

# Les Petits Devoirs du Soir – DDS

## Exercice 220 – Moteur à courant continu★

02 SLCI

On donne les équations du moteur à courant continu :

- $u(t) = e(t) + Ri(t) + L \frac{di(t)}{dt};$
- $e(t) = K\omega(t);$
- $c(t) = Ki(t);$
- $c(t) - f\omega(t) = J \frac{d\omega(t)}{dt}.$

**Question 1** Exprimer la fonction de transfert  $H(p) = \frac{\Omega(p)}{U(p)}$ .

**Question 2** Préciser l'ordre et la classe de  $H$ .

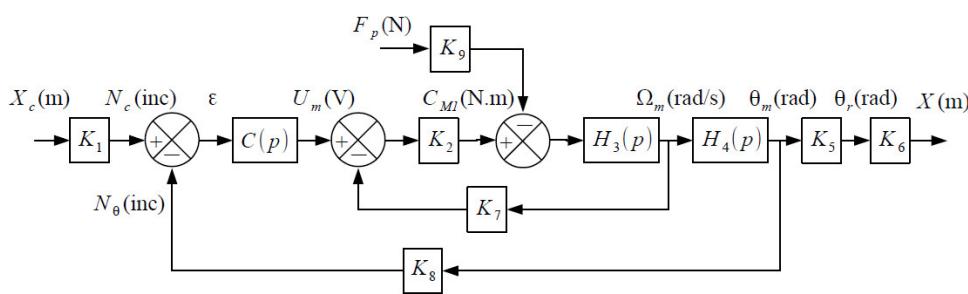
**Question 3** Mettre  $H(p)$  sous forme canonique.

**Question 4** Donner les caractéristiques de la fonction de transfert.

**Question 5** Vérifier l'homogénéité des différentes constantes.

## Exercice 219 – Machine de rééducation SysReeduc ★

On propose une modélisation par schéma-blocs dans la figure suivante.



Le moteur à courant continu est régi par les équations suivantes :  $u_m(t) = e(t) + Ri(t)$ ,  $e(t) = k_e \omega_m(t)$  et  $C_{M1}(t) = k_t i(t)$ .

Une étude dynamique a mené à l'équation suivante :

$$(M+m)r\rho_1\dot{\omega}_m(t) = \frac{C_{M1}(t)}{\rho_1 r} - F_p(t)$$

avec :  $M$  la masse du chariot et  $m$  la masse du support de pied,  $\rho_1 = \frac{1}{10}$  le rapport de réduction du réducteur,  $r = 46,1$  mm le rayon de la poulie du transmetteur poulie-courroie,  $C_{M1}(t)$  le couple délivré par le moteur et  $F_p(t)$  l'effort délivré par le patient sur le support 3.

Le codeur incrémental possède 500 fentes équiréparties. Deux émetteurs-récepteurs positionnés en quadrature permettent de mesurer l'information.

### Correction

$$\begin{aligned} 1. \quad H(p) &= \frac{K_m}{K_m^2 + (R + Lp)(Jp + f)}. \\ 2. \quad \text{Ordre 2, classe 0.} \\ 3. \quad H(p) &= \frac{K_m}{\frac{K_m^2 + Rf}{K_m^2 + Rf} p + \frac{LJ}{K_m^2 + Rf} p^2}. \\ 4. \quad K &= \frac{K_m}{K_m^2 + Rf}, \\ \omega_0 &= \sqrt{\frac{K_m^2 + Rf}{LJ}}, \\ \xi &= \frac{RJ + Lf}{2\sqrt{LJ(K_m^2 + Rf)}}. \end{aligned}$$

Corrigé voir .

02 SLCI

**Question 1** À partir des équations proposées, déterminer les fonctions de transfert  $K_1$ ,  $K_2$ ,  $H_3(p)$ ,  $H_4(p)$ ,  $K_5$ ,  $K_6$ ,  $K_7$ ,  $K_8$  et  $K_9$ .

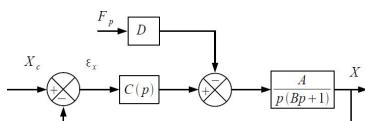
**Question 2** Montrer que le schéma-blocs peut être mis sous la forme suivante. On exprimera  $A$ ,  $B$  et  $D$  en fonction des paramètres du système  $r$ ,  $\rho_1$ ,  $k_t$ ,  $k_e$ ,  $R$ ,  $M$ ,  $m$  et  $K_8$ .

### Éléments de correction

1. ...

- $K_2 = \frac{k_t}{R}$ ;
- $K_7 = k_e$ ;
- $K_9 = \rho_1 r$  et  $H_3(p) = \frac{1}{(M + m) r^2 \rho_1^2 p}$ ;
- $H_4(p) = \frac{1}{p}$ ;
- $K_8 = \frac{2000}{2\pi}$ ;
- $K_5 = \rho_1$  et  $K_6 = r$  (à convertir en mètres);
- $K_1 = \frac{K_8}{K_5 K_6}$ .

2.  $A = \frac{K_8}{k_e}$ ,  $B = \frac{R(m + M)r^2\rho_1^2}{k_e k_t}$  et  $D = \frac{K_9 R r \rho_1}{K_8 k_t}$



Corrigé voir 5.

03 SLCI

### Exercice 218 – Quille pendulaire★

Le comportement d'un vérin est défini par le modèle continu ci-dessous.

On a :

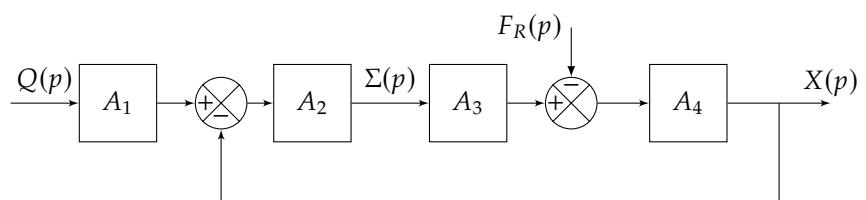
- $q(t) = S \frac{dx(t)}{dt} + \frac{V}{2B} \frac{d\sigma(t)}{dt}$  (a);
- $M \frac{d^2x(t)}{dt^2} = S\sigma(t) - kx(t) - \lambda \frac{dx(t)}{dt} - f_R(t)$  (b).

On a :

- $\mathcal{L}(q(t)) = Q(p)$  : débit d'alimentation du vérin [ $\text{m}^3\text{s}^{-1}$ ];
- $\mathcal{L}(\sigma(t)) = \Sigma(p)$  : différence de pression entre les deux chambres du vérin [Pa];
- $\mathcal{L}(x(t)) = X(p)$  : position de la tige du vérin [m];
- $\mathcal{L}(f_R(t)) = F_R(p)$  : composante selon l'axe de la tige du vérin de la résultante du torseur d'inter-effort de la liaison pivot entre tige et quille [N].

Les constantes sont les suivantes :

- $S$  : section du vérin [ $\text{m}^2$ ];
- $k$  : raideur mécanique du vérin [ $\text{N m}^{-1}$ ];
- $V$  : volume d'huile de référence [ $\text{m}^3$ ];
- $B$  : coefficient de compressibilité de l'huile [ $\text{N m}^{-2}$ ];



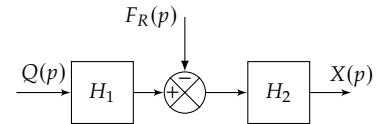
- $M$  : masse équivalente à l'ensemble des éléments mobiles ramenés sur la tige du vérin [kg] ;
- $\lambda$  : coefficient de frottement visqueux [N m<sup>-1</sup>s].

**Question 1** Donner les expressions des fonctions de transfert  $A_1$ ,  $A_2$ ,  $A_3$  et  $A_4$  en fonction de la variable complexe  $p$  et des constantes.

Le schéma-blocs de la figure précédente peut se mettre sous la forme suivante.

**Question 2** Donner les expressions des fonctions de transfert  $H_1$  et  $H_2$  en fonction de  $A_1$ ,  $A_2$ ,  $A_3$  et  $A_4$ , puis de la variable  $p$  et des constantes.

**Question 3** Pour ce vérin non perturbé ( $F_R = 0$ ), donner sa fonction de transfert  $X(p)/Q(p)$  en fonction de la variable  $p$  et des constantes.



#### Éléments de correction

1.  $A_1 = \frac{1}{Sp}$ ,  $A_2 = \frac{S2B}{V}$ ,  $A_3 = S$  et  $A_4 = \frac{1}{Mp^2 + \lambda p + k}$ .
2.  $H_1(p) = A_1 A_2 A_3$  et  $H_2 = \frac{A_4}{1 + A_2 A_3 A_4}$ .
3.  $\frac{X(p)}{Q(p)} = \frac{2BS}{p(MVp^2 + \lambda pV + kV + 2BS^2)}$ .

Corrigé voir 5.

## Exercice 217 – Fonctions de transfert★

03 SLCI

Soit le schéma-blocs suivant.

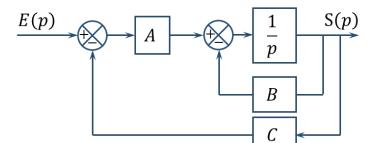
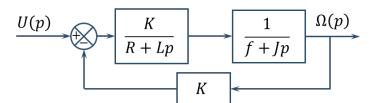
**Question 1** Déterminer la fonction de transfert en boucle ouverte. Mettre l'expression sous forme canonique et exprimer les paramètres caractéristiques.

**Question 2** Déterminer la fonction de transfert en boucle fermée. Mettre l'expression sous forme canonique et exprimer les paramètres caractéristiques.

Soit le schéma-blocs suivant.

**Question 3** Déterminer la fonction de transfert en boucle ouverte. Mettre l'expression sous forme canonique et exprimer les paramètres caractéristiques.

**Question 4** Déterminer la fonction de transfert en boucle fermée. Mettre l'expression sous forme canonique et exprimer les paramètres caractéristiques.



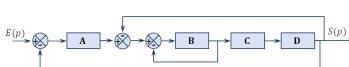
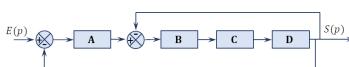
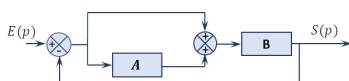
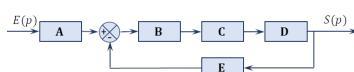
#### Éléments de correction

1.  $K_{BO} = \frac{K^2}{Rf}$ ,  $\omega_{BO} = \sqrt{\frac{Rf}{LJ}}$ ,  $\xi_{BO} = \frac{RJ + Lf}{2\sqrt{LJ}Rf}$ .
2.  $K_{BF} = \frac{K}{K^2 + Rf}$ ,  $\xi_{BF} = \frac{RJ + Lf}{2\sqrt{LJ}\sqrt{Rf + K^2}}$ .
3.  $K_{BO} = \frac{AC}{B}$  et  $\tau_{BO} = \frac{1}{B}$ .
4.  $K_{BF} = \frac{A}{B + AC}$  et  $\tau_{BF} = \frac{1}{B + AC}$ .

Corrigé voir 3.

## 03 SLCI

Pas de corrigé pour cet exercice.



Corrigé voir 4.

## Exercice 216 – Calcul de FTBO★

**Question 1** Déterminer la FTBO dans le cas suivant.

**Question 2** Déterminer la FTBO dans le cas suivant.

**Question 3** Déterminer la FTBO dans le cas suivant.

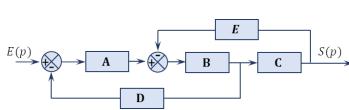
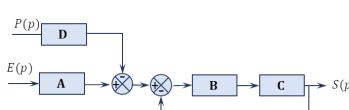
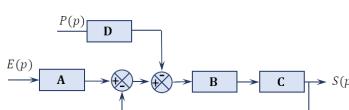
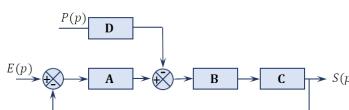
**Question 4** Déterminer la FTBO dans le cas suivant.

