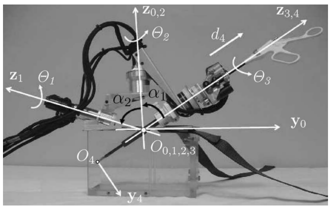
Colle 0
Micromanipulateur compact pour la chirurgie endoscopique– Sujet

Mines Ponts 2016.

B2-04



Présentation générale

L'objet de cette étude est un robot appelé MC^{2}E utilisé en chirurgie endoscopique. Ce type de robots médico-chirurgicaux est équipé de capteurs (caméra, capteur d'efforts...) permettant de maîtriser les interactions avec des environnements souvent déformables et difficilement modélisables comme le corps humain.

La figure 1 décrit les exigences auxquelles est soumis l'asservissement du MC^{2}E.

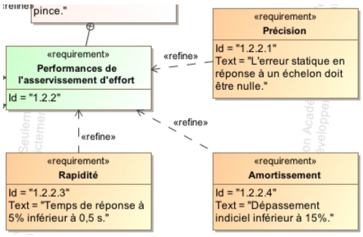


Figure 1 – Performances de l'asservissement.

Validation des performances de l'asservissement d'effort

Modèle de connaissance de l'asservissement

Objectif

Modéliser l'asservissement en effort.

L'équation de mouvement est définie par l'équation différentielle suivante : $J\dfrac{\mathrm{d}^2\theta_m(t)}{\mathrm{d}t^2} = C_m(t) - C_e(t)$.

On note :

- J, inertie équivalente à l'ensemble en mouvement, ramenée sur l'arbre moteur ;
- $C_e(t)$, couple regroupant l'ensemble des couples extérieurs ramenés à l'arbre moteur, notamment fonction de la raideur du ressort.

On notera $\theta_m(p)$, $\Omega_m(p)$, $C_m(p)$ et $C_e(p)$ les transformées de Laplace des grandeurs de l'équation de mouvement. On pose $C_e(t) = K_{C\theta}\theta_m(t)$ où $K_{C\theta}$ est une constante positive. On a de plus $\dfrac{\mathrm{d}\theta_m(t)}{\mathrm{d}t} = \omega_m(t)$. La régulation se met alors sous la forme du schéma-blocs à retour unitaire simplifié que l'on admettra :

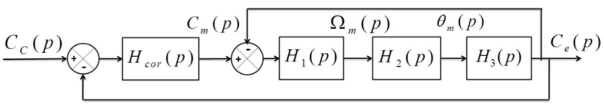


Figure 2 – Modèle simplifié du montage du capteur d'effort.

Avec :

- $C_e(p)$, couple de sortie mesuré par le capteur d'effort situé sur le MC^{2}E ;
- $C_c(p)$, couple de consigne ;
- $C_m(p)$, couple moteur ;
- $H_{cor}(p)$, fonction de transfert du correcteur.

Dans un premier temps, on prendra $H_{cor}(p) = 1$.

Question 1 Déterminer les expressions des fonctions de transfert $H_1(p)$, $H_2(p)$ et $H_3(p)$.

Question 2 Donner l'expression de la fonction de transfert en boucle fermée $H_{BF}(p)$ de l'asservissement d'effort.

Question 3 Quel sera le comportement de cet asservissement en réponse à un échelon d'amplitude C_0 ? Conclure.

Pour remédier au problème ainsi mis en évidence, le concepteur a choisi de mettre en place une boucle interne numérique, dite tachymétrique, de gain B. On s'intéresse ici à la définition analytique de B. Le schéma-blocs modifié est donné figure suivante.

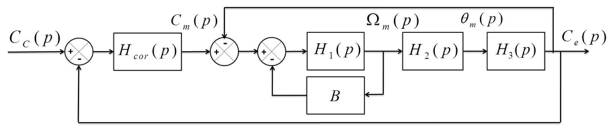


Figure 3 – Régulation avec retour tachymétrique.

On règle B de telle façon que, pour $H_{\text{cor}}(p) = 1$, la fonction de transfert en boucle ouverte, notée $H_{\text{BO}}(p)$, puisse être mise sous la forme suivante : $H_{\text{BO}}(p) = \dfrac{1}{(1+\tau p)^2}$.

Question 4 Donner l'expression analytique du gain B, en fonction de J et $K_{C\theta}$, permettant d'obtenir cette forme de fonction de transfert. En déduire l'expression analytique de la constante de temps τ.

Les exigences du cahier des charges sont données plus haut (exigences 1.2.2.1, 1.2.2.3 et 1.2.2.4).

Afin de répondre à ces exigences, on choisit un correcteur proportionnel-intégral de gain K_i et de constante de temps T_i. Le schéma-blocs de la régulation se met sous la forme de la figure 4.

