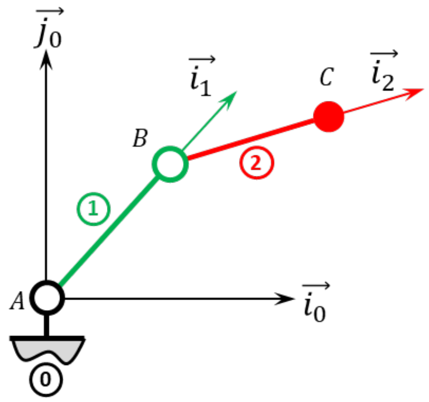
Mouvement RR ★

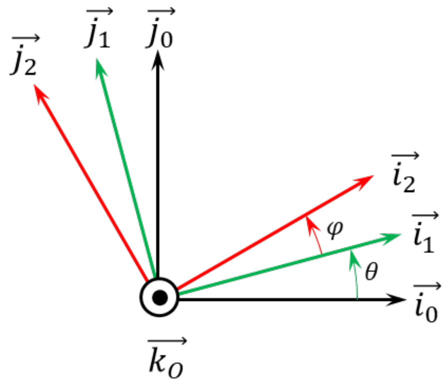
C2-08

C2-09 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

Soit le mécanisme suivant. On a $\overrightarrow{AB} = R\overrightarrow{i_1}$ avec $R = 20\,\text{mm}$ et $\overrightarrow{BC} = L\overrightarrow{i_2}$ avec $L = 15\,\text{mm}$. De plus :

- G_1 désigne le centre d'inertie de **1** et $\overrightarrow{AG_1} = \dfrac{1}{2}R\overrightarrow{i_1}$, on note m_1 la masse de **1** et $I_{G_1}(1) = \begin{pmatrix} A_1 & 0 & 0 \\ 0 & B_1 & 0 \\ 0 & 0 & C_1 \end{pmatrix}_{\mathcal{B}_1}$;
- G_2 désigne le centre d'inertie de **2** et $\overrightarrow{BG_2} = \dfrac{1}{2}L\overrightarrow{i_2}$, on note m_2 la masse de **2** et $I_{G_2}(2) = \begin{pmatrix} A_2 & 0 & 0 \\ 0 & B_2 & 0 \\ 0 & 0 & C_2 \end{pmatrix}_{\mathcal{B}_2}$.





Question 1 Exprimer le torseur dynamique $\{\mathcal{D}(1/0)\}$ en A en utilisant 2 méthodes différentes pour le calcul du moment.

Question 2 Exprimer le torseur dynamique $\{\mathcal{D}(2/0)\}$ en B en utilisant 2 méthodes différentes pour le calcul du moment.

Question 3 Déterminer $\overrightarrow{\delta(A, 1+2/0)} \cdot \overrightarrow{k_0}$.

Question 4 Déterminer $\mathcal{P}(2 \rightarrow 1/0)$ et $\mathcal{P}(1 \rightarrow 2/0)$.

Corrigé voir 4.

Mouvement RR ★

C2-08

C2-09 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

Question 5 Exprimer le torseur dynamique $\{\mathcal{D}(1/0)\}$ en A en utilisant 2 méthodes différentes pour le calcul du moment.

Définition

$$\{\mathcal{D}(1/0)\} = \left\{ \begin{array}{l} m_1\overrightarrow{\Gamma(G_1,1/0)} \\ \overrightarrow{\delta(A,1/0)} = \overrightarrow{\delta(G_1,1/0)} + \overrightarrow{AG_1} \wedge \overrightarrow{R_d(1/0)} \end{array} \right\}_A$$

Calcul de $\overrightarrow{V(G_1,1/0)}$

$$\overrightarrow{V(G_1,1/0)} = \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left[\overrightarrow{AG_1}\right]_{\mathcal{R}_0} = \frac{1}{2}R\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left[\overrightarrow{i_1}\right]_{\mathcal{R}_0} = R\dot{\theta}\overrightarrow{j_1}.$$

(Avec $\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left[\overrightarrow{i_1}\right]_{\mathcal{R}_0} = \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left[\overrightarrow{i_1}\right]_{\mathcal{R}_1} + \overrightarrow{\Omega(1/0)} \wedge \overrightarrow{i_1} = \dot{\theta}\overrightarrow{k_0} \wedge \overrightarrow{i_1} = \dot{\theta}\overrightarrow{j_1}$).

Calcul de $\overrightarrow{\Gamma(G_1,1/0)}$

$$\overrightarrow{\Gamma(G_1,1/0)} = \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left[\overrightarrow{V(G_1,1/0)}\right]_{\mathcal{R}_0} = R\ddot{\theta}\overrightarrow{j_1} - R\dot{\theta}^2\overrightarrow{i_1}.$$

Question 6 Exprimer le torseur dynamique $\{\mathcal{D}(2/0)\}$ en B en utilisant 2 méthodes différentes pour le calcul du moment.

