# Avance de Phase – Train d'atterrissage d'hélicoptère ★ – Sujet

Banque PT - SIA 2014.

## Mise en situation

Lors d'atterrissages d'hélicoptères à grande, les oscillations induites par l'impact au sol du train d'atterrissage principal génèrent des contraintes mécaniques importantes à la liaison du pylône de queue avec la cabine. Les oscillations du pylône de queue de l'appareil ne sont pas négligeables. Lors de ces atterrissages, les vitesses verticales minimales sont de l'ordre de  $2\,\mathrm{m\,s^{-1}}$  mais peuvent atteindre des valeurs plus importantes lors d'appontage sur un bateau à cause des mouvements du bateau dus à la houle. La résistance aux crashs correspond à la possibilité de garder opérationnel un appareil qui aurait atterri avec une vitesse d'impact pouvant atteindre  $4\,\mathrm{m\,s^{-1}}$ .

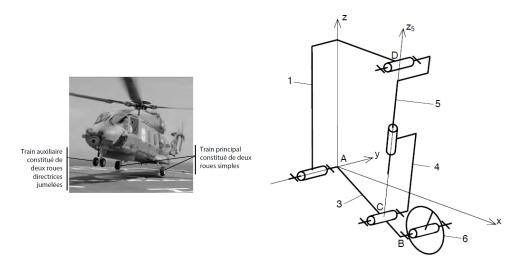
C1-02

C2-04

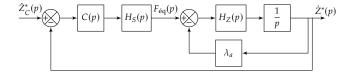
## Objectif

Pour une vitesse d'impact de  $4 \,\mathrm{m\,s^{-1}}$  l'accélération de la queue doit rester inférieure à  $3 \,\mathrm{rad\,s^{-2}}$ .

On donne une modélisation cinématique du train principal.



La vitesse d'impact lors de l'atterrissage de l'hélicoptère correspond alors à la vitesse de la tige 5 de l'amportisseur par rapport au cylindre 4. Cette vitesse est notée  $Z^*$ . On se propose d'étudier la stabilité vis-à-vis de la seule consigne  $\dot{Z}_c^*(p)$ . On adoptera pour le réglage de la correction le schéma suivant.



## On note dans ce schéma:

▶  $\dot{Z}^*(p)$  la transformée de  $\dot{z}^*(t) = \dot{z}(t) + V_0$  avec  $V_0$  la vitesse d'impact et  $\dot{z}(t)$  la vitesse absolue de la cabine par rapport au sol;



- $\blacktriangleright \ F_{\rm \acute{e}q}(p)$  l'effort équivalent ramené au déplacement de la cabine et fourni par la partie active de l'amortisseur;
- $ightharpoonup \lambda_a$  le coefficient d'amortissement passif équivalent ramené au déplacement de la cabine;
- ►  $H_S(p) = \frac{K_S}{1 + T_S p}$  la fonction de transfert de la partie active de l'amortisseur. On prendra :  $K_S = 12 \times 10^4 \,\text{N A}^{-1}$  et  $T_S = 5 \times 10^{-3} \,\text{s}$ ;
- ►  $H_Z(p) = \frac{K_Z p^2}{1 + \frac{2\xi_Z}{\omega_Z} p + \frac{p^2}{\omega_Z^2}}$  la fonction de transfert traduisant le comportement

dynamique du train.

ightharpoonup C(p) la fonction de transfert du correcteur dont le réglage fait l'objet de cette partie.

## Fonction de transfert en boucle ouverte non corrigée

## Objectif

II s'agit dans un premier temps d'analyser la forme de la fonction de transfert en boucle ouverte non corrigée de la chaîne de commande semi-active.

Question 1 Déterminer littéralement et sous forme canonique la fonction de transfert  $H_F(p) = \frac{\dot{Z}^*(p)}{F_{\acute{\rm eq}}(p)}.$ 

Question 2 Déterminer littéralement la fonction de transfert en boucle ouverte non corrigée  $H_{BONC}(p)$ .

On donne le diagramme de Bode de  $H_F(p)$ .

Question 3 Justifier la forme de ce diagramme en traçant les asymptotes et en indiquant comment retrouver sur le tracé les valeurs de  $K_z$  et  $\omega_z$ . Tracer en rouge les diagrammes de la fonction  $H_{BONC}(p)$ . On prendra pour cela  $20 \log K_S \simeq 100 \, \mathrm{dB}$ .

## Choix et réglage de la correction

#### Objectif

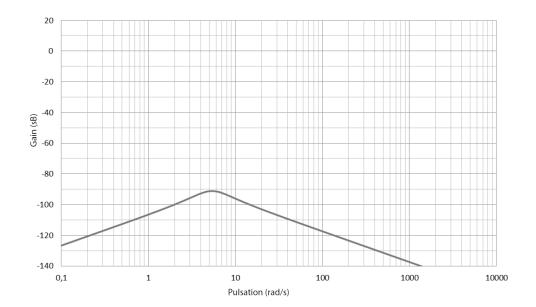
Il s'agit à présent de définir la structure du correcteur et de proposer un réglage permettant de satisfaire les critères du cahier des charges.

