Mouvement RT ⋆

B2-13

Question 1 Déterminer $\overrightarrow{V(C,2/0)}$ par dérivation vectorielle ou par composition.

Méthode 1 – Dérivation vectorielle

$\overrightarrow{V(C,2/0)} = \dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left[\overrightarrow{AC}\right]_{\mathcal{R}_0} = \dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left[\overrightarrow{AB}\right]_{\mathcal{R}_0} + \dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left[\overrightarrow{BC}\right]_{\mathcal{R}_0} = \dot{\lambda}(t)\overrightarrow{i_0} + R\dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left[\overrightarrow{i_2}\right]_{\mathcal{R}_0} = \dot{\lambda}(t)\overrightarrow{i_0} + R\dot{\theta}\overrightarrow{j_2}$

Méthode 2 – Composition du torseur cinématique

$\overrightarrow{V(C,2/0)} = \overrightarrow{V(C,2/1)} + \overrightarrow{V(C,1/0)}$

Pour tout point P, $\overrightarrow{V(P,1/0)} = \dot{\lambda}\overrightarrow{i_0}$.

$\overrightarrow{V(C,2/1)} = \overrightarrow{V(B,2/1)} + \overrightarrow{CB} \wedge \overrightarrow{\Omega(2/1)} = -R\overrightarrow{i_2} \wedge \dot{\theta}\overrightarrow{k_0} = R\dot{\theta}\overrightarrow{j_2}$.

On a donc $\overrightarrow{V(C,2/0)} = \dot{\lambda}\overrightarrow{i_0} + R\dot{\theta}\overrightarrow{j_2}$.

Question 2 Donner le torseur cinématique $\{\mathcal{V}(2/0)\}$ au point C.

$$\{\mathcal{V}(2/0)\} = \left\{ \begin{array}{l} \overrightarrow{\Omega(2/0)} = \dot{\theta}\overrightarrow{k_0} \\ \overrightarrow{V(C,2/0)} = \dot{\lambda}\overrightarrow{i_0} + R\dot{\theta}\overrightarrow{j_2} \end{array} \right\}_C.$$

Question 3 Déterminer $\overrightarrow{\Gamma(C,2/0)}$.

$$\overrightarrow{\Gamma(C,2/0)} = \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left[\overrightarrow{V(C,2/0)}\right]_{\mathcal{R}_0} = \ddot{\lambda}(t)\overrightarrow{i_0} + R\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left[\dot{\theta}\overrightarrow{j_2}\right]_{\mathcal{R}_0} = \ddot{\lambda}(t)\overrightarrow{i_0} + R\left(\ddot{\theta}\overrightarrow{j_2} - \dot{\theta}^2\overrightarrow{i_2}\right).$$

Mouvement TR ⋆

03 STAT

Pas de corrigé pour cet exercice.

Question 1 Réaliser le graphe d'analyse en faisant apparaître l'ensemble des actions mécaniques.

Question 2 Donner le torseur de chacune des actions mécaniques.

Question 3 Simplifier les torseurs dans l'hypothèse des problèmes plans.

Question 4 Proposer une démarche permettant de déterminer le couple et l'effort que doivent développer chacun des actionneurs pour maintenir le mécanisme en équilibre.

Mouvement RR 3D ⋆

02 CIN

Question 1 Déterminer $\overrightarrow{V(C,2/0)}$ par dérivation vectorielle.
$\overrightarrow{V(C,2/0)} = \dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left[\overrightarrow{AC}\right]_{\mathcal{R}_0} = \dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left[R\overrightarrow{i_1} + \ell\overrightarrow{i_2} + r\overrightarrow{j_2}\right]_{\mathcal{R}_0}$.

Calculons :

- $\dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left[\overrightarrow{i_1}\right]_{\mathcal{R}_0} = \overrightarrow{\Omega(1/0)} \wedge \overrightarrow{i_1} = \dot{\theta}\overrightarrow{k_0} \wedge \overrightarrow{i_1} = \dot{\theta}\overrightarrow{j_1}$.
- $\dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left[\overrightarrow{i_2}\right]_{\mathcal{R}_0} = \dot{\theta}\overrightarrow{j_1}$ ($\overrightarrow{i_1} = \overrightarrow{i_2}$).
- $\dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left[\overrightarrow{j_2}\right]_{\mathcal{R}_0} = \overrightarrow{\Omega(2/0)} \wedge \overrightarrow{j_2} = \left(\dot{\theta}\overrightarrow{k_0} + \dot{\varphi}\overrightarrow{i_1}\right) \wedge \overrightarrow{j_2} = \dot{\theta}\overrightarrow{k_1} \wedge \overrightarrow{j_2} + \dot{\varphi}\overrightarrow{i_1} \wedge \overrightarrow{j_2} = -\dot{\theta}\cos\varphi\overrightarrow{i_1} + \dot{\varphi}\overrightarrow{k_2}$.

