Mouvement RT – RSG ★★

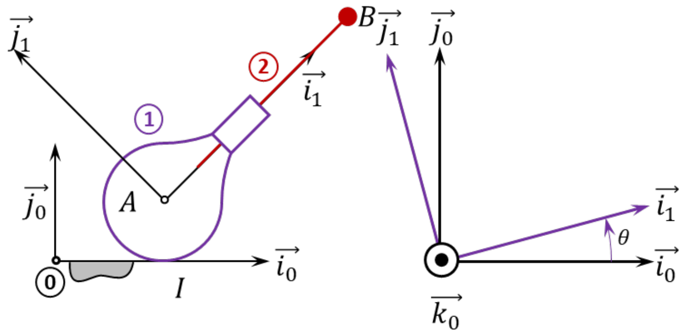
05 DYN

C1-05

Soit le mécanisme suivant. On a $\overrightarrow{IA} = R\overrightarrow{j_0}$ et $\overrightarrow{AB} = \ell_2\overrightarrow{i_1}$. De plus $R = 15\,\text{mm}$. On fait l'hypothèse de roulement sans glissement au point I. De plus :

- G_1 désigne le centre d'inertie de **1** tel que $\overrightarrow{AG_1} = -\ell\overrightarrow{i_1}$, on note m_1 la masse de **1** ;
- $G_2 = B$ désigne le centre d'inertie de **2**, on note m_2 la masse de **2**.

Un ressort exerce une action mécanique entre les points A et B.



Question 1 Réaliser le graphe d'analyse en faisant apparaître l'ensemble des actions mécaniques.

Question 2 Proposer une démarche permettant de déterminer les loi de mouvement de **1** et de **2** par rapport à $\mathcal{R}_0$.

Question 3 Déterminer les lois de mouvement.

Corrigé voir .

Mouvement RT ⋆

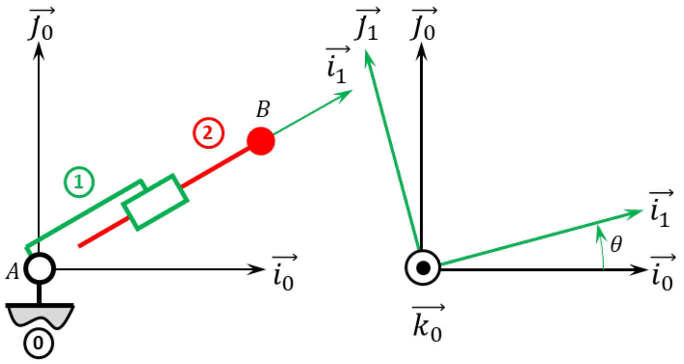
05 DYN

Soit le mécanisme suivant. On a $\overrightarrow{AB} = \lambda(t)\overrightarrow{i_1}$. De plus :

- G_1 désigne le centre d'inertie de **1** et $\overrightarrow{AG_1} = L_1\overrightarrow{i_1}$, on note m_1 la masse de **1** ;
- $G_2 = B$ désigne le centre d'inertie de **2**, on note m_2 la masse de **2**.

Un moteur électrique positionné entre **0** et **1** permet d'actionner le solide **1**. Un vérin électrique positionné entre **1** et **2** permet d'actionner le solide **2**

L'accélération de la pesanteur est donnée par $\overrightarrow{g} = -g\overrightarrow{j_0}$.



Question 1 Réaliser le graphe d'analyse en faisant apparaître l'ensemble des actions mécaniques.

Question 2 Proposer une démarche permettant de déterminer les loi de mouvement de **1** et de **2** par rapport à $\mathcal{R}_0$.

Corrigé voir 3.