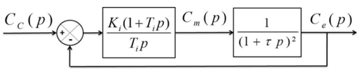
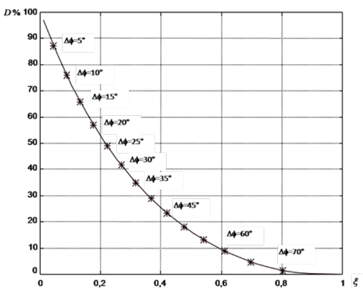


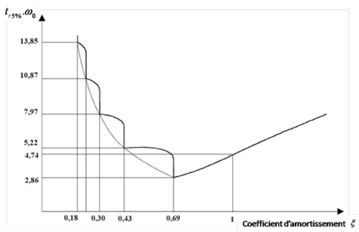
Figure 4 – Régulation avec correcteur PI.

Question 5 Donner l'expression de l'erreur statique en réponse à un échelon d'amplitude C_0. Conclure vis-à-vis du cahier des charges.

On souhaite régler le correcteur pour que le système asservi ait une fonction de transfert en boucle fermée d'ordre 2 de la forme : $\dfrac{K_{\text{BF}}}{1 + \dfrac{2\xi_{\text{BF}}}{\omega_{0\text{BF}}}p + \dfrac{p^2}{\omega_{0\text{BF}}^2}}$.

Question 6 Proposer une expression simple pour la constante de temps T_i.





Question 7 À partir des courbes ci-contre, proposer une valeur de coefficient d'amortissement et de pulsation propre.

On donne $K_i = 1$.

Question 8 Les critères de performance du cahier des chartes sont-ils respectés ? Tracer l'allure de la réponse temporelle à un échelon C_{c0} en indiquant toutes les valeurs caractéristiques nécessaires.

Diagrammes de Bode

On prend $K_i = 0,4$, $T_i = 0{,}01$ s et $\tau = 0{,}5$ s.

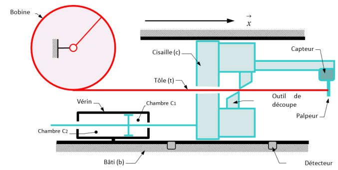
Question 9 Tracer le diagramme de Bode de la fonction de transfert $G(p) = \dfrac{K_i\,(1+T_i p)}{T_i p\,(1+\tau p)^2}$.

Colle 1
Cisaille à découpe au vol – Sujet

D'après P. Dubois, C. Gamelon..

B2-04

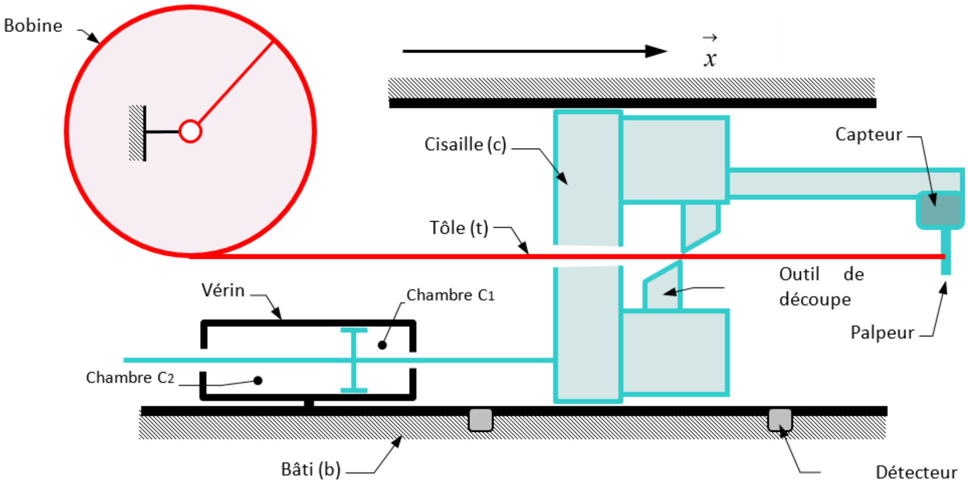
B2-06



Mise en situation

Objectif

- Identifier les paramètres du vérin.
- Quantifier l'erreur de trainage et déterminer son impact sur le système.
- Proposer des solutions pour la compenser.



La machine, représentée par le schéma ci-dessus, permet de débiter en continu une bobine de tôle en tronçons de même longueur *. La rotation continue à fréquence variable de la bobine impose à la tôle **(t)** une vitesse linéaire $v(t)$ par rapport au bâti **(b)** constante. Les outils de découpe sont portés par la cisaille **(c)** qui est mise en mouvement par un vérin hydraulique.

