TD 0
Assistance pour le maniement de charges dans l'industrie– Corrigé

Concours Centrale Supelec TSI 2017.

09 SLCI 05 PERF

Mise en situation

Gestion du mouvement vertical

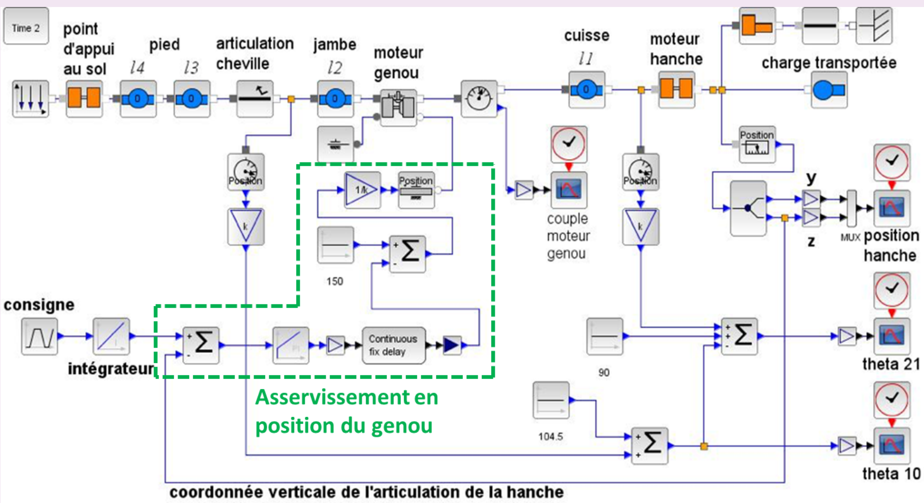
Objectif

Déterminer les réglages de la commande asservie des moteurs genou droit et gauche permettant d'assurer un mouvement vertical ne déséquilibrant pas le porteur de l'exosquelette puis valider les performances attendues listées par le cahier des charges.

Question 1 Déterminer la grandeur physique de la consigne et la grandeur physique asservie à partir du modèle multiphysique présenté plus bas et préciser leurs unités de base dans le système international d'unités (SI).

Correction

Il s'agit d'un asservissement en position.



Question 2 Exprimer $H_\Omega(p) = \dfrac{\Omega_m(p)}{\Omega_{mC}(p)}$ en fonction de J, K_2 et p.

Correction

En faisant l'hypothèse que le couple perturbateur est nul, on a : $H_\Omega(p) = \dfrac{\Omega_m(p)}{\Omega_{mC}(p)} = \dfrac{C_\Omega(p)M_C(p)\dfrac{1}{Jp+f}}{1+C_\Omega(p)M_C(p)\dfrac{1}{Jp+f}}$. En conséquences : $H_\Omega(p) = \dfrac{K_2}{Jp+K_2} = \dfrac{1}{\dfrac{Jp}{CK_2}+1}$.

Question 3 Exprimer $\varepsilon(p)$ en fonction de $\theta_{mC}(p)$, $H_\Omega(p)$, K_1 et p.

Correction

D'une part, $\varepsilon(p) = \theta_{mC}(p) - \theta_m(p)$. D'autre part, $\theta_m(p) = H_\Omega(p)\dfrac{K_1}{p}\varepsilon(p)$. Par suite, $\varepsilon(p) = \theta_{mC}(p) - H_\Omega(p)\dfrac{K_1}{p}\varepsilon(p) \Leftrightarrow \varepsilon(p)\left(1+H_\Omega(p)\dfrac{K_1}{p}\right) = \theta_{mC}(p)$. En conséquences, $\varepsilon(p) = \dfrac{\theta_{mC}(p)}{1+H_\Omega(p)\dfrac{K_1}{p}}$.

Question 4 Déterminer l'erreur de position ε_p puis l'erreur de traînage ε_v. Conclure sur la valeur de K_1 pour satisfaire à l'exigence d'erreur en traînage.

Correction

On a :

- $\varepsilon_p = \lim\limits_{t\to\infty}\varepsilon(t) = \lim\limits_{p\to 0} p\varepsilon(p) = \lim\limits_{p\to 0} p\dfrac{1}{1+H_\Omega(p)\dfrac{K_1}{p}}\dfrac{1}{p} = \lim\limits_{p\to 0}\dfrac{1}{1+\dfrac{1}{\dfrac{Jp}{C_\Omega K_2}+1}\dfrac{K_1}{p}} = 0$ (ce qui était prévisible pour un système de classe 1) ;
- $\varepsilon_v = \lim\limits_{t\to\infty}\varepsilon(t) = \lim\limits_{p\to 0} p\varepsilon(p) = \lim\limits_{p\to 0} p\dfrac{1}{1+H_\Omega(p)\dfrac{K_1}{p}}\dfrac{1}{p^2} = \lim\limits_{p\to 0}\dfrac{1}{1+\dfrac{1}{\dfrac{Jp}{C_\Omega K_2}+1}\dfrac{K_1}{p}}\dfrac{1}{p}$ $= \lim\limits_{p\to 0}\dfrac{1}{p+\dfrac{1}{\dfrac{Jp}{C_\Omega K_2}+1}K_1} = \dfrac{1}{K_1}$ (ce qui était prévisible pour un système de classe 1 et de gain K_1 en BO).