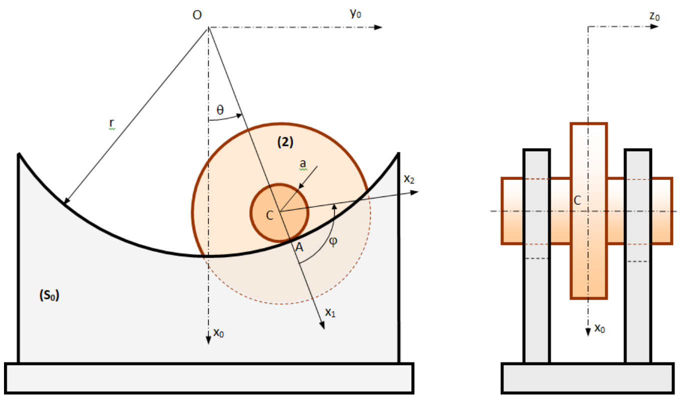
Colle 0
Mesure de moment d'inertie – Sujet

Équipe PT – PT★ La Martinière Monplaisir.

C1-05

C2-09

La figure ci-dessous représente un dispositif conçu pour déterminer le moment d'inertie I d'un solide de révolution **(2)** par rapport à son axe. Soit R_0 un repère galiléen lié au bâti (S_0) tel que l'axe $\left(O,\overrightarrow{x_0}\right)$ soit vertical descendant. Les deux portées sur lesquelles roule le solide **(2)** sont des portions de la surface d'un cylindre de révolution d'axe $\left(O,\overrightarrow{z_0}\right)$ et de rayon r. Le solide **(2)**, de masse m, de centre d'inertie C, possède deux tourillons de même rayon a. Soit f le coefficient de frottement entre **(2)** et (S_0).



L'étude se ramène à celle d'un problème plan paramétré de la façon suivante :

- le tourillon de **(2)**, de centre C, roule sans glisser en A sur la portée cylindrique de (S_0) ;
- R_1 est un repère tel que $\overrightarrow{OA} = r\overrightarrow{x_1}$ et on pose $\theta = \left(\overrightarrow{x_0},\overrightarrow{x_1}\right)$;
- R_2 est un repère lié à 2 avec $\varphi = \left(\overrightarrow{x_1},\overrightarrow{x_2}\right)$. On suppose que $\varphi = 0$ lorsque $\theta = 0$.

Question 1 Donner la relation entre φ et θ.

Question 2 Déterminer l'équation du mouvement de **(2)** par rapport à (S_0) en fonction de θ.

Question 3 On suppose que l'angle θ reste petit au cours du mouvement. Montrer que le mouvement est périodique et déterminer la période T des oscillations de **(2)**.

Question 4 En déduire le moment d'inertie I de **(S)** sachant que : $T = 5\,\mathrm{s}$; $a = 12{,}5\,\mathrm{mm}$; $r = 141{,}1\,\mathrm{mm}$; $g = 9{,}81\,\mathrm{m\,s^{-2}}$; $m = 7217\,\mathrm{g}$; $f = 0,15$.

Question 5 Déterminer l'angle θ_0 maxi pour qu'il n'y ait pas glissement en A. Faire l'application numérique.

Colle 1
Disque déséquilibré – Sujet

Équipe PT – PT★ La Martinière Monplaisir.

C1-05

C2-09

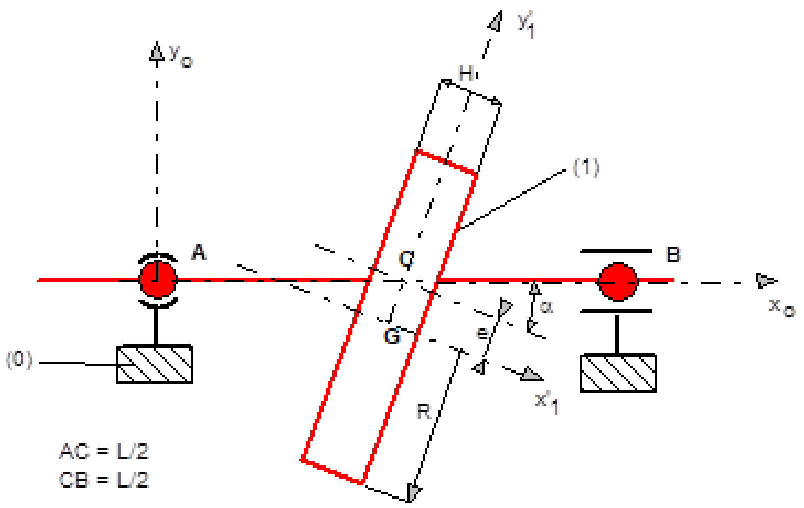
Soit le rotor **(1)** défini ci-contre. Il est constitué d'un arbre de masse négligeable en liaison pivot par rapport à un bâti **(0)**. Sur cet arbre est monté, en liaison complète, un disque de masse M, de rayon R et d'épaisseur H. Le repère $\mathcal{R}'_1 = \left(G; \overrightarrow{x'_1}, \overrightarrow{y'_1}, \overrightarrow{z'_1}\right)$ est attaché à ce solide.