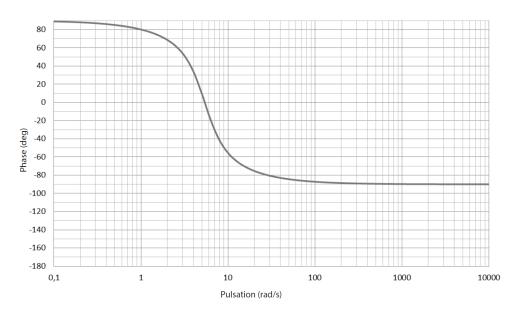
Afin de satisfaire les exigences, une étude complémentaire non abordée dans ce sujet montre que la boucle d'asservissement doit posséder les performances suivantes :

- erreur statique nulle;
- ▶ pulsation de coupure à 0 dB et  $\omega_{0 dB} = 6 \text{ rad s}^{-1}$ ;
- ▶ marge de phase  $M\varphi = 45^{\circ}$ ;
- ▶ marge de gain MG > 6 dB.

Question 4 Quelle doit être la classe minimale du correcteur afin de garantir le critère de précision?



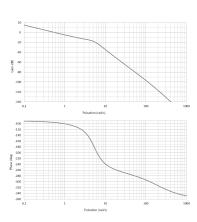


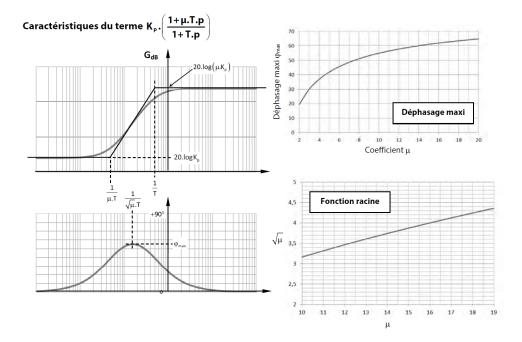


On choisit dans un premier temps un correcteur de la forme  $C(p) = \frac{K_p}{p^2}$ . On donne les diagrammes de Bode de la fonction de transfert en boucle ouverte du système ainsi corrigé pour  $K_p = 1$ .

**Question 5** Évaluer les marges de stabilité pour ce réglage. Déterminer la valeur de  $K_p$  garantissant le critère de pulsation de coupure à  $0\,\mathrm{dB}$ . Ce correcteur peut-il permettre de répondre aux critères de performances énoncés en début de partie? Justifier la réponse

On choisit finalement un correcteur de la forme  $C(p)=\frac{K_p}{p^2}\frac{1+\mu Tp}{1+Tp}$  avec  $\mu>1$ . Les caractéristiques du terme en  $K_p\frac{1+\mu Tp}{1+Tp}$  ainsi que des abaques de calcul sont donnés ci -dessous.





Question 6 Comment se nomme l'action de correction obtenue avec ce terme?

**Question 7** Quelle valeur doit-on donner à  $\mu$  pour garantir le critère de marge de phase?

**Question 8** En déduire les valeurs de T et de  $K_P$  permettant d'assurer les critères de stabilité et de bande passante énoncés au début de partie. Le critère de précision est-il validé?

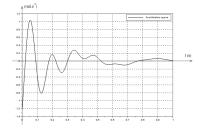
## Validation des performances

## Objectif

II s'agit dans cette dernière partie de vérifier les performances globales de la boucle d'asservissement.

On donne le résultat d'une simulation du système complet piloté à l'aide du correcteur précédemment dimensionné pour une vitesse d'impact de  $4\,\mathrm{m\,s^{-1}}$ .

**Question 9** En analysant cette courbe, conclure quant à la validité du cahier des charges.







# Avance de Phase – Train d'atterrissage d'hélicoptère ★ – Corrigé

Banque PT - SIA 2014.

## Mise en situation

## Objectif

Pour une vitesse d'impact de  $4 \,\mathrm{m\,s^{-1}}$  l'accélération de la queue doit rester inférieure à  $3 \,\mathrm{rad\,s^{-2}}$ .

#### C1-02

C2-04

## Fonction de transfert en boucle ouverte non corrigée

## Objectif

Il s'agit dans un premier temps d'analyser la forme de la fonction de transfert en boucle ouverte non corrigée de la chaîne de commande semi-active.

**Question 1** Déterminer littéralement et sous forme canonique la fonction de transfert  $H_F(p) = \frac{\dot{Z}^*(p)}{F_{\rm éq}(p)}$ .

#### Correction

$$\begin{split} H_F(p) &= \frac{H_Z(p)\frac{1}{p}}{1 + \lambda_a H_Z(p)\frac{1}{p}} = \frac{\frac{K_Z p^2}{1 + \frac{2\xi_Z}{\omega_Z} p + \frac{p^2}{\omega_Z^2}}}{1 + \frac{2\xi_Z}{\omega_Z} p + \frac{p^2}{\omega_Z^2}} = \frac{K_Z p^2}{p \left(1 + \frac{2\xi_Z}{\omega_Z} p + \frac{p^2}{\omega_Z^2}\right) + \lambda_a K_Z p^2} \\ &= \frac{K_Z p}{1 + \left(\frac{2\xi_Z}{\omega_Z} + \lambda_a K_Z\right) p + \frac{p^2}{\omega_Z^2}}. \end{split}$$

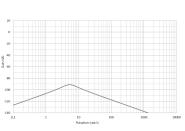
**Question 2** Déterminer littéralement la fonction de transfert en boucle ouverte non corrigée  $H_{\rm BONC}(p)$ .