Ainsi, pour avoir une erreur de traînage inférieure à 1%, il faut $\dfrac{1}{K_1} < 0,01$ et $K_1 > 100$.

Question 5 Déterminer l'erreur en accélération et conclure quant au respect du cahier des charges.

Correction

En raisonnant de même, on a : $\varepsilon_a = \lim\limits_{t\to\infty}\varepsilon(t) = \lim\limits_{p\to 0} p\varepsilon(p) = \lim\limits_{p\to 0} p\dfrac{1}{1+H_\Omega(p)\dfrac{K_1}{p}}\dfrac{1}{p^3}$ $= \lim\limits_{p\to 0}\dfrac{1}{1+\dfrac{1}{\dfrac{Jp}{C_\Omega K_2}+1}\dfrac{K_1}{p}}\dfrac{1}{p^2} = 0 = \lim\limits_{p\to 0}\dfrac{1}{p^2+\dfrac{p}{\dfrac{Jp}{C_\Omega K_2}+1}K_1} = \infty$ (ce qui était prévisible pour un système de classe 1).

Ainsi, le correcteur choisi ne permet pas de vérifier le cahier des charges.

Question 6 Exprimer $\varepsilon(p)$ en fonction de $\theta_{mC}(p)$, T, K_1, K_3 et p.

Correction

En utilisant le schéma-blocs, on a :

- $\varepsilon(p) = \theta_{mC}(p) - \theta_m(p)$;
- $\Omega_{mC}(p) = K_3 p \theta_{mC}(p) + K_1 \varepsilon(p)$;
- $\theta_m(p) = \Omega_{mC}(p) \dfrac{1}{p} \dfrac{1}{1+Tp}$.

On a donc : $\varepsilon(p) = \theta_{mC}(p) - \Omega_{mC}(p) \dfrac{1}{p} \dfrac{1}{1+Tp} = \theta_{mC}(p) - \left(K_3 p \theta_{mC}(p) + K_1 \varepsilon(p)\right) \dfrac{1}{p\left(1+Tp\right)} = \theta_{mC}(p) - \dfrac{K_3 p}{p\left(1+Tp\right)} \theta_{mC}(p) - \dfrac{K_1}{p\left(1+Tp\right)} \varepsilon(p)$.

On a alors $\varepsilon(p) \left(1 + \dfrac{K_1}{p\left(1+Tp\right)}\right) = \theta_{mC}(p) \left(1 - \dfrac{K_3}{1+Tp}\right)$

$\Leftrightarrow \varepsilon(p) \dfrac{p\left(1+Tp\right)+K_1}{p\left(1+Tp\right)} = \theta_{mC}(p) \dfrac{1+Tp-K_3}{1+Tp}$.

Enfin, $\varepsilon(p) = \theta_{mC}(p) \dfrac{p\left(1+Tp-K_3\right)}{p\left(1+Tp\right)+K_1}$.

Question 7 Exprimer l'erreur de traînage et déterminer la valeur de K_3 permettant l'annuler cette erreur.

Correction

$\varepsilon_v = \lim\limits_{t\to\infty} \varepsilon(t) = \lim\limits_{p\to 0} p\varepsilon(p) = \lim\limits_{p\to 0} p \dfrac{p\left(1+Tp-K_3\right)}{p\left(1+Tp\right)+K_1} \dfrac{1}{p^2} = \lim\limits_{p\to 0} \dfrac{\left(1+Tp-K_3\right)}{p\left(1+Tp\right)+K_1} = \dfrac{1-K_3}{K_1}$.

Au final, pour annuler l'erreur de traînage, on doit avoir $K_3 = 1$.

