

TD 1

Exosquelette lombaire – Sujet

Concours Centrale-Supélec 2023 – MP.

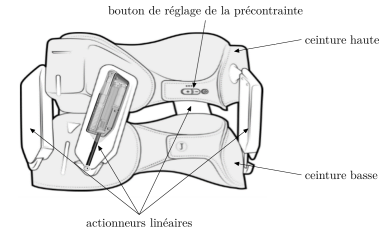


FIGURE 1.1 – Exosquelette lombaire Japet

Mise en situation

On s'intéresse à un banc d'essai permettant de valider un actionneur linéaire. Dans ce cadre, il est nécessaire de proposer un modèle de connaissance de l'asservissement en force, le valider par comparaison avec une mesure sur le banc d'essai et vérifier les performances de l'actionneur linéaire sur ce banc d'essai. Ce modèle permettra de valider une commande pour le cas spécifique étudié.

Le schéma-blocs est donné dans la figure 1.10.

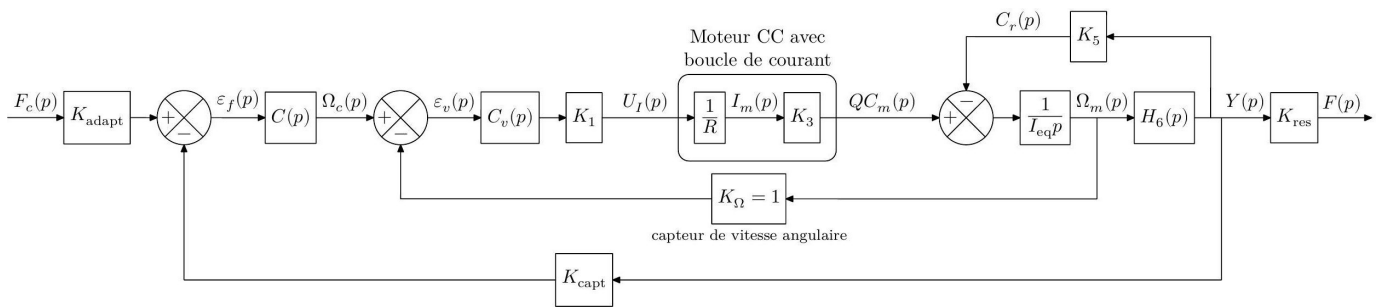


FIGURE 1.2 – Schéma-blocs de l'asservissement de force développé par un actionneur linéaire placé sur le banc d'essai

Réglage de la boucle d'asservissement de la vitesse angulaire du moteur

Le schéma-blocs décrivant la structure de l'asservissement de la vitesse angulaire du moteur est fourni sur la figure 1.11. Cet asservissement doit respecter le cahier des charges fourni dans le tableau 1.3.

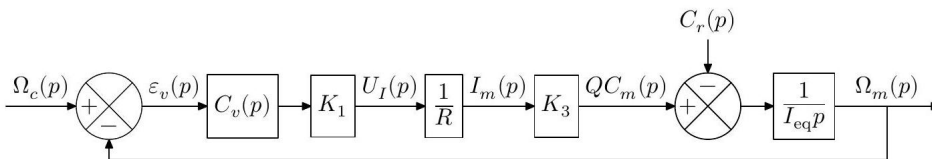


FIGURE 1.3 – Schéma-blocs de la boucle d'asservissement de la vitesse angulaire du moteur électrique

Critère concepteur	Niveau
Marge de phase	$\geq 80^\circ$
Erreur en régime permanent pour une perturbation en échelon constante	Nulle
Pulsation de coupure à 0 dB	$\omega_{0 \text{ dB}} = 10 \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}$

TABLE 1.1 – Critères concepteur pour la boucle d'asservissement de la vitesse angulaire

Le choix d'un correcteur proportionnel intégral est fait afin de diminuer l'influence de la perturbation en couple modélisée par $C_r(p)$. La fonction de transfert du correcteur de la boucle d'asservissement en vitesse angulaire est noté $C_v(p)$, tel que $C_v(p) = K_i \frac{1+\tau_i p}{\tau_i p}$.

On note $H_{\text{BOV}}(p) = \frac{\Omega_m(p)}{\varepsilon_v(p)}$ la fonction de transfert en boucle ouverte de l'asservissement de vitesse angulaire du moteur.