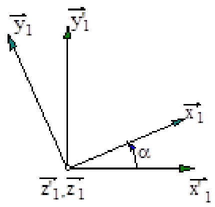
La base $\mathcal{B}'_1 = \left(\overrightarrow{x'_1}, \overrightarrow{y'_1}, \overrightarrow{z'_1}\right)$ se déduit de $\mathcal{B}_1 = \left(\overrightarrow{x_1}, \overrightarrow{y_1}, \overrightarrow{z_1}\right)$ par une rotation d'angle α autour de $\overrightarrow{z_1} = \overrightarrow{z'_1}$.

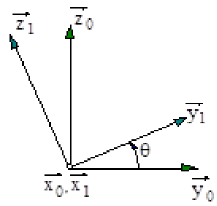
La base $\mathcal{B}_1 = \left(\overrightarrow{x_1}, \overrightarrow{y_1}, \overrightarrow{z_1}\right)$ se déduit de $\mathcal{B}_0 = \left(\overrightarrow{x_0}, \overrightarrow{y_0}, \overrightarrow{z_0}\right)$ par une rotation d'angle θ autour de $\overrightarrow{x_1} = \overrightarrow{x_0}$.

Enfin, le rotor **1** est entrainé par un moteur (non représenté) fournissant un couple noté $C_m \overrightarrow{x_0}$. Le montage de ce disque présente deux défauts :

- un défaut de perpendicularité caractérisé par l'angle α ;
- un défaut d'excentricité représenté par la cote e.







Question 1 Déterminer la forme de la matrice d'inertie du cylindre en C dans la base $\mathcal{B}'_1$.

Question 2 Déterminer les éléments de réduction en A du torseur dynamique de **(1)** dans son mouvement par rapport à $\mathcal{R}_0$.

Question 3 Appliquer le PFD pour déterminer les inconnues de liaison.

TD 0
Stabilisateur passif d'image – Sujet

04 DYN

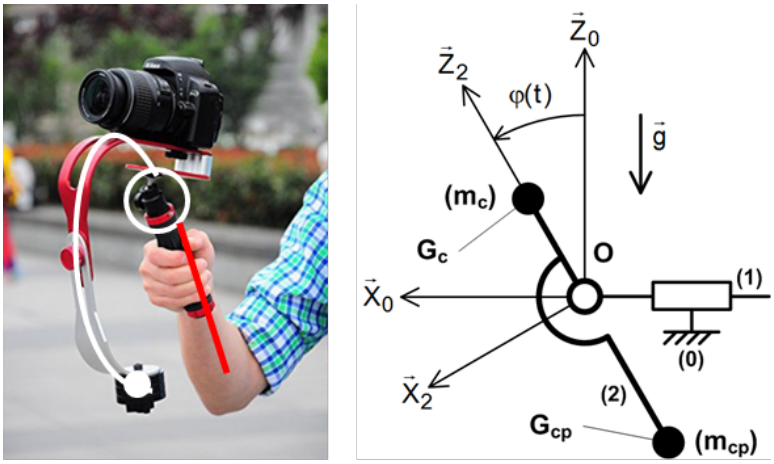
Mines Ponts 2018 – PSI.

Mise en situation

Les appareils photos modernes fonctionnent en rafales : 8 à 10 images par seconde et en mode vidéo. Le besoin de stabilisation de l'image dans de telles conditions est impératif. Le but de ce sujet est de s'intéresser au support de la caméra assurant la liaison entre le bras de l'utilisateur et la caméra elle-même.

