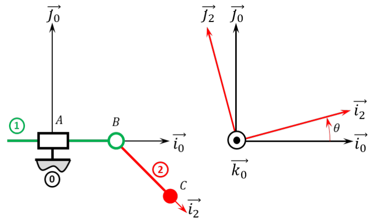
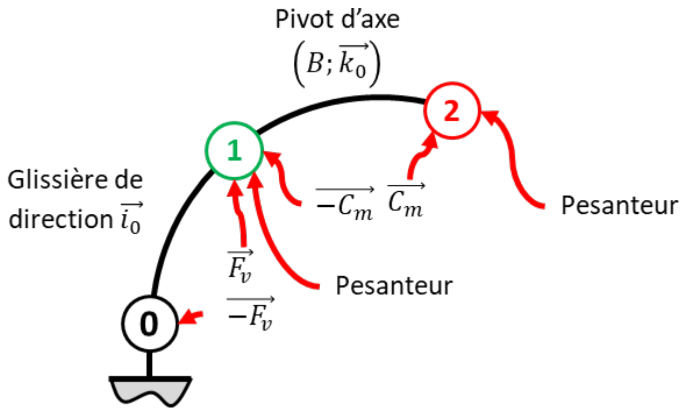
Mouvement TR ★

05 DYN



Question 1 Réaliser le graphe d'analyse en faisant apparaître l'ensemble des actions mécaniques.



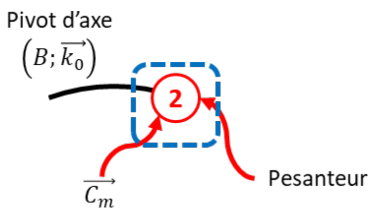
Question 2 Proposer une démarche permettant de déterminer les loi de mouvement de **1** et de **2** par rapport à $\mathcal{R}_0$.

Ce mécanisme présente deux degrés de liberté indépendants : $\lambda(t)$ et $\theta(t)$. Il est donc nécessaire d'écrire, dans le meilleur des cas, deux équations :

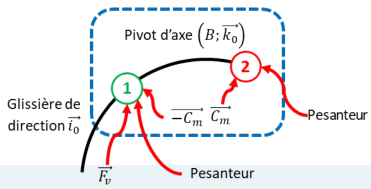
- une équation traduisant la mobilité de 2 par rapport à 1, soit TMD appliqué à 2 en B en projection sur $\overrightarrow{k_0}$;
- une équation traduisant la mobilité de 2+1 par rapport à 0, soit TRD appliqué à 1+2 en projection sur $\overrightarrow{i_0}$.

Stratégie :

- **On isole 2.**
  - **BAME :**
    - actions de la liaison pivot $\{\mathcal{T}(1 \rightarrow 2)\}$;
    - action du moteur $\{\mathcal{T}(\text{mot} \rightarrow 2)\}$;
    - action de la pesanteur $\left\{\mathcal{T}\left(\text{pes} \rightarrow 2\right)\right\}$.
  - **Théorème :** on applique le théorème du moment dynamique en B au solide **2** en projection sur $\overrightarrow{k_0}$: $C_{\text{mot}} + \overrightarrow{\mathcal{M}\left(B, \text{pes} \rightarrow 2\right)} \cdot \overrightarrow{k_0} = \overrightarrow{\delta\left(B, 2/0\right)} \cdot \overrightarrow{k_0}$.
  - **Calcul de la composante dynamique :** considérons le cas où la matrice d'inertie est donnée en C. On a donc $\overrightarrow{\delta\left(C, 2/0\right)} = \dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left[\overrightarrow{\sigma\left(C, 2/0\right)}\right]_{\mathcal{R}_0} = \dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left[I_C(2)\overrightarrow{\Omega(2/0)}\right]_{\mathcal{R}_0}$. Par suite, $\overrightarrow{\delta\left(B, 2/0\right)} = \overrightarrow{\delta\left(C, 2/0\right)} + \overrightarrow{BC} \wedge \overrightarrow{R_d(2/0)}$ avec $\overrightarrow{R_d(2/0)} = m_2 \overrightarrow{\Gamma(C, 2/0)}$.



