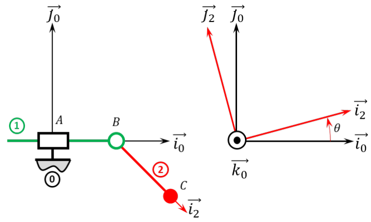
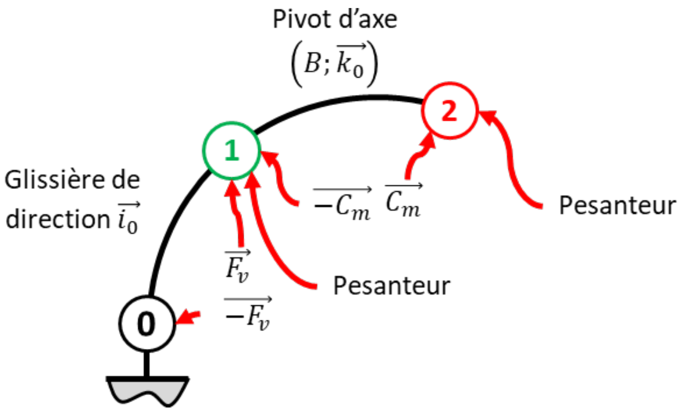
Mouvement TR ★

05 DYN



Question 1 Réaliser le graphe d'analyse en faisant apparaître l'ensemble des actions mécaniques.



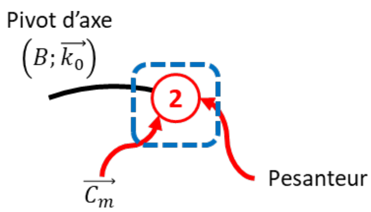
Question 2 Proposer une démarche permettant de déterminer les loi de mouvement de **1** et de **2** par rapport à $\mathcal{R}_0$.

Ce mécanisme présente deux degrés de liberté indépendants : $\lambda(t)$ et $\theta(t)$. Il est donc nécessaire d'écrire, dans le meilleur des cas, deux équations :

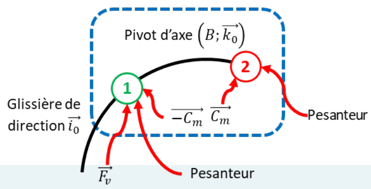
- une équation traduisant la mobilité de 2 par rapport à 1, soit TMD appliqué à 2 en B en projection sur $\overrightarrow{k_0}$;
- une équation traduisant la mobilité de 2+1 par rapport à 0, soit TRD appliqué à 1+2 en projection sur $\overrightarrow{i_0}$.

Stratégie :

- **On isole 2.**
  - **BAME :**
    - actions de la liaison pivot $\{\mathcal{T}(1 \rightarrow 2)\}$;
    - action du moteur $\{\mathcal{T}(\text{mot} \rightarrow 2)\}$;
    - action de la pesanteur $\{\mathcal{T}(\text{pes} \rightarrow 2)\}$.
  - **Théorème :** on applique le théorème du moment dynamique en B au solide **2** en projection sur $\overrightarrow{k_0}$: $C_{\text{mot}} + \overrightarrow{\mathcal{M}(B, \text{pes} \rightarrow 2)} \cdot \overrightarrow{k_0} = \overrightarrow{\delta(B, 2/0)} \cdot \overrightarrow{k_0}$.
  - **Calcul de la composante dynamique :** considérons le cas où la matrice d'inertie est donnée en C. On a donc $\overrightarrow{\delta(C,2/0)} = \dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left[\overrightarrow{\sigma(C,2/0)}\right]_{\mathcal{R}_0} = \dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left[I_C(2)\overrightarrow{\Omega(2/0)}\right]_{\mathcal{R}_0}$. Par suite, $\overrightarrow{\delta(B,2/0)} = \overrightarrow{\delta(C,2/0)} + \overrightarrow{BC} \wedge \overrightarrow{R_d(2/0)}$ avec $\overrightarrow{R_d(2/0)} = m_2 \overrightarrow{\Gamma(C,2/0)}$.



