 5% de ce système pour une entrée en échelon.

Question 8 Donner la valeur de l'accélération en régime permanent. Ce système est-il précis ? Donner l'erreur en régime permanent.

Question 9 Donner l'allure de la réponse de ce système en précisant les points caractéristiques.

Système asservi avec correction intégrale : $C(s) = \dfrac{1}{s}$.



Question 10 Déterminer l'expression de la fonction de transfert en boucle fermée de ce système. Identifier les différents paramètres de cette fonction. Réaliser l'application numérique.

Question 11 Calculer le temps de réponse à 5% de ce système pour une entrée en échelon.

Question 12 Donner la valeur de l'accélération en régime permanent. Ce système est-il précis ? Donner l'erreur en régime permanent. Pouvait-on prévoir ce résultat.

Question 13 Conclure en comparant le comportement du système avec et sans correction.

Colle 4
Réglage d'un correcteur P et d'un correcteur à avance de phase – Corrigé

Pôle Chateaubriand – Joliot Curie.

Correction proportionnelle

Soit $F(p)$ la FTBO d'un système bouclé à retour unitaire. Les diagrammes de BODE de $F(p)$ sont représentés sur la figure ci-dessous.

C1-02

C2-04

Question 1 Déterminer les marges de phase et de gain du système, puis conclure quant à sa stabilité.

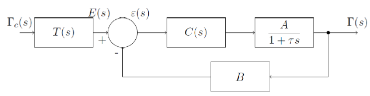
On décide d'ajouter au système un correcteur série de type proportionnel. On note K_p le gain de ce correcteur.

Question 2 Déterminer la valeur de K_p permettant d'obtenir une marge de gain $M_G = 12\,\text{dB}$.

Question 3 Déterminer la nouvelle marge de phase du système.

Question 4 En le justifiant, déterminer l'erreur de position du système corrigé pour une consigne indicielle.

Correction intégrale – Asservissement en accélération



On désire contrôler l'accélération $\gamma(t)$ d'un plateau. Pour cela, un capteur d'accélération, fixé sur le plateau et de sensibilité B, est utilisé dans la chaîne de retour du système. Le moteur permettant la motorisation du plateau est modélisé par la fonction de transfert : $H(s) = \dfrac{A}{1+\tau s}$. On modélise le correcteur par la fonction de transfert $C(s)$.

On a $A = 100\,\text{g}\,\text{m}\,\text{s}^{-2}\,\text{V}^{-1}$, $\tau = 0{,}2\,\text{s}$ et $B = 10^{-2}\,\text{g}^{-1}\text{Vm}^{-1}\text{s}^{-2}$.

Question 5 Quelle doit être la fonction de transfert du transducteur $T(s)$ qui traduira l'accélération de consigne $\Gamma_c(s)$ en tension $E(s)$.

On applique à l'entrée du système une consigne d'accélération $\gamma_c = 20g$.

Système asservi sans correction : $C(s) = 1$.

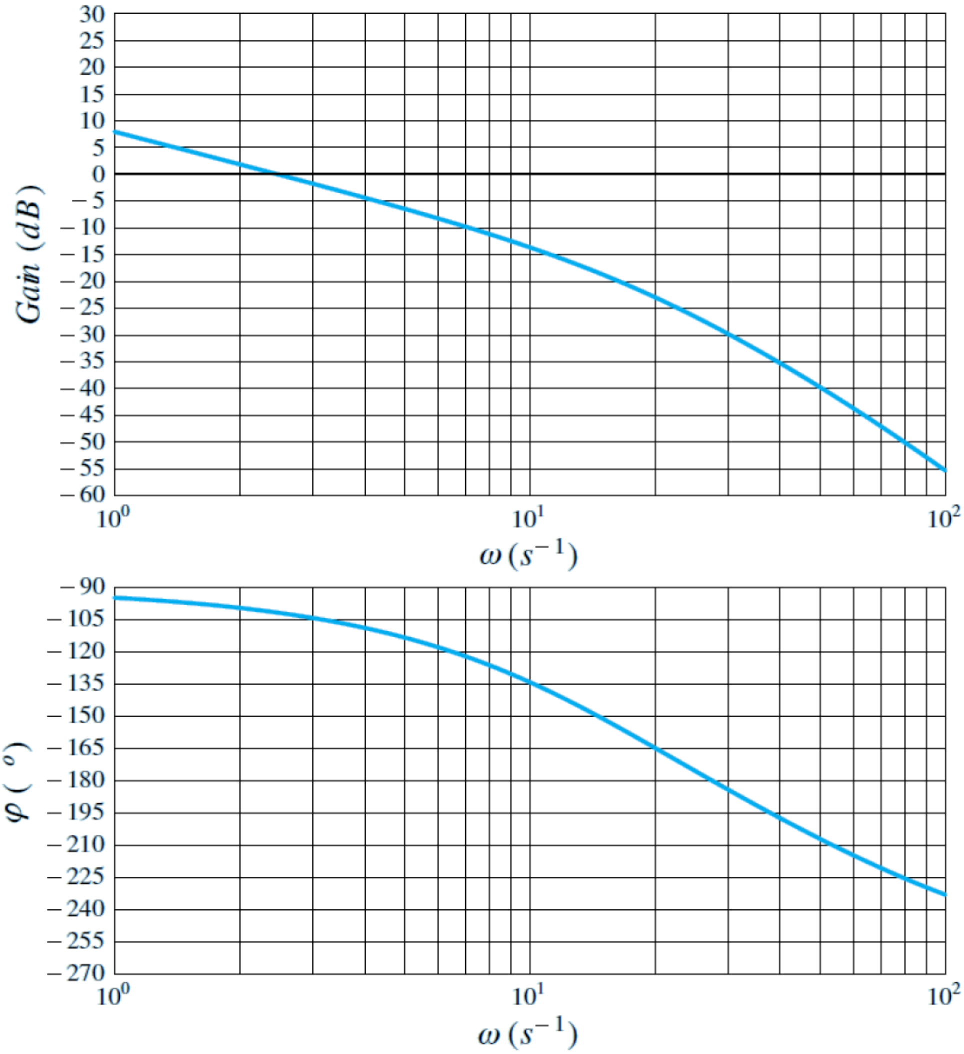
Question 6 Déterminer l'expression de la fonction de transfert en boucle fermée de ce système. Identifier les différents paramètres de cette fonction. Réaliser l'application numérique.

Question 7 Calculer le temps de réponse à 5% de ce système pour une entrée en échelon.

Question 8 Donner la valeur de l'accélération en régime permanent. Ce système est-il précis ? Donner l'erreur en régime permanent.

Question 9 Donner l'allure de la réponse de ce système en précisant les points caractéristiques.

Système asservi avec correction intégrale : $C(s) = \dfrac{1}{s}$.



Question 10 Déterminer l'expression de la fonction de transfert en boucle fermée de ce système. Identifier les différents paramètres de cette fonction. Réaliser l'application numérique.

Question 11 Calculer le temps de réponse à 5% de ce système pour une entrée en échelon.

Question 12 Donner la valeur de l'accélération en régime permanent. Ce système est-il précis ? Donner l'erreur en régime permanent. Pouvait-on prévoir ce résultat.

Question 13 Conclure en comparant le comportement du système avec et sans correction.

