

TD 1 : Stabilisateur vertical pour appareil photo – Sujet

L'utilisation du mode vidéo, en haute définition sur les appareils photo réflex et légers, pose aux photographes le problème de la stabilisation de l'image.

Les nacelles gyrostabilisées, installées sur une perche portée par les deux mains de l'utilisateur et sur lesquelles se fixe l'appareil photographique permettent de corriger les perturbations dues aux mouvements de l'utilisateur selon trois axes de rotations. Néanmoins, elles ne permettent pas de réduire les perturbations verticales dues à la marche ou à la course de l'utilisateur.

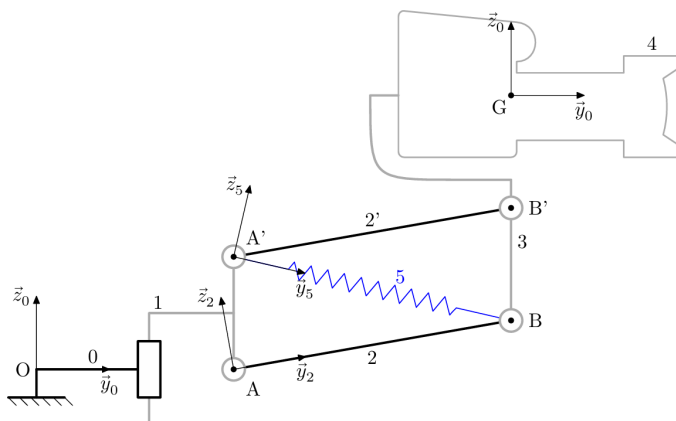
Pour résoudre ce problème, un constructeur commercialise un stabilisateur vertical à installer entre la perche et la nacelle gyrostabilisée.

Vérification du respect de l'exigence relative à la position d'équilibre

Le cahier des charges précise que le stabilisateur peut être utilisé avec des appareils photo de masse comprise entre 0,350 kg et 1,550 kg¹.

Objectif

L'objectif de cette partie est de vérifier que la conception est assez robuste vis-à-vis du facteur de masse de l'appareil photo pour satisfaire l'exigence 1.1 relative à la position d'équilibre du système.



Le mécanisme étudié dont la modélisation retenue est donnée (figure 1.2). La nacelle gyrostabilisée est schématisée par la barre (3). Le support (1), faisant l'objet d'une liaison encastrement avec la perche, est supposé être en mouvement de translation par rapport au sol (0) autorisé par une glissière fictive. Ce modèle est paramétré par :

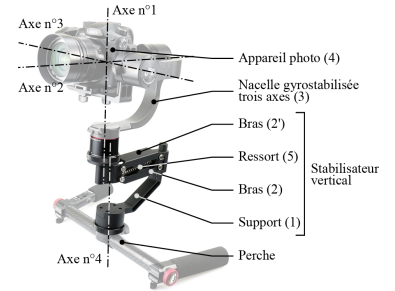
- ▶ le repère terrestre $\mathcal{R}_0 (O, \vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$ supposé galiléen avec \vec{z}_0 vertical ascendant ;
- ▶ le repère $\mathcal{R}_1 (A, \vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$ lié au support (1) avec $\vec{OA} = y_A \vec{y}_0 + z_{\text{pert}} \vec{z}_0$;
- ▶ le repère $\mathcal{R}_2 (A, \vec{x}_0, \vec{y}_2, \vec{z}_2)$ lié au bras (2) avec $\alpha = (\vec{y}_0, \vec{y}_2) = (\vec{z}_0, \vec{z}_2)$;
- ▶ le repère $\mathcal{R}_2' (A', \vec{x}_0, \vec{y}_2, \vec{z}_2)$ lié au bras (2') avec $\vec{AA'} = l \vec{z}_0$;

Concours Centrale Supélec 2021 – PSI.

B2-14

C1-05

C2-07



1: Exigence 1

"requirement" Plage de fonctionnement
Id = "1.1.1" Text = "Obtenir une position d'équilibre du système dans la plage de fonctionnement $\alpha_0 \in [-35^\circ, 45^\circ]$ "

FIGURE 1.1 – Exigence 1.1

FIGURE 1.2 – Schéma cinématique plan et paramétrage du mécanisme

La plage de fonctionnement du mécanisme est limitée par la géométrie des bras (2) et (2') avec $\alpha \in [-35^\circ, 45^\circ]$, $l = 25 \text{ mm}$, $L = 52 \text{ mm}$, $y_G = 5 \text{ mm}$ et $z_G = 200 \text{ mm}$.