- **On isole 1+2.**
  - **BAME :**
    - actions de la liaison glissière $\{\mathcal{T}(0 \rightarrow 1)\}$;
    - action de la pesanteur $\{\mathcal{T}(\text{pes} \rightarrow 1)\}$;
    - action de la pesanteur $\{\mathcal{T}(\text{pes} \rightarrow 2)\}$;
    - action du vérin $\{\mathcal{T}(\text{ver} \rightarrow 1)\}$.
  - **Théorème :** on applique le théorème de la résultante dynamique à l'ensemble **1+2** en projection sur $\overrightarrow{i_0}$: $\overrightarrow{R(\text{ver} \rightarrow 1)} \cdot \overrightarrow{i_0} = \overrightarrow{R_d(1+2/0)} \cdot \overrightarrow{i_0}$.



- **Calcul de la composante dynamique :** $\overrightarrow{R_d(1+2/0)} = \overrightarrow{R_d(1/0)} + \overrightarrow{R_d(2/0)}$
  $= m_1\overrightarrow{\Gamma(G_1, 1/0)} + m_2\overrightarrow{\Gamma(G_2, 2/0)}$.

Question 3 Mettre en œuvre cette démarche.

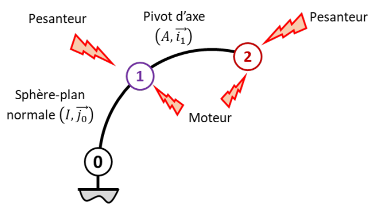
On montre que[1] $\{\mathscr{D}(2/0)\} = \left\{ \begin{array}{l} m_2\left(\ddot{\lambda}(t)\overrightarrow{i_0} + R\left(\ddot{\theta}\overrightarrow{j_2} - \dot{\theta}^2\overrightarrow{i_2}\right)\right) \\ C_2\ddot{\theta}\overrightarrow{k_1} + Rm_2\left(-\sin\theta\ddot{\lambda}(t)\overrightarrow{k_0} + R\ddot{\theta}\overrightarrow{k_2}\right) \end{array} \right\}_B$ et $\overrightarrow{R_d(1+2/0)}\cdot\overrightarrow{i_0} = m_1\ddot{\lambda}(t) + m_2\left(\ddot{\lambda}(t) - R\left(\ddot{\theta}\sin\theta(t) + \dot{\theta}^2\cos\theta\right)\right)$.

1: http://xpessoles-cpge.fr/pdf/DYN-04_06_TR_Corrige.pdf

Mouvement RR – RSG ★★

05 DYN

Question 1 Réaliser le graphe d'analyse en faisant apparaître l'ensemble des actions mécaniques.



Question 2 Proposer une démarche permettant de déterminer les loi de mouvement de **1** et de **2** par rapport à $\mathcal{R}_0$.