1.1. Réglage d'une marge de gain

1. $\boxed{M_\varphi = 78°}$ et $\boxed{M_G = 28\,\text{dB}}$
2. $Kp \approx \boxed{6{,}3}$
3. $\boxed{M_\varphi = 37°}$
4. L'erreur en régime permanent, vis-à-vis d'une consigne en échelon, est nulle.

2.1. Asservissement en accélération

1. $\boxed{T(s)=B}$
2. $\boxed{H_{BF}(s)=\dfrac{{A\cdot B}/{1+A\cdot B}}{1+\dfrac{\tau}{A\cdot B+1}\cdot s}}$ $\boxed{H_{BF}(s)=\dfrac{0{,}5}{1+0{,}1\cdot s}}$
3. $t_{5\%}\approx\boxed{0{,}3\,\mathrm{s}}$
4. $\gamma(+\infty)=\boxed{10\cdot g\ \ \mathrm{m\cdot s^{-2}}}$ $\qquad e_r(+\infty)=\boxed{10\cdot g\ \ \mathrm{m\cdot s^{-2}}}$
5.
6. $\boxed{H_{BF}(s)=\dfrac{1}{1+\dfrac{1}{A\cdot B}\cdot s+\dfrac{\tau}{A\cdot B}\cdot s^2}}$ $\boxed{H_{BF}(s)=\dfrac{1}{1+s+0{,}2\cdot s^2}}$ $\boxed{z=1{,}12\ \ \&\ \ \omega_0=2{,}24\ \mathrm{rad\cdot s^{-1}}}$
7. $\boxed{t_{5\%}=2{,}23\,\mathrm{s}}$
8. $\gamma(+\infty)=\gamma_c=\boxed{20\cdot g\ \ \mathrm{m\cdot s^{-2}}}$. Le système est précis.
9.

TD 1
Avance de Phase – Train d'atterrissage d'hélicoptère – Sujet

Banque PT – SIA 2014.

Mise en situation

C1-02

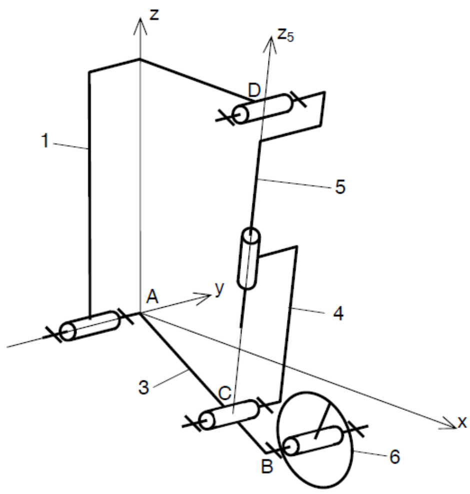
C2-04

Lors d'atterrissages d'hélicoptères à grande, les oscillations induites par l'impact au sol du train d'atterrissage principal génèrent des contraintes mécaniques importantes à la liaison du pylône de queue avec la cabine. Les oscillations du pylône de queue de l'appareil ne sont pas négligeables. Lors de ces atterrissages, les vitesses verticales minimales sont de l'ordre de $2\,\mathrm{m\,s^{-1}}$ mais peuvent atteindre des valeurs plus importantes lors d'appontage sur un bateau à cause des mouvements du bateau dus à la houle. La résistance aux crashs correspond à la possibilité de garder opérationnel un appareil qui aurait atterri avec une vitesse d'impact pouvant atteindre $4\,\mathrm{m\,s^{-1}}$.

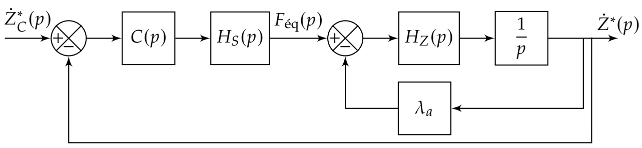
Objectif

Pour une vitesse d'impact de $4\,\mathrm{m\,s^{-1}}$ l'accélération de la queue doit rester inférieure à $3\,\mathrm{rad\,s^{-2}}$.

On donne une modélisation cinématique du train principal.



La vitesse d'impact lors de l'atterrissage de l'hélicoptère correspond alors à la vitesse de la tige 5 de l'amportisseur par rapport au cylindre 4. Cette vitesse est notée Z^*. On se propose d'étudier la stabilité vis-à-vis de la seule consigne $\dot{Z}^*_c(p)$. On adoptera pour le réglage de la correction le schéma suivant.



On note dans ce schéma :

- $\dot{Z}^*(p)$ la transformée de $\dot{z}^*(t) = \dot{z}(t) + V_0$ avec V_0 la vitesse d'impact et $\dot{z}(t)$ la vitesse absolue de la cabine par rapport au sol ;

- $F_{\text{éq}}(p)$ l'effort équivalent ramené au déplacement de la cabine et fourni par la partie active de l'amortisseur ;
- λ_a le coefficient d'amortissement passif équivalent ramené au déplacement de la cabine ;
- $H_S(p) = \dfrac{K_S}{1 + T_S p}$ la fonction de transfert de la partie active de l'amortisseur. On prendra : $K_S = 12 \times 10^4\,\text{N}\,\text{A}^{-1}$ et $T_S = 5 \times 10^{-3}\,\text{s}$;
- $H_Z(p) = \dfrac{K_Z p^2}{1 + \dfrac{2\xi_Z}{\omega_Z} p + \dfrac{p^2}{\omega_Z^2}}$ la fonction de transfert traduisant le comportement dynamique du train.
- $C(p)$ la fonction de transfert du correcteur dont le réglage fait l'objet de cette partie.

Fonction de transfert en boucle ouverte non corrigée

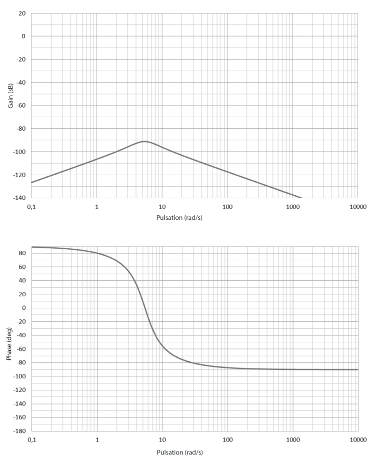
Objectif

Il s'agit dans un premier temps d'analyser la forme de la fonction de transfert en boucle ouverte non corrigée de la chaîne de commande semi-active.

Question 1 Déterminer littéralement et sous forme canonique la fonction de transfert $H_F(p) = \dfrac{\dot{Z}^*(p)}{F_{\text{éq}}(p)}$.

Question 2 Déterminer littéralement la fonction de transfert en boucle ouverte non corrigée $H_{\text{BONC}}(p)$.

On donne le diagramme de Bode de $H_F(p)$.



Question 3 Justifier la forme de ce diagramme en traçant les asymptotes et en indiquant comment retrouver sur le tracé les valeurs de K_z et ω_z. Tracer en rouge les diagrammes de la fonction $H_{\text{BONC}}(p)$. On prendra pour cela $20 \log K_S \simeq 100\,\text{dB}$.