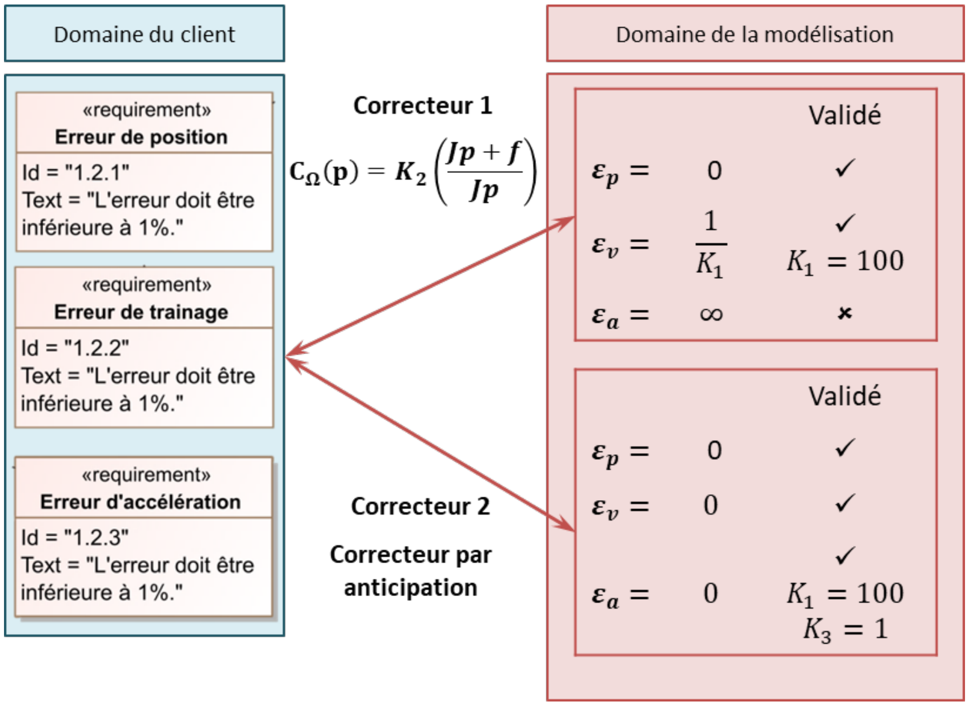
Question 8 Exprimer et déterminer l'erreur d'accélération en prenant les valeurs de K_3 et de K_1 déterminées précédemment. Conclure quant au respect du cahier des charges.

Correction

On a : $\varepsilon_a = \lim\limits_{t\to\infty} \varepsilon(t) = \lim\limits_{p\to 0} p\varepsilon(p) = \lim\limits_{p\to 0} p \dfrac{p\left(1+Tp-K_3\right)}{p\left(1+Tp\right)+K_1} \dfrac{1}{p^3} = \lim\limits_{p\to 0} \dfrac{\left(1+Tp-K_3\right)}{p\left(1+Tp\right)+K_1} \dfrac{1}{p}$. En prenant $K_3 = 1$ et $K_1 = 100$, on obtient : $\varepsilon_a = \dfrac{T}{p\left(1+Tp\right)+100} = \dfrac{33\times 10^{-3}}{100}$. L'erreur est donc de 33×10^{-5}. Le cahier des charges est donc validé.

Synthèse

Question 9 En utilisant la figure ci-dessous, conclure sur les actions qui ont mené à une validation du cahier des charges.



03 NUM

Pas de corrigé pour cet exercice.

Schéma d'Euler★

Question 1 Donner la méthode de résolution numérique des équations différentielles suivantes en utilisant le schéma d'Euler explicite.

$$\begin{cases} y'(t) + \alpha y(t) = \beta \\ y(0) = \gamma \end{cases} \quad (0.1)$$

Équation 1

On a :

$$y'(t) \simeq \frac{y(t+h) - y(h)}{h}$$

En discrétisant le problème, on a $y_k = y(kh) = y(t)$; donc :

$$\frac{y(t+h) - y(h)}{h} + \alpha y(t) = \beta \Longrightarrow \frac{y_{k+1} - y_k}{h} + \alpha y_k = \beta \Longleftrightarrow y_{k+1} = \beta h - \alpha y_k + y_k \Longleftrightarrow y_{k+1} = \beta h +$$

Schéma d'Euler★

03 NUM

Pas de corrigé pour cet exercice.

Question 1 Donner la méthode de résolution numérique des équations différentielles suivantes en utilisant le schéma d'Euler explicite.

$$\ddot{\theta}(t) + \frac{g}{l}\sin\theta = 0$$
$$\theta(0) = 0 \quad \dot{\theta}(0) = 0$$

On pose $y_0(t) = \theta(t)$ et $y_1(t) = \dot{\theta}(t) = y_0'(t)$. On a donc

$$\begin{cases} y_0'(t) = y_1(t) \\ y_1'(t) + \dfrac{g}{l}\sin y_0(t) = 0 \end{cases}$$

Par ailleurs, $y_0(t) = 0$ et $y_1(t) = 0$.