- **On isole 1+2.**
  - **BAME :**
    - actions de la liaison glissière $\{\mathcal{T}(0 \rightarrow 1)\}$;
    - action de la pesanteur $\left\{\mathcal{T}\left(\text{pes} \rightarrow 1\right)\right\}$;
    - action de la pesanteur $\left\{\mathcal{T}\left(\text{pes} \rightarrow 2\right)\right\}$;
    - action du vérin $\{\mathcal{T}(\text{ver} \rightarrow 1)\}$.
  - **Théorème :** on applique le théorème de la résultante dynamique à l'ensemble **1+2** en projection sur $\overrightarrow{i_0}$: $\overrightarrow{R\left(\text{ver} \rightarrow 1\right)} \cdot \overrightarrow{i_0} = \overrightarrow{R_d\left(1+2/0\right)} \cdot \overrightarrow{i_0}$.



- **Calcul de la composante dynamique :** $\overrightarrow{R_d(1+2/0)} = \overrightarrow{R_d(1/0)} + \overrightarrow{R_d(2/0)} = m_1\overrightarrow{\Gamma(G_1,1/0)} + m_2\overrightarrow{\Gamma(G_2,2/0)}$.

Question 3 Mettre en œuvre cette démarche.

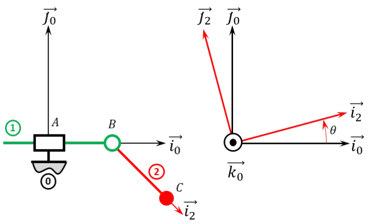
On montre que[1] $\{\mathscr{D}(2/0)\} = \left\{ \begin{array}{c} m_2\left(\ddot{\lambda}(t)\overrightarrow{i_0} + R\left(\ddot{\theta}\overrightarrow{j_2} - \dot{\theta}^2\overrightarrow{i_2}\right)\right) \\ C_2\ddot{\theta}\overrightarrow{k_1} + Rm_2\left(-\sin\theta\ddot{\lambda}(t)\overrightarrow{k_0} + R\ddot{\theta}\overrightarrow{k_2}\right) \end{array} \right\}_B$ et $\overrightarrow{R_d(1+2/0)}\cdot\overrightarrow{i_0} = m_1\ddot{\lambda}(t) + m_2\left(\ddot{\lambda}(t) - R\left(\ddot{\theta}\sin\theta(t) + \dot{\theta}^2\cos\theta\right)\right)$.

1: http://xpessoles-cpge.fr/pdf/DYN-04_06_TR_Corrige.pdf

Mouvement TR ★

04 DYN

C2-09



Question 1 Exprimer le torseur dynamique $\{\mathscr{D}(2/0)\}$ en B.

Expression de la résultante dynamique $\overrightarrow{R_d(2/0)} = m_2\overrightarrow{\Gamma(G_2,2/0)} = m_2\dfrac{\mathrm{d}^2}{\mathrm{d}t^2}\left[\overrightarrow{AC}\right]_{\mathscr{R}_0}$
$\dfrac{\mathrm{d}^2}{\mathrm{d}t^2}\left[\overrightarrow{AC}\right]_{\mathscr{R}_0} = \dfrac{\mathrm{d}^2}{\mathrm{d}t^2}\left[\overrightarrow{AB}\right]_{\mathscr{R}_0} + \dfrac{\mathrm{d}^2}{\mathrm{d}t^2}\left[\overrightarrow{BC}\right]_{\mathscr{R}_0} = \ddot{\lambda}(t)\overrightarrow{i_0} + R\dfrac{\mathrm{d}^2}{\mathrm{d}t^2}\left[\overrightarrow{i_2}\right]_{\mathscr{R}_0} = \ddot{\lambda}(t)\overrightarrow{i_0} + R\dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left[\dot{\theta}\overrightarrow{j_2}\right]_{\mathscr{R}_0} = \ddot{\lambda}(t)\overrightarrow{i_0} + R\left(\ddot{\theta}\overrightarrow{j_2} - \dot{\theta}^2\overrightarrow{i_2}\right)$.