Choix et réglage de la correction

Objectif

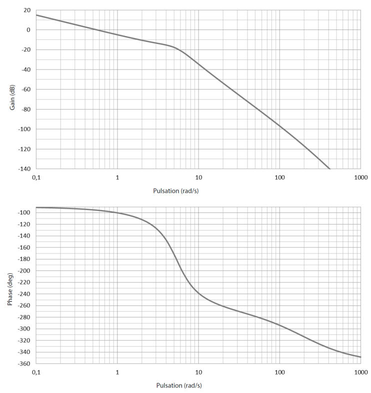
Il s'agit à présent de définir la structure du correcteur et de proposer un réglage permettant de satisfaire les critères du cahier des charges.

Afin de satisfaire les exigences, une étude complémentaire non abordée dans ce sujet montre que la boucle d'asservissement doit posséder les performances suivantes :

- erreur statique nulle ;
- pulsation de coupure à 0 dB et $\omega_{0\,\text{dB}} = 6\,\text{rad}\,\text{s}^{-1}$;
- marge de phase $M\varphi = 45°$;
- marge de gain $MG > 6\,\text{dB}$.

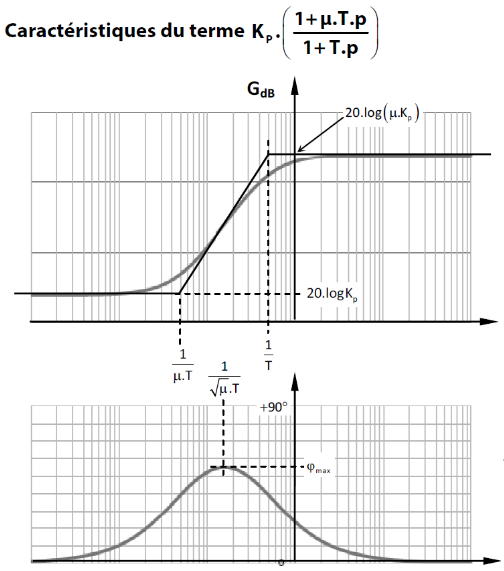
Question 4 Quelle doit être la classe minimale du correcteur afin de garantir le critère de précision ?

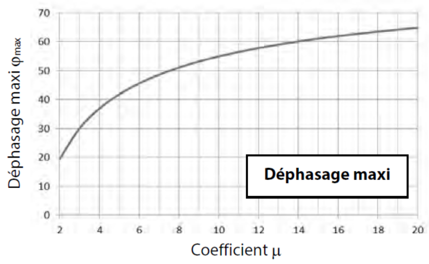
On choisit dans un premier temps un correcteur de la forme $C(p) = \dfrac{K_p}{p^2}$. On donne les diagrammes de Bode de la fonction de transfert en boucle ouverte du système ainsi corrigé pour $K_p = 1$.

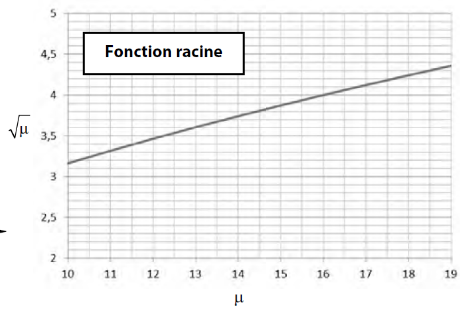


Question 5 Évaluer les marges de stabilité pour ce réglage. Déterminer la valeur de K_p garantissant le critère de pulsation de coupure à 0 dB. Ce correcteur peut-il permettre de répondre aux critères de performances énoncés en début de partie ? Justifier la réponse

On choisit finalement un correcteur de la forme $C(p) = \dfrac{K_p}{p^2}\dfrac{1+\mu T p}{1+Tp}$ avec $\mu > 1$. Les caractéristiques du terme en $K_p\dfrac{1+\mu T p}{1+Tp}$ ainsi que des abaques de calcul sont donnés ci -dessous.







Question 6 Comment se nomme l'action de correction obtenue avec ce terme ?

Question 7 Quelle valeur doit-on donner à μ pour garantir le critère de marge de phase ?

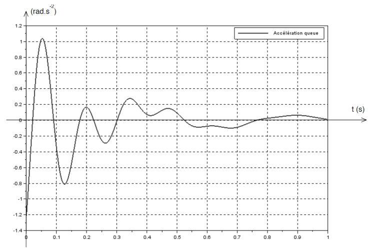
Question 8 En déduire les valeurs de T et de K_P permettant d'assurer les critères de stabilité et de bande passante énoncés au début de partie. Le critère de précision est-il validé ?

Validation des performances

Objectif

II s'agit dans cette dernière partie de vérifier les performances globales de la boucle d'asservissement.

On donne le résultat d'une simulation du système complet piloté à l'aide du correcteur précédemment dimensionné pour une vitesse d'impact de 4 m s^{-1}.



Question 9 En analysant cette courbe, conclure quant à la validité du cahier des charges.

TD 1
Avance de Phase – Train d'atterrissage d'hélicoptère – Corrigé

Banque PT – SIA 2014.

Mise en situation

C1-02

C2-04

Objectif

Pour une vitesse d'impact de $4\,\mathrm{m\,s^{-1}}$ l'accélération de la queue doit rester inférieure à $3\,\mathrm{rad\,s^{-2}}$.

Fonction de transfert en boucle ouverte non corrigée

Objectif

Il s'agit dans un premier temps d'analyser la forme de la fonction de transfert en boucle ouverte non corrigée de la chaîne de commande semi-active.

Question 1 Déterminer littéralement et sous forme canonique la fonction de transfert $H_F(p) = \dfrac{\dot{Z}^*(p)}{F_{\text{éq}}(p)}$.

Correction

$$H_F(p) = \frac{H_Z(p)\dfrac{1}{p}}{1+\lambda_a H_Z(p)\dfrac{1}{p}} = \frac{\dfrac{K_Z p^2}{1+\dfrac{2\xi_Z}{\omega_Z}p+\dfrac{p^2}{\omega_Z^2}}\dfrac{1}{p}}{1+\lambda_a\dfrac{K_Z p^2}{1+\dfrac{2\xi_Z}{\omega_Z}p+\dfrac{p^2}{\omega_Z^2}}\dfrac{1}{p}} = \frac{K_Z p^2}{p\left(1+\dfrac{2\xi_Z}{\omega_Z}p+\dfrac{p^2}{\omega_Z^2}\right)+\lambda_a K_Z p^2}$$

$$= \frac{K_Z p}{1+\left(\dfrac{2\xi_Z}{\omega_Z}+\lambda_a K_Z\right)p+\dfrac{p^2}{\omega_Z^2}}.$$

Question 2 Déterminer littéralement la fonction de transfert en boucle ouverte non corrigée $H_{\text{BONC}}(p)$.

