



TD 0

Banc d'essai BTP- Sujet

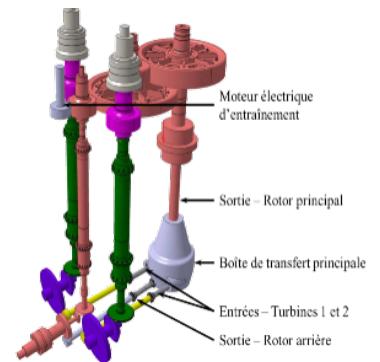
Concours CCINP- TSI 2015

B2-07

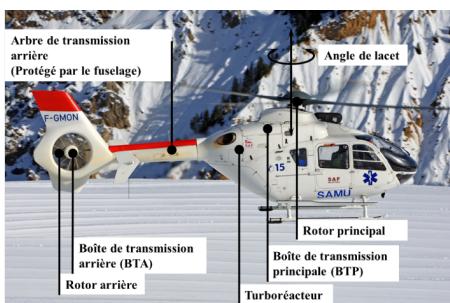
C2-03

Mise en situation

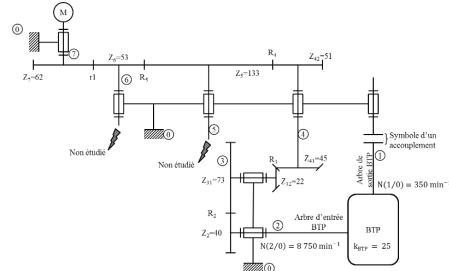
Airbus Helicopters commercialise des hélicoptères civils et militaires. Le déplacement des hélicoptères est assuré par un rotor principal permettant la sustentation et la translation de l'appareil. Un rotor arrière permet de compenser le couple de réaction engendré par le rotor principal et de contrôler les mouvements de lacet de l'appareil (figure 1a). La puissance est délivrée par deux turboréacteurs (certains hélicoptères ne sont équipés que d'un turboréacteur). Ces turboréacteurs entraînent en rotation une boîte de transmission principale (BTP) qui elle-même entraîne d'une part le rotor principal et d'autre part le rotor arrière, par l'intermédiaire d'un arbre de transmission et d'une boîte de transmission arrière (BTA). La BTP assure aussi l'entraînement d'une série d'accessoires permettant le fonctionnement de l'appareil (alternateur, pompe hydraulique ...). Pour chaque association hélicoptère - turboréacteur, un banc d'essai permet de vérifier que la BTP répond au cahier des charges. La figure 1b présente la structure du banc d'essai.



	<p>«requirement»</p> <p>Précision de la régulation</p>
Id = "1.1.1"	
Text = "L'écart statique de la régulation en vitesse doit être nul."	



(a) Hélicoptère.



(b) Structure du banc d'essai.

FIGURE 1 – Hélicoptère et banc d'essai

Le moteur à courant continu

On note :

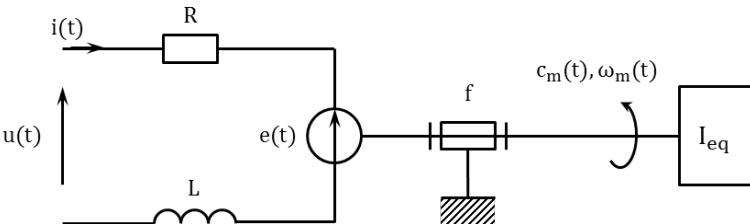
- $u(t)$: la tension appliquée aux bornes de l'induit;

- $i(t)$: le courant absorbé par l'induit;
- $e(t)$: la force contre-électromotrice;
- $\omega_m(t)$: la vitesse de rotation de l'arbre moteur;
- $c_m(t)$: le couple moteur;
- $c_r(t)$: le couple résistant sur l'arbre moteur dû à la génération d'un couple résistant en sortie de BTP;
- K_c : la constante de couple définie telle que $c_m(t) = K_c i(t)$ (équation 1);
- K_e : la constante de force contre-électromotrice définie telle que $e(t) = K_e \omega_m(t)$ (équation 2).

Le banc d'essai est équipé d'un dispositif permettant de générer un couple résistant sur le rotor de sortie de la BTP. Cela permet de simuler les actions aérodynamiques sur les pales. Il faut donc évaluer l'impact de ce couple sur la vitesse du moteur. La modélisation adoptée pour le moteur à courant continu est celle de la figure 2.

- R : la résistance de l'induit;
- L : l'inductance de l'induit;
- f : le coefficient de frottement, qui génère un couple résistant proportionnel à $\omega_m(t)$;
- I_{eq} : l'inertie équivalente du banc d'essai ramené à l'arbre moteur;

FIGURE 2 – Schéma équivalent du moteur à courant continu.



Hypothèses :

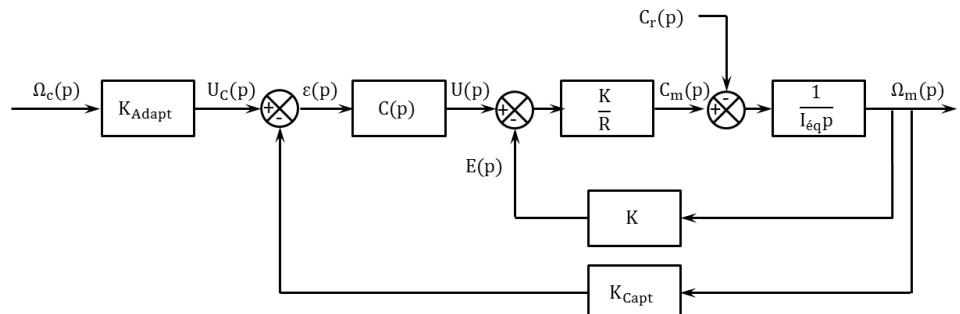
- le comportement de chacun des composants sera considéré comme linéaire, continu et invariant;
- les conditions de Heaviside sont considérées comme vérifiées;
- on note p la variable de Laplace. La transformée de Laplace d'une fonction temporelle $f(t)$ sera notée $F(p)$ (la transformée de $\omega(t)$ sera notée $\Omega(p)$).

Modélisation de l'asservissement en vitesse

Hypothèses :

- on néglige l'inductance du moteur à courant continu ainsi que l'effet du coefficient de frottement;
- on fait l'hypothèse que $K_c = K_e = K$;
- pour simplifier l'étude, la boucle de courant n'a pas été modélisée.

Le schéma-blocs de l'asservissement en vitesse du moteur à courant continu est donné sur la figure 3.



Question 1 Quelle solution technologique peut-on utiliser pour le capteur situé en boucle de retour ? Comment déterminer la valeur du gain K_{Adapt} ?

Hypothèse 1 : on considère que $C_r(p) = 0$ et $\Omega_c(p) \neq 0$.

Question 2 Déterminer la fonction de transfert en boucle fermée $H_m(p) = (\Omega_m(p))/U(p)$ puis la fonction de transfert en boucle fermée $H_1(p) = (\Omega_m(p))/(\Omega_C(p))$. On considère

que $C(p) = K_p$, K_p étant constant. Mettre $H_1(p)$ sous la forme $K_1/(1 + \tau_1 p)$ où on explicitera les valeurs de K_1 et τ_1 .

Hypothèse 2 : on considère que $\Omega_C(p) = 0$ et que $C_r(p) \neq 0$.

Question 3 Retracer sur la copie le schéma bloc en tenant compte de ces hypothèses.

Question 4 Déterminer la fonction de transfert en boucle fermée $H_2(p) = (\Omega_m(p))/(C_r(p))$. On considère que $C(p) = K_p$, K_p étant constante. Mettre $H_2(p)$ sous la forme $-K_2/(1 + \tau_2 p)$ où on explicitera les valeurs de K_2 et τ_2 .

Hypothèse 3 : on considère maintenant que $\Omega_C(p) \neq 0$ et que $C_r(p) \neq 0$.

Question 5 En utilisant le théorème de superposition, exprimer $\Omega_m(p)$ en fonction de $H_1(p)$, $H_2(p)$, $\Omega_c(p)$ et $C_r(p)$.