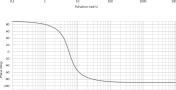
#### Correction

$$H_{\rm BONC}(p) = \frac{K_Z p}{1 + \left(\frac{2\xi_Z}{\omega_Z} + \lambda_a K_Z\right) p + \frac{p^2}{\omega_Z^2}} \cdot \frac{K_S}{1 + T_S p}.$$

On donne le diagramme de Bode de  $H_F(p)$ .

**Question 3** Justifier la forme de ce diagramme en traçant les asymptotes et en indiquant comment retrouver sur le tracé les valeurs de  $K_z$  et  $\omega_z$ . Tracer en rouge les diagrammes de la fonction  $H_{\rm BONC}(p)$ . On prendra pour cela  $20\log K_S \simeq 100\,{\rm dB}$ .

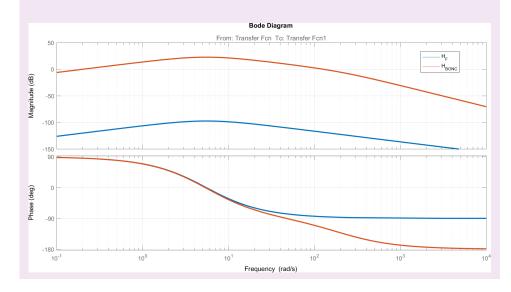




#### Correction

 $H_F$  est un second ordre dérivé de coefficient d'amortissement  $\xi_F$  et de pulsation propore  $\omega_Z$ . Ne pouvant pas calculer  $\xi_F$ , l'allure du diagrame de Bode suggère que  $\xi_F < 1$  car il y a une seule rupture de pente à  $\omega_Z = 5.5\,\mathrm{rad}\,\mathrm{s}^{-1}$ .

Pour  $\omega < \omega_Z < 1$ 'asymptote du second ordre à un gain de 0 dB. Seul le dérivateur est influent. En conséquence, pour  $\omega = 1 \, \text{rad s}^{-1}$ , on a donc  $\left| K_Z p \right|_{\text{dB}} = 20 \log K_Z = -106$ . On a donc  $K_Z = 5 \times 10^{-6}$ .



## Choix et réglage de la correction

### Objectif

Il s'agit à présent de définir la structure du correcteur et de proposer un réglage permettant de satisfaire les critères du cahier des charges.

**Question 4** Quelle doit être la classe minimale du correcteur afin de garantir le critère de précision?

#### Correction

Pour que l'erreur statique soit nulle, il faut que la classe de la FTBO soit de 1. La classe de la FTBO non corrigée étant de «-1», il faut donc que le correcteur soit de classe 2 pour que le critère de précision soit garanti.

**Question 5** Évaluer les marges de stabilité pour ce réglage. Déterminer la valeur de  $K_p$  garantissant le critère de pulsation de coupure à 0 dB. Ce correcteur peut-il permettre de répondre aux critères de performances énoncés en début de partie? Justifier la réponse

## Correction

La marge de gain est de 18 dB et la marge de phase est de 85°.

Pour avoir une pulsation de coupure à  $0 \, dB$  de  $6 \, rad \, s^{-1}$ , il faut relever le gain de  $20 \, dB$  soit  $K_P = 10$ . Dans ces conditions, la marge de phase est de  $-15^\circ$  et la marge de gain est  $-2 \, dB$ . En conséquences, le système est précis (écart nul) et la pulsation de coupure du cahier des charges est respectée. Les marges ne sont plus satisfaites.



**Question 6** Comment se nomme l'action de correction obtenue avec ce terme?

#### Correction

L'action de correction obtenue est de l'avance de phase.

**Question 7** Quelle valeur doit-on donner à  $\mu$  pour garantir le critère de marge de phase?

#### Correction

**Cas 1 : on conserve**  $K_P = 10$ . Le correcteur doit ajouter  $60^\circ$  de phase pour  $\omega = 6 \, \text{rad s}^{-1}$ . Il faut donc  $\mu = 14$ .

Cas 2 : on reprend  $K_P = 1$ . Dans ce cas, on souhaite que lorsque  $\omega = 6 \, \mathrm{rad \, s^{-1}}$ ,  $\varphi$  soit égal à 45°. Il faut donc ajouter 65°de phase à cette pulsation. Dans ces conditions,  $\mu = 20$ . Le critère de précision reste validé car il y a toujours les deux intégrateurs dans le correcteur.

**Question 8** En déduire les valeurs de T et de  $K_P$  permettant d'assurer les critères de stabilité et de bande passante énoncés au début de partie. Le critère de précision est-il validé?

#### Correction

**Dans le cas 1**:  $\omega = \frac{1}{T\sqrt{\mu}} \Leftrightarrow T = \frac{1}{\omega\sqrt{\mu}} = \frac{1}{6\sqrt{14}} = 0,045 \, \text{s.}$  Le gain  $K_P$  déjà déterminé permet de satisfaire le cahier des charges. Il faut donc que le gain du correcteur à avance de phase soit nul à la pulsation de coupure à  $\omega_{0\,\text{dB}}$ .