Correction

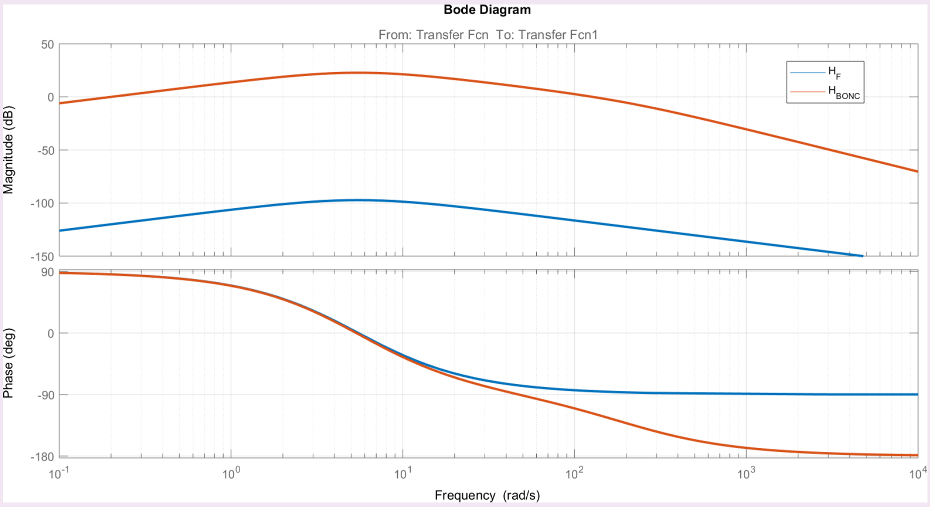
$$H_{\text{BONC}}(p) = \frac{K_Z p}{1+\left(\dfrac{2\xi_Z}{\omega_Z}+\lambda_a K_Z\right)p+\dfrac{p^2}{\omega_Z^2}}\cdot\frac{K_S}{1+T_S p}.$$

On donne le diagramme de Bode de $H_F(p)$.

Question 3 Justifier la forme de ce diagramme en traçant les asymptotes et en indiquant comment retrouver sur le tracé les valeurs de K_z et ω_z. Tracer en rouge les diagrammes de la fonction $H_{\text{BONC}}(p)$. On prendra pour cela $20\log K_S \simeq 100\,\mathrm{dB}$.

Correction

H_F est un second ordre dérivé de coefficient d'amortissement ξ_F et de pulsation propore ω_Z. Ne pouvant pas calculer ξ_F, l'allure du diagrame de Bode suggère que $\xi_F < 1$ car il y a une seule rupture de pente à $\omega_Z = 5{,}5\,\mathrm{rad\,s^{-1}}$.
Pour $\omega < \omega_Z$< l'asymptote du second ordre à un gain de 0 dB. Seul le dérivateur est influent. En conséquence, pour $\omega = 1\,\mathrm{rad\,s^{-1}}$, on a donc $|K_Z p|_{\mathrm{dB}} = 20\log K_Z = -106$. On a donc $K_Z = 5\times 10^{-6}$.



Choix et réglage de la correction

Objectif

II s'agit à présent de définir la structure du correcteur et de proposer un réglage permettant de satisfaire les critères du cahier des charges.

Question 4 Quelle doit être la classe minimale du correcteur afin de garantir le critère de précision ?

Correction

Pour que l'erreur statique soit nulle, il faut que la classe de la FTBO soit de 1. La classe de la FTBO non corrigée étant de «−1», il faut donc que le correcteur soit de classe 2 pour que le critère de précision soit garanti.

Question 5 Évaluer les marges de stabilité pour ce réglage. Déterminer la valeur de K_p garantissant le critère de pulsation de coupure à 0 dB. Ce correcteur peut-il permettre de répondre aux critères de performances énoncés en début de partie ? Justifier la réponse

Correction

La marge de gain est de 18 dB et la marge de phase est de 85°.
Pour avoir une pulsation de coupure à 0 dB de $6\,\mathrm{rad\,s^{-1}}$, il faut relever le gain de 20 dB soit $K_P = 10$. Dans ces conditions, la marge de phase est de −15° et la marge de gain est −2 dB.
En conséquences, le système est précis (écart nul) et la pulsation de coupure du cahier des charges est respectée. Les marges ne sont plus satisfaites.

Question 6 Comment se nomme l'action de correction obtenue avec ce terme ?

Correction

L'action de correction obtenue est de l'avance de phase.

Question 7 Quelle valeur doit-on donner à μ pour garantir le critère de marge de phase ?

Correction

Cas 1 : on conserve $K_P = 10$**.** Le correcteur doit ajouter 60°de phase pour $\omega = 6\,\mathrm{rad\,s^{-1}}$. Il faut donc $\mu = 14$.
Cas 2 : on reprend $K_P = 1$**.** Dans ce cas, on souhaite que lorsque $\omega = 6\,\mathrm{rad\,s^{-1}}$, φ soit égal à 45°. Il faut donc ajouter 65°de phase à cette pulsation. Dans ces conditions, $\mu = 20$.
Le critère de précision reste validé car il y a toujours les deux intégrateurs dans le correcteur.

Question 8 En déduire les valeurs de T et de K_P permettant d'assurer les critères de stabilité et de bande passante énoncés au début de partie. Le critère de précision est-il validé ?

Correction

Dans le cas 1 : $\omega = \dfrac{1}{T\sqrt{\mu}} \Leftrightarrow T = \dfrac{1}{\omega\sqrt{\mu}} = \dfrac{1}{6\sqrt{14}} = 0{,}045\,\mathrm{s}$. Le gain K_P déjà déterminé permet de satisfaire le cahier des charges. Il faut donc que le gain du correcteur à avance de phase soit nul à la pulsation de coupure à $\omega_{0\,\mathrm{dB}}$.
Il faut donc que $\dfrac{1}{2}\left(20\log\left(\mu K'_P\right) + 20\log K'_P\right) = 0 \Rightarrow \log\left(\mu K'^2_P\right) = 0 \Rightarrow \mu K'^2_P = 1 \Rightarrow K'_P = \sqrt{1/\mu} = 0,267$.
Dans le cas 2 : $\omega = \dfrac{1}{T\sqrt{\mu}} \Leftrightarrow T = \dfrac{1}{\omega\sqrt{\mu}} = \dfrac{1}{6\sqrt{20}} = 0{,}037\,\mathrm{s}$.
Actuellement, le gain est de $-20\,\mathrm{dB}$ pour $\omega = 6\,\mathrm{rad\,s^{-1}}$. Il faut donc augmenter le gain de 20 dB pour la pulsation $\dfrac{1}{T\sqrt{u}}$. Ceci revient donc à résoudre $20\log K_p + \dfrac{1}{2}\left(20\log\mu K_p - 20\log K_p\right) = 20 \Rightarrow \log K_p + \log\sqrt{\mu} = 1 \Rightarrow K_p\sqrt{\mu} = 10 \Rightarrow K_p = 10/\sqrt{20} = 2,6$.
Remarque : dans le cas 1 le gain du correcteur est $K_P \times K'_p = 2,6$. Dans le cas 2 $K_p = 2,6$.

Validation des performances

Objectif

Il s'agit dans cette dernière partie de vérifier les performances globales de la boucle d'asservissement.

Question 9 En analysant cette courbe, conclure quant à la validité du cahier des charges.

Correction

Pour une vitesse d'impact de $4\,\mathrm{m\,s^{-1}}$ l'accélération reste bien inférieure à $3\,\mathrm{rad\,s^{-2}}$.

TD 2
Vision en réalité augmentée pour hélicoptère – Sujet

Concours Centrale Supelec 2014.

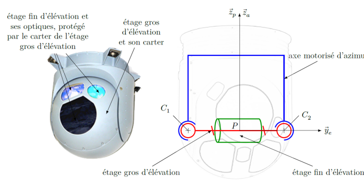
Mise en situation

C1-02

C2-04

Le FLIR est une boule optronique modulaire pouvant intégrer plusieurs capteurs différents dont une caméra thermique, une caméra couleur TV HD, ainsi qu'une caméra très bas niveau de lumière. Cet ensemble est orientable et gyrostabilisé, c'est-à-dire en particulier que les caméras sont capables de garder une même ligne de visée par rapport au référentiel terrestre, quels que soient les mouvements de l'hélicoptère NH90 qui sera appelé porteur dans la suite du sujet.