Méthode 1 : Calcul en $G_2 = C$ puis déplacement du torseur dynamique

- Calcul du moment cinétique en G_2 : $G_2 = C$ est le centre de gravité donc $\overrightarrow{\sigma(C,2/0)} = I_C(2)\dot{\theta}\overrightarrow{k_0} = C_1\dot{\theta}\overrightarrow{k_1}$.
- Calcul du moment dynamique en G_2 : $G_2 = C$ est le centre de gravité donc $\overrightarrow{\delta(C,2/0)} = \dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left[\overrightarrow{\sigma(C,2/0)}\right]_{\mathscr{R}_0} = C_1\ddot{\theta}\overrightarrow{k_1}$.
- Calcul du moment dynamique en B : $\overrightarrow{\delta(B,2/0)} = \overrightarrow{\delta(C,2/0)} + \overrightarrow{BC}\wedge\overrightarrow{R_d(2/0)} = C_2\ddot{\theta}\overrightarrow{k_1} + R\overrightarrow{i_2}m_2\wedge\left(\ddot{\lambda}(t)\overrightarrow{i_0} + R\left(\ddot{\theta}\overrightarrow{j_2} - \dot{\theta}^2\overrightarrow{i_2}\right)\right) = C_2\ddot{\theta}\overrightarrow{k_1} + Rm_2\left(-\sin\theta\ddot{\lambda}(t)\overrightarrow{k_0} + R\ddot{\theta}\overrightarrow{k_2}\right)$.

Au final, on a donc $\{\mathscr{D}(2/0)\} = \left\{ \begin{array}{c} m_2\left(\ddot{\lambda}(t)\overrightarrow{i_0} + R\left(\ddot{\theta}\overrightarrow{j_2} - \dot{\theta}^2\overrightarrow{i_2}\right)\right) \\ C_2\ddot{\theta}\overrightarrow{k_1} + Rm_2\left(-\sin\theta\ddot{\lambda}(t)\overrightarrow{k_0} + R\ddot{\theta}\overrightarrow{k_2}\right) \end{array} \right\}_B$.

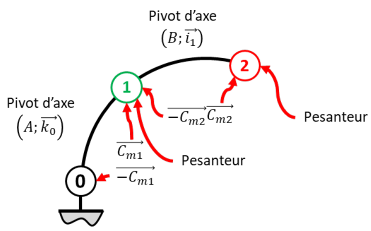
Question 2 Déterminer $\overrightarrow{R_d(1+2/0)}\cdot\overrightarrow{i_0}$

On a $\overrightarrow{R_d(1+2/0)} = \overrightarrow{R_d(1/0)} + \overrightarrow{R_d(2/0)} = m_1\ddot{\lambda}(t)\overrightarrow{i_0} + m_2\left(\ddot{\lambda}(t)\overrightarrow{i_0} + R\left(\ddot{\theta}\overrightarrow{j_2} - \dot{\theta}^2\overrightarrow{i_2}\right)\right)$.
On projette alors sur $\overrightarrow{i_0}$, $\overrightarrow{R_d(1+2/0)}\cdot\overrightarrow{i_0} = m_1\ddot{\lambda}(t) + m_2\left(\ddot{\lambda}(t) - R\left(\ddot{\theta}\sin\theta(t) + \dot{\theta}^2\cos\theta\right)\right)$.

Question 3 Déterminer les lois de mouvements.

Mouvement RR 3D ★★

05 DYN



Question 1 Réaliser le graphe d'analyse en faisant apparaître l'ensemble des actions mécaniques.

Question 2 Proposer une démarche permettant de déterminer les loi de mouvement de **1** et de **2** par rapport à $\mathscr{R}_0$.

On isole 2 et on réalise un théorème du moment dynamique en B (ou A) en projection sur $\overrightarrow{i_1}$.

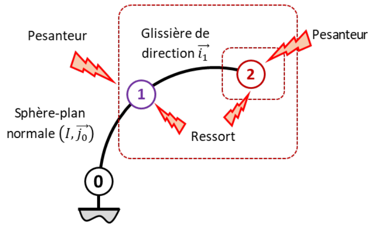
On isole 1+2 et on réalise un théorème du moment dynamique en A en projection sur $\overrightarrow{k_0}$.

Mouvement RT – RSG ★★

05 DYN

C1-05

Question 1 Réaliser le graphe d'analyse en faisant apparaître l'ensemble des actions mécaniques.



Question 2 Proposer une démarche permettant de déterminer les loi de mouvement de **1** et de **2** par rapport à $\mathcal{R}_0$.

Le système posède deux mobilités :

- translation de 1 par rapport à 2 (λ) ;
- rotation de l'ensemble {1+2} autour du point I (le roulement sans glissement permet d'écrire une relation entre la rotation de paramètre θ et le déplacement suivant $\overrightarrow{i_0}$.