$\overrightarrow{V(C,2/0)} = \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left[\overrightarrow{AC}\right]_{\mathcal{R}_0} = \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left[\overrightarrow{AB}\right]_{\mathcal{R}_0} + \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left[\overrightarrow{BC}\right]_{\mathcal{R}_0} = R\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left[\overrightarrow{i_1}\right]_{\mathcal{R}_0} + L\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left[\overrightarrow{i_2}\right]_{\mathcal{R}_0}$
$= R\dot{\theta}\overrightarrow{j_1} + L\left(\dot{\theta}+\dot{\varphi}\right)\overrightarrow{j_2}$.

(Avec $\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left[\overrightarrow{i_2}\right]_{\mathcal{R}_0} = \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left[\overrightarrow{i_2}\right]_{\mathcal{R}_2} + \overrightarrow{\Omega(2/0)} \wedge \overrightarrow{i_2} = \left(\dot{\theta}+\dot{\varphi}\right)\overrightarrow{k_0} \wedge \overrightarrow{i_2} = \left(\dot{\theta}+\dot{\varphi}\right)\overrightarrow{j_2}$).

Question 7 Déterminer $\overrightarrow{\delta(A,1+2/0)} \cdot \overrightarrow{k_0}$.

Question 8 Déterminer $\mathcal{P}(2 \longrightarrow 1/0)$ et $\mathcal{P}(1 \longrightarrow 2/0)$.

Mouvement RR ★

B2-13

Question 1 Déterminer $\overrightarrow{V(C,2/0)}$ par dérivation vectorielle.
$\overrightarrow{V(C,2/0)} = \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left[\overrightarrow{AC}\right]_{\mathcal{R}_0} = \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left[\overrightarrow{AB}\right]_{\mathcal{R}_0} + \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left[\overrightarrow{BC}\right]_{\mathcal{R}_0} = R\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left[\overrightarrow{i_1}\right]_{\mathcal{R}_0} + L\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left[\overrightarrow{i_2}\right]_{\mathcal{R}_0}$
$= R\dot{\theta}\overrightarrow{j_1} + L\left(\dot{\theta}+\dot{\varphi}\right)\overrightarrow{j_2}$.

(Avec $\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left[\overrightarrow{i_2}\right]_{\mathcal{R}_0} = \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left[\overrightarrow{i_2}\right]_{\mathcal{R}_2} + \overrightarrow{\Omega(2/0)} \wedge \overrightarrow{i_2} = \left(\dot{\theta}+\dot{\varphi}\right)\overrightarrow{k_0} \wedge \overrightarrow{i_2} = \left(\dot{\theta}+\dot{\varphi}\right)\overrightarrow{j_2}$).

Question 2 Déterminer $\overrightarrow{V(C,2/0)}$ par composition.
On a $\overrightarrow{V(C,2/0)} = \overrightarrow{V(C,2/1)} + \overrightarrow{V(C,1/0)}$.

$$\overrightarrow{V(C,2/1)} = \overrightarrow{V(B,2/1)} + \overrightarrow{CB} \wedge \overrightarrow{\Omega(2/1)} = -L\overrightarrow{i_2} \wedge \dot{\varphi}\overrightarrow{k_0} = L\dot{\varphi}\overrightarrow{j_2}.$$

$$\overrightarrow{V(C,1/0)} = \overrightarrow{V(A,1/0)} + \overrightarrow{CA} \wedge \overrightarrow{\Omega(1/0)} = \left(-L\overrightarrow{i_2} - R\overrightarrow{i_1}\right) \wedge \dot{\theta}\overrightarrow{k_0} = \dot{\theta}\left(L\overrightarrow{j_2} + R\overrightarrow{j_1}\right).$$

Au final, $\overrightarrow{V(C,2/0)} = L\dot{\varphi}\overrightarrow{j_2} + \dot{\theta}\left(L\overrightarrow{j_2} + R\overrightarrow{j_1}\right)$.

Question 3 Donner le torseur cinématique $\{\mathcal{V}(2/0)\}$ au point C.
$\{\mathcal{V}(2/0)\} = \{\mathcal{V}(2/1)\} + \{\mathcal{V}(1/0)\}$. Pour sommer les torseurs, il faut écrire les vecteurs vitesses au même point, ici en C.

$$\{\mathcal{V}(2/0)\} = \left\{ \begin{array}{l} (\dot{\theta} + \dot{\varphi})\,\overrightarrow{k_0} \\ R\dot{\theta}\overrightarrow{j_1} + L\left(\dot{\theta} + \dot{\varphi}\right)\overrightarrow{j_2} \end{array} \right\}_C$$

Question 4 Déterminer $\overrightarrow{\Gamma(C, 2/0)}$.

$\overrightarrow{\Gamma(C,2/0)} = \dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left[\overrightarrow{V(C,2/0)}\right]_{\mathcal{R}_0} = \dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left[R\dot{\theta}\overrightarrow{j_1} + L\left(\dot{\theta} + \dot{\varphi}\right)\overrightarrow{j_2}\right]_{\mathcal{R}_0}$.