À une fréquence de rotation de 350 min^{-1} en sortie de BTP correspond une consigne de fréquence de rotation du moteur de 1928 min^{-1} soit environ 202 rad/s . Le couple résistant ramené à l'arbre moteur est évalué à 990 Nm . On soumet donc le système à un échelon de consigne d'amplitude 202 rad/s et à un couple résistant de 990 Nm .

Question 6 Après avoir exprimé la consigne $\Omega_c(p)$ puis le couple résistant $C_r(p)$, calculer sous forme littérale l'écart statique du système. Conclure vis-à-vis du cahier des charges.

Question 7 Quel intérêt peut présenter l'utilisation d'un correcteur intégral de gain K_I de la forme $C(p) = K_I/p$?

Question 8 En conclusion, en utilisant le correcteur précédent, l'asservissement proposé permet-il de tenir la consigne de vitesse lorsqu'un couple résistant est appliqué à l'arbre de sortie de la BTP ? L'exigence 1.1.1 est-elle vérifiée ?

Éléments de correction

1. $K_{\text{Adapt}} = K_{\text{Capt}}$.
2. $K_1 = \frac{K_{\text{Adapt}} K_p}{K + K_p K_{\text{Capt}}} \text{ et } \tau_1 = \frac{R I_{\text{eq}}}{K^2 + K K_p K_{\text{Capt}}}.$
3. .
4. $K_2 = \frac{R}{K(K + K_p K_{\text{Capt}})} \text{ et } \tau_2 = \frac{R I_{\text{eq}}}{K(K + K_p K_{\text{Capt}})}.$
5. $\Omega_m(p) = H_1(p)\Omega_c(p) + H_2(p)C_r(p).$
6. $\varepsilon_S = (K_{\text{Adapt}} - K_{\text{Capt}} K_1) \Omega_{c0} + K_{\text{Capt}} K_2 C_{r0}.$
7. On montre que l'écart statique est annulé.
8. $\varepsilon = 0.$





TD 1

Robot pour la chirurgie endoscopique– Sujet

Banque PT – SIA – 2005.

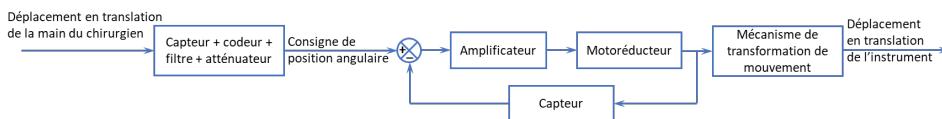
Présentation

On s'intéresse au robot de chirurgie endoscopique « Endoxirob ». Il est nécessaire de permettre à l'instrument chirurgical de se mouvoir avec des performances dynamiques comparables ou meilleures que celles réalisées par un chirurgien humain. L'étude est effectuée uniquement pour l'axe « d'élévation » selon \vec{z}_1 .

TABLE 1 – Liste partielle des exigences.

Req.	Exigence	Niveaux
1	Vitesse de translation nominale	$> 0,1 \text{ m s}^{-1}$
2	Temps t_1 pour atteindre la vitesse nominale	100 ms maximum
3	Précision – Écart statique	$< 0,2 \text{ mm}$
4	Précision – Retard de traînage pour une rampe de $0,1 \text{ m s}^{-1}$	$< 0,1 \text{ s}$
5	Stabilité – Dépassemment	Aucun
6	Stabilité – Marge de phase	45°
7	Rapidité – Bande passante à -3 dB pour la partie mécanique	4 Hz

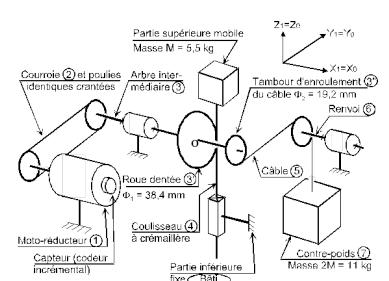
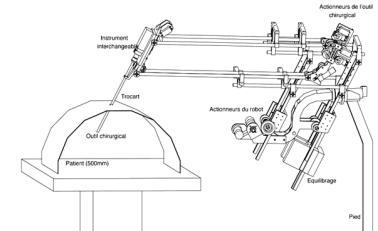
La figure suivante présente le schéma-blocs de l'axe d'élévation (selon \vec{Z}_1) du dispositif de commande de l'instrument chirurgical.



La console permet de capter le déplacement de la main, de le coder, de le corriger éventuellement afin d'élaborer la consigne de position angulaire du rotor moteur. La position angulaire est ensuite transformée en position linéaire de l'instrument par un mécanisme de transformation de mouvement à crémaillère.

La figure ci-contre présente de façon simplifiée, la chaîne cinématique de l'axe d'élévation :

- l'actionneur est un moto-réducteur (1) à courant continu Gammatic n° RH-8D-6006 ; le premier étage de transmission du mouvement se fait par une courroie crantée (2) qui s'enroule sur des poulies de même diamètre pour entraîner l'arbre intermédiaire (3) ;



- une roue dentée (3') de diamètre primitif $\Phi_1 = 38,4 \text{ mm}$ solidaire de l'arbre intermédiaire (3) engrène avec une crémaillère (4) solidaire de la partie supérieure mobile du robot;
- cette crémaillère est en liaison glissière d'axe \vec{z}_1 par rapport à la partie inférieure du robot considérée comme fixe dans cette partie du sujet, et notée « Bâti ».

Pour équilibrer le poids de la partie supérieure (coulisseau compris) de masse $M = 5,5 \text{ kg}$, les ingénieurs ont placé un contre-poids (7) de masse $2M = 11 \text{ kg}$ tiré par un câble qui s'enroule sur un tambour (3'') de diamètre $\Phi_2 = \frac{\Phi}{2} = 19,2 \text{ mm}$ solidaire de l'arbre intermédiaire (3).

Le constructeur du moto-réducteur donne les caractéristiques mécaniques en sortie du réducteur ce qui permet de considérer le moto-réducteur comme un « moteur qui tourne lentement avec un couple élevé » :

- puissance nominale en sortie du réducteur : $P_{\text{nom}} = 8,6 \text{ W}$;
- couple nominal en sortie du réducteur : $C_{\text{nom}} = 1,4 \text{ Nm}$;
- couple de maintien en sortie du réducteur : $C_{\text{maint}} = 1,5 \text{ Nm}$;
- couple maxi en sortie du réducteur : $C_{\text{max}} = 2,7 \text{ Nm}$;
- vitesse nominale en sortie du réducteur : $N_{\text{nom}} = 60 \text{ tr min}^{-1}$;
- vitesse maxi en sortie du réducteur : $N_{\text{max}} = 100 \text{ tr min}^{-1}$;
- moment d'inertie total ramené à l'arbre de sortie du réducteur : $J_1 = 3,70 \times 10^{-3} \text{ kg m}^2$;
- capteur de position : codeur 360 incrémentés par tour monté sur le rotor du moteur;
- rapport de réduction : 50 (n'interviendra que dans le calcul de la résolution du capteur).

Avec :

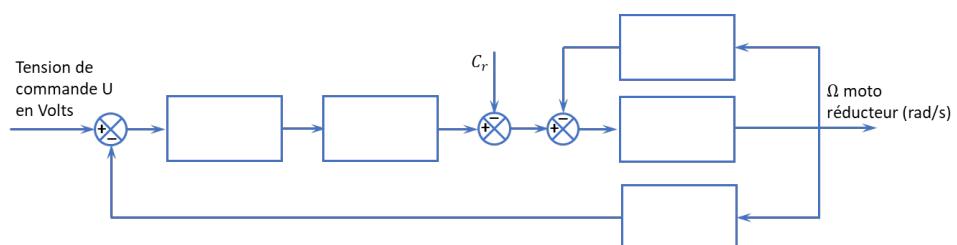
- $u(t)$ tension appliquée aux bornes de l'induit
- $i(t)$ intensité du courant traversant l'induit
- $e(t)$ force électromotrice induite par la rotation du moteur, évaluée à la sortie du réducteur;
- $\omega_{\text{réd}}(t)$ vitesse de rotation à la sortie du réducteur;
- $C_{\text{réd}}(t)$ couple moteur ramené à la sortie du réducteur;
- $R = 10 \Omega$: résistance de l'induit;
- $L = 2,2 \text{ mH}$ inductance de l'induit;
- $k_c = 2,1 \text{ N m A}^{-1}$ constante de couple évaluée à la sortie du réducteur;
- $k_e = 2,1 \text{ Vs rad}^{-1}$ constante de f.e.m évaluée à la sortie du réducteur;
- $C_r = 0,2 \text{ N m}$ couple résistant induit par les frottements secs, ramené à la sortie du réducteur
- $f_v = 0,04 \text{ N m s rad}^{-1}$ coefficient de frottement visqueux équivalent à toutes les pièces en mouvement, ramené à la sortie du réducteur
- $J_{\text{équ}} = 7 \times 10^{-3} \text{ kg m}^2$ moment d'inertie équivalent à toutes les pièces en mouvement, ramené à la sortie du réducteur.