En avançant, la tôle déplace le palpeur du capteur porté par la cisaille. Celui-ci délivre alors une tension $u(t)$ proportionnelle à l'écart de position entre la tôle et la cisaille. Un amplificateur transforme ce signal en courant d'intensité $i(t)$ pour commander un distributeur hydraulique qui fournit au vérin un débit d'huile $q(t)$. Au bout d'un certain temps, se déplaçant à la même vitesse, la cisaille et la tôle arrivent face à un détecteur qui déclenche la coupe. La tôle tombe, la cisaille recule jusqu'à son point de départ et attend que la tôle revienne en contact avec le palpeur pour recommencer un cycle. La position de la cisaille est ainsi « asservie » à la position de la tôle.

*. https://goo.gl/azqSkT

On notera par des majuscules les transformées de Laplace des fonctions du temps notées en minuscules.

Rappels : $\mathscr{L}[a] = \dfrac{a}{p}$, $\mathscr{L}[at] = \dfrac{a}{p^2}$ et $\mathscr{L}\left[e^{-at}\right] = \dfrac{1}{p+a}$.

Schéma-bloc du système

On note :

- $e(t)$ le déplacement de la tôle **(t)** par rapport au bâti **(b)** ;
- $\varepsilon(t)$ le déplacement de la tôle par rapport à la cisaille **(c)** ;
- $x(t)$ le déplacement de la cisaille par rapport au bâti.

On considère comme instant initial le moment où la tôle touche le palpeur. À cet instant e et x sont nuls. L'équation reliant les déplacements est donnée par :

$$\varepsilon(t) = e(t) - x(t).$$

Le capteur, l'amplificateur et le distributeur délivrent des signaux de sortie proportionnels à leurs signaux d'entrée. On notera K_c, K_a et K_d leurs gains respectifs. Soit $H_v(p) = \dfrac{X(p)}{Q(p)}$ la fonction de transfert associée à l'ensemble vérin plus charge déplacée.

$X(p)$ est la transformée de Laplace du déplacement $x(t)$ et $Q(p)$ celle du débit $q(t)$).

Question 1 Représenter le schéma-blocs du système. Indiquer les grandeurs d'entrée et de sortie de chaque bloc.

Équation de comportement dynamique

On note :

- m la masse totale mise en mouvement par le vérin ;
- f le coefficient de frottement visqueux associé au déplacement de l'ensemble mobile. Les frottements créent un effort qui s'oppose au déplacement et qui est proportionnel à la vitesse : $F_f(t) = -f\dfrac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}\overrightarrow{x}$;
- $\Delta p(t)$ la différence de pression entre les deux chambres C_1 et C_2 du vérin ;
- S la surface du piston en contact avec l'huile.

En appliquant le principe fondamental de la dynamique à l'ensemble mobile en projection sur $\overrightarrow{x}$, on a : $m\dfrac{\mathrm{d}^2x(t)}{\mathrm{d}t^2} = S\Delta p(t) - f\dfrac{\mathrm{d}x(t)}{\mathrm{d}t}$.

Fonction de transfert du vérin

Pour le type de vérin utilisé, le débit d'alimentation a pour expression : $q(t) = S\dfrac{\mathrm{d}x(t)}{\mathrm{d}t} + \dfrac{V}{2B}\dfrac{\mathrm{d}\Delta p(t)}{\mathrm{d}t}$. V est le volume moyen d'une chambre et B le module d'élasticité de l'huile, (ces deux paramètres sont des constantes).

Question 2 Transformer les deux équations précédentes dans le domaine de Laplace. En déduire l'expression de la fonction de transfert : $H_v(p) = \dfrac{X(p)}{Q(p)}$, que l'on mettra sous la forme : $H_v(p) = \dfrac{k}{p\left(ap^2 + bp + 1\right)}$.

Détermination des paramètres canoniques à partir du diagramme de Bode

On pose $H_v(p) = \dfrac{K_v}{p\left(1 + \dfrac{2\xi}{\omega_0}p + \dfrac{p^2}{\omega_0^2}\right)}$.

Une simulation numérique a permis de tracer le diagramme de Bode donné page suivante. On se propose de retrouver les valeurs de K_v, ω_0 et ξ à partir du diagramme.

Question 3 Donner l'expression littérale du gain fréquentiel en décibel GdB(ω) en fonction des notations K_v, ω_0 et ξ, (ne pas développer le dénominateur pour le calcul du module de $H_v(j\omega)$). Quelle est sa valeur pour $\omega = \omega_0$?

Question 4 Déterminer l'asymptote de la courbe de gain lorsque ω tend vers 0. Quelle est sa pente ? Pour quelle valeur de ω coupe-t-elle l'horizontale à 0 dB ?