### Éléments de correction

1.  $FTBO(p) = BCDE$ .
2.  $FTBO(p) = B(1 + A)$ .
3.  $FTBO(p) = A \frac{BCD}{1 + BCD}$ .
4.  $FTBO(p) = \frac{ABCD}{1 + B + BCD}$ .

## 03 SLCI

Pas de corrigé pour cet exercice.



Corrigé voir 4.

## Exercice 215 – Calcul de FTBO★

**Question 1** Déterminer la FTBO dans le cas suivant.

**Question 2** Déterminer la FTBO dans le cas suivant.

**Question 3** Déterminer la FTBO dans le cas suivant.

**Question 4** Déterminer la FTBO dans le cas suivant.

### Éléments de correction

1.  $FTBO(p) = A(p)B(p)C(p)$ .
2.  $FTBO(p) = B(p)C(p)$ .
3.  $FTBO(p) = B(p)C(p)$ .
4.  $FTBO(p) = \frac{B(p)C(p)}{1 + B(p)C(p)E(p)} \times \frac{A(p)D(p)}{C(p)}$ .

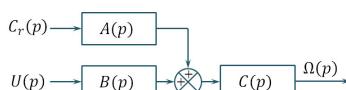
## Exercice 214 – Moteur à courant continu★

On donne les équations du moteur à courant continu :

- $u(t) = e(t) + Ri(t) + L \frac{di(t)}{dt}$ ;
- $e(t) = K\omega(t)$ ;
- $c(t) = Ki(t)$ ;
- $c(t) + c_r(t) - f\omega(t) = J \frac{d\omega(t)}{dt}$ .

**Question 1** Réaliser le schéma-blocs.

**Question 2** Mettre le schéma-blocs sous la forme suivante.



### Éléments de correction

1. .

$$2. A(p) = R + Lp, B(p) = K, C(p) = \frac{1}{K^2 + (f + Jp)(R + Lp)} \text{ (plusieurs réponses possibles).}$$

Corrigé voir 4.

## Exercice 213 – Vérin★

On donne le schéma de principe d'une servo-commande.

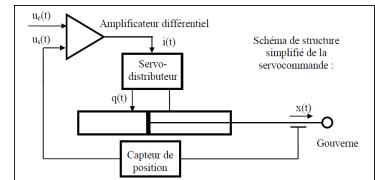
Les différentes équations temporelles qui modélisent le fonctionnement d'une servo-commande sont :

- ▶ un amplificateur différentiel défini par :  $u_c(t) = \frac{i(t)}{K_a} + u_s(t)$ ;
- ▶ débit dans le vérin dans le cas d'une hypothèse de fluide incompressible  $q(t) = S \cdot \frac{dx(t)}{dt}$ ;
- ▶ capteur de position :  $u_s(t) = K_c \cdot x(t)$ ;
- ▶ le servo-distributeur est un composant de la chaîne de commande conçu pour fournir un débit hydraulique  $q(t)$  proportionnel au courant de commande  $i(t)$ . (Attention, valable uniquement en régime permanent.) On a  $q(t) + T \frac{dq(t)}{dt} = K_d i(t)$ .

**Question 1** Réaliser le schéma-blocs.

Corrigé voir 2.

Pas de corrigé pour cet exercice.



## Exercice 212 – Prothèse active transtibiale★

Corrigé voir 2.

### Présentation

Des ingénieurs du M.I.T. ont mis au point une prothèse active transtibiale capable de proposer un comportement similaire à celui des membres non amputés. On étudie dans ce sujet le prototype initial qui a permis de valider la pertinence d'une telle prothèse active.

L'actionneur de la prothèse est un moteur à courant continu alimenté par une batterie rechargeable de 16 V. L'énergie mécanique est transmise par un réducteur de type pouilles-courroie suivi d'un système vis-écrou qui adapte cette énergie mécanique pour la prothèse (ensemble de liaisons entre le pied artificiel constitué d'une semelle en fibres de carbone et le manchon ou tibia artificiel). Des ressorts permettent d'ajuster également l'énergie mécanique fournie au pied artificiel. L'effort exercé par les ressorts est directement relié au couple exercé par l'actionneur.

On peut modéliser la chaîne d'énergie de la façon suivante :

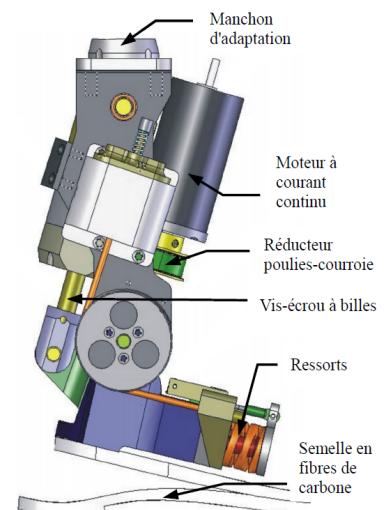
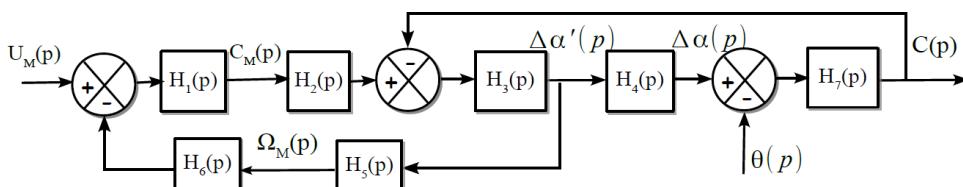


FIGURE 1 – Prothèse active

Les grandeurs temporelles sont les suivantes :

- $u_M$  tension d'alimentation du moteur (V);
- $C_M$  couple exercé par le moteur (Nm);
- $\omega_M$  vitesse angulaire du moteur (rad s<sup>-1</sup>);
- $\alpha$  angle de rotation du basculeur (rad) tel que  $\alpha = \alpha_r + \Delta\alpha$  où  $\alpha_r$  est la position repos et  $\Delta\alpha$  est la variation angulaire autour de la position repos. On a alors :  $\frac{d\alpha}{dt} = \frac{d\Delta\alpha}{dt}$ . On note  $\Delta\alpha'(p)$  la transformée de Laplace de  $\frac{d\Delta\alpha}{dt}$ ;
- $\theta$  angle de rotation du pied (rad) tel que  $\theta = 0$  rad pour la position repos;
- $C$  couple exercé par le pied (Nm).

On note en majuscule, lorsque cela est possible, les variables associées aux grandeurs temporelles dans le domaine symbolique.

## Comportement dynamique de la prothèse

### Objectif

L'objectif de cette partie est d'établir les équations de comportement dynamique de la prothèse autour de la position de repos lors des phases d'appui et oscillante. Ces équations permettront de compléter le schéma-blocs de la chaîne d'énergie.

On donne l'équation différentielle linéarisée suivante qui caractérise le comportement dynamique de la prothèse :  $J_M \frac{d^2\Delta\alpha(t)}{dt^2} + \mu_m \frac{d\Delta\alpha(t)}{dt} = C_M(t)R_T - C(t)R_T^2$  avec  $R_T = \frac{1}{145}$ .

Le moteur électrique est régi par les équations électriques et de couplage électromécanique :

- $u_M(t) = Ri(t) + e(t)$  avec  $i(t)$  courant moteur et  $e(t)$  fcem ;
- $e(t) = k_c \omega_M(t)$  avec  $\omega_M(t)$  vitesse angulaire du rotor du moteur par rapport au stator ;
- $C_M(t) = k_c i(t)$ .

**Question 1** À partir des équations caractérisant le système, déterminer les expressions littérales des fonctions de transfert  $H_1(p)$ ,  $H_2(p)$ ,  $H_3(p)$  et  $H_6(p)$ .

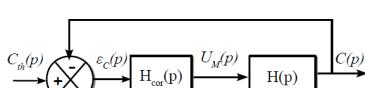
On a par ailleurs  $H_4(p) = \frac{1}{p}$ ,  $H_5(p) = \frac{1}{R_T}$  et  $H_7(p) = k_{RS}d_0^2$  ( $k_{RS} = 1200 \times 10^3 \text{ N m}^{-1}$  raideur équivalente du ressort et  $d_0 = 0,035 \text{ m}$ ).

On considère que  $\theta(p) = 0$ .

**Question 2** Déterminer la fonction de transfert en boucle fermée  $FTBF(p) = \frac{C(p)}{U_M(p)}$ .

## Analyse des performances de l'asservissement en couple

Le schéma-blocs de l'asservissement en couple peut être simplifié par le schéma-blocs suivant avec  $H(p) = \frac{a_0}{1 + a_1 p + a_2 p^2}$  où  $a_0 = 2,9 \text{ NmV}^{-1}$ ,  $a_1 = \frac{26}{4356} \text{ s}$  et  $a_2 = \frac{1}{4356} \text{ s}^2$  et  $H_{cor}(p) = H_c(p)K_{amp}K_A$ .

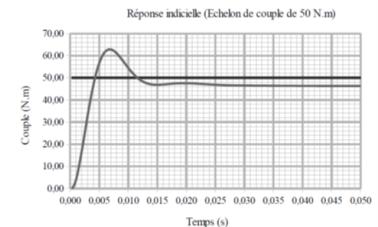


## Objectif

L'objectif est de déterminer si la correction  $H_{\text{cor}}(p)$  permet de respecter le cahier des charges rappelé ci-après.

Critères	Valeur
Rapidité (temps de réponse à 5%)	$t_{r5\%} < 0,1 \text{ s}$
Précision pour une entrée en échelon (écart normalisé par la valeur de l'échelon)	10 % maxi

**Question 3** À l'aide des courbes, valider l'ensemble des critères du cahier des charges en justifiant clairement vos réponses.



## Exercice 211 – Conception de la commande d'un robot chirurgical★

### Présentation du système

Afin d'améliorer les conditions d'opérations chirurgicales dites mini invasives (comme la précision d'opération et le confort du chirurgien), des robots chirurgicaux ont vu le jour. Cette étude s'intéresse à l'un d'entre eux : le robot Da Vinci. Le chirurgien peut atteindre sa cible grâce à des outils longs et fins traversant le patient grâce à une incision de l'ordre du centimètre.

Le système étudié est composé de deux sous-systèmes principaux :

- ▶ l'ensemble {console de commande + bras maîtres} permet au chirurgien de visualiser et de commander les mouvements des outils adéquats à l'intérieur du patient via une caméra haute définition dont l'image est retransmise par l'intermédiaire d'écrans. Le chirurgien commande les mouvements des outils grâce à deux bras maîtres dont les extrémités sont maintenues dans chaque main ;
- ▶ les bras esclaves reçoivent les consignes issues du chirurgien par l'intermédiaire des bras maîtres. Il y a au total 3 bras esclaves : deux manipulent chacun un outil, le troisième manipule une caméra.

Le mouvement de l'axe 1 est régi par l'équation suivante :  $\Delta C_1(t) = J \frac{d^2 \Delta \theta_1(t)}{dt^2} - k_1 \frac{r'_9}{r_0} h_2 \Delta F_x(t)$  avec  $J = 1,98 \times 10^{-5} \text{ kg m}^2$ ,  $k_1 \frac{r'_9}{r_0} = 0,00717$ ,  $h_2 = 0,2 \text{ m}$ .

Le couple moteur  $\Delta C_1(t)$  est fourni par une machine à courant continu modélisée par les équations suivantes :  $u_1(t) = L \frac{di_1(t)}{dt} + Ri_1(t) + e_1(t)$ ,  $e_1(t) = k_e \frac{d\Delta \theta_1(t)}{dt}$ ,  $\Delta C_1(t) = k_t i_1(t)$  avec  $u_1(t)$  la tension aux bornes du moteur,  $i_1(t)$  l'intensité traversant le moteur et  $e_1(t)$  la force contre électromotrice, avec  $R = 2,08 \Omega$ ,  $k_t = 0,0525 \text{ N m A}^{-1}$  et  $k_e = 0,0525 \text{ V s rad}^{-1}$ .

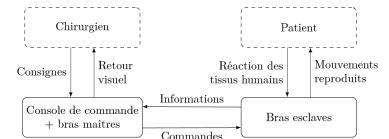
On fait l'hypothèse que l'influence de l'inductance  $L$  est négligeable sur les performances attendues, soit  $L = 0$ .