Évaluation de la fonction de transfert du moto-réducteur

Le constructeur donne les caractéristiques électro-mécaniques exprimées à la sortie du réducteur. On rappelle les équations temporelles : $u(t) = R i(t) + L \frac{di(t)}{dt} + e(t)$, $e(t) = k_e \omega_{\text{réd}}(t)$, $C_{\text{réd}}(t) = k_c i(t)$, $C_r - C_{\text{réd}}(t) - f_v \omega_{\text{réd}}(t) = J_{\text{équ}} \frac{d\omega_{\text{réd}}(t)}{dt}$.

Les transformées de Laplace des fonctions $u(t)$, $i(t)$, $e(t)$, $\omega_{\text{réd}}(t)$, $C_{\text{réd}}(t)$ sont respectivement $U(p)$, $I(p)$, $E(p)$, $\Omega_{\text{réd}}(p)$ et $C_{\text{réd}}(p)$. On considère toutes les conditions initiales nulles.

Question 1 Transformer les équations temporelles ci-dessus. Remplir sous forme littérale les blocs du schéma suivant. Exprimer les grandeurs physiques entre chaque bloc.



Question 2 Exprimer littéralement sous forme canonique la fonction de transfert du moto-réducteur $M(p) = \frac{\Omega_{\text{réd}}(p)}{U(p)}$ lorsque $C_r(p) = 0$.

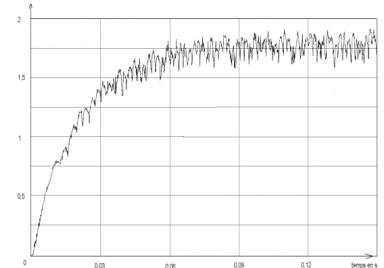
Quel que soit le résultat obtenu à la question précédente, on utilisera l'expression de $M(p)$ suivante : $M_1(p) = \frac{0,436}{1 + 14,5 \cdot 10^{-3}p + 3,1 \cdot 10^{-6}p^2}$.

Sur le système de levage non asservi c'est à dire avec le capteur de position angulaire déconnecté, on a pratiqué, un essai en charge, en donnant au moteur un échelon de tension $u(t) = 24$ V. Avec une génératrice tachymétrique dont le gain est de $0,166$ V s rad $^{-1}$, on a tracé la courbe de tension image de $\omega_{\text{rédu}}(t)$.

Remarque : la partie supérieure du robot est supposée rigide pendant cet essai.

Question 3 Après avoir analysé cette courbe, expliquer pourquoi on peut négliger l'inductance L .

Question 4 Justifier analytiquement la réponse précédente à partir de l'expression de $M_1(p)$ lorsque l'on envisage une étude fréquentielle : on précisera la valeur du pôle dominant, l'autre (faisant intervenir la valeur de L) étant rejeté.



Remarque

Un pôle est dit dominant par rapport à un autre quand sa partie réelle est grande devant l'autre.

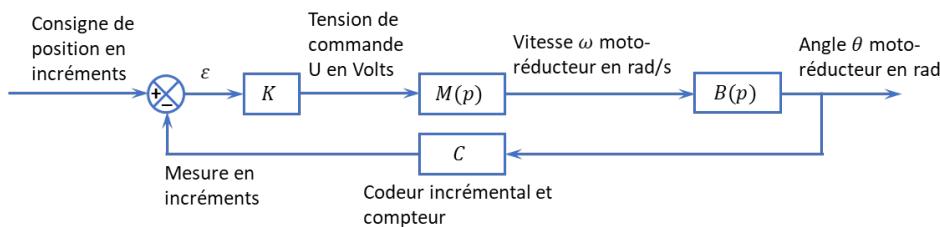
Dans la suite du problème, on néglige l'inductance L du moteur.

Question 5 Exprimer littéralement, sous forme canonique, la fonction de transfert du moto-réducteur $M_2(p) = \frac{\Omega_{\text{rédu}}(p)}{U(p)} = \frac{G_s}{1 + Tp}$. Donner les valeurs numériques de G_s et de T à partir de l'expression de $M_1(p)$ et des réponses apportées précédemment.

Question 6 Déterminer les valeurs de G_s et T , à partir de la courbe de tension image de $\omega_{\text{rédu}}(t)$ (expliquer les démarches sous la figure et comparer avec les résultats obtenus précédemment).

Respect du critère de marge de phase

La boucle d'asservissement de la position angulaire de l'arbre de sortie du réducteur est définie par le schéma-blocs figure suivante. La consigne de position en incrémentés est élaborée par le calculateur, à partir des informations envoyées par la console.



Le convertisseur-amplificateur K de gain k variable élabore la commande du moteur. Le codeur incrémental C placé sur le rotor du moteur a une résolution de 360 incrémentés par tour. Il est associé à un compteur – décompteur qui élabore la mesure de position en incrémentés. Le système est discret (non continu) mais on l'assimile à un système continu car le comptage est très rapide. Le réducteur a un rapport de réduction de 50.

Question 7 Donner la fonction de transfert du bloc $B(p)$ et la valeur du coefficient du bloc C en incr./rad. Exprimer numériquement, en fonction de k , la fonction de transfert en boucle ouverte $H_O(p)$.

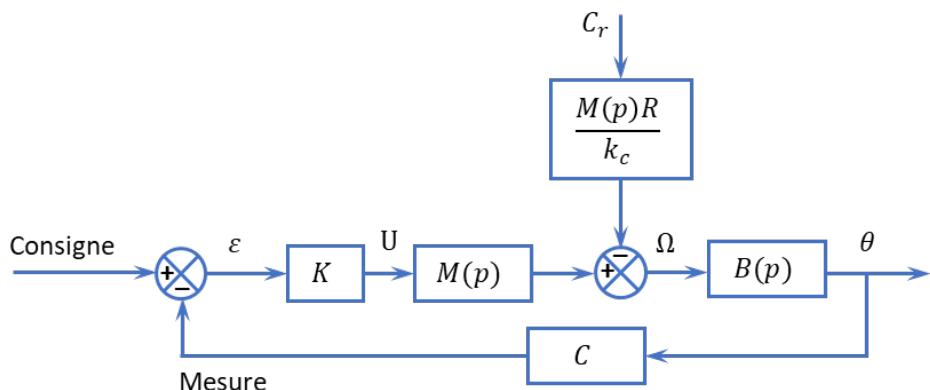
Question 8 Tracer les diagrammes de Bode du système en boucle ouverte pour $k = 1$. Le système est-il stable en boucle fermée pour cette valeur de k ? Justifier.

Remarque

Au vu de l'exigence 6, on admet que le système est stable en boucle fermé si, sur le tracé de Bode de la boucle ouverte, lorsque le gain est nul, la phase est supérieure à $-180 + 45 = -135^\circ$.

Question 9 Calculer l'écart statique $\varepsilon_{\text{conso}}$ en incrément lorsque la consigne est un échelon de position : $\text{Cons}(t) = 1 \cdot u(t)$.

Étant donné que la perturbation C_r intervient entre deux blocs de $M(p)$, on adopte le schéma de la figure suivante pour faciliter les calculs de la question suivante.