Question 1 Déterminer l'expression littérale de la phase de $H_{BOv}(i\omega)$. En déduire la valeur numérique de τ_i respectant les critères concepteur de la boucle de vitesse.

Le diagramme de Bode de la boucle ouverte $H_{BOv}(p)$, avec $K_i = 1$ et τ_i déterminé à la question 1, est donné sur la figure 1.12.

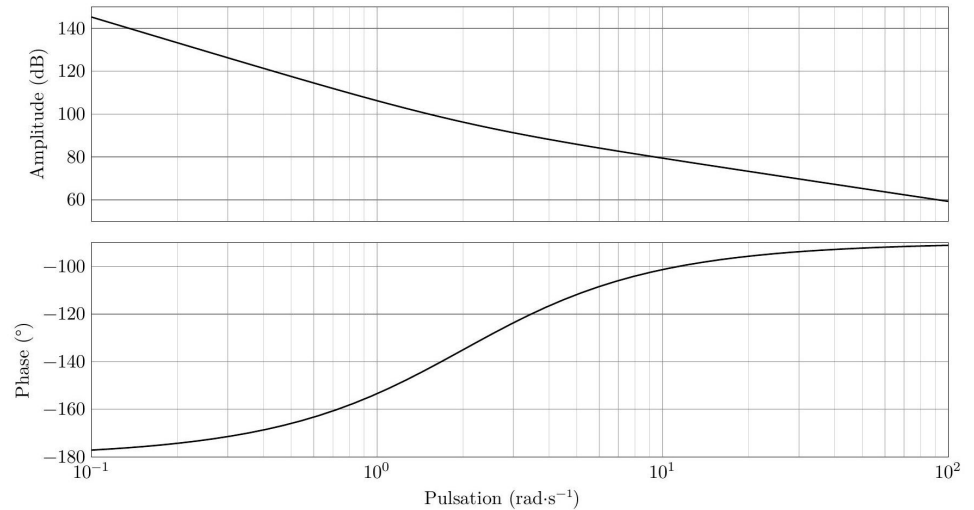


FIGURE 1.4 – Diagramme de Bode de $H_{BOv}(p)$

Question 2 Déterminer la valeur numérique de K_i afin que la boucle d'asservissement de vitesse respecte les critères concepteur du tableau 1.3.

Simplification du modèle de connaissance

Il est possible de mettre le schéma-blocs de la figure 1.10 sous la forme du schéma-blocs de la figure 1.13, afin de faciliter la prévision des performances simulées.

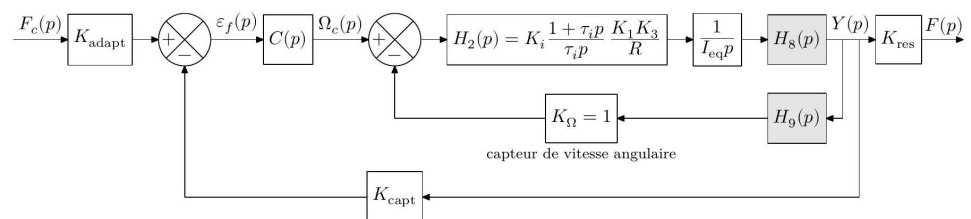


FIGURE 1.5 – Schéma-blocs de l'asservissement de la force développée par un actionneur linéaire

Question 3 Déterminer les fonctions de transfert $H_8(p)$ et $H_9(p)$ en fonction de K_5 , I_{eq} et $H_6(p)$. Ne pas remplacer K_5 et $H_6(p)$ par les expressions trouvées précédemment.

Pour faciliter l'analyse des performances simulées, le schéma-blocs de la figure 1.13 est adapté afin de disposer d'un schéma-blocs à retour unitaire, tel que décrit sur la figure 1.14.

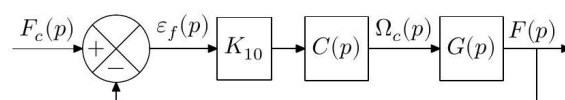


FIGURE 1.6 – Schéma-blocs de l'asservissement de la force développée par un actionneur linéaire à retour unitaire

Question 4 Déterminer l'expression du gain K_{10} en fonction de K_{capt} et de K_{res} .