On a donc, $\overrightarrow{V(C,2/0)} = (R+\ell)\dot{\theta}\overrightarrow{j_1} - r\dot{\theta}\cos\varphi\overrightarrow{i_1} + r\dot{\varphi}\overrightarrow{k_2}$.

Question 2 Déterminer $\overrightarrow{V(C,2/0)}$ par composition.
On a $\overrightarrow{V(C,2/0)} = \overrightarrow{V(C,2/1)} + \overrightarrow{V(C,1/0)}$.

- $\overrightarrow{V(C,2/1)}$: on passe par B car B est le centre de la pivot entre 2 et 1 et que $\overrightarrow{V(B,2/1)} = \overrightarrow{0}$. $\overrightarrow{V(C,2/1)} = \overrightarrow{V(B,2/1)} + \overrightarrow{CB} \wedge \overrightarrow{\Omega(2/1)} = \left(-\ell\overrightarrow{i_2} - r\overrightarrow{j_2}\right) \wedge \dot{\varphi}\overrightarrow{i_1}$
  $= -\ell\overrightarrow{i_2} \wedge \dot{\varphi}\overrightarrow{i_1} - r\overrightarrow{j_2} \wedge \dot{\varphi}\overrightarrow{i_1}$.
  $= r\dot{\varphi}\overrightarrow{k_2}$.
- $\overrightarrow{V(C,1/0)}$: on passe par A car A est le centre de la pivot entre 1 et 0 et que $\overrightarrow{V(A,1/0)} = \overrightarrow{0}$ est nul. $\overrightarrow{V(C,1/0)} = \overrightarrow{V(A,1/0)} + \overrightarrow{CA} \wedge \overrightarrow{\Omega(1/0)}$
  $= \left(-r\overrightarrow{j_2} - \ell\overrightarrow{i_2} - R\overrightarrow{i_1}\right) \wedge \dot{\theta}\overrightarrow{k_1}$
  $= -r\dot{\theta}\cos\varphi\overrightarrow{i_1} + \ell\dot{\theta}\overrightarrow{j_1} + R\dot{\theta}\overrightarrow{j_1}$

Au final, $\overrightarrow{V(C,2/0)} = r\dot{\varphi}\overrightarrow{k_2} - r\dot{\theta}\cos\varphi\overrightarrow{i_1} + \ell\dot{\theta}\overrightarrow{j_1} + R\dot{\theta}\overrightarrow{j_1}$.

Question 3 Donner le torseur cinématique $\{\mathcal{V}(2/0)\}$ au point C.

$$\{\mathcal{V}(2/0)\} = \left\{\begin{array}{l} \dot{\theta}\overrightarrow{k_1} + \dot{\varphi}\overrightarrow{i_1} \\ (R+\ell)\dot{\theta}\overrightarrow{j_1} - r\dot{\theta}\cos\varphi\overrightarrow{i_1} + r\dot{\varphi}\overrightarrow{k_2} \end{array}\right\}_C$$

Question 4 Déterminer $\overrightarrow{\Gamma(C,2/0)}$.

$$\overrightarrow{\Gamma(C,2/0)} = \dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left[\overrightarrow{V(C,2/0)}\right]_{\mathcal{R}_0}$$

$$= \dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left[(R+\ell)\dot{\theta}\overrightarrow{j_1} - r\dot{\theta}\cos\varphi\overrightarrow{i_1} + r\dot{\varphi}\overrightarrow{k_2}\right]_{\mathcal{R}_0}$$

Calculons :

