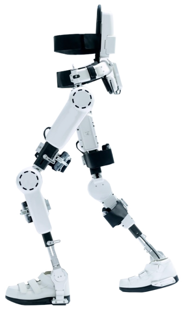
# TD 0
# Assistance pour le maniement de charges dans l'industrie– Corrigé

*Concours Centrale Supelec TSI 2017.*

09 SLCI 05 PERF



## Mise en situation

### Gestion du mouvement vertical

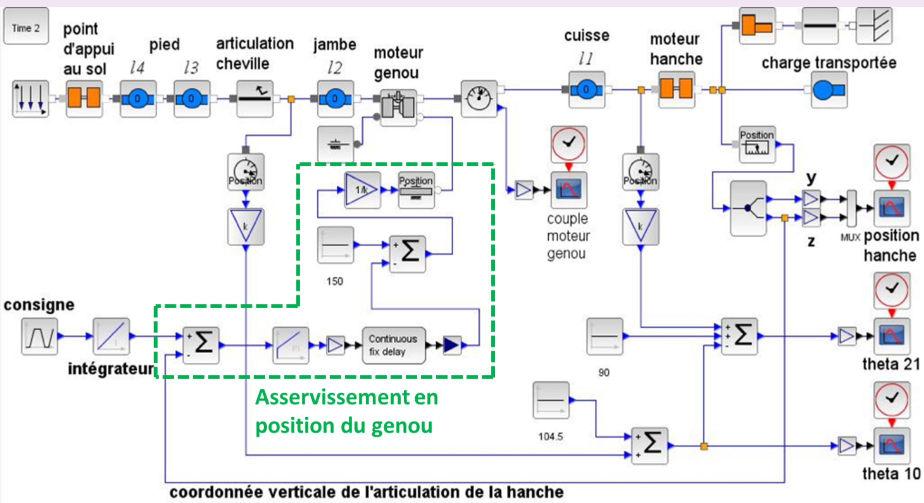
**Objectif**

Déterminer les réglages de la commande asservie des moteurs genou droit et gauche permettant d'assurer un mouvement vertical ne déséquilibrant pas le porteur de l'exosquelette puis valider les performances attendues listées par le cahier des charges.

**Question 1** Déterminer la grandeur physique de la consigne et la grandeur physique asservie à partir du modèle multiphysique présenté plus bas et préciser leurs unités de base dans le système international d'unités (SI).

**Correction**

Il s'agit d'un asservissement en position.




**Question 2** Exprimer $H_\Omega(p) = \dfrac{\Omega_m(p)}{\Omega_{mC}(p)}$ en fonction de $J$, $K_2$ et $p$.

**Correction**

En faisant l'hypothèse que le couple perturbateur est nul, on a : $H_\Omega(p) = \dfrac{\Omega_m(p)}{\Omega_{mC}(p)} = \dfrac{C_\Omega(p)M_C(p)\dfrac{1}{Jp+f}}{1+C_\Omega(p)M_C(p)\dfrac{1}{Jp+f}}$. En conséquences : $H_\Omega(p) = \dfrac{K_2}{Jp+K_2} = \dfrac{1}{\dfrac{Jp}{CK_2}+1}$.

**Question 3** Exprimer $\varepsilon(p)$ en fonction de $\theta_{mC}(p)$, $H_\Omega(p)$, $K_1$ et $p$.

**Correction**

D'une part, $\varepsilon(p) = \theta_{mC}(p) - \theta_m(p)$. D'autre part, $\theta_m(p) = H_\Omega(p)\dfrac{K_1}{p}\varepsilon(p)$. Par suite, $\varepsilon(p) = \theta_{mC}(p) - H_\Omega(p)\dfrac{K_1}{p}\varepsilon(p) \Leftrightarrow \varepsilon(p)\left(1+H_\Omega(p)\dfrac{K_1}{p}\right) = \theta_{mC}(p)$. En conséquences, $\varepsilon(p) = \dfrac{\theta_{mC}(p)}{1+H_\Omega(p)\dfrac{K_1}{p}}$.

**Question 4** Déterminer l'erreur de position $\varepsilon_p$ puis l'erreur de traînage $\varepsilon_v$. Conclure sur la valeur de $K_1$ pour satisfaire à l'exigence d'erreur en traînage.

**Correction**

On a :

- $\varepsilon_p = \lim\limits_{t\to\infty}\varepsilon(t) = \lim\limits_{p\to 0} p\varepsilon(p) = \lim\limits_{p\to 0} p\dfrac{1}{1+H_\Omega(p)\dfrac{K_1}{p}}\dfrac{1}{p} = \lim\limits_{p\to 0}\dfrac{1}{1+\dfrac{1}{\dfrac{Jp}{C_\Omega K_2}+1}\dfrac{K_1}{p}} = 0$ (ce qui était prévisible pour un système de classe 1) ;
- $\varepsilon_v = \lim\limits_{t\to\infty}\varepsilon(t) = \lim\limits_{p\to 0} p\varepsilon(p) = \lim\limits_{p\to 0} p\dfrac{1}{1+H_\Omega(p)\dfrac{K_1}{p}}\dfrac{1}{p^2} = \lim\limits_{p\to 0}\dfrac{1}{1+\dfrac{1}{\dfrac{Jp}{C_\Omega K_2}+1}\dfrac{K_1}{p}}\dfrac{1}{p}$ $= \lim\limits_{p\to 0}\dfrac{1}{p+\dfrac{1}{\dfrac{Jp}{C_\Omega K_2}+1}K_1} = \dfrac{1}{K_1}$ (ce qui était prévisible pour un système de classe 1 et de gain $K_1$ en BO).