En discrétisant, on a donc :

$$\begin{cases} \dfrac{y_{0,k+1} - y_{0,k}}{h} = y_{1,k} \\ \dfrac{y_{1,k+1} - y_{1,k}}{h} + \dfrac{g}{l}\sin y_{0,k} = 0 \end{cases} \iff \begin{cases} y_{0,k+1} = h y_{1,k} + y_{0,k} \\ y_{1,k+1} = -h\dfrac{g}{l}\sin y_{0,k} + y_{1,k} \end{cases}$$

Diagramme de Bode★

11 SLCI

Question 1 Tracer le diagramme de Bode de la fonction de transfert suivante : $F_2(p) = \dfrac{10}{(1+10p)(10+p)}$. **Tracer asymptotique**

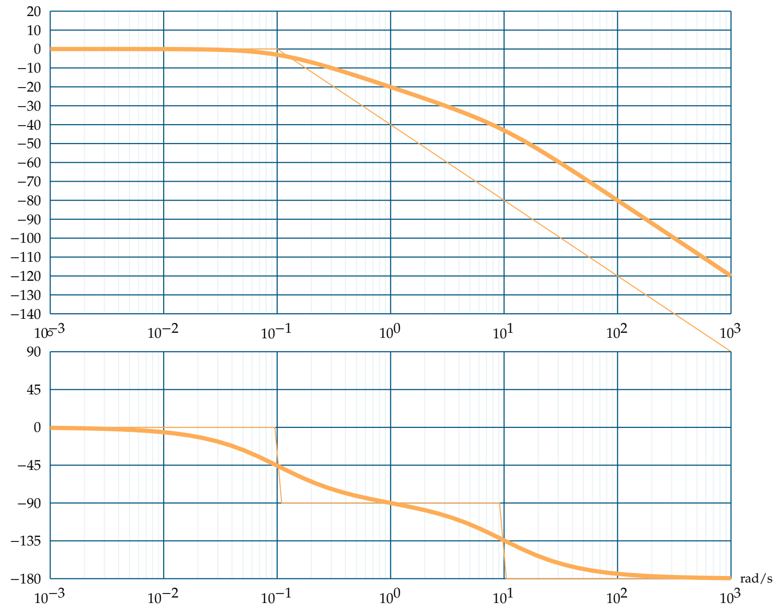
$$F_2(p) = \frac{1}{(1+10p)\left(1+\dfrac{p}{10}\right)}$$

<table>
<tr><td colspan="2"></td><td>$\omega \to 0$</td><td colspan="2">$\omega_1 = \dfrac{1}{10}$ rad/s</td><td colspan="2">$\omega_2 = 10$ rad/s</td><td>$\omega \to \infty$</td></tr>
<tr><td colspan="2">$H_1(p) = \dfrac{1}{1+10p}$</td><td colspan="2">0 dB/décade
0°</td><td colspan="2">−20 dB/décade
−90°</td><td colspan="2">−20 dB/décade
−90°</td></tr>
<tr><td colspan="2">$H_2(p) = \dfrac{1}{1+\frac{p}{10}}$</td><td colspan="2">0 dB/décade
0°</td><td colspan="2">0 dB/décade
0°</td><td colspan="2">−20 dB/décade
−90°</td></tr>
<tr><td colspan="2">$F_2(p)$</td><td colspan="2">0 dB/décade
0°</td><td colspan="2">−20 dB/décade
−90°</td><td colspan="2">−40 dB/décade
−180°</td></tr>
</table>

Positionnement du diagramme de gain Lorsque que ω tend vers 0, le gain tend vers $20\log 1 = 0$ dB.

Question 2 Le système est sollicité par une entrée sinusoïdale de période 6 s et d'amplitude 10. Quel est le signal de sortie ? Pour une période de 60 s, la pulsation est de $\dfrac{2\pi}{T}$ soit $\omega = 0{,}1\,\text{rad s}^{-1}$. Pour cette pulsation le gain est de −5 dB et le déphasage de $-\dfrac{\pi}{4}$.

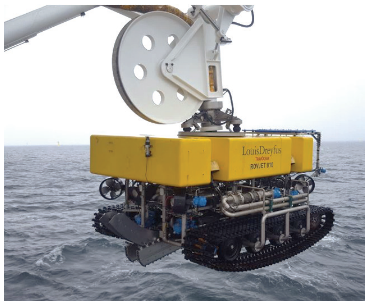
On a donc $20\log(S/E) = -5$ soit $S = E \times 10^{-5/20} = 10 \times 0,56 = 5,6$. Le signal d'entrée est donc $e(t) = 10\sin(0,1t)$ et le signal de sortie $s(t) = 5,6\sin\left(0,1t - \dfrac{\pi}{4}\right)$.


20
10
0
−10
−20
−30
−40
−50
−60
−70
−80
−90
−100
−110
−120
−130
−140
90
45
0
−45
−90
−135
−180
10^{-3}
10^{-2}
10^{-1}
10^{0}
10^{1}
10^{2}
10^{3}
rad/s

TD 1
Bateau support de ROV– Corrigé

Concours Centrale Supelec – MP 2019.

02 SLCI 09 SLCI 11 SLCI



Introduction

Objectif

Vérifier si le bateau support est capable de limiter suffisamment les effets de la houle.

Question 1 Rappeler la définition du gain en décibel. En déduire la valeur en décibel traduisant l'exigence Id 1.1.