Question 5 Déterminer l'asymptote de la courbe de gain lorsque ω tend vers l'∞. Quelle est sa pente ? Pour quelle valeur de ω coupe-t-elle l'asymptote précédente ?

Question 6 Déduire des résultats précédents et du diagramme de Bode de $H_v(p)$ donné sur la feuille réponse les valeurs des paramètres K_v, ω_0 et ξ (on tracera les asymptotes avec leur pente réelle).

Question 7 Donner l'expression littérale de la phase $\varphi(\omega)$ en fonction des notations ω_0 et ξ. Déterminer ses limites lorsque ω tend vers 0 et lorsque ω tend vers l'infini. Tracer le diagramme asymptotique de phase. Calculer les valeurs de la phase en degrés pour la pulsation propre ω_0 puis pour 100 et 200 rad s^{-1}. Tracer la courbe de phase.

Détermination des gains K_c, K_a et K_d

Pour que le système soit stable en boucle fermée on décide de régler le correcteur pour avoir une marge de gain de 6 dB.

Question 8 Quelle valeur K doit-on donner au produit des gains $K_c K_a K_d$ (préciser les unités). On note K_0 le produit KK_v (gain en boucle ouverte). Quelle est la valeur de K_0 ? Quelle est la marge de phase ainsi obtenue ?

Méthode –

Cette question est un peu prématurée par rapport à notre avancée. Cependant, vous pouvez tentez d'appliquer la méthode suivante :

1. Déterminer le gain (en dB) pour lequel la phase vaut -180°.
2. Chercher K tel que $20 \log |FTBO| = -6$.
3. Calculer K_0.

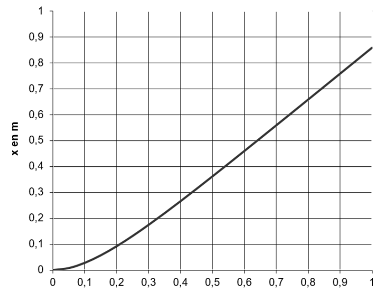
Erreur de traînage

On note : $H(p) = \dfrac{X(p)}{\varepsilon(p)}$.

Question 9 Donner l'expression de l'écart $\varepsilon(p)$ en fonction de $E(p)$ et $H(p)$. La tôle se déplace à vitesse constante v, quelle est la transformée $E(p)$ de $e(t)$? Donner l'expression de $\varepsilon(p)$ en fonction de v et des paramètres canoniques.

Question 10 On appelle erreur de traînage ε_t la différence entre l'entrée et la sortie en régime permanent pour une entrée en rampe. Donner l'expression de ε_t. Faire l'application numérique avec $v = 1\,\mathrm{m\,s^{-1}}$ et $K_0 = 7$ (unité SI).

Identification temporelle



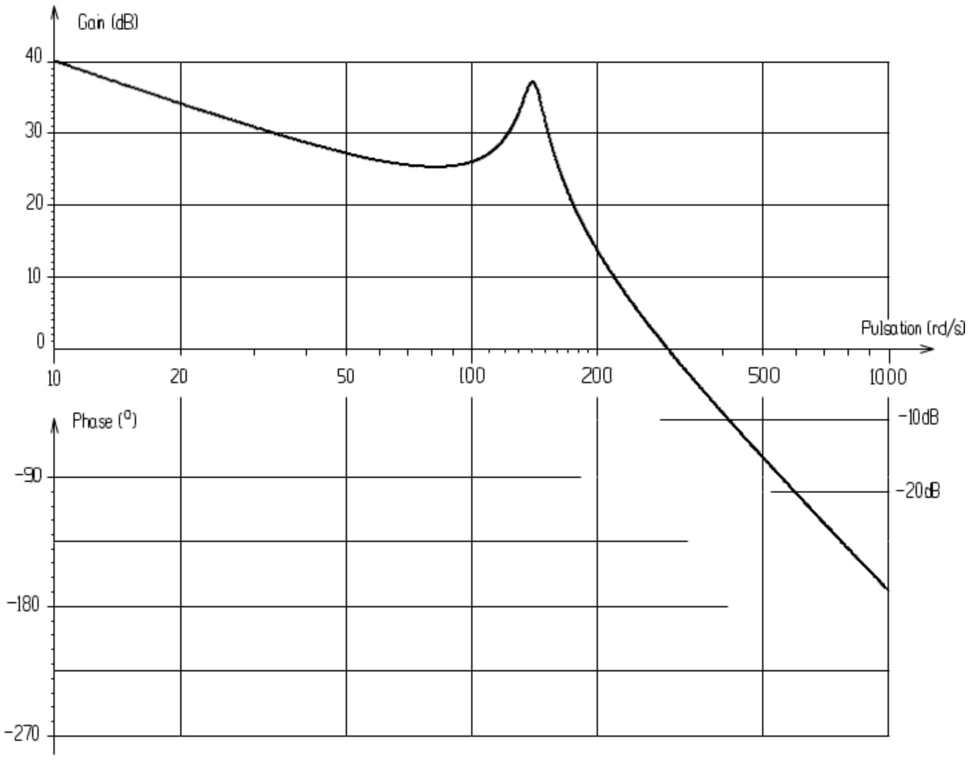
On donne ci-contre, le tracé de la courbe $x(t)$ obtenu à l'aide d'un logiciel de simulation. Cette réponse est voisine de celle d'un premier ordre soumis à la même entrée. Soit $F(p) = \dfrac{K_f}{1+Tp}$ la fonction de transfert du système du premier ordre associé.