Il faut donc que  $\frac{1}{2} \left( 20 \log \left( \mu K_P' \right) + 20 \log K_P' \right) = 0 \Rightarrow \log \left( \mu K_P'^2 \right) = 0 \Rightarrow \mu K_P'^2 = 1 \Rightarrow K_P' = \sqrt{1/\mu} = 0,267.$ 

Dans le cas 2 :  $\omega = \frac{1}{T\sqrt{\mu}} \Leftrightarrow T = \frac{1}{\omega\sqrt{\mu}} = \frac{1}{6\sqrt{20}} = 0.037 \text{ s.}$ 

Actuellement, le gain est de  $-20 \, \mathrm{dB}$  pour  $\omega = 6 \, \mathrm{rad} \, \mathrm{s}^{-1}$ . Il faut donc augmenter le gain de  $20 \, \mathrm{dB}$  pour la pulsation  $\frac{1}{T\sqrt{u}}$ . Ceci revient donc à résoudre  $20 \log K_p + \frac{1}{2} \left(20 \log \mu K_p - 20 \log K_p\right) = 0$ 

 $20 \Rightarrow \log K_p + \log \sqrt{\mu} = 1 \Rightarrow K_p \sqrt{\mu} = 10 \Rightarrow K_p = 10/\sqrt{20} = 2, 6.$ 

**Remarque**: dans le cas 1 le gain du correcteur est  $K_P \times K_p' = 2, 6$ . Dans le cas 2  $K_p = 2, 6$ .

### Validation des performances

## Objectif

II s'agit dans cette dernière partie de vérifier les performances globales de la boucle d'asservissement.

**Question 9** En analysant cette courbe, conclure quant à la validité du cahier des charges.

#### Correction

Pour une vitesse d'impact de  $4 \,\mathrm{m \, s^{-1}}$  l'accélération reste bien inférieure à  $3 \,\mathrm{rad \, s^{-2}}$ .





## Vision en réalité augmentée pour hélicoptère ★ – Sujet

Concours Centrale Supelec 2014.

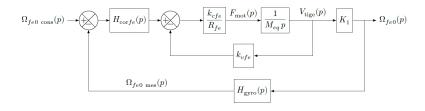
## Mise en situation

Le FLIR est une boule optronique modulaire pouvant intégrer plusieurs capteurs différents dont une caméra thermique, une caméra couleur TV HD, ainsi qu'une caméra très bas niveau de lumière. Cet ensemble est orientable et gyrostabilisé, c'est-à-dire en particulier que les caméras sont capables de garder une même ligne de visée par rapport au référentiel terrestre, quels que soient les mouvements de l'hélicoptère NH90 qui sera appelé porteur dans la suite du sujet.

Afin de limiter l'influence des vibrations du porteur sur la ligne de visée et augmenter la précision de son orientation, les ingénieurs ont choisi de décomposer l'axe motorisé d'élévation en deux étages. Le premier étage, appelé étage gros d'élévation (ge), est en prise directe avec l'air et est donc soumis aux effets aérodynamiques lors des mouvements du porteur. L'étage gros d'élévation est lui même en liaison pivot, d'axe  $(P, \overrightarrow{y_e})$ , avec l'axe motorisé d'azimut. Le second, appelé étage fin d'élévation (fe), est protégé des effets aérodynamiques grâce au carter sphérique solidaire de l'étage gros. Cet étage est en liaison pivot, d'axe  $(P, \overrightarrow{y_e})$ , avec l'étage gros d'élévation. L'inertie des éléments déplacés par l'étage fin d'élévation est plus faible que celle de l'étage gros d'élévation et les choix de guidage et de motorisation permettent d'atteindre des accélérations et des vitesses élevées. Cependant, l'amplitude du mouvement de l'étage fin est limitée.

Les performances de l'étage fin d'élévation sont données dans le tableau ci-contre.

La consigne de vitesse  $\dot{\theta}_{\rm fe0\,cons}(t) = \omega_{\rm fe0\,cons}(t)$  est établie par rapport au référentiel galiléen  $\mathcal{R}_0$ . Elle est calculée à partir de la détection de posture de la tête du pilote et des informations d'orientation du porteur par rapport au référentiel terrestre  $\mathcal{R}_0$  obtenues par la centrale inertielle du porteur.



On a  $H_{\rm gyro}(p)=\frac{1}{1+\tau_{\rm gyro}p}$ . Dans un premier temps, l'asservissement de vitesse n'est pas corrigé, c'est-à-dire que  $H_{\rm cor}$   $f_e(p)=1$ .

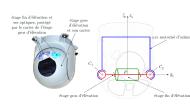
**Question 1** Exprimer littéralement et sous forme canonique la fonction de transfert  $H_{fe1}(p) = \frac{\Omega_{fe0}(p)}{\Omega_{fe0\, {
m cons}}(p)}$ , en fonction de  $K_1$ ,  $\tau_{{
m gyro}}$ ,  $M_{{
m eq}}$ ,  $K_{fe}$  et  $R_{fe}$ .

Compte tenu des temps de réponse à observer, on montre que  $H_{\rm fel}(p)$  peut se mettre sous la forme simplifiée suivante :  $H_{\rm fel}(p) = \frac{0.5}{1+3.65\times 10^{-1}p+6\times 10^{-4}p^2}$ .