Question 5 Déterminer la fonction de transfert $G(p)$ en fonction de $H_2(p)$, I_{eq} , $H_8(p)$, $H_9(p)$ et K_{res} . Ne pas remplacer $H_2(p)$, $H_8(p)$ et $H_9(p)$ par les expressions trouvées précédemment.

Pour la suite, on donne la fonction de transfert $G(p)$, obtenue avec les valeurs de réglage correctes déterminées aux questions 1 et 2,

$$G(p) = \frac{F(p)}{\Omega_c(p)} = \frac{1 + \tau_i p}{p} \frac{1,2 \times 10^{-5}}{2 \times 10^{-4} + 9,7 \times 10^{-5} p + 5,3 \times 10^{-6} p^2}.$$

Analyse des performances de l'asservissement en force développée par un actionneur linéaire

Il est proposé dans cette section d'analyser les performances simulées de l'asservissement en force dont un extrait du cahier des charges est présenté dans le tableau 1.4.

Id	Exigence	Critère	Niveau
Id1.1	Stabilité	Marge de phase	$\geq 60^\circ$
		Marge de gain	> 20 dB
		Dépassement maximal	$< 2,5\%$
Id1.2	Précision	Erreur en régime permanent pour une entrée en échelon	$< 1\%$
Id1.3	Rapidité	Temps de réponse à 5% pour une consigne en échelon de force de 40 N	$tr_{5\%} < 1$ s
		Vitesse maximale de montée de la force de traction	$100 \text{ N} \cdot \text{s}^{-1}$

TABLE 1.2 – Extrait du cahier des charges fonctionnel de l'actionneur linéaire sur le banc d'essai

On note $H_{BO f}(p) = \frac{F(p)}{\varepsilon_f(p)}$ la fonction de transfert en boucle ouverte de l'asservissement en force développée par un actionneur linéaire. Dans un premier temps, le choix d'un correcteur proportionnel $C(p) = K_{\text{cor}}$ est réalisé. Le diagramme de Bode de la fonction de transfert $H_{BO f}(p) = \frac{F(p)}{\varepsilon_f(p)} = K_{\text{cor}} K_{10} G(p)$, avec $K_{\text{cor}} = 1$ et la valeur de τ_i déterminée à la question 1, est donné sur la figure 1.15.

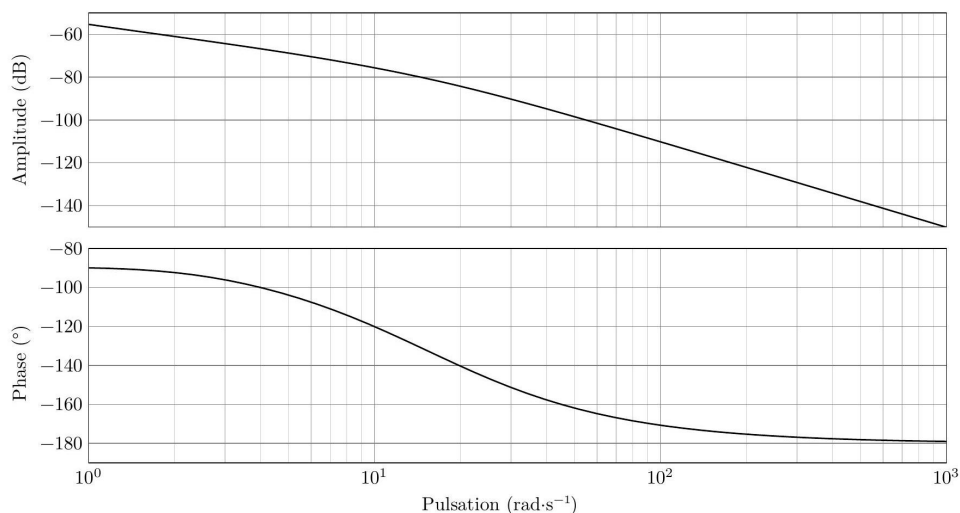


FIGURE 1.7 – Diagramme de Bode de $H_{BO f}(p)$

Question 6 Déterminer la valeur numérique limite de K_{cor} afin que la boucle d'asservissement de force respecte les critères de marge de phase et de gain du tableau 1.4.