Ainsi, pour avoir une erreur de traînage inférieure à 1%, il faut $\dfrac{1}{K_1} < 0,01$ et $K_1 > 100$.

**Question 5** Déterminer l'erreur en accélération et conclure quant au respect du cahier des charges.

**Correction**

En raisonnant de même, on a : $\varepsilon_a = \lim\limits_{t\to\infty}\varepsilon(t) = \lim\limits_{p\to 0} p\varepsilon(p) = \lim\limits_{p\to 0} p\dfrac{1}{1+H_\Omega(p)\dfrac{K_1}{p}}\dfrac{1}{p^3}$ $= \lim\limits_{p\to 0}\dfrac{1}{1+\dfrac{1}{\dfrac{Jp}{C_\Omega K_2}+1}\dfrac{K_1}{p}}\dfrac{1}{p^2} = 0 = \lim\limits_{p\to 0}\dfrac{1}{p^2+\dfrac{p}{\dfrac{Jp}{C_\Omega K_2}+1}K_1} = \infty$ (ce qui était prévisible pour un système de classe 1).

Ainsi, le correcteur choisi ne permet pas de vérifier le cahier des charges.

**Question 6** Exprimer $\varepsilon(p)$ en fonction de $\theta_{mC}(p)$, $T$, $K_1$, $K_3$ et $p$.

**Correction**

En utilisant le schéma-blocs, on a :

- $\varepsilon(p) = \theta_{mC}(p) - \theta_m(p)$ ;
- $\Omega_{mC}(p) = K_3 p\theta_{mC}(p) + K_1\varepsilon(p)$ ;
- $\theta_m(p) = \Omega_{mC}(p)\dfrac{1}{p}\dfrac{1}{1+Tp}$.

On a donc : $\varepsilon(p) = \theta_{mC}(p) - \Omega_{mC}(p)\dfrac{1}{p}\dfrac{1}{1+Tp} = \theta_{mC}(p) - \left(K_3p\theta_{mC}(p) + K_1\varepsilon(p)\right)\dfrac{1}{p\left(1+Tp\right)} = \theta_{mC}(p) - \dfrac{K_3p}{p\left(1+Tp\right)}\theta_{mC}(p) - \dfrac{K_1}{p\left(1+Tp\right)}\varepsilon(p)$.

On a alors $\varepsilon(p)\left(1+\dfrac{K_1}{p\left(1+Tp\right)}\right) = \theta_{mC}(p)\left(1-\dfrac{K_3}{1+Tp}\right)$

$\Leftrightarrow \varepsilon(p)\dfrac{p\left(1+Tp\right)+K_1}{p\left(1+Tp\right)} = \theta_{mC}(p)\dfrac{1+Tp-K_3}{1+Tp}$.

Enfin, $\varepsilon(p) = \theta_{mC}(p)\dfrac{p\left(1+Tp-K_3\right)}{p\left(1+Tp\right)+K_1}$.

**Question 7** Exprimer l'erreur de traînage et déterminer la valeur de $K_3$ permettant l'annuler cette erreur.

**Correction**

$\varepsilon_v = \lim\limits_{t\to\infty}\varepsilon(t) = \lim\limits_{p\to 0} p\varepsilon(p) = \lim\limits_{p\to 0} p\dfrac{p\left(1+Tp-K_3\right)}{p\left(1+Tp\right)+K_1}\dfrac{1}{p^2} = \lim\limits_{p\to 0}\dfrac{\left(1+Tp-K_3\right)}{p\left(1+Tp\right)+K_1} = \dfrac{1-K_3}{K_1}$.

Au final, pour annuler l'erreur de traînage, on doit avoir $K_3 = 1$.