Correction

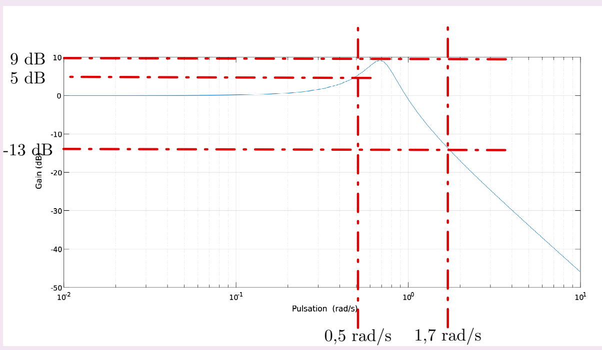
La définition du gain en décibel de la fonction de transfert $B(j\omega)$ est $G_{\text{dB}}(\omega) = 20\log\left|\dfrac{Y_S(j\omega)}{Y_{\text{vague}}(j\omega)}\right|$. L'exigence Id 1.1 impose une amplitude maximale du ROV de 1 m pour 5 m de houle soit :

$$\boxed{G_{\text{dB}(\omega)} < 20\log\frac{1}{5} \approx -14\text{ dB} \ \ \forall \ \ \omega \in [0,5;1,7]\text{ rad/s.}}$$

Question 2 En faisant apparaître le domaine d'utilisation, montrer que le système ne répond pas à l'exigence d'atténuation d'une houle de 5 m.

Correction

On observe un phénomène de résonance, le système amplifie la houle entre 0,5 et 1 rad/s et l'atténue à une valeur maximale de 13-14 dB pour 1,7 rad/s. Le système ne répond donc pas à l'exigence d'atténuation d'une houle de 5 m.



Étude du système de compensation de houle PHC (Passiv Heave Compensator)

Objectif

Dimensionner un système passif de compensation de la houle et tester sa conformité aux exigences du cahier des charges.

Question 3 Réécrire l'équation (1) en tenant compte de cette hypothèse. Après avoir appliqué les transformées de Laplace aux équations (1) et (2) et en considérant les conditions initiales nulles aux équations précédentes, déterminer l'équation, notée (3), sous la forme : $\Delta P_E(p) = K_1(1+\tau_1 p)(Y_h(p) - Y_{\text{ROV}}(p))$ (4). *Exprimer K_1 et τ_1 en fonction de A, V_{G0}, r, C_{qR} et P_{G0}.*

Correction

On écrit les équations (1) et (2) dans le domaine de Laplace en tenant compte de l'hypothèse de fluide incompressible :

$$\begin{aligned} Sp\left(Y_h(p) - Y_{\text{ROV}}(p)\right) + C_{qR}\left(\Delta P_G(p) - \Delta P_E(p)\right) &= 0, \\ \frac{rP_{G0}C_{qR}}{V_{G0}}\left(\Delta P_E(p) - \Delta P_G(p)\right) &= p\Delta P_G(t). \end{aligned} \quad (0.2)$$

L'équation (2) donne :

$$\begin{aligned} \Delta P_G(t)\left(p + \frac{rP_{G0}C_{qR}}{V_{G0}}\right) &= \frac{rP_{G0}C_{qR}}{V_{G0}}\Delta P_E(p), \\ \Delta P_G(t) &= \frac{rP_{G0}C_{qR}}{pV_{G0}+rP_{G0}C_{qR}}\Delta P_E(p). \end{aligned}$$

En remplaçant dans (1), on obtient :

$$Sp\left(Y_h(p) - Y_{\text{ROV}}(p)\right) + C_{qR}\left(\frac{rP_{G0}C_{qR}}{pV_{G0}+rP_{G0}C_{qR}}\Delta P_E(p) - \Delta P_E(p)\right) = 0,$$

$$Sp\left(Y_h(p) - Y_{\text{ROV}}(p)\right) = C_{qR}\left(1 - \frac{rP_{G0}C_{qR}}{pV_{G0}+rP_{G0}C_{qR}}\right)\Delta P_E(p),$$

$$\Delta P_E(p) = \frac{Sp}{C_{qR}}\frac{pV_{G0}+rP_{G0}C_{qR}}{pV_{G0}}\left(Y_h(p) - Y_{\text{ROV}}(p)\right),$$

$$\Delta P_E(p) = \frac{S}{C_{qR}}\frac{rP_{G0}C_{qR}}{V_{G0}}\left(\frac{V_{G0}}{rP_{G0}C_{qR}}p+1\right)\left(Y_h(p) - Y_{\text{ROV}}(p)\right).$$

Enfin, on obtient :

$$\Delta P_E(p) = \frac{SrP_{G0}}{V_{G0}}\left(\frac{V_{G0}}{rP_{G0}C_{qR}}p+1\right)\left(Y_h(p) - Y_{\text{ROV}}(p)\right).$$

Par identification :

$$\boxed{K_1 = \frac{SrP_{G0}}{V_{G0}} \text{ et } \tau = \frac{V_{G0}}{rP_{G0}C_{qR}}.}$$

Question 4 Appliquer les transformées de Laplace, en considérant les conditions initiales nulles à l'équation (3) et à l'équation (4). Donner la fonction de transfert : $H(p) = \dfrac{Y_{\text{ROV}}(p)}{Y_h(p)} = \dfrac{1+\tau p}{1+\dfrac{2\zeta}{\omega_0}p+\dfrac{p^2}{\omega_0^2}}$. Exprimer ω_0, ζ et τ en fonction des constantes définies précédemment.