Les courbes sur la figure 1.16 représentent les réponses temporelles du modèle de connaissance de la figure 1.10, avec les correcteurs $C_v(p)$ et $C(p)$ correctement réglés, et de l'expérimentation sur le banc d'essai pour une consigne en échelon de force de 40 N.

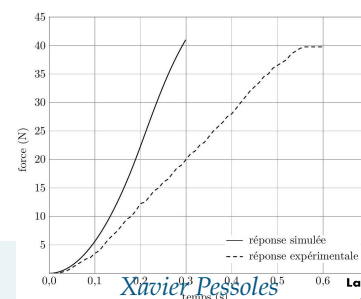


FIGURE 1.8 – Réponses temporelles du modèle et expérimentale, pour une consigne en échelon de force de 40 N

Question 7 Quel critère du tableau des exigences (tableau 1.4) n'est pas pris en compte dans le modèle de connaissance ? D'après la courbe expérimentale, ce critère est-il respecté par le système réel ?

TD 1

Exosquelette lombaire – Corrigé

Concours Centrale-Supélec 2023 – MP.

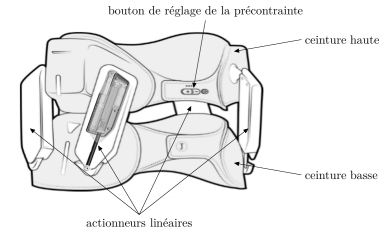


FIGURE 1.9 – Exosquelette lombaire Japet

Mise en situation

On s'intéresse à un banc d'essai permettant de valider un actionneur linéaire. Dans ce cadre, il est nécessaire de proposer un modèle de connaissance de l'asservissement en force, le valider par comparaison avec une mesure sur le banc d'essai et vérifier les performances de l'actionneur linéaire sur ce banc d'essai. Ce modèle permettra de valider une commande pour le cas spécifique étudié.

Le schéma-blocs est donné dans la figure 1.10.

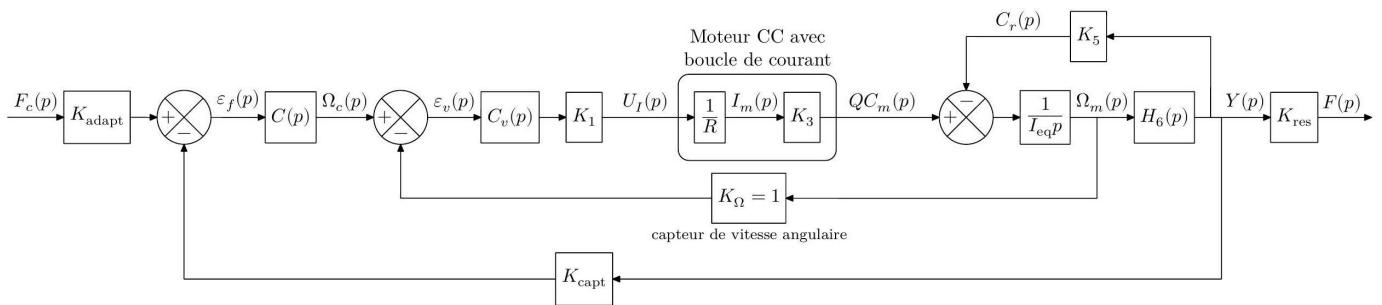


FIGURE 1.10 – Schéma-blocs de l'asservissement de force développée par un actionneur linéaire placé sur le banc d'essai

Réglage de la boucle d'asservissement de la vitesse angulaire du moteur

Le schéma-blocs décrivant la structure de l'asservissement de la vitesse angulaire du moteur est fourni sur la figure 1.11. Cet asservissement doit respecter le cahier des charges fourni dans le tableau 1.3.