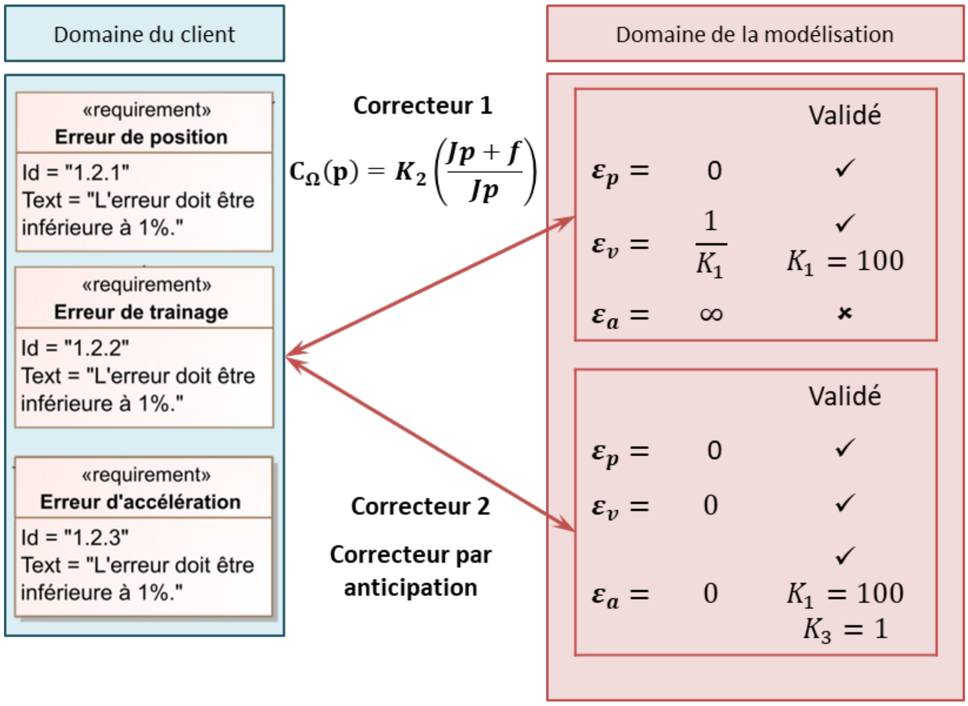
**Question 8** Exprimer et déterminer l'erreur d'accélération en prenant les valeurs de $K_3$ et de $K_1$ déterminées précédemment. Conclure quant au respect du cahier des charges.

**Correction**

On a : $\varepsilon_a = \lim\limits_{t\to\infty}\varepsilon(t) = \lim\limits_{p\to 0} p\varepsilon(p) = \lim\limits_{p\to 0} p\dfrac{p\left(1+Tp-K_3\right)}{p\left(1+Tp\right)+K_1}\dfrac{1}{p^3} = \lim\limits_{p\to 0}\dfrac{\left(1+Tp-K_3\right)}{p\left(1+Tp\right)+K_1}\dfrac{1}{p}$. En prenant $K_3 = 1$ et $K_1 = 100$, on obtient : $\varepsilon_a = \dfrac{T}{p\left(1+Tp\right)+100} = \dfrac{33\times 10^{-3}}{100}$. L'erreur est donc de $33\times 10^{-5}$. Le cahier des charges est donc validé.

## Synthèse

**Question 9** En utilisant la figure ci-dessous, conclure sur les actions qui ont mené à une validation du cahier des charges.




03 NUM

Pas de corrigé pour cet exercice.

## Schéma d'Euler⋆

**Question 1** Donner la méthode de résolution numérique des équations différentielles suivantes en utilisant le schéma d'Euler explicite.

$$\begin{cases} y'(t) + \alpha y(t) = \beta \\ y(0) = \gamma \end{cases} \tag{0.1}$$

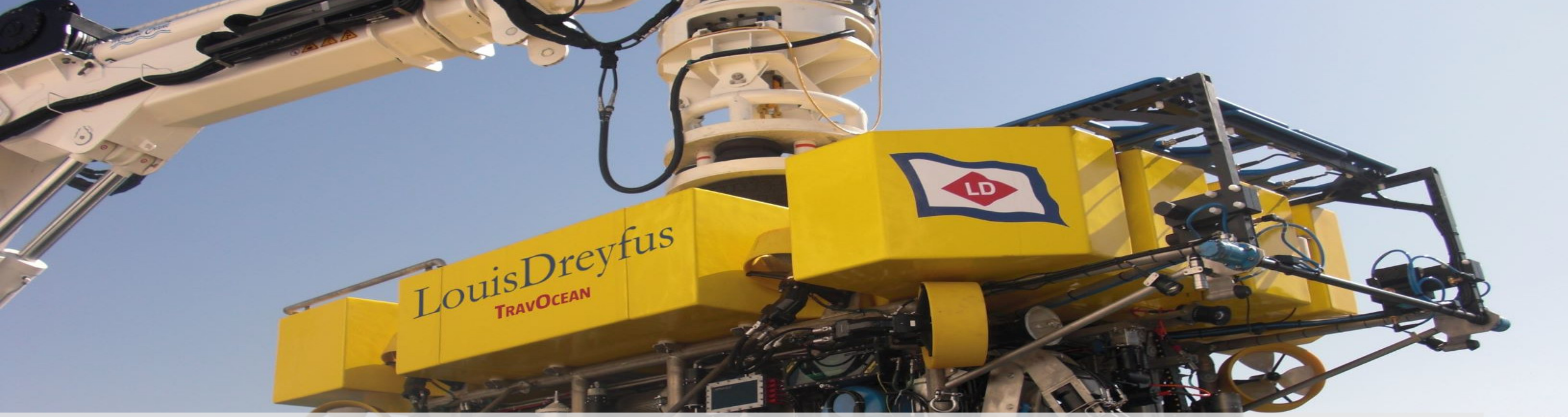
## Équation 1

On a :

$$y'(t) \simeq \frac{y(t+h) - y(h)}{h}$$

En discrétisant le problème, on a $y_k = y(kh) = y(t)$ ; donc :