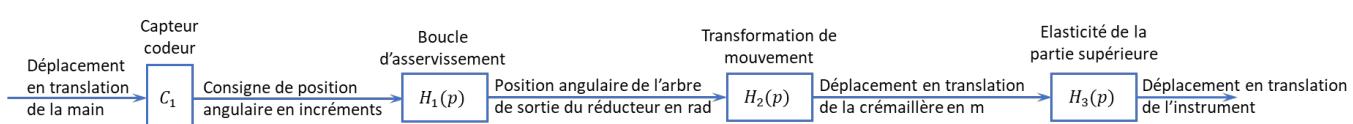


Question 10 Calculer, pour la valeur k_{45} de k établie précédemment, l'écart statique $\varepsilon_{\text{perfo}}$ en incréments entre la consigne et la mesure lorsque la perturbation est l'échelon de couple résistant $C_r u(t)$ induit par les frottements secs.

Question 11 La chaîne cinématique de transmission est telle qu'il faut 150 incrément pour que la crémaillère se déplace de 1 mm, quelle est l'incidence de cet écart sur la position de l'instrument? Conclure par rapport aux exigences du cahier des charges. Proposer une modification du bloc K qui annulerait cet écart.

Vérification des performances de la chaîne de positionnement de l'instrument

Modélisation par schéma-blocs



Analyse du déplacement en translation de la crémaillère

Lorsque la boucle d'asservissement est bien réglée, la fonction de transfert est :

$H_1(p) = \frac{\Theta(p)}{\text{Cons}(p)} = \frac{0,00035}{1 + 0,014p + 0,00017p^2}$. On rappelle que la courroie s'enroule sur des poulies de même diamètre et que la roue dentée qui engrène avec la crémaillère a un diamètre $\Phi_1 = 38,4$ mm.

Question 12 Exprimer le coefficient du bloc H_2 et préciser l'unité.

En régime statique, la position de la crémaillère est l'image de la position de la main, aux écarts près.

Question 13 Quelle relation doit vérifier le produit P des gains des blocs C_1, H_1, H_2 ? Justifier. Exprimer le coefficient c_1 en incrément par mètre du bloc C_1 .

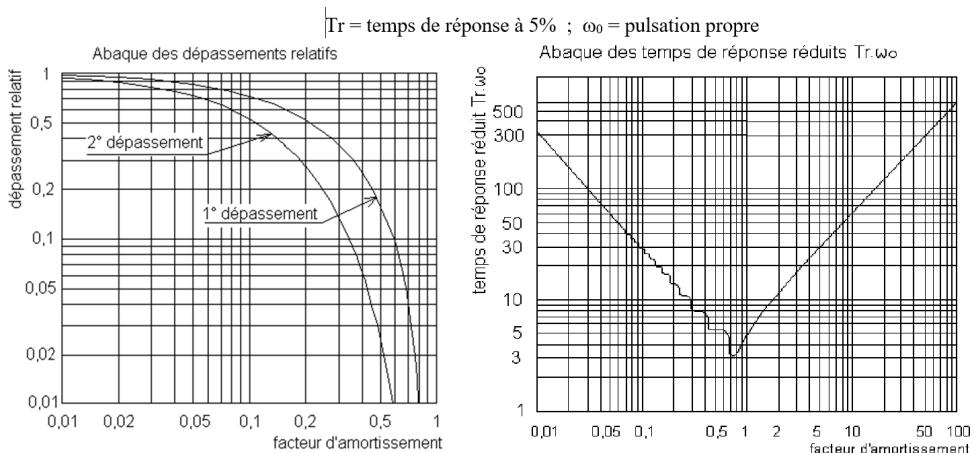
Pour augmenter la précision de l'opération chirurgicale, on désire que la crémaillère se déplace 10 fois moins que la main.

Question 14 Exprimer le nouveau coefficient c_2 du bloc C_1 ainsi que le nouveau produit P_1 .

Analyse du déplacement de l'instrument chirurgical par rapport à la crémaillère

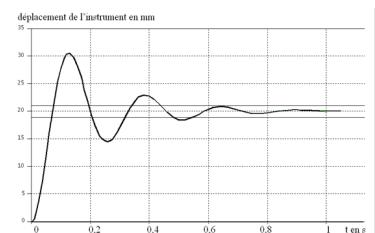
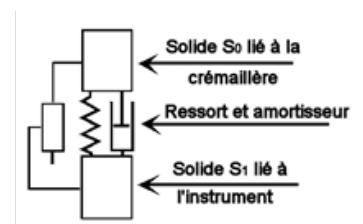
La partie supérieure du robot est constituée par assemblage de tubes minces en fibres de carbone. On modélise cette partie par deux solides : S_0 représentant la crémaillère et les solides qui y sont liés ; et S_1 représentant l'instrument chirurgical. Ces solides sont considérés en liaison glissière parfaite et reliés par un ressort de raideur k_0 et un amortisseur de coefficient f_0 , montés en parallèle comme le montre le schéma.

Pour identifier la fonction de transfert $H_3(p) = \frac{D_{\text{instrum}}(p)}{D_{\text{crem}}(p)}$ de cette partie, on a imposé à la crémaillère un échelon de déplacement $d_{\text{crém}}(t) = 20 \times 10^{-3} \text{ m}$ à partir de la position d'équilibre. On a tracé la courbe de déplacement $d_{\text{instrum}}(t)$ de l'instrument.



On donne sur la figure suivante les abaques des dépassements relatifs et des temps de réponse réduits d'un système du second ordre.

Question 15 Établir, à partir de cette figure, l'expression de la fonction de transfert $H_3(p)$; déterminer les valeurs caractéristiques : gain statique, coefficient d'amortissement et pulsation propre.



Question 16 Le critère de la bande passante de 4 Hz à -3 dB est-il satisfait ?

Les questions suivantes vont permettre de déterminer l'expression analytique de $H_3(p)$, de façon à analyser l'influence du paramètre de raideur, pour respecter le critère de bande passante du cahier des charges.

Soit m_1 la masse du solide S_1 . L'axe du mouvement est vertical ascendant et noté \vec{z} . L'origine O du mouvement de S_1 correspond à la position pour laquelle le ressort est à sa longueur libre. Soit a_0 l'allongement du ressort dans la position d'équilibre qui prend en compte l'action de la pesanteur. Nota : a_0 est négatif car on considère qu'il y a allongement du ressort.

L'équation du mouvement du ressort autour de la position d'équilibre est donné par :

$$m_1 \frac{d^2z(t)}{dt^2} + f_0 \frac{dz(t)}{dt} + k_0 z = 0.$$

Question 17 Après avoir mis l'équation différentielle du mouvement sous forme canonique : $A\ddot{z}(t) + B\dot{z}(t) + z(t) = 0$, exprimer le coefficient d'amortissement ξ_3 et la pulsation propre ω_{03} du mouvement en fonction de k_0 , f_0 , m_1 .

On donne la valeur numérique de la masse de l'instrument chirurgical et de la plaque d'interface : $m_1 = 1,6$ kg.

Question 18 Pour la valeur de ω_{03} calculée précédemment, déterminer la valeur minimale de la raideur k_0 (en N/m) qui permettrait de respecter le critère de la bande passante à -3 dB de 4 Hz. (On notera que $\omega_{-3\text{dB}} > \omega_{03}$).

Analyse du déplacement de l'instrument par rapport au déplacement de la main

On conserve la valeur c_1 du bloc C_1 . La fonction de transfert du système est :

$$H(p) = \frac{D_{\text{instrum}}(p)}{D_{\text{main}}(p)} = \frac{1}{(1 + 0,014p + 0,00017p^2)(1 + 0,015p + 0,0014p^2)}. \quad \text{Le chirurgien impose avec sa main une rampe de déplacement de } 100 \text{ mm s}^{-1}. \quad \text{On a tracé sur la figure 4 les courbes de déplacement de la main et de l'instrument.}$$

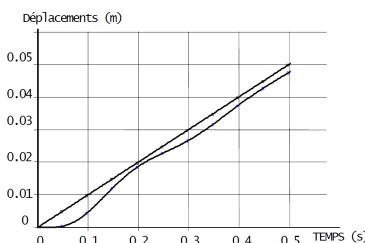


FIGURE 4 – Courbes de déplacement de la main

Question 19 Mettre en évidence et donner les valeurs numériques : de l'écart dynamique maximal ; de l'écart de traînage (ou de vitesse) ε_v en régime établi, du retard de traînage. Le cahier des charges est-il satisfait pour ce dernier critère ?