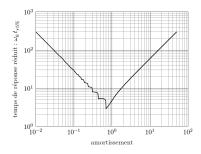
C2-04

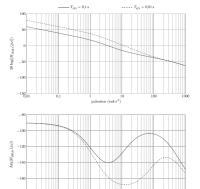




Exigence	Valeur
Temps de réponse à	<40 ms
5%	
Écart statique	nul
Marge de phase	$\Delta \phi = 60^{\circ}$

 $k_{\text{cfe}} = 10.2 \,\text{N A}^{-1}$ ,  $k_{\text{vfe}} = 10.2 \,\text{V s m}^{-1}$ , on note  $K_{\text{fe}} = k_{\text{cfe}} = k_{\text{vfe}}$ ,  $R_{\text{fe}} = 7.5 \,\Omega$ .





**Question 2** En utilisant l'abaque de la figure suivante, déterminer le temps de réponse à 5% et l'écart statique de l'asservissement en vitesse de l'étage fin d'élévation en réponse à un échelon de vitesse unitaire. Conclure sur le respect des performances en rapidité et en précision.

On propose d'utiliser un correcteur proportionnel intégral de la forme  $H_{\text{cor}\,fe}(p) = K_{\text{pfe}}\left(1+\frac{1}{T_{\text{ife}}p}\right)$ . La fonction de transfert en boucle ouverte de l'asservissement en vitesse de l'étage fin d'élévation devient alors

$$H_{\rm BOfe}(p) = K_{\rm pfe} \left( 1 + \frac{1}{T_{\rm ife} p} \right) \frac{1}{1 + 0,75 p} \frac{1}{1 + 1,6 \times 10^{-3} p}.$$

La figure suivante correspond aux tracés des diagrammes de Bode réels de  $H_{\rm BOfe}(j\omega)$  pour  $K_{\rm pfe}=1$  et  $T_{\rm ife}=0.1$  s puis  $T_{\rm ife}=0.01$  s.

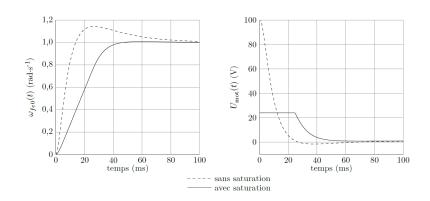
**Question 3** Sur cette même figure, tracer le diagramme de phase asymptotique de  $H_{\text{BOfe}}(j\omega)$  (Bode) pour  $T_{\text{ife}}=0.1\,\mathrm{s}$ , en indiquant la pulsation  $\frac{1}{T_{\text{ife}}}$ .

La lecture du tracé réel de la phase met en évidence un maximum à la pulsation  $\omega_{\rm max}$  telle que  $\omega_{\rm max} \in \left[\frac{1}{T_{\rm ife}};600\right] {\rm rad~s^{-1}}.$ 

**Question 4** En supposant que le tracé réel semi-logarithmique de la phase est symétrique autour de  $\omega_{\rm max}$ , calculer la valeur de  $T_{\rm ife}$  comprise dans la décade [0,01 s; 0,1 s] qui permet de régler ce maximum à  $-120\,^{\circ}$ .

**Question 5** Pour le réglage de  $T_{\text{ife}}$  calculé à la question précédente avec  $K_{\text{pfe}} = 1$  et à partir des tracés réels du document réponse, calculer la valeur de  $K_{\text{pfe}}$  qui permet de respecter le critère de marge de phase.

Le modèle est complété en utilisant les réglages déterminés aux deux questions précédentes pour  $K_{\rm pfe}$  et  $T_{\rm ife}$ . Afin de prendre en compte les caractéristiques du moteur linéaire, une saturation d'alimentation du moteur à 24 V est ajoutée ainsi qu'une modification de la commande associée qui n'est pas étudiée ici et qui ne modifie pas les réglages de  $K_{\rm pfe}$  et  $T_{\rm ife}$  déterminés précédemment. La réponse simulée  $\omega_{fe0}(p)$  de l'étage fin d'élévation à une consigne de vitesse en échelon  $\omega_{fe0\,cons}(t)=1\,{\rm rad\,s^{-1}}$  est donnée sur la figure suivante.



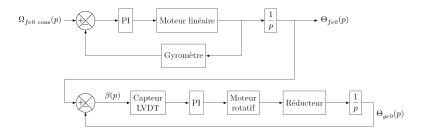
**Question 6** D'après la figure précédente, définir le temps pendant lequel la tension du moteur linéaire a été saturée et expliquer les effets de cette saturation sur les performances simulées par rapport aux performances simulées en gardant le modèle linéaire. Conclure sur la pertinence de la prise en compte de la saturation et sur les performances de l'étage fin d'élévation.

## Synthèse : validation des performances simulées du FLIR

## Objectif

Simuler le comportement de l'axe motorisé d'élévation du FLIR et vérifier s'il respecte le cahier des charges.