- $\dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left[\overrightarrow{i_1}\right]_{\mathcal{R}_0} = \overrightarrow{\Omega(1/0)} \wedge \overrightarrow{i_1} = \dot{\theta}\overrightarrow{k_0} \wedge \overrightarrow{i_1} = \dot{\theta}\overrightarrow{j_1}$.
- $\dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left[\overrightarrow{j_1}\right]_{\mathcal{R}_0} = \overrightarrow{\Omega(1/0)} \wedge \overrightarrow{j_1} = \dot{\theta}\overrightarrow{k_0} \wedge \overrightarrow{j_1} = -\dot{\theta}\overrightarrow{i_1}$.
- $\dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left[\overrightarrow{k_2}\right]_{\mathcal{R}_0} = \overrightarrow{\Omega(2/0)} \wedge \overrightarrow{k_2} = \left(\dot{\theta}\overrightarrow{k_0} + \dot{\varphi}\overrightarrow{i_1}\right) \wedge \overrightarrow{k_2} = \dot{\theta}\overrightarrow{k_1} \wedge \overrightarrow{k_2} + \dot{\varphi}\overrightarrow{i_2} \wedge \overrightarrow{k_2} = \dot{\theta}\sin\varphi\overrightarrow{i_1} - \dot{\varphi}\overrightarrow{j_2}$.

$\overrightarrow{\Gamma(C,2/0)} = (R+\ell)\ddot{\theta}\overrightarrow{j_1} - (R+\ell)\dot{\theta}^2\overrightarrow{i_1} - r\ddot{\theta}\cos\varphi\overrightarrow{i_1} + r\dot{\theta}\dot{\varphi}\sin\varphi\overrightarrow{i_1} - r\dot{\theta}^2\cos\varphi\overrightarrow{j_1} + r\ddot{\varphi}\overrightarrow{k_2} + r\dot{\varphi}\left(\dot{\theta}\sin\varphi\overrightarrow{i_1} - \dot{\varphi}\overrightarrow{j_2}\right)$.

03 STAT

03 STAT

Pas de corrigé pour cet exercice.

Mouvement RR 3D ★★

Question 1 Réaliser le graphe d'analyse en faisant apparaître l'ensemble des actions mécaniques.

Question 2 Donner le torseur de chacune des actions mécaniques.

Question 3 Proposer une démarche permettant de déterminer le couple et l'effort que doivent développer chacun des actionneurs pour maintenir le mécanisme en équilibre.

Mouvement RR 3D ★

02 CIN

Question 1 Déterminer $\overrightarrow{V(C,2/0)}$ par dérivation vectorielle. $\overrightarrow{V(C,2/0)} = \dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left[\overrightarrow{AC}\right]_{\mathcal{R}_0}$ $= \dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left[H\overrightarrow{j_1} + R\overrightarrow{i_1} + L\overrightarrow{i_2}\right]_{\mathcal{R}_0}$.

Calculons :

- $\dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left[\overrightarrow{j_0}\right]_{\mathcal{R}_0} = \overrightarrow{0}$;
- $\dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left[\overrightarrow{i_1}\right]_{\mathcal{R}_0} = \overrightarrow{\Omega(1/0)} \wedge \overrightarrow{i_1} = \dot{\theta}\overrightarrow{j_1} \wedge \overrightarrow{i_1} = -\dot{\theta}\overrightarrow{k_1}$;
- $\dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left[\overrightarrow{i_2}\right]_{\mathcal{R}_0} = \overrightarrow{\Omega(2/0)} \wedge \overrightarrow{i_2} = \left(\dot{\theta}\overrightarrow{j_1} + \dot{\varphi}\overrightarrow{k_2}\right) \wedge \overrightarrow{i_2} = \dot{\theta}\overrightarrow{j_1} \wedge \overrightarrow{i_2} + \dot{\varphi}\overrightarrow{k_2} \wedge \overrightarrow{i_2} = -\dot{\theta}\cos\varphi\overrightarrow{k_1} + \dot{\varphi}\overrightarrow{j_2}$.

On a donc $\overrightarrow{V(C,2/0)} = -R\dot{\theta}\overrightarrow{k_1} + L\left(-\dot{\theta}\cos\varphi\overrightarrow{k_1} + \dot{\varphi}\overrightarrow{j_2}\right)$.

Question 2 Déterminer $\overrightarrow{V(C,2/0)}$ par composition du vecteur vitesse. $\overrightarrow{V(C,2/0)} = \overrightarrow{V(C,2/1)} + \overrightarrow{V(C,1/0)}$.