Question 11 Déterminer l'expression de la réponse temporelle de ce système soumis à une entrée identique à celle de la cisaille (déplacement de la tôle à vitesse constante : $v = 1\,\mathrm{m\,s^{-1}}$).

Question 12 Déterminer les valeurs numériques de K_f et T à l'aide de relevés sur la courbe.

Question 13 Vérifier que l'on a la même erreur de traînage.

Question 14 Quel réglage peut-on envisager sur la cisaille pour compenser cette erreur ?



TD 0
Assistance pour le maniement de charges dans l'industrie– Sujet

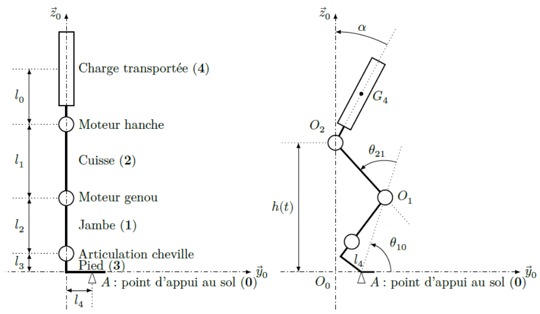
Concours Centrale Supelec TSI 2017.

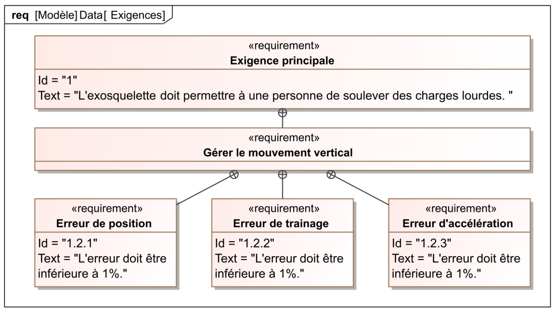
09 SLCI 05 PERF

Mise en situation

L'exosquelette est un appareil qui apporte à un être humain des capacités qu'il ne possède pas ou qu'il a perdues à cause d'un accident. Ce type d'appareil peut permettre à une personne de soulever des charges lourdes et diminuer considérablement les efforts à fournir sans la moindre fatigue. Après avoir revêtu un exosquelette adapté à sa morphologie et à sa taille, l'utilisateur peut faire ses mouvements en bénéficiant d'une grande fluidité.

On donne dans la figure ci-dessous, la modélisation cinématique retenue dans le but de simuler le comportement de l'exosquelette.



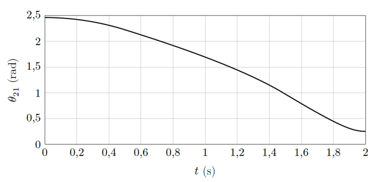


Gestion du mouvement vertical

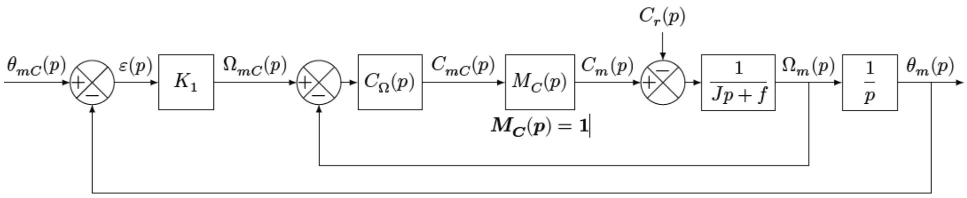
Objectif

Déterminer les réglages de la commande asservie des moteurs genou droit et gauche permettant d'assurer un mouvement vertical ne déséquilibrant pas le porteur de l'exosquelette puis valider les performances attendues listées par le cahier des charges.