Correction

La transformée de Laplace de (3) est :

$$\alpha p^2 Y_{\text{ROV}}(p) + \beta p \left(Y_{\text{ROV}}(p) - Y_h(p)\right) = \gamma \Delta P_E(p).$$

En utilisant (4), on obtient :

$$\begin{aligned}
\alpha p^2 Y_{\text{ROV}}(p) + \beta p \left(Y_{\text{ROV}}(p) - Y_h(p)\right) &= \gamma K_1 \left(\tau_1 p + 1\right)\left(Y_h(p) - Y_{\text{ROV}}(p)\right), \\
\left(\alpha p^2 + \beta p + \gamma K_1 \left(\tau_1 p + 1\right)\right) Y_{\text{ROV}}(p) &= \left(\gamma K_1 \left(\tau_1 p + 1\right) + \beta p\right) Y_h(p).
\end{aligned}$$

On obtient :

$$\begin{aligned}
H(p) &= \frac{\gamma K_1 \left(\tau_1 p + 1\right) + \beta p}{\alpha p^2 + \beta p + \gamma K_1 \left(\tau_1 p + 1\right)}, \\
H(p) &= \frac{\gamma K_1 + (\gamma K_1 \tau_1 + \beta) p}{\alpha p^2 + (\beta + \gamma K_1 \tau_1) p + K_1 \gamma}.
\end{aligned}$$

Donc :

$$\boxed{H(p) = \frac{1 + \dfrac{\gamma K_1 \tau_1 + \beta}{K_1 \gamma} p}{1 + \dfrac{\beta + \gamma K_1 \tau_1}{K_1 \gamma} p + \dfrac{\alpha}{K_1 \gamma} p^2}.}$$

Par identification, on obtient :

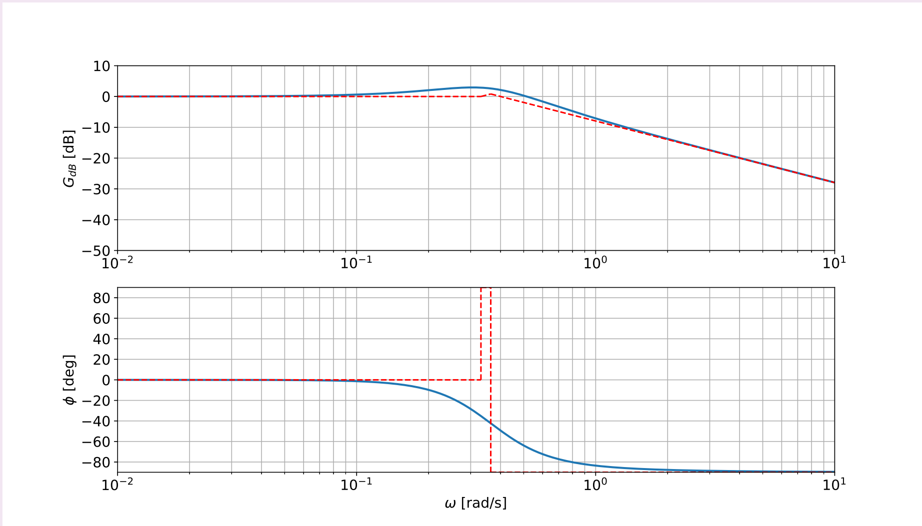
$$\tau = \tau_1 + \frac{\beta}{\gamma K_1} \; ; \; \omega_n = \sqrt{\frac{\gamma K_1}{\alpha}} \; ; \; \zeta = \frac{1}{2} \frac{\beta + \gamma K_1 \tau_1}{\sqrt{\alpha \gamma K_1}}.$$

Question 5 Tracer en vert le diagramme asymptotique du gain de la fonction de transfert du compensateur PHC, $H(p) = \dfrac{Y_{\text{ROV}}(p)}{Y_h(p)}$, en faisant apparaître ses caractéristiques. Tracer en bleu, sur la même figure, l'allure du gain réel du compensateur. Préciser la valeur du gain maximal.

Correction

Diagrammes de Bode de $H(p)$. On identifie 2 pulsations caractéristiques : $\omega_1 = 1/\tau \approx 0,33$ rad/s et $\omega_n = 0,364$ rad/s. On verra apparaître un phénomène de résonance à la pulsation $\omega_r = \omega_0 \sqrt{1 - 2\zeta^2}$ car $\zeta = 0,55 < \sqrt{2}/2$. La résonance sera toutefois faible.