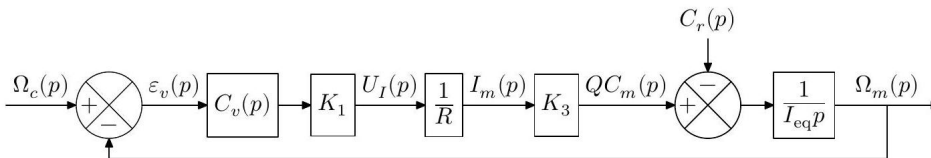


FIGURE 1.11 – Schéma-blocs de la boucle d'asservissement de la vitesse angulaire du moteur électrique

Critère concepteur	Niveau
Marge de phase	$\geq 80^\circ$
Erreur en régime permanent pour une perturbation en échelon constante	Nulle
Pulsation de coupure à 0 dB	$\omega_{0\text{ dB}} = 10\text{rad} \cdot \text{s}^{-1}$

TABLE 1.3 – Critères concepteur pour la boucle d'asservissement de la vitesse angulaire

Le choix d'un correcteur proportionnel intégral est fait afin de diminuer l'influence de la perturbation en couple modélisée par $C_r(p)$. La fonction de transfert du correcteur de la boucle d'asservissement en vitesse angulaire est noté $C_v(p)$, tel que $C_v(p) = K_i \frac{1+\tau_i p}{\tau_i p}$.

On note $H_{\text{BOV}}(p) = \frac{\Omega_m(p)}{\varepsilon_v(p)}$ la fonction de transfert en boucle ouverte de l'asservissement de vitesse angulaire du moteur.

Question 1 Déterminer l'expression littérale de la phase de $H_{BOv}(i\omega)$. En déduire la valeur numérique de τ_i respectant les critères concepteur de la boucle de vitesse.

Correction

$$\text{On a } H_{BOv}(i\omega) = C_v(p)K_1 \frac{1}{R} K_3 \frac{1}{I_{eq}p} = \frac{K_i K_1 K_3}{R I_{eq}} \frac{1+\tau_i p}{\tau_i p^2}.$$

$$\text{On a } \varphi(\omega) = \arg\left(\frac{K_i K_1 K_3}{R I_{eq}}\right) + \arg(1 + \tau_i p) - \arg(\tau_i p^2) = \arctan \tau_i \omega - 180^\circ.$$

On souhaite une marge de phase supérieure à 80° ; donc $M_\varphi = \varphi(\omega) + 180 = \arctan \tau_i \omega \geq 80^\circ$.

$$\arctan \tau_i \omega \geq 80^\circ \Rightarrow \tau_i \omega \geq \tan 80 \Rightarrow \tau_i \geq \frac{\tan 80}{\omega_{0dB}} \Rightarrow \tau_i \geq 0,57 \text{ s}.$$

Le diagramme de Bode de la boucle ouverte $H_{BOv}(p)$, avec $K_i = 1$ et τ_i déterminé à la question 1, est donné sur la figure 1.12.

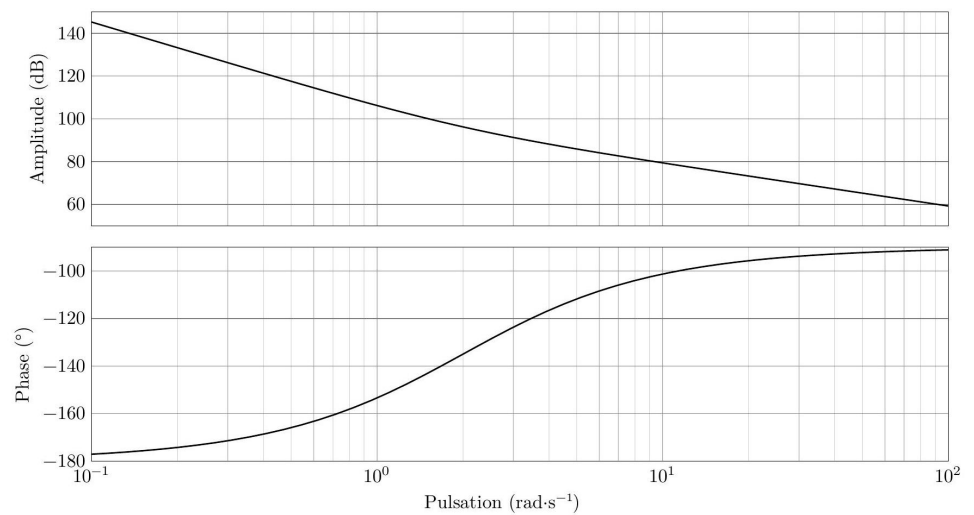


FIGURE 1.12 – Diagramme de Bode de $H_{BOv}(p)$

Question 2 Déterminer la valeur numérique de K_i afin que la boucle d'asservissement de vitesse respecte les critères concepteur du tableau 1.3.