- Pour calculer $\overrightarrow{V(C,2/1)}$, passons par B car $\overrightarrow{V(B,2/1)} = \overrightarrow{0}$: $\overrightarrow{V(C,2/1)} = \overrightarrow{V(B,2/1)} + \overrightarrow{CB} \wedge \overrightarrow{\Omega(2/1)} = \overrightarrow{CB} \wedge \overrightarrow{\Omega(2/1)} = -L\overrightarrow{i_2} \wedge \dot{\varphi}\overrightarrow{k_2} = L\dot{\varphi}\overrightarrow{j_2}$.
- Pour calculer $\overrightarrow{V(C,1/0)}$, passons par A car $\overrightarrow{V(A,1/0)} = \overrightarrow{0}$: $\overrightarrow{V(C,1/0)} = \overrightarrow{V(A,1/0)} + \overrightarrow{CA} \wedge \overrightarrow{\Omega(1/0)} = \overrightarrow{CA} \wedge \overrightarrow{\Omega(1/0)} = -\left(H\overrightarrow{j_1} + R\overrightarrow{i_1} + L\overrightarrow{i_2}\right) \wedge \dot{\theta}\overrightarrow{j_1} = -\dot{\theta}\left(R\overrightarrow{i_1} \wedge \overrightarrow{j_1} + L\overrightarrow{i_2} \wedge \overrightarrow{j_1}\right) = -\dot{\theta}\left(R\overrightarrow{k_1} + L\cos\varphi\overrightarrow{k_1}\right)$.

Au final, $\overrightarrow{V(C,2/0)} = L\dot{\varphi}\overrightarrow{j_2} - \dot{\theta}\left(R\overrightarrow{k_1} + L\cos\varphi\overrightarrow{k_1}\right)$.

Question 3 Donner le torseur cinématique $\{\mathcal{V}(2/0)\}$ au point C.

$$\{\mathcal{V}(2/0)\} = \left\{\begin{array}{l} \dot{\varphi}\overrightarrow{k_2} + \dot{\theta}\overrightarrow{j_0} \\ L\dot{\varphi}\overrightarrow{j_2} - \dot{\theta}\left(R\overrightarrow{k_1} + L\cos\varphi\overrightarrow{k_1}\right) \end{array}\right\}_C.$$

Question 4 Déterminer $\overrightarrow{\Gamma(C,2/0)}$.

$\overrightarrow{\Gamma(C,2/0)} = \dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left[\overrightarrow{V(C,2/0)}\right]_{\mathcal{R}_0}$

$= \dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left[L\dot{\varphi}\overrightarrow{j_2} - \dot{\theta}\left(R\overrightarrow{k_1} + L\cos\varphi\overrightarrow{k_1}\right)\right]_{\mathcal{R}_0}$.

Calculons :

- $\dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left[\overrightarrow{j_2}\right]_{\mathcal{R}_0} = \overrightarrow{\Omega(2/0)} \wedge \overrightarrow{j_2} = \left(\dot{\theta}\overrightarrow{j_1} + \dot{\theta}\overrightarrow{k_1}\right) \wedge \overrightarrow{j_2} = \dot{\theta}\overrightarrow{j_1} \wedge \overrightarrow{j_2} + \dot{\theta}\overrightarrow{k_1} \wedge \overrightarrow{j_2} = \dot{\theta}\sin\varphi\overrightarrow{k_1} - \dot{\theta}\overrightarrow{i_2}$.
- $\dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left[\overrightarrow{k_1}\right]_{\mathcal{R}_0} = \dot{\theta}\overrightarrow{i_1}$.

$\overrightarrow{\Gamma(C,2/0)} = L\ddot{\varphi}\overrightarrow{j_2} + L\dot{\varphi}\left(\dot{\theta}\sin\varphi\overrightarrow{k_1} - \dot{\theta}\overrightarrow{i_2}\right) - \ddot{\theta}\left(R\overrightarrow{k_1} + L\cos\varphi\overrightarrow{k_1}\right) - \dot{\theta}\left(R\dot{\theta}\overrightarrow{i_1} + L\cos\varphi\dot{\theta}\overrightarrow{i_1} - L\dot{\varphi}\sin\varphi\overrightarrow{k_1}\right)$.

Mouvement RR 3D ★★

Question 1 Réaliser le graphe d'analyse en faisant apparaître l'ensemble des actions mécaniques.

Question 2 Donner le torseur de chacune des actions mécaniques.

Question 3 Proposer une démarche permettant de déterminer le couple et l'effort que doivent développer chacun des actionneurs pour maintenir le mécanisme en équilibre.