On donne figure 5, la courbe d'amplitude (gain) de $H(p)$ pour $p = j\omega$ dans le plan de Bode. La main du chirurgien est prise d'un tremblement sensiblement sinusoïdal dont la période est de 0,25 s et l'amplitude 1 mm.

Question 20 Déterminer à partir de cette courbe, l'amplitude du mouvement pris par l'instrument. Quelle est la conséquence de ce mouvement sur la plaie chirurgicale ?

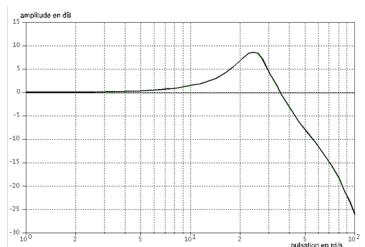


FIGURE 5 – Courbe de gain

Amélioration des performances dynamiques

On souhaite limiter l'amplitude du mouvement de l'outil lors du tremblement de la main en filtrant le signal traité par le capteur-codeur C_1 de sorte que les tremblements n'apparaissent plus sur le soustracteur. On propose trois filtres du premier ordre, de gains statiques égaux à 1 et de constantes de temps : $T_1 = 0,04$ s ; $T_2 = 0,1$ s ; $T_3 = 0,5$ s.

Question 21 Tracer sur la figure précédente, les trois courbes asymptotiques d'amplitude de ces filtres avec des couleurs différentes. Sachant que les mouvements dont la période est inférieure à 1 s ne doivent pas être atténués de plus de 1 dB, choisir le numéro 1, 2 ou 3 du filtre qui atténue de 8 à 10 dB le tremblement de la main de période 0,25 s. Tracer sur cette figure, dans une autre couleur, l'allure de la courbe d'amplitude corrigée par ce filtre. Le niveau de 4 Hz, de la bande passante à -3 dB du critère de rapidité est-il toujours respecté ?



Colle 0

Micromanipulateur compact pour la chirurgie endoscopique—Sujet

Mines Ponts 2016.

B2-04

Présentation générale

L'objet de cette étude est un robot appelé MC²E utilisé en chirurgie endoscopique. Ce type de robots médico-chirurgicaux est équipé de capteurs (caméra, capteur d'efforts...) permettant de maîtriser les interactions avec des environnements souvent déformables et difficilement modélisables comme le corps humain.

La figure 6 décrit les exigences auxquelles est soumis l'asservissement du MC²E.

Validation des performances de l'asservissement d'effort

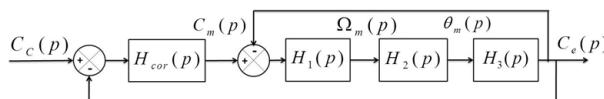
Modèle de connaissance de l'asservissement

Objectif

Modéliser l'asservissement en effort.

L'équation de mouvement est définie par l'équation différentielle suivante : $J \frac{d^2\theta_m(t)}{dt^2} = C_m(t) - C_e(t)$.

On notera $\theta_m(p)$, $\Omega_m(p)$, $C_m(p)$ et $C_e(p)$ les transformées de Laplace des grandeurs de l'équation de mouvement. On pose $C_e(t) = K_{C\theta}\theta_m(t)$ où $K_{C\theta}$ est une constante positive. On a de plus $\frac{d\theta_m(t)}{dt} = \omega_m(t)$. La régulation se met alors sous la forme du schéma-blocs à retour unitaire simplifié que l'on admettra :



Dans un premier temps, on prendra $H_{cor}(p) = 1$.

Question 1 Déterminer les expressions des fonctions de transfert $H_1(p)$, $H_2(p)$ et $H_3(p)$.

Question 2 Donner l'expression de la fonction de transfert en boucle fermée $H_{BF}(p)$ de l'asservissement d'effort.

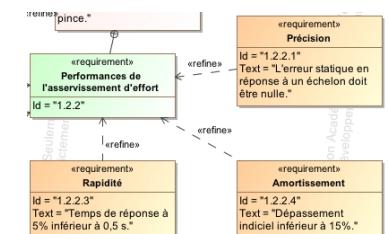
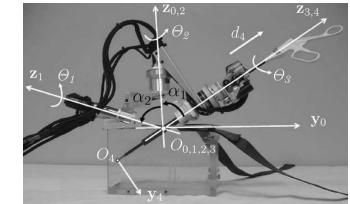


FIGURE 6 – Performances de l'asservissement.

On note :

- J , inertie équivalente à l'ensemble en mouvement, ramenée sur l'arbre moteur;
- $C_e(t)$, couple regroupant l'ensemble des couples extérieurs ramenés à l'arbre moteur, notamment fonction de la raideur du ressort.

FIGURE 7 – Modèle simplifié du montage du capteur d'effort.

Avec :

- $C_e(p)$, couple de sortie mesuré par le capteur d'effort situé sur le MC²E;
- $C_c(p)$, couple de consigne;
- $C_m(p)$, couple moteur;
- $H_{cor}(p)$, fonction de transfert du correcteur.

Question 3 Quel sera le comportement de cet asservissement en réponse à un échelon d'amplitude C_0 ? Conclure.

Pour remédier au problème ainsi mis en évidence, le concepteur a choisi de mettre en place une boucle interne numérique, dite tachymétrique, de gain B . On s'intéresse ici à la définition analytique de B . Le schéma-blocs modifié est donné figure suivante.

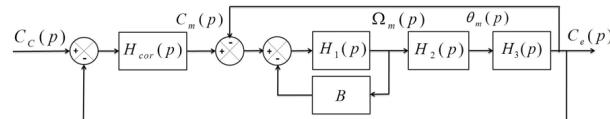


FIGURE 8 – Régulation avec retour tachymétrique.

On règle B de telle façon que, pour $H_{cor}(p) = 1$, la fonction de transfert en boucle ouverte, notée $H_{BO}(p)$, puisse être mise sous la forme suivante : $H_{BO}(p) = \frac{1}{(1 + \tau p)^2}$.

Question 4 Donner l'expression analytique du gain B , en fonction de J et $K_{C\theta}$, permettant d'obtenir cette forme de fonction de transfert. En déduire l'expression analytique de la constante de temps τ .

Les exigences du cahier des charges sont données plus haut (exigences 1.2.2.1, 1.2.2.3 et 1.2.2.4).

Afin de répondre à ces exigences, on choisit un correcteur proportionnel-intégral de gain K_i et de constante de temps T_i . Le schéma-blocs de la régulation se met sous la forme de la figure 9.

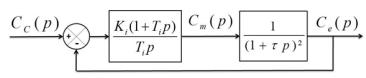


FIGURE 9 – Régulation avec correcteur PI.

On souhaite régler le correcteur pour que le système asservi ait une fonction de transfert en boucle fermée d'ordre 2 de la forme :

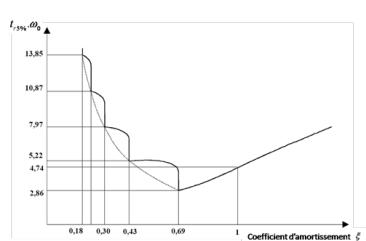
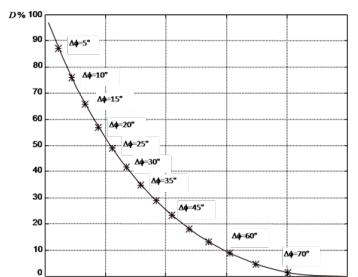
$$\frac{1 + \frac{2\xi_{BF}}{\omega_{0BF}}p + \frac{p^2}{\omega_{0BF}^2}}{1 + \frac{2\xi_{BF}}{\omega_{0BF}}p + \frac{p^2}{\omega_{0BF}^2}}.$$

Question 6 Proposer une expression simple pour la constante de temps T_i .