La demande de mouvement de l'utilisateur de l'exosquelette se traduit par une consigne de vitesse de type trapézoïdal pour le mouvement vertical. À l'aide du modèle articulaire inverse cette demande se traduit finalement en consigne de position des axes moteur genou gauche et droit. Cette consigne de position du moteur représentée à la figure suivante montre des parties qui peuvent être approchées par des constantes, des rampes et des paraboles.



Le premier modèle défini figure suivante est adopté pour chaque axe.



Notations :

- $\theta_{mC}(p)$ consigne de position de l'axe moteur (variable temporelle : $\theta_{mC}(t)$ en rad) ;
- $\theta_m(p)$ position de l'axe moteur (variable temporelle : $\theta_m(t)$ en rad) ;
- $C_{mC}(p)$ consigne de couple moteur (variable temporelle : $c_{mC}(t)$ en Nm) ;
- $C_m(p)$ couple moteur (variable temporelle : $c_m(t)$ en Nm) ;
- $C_r(p)$ couple résistant perturbateur (variable temporelle : $c_r(t)$ en Nm) ;
- K_1 gain proportionnel du correcteur de l'asservissement de position (en s^{-1}) ;
- $\Omega_{mC}(p)$ consigne de vitesse de l'axe moteur (variable temporelle : $\Omega_{mC}(t)$ en rad s^{-1}) ;
- $\Omega_m(p)$ vitesse de l'axe moteur (variable temporelle : $\Omega_m(t)$ en rad s^{-1}) ;
- $C_\Omega(p)$ correcteur de l'asservissement de vitesse ;
- $M_C(p)$ modélise la boucle d'asservissement en couple de la machine électrique, considérée parfaite au vu de sa dynamique par rapport aux autres boucles : $M_C(p) = 1$;
- J moment d'inertie de l'ensemble en mouvement, rapporté au niveau de l'axe moteur ;
- f coefficient de frottements visqueux équivalent pour l'ensemble en mouvement.

Le correcteur est de la forme : $C_\Omega(p) = K_2\left(\dfrac{Jp+f}{Jp}\right)$.

En utilisant le schéma-blocs précédent, on peut constater que :

- l'écart est défini par la variable $\varepsilon(t) = \theta_{mC}(t) - \theta_m(t)$;
- l'erreur entre l'entrée et la sortie est définie par la variable $\mu(t) = \theta_{mC}(t) - \theta_m(t)$.

Étant donné que le modèle utilisé est à retour unitaire, l'écart $\varepsilon(t)$ est égal à l'erreur $\mu(t)$.

Hypothèse

Le couple résistant évolue lentement au regard de la dynamique de l'asservissement, ce qui permet de considérer pour la suite de l'étude $C_r(p) = 0$.

Question 1 Déterminer la grandeur physique de la consigne et la grandeur physique asservie à partir du modèle multiphysique présenté plus bas et préciser leurs unités de base dans le système international d'unités (SI).

Question 2 Exprimer $H_\Omega(p) = \dfrac{\Omega_m(p)}{\Omega_{mC}(p)}$ en fonction de J, K_2 et p.

Question 3 Exprimer $\varepsilon(p)$ en fonction de $\theta_{mC}(p)$, $H_\Omega(p)$, K_1 et p.

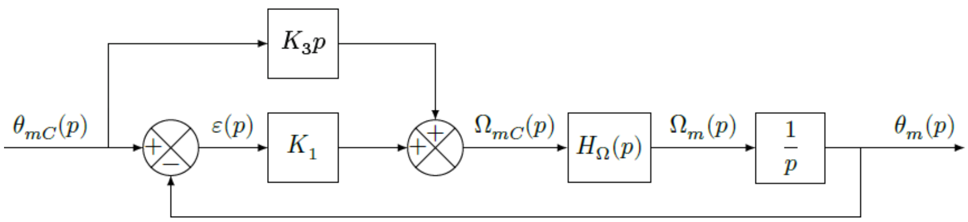
Méthode –

On peut définir l'erreur de position ε_p par $\varepsilon_p = \lim\limits_{t\to+\infty} \varepsilon(t) = \lim\limits_{p\to 0} p\,\varepsilon(p)$ avec $\theta_{mC}(p) = \dfrac{1}{p}$ (entrée échelon).

Question 4 Déterminer l'erreur de position ε_p puis l'erreur de traînage ε_v. Conclure sur la valeur de K_1 pour satisfaire à l'exigence d'erreur en traînage.

Question 5 Déterminer l'erreur en accélération et conclure quant au respect du cahier des charges.

Pour satisfaire l'exigence d'une erreur en accélération inférieure à 1%, le second modèle avec anticipation de la vitesse est adopté avec $H_\Omega(p) = \dfrac{1}{1+Tp}$ et $T = 33$ ms.



Question 6 Exprimer $\varepsilon(p)$ en fonction de $\theta_{mC}(p)$, T, K_1, K_3 et p.