- Première équation :
  - On isole 2.
  - Bilan des actions mécaniques extérieures :
    - liaison pivot en A telle que $\overrightarrow{\mathcal{M}(A, 1 \rightarrow 2)} \cdot \overrightarrow{k_0} = \overrightarrow{0}$;
    - pesanteur en B : $\left\{\mathcal{T}(\text{pes} \rightarrow 2)\right\} = \left\{\begin{array}{c} -m_2 g \overrightarrow{j_0} \\ \overrightarrow{0} \end{array}\right\}_B$;
    - couple moteur : $\{\mathcal{T}(1_m \rightarrow 2)\} = \left\{\begin{array}{c} \overrightarrow{0} \\ C_m \overrightarrow{k_0} \end{array}\right\}_{\forall P}$.
  - On applique le théorème du moment dynamique en A en projection sur $\overrightarrow{k_0}$: $\overrightarrow{\delta(A, 2/0)} \cdot \overrightarrow{k_0} = 0 + \left(\overrightarrow{AG_2} \wedge -m_2 g \overrightarrow{j_0}\right) \cdot \overrightarrow{k_0} + C_m$.
- Deuxième équation :
  - On isole 1+2.
  - Bilan des actions mécaniques extérieures :
    - liaison ponctuelle avec RSG en I telle que $\overrightarrow{\mathcal{M}(I, 0 \rightarrow 1)} \cdot \overrightarrow{k_0} = \overrightarrow{0}$;
    - pesanteur en G_1 : $\left\{\mathcal{T}(\text{pes} \rightarrow 1)\right\} = \left\{\begin{array}{c} -m_1 g \overrightarrow{j_0} \\ \overrightarrow{0} \end{array}\right\}_{G_1}$;
    - pesanteur en G_2 : $\left\{\mathcal{T}(\text{pes} \rightarrow 2)\right\} = \left\{\begin{array}{c} -m_2 g \overrightarrow{j_0} \\ \overrightarrow{0} \end{array}\right\}_{G_2}$.
  - On applique le théorème du moment dynamique en I en projection sur $\overrightarrow{k_0}$: $\overrightarrow{\delta(I, 1+2/0)} \cdot \overrightarrow{k_0} = 0 + \left(\overrightarrow{IG_2} \wedge -m_2 g \overrightarrow{j_0}\right) \cdot \overrightarrow{k_0} + \left(\overrightarrow{IG_1} \wedge -m_1 g \overrightarrow{j_0}\right) \cdot \overrightarrow{k_0}$.

Remarque : on ne modélise pas la résistance au roulement.

Question 3 Déterminer les lois de mouvement.

Mouvement RR – RSG ★★

04 DYN

C2-09

Pas de corrigé pour cet exercice.

Question 1 Déterminer $\overrightarrow{R_d(2/0)} \cdot \overrightarrow{i_1}$

(Voir exercice B2-13 46-RR-RSG).

1. $\overrightarrow{V(B, 2/0)} = L\dot{\varphi}(t)\overrightarrow{j_2} + \dot{\theta}(t)\left(L\overrightarrow{j_1} - R\overrightarrow{i_0}\right)$.
2. $\{\mathcal{V}(2/0)\} = \left\{\begin{array}{c} \overrightarrow{\Omega(2/0)} = \left(\dot{\varphi}(t) + \dot{\theta}(t)\right)\overrightarrow{k_0} \\ L\dot{\varphi}(t)\overrightarrow{j_2} + \dot{\theta}(t)\left(L\overrightarrow{j_1} - R\overrightarrow{i_0}\right) \end{array}\right\}_B$.
3. $\overrightarrow{\Gamma(B, 2/0)} = L\ddot{\varphi}(t)\overrightarrow{j_2} - L\dot{\varphi}(t)\left(\dot{\varphi}(t) + \dot{\theta}(t)\right)\overrightarrow{i_2} + \ddot{\theta}(t)\left(L\overrightarrow{j_1} - R\overrightarrow{i_0}\right) - L\dot{\theta}^2(t)\overrightarrow{i_1}$.

$\overrightarrow{R_d(2/0)} \cdot \overrightarrow{i_1} = m_2 \overrightarrow{\Gamma(B, 2/0)} \cdot \overrightarrow{i_1} = \left(L\ddot{\varphi}(t)\overrightarrow{j_2} - L\dot{\varphi}(t)\left(\dot{\varphi}(t) + \dot{\theta}(t)\right)\overrightarrow{i_2} + \ddot{\theta}(t)\left(L\overrightarrow{j_1} - R\overrightarrow{i_0}\right) - L\dot{\theta}^2(t)\overrightarrow{i_1}\right) \cdot$
$\overrightarrow{i_1} = -\sin\varphi(t) L\ddot{\varphi}(t) - L\dot{\varphi}(t)\left(\dot{\varphi}(t) + \dot{\theta}(t)\right)\cos\varphi + \ddot{\theta}(t)\left(L\overrightarrow{j_1} - R\overrightarrow{i_0}\right) - L\dot{\theta}^2(t)$

Question 2 Déterminer $\overrightarrow{\delta(A,2/0)} \cdot \overrightarrow{k_0}$

Calculons $\overrightarrow{\sigma(B,2/0)} = \begin{pmatrix} A_2 & 0 & 0 \\ 0 & B_2 & 0 \\ 0 & 0 & C_2 \end{pmatrix}_{\mathcal{B}_2} \overrightarrow{\Omega(2/0)} = C_2\left(\dot{\varphi}+\dot{\theta}\right)\overrightarrow{k_0}$.