La consigne est notée  $\Delta \theta_{c1}(t)$ . Le cahier des charges sélectif conduit à choisir un correcteur associant une anticipation (via la présence de  $\sigma_4$  dans la relation suivante) et une correction PID. La tension de commande du moteur est donnée par :  $U_1(p) =$

### Éléments de correction

$$\begin{aligned}
 1. \quad H_1(p) &= \frac{k_c}{R}, \quad H_2(p) = \\
 &R_T, \quad H_3(p) = \frac{R_T^2}{J_M p + \mu_m} \text{ et} \\
 &H_6(p) = k_c. \\
 2. \quad \text{FTBF}(p) &= \\
 &\frac{k_c R_T^3}{J_M R p^2 + p \left( \mu_m R + k_c k_c R_T^2 \right) + R T R^2 k_R S d} \\
 3. \quad .
 \end{aligned}$$

Corrigé voir 1.



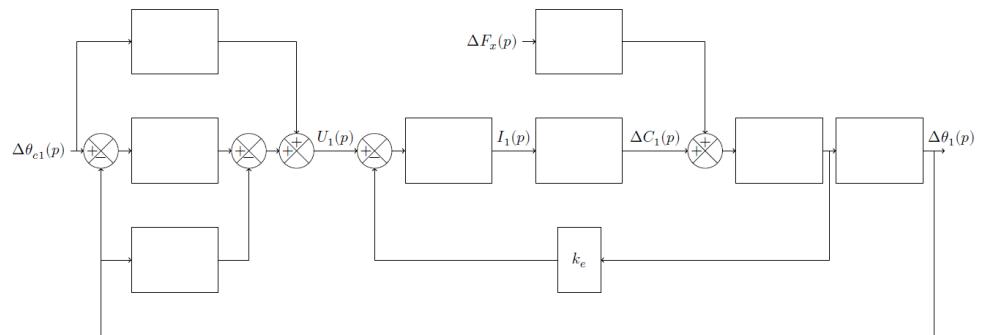
$(\Delta\theta_{c1}(p) - \Delta\theta_1(p)) \left( \sigma_1 + \frac{\sigma_2}{p} \right) - \sigma_3 p \Delta\theta_1(p) + \sigma_4 \Delta\theta_{c1}(p)$  avec  $\Delta\theta_{c1}(p)$  la consigne de position angulaire exprimée dans le domaine symbolique.

**Question 1** Compléter le schéma-blocs.

Pour la suite, on considère la perturbation nulle ( $\Delta F_x(p) = 0$ ).

**Question 2** À partir de ce schéma-blocs, en notant  $H_{\text{processus}}(p) = \frac{\Delta\theta_1(p)}{U_1(p)} = \frac{K}{p(1+\tau p)}$ , exprimer  $K$  et  $\tau$  en fonction des données de l'énoncé.

**Question 3** Exprimer la fonction de transfert en boucle fermée, sous sa forme canonique, notée  $B_F(p) = \frac{\Delta\theta_1(p)}{\Delta\theta_{c1}(p)}$  en fonction de  $K$ ,  $\tau$ ,  $\sigma_1$ ,  $\sigma_2$ ,  $\sigma_3$  et  $\sigma_4$ .



#### Éléments de correction

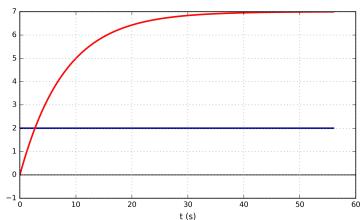
1.  $A(p) = \sigma_4$ ,  $B(p) = \sigma_1 + \frac{\sigma_2}{p}$ ,  $C(p) = \sigma_3 p$ ,  $D(p) = \frac{1}{R+Lp}$ ,  $E(p) = k_1 \frac{r'_9}{r_0} h_2$ ,  $F(p) = k_t$ ,  $G(p) = \frac{1}{Jp}$ ,  $H(p) = \frac{1}{p}$ .
2.  $K = \frac{1}{k_e}$  et  $\tau = \frac{RJ}{k_t k_e}$ .
3.  $B_F(p) = K \frac{(\sigma_1 + \sigma_4)p + \sigma_2}{\tau p^3 + p^2(1 + \sigma_3) + \sigma_1 K p + \sigma_2 K}$ .

Corrigé voir 3.

## Exercice 210 – Identification temporelle ★

07 SLCI

Soit la réponse à un échelon.

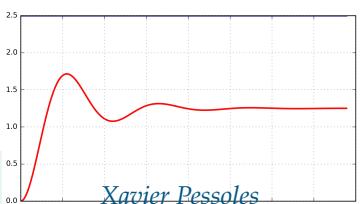


**Question 1** Déterminer la fonction de transfert du système.

Soit la réponse à un échelon d'amplitude 2,5.

**Question 2** Déterminer la fonction de transfert du système en réalisant les mesures nécessaires et en utilisant les formules appropriées.

**Question 3** Déterminer la fonction de transfert du système en utilisant les abaques.



### Éléments de correction

$$1. H(p) = \frac{3,5}{1 + 8p}.$$

$$2. H(p) = \frac{0,5}{1 + \frac{2 \times 0,1}{14,25} p + \frac{p^2}{14,25^2}}.$$

$$3. H(p) = \frac{0,5}{1 + \frac{2 \times 0,3}{16} p + \frac{p^2}{16^2}}.$$

Corrigé voir 3.

## Exercice 209 – Identification ★

07 SLCI

D'après Florestan Mathurin.

Soit un système dont le diagramme de Bode est donné ci-dessous.

**Question 1** Tracer le diagramme de Bode asymptotique.

**Question 2** Identifier le type de la fonction de transfert et ses valeurs remarquables.

Le diagramme temporel ci-dessous présente 3 signaux d'entrée sinusoïdaux.

**Question 3** Déterminer les périodes et les pulsations de chacun des signaux.

**Question 4** En déduire le gain et le déphasage en régime permanent pour chacune des courbes temporelles de sortie correspondant aux 3 entrées.

### Éléments de correction

$$1. .$$

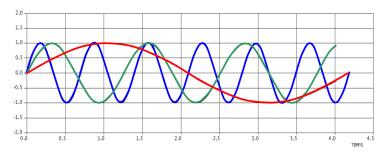
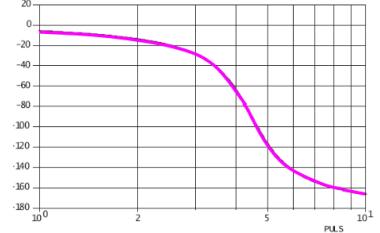
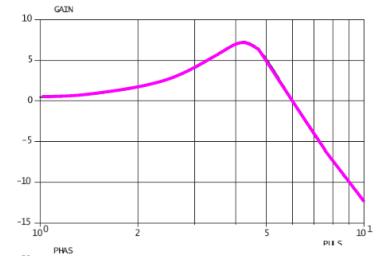
$$2. H(p) = \frac{1}{1 + \frac{2 \times 0,23}{4,5} p + \frac{p^2}{4,5^2}}.$$

$$3. .$$

- ▶ Signal rouge :  $T = 4,2\text{ s}$  et  $\omega = 1,5\text{ rad/s}$ .
- ▶ Signal vert :  $T = 3,6/3 = 1,2\text{ s}$  et  $\omega = 5,2\text{ rad/s}$ .
- ▶ Signal bleu :  $T = 4,2/6 = 0,7\text{ s}$  et  $\omega = 9\text{ rad/s}$ .

$$4. .$$

- ▶  $s(t) = 1,12 \sin(\omega t - 0,17)$ .
- ▶  $s(t) = 1,8 \sin(\omega t - 2,1)$ .
- ▶  $s(t) = 0,3 \sin(\omega t - 2,8)$ .



Corrigé voir 3.

## Exercice 208 – Identification ★

07 SLCI

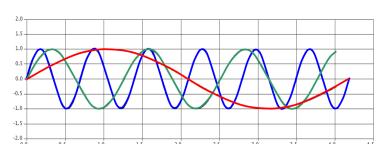
Pas de corrigé pour cet exercice.

D'après Florestan Mathurin.

Le diagramme temporel ci-dessous présente 3 signaux d'entrée sinusoïdaux.

**Question 1** Déterminer les périodes et les pulsations de chacun des signaux.

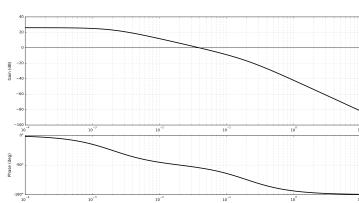
**Question 2** En déduire le gain et le déphasage en régime permanent pour chacune des courbes temporelles de sortie correspondant aux 3 entrées.



Corrigé voir 4.



Pas de corrigé pour cet exercice.



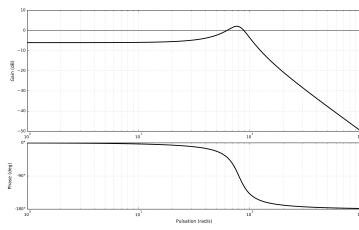
## Exercice 207 – Identification ★

Soit la réponse fréquentielle suivante.

**Question 1** Déterminer la fonction de transfert du système.

Soit la réponse fréquentielle suivante.

**Question 2** Déterminer la fonction de transfert du système.



Corrigé voir 2.



Corrigé voir 2.

## Exercice 206 – Diagramme de Bode★

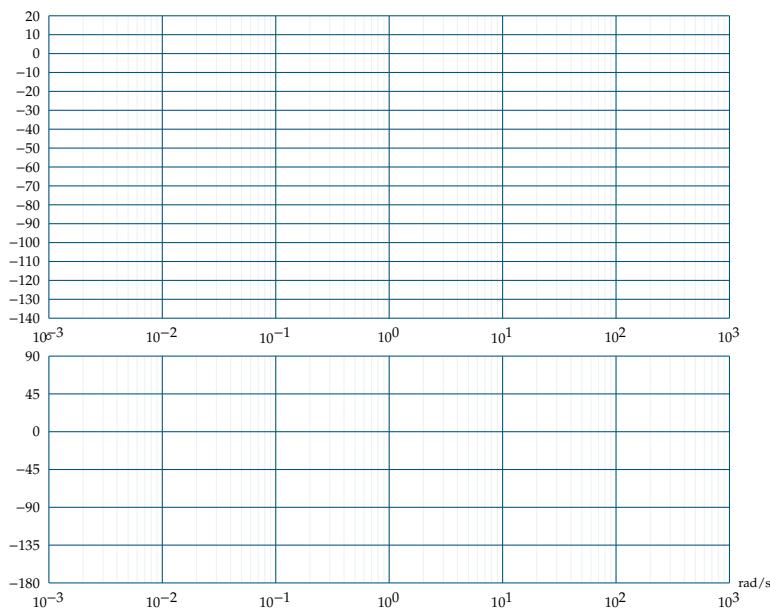
**Question 1** Tracer le diagramme de Bode de la fonction de transfert suivante :  
 $F_1(p) = \frac{15}{1 + 10p}$ .

**Question 2** Le système est sollicité par une entrée sinusoïdale de période 6 s et d'amplitude 10. Quel est le signal de sortie ?



## Exercice 205 – Diagramme de Bode★

**Question 1** Tracer le diagramme de Bode de la fonction de transfert suivante :  
 $F_2(p) = \frac{10}{(1 + 10p)(10 + p)}$ .



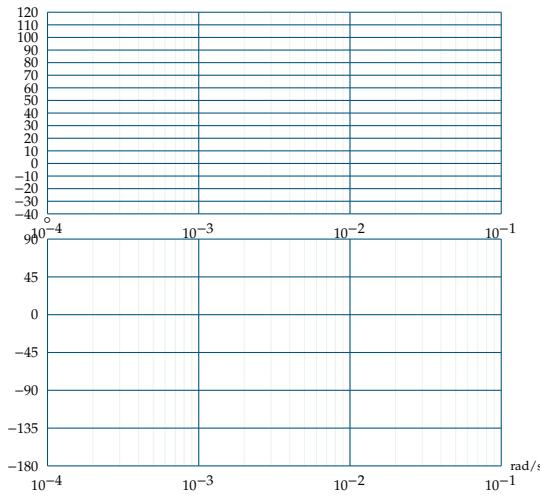
Corrigé voir 2.