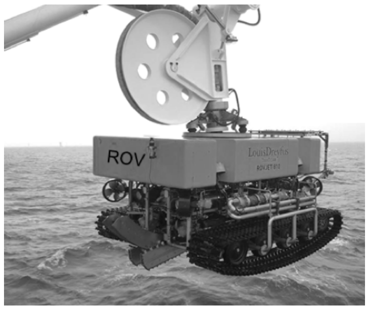
$$\frac{y(t+h)-y(h)}{h} + \alpha y(t) = \beta \Longrightarrow \frac{y_{k+1} - y_k}{h} + \alpha y_k = \beta \Longleftrightarrow y_{k+1} = \beta h - \alpha y_k + y_k \Longleftrightarrow y_{k+1} = \beta h +$$




# Application 0
# Mise à l'eau d'un robot sous-marin – Corrigé

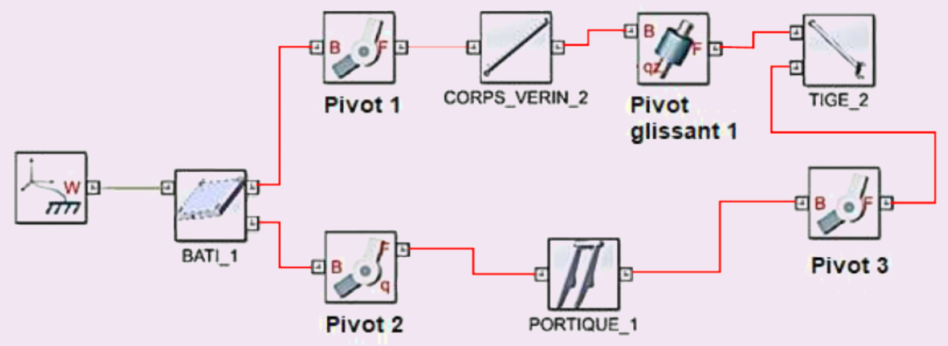
Concours Centrale – MP 2019

B2-02




**Question 1** À partir des figures précédentes, relier les composants du modèle de simulation multiphysique de la grue portique. Quel(s) ensemble(s) n'ont pas été modélisés ?

**Correction**




## Schéma d'Euler★

03 NUM

**Pas de corrigé pour cet exercice.**

**Question 1** Donner la méthode de résolution numérique des équations différentielles suivantes en utilisant le schéma d'Euler explicite.

$$\ddot{\theta}(t) + \frac{g}{l}\sin\theta = 0$$
$$\theta(0) = 0 \quad \dot{\theta}(0) = 0$$

On pose $y_0(t) = \theta(t)$ et $y_1(t) = \dot{\theta}(t) = y_0'(t)$. On a donc

$$\begin{cases} y_0'(t) = y_1(t) \\ y_1'(t) + \dfrac{g}{l}\sin y_0(t) = 0 \end{cases}$$

Par ailleurs, $y_0(t) = 0$ et $y_1(t) = 0$.

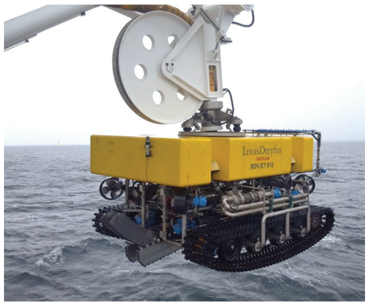
En discrétisant, on a donc :

$$\left\{ \begin{array}{l} \dfrac{y_{0,k+1}-y_{0,k}}{h} = y_{1,k} \\ \dfrac{y_{1,k+1}-y_{1,k}}{h} + \dfrac{g}{l}\sin y_{0,k} = 0 \end{array} \right. \Longleftrightarrow \left\{ \begin{array}{l} y_{0,k+1} = h y_{1,k} + y_{0,k} \\ y_{1,k+1} = -h\dfrac{g}{l}\sin y_{0,k} + y_{1,k} \end{array} \right.$$


# TD 1
# Bateau support de ROV– Corrigé

*Concours Centrale Supelec – MP 2019.*

02 SLCI 09 SLCI 11 SLCI



## Introduction

**Objectif**

Vérifier si le bateau support est capable de limiter suffisamment les effets de la houle.