- le repère \mathcal{R}_3 ($B, \vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0$) lié à la nacelle gyrostabilisée (3) et à l'appareil photo (4) liés rigidement entre eux avec $\vec{AB} = L\vec{y}_2$. Le centre d'inertie de l'ensemble $\{(3) + (4)\}$ est noté G , avec $\vec{BG} = y_G\vec{y}_0 + z_G\vec{z}_0$;
- le repère \mathcal{R}_5 ($A', \vec{x}_0, \vec{y}_5, \vec{z}_5$) est défini tel que $\vec{A'B} = L_r\vec{y}_5$ avec $\beta = (\vec{y}_0, \vec{y}_5) = (\vec{z}_0, \vec{z}_5)$.

Le ressort de traction (5) de raideur K_r et de longueur à vide L_{r0} possède une tension initiale F_{r0} lorsque $L_r = L_{r0}$. Il est relié d'une part au support (1) et d'autre part au solide (3) aux points d'ancrage respectivement A' et B .

Pour cette étude la nacelle gyrostabilisée (3) et l'appareil photo (4) sont considérés comme formant un seul solide de masse $m_{34} = m_3 + m_4$ avec $m_3 = 1,250$ kg. La masse et l'inertie des autres solides sont négligés.

Dans cette partie, l'étude est conduite avec les hypothèses suivantes :

- les liaisons sont parfaites;
- la modélisation est plane;
- il n'y pas de perturbation ($z_{\text{pert}} = 0$).

En utilisant une fermeture géométrique, on peut montrer que $\tan \beta = \frac{L \sin \alpha - l}{L \cos \alpha}$ et que la longueur du ressort L_r peut s'exprimer sous la forme $L_r = \sqrt{L^2 + l^2 - 2Ll \sin \alpha}$.

Vérification de l'exigence relative à la plage de fonctionnement

L'action mécanique du ressort de traction (5) sur la nacelle gyrostabilisée (3) est modélisée par le torseur $\{\mathcal{F}_{5 \rightarrow 3}\} : \{\mathcal{F}_{5 \rightarrow 3}\} = \left\{ \begin{array}{c} F_r \vec{y}_5 \\ 0 \end{array} \right\}_B$.

Question 1 Exprimer la composante de résultante d'action mécanique F_r en fonction de l'angle α , des paramètres géométriques du système et des paramètres du ressort.

Question 2 Déterminer la direction des actions mécaniques de liaison exercées par le bras (2) sur la nacelle (3) et par le bras (2') sur la nacelle (3) **On pourra raisonner en statique**.

Question 3 Afin de déterminer la position d'équilibre de l'ensemble $\{(3) + (4)\}$, proposer sans calcul, une démarche claire qui permette d'exprimer l'effort nécessaire du ressort de traction (5) sur la nacelle gyrostabilisée (3) **On pourra raisonner en statique**.

Question 4 Exprimer l'équation scalaire traduisant l'équilibre du mécanisme en fonction des angles α, β , de la masse m_{34} et de la composante de résultante d'action mécanique F_r .

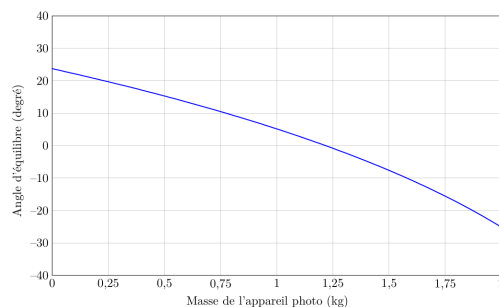
Dès lors, il est possible de tracer l'angle d'équilibre α_0 en fonction de la masse de l'appareil photo m_4 (figure 1.3).

Question 5 En donnant les valeurs des angles d'équilibre pour les deux valeurs extrêmes de masse, vérifier le respect de l'exigence 1.1.1. relative à la plage de fonctionnement.

Éléments de correction

1. $F_r = \frac{-F_{r0} - K_r}{\left(\sqrt{L^2 + l^2 - 2Ll \sin \alpha} - L_{r0}\right)}$.
2. $\vec{F}_{23} = F_{23}\vec{y}_2$ et $\vec{F}_{2'3} = F_{2'3}\vec{y}_2$.
3. .
4. $ZF_r = -m_{34}g \frac{\cos \alpha}{\sin(\alpha - \beta)}$.
5. -9° à 18° .

FIGURE 1.3 – Angle d'équilibre α_0 en fonction de la masse de l'appareil photo m_4





TD 2 : Chasse neige – Sujet

D'après documents Mines-Telecom.