**Question 2** Le système est sollicité par une entrée sinusoïdale de période 6 s et d'amplitude 10. Quel est le signal de sortie ?

## Exercice 204 – Diagramme de Bode★

**Question 1** Tracer le diagramme de Bode de la fonction de transfert suivante :

$$F_3(p) = \frac{40}{p(1 + 300p)}.$$



Corrigé voir 2.

## Exercice 203 – Diagramme de Bode ★

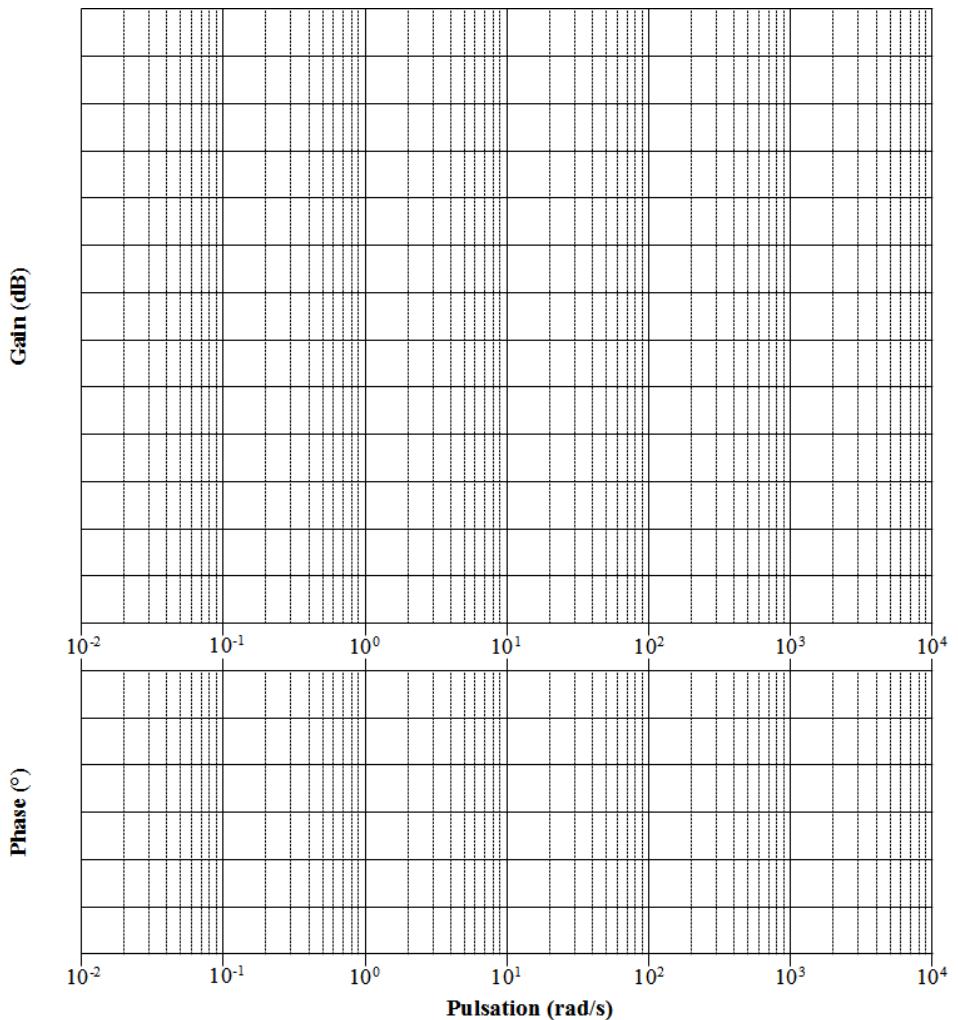
**Question 1** Tracer le diagramme de Bode de la fonction de transfert suivante :

$$F_1(p) = \frac{200}{p(1 + 20p + 100p^2)}.$$

11 SLCI

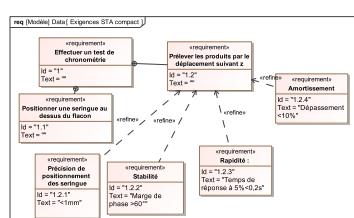
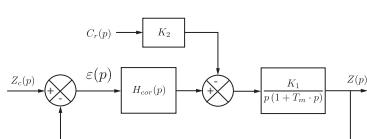
Pas de corrigé pour cet exercice.

Corrigé voir 1.



## Exercice 202 – Hemostase – Stabilité★

02 PERF



La modélisation de l'asservissement de position est donnée par le schéma-bloc ci-dessous dans lequel  $K_2 = 2,78 \cdot 10^{-2} \text{ N}^{-1}$ ,  $K_1 = 856 \text{ s}^{-1}$ ,  $T_m = 3 \cdot 10^{-2} \text{ s}$ .

Le couple résistant  $C_r$  est constant et vaut  $C_{r0} = 2,7 \cdot 10^{-3} \text{ Nm}$ .

On suppose le correcteur proportionnel :  $H_{cor}(p) = K_p$ .

Les performances du système sont détaillées dans le diagramme des exigences partiel.

**Question 1** Déterminer l'expression de la fonction de transfert en boucle ouverte  $H_{bo}(p) = \left(\frac{Z(p)}{\varepsilon(p)}\right)_{C_r(p)=0}$  ainsi que la fonction de transfert  $H_{cr}(p) = \left(\frac{Z(p)}{C_r(p)}\right)_{Z_c=0}$ .

**Question 2** Déterminer l'erreur statique pour une entrée de type échelon d'amplitude  $Z_{c0}$  dans l'hypothèse d'une perturbation nulle ( $C_{r0}$ ). Déterminer ensuite l'erreur due à une perturbation constante  $C_{r0}$ , dans le cas d'une consigne de position nulle ( $Z_c = 0$ ). En déduire la valeur de  $K_p$  pour satisfaire le critère de précision du cahier des charges.

**Question 3** Sur le document réponse compléter les diagrammes de Bode en gain et en phase de  $H_{bo}(p)$  pour  $K_p$  déterminé précédemment. Indiquer si le critère de stabilité est satisfait en justifiant votre démarche par des tracés nécessaires.

Afin d'améliorer le comportement, on implante un correcteur Proportionnel Intégral ayant pour fonction de transfert :  $H_{\text{cor}}(p) = \frac{K_p(1+T_i \cdot p)}{T_i \cdot p}$  avec  $K_p = 1$  et  $T_i = 1$  s.

**Question 4** Tracer le diagramme de Bode de la fonction de transfert en boucle ouverte avec ce correcteur avec  $K_p = 1$  et  $T_i = 1$  s.

**Question 5** On souhaite une marge de phase d'au moins  $60^\circ$ . Proposer un réglage de  $K_p$  pour satisfaire au cahier des charges.

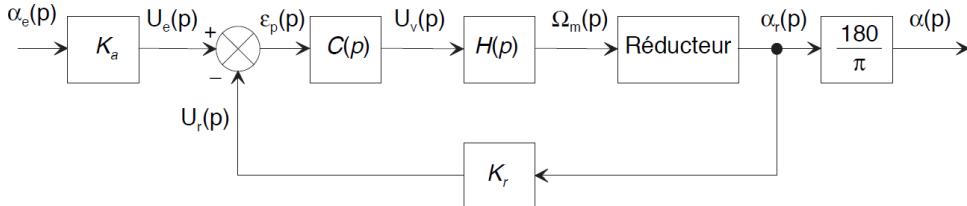
**Question 6** La figure suivante donne la réponse à un échelon de position de 50 mm avec trois types de correcteurs. Vérifier qu'elle est conforme au cahier des charges. Justifier clairement vos réponses en donnant les valeurs numériques pour chaque critère.

**Question 7** Analyser les résultats à l'aide du diagramme de Bode de la FTBO corrigé avec un PID optimisé.

## Exercice 201 – Palettisation – Stabilité \*

Une boucle de position est représentée ci-dessous. On admet que :

- $H(p) = \frac{\Omega_m(p)}{U_v(p)} = \frac{30}{1 + 5 \times 10^{-3}p}$ ;
- $K_r = 4 \text{ V rad}^{-1}$  : gain du capteur de position;
- $K_a$  : gain de l'adaptateur du signal de consigne  $\alpha_e(t)$ ;
- $N = 200$  : rapport de transmission du réducteur (la réduction est donc de  $1/N$ ).
- le signal de consigne  $\alpha_e(t)$  est exprimé en degré;
- le correcteur  $C(p)$  est à action proportionnelle de gain réglable  $K_c$ .



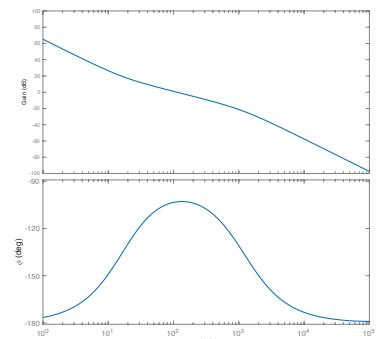
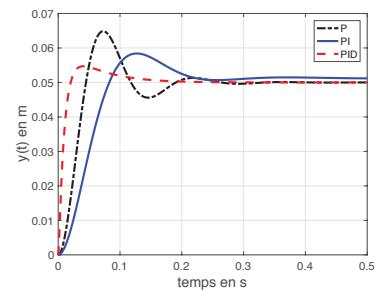
On montre que la fonction de transfert du réducteur est  $R(p) = \frac{\alpha_r(p)}{\Omega_m(p)} = \frac{1}{Np}$ , que  $k_a = \frac{\pi}{180} k_r$  et que la FTBO est donnée par  $T(p) = \frac{k_{BO}}{p(1 + \tau_m p)}$  ( $k_{BO} = \frac{k_c k_m k_r}{N}$ ).

On souhaite une marge de phase de  $45^\circ$ .

**Question 1** Déterminer la valeur de  $K_{BO}$  permettant de satisfaire cette condition.

**Question 2** En déduire la valeur du gain  $K_c$  du correcteur.

**Question 3** Déterminer l'écart de position.



Corrigé voir 1.

02 **PERF**

### Éléments de correction

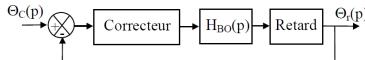
$$1. k_{BO} = \frac{\sqrt{2}}{\tau_m}$$

$$2. k_c = \frac{\sqrt{2} N}{\tau_m k_r} = 471,1$$

Sciences Industrielles de l'Ingénieur PSI★

3.  $\epsilon_s = 0$ .

## Exercice 200 – Exercice d'application ★



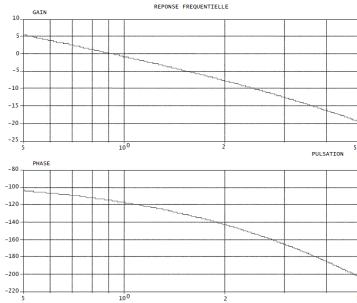
L'asservissement est donné par le schéma-blocs suivant.  $H_{BO}(p) = \frac{4}{p(p+3,6)}$ . Le retard du système est de 0,2 s. De plus,  $C(p) = K_c \frac{1+T_c p}{T_c p}$

02  
PER  
Pas de

**Question 1** Tracer le diagramme de Bode asymptotique de  $H_{BO}(p)$  pour des pulsations comprises entre 0,5 rad s<sup>-1</sup> et 50 rad s<sup>-1</sup>.

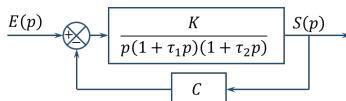
**Question 2** Tracer le diagramme de Bode du retard pour des pulsations comprises entre 0,5 rad s<sup>-1</sup> et 50 rad s<sup>-1</sup>.

On donne le diagramme de la FTBO retardée.



Corrigé voir 3.