À l'instar de l'étage fin d'élévation, l'étage gros d'élévation est également asservi, mais en position angulaire. Il doit permettre à l'étage fin d'élévation de vérifier l'hypothèse émise précédemment, soit  $\overrightarrow{u} \simeq \overrightarrow{z_e}$ , c'est-à-dire que l'angle  $\beta(t)$  doit rester dans l'intervalle  $[-5^\circ, +5^\circ]$ . Un capteur LVDT (Linear Variable Differential Transformer) permet de mesurer l'écart entre l'orientation de l'étage fin d'élévation et l'étage gros d'élévation  $\beta(t) = \theta_{fe0}(t) - \theta_{ge0}(t)$ . Le modèle d'asservissement de l'axe motorisé d'élévation est alors celui donné sur la figure suivante.



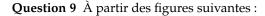
La figure ci-contre correspond à une mesure expérimentale du taux de rotation de la tête d'un pilote pour un mouvement d'élévation de sa ligne de visée. Ce signal peut alors être utilisé comme signal de consigne envoyé à l'axe motorisé d'élévation du FLIR.

Pour simuler le modèle de l'axe motorisé d'élévation et comparer ses performances au cahier des charges, il est nécessaire de définir un signal de consigne  $\omega_{fe0\,\mathrm{cons}}(t)$  composé des signaux canoniques utilisés en automatique.

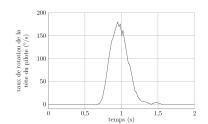
**Question 7** À partir de la figure précédente et en utilisant les signaux échelon et/ou rampe, proposer un modèle temporel associé au signal de consigne  $\omega_{\rm fe0\ cons}(t)$  exprimé en rad s<sup>-1</sup>, sous la forme d'un tracé simple en fonction du temps en seconde. Tracer l'allure de  $\theta_{\rm fe0\ cons}(t)$ , exprimé en rad, qui correspond à l'évolution temporelle de la ligne de visée du pilote dans ce cas. Préciser les valeurs des points caractéristiques de ces deux courbes.

**Question 8** À partir des deux tracés précédents, indiquer quels critères du cahier des charges peuvent être validés en utilisant ce signal de consigne dans la simulation du comportement de l'axe motorisé d'élévation du FLIR.

Après avoir dimensionné et implanté le correcteur proportionnel intégral (noté PI) au sein du modèle de l'étage gros d'élévation, on simule l'évolution de  $\beta(t) = \theta_{\rm fe0}(t) - \theta_{\rm ge0}(t)$  pour le signal de consigne  $\omega_{\rm fe0\,cons}(t)$  établi à partir de la mesure de la figure précédente. Les résultats de simulation sont donnés sur les figures suivantes.



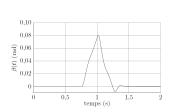
- vérifier si l'hypothèse  $\overrightarrow{u} \simeq \overrightarrow{z_e}$  reste valide;
- ▶ pour chaque critère du cahier des charges à l'aide de tracés sur les figures, conclure sur l'aptitude du FLIR à respecter les performances du cahier des charges en comparant les valeurs numériques mesurées sur les résultats de simulation à celles du cahier des charges.

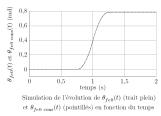


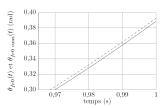


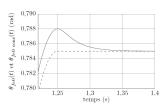


**Table 1** – Zooms de  $\theta_{fe0}(t)$  (trait plein) et  $\theta_{fe0\,cons}(t)$  (pointillés) en fonction de temps











## Vision en réalité augmentée pour hélicoptère ★ – Corrigé

Concours Centrale Supelec 2014.

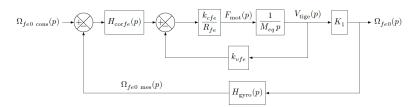
## Mise en situation

Le FLIR est une boule optronique modulaire pouvant intégrer plusieurs capteurs différents dont une caméra thermique, une caméra couleur TV HD, ainsi qu'une caméra très bas niveau de lumière. Cet ensemble est orientable et gyrostabilisé, c'est-à-dire en particulier que les caméras sont capables de garder une même ligne de visée par rapport au référentiel terrestre, quels que soient les mouvements de l'hélicoptère NH90 qui sera appelé porteur dans la suite du sujet.

Afin de limiter l'influence des vibrations du porteur sur la ligne de visée et augmenter la précision de son orientation, les ingénieurs ont choisi de décomposer l'axe motorisé d'élévation en deux étages. Le premier étage, appelé étage gros d'élévation (ge), est en prise directe avec l'air et est donc soumis aux effets aérodynamiques lors des mouvements du porteur. L'étage gros d'élévation est lui même en liaison pivot, d'axe  $(P, \overrightarrow{y_e})$ , avec l'axe motorisé d'azimut. Le second, appelé étage fin d'élévation (fe), est protégé des effets aérodynamiques grâce au carter sphérique solidaire de l'étage gros. Cet étage est en liaison pivot, d'axe  $(P, \overrightarrow{y_e})$ , avec l'étage gros d'élévation. L'inertie des éléments déplacés par l'étage fin d'élévation est plus faible que celle de l'étage gros d'élévation et les choix de guidage et de motorisation permettent d'atteindre des accélérations et des vitesses élevées. Cependant, l'amplitude du mouvement de l'étage fin est limitée.

Les performances de l'étage fin d'élévation sont données dans le tableau ci-contre.