On en déduit la stratégie suivante :

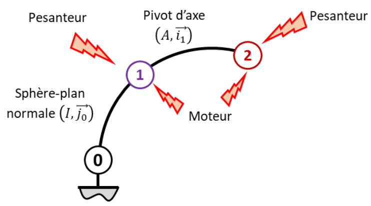
- Première loi de mouvement :
  - on isole 2,
  - BAME :
    - $\{\mathcal{T}(1 \rightarrow 2)\}$,
    - $\{\mathcal{T}(1_{\text{ressort}} \rightarrow 2)\}$ $(\overrightarrow{R(1 \rightarrow 2)} \cdot \overrightarrow{i_1} = 0$ et $\overrightarrow{R(1_{\text{ressort}} \rightarrow 2)} \cdot \overrightarrow{i_1} = 0)$
    - $\{\mathcal{T}(\text{Pesanteur} \rightarrow 2)\}$;
  - on réalise un théorème de la résultante dynamique en projection suivant $\overrightarrow{i_1}$.
- Seconde loi de mouvement :
  - on isole {1+2} ;
  - BAME :
    - $\{\mathcal{T}(0 \rightarrow 1)\}$ $(\overrightarrow{\mathcal{M}(I, 0 \rightarrow 1)} \cdot \overrightarrow{k_0} = 0)$,
    - $\{\mathcal{T}(\text{Pesanteur} \rightarrow 1)\}$,
    - $\{\mathcal{T}(\text{Pesanteur} \rightarrow 2)\}$.
  - on réalise un théorème du moment dynamique en I en projection suivant $\overrightarrow{k_0}$.

Question 3 Déterminer les lois de mouvement.

Mouvement RR – RSG ★★

05 DYN

Question 1 Réaliser le graphe d'analyse en faisant apparaître l'ensemble des actions mécaniques.



Question 2 Proposer une démarche permettant de déterminer les loi de mouvement de **1** et de **2** par rapport à $\mathcal{R}_0$.

- Première équation :
  - On isole 2.
  - Bilan des actions mécaniques extérieures :
    - liaison pivot en A telle que $\overrightarrow{\mathcal{M}(A, 1 \rightarrow 2)} \cdot \overrightarrow{k_0} = \overrightarrow{0}$;
    - pesanteur en B : $\left\{\mathcal{T}\left(\text{pes} \rightarrow 2\right)\right\} = \left\{\begin{array}{c} -m_2 g \overrightarrow{j_0} \\ \overrightarrow{0} \end{array}\right\}_B$;
    - couple moteur : $\{\mathcal{T}(1_m \rightarrow 2)\} = \left\{\begin{array}{c} \overrightarrow{0} \\ C_m \overrightarrow{k_0} \end{array}\right\}_{\forall P}$.
  - On applique le théorème du moment dynamique en A en projection sur $\overrightarrow{k_0}$: $\overrightarrow{\delta(A, 2/0)} \cdot \overrightarrow{k_0} = 0 + \left(\overrightarrow{AG_2} \wedge -m_2 g \overrightarrow{j_0}\right) \cdot \overrightarrow{k_0} + C_m$.
- Deuxième équation :
  - On isole 1+2.
  - Bilan des actions mécaniques extérieures :
    - liaison ponctuelle avec RSG en I telle que $\overrightarrow{\mathcal{M}(I, 0 \rightarrow 1)} \cdot \overrightarrow{k_0} = \overrightarrow{0}$;
    - pesanteur en G_1 : $\left\{\mathcal{T}\left(\text{pes} \rightarrow 1\right)\right\} = \left\{\begin{array}{c} -m_1 g \overrightarrow{j_0} \\ \overrightarrow{0} \end{array}\right\}_{G_1}$;
    - pesanteur en G_2 : $\left\{\mathcal{T}\left(\text{pes} \rightarrow 2\right)\right\} = \left\{\begin{array}{c} -m_2 g \overrightarrow{j_0} \\ \overrightarrow{0} \end{array}\right\}_{G_2}$.
  - On applique le théorème du moment dynamique en I en projection sur $\overrightarrow{k_0}$: $\overrightarrow{\delta(I, 1+2/0)} \cdot \overrightarrow{k_0} = 0 + \left(\overrightarrow{IG_2} \wedge -m_2 g \overrightarrow{j_0}\right) \cdot \overrightarrow{k_0} + \left(\overrightarrow{IG_1} \wedge -m_1 g \overrightarrow{j_0}\right) \cdot \overrightarrow{k_0}$.

Remarque : on ne modélise pas la résistance au roulement.

Question 3 Déterminer les lois de mouvement.