05  
PERF



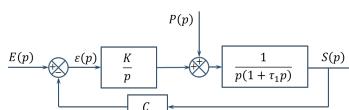
### Éléments de correction

$$\begin{aligned} 1. \quad s_\infty &= \lim_{p \rightarrow 0} p \frac{E_0}{p} \frac{K}{p(1+\tau_1 p)(1+\tau_2 p) + CK} \\ &= \frac{E_0}{C}. \\ 2. \quad s_\infty &= \infty. \end{aligned}$$

Corrigé voir 5.

05  
PERF

Pas de corrigé pour cet exercice.



Corrigé voir 2.

## Exercice 199 – Valeur finale★

Soit le schéma-blocs suivant.

**Question 1** Déterminer la valeur finale de  $s(t)$  lorsque l'entrée est un échelon d'amplitude  $E_0$ .

**Question 2** Déterminer la valeur finale de  $s(t)$  lorsque l'entrée est une rampe de pente  $k$ .

## Exercice 198 – Écart★

Soit le schéma-blocs suivant.

**Question 1** Exprimer  $\varepsilon(p)$  en fonction de  $E(p)$  et  $P(p)$ .

**Question 2** Évaluer la valeur finale de  $\varepsilon(t)$  lorsque  $E(p)$  est un échelon d'amplitude  $E_0$  et  $P(p)$  est un échelon d'amplitude  $P_0$ .

**Question 3** Évaluer la valeur finale de  $\varepsilon(t)$  lorsque  $E(p)$  est un échelon d'amplitude  $E_0$  et  $P(p)$  est une rampe de pente  $P_0$ .

**Question 4** Évaluer la valeur finale de  $\varepsilon(t)$  lorsque  $E(p)$  est une rampe de pente  $E_0$  et  $P(p)$  est un échelon d'amplitude  $P_0$ .

**Question 5** Évaluer la valeur finale de  $\varepsilon(t)$  lorsque  $E(p)$  est une rampe de pente  $E_0$  et  $P(p)$  est une rampe de pente  $P_0$ .

## Exercice 197 – Banc hydraulique ★

Pour limiter l'erreur statique due aux fuites, on envisage d'asservir la pression d'eau dans le tube. La pression d'eau à l'intérieur du tube est mesurée par un capteur de pression.

- $P_{\text{con}}(p)$  : pression de consigne d'eau dans le tube (Pa)
- $P_e(p)$  : pression d'eau dans le tube (Pa)
- $U_c(p)$  : tension de commande du régulateur de pression (V)
- $P_r(p)$  : pression d'huile régulée (Pa)
- $\Delta Q_e(p)$  : débit de fuite ( $\text{m}^3 \text{s}^{-1}$ )
- $U_m(p)$  : tension de mesure du capteur (V)

Hypothèses :

- L'ensemble de mise sous pression tube + distributeur + multiplicateur de pression est défini par les transmittances suivantes :  $H_{\text{pre}}(p) = \frac{K_m}{1 + T_1 p}$  et  $H_{\text{fui}}(p) = \frac{K_f}{1 + T_1 p}$  avec  $K_m = 3,24$ ;  $K_f = 2,55 \times 10^{10} \text{ Pa m}^{-3} \text{ s}$ ;  $T_1 = 10 \text{ s}$ .
- L'ensemble pompe+régulateur de pression est modélisé par la fonction de transfert :  $H_{\text{pom}}(p) = \frac{K_{\text{pom}}}{1 + T_2 p}$  avec  $K_{\text{pom}} = 1,234 \times 10^7 \text{ Pa/V}$ ;  $T_2 = 5 \text{ s}$ .
- Le capteur est modélisé par un gain pur :  $K_{\text{cap}} = 2,5 \times 10^{-8} \text{ V/Pa}$ .

La pression de consigne est de  $P_{\text{con}} = 800 \text{ bars}$  et les débits de fuite sont estimés à  $\Delta Q_e = 5 \times 10^{-4} \text{ m}^3/\text{s}$ .

Le cahier des charges concernant le réglage de la pression de test est le suivant.

Stabilité :	marge de phase de $60^\circ$
	marge de gain de 12 dB
Rapidité :	temps d'établissement $t_e < 40 \text{ s}$
Précision :	erreur statique < 5% soit pour une consigne de 800 bars : erreur statique due à la consigne : $\varepsilon_{\text{con}} < 5\%$ erreur statique due à la perturbation $\varepsilon_{\text{pert}} < 40 \text{ bars}$
Amortissement :	pas de dépassement

Dans le cas d'un système bouclé convenablement amorti, on pourra utiliser, sans aucune justification, la relation :  $t_e \cdot \omega_{0 \text{ dB}} = 3$  où  $\omega_{0 \text{ dB}}$  désigne la pulsation de coupure à 0 dB en boucle ouverte et  $t_e$  le temps d'établissement en boucle fermée vis-à-vis d'un échelon de consigne :

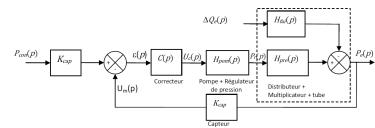
- $t_e = t_m$ , temps du 1er maximum si le dépassement est supérieur à 5 %,
- $t_e = t_R$ , temps de réponse à 5 % si le dépassement est nul ou inférieur à 5 %.

On envisage tout d'abord un correcteur de type proportionnel :  $C(p) = K_p$ .

**Question 1** Déterminer, en fonction de  $K_p$ ,  $\varepsilon_{\text{con}}$  définie comme l'erreur statique pour une entrée consigne  $P_{\text{con}}$  de type échelon, dans le cas où le débit de fuite est nul.

**Question 2** Proposer un réglage de  $K_p$  pour limiter  $\varepsilon_{\text{con}}$  à la valeur spécifiée dans le cahier des charges.

**Question 3** Dans le cas où la consigne de pression est nulle, déterminer en fonction de  $K_p$  la fonction de transfert en régulation définie par :  $H_{\text{pert}}(p) = \frac{P_e(p)}{\Delta Q_e(p)}$ . En déduire, en fonction de  $K_p$ ,  $\varepsilon_{\text{pert}}$  définie comme l'erreur statique pour une perturbation  $\Delta Q_e$  de type échelon, dans le cas où la consigne de pression est nulle.



**Question 4** Proposer un réglage de  $K_p$  pour limiter  $\varepsilon_{\text{pert}}$  à la valeur spécifiée au cahier des charges.

**Question 5** Proposer un réglage de  $K_p$  pour vérifier le critère d'amortissement. Conclure quant au choix d'un correcteur proportionnel.

#### Éléments de correction

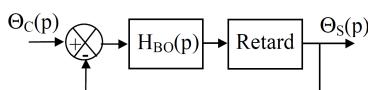
1.  $\varepsilon_{\text{con}} \% = \frac{1}{1 + K_p K_m K_{\text{pom}} K_{\text{cap}}} ;$
2.  $K_p > 19 ;$
3.  $\varepsilon_{\text{pert}} = \Delta Q_e \frac{K_f}{1 + K_{\text{cap}} K_p K_m K_{\text{pom}}} ;$
4.  $K_p > -1 .$
5.  $K_p < 0,125$ . Il est impossible de vérifier les trois conditions avec un correcteur proportionnel.

Corrigé voir 5.



Pas de corrigé pour cet exercice.

### Exercice 196 – Exercice ★



On donne le système suivant dont la FTBF est donnée par  $G(p) = \frac{\Theta_S(p)}{\Theta_C(p)} = \frac{3,24}{p^2 + 3,24p + 3,24}$ . Le retard du système est de 0,2 s.

L'asservissement est donné par le schéma-blocs suivant.

**Question 1** En considérant le retard nul, déterminer l'écart statique.

**Question 2** En considérant le retard nul, déterminer l'écart statique, déterminer l'expression de la boucle ouverte  $H_{BO}(p)$ .

**Question 3** Déterminer l'expression de  $G_r(p)$ , transmittance en boucle fermée du système avec retard de 0,2 s. Le système est soumis à une rampe de  $0,1 \text{ rad s}^{-1}$ .

**Question 4** Donner la valeur de l'erreur de traînage correspondant à cette entrée, en négligeant le retard.

**Question 5** Donner la valeur de l'écart statique du système avec retard.

**Question 6** Donner la valeur de l'erreur de traînage du système avec retard.

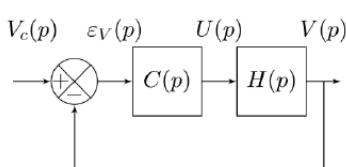
Corrigé voir 5.



Pas de corrigé pour cet exercice.

### Exercice 195 – Exercice ★

L'asservissement de vitesse est à présent modélisé par le schéma-blocs de la figure suivante à retour unitaire. Cet asservissement n'est valable que pour les petites variations de vitesse.  $H(p)$  correspond à la fonction de transfert en boucle ouverte naturelle (non corrigée),  $C(p)$  est le correcteur.



$$H(p) = \frac{K_N}{(1 + T_m p)(1 + T_e p)} \text{ avec } K_N = 20 \text{ ms}^{-1} \text{V}^{-1}, T_m = 5 \text{ s}, T_e = 0,5 \text{ s}.$$

## Objectif

► Exigence 1.2 : Garantir un déplacement du chariot de vitesse :

- 1.2.3 Précision :

- \* Erreur statique pour une entrée  $v_c(t) = V_0 u(t)$  avec  $V_0 = 8 \text{ m s}^{-1}$  :  $E_S = 0 \text{ m s}^{-1}$ .
- \* Erreur de trainage pour une entrée  $v_c(t) = \gamma_0 t u(t)$  avec  $\gamma_0 = 1,6 \text{ m s}^{-2}$  :  $E_T \leq 0,16 \text{ m s}^{-1}$ .

Le concepteur choisit un correcteur Proportionnel Intégral :  $C_1(p) = \frac{C}{T_i p} (1 + T_i p)$  avec  $T_i = T_m$ .

**Question 1** Déterminer les expressions littérales de l'erreur statique  $E_S$  (consigne : échelon d'amplitude  $V_0$ ) et de l'erreur de trainage  $E_T$  (consigne : rampe de pente  $\gamma_0$ ) de cet asservissement corrigé avec  $C_1(p)$  en fonction de la consigne, du gain  $K_N$  et des paramètres du correcteur et  $C$  et  $T_m$ .

**Question 2** En déduire la condition (notée  $C_\varepsilon$ ) sur le gain  $C$  du correcteur permettant de satisfaire l'exigence 1.2.3 du cahier des charges.

On choisit finalement un correcteur PID :  $C_2(p) = C \left( 1 + \frac{1}{T_i p} + T_d p \right)$  avec  $T_i = 2T_e$  et  $T_d = \frac{T_e}{2}$ .

**Question 3** Montrer qu'on peut mettre ce correcteur sous la forme  $C_2(p) = \frac{K}{p} (1 + T p)^2$  et donner les expressions de  $K$  et de  $T$  en fonction de  $C$  et  $T_e$ .

**Question 4** Donner l'expression de la fonction de transfert en boucle ouverte du système corrigé.

**Question 5** Déterminer les expressions littérales de l'erreur statique  $E_S$  (consigne : échelon d'amplitude  $V_0$ ) et de l'erreur de traînage  $E_T$  (consigne : rampe de pente  $\gamma_0$ ) de cet asservissement corrigé.

**Question 6** En déduire la condition sur la valeur du gain  $K$  du correcteur permettant de satisfaire l'exigence 1.2.3 du cahier des charges.

Corrigé voir 6.

## Exercice 194 – Pompe à piston radial ★

03 GEO

Soit le mécanisme suivant. On a  $\overrightarrow{AO} = e \vec{i}_0$  et  $\overrightarrow{AB} = \lambda(t) \vec{i}_1$ . De plus  $e = 10 \text{ mm}$  et  $R = 20 \text{ mm}$ . Le contact entre 0 et 2 en B est maintenu en permanence (notamment par effet centrifuge lors de la rotation de la pompe).