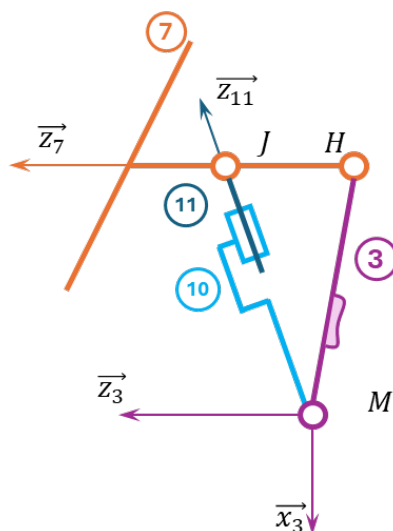
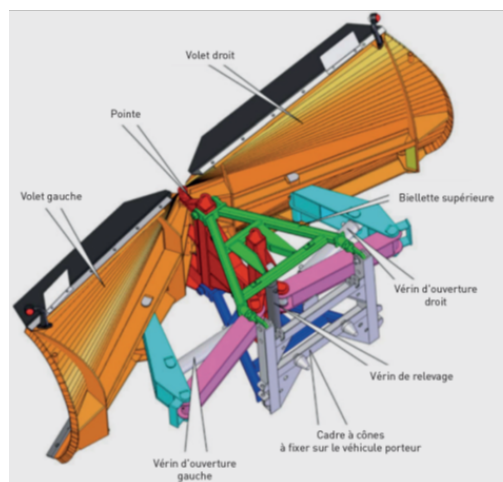
B2-14

C1-05

C2-07

Mise en situation

L'étrave de déneigement, objet de cette étude, est utilisée pour dégager les routes. Elle est composée de deux volets disposés en « V » qui permettent d'évacuer sur les côtés une épaisseur importante de neige. Les deux volets sont articulés de façon indépendante sur la pointe de l'étrave et ont une ouverture variable contrôlée par le conducteur à travers un vérin d'ouverture. En fin d'utilisation ou pour éviter des obstacles, elle est pourvue d'un système de relevage hydraulique.



La pièce 7 est la lame de déneigement articulée par rapport au châssis 3. Elle est mise en mouvement par le vérin {10 ; 11}.

Données et hypothèses

- ▶ $\gamma = (\vec{x}_3, \vec{x}_7) = (\vec{z}_3, \vec{z}_7)$ et $\beta = (\vec{x}_3, \vec{x}_{11}) = (\vec{z}_3, \vec{z}_{11})$;
- ▶ $\vec{z}_{11} = \vec{z}_{10}$ et $\vec{x}_{11} = \vec{x}_{10}$;
- ▶ $\vec{HJ} = h\vec{z}_7$ et $\vec{HQ} = a\vec{x}_3 + b\vec{y}_3 + c\vec{z}_3$ et $\vec{HG} = i\vec{z}_7$ et $\vec{HM} = f\vec{x}_3 + g\vec{z}_3$.
- ▶ Dans le cadre de cette étude, $\beta = 37^\circ$ et $\gamma = 16^\circ$, $\vec{g} = -g\vec{y}_3$;
- ▶ liaisons parfaites (pas de jeu, pas de frottement);

- le poids de toutes les pièces est négligé, sauf celui de la pièce 7, $m_7 = 850 \text{ kg}$ appliqué en G ;
- dimensions en mètres : $h = 0,68$; $a = -0,33$; $b = 0,1$; $c = 1,1$ et $i = 0,5$;
- l'action de la neige sur le volet 7 est modélisée par un glisseur de moment nul en Q tel que : $\{\mathcal{T}(\text{neige} \rightarrow 7)\} = \left\{ \begin{array}{c} Q\vec{x}_7 \\ 0 \end{array} \right\}_Q$ avec $Q = 15\,000 \text{ N}$;
- le vérin d'ouverture choisi supporte une pression d'alimentation de 150 bars.

Problème ouvert

Question 1 Proposer et mettre en œuvre une démarche permettant de vérifier si la pression d'alimentation du vérin d'ouverture est suffisante pour « chasser la neige ».

Problème décomposé

Question 2 Réaliser les figures planes associées au paramétrage du problème.

Question 3 Tracer le graphe de liaisons.

Question 4 Déterminer la direction \vec{u} de l'action mécanique $\overrightarrow{R(11 \rightarrow 7)} = F\vec{u}$.

Question 5 En isolant 7, exprimer la relation liant F , Q et les grandeurs géométriques.

Question 6 En déduire la pression dans le vérin en fonction de sa section S , Q et des grandeurs géométriques.

TD 1

Machine de forage – Sujet

Dans le domaine du génie civil, les foreuses permettent de réaliser des percages profonds afin de couler des pieux en béton armé. On s'intéresse aux conditions de basculement statique de la foreuse.