ω	BF $\omega \ll \omega_1$	MF $\omega_1 \ll \omega \ll \omega_n$	HF $\omega_n \ll \omega$
$H(j\omega)$	1	$\tau j\omega$	$\dfrac{\tau\omega_n^2}{j\omega}$
G_{dB}	0	$20\log\tau + 20\log\omega$	$20\log(\tau\omega_n^2) - 20\log\omega$
ϕ	0	$90°$	$-90°$

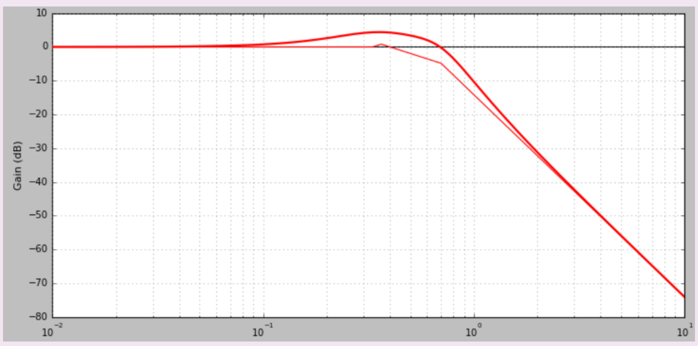


La valeur du gain maxi est de +3 dB (due au premier ordre au numérateur, l'influence du dénominateur est négligeable car la résonance est faible).

Question 6 Exprimer la fonction de transfert de l'ensemble {bateau support + ROV + PHC}, $G(p) = \dfrac{Y_{\text{ROV}}(p)}{Y_{\text{vague}}(p)}$ en fonction de $H(p)$ et $B(p)$. Tracer en rouge l'allure du gain du diagramme de Bode de $G(p)$.

Correction

On a la relation $G(p) = B(p)G(p)$.



Question 7 Choisir, en justifiant la réponse, le réglage du compensateur adapté à l'exigence Id 1.1.

Correction

Le réglage de PHC 4 est celui qui respecte le mieux l'exigence Id1.1.

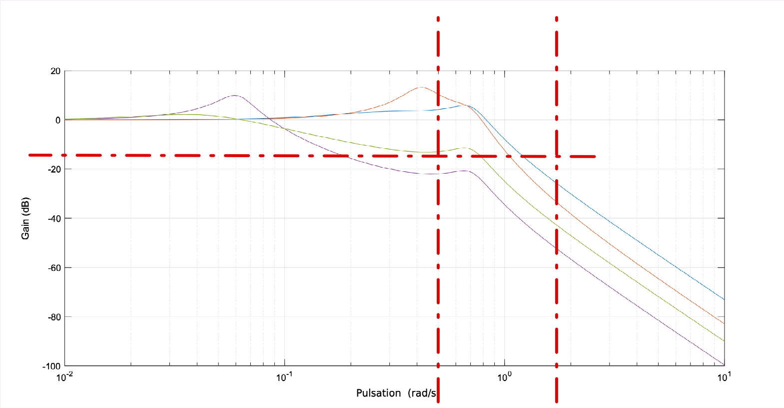


Schéma d'Euler★

03 NUM

Pas de corrigé pour cet exercice.

Question 1 Donner la méthode de résolution numérique des équations différentielles suivantes en utilisant le schéma d'Euler explicite.

$$\begin{cases} y'(t) = -ty^2(t) & \text{si } t > 0 \\ y(0) = \alpha \end{cases} \quad (0.3)$$

La Seine Musicale★

03 SLCI

Question 1 En considérant que la perturbation $C_{\text{pert}}(p)$ est nulle, déterminer $H_f(p) = \dfrac{\Omega_m(p)}{\Omega_c(p)}$ sous forme canonique. Réduction de la boucle du moteur à courant continu :

$$\frac{\Omega_m(p)}{U_m(p)} = \frac{\dfrac{k_c}{R+Lp}\dfrac{1}{J_{eq}p}}{1+\dfrac{k_c}{R+Lp}\dfrac{k_e}{J_{eq}p}} = \frac{k_c}{(R+Lp)\,J_{eq}p + k_e k_c}.$$

On a alors,

$$\frac{X_{ch}(p)}{\Omega_c(p)} = K_a \frac{CK_h \dfrac{k_c}{(R+Lp)\,J_{eq}p + k_e k_c}}{1 + CK_h K_{\text{capt}} \dfrac{k_c}{(R+Lp)\,J_{eq}p + k_e k_c}}$$

$$= K_a \frac{CK_h k_c}{(R+Lp)\,J_{eq}p + k_e k_c + CK_h K_{\text{capt}} k_c}$$

$$= \frac{K_a}{(k_e k_c + CK_h K_{\text{capt}} k_c)} \frac{CK_h k_c}{\dfrac{J_{eq}\,(R+Lp)}{k_e k_c + CK_h K_{\text{capt}} k_c}p + 1}.$$

Question 2 En prenant $\Omega_c(p) = 0$, exprimer la fonction de transfert $H_r(p) = \dfrac{\Omega_m(p)}{C_{\text{pert}}(p)}$ en la mettant sous la forme : $H_r(p) = -\dfrac{\alpha\,(1+\tau p)}{1+\gamma p+\delta p^2}$. Exprimer α, τ, γ et δ en fonction des différents paramètres de l'étude.