Correction

Pour $\omega_{0dB} = 10 \text{ rad s}^{-1}$ on mesure un gain de 80 dB. Il faut donc déterminer K_i tel que $20 \log K_i = -80$ soit $K_i = 1 \times 10^{-4} \text{ V s rad}^{-1}$.

Les critères de marge et de pulsation de coupure sont respectés (on a tout fait pour). L'erreur statique est nulle car il y a un intégrateur dans le correcteur (elle sera nulle à condition que la perturbation soit constante).

Simplification du modèle de connaissance

Il est possible de mettre le schéma-blocs de la figure 1.10 sous la forme du schéma-blocs de la figure 1.13, afin de faciliter la prévision des performances simulées.

Question 3 Déterminer les fonctions de transfert $H_8(p)$ et $H_9(p)$ en fonction de K_5 , I_{eq} et $H_6(p)$. Ne pas remplacer K_5 et $H_6(p)$ par les expressions trouvées précédemment.

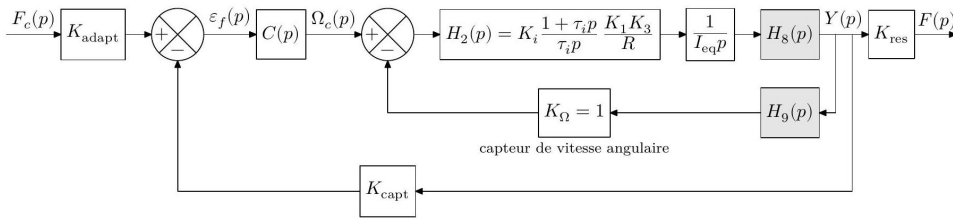


FIGURE 1.13 – Schéma-blocs de l'asservissement de la force développée par un actionneur linéaire

Correction

En décalant le point de prélèvement du capteur de vitesse d'un bloc vers la droite, on se retrouve avec $\frac{1}{H_6(p)}$ dans la boucle de retour.

On sort le bloc $\frac{1}{I_{eq}p}$ de la « petite » boucle et $\frac{1}{I_{eq}p}$ se retrouve aussi dans la pboucle de retour.

En identifiant, on a alors $H_9(p) = \frac{1}{H_6(p)}$ et en utilisant la formule de Black, on a $H_8(p) = \frac{H_6(p)}{1 + \frac{H_6(p)K_5}{I_{eq}p}} = \frac{H_6(p)I_{eq}p}{I_{eq}p + H_6(p)K_5}$.

Pour faciliter l'analyse des performances simulées, le schéma-blocs de la figure 1.13 est adapté afin de disposer d'un schéma-blocs à retour unitaire, tel que décrit sur la figure 1.14.

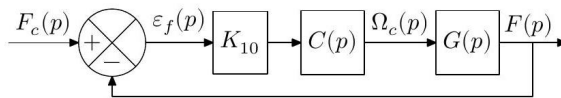


FIGURE 1.14 – Schéma-blocs de l'asservissement de la force développée par un actionneur linéaire à retour unitaire

Question 4 Déterminer l'expression du gain K_{10} en fonction de K_{capt} et de K_{res} .

Correction

Question 5 Déterminer la fonction de transfert $G(p)$ en fonction de $H_2(p)$, I_{eq} , $H_8(p)$, $H_9(p)$ et K_{res} . Ne pas remplacer $H_2(p)$, $H_8(p)$ et $H_9(p)$ par les expressions trouvées précédemment.

Correction

Pour la suite, on donne la fonction de transfert $G(p)$, obtenue avec les valeurs de réglage correctes déterminées aux questions 1 et 2,

$$G(p) = \frac{F(p)}{\Omega_c(p)} = \frac{1 + \tau_i p}{p} \frac{1,2 \times 10^{-5}}{2 \times 10^{-4} + 9,7 \times 10^{-5} p + 5,3 \times 10^{-6} p^2}.$$

Analyse des performances de l'asservissement en force développée par un actionneur linéaire

Il est proposé dans cette section d'analyser les performances simulées de l'asservissement en force dont un extrait du cahier des charges est présenté dans le tableau 1.4.