Afin de limiter l'influence des vibrations du porteur sur la ligne de visée et augmenter la précision de son orientation, les ingénieurs ont choisi de décomposer l'axe motorisé d'élévation en deux étages. Le premier étage, appelé étage gros d'élévation (ge), est en prise directe avec l'air et est donc soumis aux effets aérodynamiques lors des mouvements du porteur. L'étage gros d'élévation est lui même en liaison pivot, d'axe $\left(P, \overrightarrow{y_e}\right)$, avec l'axe motorisé d'azimut. Le second, appelé étage fin d'élévation (fe), est protégé des effets aérodynamiques grâce au carter sphérique solidaire de l'étage gros. Cet étage est en liaison pivot, d'axe $\left(P, \overrightarrow{y_e}\right)$, avec l'étage gros d'élévation. L'inertie des éléments déplacés par l'étage fin d'élévation est plus faible que celle de l'étage gros d'élévation et les choix de guidage et de motorisation permettent d'atteindre des accélérations et des vitesses élevées. Cependant, l'amplitude du mouvement de l'étage fin est limitée.

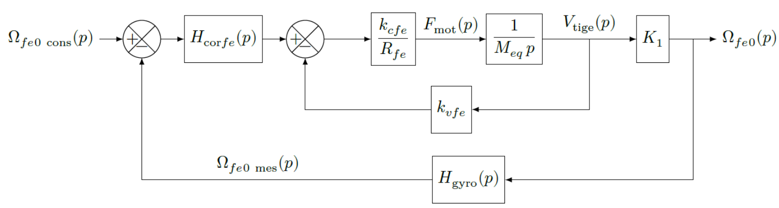


Les performances de l'étage fin d'élévation sont données dans le tableau ci-contre.

Exigence	Valeur
Temps de réponse à 5%	<40 ms
Écart statique	nul
Marge de phase	$\Delta\phi = 60°$

La consigne de vitesse $\dot{\theta}_{\text{fe0 cons}}(t) = \omega_{\text{fe0 cons}}(t)$ est établie par rapport au référentiel galiléen $\mathcal{R}_0$. Elle est calculée à partir de la détection de posture de la tête du pilote et des informations d'orientation du porteur par rapport au référentiel terrestre $\mathcal{R}_0$ obtenues par la centrale inertielle du porteur.

$k_{\text{cfe}} = 10{,}2\,\text{N}\,\text{A}^{-1}$, $k_{\text{vfe}} = 10{,}2\,\text{V}\,\text{s}\,\text{m}^{-1}$, on note $K_{\text{fe}} = k_{\text{cfe}} = k_{\text{vfe}}$, $R_{\text{fe}} = 7{,}5\,\Omega$.

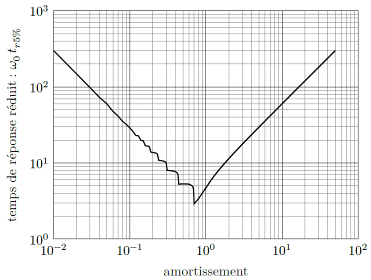


On a $H_{\text{gyro}}(p) = \dfrac{1}{1+\tau_{\text{gyro}}p}$. Dans un premier temps, l'asservissement de vitesse n'est pas corrigé, c'est-à-dire que $H_{\text{cor}\,fe}(p) = 1$.

Question 1 Exprimer littéralement et sous forme canonique la fonction de transfert $H_{fe1}(p) = \dfrac{\Omega_{fe0}(p)}{\Omega_{fe0\,\text{cons}}(p)}$, en fonction de K_1, τ_{gyro}, M_{eq}, K_{fe} et R_{fe}.

Compte tenu des temps de réponse à observer, on montre que $H_{\text{fe1}}(p)$ peut se mettre sous la forme simplifiée suivante : $H_{\text{fe1}}(p) = \dfrac{0,5}{1+3,65\times 10^{-1}p+6\times 10^{-4}p^2}$.

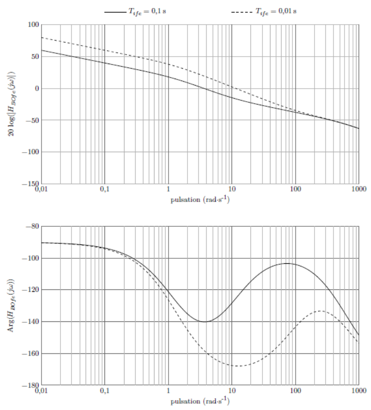
Question 2 En utilisant l'abaque de la figure suivante, déterminer le temps de réponse à 5% et l'écart statique de l'asservissement en vitesse de l'étage fin d'élévation en réponse à un échelon de vitesse unitaire. Conclure sur le respect des performances en rapidité et en précision.



On propose d'utiliser un correcteur proportionnel intégral de la forme $H_{\text{cor}\,fe}(p) = K_{\text{pfe}}\left(1+\dfrac{1}{T_{\text{ife}}p}\right)$. La fonction de transfert en boucle ouverte de l'asservissement en vitesse de l'étage fin d'élévation devient alors

$$H_{\text{BOfe}}(p) = K_{\text{pfe}}\left(1+\frac{1}{T_{\text{ife}}p}\right)\frac{1}{1+0,75p}\,\frac{1}{1+1,6\times10^{-3}p}.$$

La figure suivante correspond aux tracés des diagrammes de Bode réels de $H_{\text{BOfe}}(j\omega)$ pour $K_{\text{pfe}} = 1$ et $T_{\text{ife}} = 0{,}1$ s puis $T_{\text{ife}} = 0{,}01$ s.



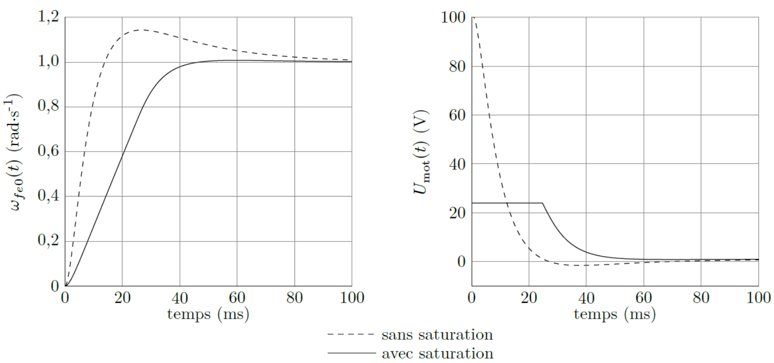
Question 3 Sur cette même figure, tracer le diagramme de phase asymptotique de $H_{\text{BOfe}}(j\omega)$ (Bode) pour $T_{\text{ife}} = 0{,}1$ s, en indiquant la pulsation $\dfrac{1}{T_{\text{ife}}}$.

La lecture du tracé réel de la phase met en évidence un maximum à la pulsation $\omega_{\max}$ telle que $\omega_{\max} \in \left[\dfrac{1}{T_{\text{ife}}};600\right]$ rad s^{-1}.