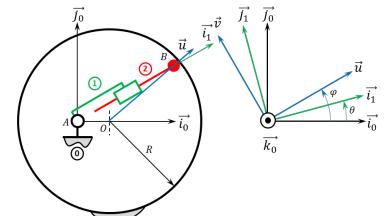
**Question 1** Tracer le graphe des liaisons.

**Question 2** Exprimer  $\lambda(t)$  en fonction de  $\theta(t)$ .

**Question 3** En utilisant Python, tracer  $\lambda(t)$  en fonction de  $\theta(t)$ .

**Question 4** Exprimer  $\dot{\lambda}(t)$  en fonction de  $\dot{\theta}(t)$ .

On prendra une section de piston 2 de  $1 \text{ cm}^2$  et une fréquence de rotation de  $\dot{\theta}(t) = \pi \times 2 \text{ rad s}^{-1}$ .



**Question 5** Exprimer le débit instantané de la pompe.

**Question 6** En utilisant Python, tracer le débit instantané de la pompe pour un tour de pompe pour  $e = 10 \text{ mm}$  et  $e = 15 \text{ mm}$ .

**Question 7** En utilisant Python, tracer le débit instantané de la pompe pour un tour de pompe pour  $e = 10 \text{ mm}$  pour une pompe à 5 pistons (5 branches 1+2).

### Éléments de correction

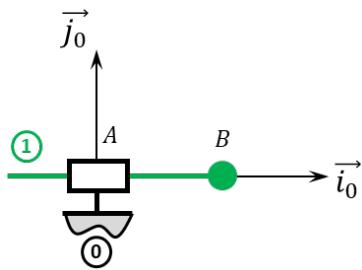
Indications (à vérifier...):

1. .
2.  $\lambda(t) = \frac{e \cos \theta(t)}{\sqrt{e^2 \cos^2 \theta(t) - e^2 + R^2}} \pm$
3. .
4.  $q(t) = S\dot{\lambda}(t)$ .
5. .

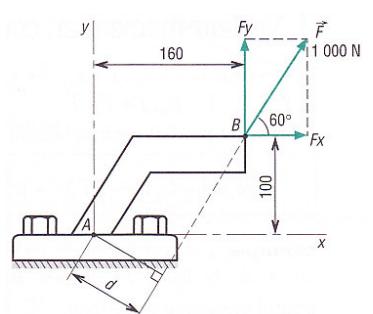
Corrigé voir 6.



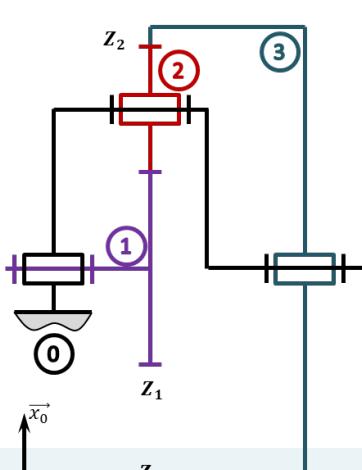
Pas de corrigé pour cet exercice.



Corrigé voir 1.



Corrigé voir 1.



## Exercice 193 – Mouvement T – ★

Soit le mécanisme suivant.

**Question 1** Réaliser le paramétrage du mécanisme.

## Exercice 192 – Calcul de moment★

**Question 1** Déterminer  $\overrightarrow{\mathcal{M}}(B, F)$ .

**Question 2** Déterminer  $\overrightarrow{\mathcal{M}}(A, F)$ .

## Exercice 191 – Train simple ★

Soit le train d'engrenages suivant.

**Question 1** Tracer le graphe des liaisons.

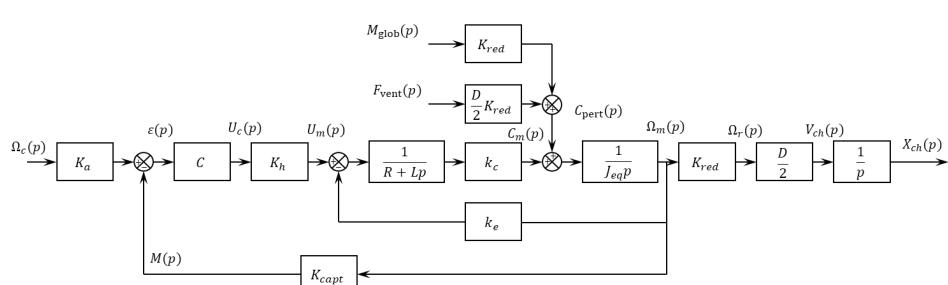
**Question 2** Déterminer  $\frac{\omega_{3/0}}{\omega_{1/0}}$  en fonction du nombre de dents des roues dentées.

**Question 3** Donner une relation géométrique entre  $Z_1$ ,  $Z_2$  et  $Z_3$  permettant de garantir le fonctionnement du train d'engrenages.

## Exercice 190 – La Seine Musicale★

Soit le schéma-blocs suivant.

**Question 1** En considérant que la perturbation  $C_{\text{pert}}(p)$  est nulle, déterminer  $H_f(p) = \frac{\Omega_m(p)}{\Omega_c(p)}$  sous forme canonique.



**Question 2** En prenant  $\Omega_c(p) = 0$ , exprimer la fonction de transfert  $H_r(p) = \frac{\Omega_m(p)}{C_{\text{pert}}(p)}$

en la mettant sous la forme :  $H_r(p) = -\frac{\alpha(1 + \tau p)}{1 + \gamma p + \delta p^2}$ . Exprimer  $\alpha, \tau, \gamma$  et  $\delta$  en fonction des différents paramètres de l'étude.

**Question 3** Exprimer  $X_{\text{ch}}(p)$  en fonction de  $\Omega_m(p)$  et  $C_{\text{pert}}(p)$ .

#### Éléments de correction

$$1. H_f(p) = \frac{K_a}{(k_e k_c + CK_h K_{\text{capt}} k_c)} \frac{CK_h k_c}{\frac{J_{eq}(R + Lp)}{k_e k_c + CK_h K_{\text{capt}} k_c} p + 1}.$$

$$2. \alpha = -\frac{R}{(CK_h K_{\text{capt}} + k_e) k_c}, \quad \tau = \frac{L}{R}, \quad \gamma = \frac{R J_{eq}}{(CK_h K_{\text{capt}} + k_e) k_c}, \quad \delta = \frac{L J_{eq}}{(CK_h K_{\text{capt}} + k_e) k_c}.$$

$$3. X_{ch}(p) = (H_f(p)\Omega_c(p) + H_r(p)C_{\text{pert}}(p)) \frac{DK_{\text{red}}}{2p}.$$

Corrigé voir 3.

## Exercice 189 – Pompe à piston axial ★

03 GEO

Soit le mécanisme suivant. On a  $\overrightarrow{AB} = e \vec{i}_1$  et  $\overrightarrow{BI} = R \vec{j}_0$  et  $\overrightarrow{AC} = \lambda(t) \vec{j}_0$ . De plus,  $e = 10 \text{ mm}$  et  $R = 20 \text{ mm}$ . Le contact entre 1 et 2 en B est maintenu en permanence par un ressort suffisamment raide (non représenté) positionné entre 0 et 2.

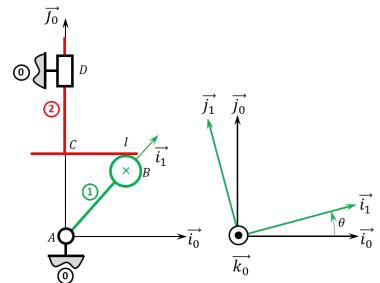
**Question 1** Tracer le graphe des liaisons.

**Question 2** Exprimer  $\lambda(t)$  en fonction de  $\theta(t)$ .

**Question 3** Exprimer  $\dot{\lambda}(t)$  en fonction de  $\dot{\theta}(t)$ .

**Question 4** On note  $S$  la section du piston 2. Exprimer le débit instantané de la pompe.

**Question 5** En utilisant Python, tracer le débit instantané de la pompe pour un tour de pompe pour  $e = 10 \text{ mm}$  et  $R = 10 \text{ mm}$  ainsi que pour  $e = 20 \text{ mm}$  et  $R = 5 \text{ mm}$ . La fréquence de rotation est  $\dot{\theta}(t) = 100 \text{ rad s}^{-1}$ , la section du piston est donnée par  $S = 1 \text{ cm}^2$ .



## Exercice 188 – Mouvement RT ★

#### Éléments de correction

1. .
2.  $e \sin \theta + R - \lambda(t) = 0$ .
3.  $\dot{\lambda}(t) = e \dot{\theta}(t) \cos \theta(t)$ .
4.  $q(t) = e S \theta(t) \cos \theta(t)$ .
5. .

Corrigé voir 3.

C2-05

Soit le mécanisme suivant.

**Question 1** Réaliser le paramétrage du mécanisme.

5 CIN

Pas de corrigé pour cet exercice.

## Exercice 187 – Pompe à palettes ★

Soit le mécanisme suivant.

Corrigé voir 1.

**Question 1** Réaliser le paramétrage du mécanisme.

or CIN

Pas de

A  
D  
C

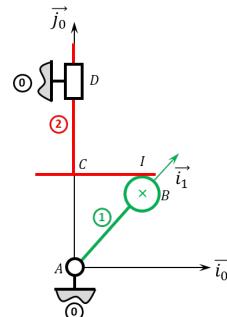
## Exercice 186 – Pompe à piston axial ★

Soit le mécanisme suivant.

**Question 1** Réaliser le paramétrage du mécanisme.



Pas de corrigé pour cet exercice.



Corrigé voir 1.



Pas de corrigé pour cet exercice.

## Exercice 185 – Tabouret ★★

**Question 1** Proposer un schéma cinématique permettant de modéliser la liaison entre l'assise et le sol.

## Exercice 184 – Tabouret ★★

**Question 1** Proposer 3 schémas cinématiques permettant de modéliser les contacts entre le sol et le tabouret.

## Exercice 183 – Mouvement T – ★

Soit le mécanisme suivant.

**Question 1** Réaliser le paramétrage du mécanisme.



Corrigé voir 1.



Pas de corrigé pour cet exercice.

## Exercice 182 – Mouvement T – ★

Soit le mécanisme suivant. On note  $\overrightarrow{AB} = \lambda(t)\overrightarrow{i_0}$ .

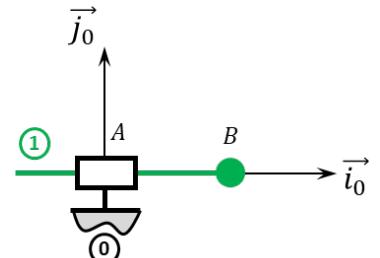
**Question 1** Réaliser le paramétrage du mécanisme.



Corrigé voir 1.



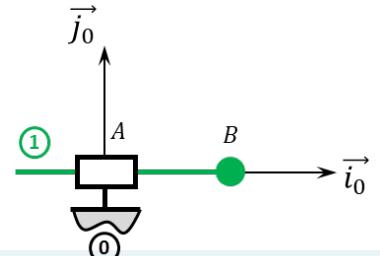
Pas de corrigé pour cet exercice.



Corrigé voir 1.



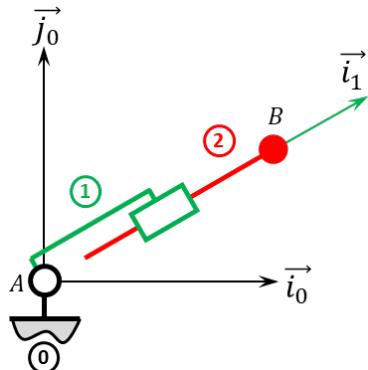
Pas de corrigé pour cet exercice.



## Exercice 181 – Mouvement RT ★

CIN

Pas de corrigé pour cet exercice.



Corrigé voir 1.

Pas de corrigé pour cet exercice.

C2-05

Soit le mécanisme suivant.