Par lecture directe du schéma-blocs, on a $\Omega_m(p) = \dfrac{1}{J_{eq}p}\left(C_{\text{pert}}(p) + C_m(p)\right)$.

De plus, $C_m(p) = \left(U_m(p) - k_e\Omega_m(p)\right)\dfrac{k_c}{R+Lp}$ et $U_m(p) = \varepsilon(p)CK_h = -\Omega_m(p)CK_hK_{\text{capt}}$.

On a donc,

$$\Omega_m(p) = \frac{1}{J_{eq}p}C_{\text{pert}}(p) + \frac{1}{J_{eq}p}\left(-\Omega_m(p)CK_hK_{\text{capt}} - k_e\Omega_m(p)\right)\frac{k_c}{R+Lp}.$$

$$\Leftrightarrow \Omega_m(p) = \frac{1}{J_{eq}p}C_{\text{pert}}(p) + \frac{1}{J_{eq}p}\Omega_m(p)\left(-CK_hK_{\text{capt}} - k_e\right)\frac{k_c}{R+Lp}$$

$$\Leftrightarrow \Omega_m(p)\left(1 + \frac{1}{J_{eq}p}\left(CK_hK_{\text{capt}} + k_e\right)\frac{k_c}{R+Lp}\right) = \frac{1}{J_{eq}p}C_{\text{pert}}(p)$$

$$\Leftrightarrow \frac{\Omega_m(p)}{C_{\text{pert}}(p)} = \frac{\dfrac{1}{J_{eq}p}}{\left(1 + \dfrac{1}{J_{eq}p}\left(CK_hK_{\text{capt}} + k_e\right)\dfrac{k_c}{R+Lp}\right)}$$

$$\Leftrightarrow \frac{\Omega_m(p)}{C_{\text{pert}}(p)} = \frac{R + Lp}{J_{eq}p\left(R + Lp\right) + \left(CK_h K_{\text{capt}} + k_e\right)k_c}$$

$$\Leftrightarrow \frac{\Omega_m(p)}{C_{\text{pert}}(p)} = \frac{R}{\left(CK_h K_{\text{capt}} + k_e\right)k_c} \frac{1 + \dfrac{L}{R}p}{\dfrac{J_{eq}}{\left(CK_h K_{\text{capt}} + k_e\right)k_c}p\left(R + Lp\right) + 1}.$$

Par identification, on a alors : $\alpha = -\dfrac{R}{\left(CK_h K_{\text{capt}} + k_e\right)k_c}$,

$\tau = \dfrac{L}{R}$

$\gamma = \dfrac{RJ_{eq}}{\left(CK_h K_{\text{capt}} + k_e\right)k_c}$

$\delta = \dfrac{LJ_{eq}}{\left(CK_h K_{\text{capt}} + k_e\right)k_c}$.

Question 3 Exprimer $X_{\text{ch}}(p)$ en fonction de $\Omega_c(p)$ et $C_{\text{pert}}(p)$.
D'une part, $\Omega_m(p) = H_f(p)\Omega_c(p)$ quand il n'y a pas de perturbation. D'autre part, $\Omega_m(p) = H_r(p)C_{\text{pert}}(p)$ quand il n'y a pas de perturbation.

Par superposition, on a donc $\Omega_m(p) = H_f(p)\Omega_c(p) + H_r(p)C_{\text{pert}}(p)$.

Par suite, $X_{ch}(p) = \left(H_f(p)\Omega_c(p) + H_r(p)C_{\text{pert}}(p)\right)\dfrac{DK_{\text{red}}}{2p}$.

Diagramme de Bode★

11 SLCI

Question 1 Tracer le diagramme de Bode de la fonction de transfert suivante : $F_3(p) = \dfrac{40}{p\left(1 + 300p\right)}$.

Tracer asymptotique

	$\omega \to 0$	$\omega = \frac{1}{300}$ rad/s	$\omega \to \infty$
$H_1(p) = \frac{40}{p}$	−20 dB/décade −90°		−20 dB/décade −90°
$H_2(p) = \frac{1}{1+300p}$	0 dB/décade 0°		−20 dB/décade −90°
$F_3(p)$	−20 dB/décade −90°		−40 dB/décade −180°

Positionnement du diagramme de gain Lorsque que ω tend vers 0, $F_3(p) \simeq \dfrac{40}{p}$. Cette asymptote de pente −20 dB/decade passe par le point (40, 0).