Le second modèle avec anticipation de la figure précédente n'a pas d'incidence sur la valeur de l'erreur de position.

Question 7 Exprimer l'erreur de traînage et déterminer la valeur de K_3 permettant l'annuler cette erreur.

Question 8 Exprimer et déterminer l'erreur d'accélération en prenant les valeurs de K_3 et de K_1 déterminées précédemment. Conclure quant au respect du cahier des charges.

Synthèse

Question 9 En utilisant la figure ci-dessous, conclure sur les actions qui ont mené à une validation du cahier des charges.

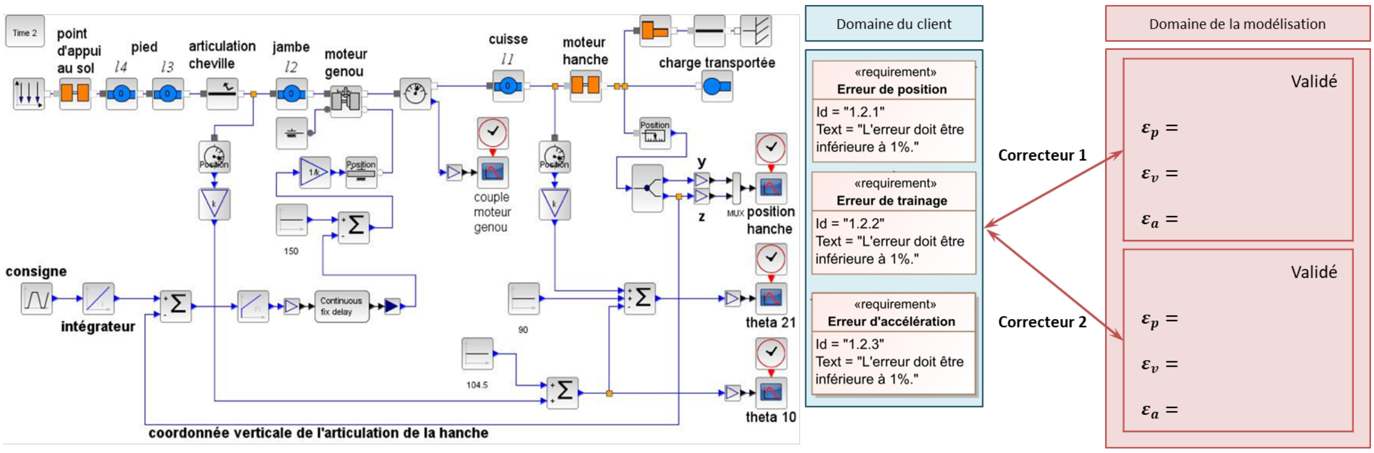


Schéma d'Euler★

Question 1 Donner la méthode de résolution numérique des équations différentielles suivantes en utilisant le schéma d'Euler explicite.

$$\begin{cases} y'(t) + \alpha y(t) = \beta \\ y(0) = \gamma \end{cases} \tag{0.1}$$

03 NUM

Pas de corrigé pour cet exercice.

Corrigé voir 9.

Schéma d'Euler★

03 NUM

Pas de corrigé pour cet exercice.

Question 1 Donner la méthode de résolution numérique des équations différentielles suivantes en utilisant le schéma d'Euler explicite.

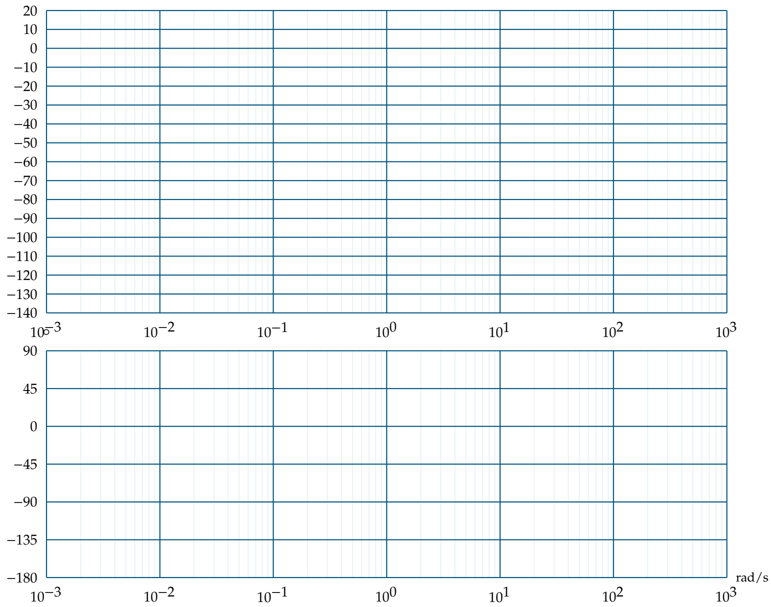
$$\ddot{\theta}(t) + \frac{g}{l}\sin\theta = 0$$
$$\theta(0) = 0 \quad \dot{\theta}(0) = 0$$

Corrigé voir 1.