**Question 1** Rappeler la définition du gain en décibel. En déduire la valeur en décibel traduisant l'exigence Id 1.1.

**Correction**

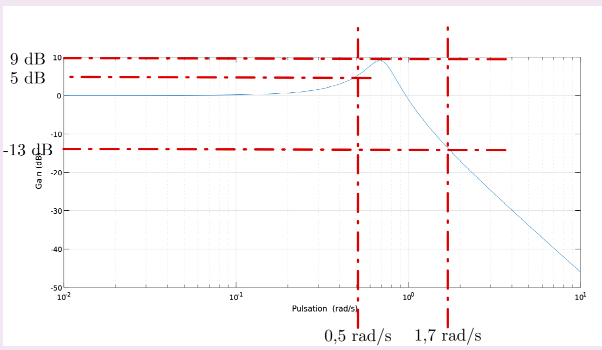
La définition du gain en décibel de la fonction de transfert $B(j\omega)$ est $G_{dB}(\omega) = 20\log\left|\dfrac{Y_S(j\omega)}{Y_{\text{vague}}(j\omega)}\right|$. L'exigence Id 1.1 impose une amplitude maximale du ROV de 1 m pour 5 m de houle soit :

$$\boxed{G_{dB(\omega)} < 20\log\frac{1}{5} \approx -14 \text{ dB} \ \ \forall\ \ \omega \in [0,5;1,7] \text{ rad/s.}}$$

**Question 2** En faisant apparaître le domaine d'utilisation, montrer que le système ne répond pas à l'exigence d'atténuation d'une houle de 5 m.

**Correction**

On observe un phénomène de résonance, le système amplifie la houle entre 0,5 et 1 rad/s et l'atténue à une valeur maximale de 13-14 dB pour 1,7 rad/s. Le système ne répond donc pas à l'exigence d'atténuation d'une houle de 5 m.



## Étude du système de compensation de houle PHC (Passiv Heave Compensator)

**Objectif**

Dimensionner un système passif de compensation de la houle et tester sa conformité aux exigences du cahier des charges.

**Question 3** Réécrire l'équation (1) en tenant compte de cette hypothèse. Après avoir appliqué les transformées de Laplace aux équations (1) et (2) et en considérant les conditions initiales nulles aux équations précédentes, déterminer l'équation, notée (3), sous la forme : $\Delta P_E(p) = K_1(1+\tau_1 p)(Y_h(p) - Y_{\text{ROV}}(p))$ (4). *Exprimer $K_1$ et $\tau_1$ en fonction de $A$, $V_{G0}$, $r$, $C_{qR}$ et $P_{G0}$.*

**Correction**

On écrit les équations (1) et (2) dans le domaine de Laplace en tenant compte de l'hypothèse de fluide incompressible :

$$\begin{aligned} Sp\left(Y_h(p) - Y_{\text{ROV}}(p)\right) + C_{qR}\left(\Delta P_G(p) - \Delta P_E(p)\right) &= 0, \\ \frac{rP_{G0}C_{qR}}{V_{G0}}\left(\Delta P_E(p) - \Delta P_G(p)\right) &= p\Delta P_G(t). \end{aligned} \tag{0.2}$$

L'équation (2) donne :

$$\begin{aligned} \Delta P_G(t)\left(p + \frac{rP_{G0}C_{qR}}{V_{G0}}\right) &= \frac{rP_{G0}C_{qR}}{V_{G0}}\Delta P_E(p), \\ \Delta P_G(t) &= \frac{rP_{G0}C_{qR}}{pV_{G0} + rP_{G0}C_{qR}}\Delta P_E(p). \end{aligned}$$

En remplaçant dans (1), on obtient :

$$Sp\left(Y_h(p) - Y_{\text{ROV}}(p)\right) + C_{qR}\left(\frac{rP_{G0}C_{qR}}{pV_{G0} + rP_{G0}C_{qR}}\Delta P_E(p) - \Delta P_E(p)\right) = 0,$$

$$Sp\left(Y_h(p) - Y_{\text{ROV}}(p)\right) = C_{qR}\left(1 - \frac{rP_{G0}C_{qR}}{pV_{G0} + rP_{G0}C_{qR}}\right)\Delta P_E(p),$$

$$\Delta P_E(p) = \frac{Sp}{C_{qR}}\frac{pV_{G0} + rP_{G0}C_{qR}}{pV_{G0}}\left(Y_h(p) - Y_{\text{ROV}}(p)\right),$$

$$\Delta P_E(p) = \frac{S}{C_{qR}}\frac{rP_{G0}C_{qR}}{V_{G0}}\left(\frac{V_{G0}}{rP_{G0}C_{qR}}p + 1\right)\left(Y_h(p) - Y_{\text{ROV}}(p)\right).$$

Enfin, on obtient :

$$\Delta P_E(p) = \frac{SrP_{G0}}{V_{G0}}\left(\frac{V_{G0}}{rP_{G0}C_{qR}}p + 1\right)\left(Y_h(p) - Y_{\text{ROV}}(p)\right).$$

Par identification :

$$\boxed{K_1 = \frac{SrP_{G0}}{V_{G0}} \text{ et } \tau = \frac{V_{G0}}{rP_{G0}C_{qR}}.}$$

**Question 4** Appliquer les transformées de Laplace, en considérant les conditions initiales nulles à l'équation (3) et à l'équation (4). Donner la fonction de transfert : $H(p) = \dfrac{Y_{\text{ROV}}(p)}{Y_h(p)} = \dfrac{1+\tau p}{1+\dfrac{2\zeta}{\omega_0}p+\dfrac{p^2}{\omega_0^2}}$. Exprimer $\omega_0$, $\zeta$ et $\tau$ en fonction des constantes définies précédemment.