Le stabilisateur se compose principalement de trois objets :

- une poignée orientable **(1)** manipulée directement par le photographe, liée au support **(2)** en O ;
- un support rigide **(2)** (**supposé sans masse**) sur lequel vient se fixer une caméra assimilée en première approximation à une masse ponctuelle m_c placée en G_c ;
- un contrepoids lié à **(2)** et assimilé à une masse ponctuelle m_{cp} placée en G_{cp}.



Système réel *Modèle utilisé*

L'utilisateur tient fermement la poignée **(1)** dans une position angulaire quelconque, ce qui permet d'affirmer que le **(porteur + (1))** ne forme qu'une seule classe d'équivalence. Afin de produire des images toujours fluides, sans à-coups, ce stabilisateur à main doit maintenir constamment la caméra dans une position verticale (parallèle au champ de gravité), que le porteur soit immobile (plan fixe) ou en mouvement (travelling).

Dans le cas général, le mouvement du bras par rapport au référentiel terrestre est quelconque (6 degrés de libertés). Ici, on se limite à un mouvement de translation. Dans le cas général, afin que la caméra soit en position verticale, le support doit permettre 3 rotations dans la liaison avec **(porteur + (1))**. Ici on se limite à la stabilisation d'une seule rotation.

Objectif

Suite à une sollicitation brève de 0,5 m s^{-2}, l'amplitude des oscillations de la caméra ne doit pas dépasser les 0,5°.

Travail demandé

On se place à présent dans une phase dite « dynamique ». Le porteur **(1)** est en mouvement par rapport au sol. On suppose qu'à l'instant initial, l'ensemble **(E)=Support(2) + Caméra(C) + Contrepoids(Cp)** est en équilibre stable en position vertical. On note $\{\mathcal{V}(1/0)\} = \left\{ \begin{array}{c} \overrightarrow{0} \\ \overrightarrow{V(P,1/0)} = v(t)\overrightarrow{X_0} \end{array} \right\}_{\forall P}$. On note $a(t) = \dfrac{\mathrm{d}v(t)}{\mathrm{d}t}$. De plus, $\overrightarrow{OG_C} = L_C\overrightarrow{Z_2}$ et $\overrightarrow{OG_{CP}} = -L_{CP}\overrightarrow{Z_2}$.

Question 1 Par une étude dynamique que vous mettrez en œuvre, montrer que l'équation de mouvement de (E) dans **(0)** galiléen s'exprime comme $Q_1\dfrac{\mathrm{d}^2\varphi(t)}{\mathrm{d}t^2} + Q_2(t) = Q_3(t)a(t)$.

Indication : vous commencerez par exprimer le bilan des actions mécaniques extérieures s'exerçant sur (E). Puis, le théorème de la dynamique utilisé sera clairement énoncé. Enfin, les expressions des Q_i en fonction de m_c, m_{cp}, L_c, L_{cp}, g, $\sin(\varphi(t))$ *et* $\cos(\varphi(t))$ *seront établies.*

Afin de quantifier la modification d'attitude de (E), l'équation de mouvement est linéarisée autour de la position d'équilibre (verticale) en supposant que les valeurs de l'angle restent faibles. On transpose cette équation différentielle dans le domaine de Laplace et on note $\mathcal{L}(\varphi(t)) = \Phi(p)$ et $\mathcal{L}(a(t)) = A(p)$. Afin de conserver la fluidité des images lors de travelling, les fluctuations indésirables des mouvements du porteur ne doivent pas être intégralement transmisses à (E).

On suppose que $a(t) = a_0 \sin(\omega_a t)$ avec $a_0 = 0{,}5\,\mathrm{m\,s^{-2}}$ et $g = 10\,\mathrm{m\,s^{-2}}$.

Question 2 Établir sous forme canonique la fonction de transfert $H(p) = \dfrac{\Phi(p)}{A(p)}$. Donner l'expression de la pulsation propre ω_0 en fonction de m_c, m_{cp}, L_c, L_{cp} et g.

Question 3 Tracer l'allure du diagramme asymptotique de gain $G_{\mathrm{dB}} = f(\omega)$ de la fonction de transfert $H(j\omega)$. Placer les caractéristiques remarquables.