Pour prévenir le basculement de la foreuse, l'opérateur peut observer dans un coin de son écran : le pourcentage $b\%$ d'atteinte de la posture critique de basculement pour une orientation de tourelle donnée (figure 1.4).

Afin d'assurer la stabilité de l'engin, on cherche à satisfaire l'exigence 1.2 (figure 1.5).

Le paramétrage mécanique est donné sur la figure 1.6 :

- ▶ 0 le sol, **S1** le châssis de la foreuse, **S2** sa tourelle et son mât et **S3** l'ensemble {table de forage + outil};
- ▶ $\mathcal{R}_0 = (O; \vec{x}, \vec{y}, \vec{z})$ le repère attaché aux solides **S0** et **S1**;
- ▶ $\mathcal{R}_2 = (\vec{x}_2, \vec{y}_2, \vec{z}_2)$ la base attachée aux solides **Sé** et **S3** telle que $(\vec{x}, \vec{x}_2) = \theta$ où θ est connu;
- ▶ $\Sigma = \{\mathbf{S1}, \mathbf{S2}, \mathbf{S3}\}$ l'ensemble de la foreuse, de centre de gravité G tel que $\vec{OG} = r\vec{x}_2 + z_G\vec{z}$;
- ▶ $M = 186,5$ tonnes la masse de l'ensemble Σ et $m = 18$ tonnes la masse de **S3** seul;
- ▶ $2F_w\vec{z}$ connu, l'effort du câble d'avance sur **S3**. La masse du câble est négligée dans la suite;
- ▶ $F_{\text{sol}}\vec{z}$, inconnu, l'effort de forage du sol 0 sur l'outil de forage **S3** au point F , connu, défini par $\vec{OF} = R\vec{x}_2$;
- ▶ $-g\vec{z}$ où $g = 9,8 \text{ m s}^{-2}$, l'accélération de la pesanteur terrestre.

On modélise ici les contacts entre le sol et la foreuse par des contacts ponctuels : $F_g\vec{z}$, (respectivement $F_d\vec{z}$) inconnu, l'effort du sol 0 sur **S1**, supposé ponctuel au centre I (respectivement J) de la surface de contact entre la chenille gauche cg (respectivement cd) et le sol tel que $\|\vec{OI}\| = a = 2,1 \text{ m}$ (respectivement $\|\vec{OJ}\| = a = 2,1 \text{ m}$).

Question 1 En appliquant le principe fondamental de la statique en O à l'isolement de votre choix, donner l'expression de F_g et de F_d en fonction des données connues du système, de θ et de F_{sol} .

Le problème étant symétrique pour $\theta \in \left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right]$ (tourelle orientée à droite) et $\theta \in \left[\frac{\pi}{2}; \frac{3\pi}{2}\right]$ (tourelle orientée à gauche), on n'étudie par la suite que le basculement statique à droite.

D'après Concours CCINP 2023 – MP.

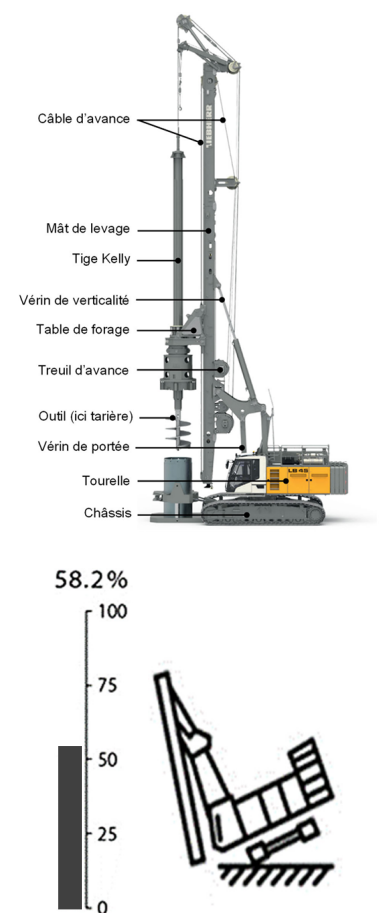


FIGURE 1.4 – Aperçu du contrôle de $b\%$.

« requirement »	
Équilibrage statique initial	
Id = '1.2'	
Text = 'b% < 50 % dans la posture la plus défavorable outil levé'	

FIGURE 1.5 – Exigence 1.2.