Question 7 À partir des courbes ci-contre, proposer une valeur de coefficient d'amortissement et de pulsation propre.

On donne $K_i = 1$.

Question 8 Les critères de performance du cahier des chartes sont-ils respectés ? Tracer l'allure de la réponse temporelle à un échelon C_{c0} en indiquant toutes les valeurs caractéristiques nécessaires.



Diagrammes de Bode

On prend $K_i = 0,4$, $T_i = 0,01$ s et $\tau = 0,5$ s.

Question 9 Tracer le diagramme de Bode de la fonction de transfert $G(p) = \frac{K_i (1 + T_i p)}{T_i p (1 + \tau p)^2}$.



Colle 1

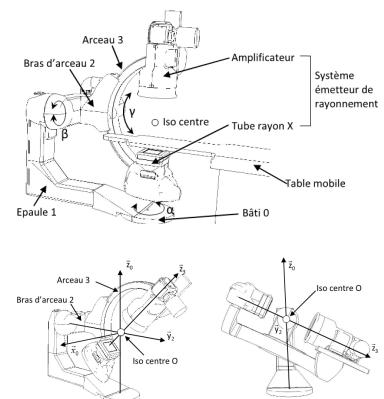
Imagerie médicale – Sujet

F. Mathurin.

L'étude porte sur un système permettant de réaliser des imageries médicales de vaisseaux sanguins sur un patient. Ce système, conçu par General Electric Medical System, envoie des rayons X dans le corps du patient et mesure leur rayonnement. En fonction des informations reçues, une image de synthèse en 3 dimensions est réalisée, permettant de voir les éventuels problèmes médicaux à venir.

Ce système est constitué des éléments suivants : le bâti 0, une épaule 1 qui peut être mis en mouvement par rapport au bâti 0, un bras d'arceau 2 qui peut s'orienter par rapport à l'épaule 1 et un arceau 3 qui se déplace par rapport à bras d'arceau 2. Le patient est situé sur une table mobile. Le réglage en hauteur du patient sur la table mobile est possible pour son confort mais n'est pas utilisé au cours d'une analyse. Seuls les degrés de liberté α , β et γ sont utilisés pendant l'analyse. L'émetteur de rayons, situé sur l'arceau, focalise la vision interne du patient en un point appelé iso centre.

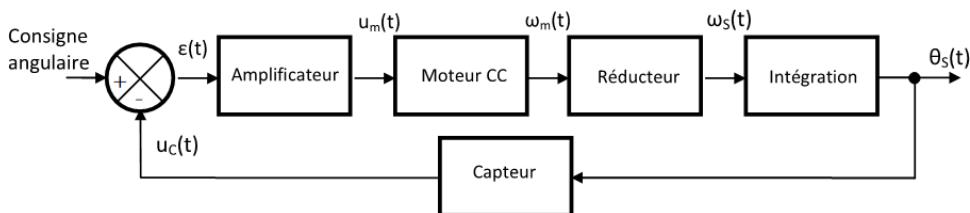
Sur l'image de gauche, l'arceau 3 s'oriente par rapport au bras d'arceau 2 et sur l'image de droite le bras d'arceau 2 se déplace par rapport à l'épaule 1. On donne ci-dessous un extrait de cahier des charges fonctionnel du système de positionnement dans la phase de vie correspondant à une mesure d'imagerie :



Exigences	Critère	Niveau
1.1	... Vitesse angulaire par axe élémentaire Stabilité (Marge de phase Mφ) $10^\circ/\text{s} \pm 10\%$ $M\phi > 45^\circ$...

Conformément au cahier des charges, chaque axe élémentaire, piloté séparément, doit avoir une vitesse angulaire de $10^\circ/\text{s}$ en phase de mesure. Technologiquement, la chaîne d'action de chaque axe élémentaire est constituée d'un réducteur entre le moteur et l'effecteur. Ce réducteur diminue la vitesse angulaire d'un facteur 558.

On s'intéresse à l'axe permettant de déplacer le bras d'arceau 2 par rapport à l'épaule 1. La structure de la chaîne fonctionnelle asservie de cet axe est la suivante :



Les différents éléments de cette chaîne fonctionnelle sont les suivants :

- l'amplificateur est un gain pur : K_a ;
- le réducteur est un gain pur K_r (sans dimension) ;
- le capteur est un gain pur : K_c ;
- le moteur est un système d'ordre 1, de constante de temps T_m et de gain K_m . On note la fonction de transfert du moteur $H_m(p)$.

Question 1 Déterminer la valeur numérique du bloc du réducteur K_r .

Question 2 Déterminer la fonction de transfert en chaîne directe $FTCD(p)$, la fonction de transfert en boucle ouvert $FTBO(p)$ et la fonction de transfert en boucle fermée $FTBF(p)$ de cet asservissement. Exprimer les résultats en fonction de K_a , K_m , K_r , K_c et T_m .

Question 3 Montrer que la fonction de transfert en boucle fermée de ce système peut s'écrire sous la forme d'un deuxième ordre $\frac{K}{1 + \frac{2z}{\omega_0}p + \frac{p^2}{\omega_0^2}}$. Donner l'expression littérale de K , z et ω_0 en fonction de K_a , K_m , K_r , K_c et T_m .

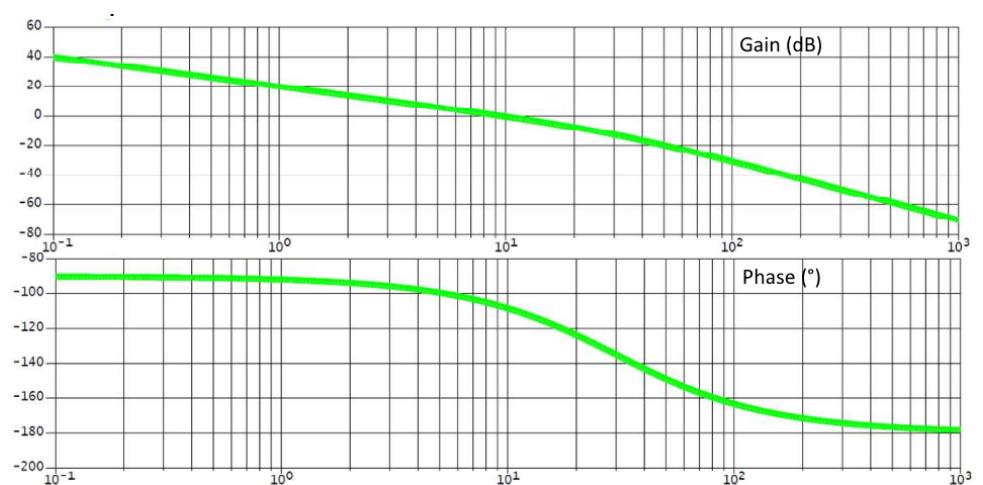
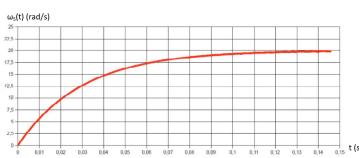
Question 4 La réponse du système à cette entrée en échelon de tension $u_m(t) = 10u(t)$ a été mesurée en sortie du réducteur. On donne ci-contre la courbe obtenue. Déterminer les valeurs numériques expérimentales de K_m et T_m à partir de la courbe.