De plus, $\dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left[\overrightarrow{j_1}\right]_{\mathcal{R}_0} = \dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left[\overrightarrow{j_1}\right]_{\mathcal{R}_1} + \overrightarrow{\Omega(1/0)} \wedge \overrightarrow{j_1} = \dot{\theta}\overrightarrow{k_0} \wedge \overrightarrow{j_1} = -\dot{\theta}\,\overrightarrow{i_1}$ et $\dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left[\overrightarrow{j_2}\right]_{\mathcal{R}_0} = \dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left[\overrightarrow{j_2}\right]_{\mathcal{R}_2} + \overrightarrow{\Omega(2/0)} \wedge \overrightarrow{j_2} = \left(\dot{\theta} + \dot{\varphi}\right)\overrightarrow{k_0} \wedge \overrightarrow{j_2} = -\left(\dot{\theta} + \dot{\varphi}\right)\overrightarrow{i_2}$.

On a donc $\overrightarrow{\Gamma(C,2/0)} = R\ddot{\theta}\overrightarrow{j_1} - R\dot{\theta}^2\overrightarrow{i_1} + L\left(\ddot{\theta} + \ddot{\varphi}\right)\overrightarrow{j_2} - L\left(\dot{\theta} + \dot{\varphi}\right)^2\overrightarrow{i_2}$.

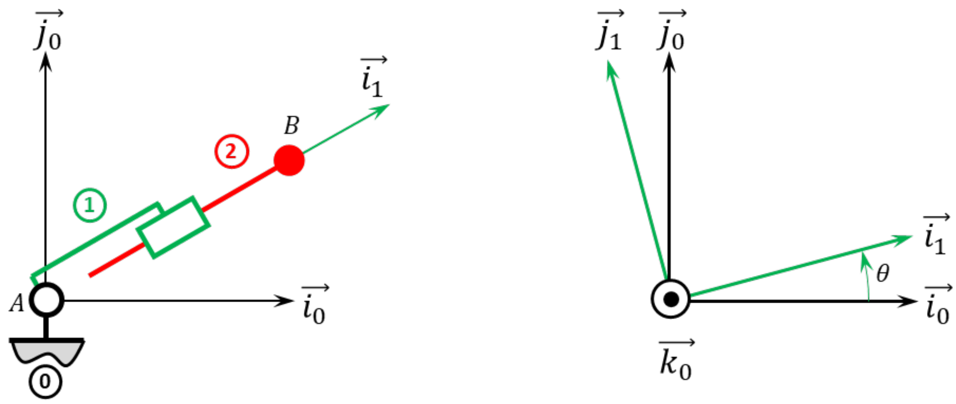
Mouvement RT ⋆

C2-08

C2-09 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

Soit le mécanisme suivant. On a $\overrightarrow{AB} = \lambda(t)\overrightarrow{i_1}$. De plus :

- G_1 désigne le centre d'inertie de **1** et $\overrightarrow{AG_1} = L_1\overrightarrow{i_1}$, on note m_1 la masse de **1** et $I_{G_1}(1) = \begin{pmatrix} A_1 & 0 & 0 \\ 0 & B_1 & 0 \\ 0 & 0 & C_1 \end{pmatrix}_{\mathcal{B}_1}$;
- $G_2 = B$ désigne le centre d'inertie de **2**, on note m_2 la masse de **2** et $I_{G_2}(2) = \begin{pmatrix} A_2 & 0 & 0 \\ 0 & B_2 & 0 \\ 0 & 0 & C_2 \end{pmatrix}_{\mathcal{B}_2}$.



Question 1 Exprimer le torseur dynamique $\{\mathcal{D}(1/0)\}$ en A.

Question 2 Déterminer $\overrightarrow{\delta(A, 1+2/0)} \cdot \overrightarrow{k_0}$

Question 3 Déterminer $\mathcal{P}(2 \rightarrow 1/0)$ et $\mathcal{P}(1 \rightarrow 2/0)$.

Corrigé voir 3.

Mouvement RT ⋆

C2-08

C2-09 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

Question 4 Exprimer le torseur dynamique $\{\mathcal{D}(1/0)\}$ en A. On a $\{\mathcal{D}(1/0)\} = \left\{ \begin{array}{c} \overrightarrow{R_d(1/0)} \\ \overrightarrow{\delta(A, 1/0)} \end{array} \right\}_A$. **Calculons** $\overrightarrow{R_d(1/0)}$.

$\overrightarrow{R_d(1/0)} = m_1 \overrightarrow{\Gamma(G_1, 1/0)}$

Question 5 Déterminer $\overrightarrow{\delta(A, 1+2/0)} \cdot \overrightarrow{k_0}$

Question 6 Déterminer $\mathcal{P}(2 \rightarrow 1/0)$ et $\mathcal{P}(1 \rightarrow 2/0)$.