Question 4 Pour un fonctionnement filtrant satisfaisant, on impose que $\omega_0 = 0,1\omega_a$. Le stabilisateur est réglé en conséquence par l'intermédiaire du couple $\left(m_{cp}, L_{cp}\right)$. En utilisant le comportement asymptotique en gain de G_{dB}, estimer numériquement l'amplitude $\Delta\varphi$ (en degrés) des oscillations de **(E)** selon l'axe $\left(O, \overrightarrow{y_0}\right)$.

Retour sur le cahier des charges

Question 5 Conclure vis-à-vis de l'objectif et sur les écarts obtenus.

TD 1
Gyrolock ⋆ – Sujet

Centrale Supélec PSI 2022.

Comportement dynamique du stabilisateur

C1-05

C2-09

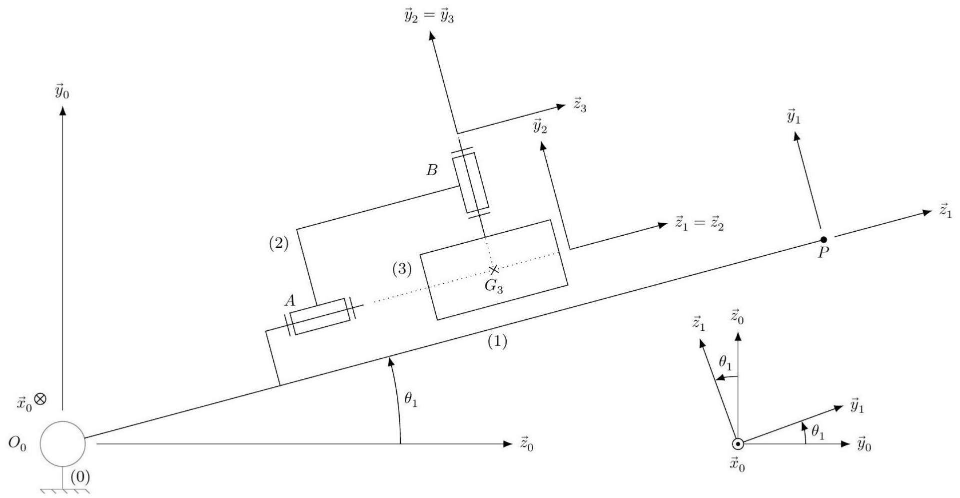


Figure 1 – Modèle cinématique du système GyroLock (représenté pour $\theta_2 = \theta_3 = 0$)

Dans la modélisation retenue (figure 1), une liaison pivot non parfaite permet de représenter la flexibilité de l'attache reconfigurable. La table d'opération (0) est supposée fixe et le référentiel $\mathcal{R}_0\left(O_0, \vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0\right)$ lié à la table (0) est galiléen. Au stabilisateur (1) est associé le repère $\mathcal{R}_1\left(O_0, \vec{x}_0 = \vec{x}_1, \vec{y}_1, \vec{z}_1\right)$ avec $\theta_1 = \left(\vec{y}_0, \vec{y}_1\right) = \left(\vec{z}_0, \vec{z}_1\right)$. Le point P tel que $O_0P = L$ représente le bout du stabilisateur (1) en contact avec la zone à opérer.

Paramétrage, notations et hypothèses

- La liaison pivot d'axe $\left(O_0, \vec{x}_0\right)$ entre les solides (0) et (1) possède une raideur k et un coefficient de frottement visqueux f, d'où $\vec{M}\left(O_0, 0 \rightarrow 1\right) \cdot \vec{x}_0 = -\left(k\theta_1 + f\dot{\theta}_1\right)$;
- les autres liaisons sont supposées parfaites ;
- l'action du cœur sur le stabilisateur (1) est modélisée par $\left\{\mathcal{T}_{c\rightarrow 1}\right\} = \left\{\begin{array}{c} f_c\vec{y}_1 \\ \vec{0} \end{array}\right\}_P$;
- seul le déplacement vertical du point P est pris en compte. On note $y(t) = -\overrightarrow{O_0P} \cdot \vec{y}_0$;
- le stabilisateur (1) est de masse m_1 et possède un centre d'inertie G_1 tel que $\overrightarrow{O_0G_1} = L_{G_1}\vec{z}_1$ et l'opérateur d'inertie est $\mathcal{J}\left(G_1, 1\right) = \begin{bmatrix} A_1 & 0 & 0 \\ 0 & A_1 & 0 \\ 0 & 0 & C_1 \end{bmatrix}_{\mathcal{B}_1}$;
- la masse et l'inertie de l'étrier (2) sont négligeables ;
- la toupie (3) est de masse m_3 et possède un centre d'inertie G_3 tel que $\overrightarrow{O_0G_3} = L_{G_3}\vec{z}_1 + H_{G_3}\vec{y}_1$;
- les figures de changement de base sont données figures 6 et 9 ;
- les actions mécaniques dues à la pesanteur sont négligées devant les effets dynamiques.