**Correction**

La transformée de Laplace de (3) est :

$$\alpha p^2 Y_{\text{ROV}}(p) + \beta p \left(Y_{\text{ROV}}(p) - Y_h(p)\right) = \gamma \Delta P_E(p).$$

En utilisant (4), on obtient :

$$\begin{aligned}\alpha p^2 Y_{\text{ROV}}(p) + \beta p \left(Y_{\text{ROV}}(p) - Y_h(p)\right) &= \gamma K_1 \left(\tau_1 p + 1\right)\left(Y_h(p) - Y_{\text{ROV}}(p)\right),\\ \left(\alpha p^2 + \beta p + \gamma K_1 \left(\tau_1 p + 1\right)\right) Y_{\text{ROV}}(p) &= \left(\gamma K_1 \left(\tau_1 p + 1\right) + \beta p\right) Y_h(p).\end{aligned}$$

On obtient :

$$\begin{aligned}H(p) &= \frac{\gamma K_1 \left(\tau_1 p + 1\right) + \beta p}{\alpha p^2 + \beta p + \gamma K_1 \left(\tau_1 p + 1\right)},\\ H(p) &= \frac{\gamma K_1 + (\gamma K_1 \tau_1 + \beta) p}{\alpha p^2 + (\beta + \gamma K_1 \tau_1) p + K_1 \gamma}.\end{aligned}$$

Donc :

$$\boxed{H(p) = \frac{1 + \dfrac{\gamma K_1 \tau_1 + \beta}{K_1 \gamma} p}{1 + \dfrac{\beta + \gamma K_1 \tau_1}{K_1 \gamma} p + \dfrac{\alpha}{K_1 \gamma} p^2}}.$$

Par identification, on obtient :

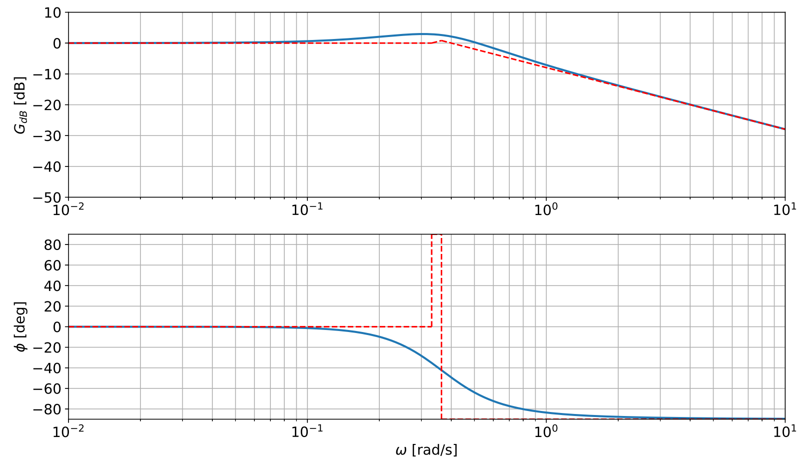
$$\tau = \tau_1 + \frac{\beta}{\gamma K_1} \;;\; \omega_n = \sqrt{\frac{\gamma K_1}{\alpha}} \;;\; \zeta = \frac{1}{2}\frac{\beta + \gamma K_1 \tau_1}{\sqrt{\alpha \gamma K_1}}.$$

**Question 5** Tracer en vert le diagramme asymptotique du gain de la fonction de transfert du compensateur PHC, $H(p) = \dfrac{Y_{\text{ROV}}(p)}{Y_h(p)}$, en faisant apparaître ses caractéristiques. Tracer en bleu, sur la même figure, l'allure du gain réel du compensateur. Préciser la valeur du gain maximal.

**Correction**

Diagrammes de Bode de $H(p)$. On identifie 2 pulsations caractéristiques : $\omega_1 = 1/\tau \approx 0,33$ rad/s et $\omega_n = 0,364$ rad/s. On verra apparaître un phénomène de résonance à la pulsation $\omega_r = \omega_0\sqrt{1-2\zeta^2}$ car $\zeta = 0,55 < \sqrt{2}/2$. La résonance sera toutefois faible.

| $\omega$ | BF $\omega \ll \omega_1$ | MF $\omega_1 \ll \omega \ll \omega_n$ | HF $\omega_n \ll \omega$ |
|---|---|---|---|
| $H(j\omega)$ | 1 | $\tau j\omega$ | $\dfrac{\tau\omega_n^2}{j\omega}$ |
| $G_{\text{dB}}$ | 0 | $20\log\tau + 20\log\omega$ | $20\log(\tau\omega_n^2) - 20\log\omega$ |
| $\phi$ | 0 | 90° | −90° |