Calculons $\overrightarrow{\delta(B,2/0)} = C_2\left(\ddot{\varphi}+\ddot{\theta}\right)\overrightarrow{k_0}$.

Enfin, $\overrightarrow{\delta(A,2/0)} \cdot \overrightarrow{k_0} = \left(\overrightarrow{\delta(B,2/0)} + \overrightarrow{AB} \wedge \overrightarrow{R_d(2/0)}\right) \cdot \overrightarrow{k_0}$

$= C_2\left(\ddot{\varphi}+\ddot{\theta}\right)+m_2\left(L\overrightarrow{i_1} \wedge \left(L\ddot{\varphi}(t)\overrightarrow{j_2} - L\dot{\varphi}(t)\left(\dot{\varphi}(t)+\dot{\theta}(t)\right)\overrightarrow{i_2} + \ddot{\theta}(t)\left(L\overrightarrow{j_1} - R\overrightarrow{i_0}\right) - L\dot{\theta}^2(t)\overrightarrow{i_1}\right)\right) \cdot$
$\overrightarrow{k_0}$

$= C_2\left(\ddot{\varphi}+\ddot{\theta}\right)+m_2L\left(\left(L\ddot{\varphi}(t)\overrightarrow{i_1} \wedge \overrightarrow{j_2} - L\dot{\varphi}(t)\left(\dot{\varphi}(t)+\dot{\theta}(t)\right)\overrightarrow{i_1} \wedge \overrightarrow{i_2} + \ddot{\theta}(t)\left(L\overrightarrow{i_1} \wedge \overrightarrow{j_1} - R\overrightarrow{i_1} \wedge \overrightarrow{i_0}\right)\right)\right)$
$\overrightarrow{k_0}$

$= C_2\left(\ddot{\varphi}+\ddot{\theta}\right) + m_2L\left(L\ddot{\varphi}(t)\cos\varphi - L\dot{\varphi}(t)\left(\dot{\varphi}(t)+\dot{\theta}(t)\right)\sin\varphi + \ddot{\theta}(t)\left(L+R\sin\theta\right)\right)$.

Question 3 Déterminer $\overrightarrow{\delta(I,1+2/0)} \cdot \overrightarrow{k_0}$

Calculons $R\overrightarrow{j_0} \wedge \left(L\ddot{\varphi}(t)\overrightarrow{j_2} - L\dot{\varphi}(t)\left(\dot{\varphi}(t)+\dot{\theta}(t)\right)\overrightarrow{i_2} + \ddot{\theta}(t)\left(L\overrightarrow{j_1} - R\overrightarrow{i_0}\right) - L\dot{\theta}^2(t)\overrightarrow{i_1}\right) \cdot \overrightarrow{k_0}$

$= R\left(L\ddot{\varphi}(t)\overrightarrow{j_0} \wedge \overrightarrow{j_2} - L\dot{\varphi}(t)\left(\dot{\varphi}(t)+\dot{\theta}(t)\right)\overrightarrow{j_0} \wedge \overrightarrow{i_2} + \ddot{\theta}(t)\left(L\overrightarrow{j_0} \wedge \overrightarrow{j_1} - R\overrightarrow{j_0} \wedge \overrightarrow{i_0}\right) - L\dot{\theta}^2(t)\overrightarrow{j_0} \wedge \overrightarrow{i_1}\right) \cdot$
$\overrightarrow{k_0}$

$= R\left(L\ddot{\varphi}(t)\sin\left(\theta+\varphi\right) + L\dot{\varphi}(t)\left(\dot{\varphi}(t)+\dot{\theta}(t)\right)\cos\left(\varphi+\theta\right) + \ddot{\theta}(t)\left(L\sin\theta + R\right) + L\dot{\theta}^2(t)\cos\theta\right)$...