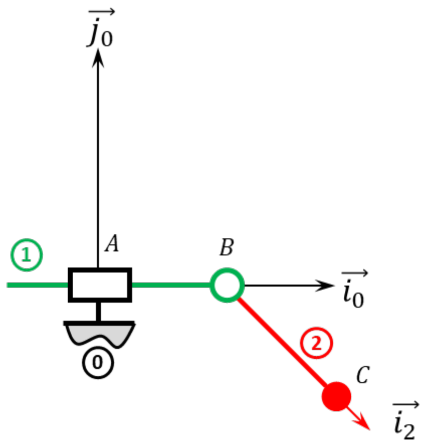
Mouvement TR ⋆

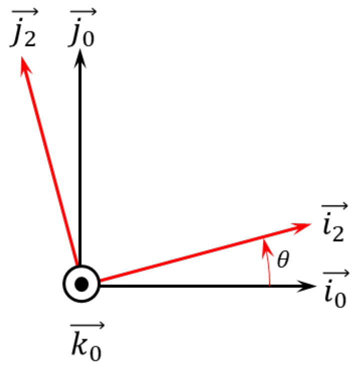
C2-08

C2-09

Soit le mécanisme suivant. On a $\overrightarrow{AB} = \lambda(t)\overrightarrow{i_0}$ et $\overrightarrow{BC} = R\overrightarrow{i_2}$ avec $R = 30\,\text{mm}$. De plus :

- $G_1 = B$ désigne le centre d'inertie de **1**, on note m_1 la masse de **1** et $I_{G_1}(1) = \begin{pmatrix} A_1 & 0 & 0 \\ 0 & B_1 & 0 \\ 0 & 0 & C_1 \end{pmatrix}_{\mathcal{B}_1}$;
- $G_2 = C$ désigne le centre d'inertie de **2**, on note m_2 la masse de **2** et $I_{G_2}(2) = \begin{pmatrix} A_2 & 0 & 0 \\ 0 & B_2 & 0 \\ 0 & 0 & C_2 \end{pmatrix}_{\mathcal{B}_2}$.





Question 1 Exprimer le torseur dynamique $\{\mathcal{D}(2/0)\}$ en B.

Question 2 Déterminer $\overrightarrow{R_d(1+2/0)} \cdot \overrightarrow{i_0}$

Question 3 Déterminer $\mathcal{P}(2 \longrightarrow 1/0)$ et $\mathcal{P}(1 \longrightarrow 2/0)$.

Corrigé voir 3.

Mouvement TR ⋆

C2-08

C2-09

Question 4 Exprimer le torseur dynamique $\{\mathcal{D}(2/0)\}$ en B.

Expression de la résultante dynamique $\overrightarrow{R_d(2/0)} = m_2\overrightarrow{\Gamma(G_2, 2/0)} = m_2\dfrac{\mathrm{d}^2}{\mathrm{d}t^2}\left[\overrightarrow{AC}\right]_{\mathcal{R}_0}$

$\dfrac{\mathrm{d}^2}{\mathrm{d}t^2}\left[\overrightarrow{AC}\right]_{\mathcal{R}_0} = \dfrac{\mathrm{d}^2}{\mathrm{d}t^2}\left[\overrightarrow{AB}\right]_{\mathcal{R}_0} + \dfrac{\mathrm{d}^2}{\mathrm{d}t^2}\left[\overrightarrow{BC}\right]_{\mathcal{R}_0} = \ddot{\lambda}(t)\overrightarrow{i_0} + R\dfrac{\mathrm{d}^2}{\mathrm{d}t^2}\left[\overrightarrow{i_2}\right]_{\mathcal{R}_0} = \ddot{\lambda}(t)\overrightarrow{i_0} + R\dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left[\dot{\theta}\overrightarrow{j_2}\right]_{\mathcal{R}_0}$
$= \ddot{\lambda}(t)\overrightarrow{i_0} + R\left(\ddot{\theta}\overrightarrow{j_2} - \dot{\theta}^2\overrightarrow{i_2}\right)$.

Méthode 1 : Calcul en $G_2 = C$ puis déplacement du torseur dynamique

- Calcul du moment cinétique en G_2 : $G_2 = C$ est le centre de gravité donc $\overrightarrow{\sigma(C, 2/0)} = I_C(2)\dot{\theta}\overrightarrow{k_0} = C_1\dot{\theta}\overrightarrow{k_1}$.
- Calcul du moment dynamique en G_2 : $G_2 = C$ est le centre de gravité donc $\overrightarrow{\delta(C, 2/0)} = \dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left[\overrightarrow{\sigma(C, 2/0)}\right]_{\mathcal{R}_0} = C_1\ddot{\theta}\overrightarrow{k_1}$.
- Calcul du moment dynamique en B : $\overrightarrow{\delta(B, 2/0)} = \overrightarrow{\delta(C, 2/0)} + \overrightarrow{BC} \wedge \overrightarrow{R_d(2/0)} = C_1\ddot{\theta}\overrightarrow{k_1} + R\overrightarrow{i_2}m_2 \wedge \left(\ddot{\lambda}(t)\overrightarrow{i_0} + R\left(\ddot{\theta}\overrightarrow{j_2} - \dot{\theta}^2\overrightarrow{i_2}\right)\right) = C_1\ddot{\theta}\overrightarrow{k_1} + Rm_2\left(-\sin\theta\ddot{\lambda}(t)\overrightarrow{k_0} + R\ddot{\theta}\overrightarrow{k_2}\right)$.