Diagramme de Bode★

11 SLCI

Question 1 Tracer le diagramme de Bode de la fonction de transfert suivante : $F_2(p) = \dfrac{10}{(1+10p)(10+p)}$.



Question 2 Le système est sollicité par une entrée sinusoïdale de période 6 s et d'amplitude 10. Quel est le signal de sortie ?

Corrigé voir 1.

Schéma d'Euler★

03 NUM

Pas de corrigé pour cet exercice.

Question 1 Donner la méthode de résolution numérique des équations différentielles suivantes en utilisant le schéma d'Euler explicite.

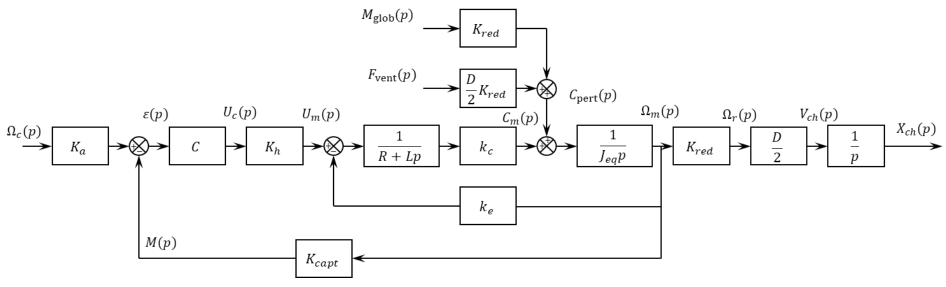
$$\begin{cases} y'(t) = -ty^2(t) & \text{si } t > 0 \\ y(0) = \alpha \end{cases} \tag{0.2}$$

Corrigé voir 2.

La Seine Musicale★

03 SLCI

Soit le schéma-blocs suivant.



Question 1 En considérant que la perturbation $C_{\text{pert}}(p)$ est nulle, déterminer $H_f(p) = \dfrac{\Omega_m(p)}{\Omega_c(p)}$ sous forme canonique.

Question 2 En prenant $\Omega_c(p) = 0$, exprimer la fonction de transfert $H_r(p) = \dfrac{\Omega_m(p)}{C_{\text{pert}}(p)}$ en la mettant sous la forme : $H_r(p) = -\dfrac{\alpha\left(1+\tau p\right)}{1+\gamma p+\delta p^2}$. Exprimer α, τ, γ et δ en fonction des différents paramètres de l'étude.

Question 3 Exprimer $X_{\text{ch}}(p)$ en fonction de $\Omega_c(p)$ et $C_{\text{pert}}(p)$.

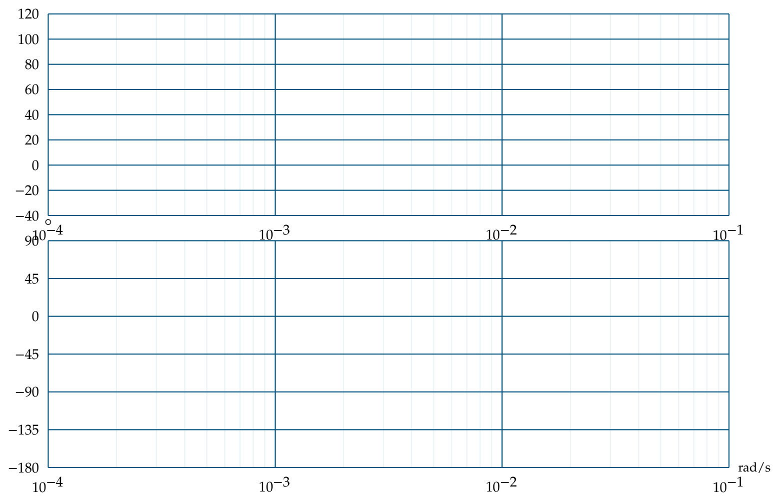
Corrigé voir 1.

Diagramme de Bode★

11 SLCI

Question 1 Tracer le diagramme de Bode de la fonction de transfert suivante : $F_3(p) = \dfrac{40}{p\left(1+300p\right)}$.

Corrigé voir 3.


120
100
80
60
40
20
0
−20
−40
90
45
0
−45
−90
−135
−180
10^{-4}
10^{-3}
10^{-2}
10^{-1}
rad/s