Question 1 Sans détailler les calculs, donner la méthode permettant de déterminer la loi de mouvement du stabilisateur (équation différentielle en $\theta_1(t)$). L'ensemble isolé, l'inventaire des actions mécaniques extérieures, le théorème utilisé et sa projection scalaire sont à préciser clairement.

Question 2 Exprimer $\vec{\delta}(O_0, 1/0) \cdot \vec{x}_0$, la projection sur $\vec{x}_0$ du moment dynamique au point O_0 du solide (1) en mouvement dans le référentiel $\mathcal{R}_0$.

Question 3 Exprimer littéralement la vitesse $\vec{V}(G_3, 3/0)$ dans la base $\mathcal{B}_1$, puis l'accélération $\vec{\Gamma}(G_3, 3/0)$ dans la base $\mathcal{B}_1$.

Question 4 En conservant les conditions de fonctionnement ci-contre [1], il est possible de montrer que $\vec{\delta}(G_3, 3/0) \cdot \vec{x}_0 = A_3\ddot{\theta}_1 - c_x(t)$ avec $c_x(t) = B_3\omega_3\dot{\theta}_2$ (résultat admis sans démonstration). En déduire $\vec{\delta}(O_0, 3/0) \cdot \vec{x}_0$, en fonction de $A_3, c_x(t), m_3, L_{G_3}, H_{G_3}$ et $\ddot{\theta}_1(t)$.

1: $\ddot{\theta}_2 \approx 0, \theta_2 \approx 0$ et $\dot{\theta}_3 = \omega_3$ constante.

Question 5 Exprimer J_x en fonction de $A_1, A_3, m_1, m_3, L_{G_1}, L_{G_3}$ et H_{G_3} permettant d'écrire la loi de mouvement du stabilisateur (1) sous la forme suivante :

$$J_x\ddot{\theta}_1(t) + f\dot{\theta}_1(t) + k\theta_1(t) = c_x(t) - Lf_c(t)$$

En supposant que θ_1 reste proche de 0, la relation $y(t) = L\theta_1(t)$ sera utilisée.

Les transformées de Laplace de $y(t), c_x(t)$ et $f_c(t)$ sont notées $Y(p), C_x(p)$ et $F_c(p)$.

Question 6 En déduire les expressions littérales des fonctions de transfert $H_{\text{pert}}(p)$ et $H_1(p)$ du schéma-blocs figure 2 en fonction de L, J_x, f et k.

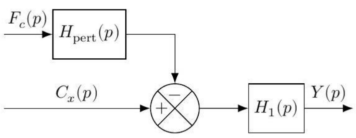


Figure 2 – Schéma bloc du stabilisateur (1)

On rappelle que $L = 0,3$ m et les valeurs retenues pour J_x, f et k sont :

- $J_x = 1,14 \times 10^{-2}\ \text{kg} \cdot \text{m}^2$;
- $-f = 64 \times 10^{-3}\ \text{N} \cdot \text{m} \cdot \text{s} \cdot \text{rad}^{-1}$;
- $-k = 95\ \text{N} \cdot \text{m} \cdot \text{rad}^{-1}$.

Question 7 Écrire $H_1(p)$ sous forme canonique, puis calculer les valeurs de ses paramètres caractéristiques : gain statique K_1, amortissement ξ_1 et pulsation propre ω_1. Commenter le comportement associé (fréquentiel ou temporel).