Au final, on a donc $\{\mathcal{D}(2/0)\} = \left\{\begin{array}{l} m_2\left(\ddot{\lambda}(t)\overrightarrow{i_0} + R\left(\ddot{\theta}\overrightarrow{j_2} - \dot{\theta}^2\overrightarrow{i_2}\right)\right) \\ C_1\ddot{\theta}\overrightarrow{k_1} + Rm_2\left(-\sin\theta\ddot{\lambda}(t)\overrightarrow{k_0} + R\ddot{\theta}\overrightarrow{k_2}\right) \end{array}\right\}_B$.

Question 5 Déterminer $\overrightarrow{R_d(1+2/0)} \cdot \overrightarrow{i_0}$

On a $\overrightarrow{R_d(1+2/0)} = \overrightarrow{R_d(1/0)} + \overrightarrow{R_d(2/0)} = m_1\ddot{\lambda}(t)\overrightarrow{i_0} + m_2\left(\ddot{\lambda}(t)\overrightarrow{i_0} + R\left(\ddot{\theta}\overrightarrow{j_2} - \dot{\theta}^2\overrightarrow{i_2}\right)\right)$.
On projette alors sur $\overrightarrow{i}_0$, $\overrightarrow{R_d(1+2/0)} \cdot \overrightarrow{i_0} = m_1\ddot{\lambda}(t) + m_2\left(\ddot{\lambda}(t) - R\left(\ddot{\theta}\sin\theta(t) + \dot{\theta}^2\cos\theta\right)\right)$.

Question 6 Déterminer $\mathcal{P}(2 \rightarrow 1/0)$ et $\mathcal{P}(1 \rightarrow 2/0)$.

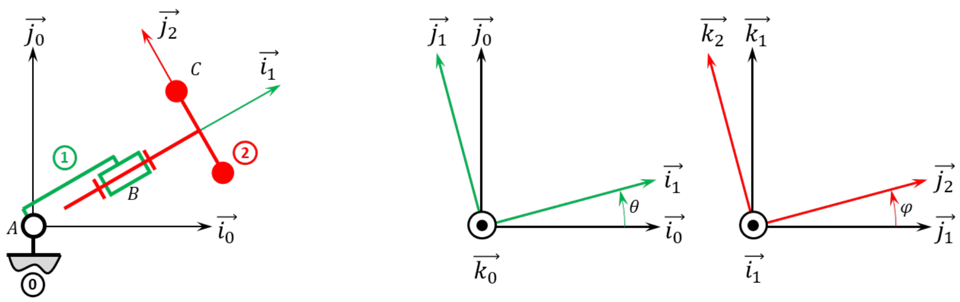
Mouvement RR 3D ★★

C2-08

C2-09

Soit le mécanisme suivant. On a $\overrightarrow{AB} = R\,\overrightarrow{i_1}$ et $\overrightarrow{BC} = \ell\,\overrightarrow{i_2} + r\,\overrightarrow{j_2}$. On note $R+\ell = L = 20\,\text{mm}$ et $r = 10\,\text{mm}$. De plus :

- $G_1 = B$ désigne le centre d'inertie de **1**, on note m_1 la masse de **1** et $I_{G_1}(1) = \begin{pmatrix} A_1 & 0 & 0 \\ 0 & B_1 & 0 \\ 0 & 0 & C_1 \end{pmatrix}_{\mathcal{B}_1}$;
- G_2 désigne le centre d'inertie de **2** tel que $\overrightarrow{BG_2} = \ell\,\overrightarrow{i_2}$, on note m_2 la masse de **2** et $I_{G_2}(2) = \begin{pmatrix} A_2 & 0 & 0 \\ 0 & B_2 & 0 \\ 0 & 0 & C_2 \end{pmatrix}_{\mathcal{B}_2}$.



Question 1 Exprimer le torseur dynamique $\{\mathcal{D}(1/0)\}$ en B.

Question 2 Déterminer $\overrightarrow{\delta(A, 1+2/0)} \cdot \overrightarrow{k_0}$

Question 3 Déterminer $\mathcal{P}(2 \rightarrow 1/0)$ et $\mathcal{P}(1 \rightarrow 2/0)$.

Corrigé voir 3.

Mouvement RR 3D ★★

C2-08

C2-09

Question 4 Exprimer le torseur dynamique $\{\mathcal{D}(1/0)\}$ en B.

Par définition, $\{\mathcal{D}(1/0)\} = \left\{ \begin{array}{c} \overrightarrow{R_d(1/0)} \\ \overrightarrow{\delta(B, 1/0)} \end{array} \right\}_B$.

Calculons $\overrightarrow{R_d(1/0)}$

$\overrightarrow{R_d(1/0)} = m_1 \overrightarrow{\Gamma(G_1, 1/0)} = m_1 \overrightarrow{\Gamma(B, 1/0)}$

Calcul de $\overrightarrow{V(B,1/0)}$: $\overrightarrow{V(B,1/0)} = \dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left[\overrightarrow{AB}\right]_{\mathcal{R}_0} = \dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left[R\,\overrightarrow{i_1}\right]_{\mathcal{R}_0} = R\dot{\theta}\,\overrightarrow{j_1}$.