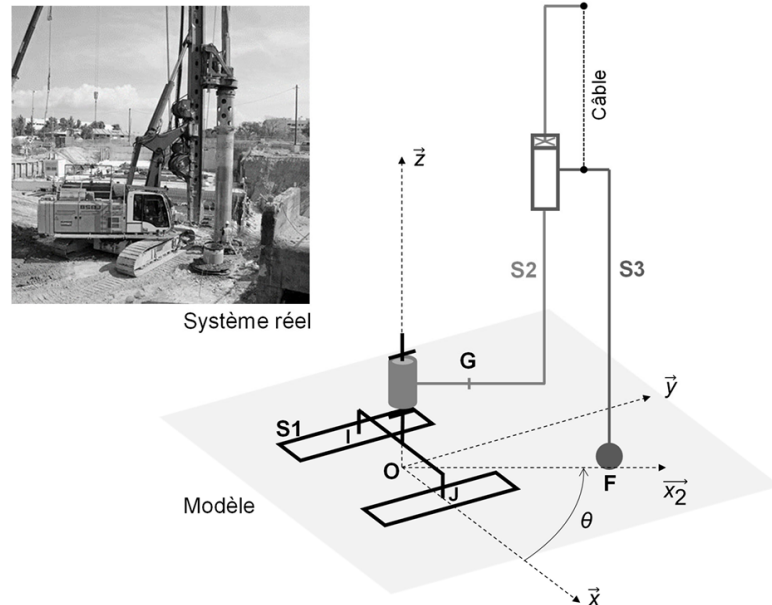


FIGURE 1.6 – Paramétrage mécanique

Question 2 Donner la condition en effort pour laquelle il y a basculement statique à droite. En absence d'effort de forage, en déduire la condition sur la position (r, θ) du centre de gravité G pour laquelle le basculement à droite est alors évité.

Question 3 Interpréter physiquement ce résultat et montrer que $b_{\%}$ peut être, dans ce cas, approximé par : $b_{\%} = 100 \frac{|r \cos \theta|}{a}$.

On désire dimensionner le nombre de contrepoids de 8 tonnes à placer à l'arrière de la tourelle pour que, en l'absence de forage et en extension maximale, l'exigence 1.2 d'équilibrage statique initial soit respectée même dans le pire des cas où la tourelle est pleinement orientée à droite ($\theta = 0^\circ$). Dans cette posture, le schéma de la figure 1.7 illustre où se situent, dans le même plan, les centres de gravité des différents éléments de la machine :

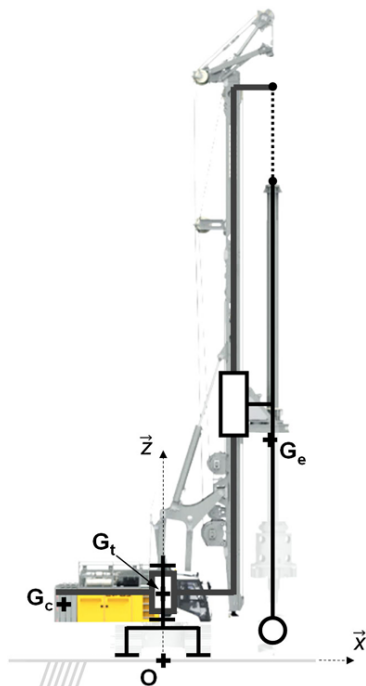


FIGURE 1.7 – Position des centres de gravité des différents solides.

- G_t est le centre de gravité de la tourelle et du châssis. La masse de cet ensemble S_t est notée $m_t = 44,7$ tonnes ;
- G_e est le centre de gravité de tous les équipements mobiles (tige Kelly, potences, vérins, mât, table de forage, outillage, terre à évacuer), positionnés dans la configuration la plus défavorable. La masse de cet ensemble S_e est notée $m_e = 48,8$ tonnes ;
- G_c est le centre de gravité des contrepoids. Il y a n_{cp} contrepoids de masse totale $m_c = n_{cp} \cdot m_1$, où $m_1 = 8$ tonnes est la masse d'un seul contrepoids ;
- l'accélération de la pesanteur est notée : $\vec{g} = -g\vec{z} = -9,8\vec{z}$ (en m/s^2).

On note (en mètres) : $\overrightarrow{OG_t} = 2,2\vec{z}$, $\overrightarrow{OG_e} = 4,4\vec{x} + 13\vec{z}$; $\overrightarrow{OG_c} = -4,3\vec{x} + 2,3\vec{z}$. On fait l'hypothèse que $\overrightarrow{OG_c}$ reste identique, indépendamment du nombre de contrepoids.

Question 4 Exprimer la coordonnée sur \vec{x} , notée r , du centre de gravité G total de la machine en fonction des paramètres connus et de n_{cp} . En déduire le nombre n_{cp} minimum de contrepoids pour respecter l'exigence 1.2.