Question 4 En supposant que le tracé réel semi-logarithmique de la phase est symétrique autour de $\omega_{\max}$, calculer la valeur de T_{ife} comprise dans la décade [0,01 s; 0,1 s] qui permet de régler ce maximum à $-120\,°$.

Question 5 Pour le réglage de T_{ife} calculé à la question précédente avec $K_{\text{pfe}} = 1$ et à partir des tracés réels du document réponse, calculer la valeur de K_{pfe} qui permet de respecter le critère de marge de phase.

Le modèle est complété en utilisant les réglages déterminés aux deux questions précédentes pour K_{pfe} et T_{ife}. Afin de prendre en compte les caractéristiques du moteur linéaire, une saturation d'alimentation du moteur à 24 V est ajoutée ainsi qu'une modification de la commande associée qui n'est pas étudiée ici et qui ne modifie pas les réglages de K_{pfe} et T_{ife} déterminés précédemment. La réponse simulée $\omega_{fe0}(p)$ de l'étage fin d'élévation à une consigne de vitesse en échelon $\omega_{fe0\,\text{cons}}(t) = 1$ rad s^{-1} est donnée sur la figure suivante.



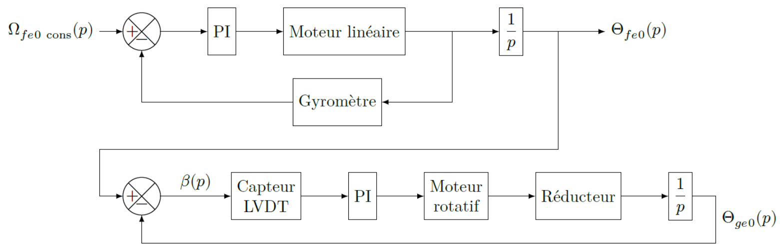
Question 6 D'après la figure précédente, définir le temps pendant lequel la tension du moteur linéaire a été saturée et expliquer les effets de cette saturation sur les performances simulées par rapport aux performances simulées en gardant le modèle linéaire. Conclure sur la pertinence de la prise en compte de la saturation et sur les performances de l'étage fin d'élévation.

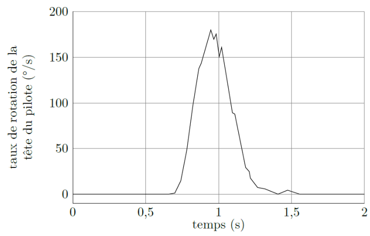
Synthèse : validation des performances simulées du FLIR

Objectif

Simuler le comportement de l'axe motorisé d'élévation du FLIR et vérifier s'il respecte le cahier des charges.

À l'instar de l'étage fin d'élévation, l'étage gros d'élévation est également asservi, mais en position angulaire. Il doit permettre à l'étage fin d'élévation de vérifier l'hypothèse émise précédemment, soit $\overrightarrow{u} \simeq \overrightarrow{z_e}$, c'est-à-dire que l'angle $\beta(t)$ doit rester dans l'intervalle $[-5°, +5°]$. Un capteur LVDT (Linear Variable Differential Transformer) permet de mesurer l'écart entre l'orientation de l'étage fin d'élévation et l'étage gros d'élévation $\beta(t) = \theta_{fe0}(t) - \theta_{ge0}(t)$. Le modèle d'asservissement de l'axe motorisé d'élévation est alors celui donné sur la figure suivante.





La figure ci-contre correspond à une mesure expérimentale du taux de rotation de la tête d'un pilote pour un mouvement d'élévation de sa ligne de visée. Ce signal peut alors être utilisé comme signal de consigne envoyé à l'axe motorisé d'élévation du FLIR.

Pour simuler le modèle de l'axe motorisé d'élévation et comparer ses performances au cahier des charges, il est nécessaire de définir un signal de consigne $\omega_{fe0\ \text{cons}}(t)$ composé des signaux canoniques utilisés en automatique.

Question 7 À partir de la figure précédente et en utilisant les signaux échelon et/ou rampe, proposer un modèle temporel associé au signal de consigne $\omega_{\text{fe0 cons}}(t)$ exprimé en rad s^{-1}, sous la forme d'un tracé simple en fonction du temps en seconde. Tracer l'allure de $\theta_{\text{fe0 cons}}(t)$, exprimé en rad, qui correspond à l'évolution temporelle de la ligne de visée du pilote dans ce cas. Préciser les valeurs des points caractéristiques de ces deux courbes.

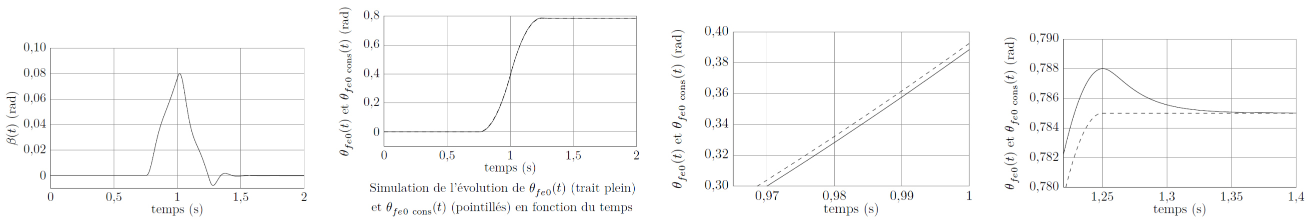
Question 8 À partir des deux tracés précédents, indiquer quels critères du cahier des charges peuvent être validés en utilisant ce signal de consigne dans la simulation du comportement de l'axe motorisé d'élévation du FLIR.

Après avoir dimensionné et implanté le correcteur proportionnel intégral (noté PI) au sein du modèle de l'étage gros d'élévation, on simule l'évolution de $\beta(t) = \theta_{\text{fe0}}(t) - \theta_{\text{ge0}}(t)$ pour le signal de consigne $\omega_{\text{fe0 cons}}(t)$ établi à partir de la mesure de la figure précédente. Les résultats de simulation sont donnés sur les figures suivantes.

Question 9 À partir des figures suivantes :

- vérifier si l'hypothèse $\overrightarrow{u} \simeq \overrightarrow{z_e}$ reste valide ;
- pour chaque critère du cahier des charges à l'aide de tracés sur les figures, conclure sur l'aptitude du FLIR à respecter les performances du cahier des charges en comparant les valeurs numériques mesurées sur les résultats de simulation à celles du cahier des charges.

Table 1.1 – Zooms de $\theta_{fe0}(t)$ (trait plein) et $\theta_{fe0\,\text{cons}}(t)$ (pointillés) en fonction de temps



TD 2
Vision en réalité augmentée pour hélicoptère – Corrigé

Concours Centrale Supelec 2014.

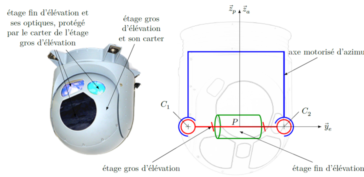
Mise en situation

C1-02

C2-04

Le FLIR est une boule optronique modulaire pouvant intégrer plusieurs capteurs différents dont une caméra thermique, une caméra couleur TV HD, ainsi qu'une caméra très bas niveau de lumière. Cet ensemble est orientable et gyrostabilisé, c'est-à-dire en particulier que les caméras sont capables de garder une même ligne de visée par rapport au référentiel terrestre, quels que soient les mouvements de l'hélicoptère NH90 qui sera appelé porteur dans la suite du sujet.