Calcul de $\overrightarrow{\Gamma(B,1/0)}$: $\overrightarrow{V(B,1/0)} = \dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left[\overrightarrow{V(B,1/0)}\right]_{\mathcal{R}_0} = \dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left[R\dot{\theta}\,\overrightarrow{j_1}\right]_{\mathcal{R}_0} = R\ddot{\theta}\,\overrightarrow{j_1} - R\dot{\theta}^2\,\overrightarrow{i_1}$.

Au final, $\overrightarrow{R_d(1/0)} = m_1\left(R\ddot{\theta}\overrightarrow{j_1} - R\dot{\theta}^2\overrightarrow{i_1}\right)$.

Calculons $\overrightarrow{\delta(B,1/0)}$ B est le centre d'inertie du solide 1; donc d'une part, $\overrightarrow{\delta(B,1/0)} = \dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left[\overrightarrow{\sigma(B,1/0)}\right]_{\mathcal{R}_0}$.

D'autre part, $\overrightarrow{\sigma(B,1/0)} = I_B(1)\overrightarrow{\Omega(1/0)} = \begin{pmatrix} A_1 & 0 & 0 \\ 0 & B_1 & 0 \\ 0 & 0 & C_1 \end{pmatrix}_{\mathcal{B}_1} \dot{\theta}\overrightarrow{k_0} = C_1\dot{\theta}\overrightarrow{k_0}$.

Par suite, $\overrightarrow{\delta(B,1/0)} = C_1\ddot{\theta}\overrightarrow{k_0}$.

Au final, $\{\mathcal{D}(1/0)\} = \left\{\begin{array}{c} m_1\left(R\ddot{\theta}\overrightarrow{j_1} - R\dot{\theta}^2\overrightarrow{i_1}\right) \\ C_1\ddot{\theta}\overrightarrow{k_0} \end{array}\right\}_B$.

Question 5 Déterminer $\overrightarrow{\delta(A,1+2/0)}\cdot\overrightarrow{k_0}$

Tout d'abord, $\overrightarrow{\delta(A,1+2/0)} = \overrightarrow{\delta(A,1/0)} + \overrightarrow{\delta(A,2/0)}$.

Calcul de $\overrightarrow{\delta(A,1/0)}\cdot\overrightarrow{k_0}$ – Méthode 1

$\overrightarrow{\delta(A,1/0)}\cdot\overrightarrow{k_0} = \left(\overrightarrow{\delta(B,1/0)} + \overrightarrow{AB}\wedge\overrightarrow{R_d(1/0)}\right)\cdot\overrightarrow{k_0} = \left(C_1\ddot{\theta}\overrightarrow{k_0} + R\overrightarrow{i_1}\wedge m_1\left(R\ddot{\theta}\overrightarrow{j_1} - R\dot{\theta}^2\overrightarrow{i_1}\right)\right)\cdot\overrightarrow{k_0} = C_1\ddot{\theta} + m_1R^2\ddot{\theta}$.

Calcul de $\overrightarrow{\delta(A,2/0)}\cdot\overrightarrow{k_0}$ – Méthode 1

A est un point fixe. On a donc $\overrightarrow{\delta(A,2/0)}\cdot\overrightarrow{k_0} = \dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left[\overrightarrow{\sigma(A,2/0)}\right]_{\mathcal{R}_0}\cdot\overrightarrow{k_0} = \dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left[\overrightarrow{\sigma(A,2/0)}\cdot\overrightarrow{k_0}\right]_{\mathcal{R}_0} - \underbrace{\overrightarrow{\sigma(A,2/0)}\cdot\dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left[\overrightarrow{k_0}\right]_{\mathcal{R}_0}}_{\overrightarrow{0}}$.

A est un point fixe. On a donc $\overrightarrow{\sigma(A,2/0)}\cdot\overrightarrow{k_0} = \left(I_A(2)\overrightarrow{\Omega(2/0)}\right)\cdot\overrightarrow{k_0}$

$I_A(2) = I_{G_2}(2) + \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & m_2R^2 & 0 \\ 0 & 0 & m_2R^2 \end{pmatrix}_{\mathcal{R}_2}$ et $\overrightarrow{\Omega(2/0)} = \dot{\theta}\overrightarrow{k_1} + \dot{\varphi}\overrightarrow{i_2} = \dot{\theta}\left(\cos\varphi\overrightarrow{k_2} + \sin\varphi\overrightarrow{j_2}\right) + \dot{\varphi}\overrightarrow{i_2}$.

On a donc $\overrightarrow{\sigma(A,2/0)} = \begin{pmatrix} A_2 & 0 & 0 \\ 0 & B_2 + m_2R^2 & 0 \\ 0 & 0 & C_2m_2R^2 \end{pmatrix}_{\mathcal{R}_2} \begin{pmatrix} \dot{\varphi} \\ \dot{\theta}\sin\varphi \\ \dot{\theta}\cos\varphi \end{pmatrix}_{\mathcal{R}_2} = \begin{pmatrix} A_2\dot{\varphi} \\ \dot{\theta}\sin\varphi\left(B_2 + m_2R^2\right) \\ \dot{\theta}\cos\varphi\left(C_2 + m_2R^2\right) \end{pmatrix}_{\mathcal{R}_2}$.