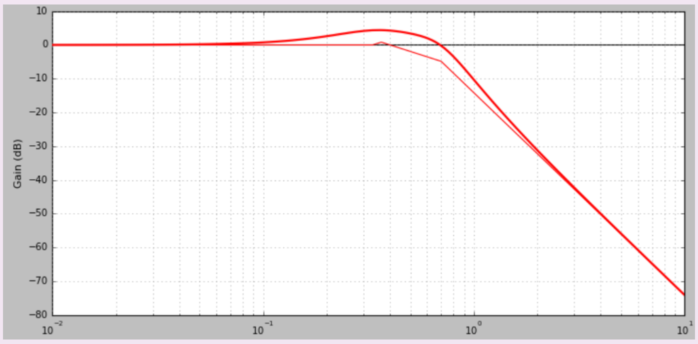



La valeur du gain maxi est de +3 dB (due au premier ordre au numérateur, l'influence du dénominateur est négligeable car la résonance est faible).

**Question 6** Exprimer la fonction de transfert de l'ensemble {bateau support + ROV + PHC}, $G(p) = \dfrac{Y_{\text{ROV}}(p)}{Y_{\text{vague}}(p)}$ en fonction de $H(p)$ et $B(p)$. Tracer en rouge l'allure du gain du diagramme de Bode de $G(p)$.

**Correction**

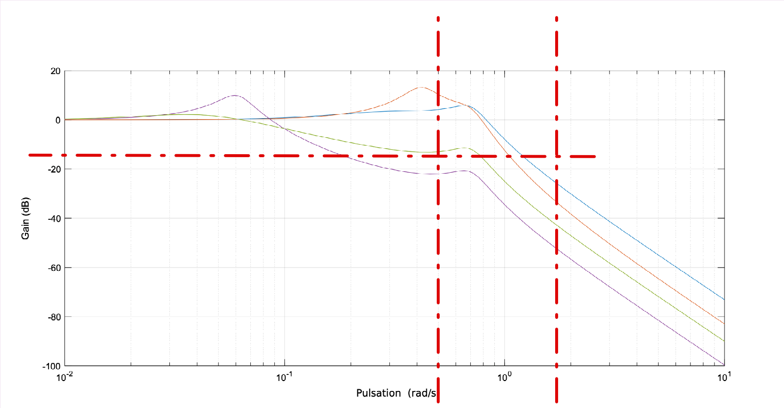
On a la relation $G(p) = B(p)G(p)$.



**Question 7** Choisir, en justifiant la réponse, le réglage du compensateur adapté à l'exigence Id 1.1.

**Correction**

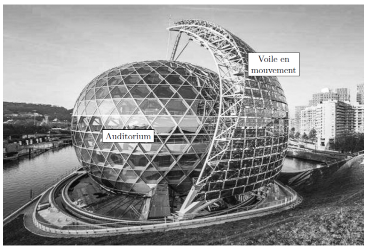
Le réglage de PHC 4 est celui qui respecte le mieux l'exigence Id1.1.



# Application 1
# La Seine Musicale – Corrigé

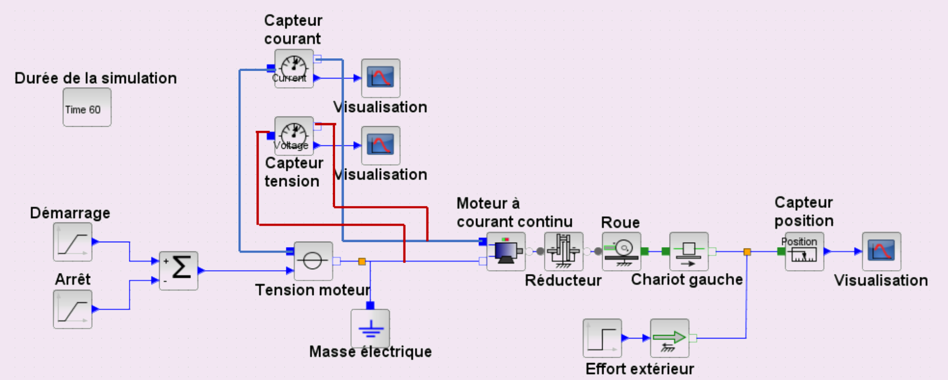
Concours Centrale – MP 2020

B2-02




**Question 1** *Sur la figure suivante, compléter les liens du modèle proposé pour prendre en compte les deux capteurs.*

**Correction**




## Schéma d'Euler★

03 NUM

**Pas de corrigé pour cet exercice.**

**Question 1** Donner la méthode de résolution numérique des équations différentielles suivantes en utilisant le schéma d'Euler explicite.

$$\begin{cases} y'(t) = -ty^2(t) & \text{si } t > 0 \\ y(0) = \alpha \end{cases} \tag{0.3}$$

## La Seine Musicale★

03 SLCI

**Question 1** En considérant que la perturbation $C_{\text{pert}}(p)$ est nulle, déterminer $H_f(p) = \dfrac{\Omega_m(p)}{\Omega_c(p)}$ sous forme canonique. Réduction de la boucle du moteur à courant continu :

$$\frac{\Omega_m(p)}{U_m(p)} = \frac{\dfrac{k_c}{R+Lp}\dfrac{1}{J_{eq}p}}{1+\dfrac{k_c}{R+Lp}\dfrac{k_e}{J_{eq}p}} = \frac{k_c}{(R+Lp)\,J_{eq}p + k_e k_c}.$$