On peut en déduire $\overrightarrow{\delta(I,2/0)} \cdot \overrightarrow{k_0}$.

On fait l'hypothèse que $\ell = 0$.

Par ailleurs, on a $\overrightarrow{\delta(G_1,1/0)} = C_1\ddot{\theta}(t)\overrightarrow{k_0}$

» Calculer $\overrightarrow{\delta(I,1/0)}$...

Mouvement RR – RSG ⋆⋆

02 CIN

Question 1 Déterminer $\overrightarrow{V(B,2/0)}$.

En utilisant la décomposition du vecteur vitesse : $\overrightarrow{V(B,2/0)} = \overrightarrow{V(B,2/1)} + \overrightarrow{V(B,1/0)}$.

- **Calcul de** $\overrightarrow{V(B,2/1)}$ **:** $\overrightarrow{V(B,2/1)} = \overrightarrow{V(A,2/1)} + \overrightarrow{BA} \wedge \overrightarrow{\Omega(2/1)}$. 2 et 1 étant en pivot d'axe $\left(A,\overrightarrow{k_0}\right)$, on a $\overrightarrow{V(B,2/1)} = \overrightarrow{0} - L\overrightarrow{i_2} \wedge \dot{\varphi}(t)\overrightarrow{k_0} = L\dot{\varphi}(t)\overrightarrow{j_2}$.
- **Calcul de** $\overrightarrow{V(B,1/0)}$ **:** $\overrightarrow{V(B,1/0)} = \overrightarrow{V(I,1/0)} + \overrightarrow{BI} \wedge \overrightarrow{\Omega(1/0)} = \overrightarrow{0} - L\overrightarrow{i_2} \wedge \dot{\varphi}(t)\overrightarrow{k_0}$. En utilisant l'hypothèse de roulement sans glissement : $\overrightarrow{V(B,1/0)} = \left(-L\overrightarrow{i_2} - R\overrightarrow{j_0}\right) \wedge \dot{\theta}(t)\overrightarrow{k_0} = \dot{\theta}(t)\left(L\overrightarrow{j_2} - R\overrightarrow{i_0}\right)$.

Au final, $\overrightarrow{V(B,2/0)} = L\dot{\varphi}(t)\overrightarrow{j_2} + \dot{\theta}(t)\left(L\overrightarrow{j_2} - R\overrightarrow{i_0}\right)$.

Question 2 Donner le torseur cinématique $\{\mathcal{V}(2/0)\}$ au point B.

$$\{\mathcal{V}(2/0)\} = \left\{ \begin{array}{c} \overrightarrow{\Omega(2/0)} = \left(\dot{\varphi}(t)+\dot{\theta}(t)\right)\overrightarrow{k_0} \\ L\dot{\varphi}(t)\overrightarrow{j_2} + \dot{\theta}(t)\left(L\overrightarrow{j_2} - R\overrightarrow{i_0}\right) \end{array} \right\}_B .$$

Question 3 Déterminer $\overrightarrow{\Gamma(B,2/0)}$.

$$\overrightarrow{\Gamma(B,2/0)} = \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left[\overrightarrow{V(B,2/0)}\right]_{\mathscr{R}_0}$$

$$= \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left[L\dot{\varphi}(t)\overrightarrow{j_2}\right]_{\mathscr{R}_0} + \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left[\dot{\theta}(t)\left(L\overrightarrow{j_2} - R\overrightarrow{i_0}\right)\right]_{\mathscr{R}_0}$$

$$= L\ddot{\varphi}(t)\overrightarrow{j_2} - L\dot{\varphi}(t)\left(\dot{\varphi}(t) + \dot{\theta}(t)\right)\overrightarrow{i_2} + \ddot{\theta}(t)\left(L\overrightarrow{j_2} - R\overrightarrow{i_0}\right) - L\dot{\theta}(t)\left(\dot{\varphi}(t) + \dot{\theta}(t)\right)\overrightarrow{i_2}.$$