De plus $\overrightarrow{k_1} = \cos\varphi\overrightarrow{k_2} + \sin\varphi\overrightarrow{j_2}$. On a alors $\overrightarrow{\sigma(A,2/0)}\cdot\overrightarrow{k_0} = \dot{\theta}\sin^2\varphi\left(B_2 + m_2R^2\right) + \dot{\theta}\cos^2\varphi\left(C_2 + m_2R^2\right)$.

Enfin, $\overrightarrow{\delta(A,2/0)}\cdot\overrightarrow{k_0} = \left(B_2 + m_2R^2\right)\left(\ddot{\theta}\sin^2\varphi + 2\dot{\theta}\dot{\varphi}\cos\varphi\sin\varphi\right) + \left(C_2 + m_2R^2\right)\left(\ddot{\theta}\cos^2\varphi - 2\dot{\theta}\dot{\varphi}\,\mathrm{c}\right.$

Conclusion

$\overrightarrow{\delta(A,1+2/0)}\cdot\overrightarrow{k_0} = C_1\ddot{\theta} + m_1R^2\ddot{\theta} + \left(B_2 + m_2R^2\right)\left(\ddot{\theta}\sin^2\varphi + 2\dot{\theta}\dot{\varphi}\cos\varphi\sin\varphi\right) + \left(C_2 + m_2R^2\right)\left(\ddot{\theta}\cos\right.$

Question 6 Déterminer $\mathcal{P}(2\longrightarrow 1/0)$ et $\mathcal{P}(1\longrightarrow 2/0)$.

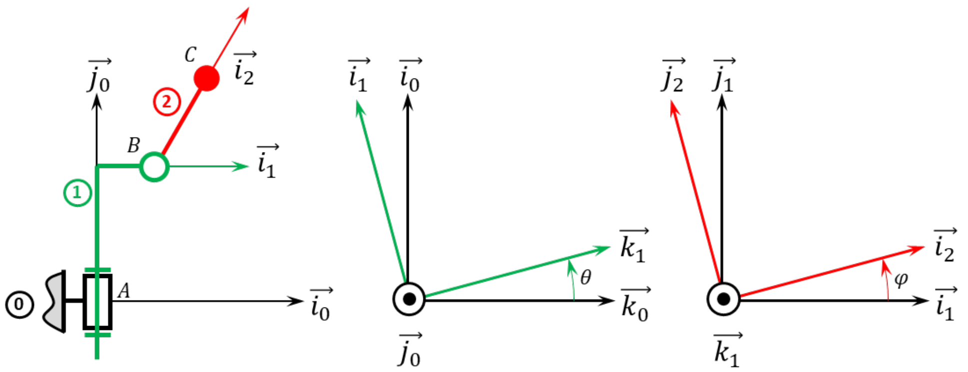
Mouvement RR 3D ★★

C2-08

C2-09 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

Soit le mécanisme suivant. On a $\overrightarrow{AB} = H\overrightarrow{j_1} + R\overrightarrow{i_1}$ et $\overrightarrow{BC} = L\overrightarrow{i_2}$. On a $H = 20\,\text{mm}$, $r = 5\,\text{mm}$, $L = 10\,\text{mm}$. De plus :

- G_1 désigne le centre d'inertie de **1** tel que $\overrightarrow{AG_1} = H\overrightarrow{j_1}$, on note m_1 la masse de **1** et $I_{G_1}(1) = \begin{pmatrix} A_1 & 0 & 0 \\ 0 & B_1 & 0 \\ 0 & 0 & C_1 \end{pmatrix}_{\mathcal{B}_1}$;
- $G_2 = C$ désigne le centre d'inertie de **2**, on note m_2 la masse de **2** et $I_{G_2}(2) = \begin{pmatrix} A_2 & 0 & 0 \\ 0 & B_2 & 0 \\ 0 & 0 & C_2 \end{pmatrix}_{\mathcal{B}_2}$.



Question 1 Exprimer le torseur dynamique $\{\mathcal{D}(2/0)\}$ en B.

Question 2 Déterminer $\overrightarrow{\delta(A, 1+2/0)} \cdot \overrightarrow{j_0}$

Question 3 Déterminer $\mathcal{P}(2 \rightarrow 1/0)$ et $\mathcal{P}(1 \rightarrow 2/0)$.

Corrigé voir 3.

Mouvement RR 3D ★★

C2-08

C2-09 **Pas de corrigé pour cet exercice.**

Question 4 Exprimer le torseur dynamique $\{\mathcal{D}(2/0)\}$ en B.

Par définition, $\{\mathcal{D}(2/0)\} = \left\{ \begin{array}{c} \overrightarrow{R_d(2/0)} \\ \overrightarrow{\delta(B, 2/0)} \end{array} \right\}_B$.