**Question 1** Réaliser le paramétrage du mécanisme.

## Exercice 180 – Mouvement RT ★

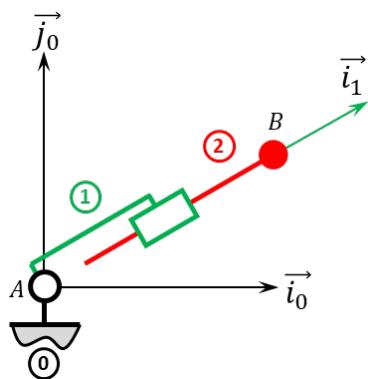
B2-13

Soit le mécanisme suivant. On a  $\overrightarrow{AB} = \lambda(t)\vec{i}_1$ .

**Question 1** Réaliser le paramétrage du mécanisme.

Corrigé voir 1.

Pas de corrigé pour cet exercice.



Corrigé voir 1.

CIN

Pas de corrigé pour cet exercice.

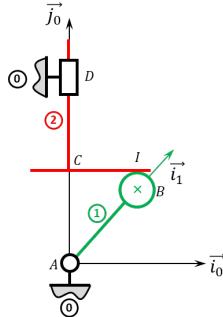
## Exercice 179 – Pompe à piston axial ★

Soit le mécanisme suivant.

**Question 1** Réaliser le paramétrage du mécanisme.

Corrigé voir 1.

Pas de corrigé pour cet exercice.



Corrigé voir 1.

## Exercice 178 – Mouvement T – ★

02 CIN

Soit le mécanisme de la figure 2. On note  $\vec{AB} = \lambda(t) \vec{i}_0$ .

**Question 1** Quel est le mouvement de 1 par rapport à 0.

**Question 2** Donner l'équation paramétrique de la trajectoire du point B, point appartenant à 1 par rapport à 0.

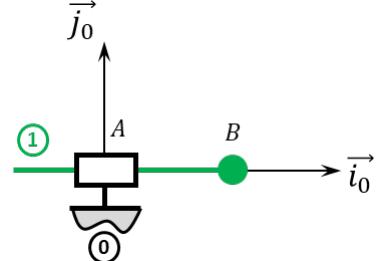


FIGURE 2 – 1 translation

## Exercice 177 – Mouvement T – ★

Soit le mécanisme de la figure 3. On note  $\vec{AB} = \lambda(t) \vec{i}_0$ .

**Question 1** Donner le torseur cinématique  $\{\mathcal{V}(1/0)\}$  au point B.

**Question 2** Déterminer  $\overline{\Gamma(B, 1/0)}$ .

Éléments de correction

1. .
2.  $x_B(t) = \lambda(t)$ .

Corrigé voir 1.

02 CIN

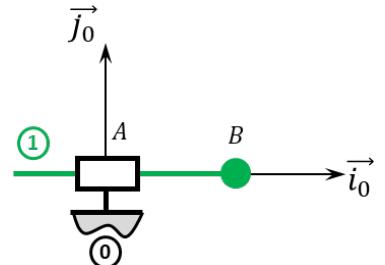


FIGURE 3 – 1 translation

## Exercice 176 – Mouvement RT ★

Soit le mécanisme suivant. On a  $\vec{AB} = \lambda(t) \vec{i}_1$ .

**Question 1** Donner l'ensemble des positions accessibles par le point B.

**Question 2** Donner l'équation horaire (trajectoire en fonction du temps) du point B dans le mouvement de 2 par rapport à 0.

On souhaite que le point B réalise un segment entre les points  $[-25, 25]$  et  $[25, 25]$ .

**Question 3** Donner les expressions de  $\theta(t)$  et  $\lambda(t)$  permettant la réalisation de cette trajectoire à la vitesse  $v = 0,01 \text{ m s}^{-1}$ .

**Question 4** En utilisant Python, tracer  $\theta(t)$ ,  $\lambda(t)$  et la trajectoire générée.

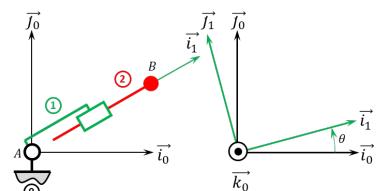
Éléments de correction

1.  $\{\mathcal{V}(1/0)\} = \left\{ \begin{array}{l} \vec{0} \\ \dot{\lambda}(t) \vec{i}_0 \end{array} \right\}_{\forall P}$
2.  $\overline{\Gamma(B, 1/0)} = \ddot{\lambda}(t) \vec{i}_0$ .

Corrigé voir 2.

02 CIN

Pas de corrigé pour cet exercice.



## Exercice 175 – Mouvement RT ★

Soit le mécanisme suivant. On a  $\vec{AB} = \lambda(t) \vec{i}_1$ .

**Question 1** Déterminer  $\overline{V(B, 2/0)}$  par dérivation vectorielle.

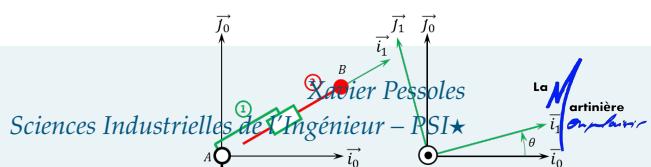
**Question 2** Déterminer  $\overline{V(B, 2/0)}$  par composition.

**Question 3** Donner le torseur cinématique  $\{\mathcal{V}(2/0)\}$  au point B.

**Question 4** Déterminer  $\overline{\Gamma(B, 2/0)}$ .

Corrigé voir 2.

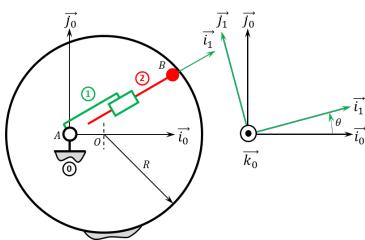
B2-13



## Exercice 174 – Pompe à palettes ★

Soit le mécanisme suivant. On a  $\overrightarrow{AO} = e \vec{i}_0$  et  $\overrightarrow{AB} = \lambda(t) \vec{i}_1$ . De plus  $e = 10 \text{ mm}$  et  $R = 20 \text{ mm}$ . Le contact entre 0 et 2 en B est maintenu en permanence (notamment par effet centrifuge lors de la rotation de la pompe).

Il est possible de mettre la loi entrée-sortie sous la forme  $\dot{\lambda}_+(t) = -e\dot{\theta}(t) \sin \theta(t) - \frac{e^2\dot{\theta}(t) \cos \theta(t) \sin \theta(t)}{\sqrt{e^2 \cos^2 \theta(t) - e^2 + R^2}}$  (voir exercice ?? – à vérifier).



Indications :

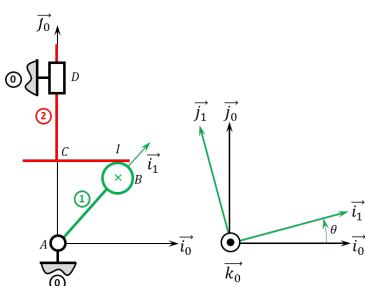
$$\begin{aligned} 1. \quad & \{ \mathcal{V}(2/0) \} = \left\{ \begin{array}{l} \dot{\theta}(t) \vec{k}_0 \\ \dot{\lambda}(t) \vec{i}_1 + \lambda(t) \dot{\theta}(t) \vec{j}_1 \end{array} \right\}_B \\ 2. \quad & \overline{\Gamma(B, 2/0)} = \ddot{\lambda}(t) \vec{i}_1 + 2\dot{\lambda}(t) \dot{\theta}(t) \vec{j}_1 + \lambda(t) \ddot{\theta}(t) \vec{j}_1 - \lambda(t) \dot{\theta}^2(t) \vec{i}_1. \end{aligned}$$

Corrigé voir 4.

**Question 1** Donner le torseur cinématique  $\{ \mathcal{V}(2/0) \}$  au point B.

**Question 2** Déterminer  $\overline{\Gamma(B, 2/0)}$ .

02 CIN

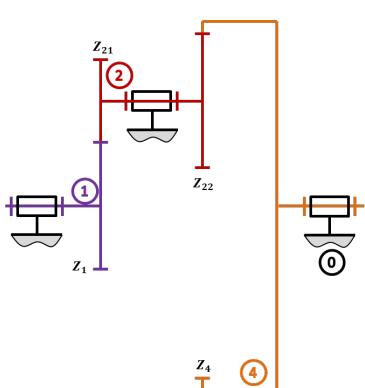


Indications :

$$\begin{aligned} 1. \quad & \{ \mathcal{V}(2/0) \} = \left\{ \begin{array}{l} \vec{0} \\ \dot{\lambda}(t) \vec{j}_0 \end{array} \right\}. \\ 2. \quad & \overline{\Gamma(C, 2/0)} = \ddot{\lambda}(t) \vec{j}_0. \end{aligned}$$

Corrigé voir 2.

03 CIN



Corrigé voir 2.

## Exercice 172 – Train simple ★

Soit le train d'engrenages suivant.

**Question 1** Tracer le graphe des liaisons.

**Question 2** Déterminer  $\frac{\omega_{4/0}}{\omega_{1/0}}$  en fonction du nombre de dents des roues dentées.

**Question 3** Donner une relation géométrique entre  $Z_1$ ,  $Z_{21}$ ,  $Z_{22}$  et  $Z_4$  permettant de garantir le fonctionnement du train d'engrenages (on fera l'hypothèse que toutes les roues dentées ont le même module).

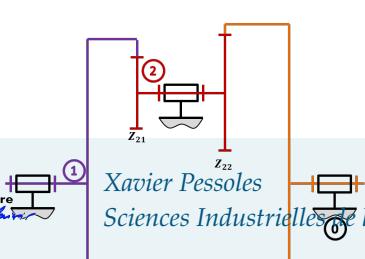
## Exercice 171 – Train simple ★

Soit le train d'engrenages suivant.

**Question 1** Tracer le graphe des liaisons.

**Question 2** Déterminer  $\frac{\omega_{4/0}}{\omega_{1/0}}$  en fonction du nombre de dents des roues dentées.

03 CIN



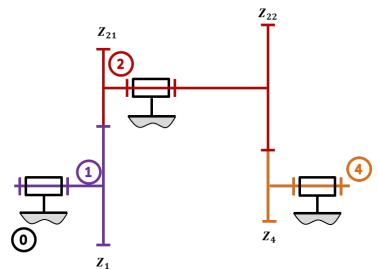
## Exercice 170 – Train simple ★

03 CIN

Soit le train d'engrenages suivant.

**Question 1** Tracer le graphe des liaisons.

**Question 2** Déterminer  $\frac{\omega_{4/0}}{\omega_{1/0}}$  en fonction du nombre de dents des roues dentées.



Corrigé voir 2.

D'après ressources Pole Chateaubriand – Joliot-Curie.

03 CIN

Pas de corrigé pour cet exercice.

## Exercice 169 – Train simple ★

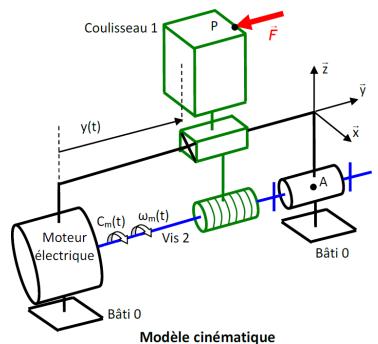
L'usinage est une opération de transformation d'un produit par enlèvement de matière. Cette opération est à la base de la fabrication de produits dans les industries mécaniques. La génération d'une surface par enlèvement de matière est obtenue grâce à un outil muni d'au moins une arête coupante. Les différentes formes de pièces sont obtenues par des translations et des rotations de l'outil par rapport à la pièce.

On s'intéresse ici à l'axe Y qui met en mouvement le coulisseau 1, sur lequel est fixée l'outil, par rapport au bâti 0. Le coulisseau 1 est mis en mouvement par un moteur électrique qui délivre un couple moteur  $C_m(t)$ .

On note  $p$  le pas de vis.

**Question 1** Tracer le graphe des liaisons.

**Question 2** Définir la loi entrée-sortie entre la vitesse de translation du coulisseau et la vitesse de rotation du moteur.



Corrigé voir 2.

02 STAT

Pas de corrigé pour cet exercice.