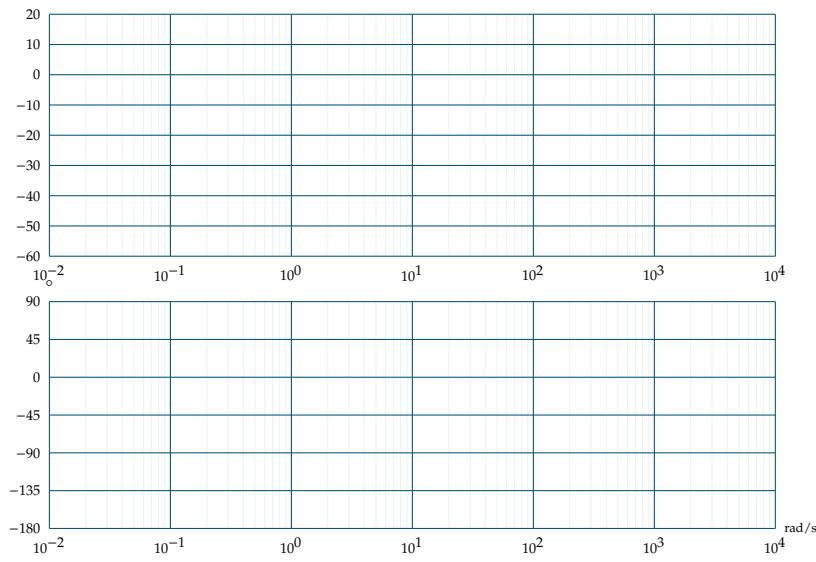
Avec les valeurs numériques des coefficients des différents gains, on peut déterminer la valeur numérique de la fonction de transfert en boucle ouverte : $FTBO(p) = \frac{10}{p \left(1 + \frac{1}{30}p \right)}$.

Question 5 Tracer les diagrammes de Bode asymptotiques de la fonction de transfert en boucle ouverte sur le diagramme vierge en bleu.

Question 6 Calculer le gain et la phase exacte pour $\omega = 30 \text{ rad/s}$.

Question 7 On donne les tracés réels des courbes de gain et de phase de la FTBO. Déterminer la pulsation qui annule le gain puis déterminer la marge de phase du système $M\varphi$. Conclure quant à la capacité du système à satisfaire le critère de marge de phase du cahier des charges.





Colle 2

Robot MIR : Machine d'inspection des réacteurs rapides – Sujet

E3A MP – 2012.

Mise en situation

Le robot MIR développé pour la vérification des cuves de Superphenix doit être adapté pour le contrôle d'une nouvelle génération de réacteurs à neutrons rapides.

L'objectif du robot MIR est de :

- assurer le contrôle surfacique télévisuel des soudures des deux cuves et des zones adjacentes;
- assurer le contrôle volumique par ultrasons des soudures de la cuve principale et des zones adjacentes. Une possibilité était offerte d'effectuer ce contrôle sur la cuve de sécurité;
- mesurer en permanence la distance entre les deux cuves.



Étude de la fonction Ft12 : Déplacer le transducteur à vitesse constante

Objectif

Qualifier la précision statique du système et définir les améliorations à apporter.

L'objectif de cette partie est de dimensionner le correcteur nécessaire au respect d'un écart statique nul, et ceci malgré le caractère variable de l'angle α .

Le transducteur est en liaison glissière de direction \vec{x}_r , avec le corps 1 du robot MIR. La chaîne d'énergie est composée entre autre, d'un actionneur rotatif qui exerce un couple $c(t)$ sur le pignon 11, qui est en liaison pivot, supposée parfaite, avec le robot MIR. Un système pouliées (11 et 12) et courroie crantée 14 impose le mouvement de translation au transducteur 13.

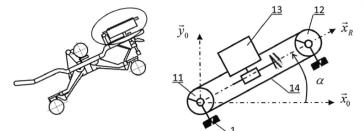
Le comportement dynamique du système est régit par l'équation suivante :

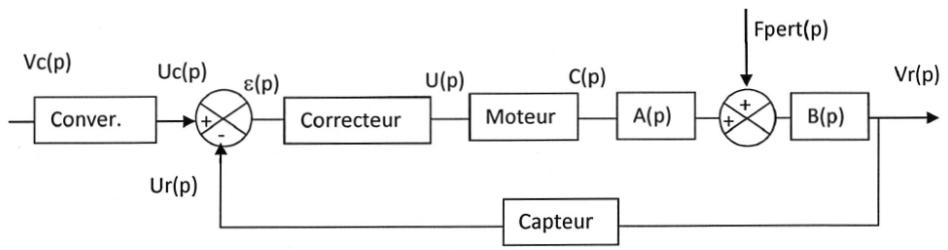
$$M_{eq} \frac{dv_r(t)}{dt} = \delta c(t) + \beta v_r(t) + \gamma g u(t)$$

avec $u(t)$ échelon unitaire.

On cherche à garantir une vitesse de translation du transducteur 13 égale à la valeur de consigne indépendamment de l'angle α .

Pour cela, on réalise le système bouclé suivant :

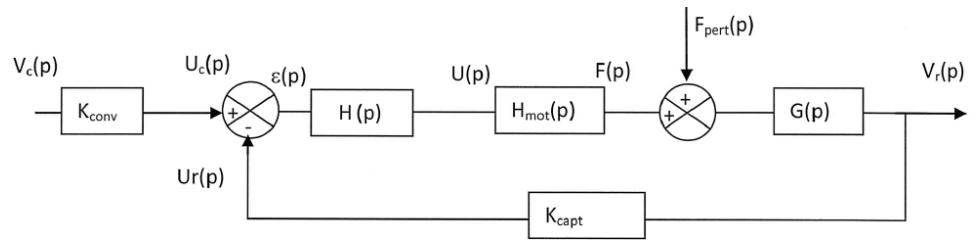




Question 1 En supposant des conditions initiales nulles, exprimer les fonctions de transfert $A(p)$ et $B(p)$ en fonction entre autres de δ , β et M_{eq} .

Le capteur est modélisé par un gain pur de valeur K_{capt} .

Question 2 En supposant une perturbation nulle, quelle doit être la valeur du gain K_{conv} du convertisseur modélisé par un gain pur, afin que l'écart $\varepsilon(t)$ soit nul quand la valeur de la vitesse réelle $v_r(t)$ est égale à la valeur de la consigne $v_c(t)$. On adopte pour la suite la modélisation suivante :



Avec $H_{mot}(p) = \frac{K_m}{1 + \tau_m p}$, $G(p) = \frac{K}{1 + \tau p}$ et $H(p) = K_{cor}$ fonction de transfert du correcteur.

Question 3 Exprimer les deux fonctions de transfert : $H_1(p) = \left(\frac{V_r(p)}{V_c(p)} \right)_{F_{pert}(p)=0}$ et $H_2(p) = \left(\frac{V_r(p)}{F_{pert}(p)} \right)_{V_c(p)=0}$ en fonction des gains K_{conv} , K_{cor} , et K_{capt} ainsi que des fonctions de transfert $H_{mot}(p)$ et $G(p)$.

Question 4 En supposant que $K_{cor} = 1$ et en indiquant les valeurs remarquables, tracer les diagrammes asymptotiques dans le plan de Bode de la fonction de transfert en boucle ouverte $\frac{U_r(p)}{\varepsilon(p)}$ en utilisant les valeurs numériques suivantes : $K_m = 0,1 \text{ N V}^{-1}$, $\tau_m = 0,01 \text{ s}$, $K_{capt} = 50 \text{ V s m}^{-1}$, $K = 200 \text{ m s}^{-1} \text{ N}^{-1}$, $\tau = 1 \text{ s}$.

Question 5 Déterminer le gain en décibel de la fonction de transfert en boucle ouverte (courbe réelle) pour la pulsation de 100 rad s^{-1} .

On formule l'hypothèse simplificatrice suivante : la phase de la fonction de transfert en boucle ouverte pour une pulsation de 100 rad/s est de -135° .

Question 6 On souhaite une marge de gain 12 dB et un marge de phase de 45° , en utilisant le résultat de la question précédente, déterminer la valeur numérique correspondante de K_{cor} . Commenter la valeur de la marge de gain obtenue ?

Question 7 On impose une vitesse constante en entrée de valeur v_0 ($v_c(t) = v_0 \cdot u(t)$) avec $u(t)$ fonction échelon unitaire de Heaviside. Exprimer l'écart statique en régime permanent en tenant compte de la perturbation (en fonction de l'angle α , de la valeur de K_{cor} et des données).