Afin de limiter l'influence des vibrations du porteur sur la ligne de visée et augmenter la précision de son orientation, les ingénieurs ont choisi de décomposer l'axe motorisé d'élévation en deux étages. Le premier étage, appelé étage gros d'élévation (ge), est en prise directe avec l'air et est donc soumis aux effets aérodynamiques lors des mouvements du porteur. L'étage gros d'élévation est lui même en liaison pivot, d'axe $\left(P, \overrightarrow{y_e}\right)$, avec l'axe motorisé d'azimut. Le second, appelé étage fin d'élévation (fe), est protégé des effets aérodynamiques grâce au carter sphérique solidaire de l'étage gros. Cet étage est en liaison pivot, d'axe $\left(P, \overrightarrow{y_e}\right)$, avec l'étage gros d'élévation. L'inertie des éléments déplacés par l'étage fin d'élévation est plus faible que celle de l'étage gros d'élévation et les choix de guidage et de motorisation permettent d'atteindre des accélérations et des vitesses élevées. Cependant, l'amplitude du mouvement de l'étage fin est limitée.

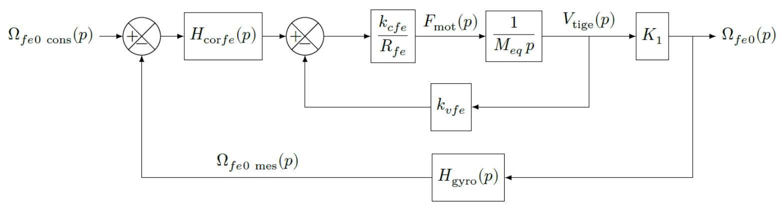


Les performances de l'étage fin d'élévation sont données dans le tableau ci-contre.

Exigence	Valeur
Temps de réponse à 5%	<40 ms
Écart statique	nul
Marge de phase	$\Delta\phi = 60°$

$k_{\text{cfe}} = 10{,}2\,\text{N}\,\text{A}^{-1}$, $k_{\text{vfe}} = 10{,}2\,\text{V}\,\text{s}\,\text{m}^{-1}$, on note $K_{\text{fe}} = k_{\text{cfe}} = k_{\text{vfe}}$, $R_{\text{fe}} = 7{,}5\,\Omega$.

La consigne de vitesse $\dot{\theta}_{\text{fe0 cons}}(t) = \omega_{\text{fe0 cons}}(t)$ est établie par rapport au référentiel galiléen $\mathscr{R}_0$. Elle est calculée à partir de la détection de posture de la tête du pilote et des informations d'orientation du porteur par rapport au référentiel terrestre $\mathscr{R}_0$ obtenues par la centrale inertielle du porteur.



On a $H_{\text{gyro}}(p) = \dfrac{1}{1+\tau_{\text{gyro}}p}$. Dans un premier temps, l'asservissement de vitesse n'est pas corrigé, c'est-à-dire que $H_{\text{cor}\,fe}(p) = 1$.

Question 1 Exprimer littéralement et sous forme canonique la fonction de transfert $H_{fe1}(p) = \dfrac{\Omega_{fe0}(p)}{\Omega_{fe0\,\text{cons}}(p)}$, en fonction de K_1, τ_{gyro}, M_{eq}, K_{fe} et R_{fe}.

Correction

En utilisant la forume de Black sur la boucle interne, on a : $F(p) = \dfrac{\dfrac{K_{\text{fe}}}{R_{\text{fe}}}\dfrac{1}{M_{\text{eq}}p}}{1+K_{\text{fe}}\dfrac{K_{\text{fe}}}{R_{\text{fe}}}\dfrac{1}{M_{\text{eq}}p}}$

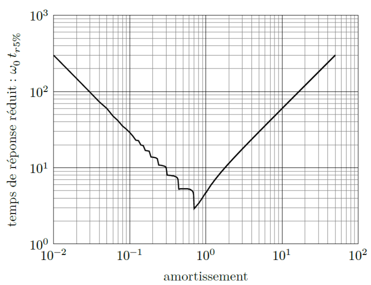
$$= \frac{K_{fe}}{R_{fe}M_{eq}p + K_{fe}^2} = \frac{\frac{1}{K_{fe}}}{\frac{R_{fe}M_{eq}}{K_{fe}^2}p + 1}.$$

On a alors $H_{fe1}(p) = \dfrac{\dfrac{K_{fe}}{R_{fe}M_{eq}p + K_{fe}^2}K_1}{1 + \dfrac{K_{fe}}{R_{fe}M_{eq}p + K_{fe}^2}K_1\dfrac{1}{1+\tau_{gyro}p}} = \dfrac{K_{fe}K_1}{R_{fe}M_{eq}p + K_{fe}^2 + \dfrac{K_{fe}K_1}{1+\tau_{gyro}p}}$

$$= \frac{(1+\tau_{gyro}p)\,K_{fe}K_1}{(1+\tau_{gyro}p)\,R_{fe}M_{eq}p + K_{fe}^2 + K_{fe}K_1} = \frac{(1+\tau_{gyro}p)\,\dfrac{K_1}{K_{fe}+K_1}}{(1+\tau_{gyro}p)\,\dfrac{R_{fe}M_{eq}}{K_{fe}^2+K_{fe}K_1}p + 1}$$

Compte tenu des temps de réponse à observer, on montre que $H_{fe1}(p)$ peut se mettre sous la forme simplifiée suivante : $H_{fe1}(p) = \dfrac{0,5}{1 + 3,65\times 10^{-1}p + 6\times 10^{-4}p^2}$.

Question 2 En utilisant l'abaque de la figure suivante, déterminer le temps de réponse à 5% et l'écart statique de l'asservissement en vitesse de l'étage fin d'élévation en réponse à un échelon de vitesse unitaire. Conclure sur le respect des performances en rapidité et en précision.



Correction

On a $\dfrac{1}{\omega_0^2} = 6\times 10^{-4}$ et $\omega_0 = \sqrt{\dfrac{1}{6\times 10^{-4}}} = 40$ rad/s.

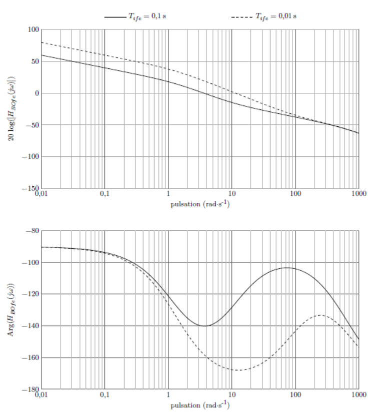
De plus $\dfrac{2\xi}{\omega_0} = 3,65\times 10^{-1} \Rightarrow \xi = \dfrac{3,65}{2}\times 10^{-1}\times 40 = 7,45$.

En utilisant l'abaque, on a alors $\omega_0 \times t_5 = 40$ soit un temps de réponse à 5% de 1 s.