La consigne de vitesse  $\dot{\theta}_{\rm fe0\,cons}(t)=\omega_{\rm fe0\,cons}(t)$  est établie par rapport au référentiel galiléen  $\Re_0$ . Elle est calculée à partir de la détection de posture de la tête du pilote et des informations d'orientation du porteur par rapport au référentiel terrestre  $\Re_0$ obtenues par la centrale inertielle du porteur.



On a  $H_{\text{gyro}}(p) = \frac{1}{1 + \tau_{\text{gyro}}p}$ . Dans un premier temps, l'asservissement de vitesse n'est pas corrigé, c'est-à-dire que  $H_{\text{cor }fe}(p) = 1$ .

Question 1 Exprimer littéralement et sous forme canonique la fonction de transfert  $H_{fe1}(p) = \frac{\Omega_{fe0}(p)}{\Omega_{fe0\cos(p)}}, \text{ en fonction de } K_1, \tau_{\text{gyro}}, M_{\text{eq}}, K_{fe} \text{ et } R_{fe}.$ 

#### Correction

Correction

En utilisant la forume de Black sur la boucle interne, on a :  $F(p) = \frac{\frac{K_{\text{fe}}}{R_{\text{fe}}} \frac{1}{M_{\text{eq}}p}}{1 + K_{\text{fe}} \frac{K_{\text{fe}}}{R_{\text{fe}}} \frac{1}{M_{\text{eq}}p}}$ 

C1-02

C2-04





Exigence	Valeur
Temps de réponse à	<40 ms
5%	
Écart statique	nul
Marge de phase	$\Delta \phi = 60^{\circ}$

 $k_{\rm cfe} = 10.2 \, {\rm N \, A^{-1}}, \ k_{\rm vfe} = 10.2 \, {\rm V \, s \, m^{-1}},$  on note  $K_{\rm fe} = k_{\rm cfe} = k_{\rm vfe}, R_{\rm fe} = 7.5 \, \Omega.$ 

$$= \frac{K_{fe}}{R_{fe}M_{eq}p + K_{fe}^{2}} = \frac{\frac{1}{K_{fe}}}{\frac{R_{fe}M_{eq}}{K_{fe}^{2}}p + 1}.$$
On a alors  $H_{fe1}(p) = \frac{\frac{K_{fe}}{R_{fe}M_{eq}p + K_{fe}^{2}}K_{1}}{1 + \frac{K_{fe}}{R_{fe}M_{eq}p + K_{fe}^{2}}K_{1}\frac{1}{1 + \tau_{gyro}p}} = \frac{K_{fe}K_{1}}{R_{fe}M_{eq}p + K_{fe}^{2} + \frac{K_{fe}K_{1}}{1 + \tau_{gyro}p}}$ 

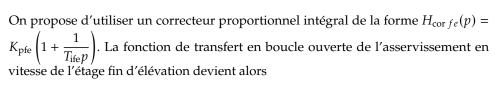
$$= \frac{(1 + \tau_{gyro}p) K_{fe}K_{1}}{(1 + \tau_{gyro}p) R_{fe}M_{eq}p + K_{fe}^{2} + K_{fe}K_{1}} = \frac{(1 + \tau_{gyro}p) \frac{K_{1}}{K_{fe} + K_{1}}}{(1 + \tau_{gyro}p) \frac{R_{fe}M_{eq}}{K_{fe}^{2} + K_{fe}K_{1}}p + 1}$$

Compte tenu des temps de réponse à observer, on montre que  $H_{\rm fel}(p)$  peut se mettre sous la forme simplifiée suivante :  $H_{\rm fel}(p) = \frac{0,5}{1+3,65\times 10^{-1}p+6\times 10^{-4}p^2}$ .

Question 2 En utilisant l'abaque de la figure suivante, déterminer le temps de réponse à 5% et l'écart statique de l'asservissement en vitesse de l'étage fin d'élévation en réponse à un échelon de vitesse unitaire. Conclure sur le respect des performances en rapidité et en précision.

#### Correction

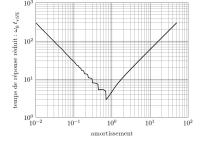
On a 
$$\frac{1}{\omega_0^2} = 6 \times 10^{-4}$$
 et  $\omega_0 = \sqrt{\frac{1}{6 \times 10^{-4}}} = 40 \, \mathrm{rad/s}$ .  
De plus  $\frac{2\xi}{\omega_0} = 3,65 \times 10^{-1} \Rightarrow \xi = \frac{3,65}{2} \times 10^{-1} \times 40 = 7,45$ .  
En utilisant l'abaque, on a alors  $\omega_0 \times t_5 = 40 \, \mathrm{soit}$  un temps de réponse à 5% de 1 s.

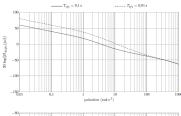


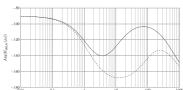
$$H_{\text{BOfe}}(p) = K_{\text{pfe}} \left( 1 + \frac{1}{T_{\text{ife}}p} \right) \frac{1}{1 + 0.75p} \frac{1}{1 + 1.6 \times 10^{-3}p}.$$

La figure suivante correspond aux tracés des diagrammes de Bode réels de  $H_{BOfe}(j\omega)$ pour  $K_{\text{pfe}} = 1$  et  $T_{\text{ife}} = 0.1$  s puis  $T_{\text{ife}} = 0.01$  s.