## Exercice 168 – Calcul de moment★

**Question 1** Déterminer  $\overrightarrow{M}(B, \vec{F})$ .

**Question 2** Déterminer  $\overrightarrow{M}(O, \vec{F})$ .

## Exercice 167 – Calcul de moment★

**Question 1** Déterminer  $\overrightarrow{M}(B, \vec{F})$ .

**Question 2** Déterminer  $\overrightarrow{M}(A, \vec{F})$ .

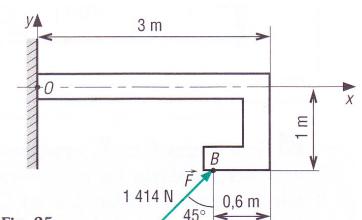


Fig. 25

Corrigé voir 2.

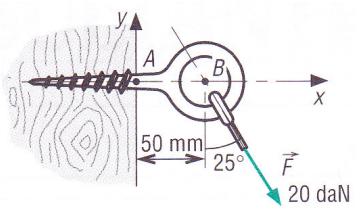
02 STAT

Pas de corrigé pour cet exercice.

## Exercice 166 – Calcul de moment★

**Question 1** Déterminer  $\overrightarrow{M}(A, \vec{F})$ .

**Question 2** Déterminer  $\overrightarrow{M}(B, \vec{F})$ .



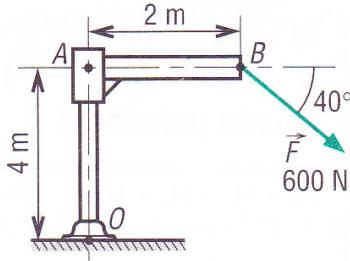
Corrigé voir ??.

02 STAT

Pas de corrigé pour cet exercice.

STAT

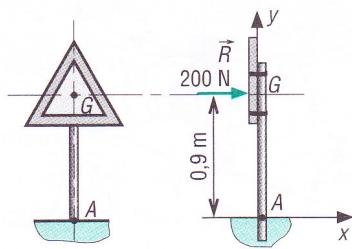
Pas de corrigé pour cet exercice.



Corrigé voir 2.

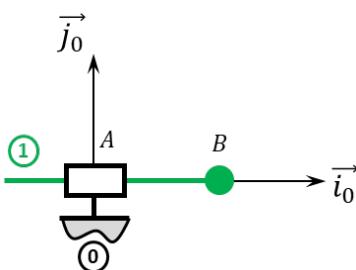
STAT

Pas de corrigé pour cet exercice.



Corrigé voir 2.

STAT



Corrigé voir 2.

## Exercice 165 – Calcul de moment★

**Question 1** Déterminer  $\overrightarrow{\mathcal{M}(B, \vec{F})}$ .

**Question 2** Déterminer  $\overrightarrow{\mathcal{M}(O, \vec{F})}$ .

## Exercice 164 – Calcul de moment★

**Question 1** Déterminer  $\overrightarrow{\mathcal{M}(G, \vec{R})}$ .

**Question 2** Déterminer  $\overrightarrow{\mathcal{M}(A, \vec{R})}$ .

## Exercice 163 – Mouvement T – ★

Soit le mécanisme suivant. On note  $\vec{AB} = \lambda(t) \vec{i}_0$ . On note  $m_1$  la masse du solide 1. On note  $G$  le centre d'inertie de 1 tel que  $\vec{BG} = \ell \vec{j}_1$ . La pesanteur est telle que  $\vec{g} = -g \vec{i}_0$ . Un vérin pneumatique positionné entre 1 et 0 permet de maintenir 1 en équilibre.

**Question 1** Réaliser le graphe d'analyse en faisant apparaître l'ensemble des actions mécaniques.

**Question 2** Donner le torseur de chacune des actions mécaniques.

**Question 3** Simplifier les torseurs dans l'hypothèse des problèmes plans.

**Question 4** Proposer une démarche permettant de déterminer l'effort que doit développer le vérin pour maintenir 1 en équilibre.

### Éléments de correction

Indications :

1. .
2.  $\{\mathcal{F}(0 \rightarrow 1)\} = \left\{ \begin{array}{l} Y_{01} \vec{j}_1 \\ L_{01} \vec{i}_1 \\ M_{01} \vec{j}_1 \\ N_{01} \vec{k}_1 \end{array} \right\}_A, \quad \{\mathcal{F}(\text{pes} \rightarrow 1)\} = \left\{ \begin{array}{l} -m_1 g \vec{i}_1 \\ \vec{0} \end{array} \right\}_G, \quad \{\mathcal{F}(\text{ver} \rightarrow 1)\} = \left\{ \begin{array}{l} F_v \vec{i}_1 \\ \vec{0} \end{array} \right\}_G.$
3.  $\{\mathcal{F}(0 \rightarrow 1)\} = \left\{ \begin{array}{l} Y_{01} \vec{j}_1 \\ N_{01} \vec{k}_1 \end{array} \right\}_A, \quad \{\mathcal{F}(\text{pes} \rightarrow 1)\} = \left\{ \begin{array}{l} -m_1 g \vec{i}_1 \\ \vec{0} \end{array} \right\}_G, \quad \{\mathcal{F}(\text{ver} \rightarrow 1)\} = \left\{ \begin{array}{l} F_v \vec{i}_1 \\ \vec{0} \end{array} \right\}_G.$
4. TRS suivant  $\vec{i}_0$ .

## Exercice 162 – Mouvement R ★

### B2-15

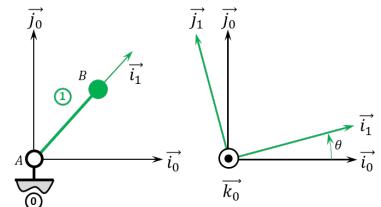
Soit le mécanisme suivant. On a  $\overrightarrow{AB} = R \vec{i}_1$  avec  $R = 20 \text{ mm}$ . La liaison pivot est motorisée par un moteur dont l'action mécanique sur 1 est donnée par  $\overrightarrow{C_m} = C_m \vec{k}_0$ . On note  $m_1$  la masse du solide 1 et  $B$  son centre d'inertie. La pesanteur est telle que  $\vec{g} = -g \vec{j}_0$ .

**Question 1** Réaliser le graphe d'analyse en faisant apparaître l'ensemble des actions mécaniques.

**Question 2** Donner le torseur de chacune des actions mécaniques.

**Question 3** Simplifier les torseurs dans l'hypothèse des problèmes plans.

**Question 4** Proposer une démarche permettant de déterminer l'effort que doit développer le moteur pour maintenir 1 en équilibre.



### Éléments de correction

Indications :

1. .
2.  $\{\mathcal{F}(0 \rightarrow 1)\} = \left\{ \begin{array}{l} X_{01} \vec{i}_1 \\ L_{01} \vec{i}_1 \\ \left\{ \begin{array}{l} -m_1 g \vec{j}_0 \\ 0 \end{array} \right. \end{array} \right\}_B, \quad \{\mathcal{F}(\text{pes} \rightarrow 1)\} = \left\{ \begin{array}{l} \vec{0} \\ C_m \vec{k}_0 \end{array} \right\}_A.$
3.  $\{\mathcal{F}(0 \rightarrow 1)\} = \left\{ \begin{array}{l} X_{01} \vec{i}_1 \\ \vec{0} \\ \left\{ \begin{array}{l} \vec{0} \\ C_m \vec{k}_0 \end{array} \right. \end{array} \right\}_A, \quad \{\mathcal{F}(\text{pes} \rightarrow 1)\} = \left\{ \begin{array}{l} -m_1 g \vec{j}_0 \\ \vec{0} \end{array} \right\}_B,$   
 $\{\mathcal{F}(\text{Mot} \rightarrow 1)\} = \left\{ \begin{array}{l} \vec{0} \\ C_m \vec{k}_0 \end{array} \right\}_A.$
4. TMS en A en projection sur  $\vec{k}_0$ .

Corrigé voir 4.

## 03 STAT

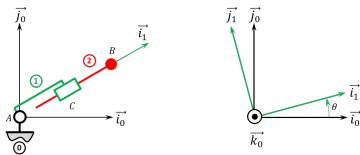
**Exercice 161 – Mouvement RT ★**

Soit le mécanisme suivant. On a  $\overrightarrow{AB} = \lambda(t)\vec{i}_1$  et  $\overrightarrow{AC} = R\vec{i}_1$ . De plus :

- $G_1$  désigne le centre d'inertie de 1 et  $\overrightarrow{AG_1} = L_1\vec{i}_1$ , on note  $m_1$  la masse de 1;
- $G_2 = B$  désigne le centre d'inertie de 2, on note  $m_2$  la masse de 2.

Un moteur électrique positionné entre 0 et 1 permet de maintenir 1 en équilibre. Un vérin électrique positionné entre 1 et 2 permet de maintenir 2 en équilibre.

L'accélération de la pesanteur est donnée par  $\vec{g} = -g\vec{j}_0$ .



**Question 1** Réaliser le graphe d'analyse en faisant apparaître l'ensemble des actions mécaniques.

**Question 2** Donner le torseur de chacune des actions mécaniques.

**Question 3** Simplifier les torseurs dans l'hypothèse des problèmes plans.

**Question 4** Proposer une démarche permettant de déterminer le couple et l'effort que doivent développer chacun des actionneurs pour maintenir le mécanisme en équilibre.

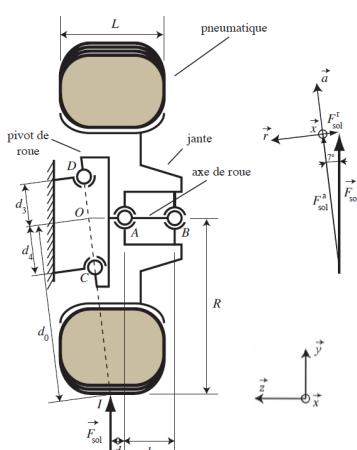
**Question 5** Proposer une démarche permettant de déterminer les efforts inconnus dans les liaisons.

Corrigé voir 4.

**Exercice 160 – Suspension automobile ★★**

## 03 STAT

## 03 STAT



Corrigé voir 5.

## 03 STAT

On s'intéresse à la liaison entre l'axe de la roue et le châssis du véhicule. Les notations adoptées seront les suivantes :  $F_C^a$  (respectivement  $F_C^r$ ,  $F_C^x$ ) désignera la composante suivant  $\vec{a}$  (respectivement  $\vec{r}$ ,  $\vec{x}$ ) de l'effort extérieur exercé en C. On procédera de même pour le point D.

**Question 1** Réaliser le graphe d'analyse en faisant apparaître l'ensemble des actions mécaniques.

**Question 2** Peut-on résoudre complètement le système ? Pourquoi ?

**Exercice 159 – Pèse camion ★★**

On considère un bâti 0 auquel est attaché le repère  $\mathcal{R} = (O; \vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$ . Le champ de pesanteur est  $\vec{g} = -g\vec{y}_0$ . La barre 1 est liée au bâti 0 par une liaison pivot parfaite d'axe  $(A, \vec{z}_0)$ . Le plateau porte camion 2 est lié à la barre 1 par une liaison pivot parfaite d'axe  $(C, \vec{z}_0)$ . Le levier 3 est lié au bâti 0 par une liaison pivot parfaite d'axe  $(B, \vec{z}_0)$ .

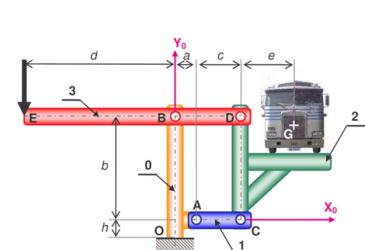
Ce levier est également lié au plateau 2 par une liaison pivot parfaite d'axe  $(D, \vec{z}_0)$ .

Le camion 4, de centre de masse G et de masse M inconnue, repose sur le plateau 2.

L'action mécanique connue est caractérisée par :  $\{\text{ext} \rightarrow 3\} = \left\{ \begin{array}{c} -F\vec{y}_0 \\ \vec{0} \end{array} \right\}_E$ .

**Question 1** Tracer le graphe de structure. Définir le nombre d'inconnues statiques.

**Question 2** Donner la stratégie permettant de déterminer la valeur de F en fonction de M.



Corrigé voir 2.