On propose d'utiliser un correcteur proportionnel intégral de la forme $H_{cor\,fe}(p) = K_{pfe}\left(1 + \dfrac{1}{T_{ife}p}\right)$. La fonction de transfert en boucle ouverte de l'asservissement en vitesse de l'étage fin d'élévation devient alors

$$H_{BOfe}(p) = K_{pfe}\left(1 + \frac{1}{T_{ife}p}\right)\frac{1}{1+0,75p}\,\frac{1}{1+1,6\times 10^{-3}p}.$$

La figure suivante correspond aux tracés des diagrammes de Bode réels de $H_{BOfe}(j\omega)$ pour $K_{pfe} = 1$ et $T_{ife} = 0{,}1$ s puis $T_{ife} = 0{,}01$ s.



Question 3 Sur cette même figure, tracer le diagramme de phase asymptotique de $H_{BOfe}(j\omega)$ (Bode) pour $T_{ife} = 0{,}1$ s, en indiquant la pulsation $\dfrac{1}{T_{ife}}$.

Correction

La lecture du tracé réel de la phase met en évidence un maximum à la pulsation ω_{max} telle que $\omega_{max} \in \left[\dfrac{1}{T_{ife}}; 600\right]$ rad s^{-1}.

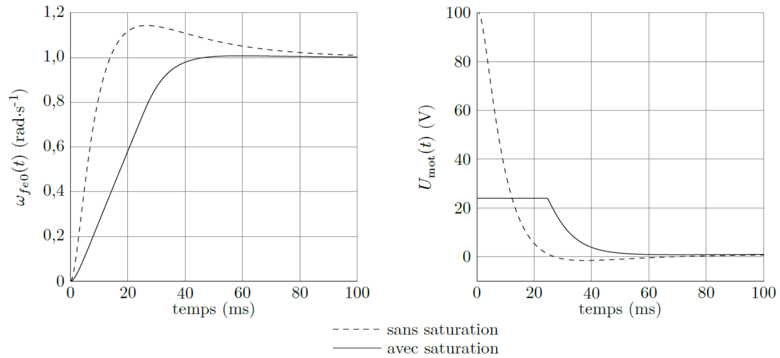
Question 4 En supposant que le tracé réel semi-logarithmique de la phase est symétrique autour de ω_{max}, calculer la valeur de T_{ife} comprise dans la décade [0,01 s; 0,1 s] qui permet de régler ce maximum à $-120\,°$.

Correction

Question 5 Pour le réglage de T_{ife} calculé à la question précédente avec $K_{\text{pfe}} = 1$ et à partir des tracés réels du document réponse, calculer la valeur de K_{pfe} qui permet de respecter le critère de marge de phase.

Correction

Le modèle est complété en utilisant les réglages déterminés aux deux questions précédentes pour K_{pfe} et T_{ife}. Afin de prendre en compte les caractéristiques du moteur linéaire, une saturation d'alimentation du moteur à 24 V est ajoutée ainsi qu'une modification de la commande associée qui n'est pas étudiée ici et qui ne modifie pas les réglages de K_{pfe} et T_{ife} déterminés précédemment. La réponse simulée $\omega_{fe0}(p)$ de l'étage fin d'élévation à une consigne de vitesse en échelon $\omega_{fe0\,\text{cons}}(t) = 1\,\text{rad s}^{-1}$ est donnée sur la figure suivante.



Question 6 D'après la figure précédente, définir le temps pendant lequel la tension du moteur linéaire a été saturée et expliquer les effets de cette saturation sur les performances simulées par rapport aux performances simulées en gardant le modèle linéaire. Conclure sur la pertinence de la prise en compte de la saturation et sur les performances de l'étage fin d'élévation.

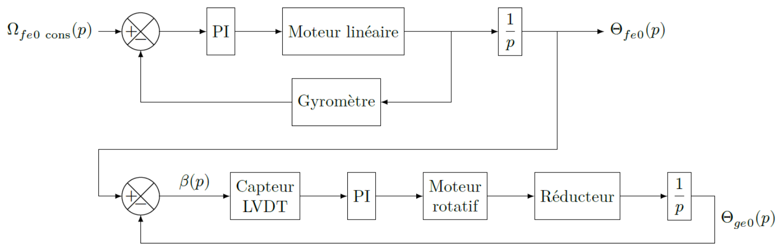
Correction

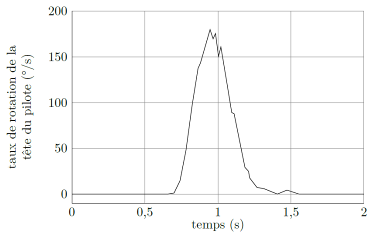
Synthèse : validation des performances simulées du FLIR

Objectif

Simuler le comportement de l'axe motorisé d'élévation du FLIR et vérifier s'il respecte le cahier des charges.

À l'instar de l'étage fin d'élévation, l'étage gros d'élévation est également asservi, mais en position angulaire. Il doit permettre à l'étage fin d'élévation de vérifier l'hypothèse émise précédemment, soit $\overrightarrow{u} \simeq \overrightarrow{z_e}$, c'est-à-dire que l'angle $\beta(t)$ doit rester dans l'intervalle $[-5°, +5°]$. Un capteur LVDT (Linear Variable Differential Transformer) permet de mesurer l'écart entre l'orientation de l'étage fin d'élévation et l'étage gros d'élévation $\beta(t) = \theta_{fe0}(t) - \theta_{ge0}(t)$. Le modèle d'asservissement de l'axe motorisé d'élévation est alors celui donné sur la figure suivante.





La figure ci-contre correspond à une mesure expérimentale du taux de rotation de la tête d'un pilote pour un mouvement d'élévation de sa ligne de visée. Ce signal peut alors être utilisé comme signal de consigne envoyé à l'axe motorisé d'élévation du FLIR.

Pour simuler le modèle de l'axe motorisé d'élévation et comparer ses performances au cahier des charges, il est nécessaire de définir un signal de consigne $\omega_{fe0\ \text{cons}}(t)$ composé des signaux canoniques utilisés en automatique.

Question 7 À partir de la figure précédente et en utilisant les signaux échelon et/ou rampe, proposer un modèle temporel associé au signal de consigne $\omega_{\text{fe0 cons}}(t)$ exprimé en rad s^{-1}, sous la forme d'un tracé simple en fonction du temps en seconde. Tracer l'allure de $\theta_{\text{fe0 cons}}(t)$, exprimé en rad, qui correspond à l'évolution temporelle de la ligne de visée du pilote dans ce cas. Préciser les valeurs des points caractéristiques de ces deux courbes.

Correction

Question 8 À partir des deux tracés précédents, indiquer quels critères du cahier des charges peuvent être validés en utilisant ce signal de consigne dans la simulation du comportement de l'axe motorisé d'élévation du FLIR.

Correction

Après avoir dimensionné et implanté le correcteur proportionnel intégral (noté PI) au sein du modèle de l'étage gros d'élévation, on simule l'évolution de $\beta(t) = \theta_{\text{fe0}}(t) - \theta_{\text{ge0}}(t)$ pour le signal de consigne $\omega_{\text{fe0 cons}}(t)$ établi à partir de la mesure de la figure précédente. Les résultats de simulation sont donnés sur les figures suivantes.

Question 9 À partir des figures suivantes :

- vérifier si l'hypothèse $\overrightarrow{u} \simeq \overrightarrow{z_e}$ reste valide ;
- pour chaque critère du cahier des charges à l'aide de tracés sur les figures, conclure sur l'aptitude du FLIR à respecter les performances du cahier des charges en comparant les valeurs numériques mesurées sur les résultats de simulation à celles du cahier des charges.

Correction