On souhaite obtenir une vitesse de translation indépendante de l'inclinaison. Pour toute la suite du sujet, on installe un correcteur intégral du type $\frac{K_c}{p}$, placé au début de la chaîne d'action.

Question 8 On impose de nouveau une vitesse constante en entrée de valeur v_0 ($v_c(t) = v_0 \cdot u(t)$); exprimer l'expression du nouvel écart statique en régime permanent (en fonction de l'angle α et des données). Pouvait-on prévoir ce résultat ?



Colle 3

Préhenseur – Sujet

Présentation

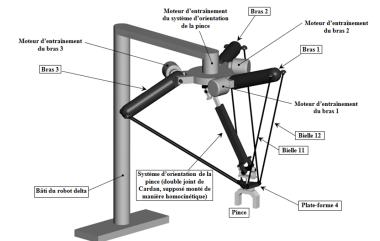
Une usine de fabrication de flacons en verre possède un poste de mise en cartons qui est l'objet de la présente étude. Ce poste est équipé de deux robots permettant de déplacer les flacons, déplacer des cartons, détecter des flacons dans des cartons, ranger des flacons dans les cartons. Ces robots sont de type « Delta » à architecture parallèle.

Architecture de la commande

On se propose ici de valider le niveau des performances de la commande de l'axe d'orientation de la pince.

Le servo-entraînement met en rotation un arbre télescopique muni à chacune de ses extrémités d'un joint de Cardan. Le mouvement d'orientation de la pince est indépendant des mouvements de la plate-forme 4. Afin d'assurer un bon positionnement angulaire de la pince P, la commande de sa rotation est asservie de la façon suivante :

- la consigne de position θ_{PC} , entrée par l'utilisateur grâce à une interface graphique (lors des réglages) ou imposée par la Partie Commande (lors des cycles de travail), est transformée en une tension v_{PC} grâce à un convertisseur qui sera assimilé à un système de gain pur K_C (en $V \text{ rad}^{-1}$).
- la vitesse de rotation ω_M (en rad s^{-1}) et l'angle de rotation θ_M (en rad) de l'arbre moteur sont mesurés par un codeur incrémental, monté directement sur l'arbre moteur, qui délivre une information numérique ; celle-ci est alors transformée par une carte de conversion numérique-analogique (C.A.N.) supposée linéaire en deux tensions v_ω et v_θ telles que :
 - pour la vitesse : $v_\omega = K_\omega \omega_M$,
 - pour la position : $v_\theta = K_\theta \theta_M$;
- la tension v_θ (image de la rotation θ_M du moteur) est soustraite à la tension v_{PC} pour donner la tension ε_P ;
- cette tension ε_P est modifiée par un correcteur de fonction de transfert $C(p)$ pour donner la tension ε_{VP} ;
- la tension v_ω (image de la vitesse de rotation ω_M du moteur) est soustraite à la tension ε_{VP} en sortie du correcteur pour donner la tension ε_v ;
- cette tension ε_v est amplifiée par un amplificateur de gain pur G pour donner la tension d'alimentation du moteur u_M ; le moteur tourne alors à la vitesse angulaire ω_M telle que $\Omega_M(p) = M(p)U_M(p)$;



Les fonctions dans le domaine temporel seront notées en minuscule, alors que celles dans le domaine de Laplace seront notées en majuscule : par exemple : $\omega(t)$ et $\mathcal{L}(\omega(t)) = \Omega(t)$.

- la rotation θ_{EC} de la pièce d'entrée du double joint de Cardan est telle que $\theta_{EC} = \lambda \theta_M$, grâce au réducteur de vitesse fixé sur l'arbre moteur ;
- le double joint de Cardan est homocinétique et a pour fonction de transfert $R(p) = 1$ (l'entrée est l'angle θ_{EC} , et la sortie est $\theta_{SC} = \theta_P$ où θ_P est la rotation de la pince fixée sur la pièce de sortie du double joint de Cardan).

Question 1 Tracer le schéma bloc d'asservissement en position, d'entrée $\theta_{PC}(p)$ et de sortie $\theta_P(p)$, faisant apparaître toutes les variables et les fonctions de transfert définies ci-dessus.

Performances de la commande

Le servo-entraînement utilisé est le AXL305RS330E5 qui est composé du moteur RS330E, du variateur 10/20-60 et du réducteur GB à train épicycloïdal de réduction $\lambda = 0,2$. Le moteur RS330E a comme caractéristiques :

- constante de force électromotrice : $K_E = 14,3 \text{ V}/1000 \text{ tours min}^{-1}$;
- constante de couple : $K_T = 0,137 \text{ N m A}^{-1}$;
- résistance de l'induit : $R_I = 1 \Omega$;
- inductance de l'induit : $L_I = 1,65 \text{ mH}$;
- frottement visqueux rapporté à l'axe de rotation du moteur négligeable;
- inertie du rotor + de la charge entraînée rapportée à l'axe de rotation du moteur : $J = 12 \times 10^{-5} \text{ kg m}^2$.

On donne : $\lambda = 0,2$ et $K_\theta = 0,01 \text{ V rad}^{-1}$.

Question 2 On veut que lorsque la pince atteint la position demandée (soit $\theta_P = \theta_{PC}$) l'écart $\varepsilon_P = v_{PC} - v_\theta$ soit nul. En déduire la relation entre K_C , K_θ et λ puis la valeur numérique de K_C qui permette d'assurer cet écart nul.

À partir des équations du moteur à courant continu, on obtient la fonction de transfert suivante : $M(p) = \frac{\Omega_M(p)}{U_M(p)} = \frac{K_T}{K_E K_T + J R p + J L p^2}$. On donne $K_\omega = 6 \text{ V}/1000 \text{ tours min}^{-1}$.

Question 3 Déterminer l'expression littérale et la valeur numérique du gain G de l'amplificateur pour que la boucle tachymétrique (d'entrée ε_{VP} et de sortie ω_M) présente un temps de réponse à 5% minimum pour une entrée en échelon. Quel est alors le temps de réponse à 5 % ?

Avec la valeur de G trouvée précédemment, on a alors calculé la fonction de transfert de boucle (ou en boucle ouverte) suivante pour l'asservissement en position : $H_B(p) = \frac{V_\theta(p)}{\varepsilon_P} = C(p) \frac{86}{p(10^3 + 3,2p + 5,310^{-3}p^2)}$.

Les exigences de l'orientation du flacon sont données dans le tableau suivant.

Fonction	Critères	Niveaux
Orienter le flacon	Stabilité	Marge de phase $M\varphi > 45^\circ$ Marge de gain $MG > 10 \text{ dB}$
	Précision	Écart statique nul à une entrée en échelon $\varepsilon_\infty = 0$
	Rapidité	Bande passante à 0 dB de la fonction $H_B(p)$: $BP_0 > 50 \text{ rad s}^{-1}$. On définit la bande passante par sa largeur de bande (ici : 50 rad s^{-1}).

On considère pour l'instant que le système n'est pas corrigé : $C(p) = 1$.

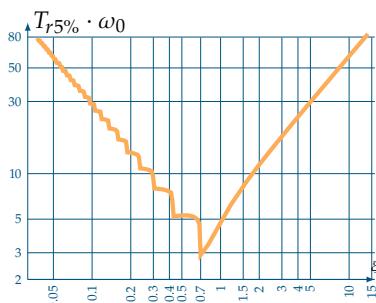
Question 4 Tracer les diagrammes asymptotiques de Bode en amplitude et phase de la fonction de transfert $H_{BO}(p)$ du système non corrigé en plaçant avec précision les points caractéristiques.

Pour la fin, la courbe de gain sera assimilée à son tracé asymptotique.

Question 5 Déterminer les valeurs de $M\varphi$, marge de phase, MG , marge de gain et BP_0 , bande passante à 0 dB de la fonction de transfert $H_B(p)$. Les critères de la fonction précédente sont-ils vérifiés ?

Question 6 Vérifier les valeurs des marges par le calcul.

On prend une correction proportionnelle : $C(p) = C_0$.



Question 7 Déterminer la bande de valeurs de C_0 qui permettent de vérifier les critères du cahier des charges partiel donné précédemment.