On a alors,

$$\frac{X_{ch}(p)}{\Omega_c(p)} = K_a \frac{CK_h \dfrac{k_c}{(R+Lp)\,J_{eq}p + k_e k_c}}{1 + CK_h K_{\text{capt}} \dfrac{k_c}{(R+Lp)\,J_{eq}p + k_e k_c}}$$

$$= K_a \frac{CK_h k_c}{(R+Lp)\,J_{eq}p + k_e k_c + CK_h K_{\text{capt}} k_c}$$

$$= \frac{K_a}{(k_e k_c + CK_h K_{\text{capt}} k_c)} \frac{CK_h k_c}{\dfrac{J_{eq}\,(R+Lp)}{k_e k_c + CK_h K_{\text{capt}} k_c} p + 1}.$$

**Question 2** En prenant $\Omega_c(p) = 0$, exprimer la fonction de transfert $H_r(p) = \dfrac{\Omega_m(p)}{C_{\text{pert}}(p)}$ en la mettant sous la forme : $H_r(p) = -\dfrac{\alpha\,(1+\tau p)}{1+\gamma p + \delta p^2}$. Exprimer $\alpha$, $\tau$, $\gamma$ et $\delta$ en fonction des différents paramètres de l'étude.

Par lecture directe du schéma-blocs, on a $\Omega_m(p) = \dfrac{1}{J_{eq}p}\left(C_{\text{pert}}(p) + C_m(p)\right)$.

De plus, $C_m(p) = \left(U_m(p) - k_e\Omega_m(p)\right)\dfrac{k_c}{R+Lp}$ et $U_m(p) = \varepsilon(p) C K_h = -\Omega_m(p) C K_h K_{\text{capt}}$.

On a donc,

$$\Omega_m(p) = \frac{1}{J_{eq}p} C_{\text{pert}}(p) + \frac{1}{J_{eq}p}\left(-\Omega_m(p) CK_h K_{\text{capt}} - k_e \Omega_m(p)\right)\frac{k_c}{R+Lp}.$$

$$\Leftrightarrow \Omega_m(p) = \frac{1}{J_{eq}p} C_{\text{pert}}(p) + \frac{1}{J_{eq}p}\Omega_m(p)\left(-CK_h K_{\text{capt}} - k_e\right)\frac{k_c}{R+Lp}$$

$$\Leftrightarrow \Omega_m(p)\left(1 + \frac{1}{J_{eq}p}\left(CK_h K_{\text{capt}} + k_e\right)\frac{k_c}{R+Lp}\right) = \frac{1}{J_{eq}p} C_{\text{pert}}(p)$$

$$\Leftrightarrow \frac{\Omega_m(p)}{C_{\text{pert}}(p)} = \frac{\dfrac{1}{J_{eq}p}}{\left(1 + \dfrac{1}{J_{eq}p}\left(CK_h K_{\text{capt}} + k_e\right)\dfrac{k_c}{R+Lp}\right)}$$

$$\Leftrightarrow \frac{\Omega_m(p)}{C_{\text{pert}}(p)} = \frac{R+Lp}{J_{eq}p\,(R+Lp) + \left(CK_h K_{\text{capt}} + k_e\right)k_c}$$

$$\Leftrightarrow \frac{\Omega_m(p)}{C_{\text{pert}}(p)} = \frac{R}{\left(CK_h K_{\text{capt}} + k_e\right)k_c} \frac{1 + \dfrac{L}{R}p}{\dfrac{J_{eq}}{\left(CK_h K_{\text{capt}} + k_e\right)k_c} p\,(R+Lp) + 1}.$$

Par identification, on a alors : $\alpha = -\dfrac{R}{\left(CK_h K_{\text{capt}} + k_e\right)k_c}$,

$$\tau = \frac{L}{R}$$

$$\gamma = \frac{RJ_{eq}}{\left(CK_h K_{\text{capt}} + k_e\right)k_c}$$

$$\delta = \frac{LJ_{eq}}{\left(CK_h K_{\text{capt}} + k_e\right)k_c}.$$

**Question 3** Exprimer $X_{\text{ch}}(p)$ en fonction de $\Omega_c(p)$ et $C_{\text{pert}}(p)$.
D'une part, $\Omega_m(p) = H_f(p)\Omega_c(p)$ quand il n'y a pas de perturbation. D'autre part, $\Omega_m(p) = H_r(p)C_{\text{pert}}(p)$ quand il n'y a pas de perturbation.

Par superposition, on a donc $\Omega_m(p) = H_f(p)\Omega_c(p) + H_r(p)C_{\text{pert}}(p)$.

Par suite, $X_{ch}(p) = \left(H_f(p)\Omega_c(p) + H_r(p)C_{\text{pert}}(p)\right)\dfrac{DK_{\text{red}}}{2p}$.