TABLE 1.4 – Extrait du cahier des charges fonctionnel de l'actionneur linéaire sur le banc d'essai

Id	Exigence	Critère	Niveau
Id1.1	Stabilité	Marge de phase	$\geq 60^\circ$
		Marge de gain	$> 20 \text{ dB}$
		Dépassement maximal	$< 2,5\%$
Id1.2	Précision	Erreur en régime permanent pour une entrée en échelon	$< 1\%$
Id1.3	Rapidité	Temps de réponse à 5% pour une consigne en échelon de force de 40 N	$\text{tr}_{5\%} < 1 \text{ s}$
		Vitesse maximale de montée de la force de traction	$100 \text{ N} \cdot \text{s}^{-1}$

On note $H_{BOi}(p) = \frac{F(p)}{\varepsilon_f(p)}$ la fonction de transfert en boucle ouverte de l'asservissement en force développé par un actionneur linéaire. Dans un premier temps, le choix d'un correcteur proportionnel $C(p) = K_{\text{cor}}$ est réalisé. Le diagramme de Bode de la fonction de transfert $H_{BOf}(p) = \frac{F(p)}{\varepsilon_f(p)} = K_{\text{cor}} K_{10} G(p)$, avec $K_{\text{cor}} = 1$ et la valeur de τ_i déterminée à la question 1, est donné sur la figure 1.15.

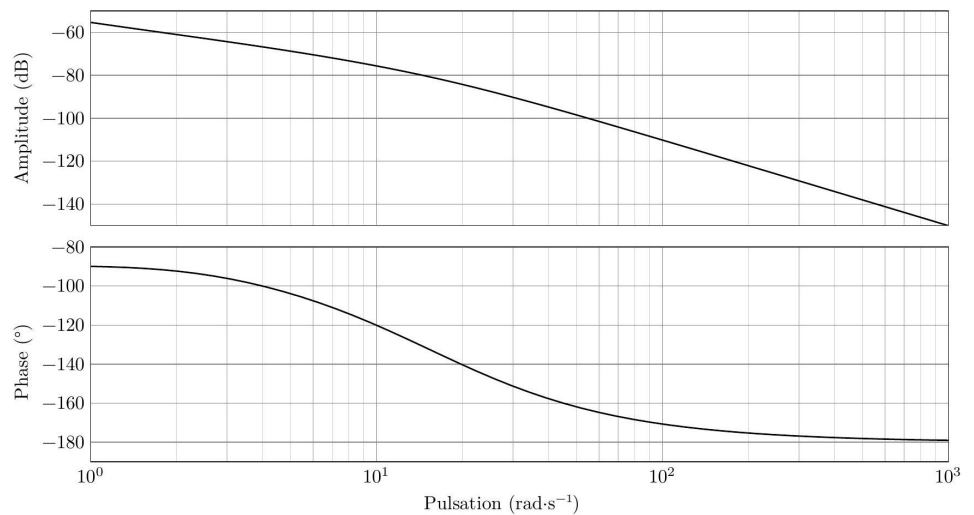


FIGURE 1.15 – Diagramme de Bode de $H_{BOf}(p)$

Question 6 Déterminer la valeur numérique limite de K_{cor} afin que la boucle d'asservissement de force respecte les critères de marge de phase et de gain du tableau 1.4.

Correction

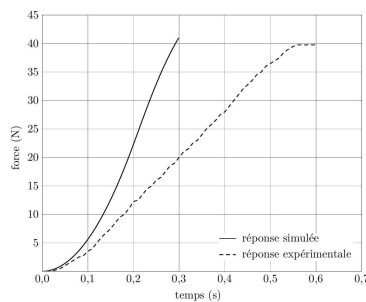


FIGURE 1.16 – Réponses temporelles du modèle et expérimentale, pour une consigne en échelon de force de 40 N

Les courbes sur la figure 1.16 représentent les réponses temporelles du modèle de connaissance de la figure 1.10, avec les correcteurs $C_v(p)$ et $C(p)$ correctement réglés, et de l'expérimentation sur le banc d'essai pour une consigne en échelon de force de 40 N.

Question 7 Quel critère du tableau des exigences (tableau 1.4) n'est pas pris en compte dans le modèle de connaissance? D'après la courbe expérimentale, ce critère est-il respecté par le système réel?

Correction