Calculons $\overrightarrow{R_d(2/0)}$: $\overrightarrow{R_d(2/0)} = m_2 \overrightarrow{\Gamma(G_2, 2/0)} = m_2 \overrightarrow{\Gamma(C, 2/0)}$

Calcul de $\overrightarrow{V(C, 2/0)}$:

$$\overrightarrow{V(C,2/0)} = \dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left[\overrightarrow{AC}\right]_{\mathcal{R}_0} = \dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left[H\overrightarrow{j_1} + R\overrightarrow{i_1} + L\overrightarrow{i_2}\right]_{\mathcal{R}_0}.$$

Calculons :

- $\dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left[\overrightarrow{j_0}\right]_{\mathcal{R}_0} = \overrightarrow{0}$;
- $\dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left[\overrightarrow{i_1}\right]_{\mathcal{R}_0} = \overrightarrow{\Omega(1/0)} \wedge \overrightarrow{i_1} = \dot{\theta}\overrightarrow{j_1} \wedge \overrightarrow{i_1} = -\dot{\theta}\overrightarrow{k_1}$;
- $\dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left[\overrightarrow{i_2}\right]_{\mathcal{R}_0} = \overrightarrow{\Omega(2/0)} \wedge \overrightarrow{i_2} = \left(\dot{\theta}\overrightarrow{j_1} + \dot{\varphi}\overrightarrow{k_2}\right) \wedge \overrightarrow{i_2} = \dot{\theta}\overrightarrow{j_1} \wedge \overrightarrow{i_2} + \dot{\varphi}\overrightarrow{k_2} \wedge \overrightarrow{i_2} = -\dot{\theta}\cos\varphi\overrightarrow{k_1} + \dot{\varphi}\overrightarrow{j_2}$.

On a donc $\overrightarrow{V(C,2/0)} = -R\dot{\theta}\overrightarrow{k_1} + L\left(-\dot{\theta}\cos\varphi\overrightarrow{k_1} + \dot{\varphi}\overrightarrow{j_2}\right)$.

Calcul de $\overrightarrow{\Gamma(C,2/0)}$:

$\overrightarrow{\Gamma(C,2/0)} = \dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left[\overrightarrow{V(C,2/0)}\right]_{\mathcal{R}_0}$

$= \dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left[L\dot{\varphi}\overrightarrow{j_2} - \dot{\theta}\left(R\overrightarrow{k_1} + L\cos\varphi\overrightarrow{k_1}\right)\right]_{\mathcal{R}_0}$.

Calculons :

- $\dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left[\overrightarrow{j_2}\right]_{\mathcal{R}_0} = \overrightarrow{\Omega(2/0)} \wedge \overrightarrow{j_2} = \left(\dot{\theta}\overrightarrow{j_1} + \dot{\varphi}\overrightarrow{k_1}\right) \wedge \overrightarrow{j_2} = \dot{\theta}\overrightarrow{j_1} \wedge \overrightarrow{j_2} + \dot{\varphi}\overrightarrow{k_1} \wedge \overrightarrow{j_2} = \dot{\theta}\sin\varphi\overrightarrow{k_1} - \dot{\varphi}\overrightarrow{i_2}$.
- $\dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left[\overrightarrow{k_1}\right]_{\mathcal{R}_0} = \dot{\theta}\overrightarrow{i_1}$.

Avec les hypothèses, on a $\overrightarrow{\Gamma(C,2/0)} = L\dot{\varphi}\left(\dot{\theta}\sin\varphi\overrightarrow{k_1} - \dot{\varphi}\overrightarrow{i_2}\right) - \dot{\theta}\left(R\dot{\theta}\overrightarrow{i_1} + L\cos\varphi\dot{\theta}\overrightarrow{i_1} - L\dot{\varphi}\sin\varphi\overrightarrow{k_1}\right.$

Calculons $\overrightarrow{\delta(C,2/0)}$

C est le centre d'inertie du solide 2 ; donc d'une part, $\overrightarrow{\delta(C,2/0)} = \dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left[\overrightarrow{\sigma(C,2/0)}\right]_{\mathcal{R}_0}$.

D'autre part, $\overrightarrow{\sigma(C,2/0)} = I_C(2)\overrightarrow{\Omega(2/0)}$.

Or $\overrightarrow{\Omega(2/0)} = \dot{\theta}\overrightarrow{j_1} + \dot{\varphi}\overrightarrow{k_2} = \dot{\theta}\left(\cos\varphi\overrightarrow{j_2} + \sin\varphi\overrightarrow{i_2}\right) + \dot{\varphi}\overrightarrow{k_2}$.

$$\overrightarrow{\sigma(C,2/0)} = \begin{pmatrix} A_2 & 0 & 0 \\ 0 & B_2 & 0 \\ 0 & 0 & C_2 \end{pmatrix}_{\mathcal{B}_2} \begin{pmatrix} \dot{\theta}\sin\varphi \\ \dot{\theta}\cos\varphi \\ \dot{\varphi} \end{pmatrix}_{\mathcal{B}_2} = \begin{pmatrix} \dot{\theta}A_2\sin\varphi \\ \dot{\theta}B_2\cos\varphi \\ C_2\dot{\varphi} \end{pmatrix}_{\mathcal{B}_2}.$$

Question 5 Déterminer $\overrightarrow{\delta(A,1+2/0)} \cdot \overrightarrow{j_0}$

Question 6 Déterminer $\mathcal{P}(2 \rightarrow 1/0)$ et $\mathcal{P}(1 \rightarrow 2/0)$.