Question 3 Sur cette même figure, tracer le diagramme de phase asymptotique de  $H_{\text{BOfe}}(j\omega)$  (Bode) pour  $T_{\text{ife}} = 0.1$  s, en indiquant la pulsation  $\frac{1}{T_{\text{ife}}}$ 







## Correction

La lecture du tracé réel de la phase met en évidence un maximum à la pulsation  $\omega_{max}$ telle que  $\omega_{\text{max}} \in \left[\frac{1}{T_{\text{ife}}};600\right] \text{ rad s}^{-1}$ .

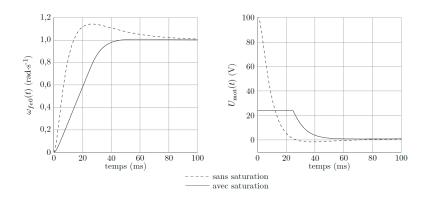
Question 4 En supposant que le tracé réel semi-logarithmique de la phase est symétrique autour de  $\omega_{\rm max}$ , calculer la valeur de  $T_{\rm ife}$  comprise dans la décade [0,01 s; 0,1 s] qui permet de régler ce maximum à -120°.

#### Correction

**Question 5** Pour le réglage de  $T_{\text{ife}}$  calculé à la question précédente avec  $K_{\text{pfe}} = 1$  et à partir des tracés réels du document réponse, calculer la valeur de  $K_{\text{pfe}}$  qui permet de respecter le critère de marge de phase.

#### Correction

Le modèle est complété en utilisant les réglages déterminés aux deux questions précédentes pour  $K_{\rm pfe}$  et  $T_{\rm ife}$ . Afin de prendre en compte les caractéristiques du moteur linéaire, une saturation d'alimentation du moteur à 24 V est ajoutée ainsi qu'une modification de la commande associée qui n'est pas étudiée ici et qui ne modifie pas les réglages de  $K_{\rm pfe}$  et  $T_{\rm ife}$  déterminés précédemment. La réponse simulée  $\omega_{fe0}(p)$  de l'étage fin d'élévation à une consigne de vitesse en échelon  $\omega_{fe0\,cons}(t)=1\,{\rm rad\,s^{-1}}$  est donnée sur la figure suivante.



**Question 6** D'après la figure précédente, définir le temps pendant lequel la tension du moteur linéaire a été saturée et expliquer les effets de cette saturation sur les performances simulées par rapport aux performances simulées en gardant le modèle linéaire. Conclure sur la pertinence de la prise en compte de la saturation et sur les performances de l'étage fin d'élévation.

### Correction

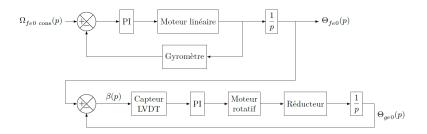
## Synthèse : validation des performances simulées du FLIR

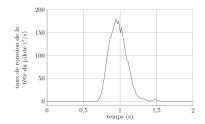
### Objectif

Simuler le comportement de l'axe motorisé d'élévation du FLIR et vérifier s'il respecte le cahier des charges.

À l'instar de l'étage fin d'élévation, l'étage gros d'élévation est également asservi, mais en position angulaire. Il doit permettre à l'étage fin d'élévation de vérifier l'hypothèse émise précédemment, soit  $\overrightarrow{u} \simeq \overrightarrow{z_e}$ , c'est-à-dire que l'angle  $\beta(t)$  doit rester dans l'intervalle  $[-5^\circ, +5^\circ]$ . Un capteur LVDT (Linear Variable Differential Transformer) permet de mesurer l'écart entre l'orientation de l'étage fin d'élévation et l'étage gros d'élévation  $\beta(t) = \theta_{fe0}(t) - \theta_{ge0}(t)$ . Le modèle d'asservissement de l'axe motorisé d'élévation est alors celui donné sur la figure suivante.







La figure ci-contre correspond à une mesure expérimentale du taux de rotation de la tête d'un pilote pour un mouvement d'élévation de sa ligne de visée. Ce signal peut alors être utilisé comme signal de consigne envoyé à l'axe motorisé d'élévation du FLIR.

Pour simuler le modèle de l'axe motorisé d'élévation et comparer ses performances au cahier des charges, il est nécessaire de définir un signal de consigne  $\omega_{fe0\,\mathrm{cons}}(t)$  composé des signaux canoniques utilisés en automatique.

**Question 7** À partir de la figure précédente et en utilisant les signaux échelon et/ou rampe, proposer un modèle temporel associé au signal de consigne  $\omega_{\rm fe0\ cons}(t)$  exprimé en rad s<sup>-1</sup>, sous la forme d'un tracé simple en fonction du temps en seconde. Tracer l'allure de  $\theta_{\rm fe0\ cons}(t)$ , exprimé en rad, qui correspond à l'évolution temporelle de la ligne de visée du pilote dans ce cas. Préciser les valeurs des points caractéristiques de ces deux courbes.

#### Correction

**Question 8** À partir des deux tracés précédents, indiquer quels critères du cahier des charges peuvent être validés en utilisant ce signal de consigne dans la simulation du comportement de l'axe motorisé d'élévation du FLIR.

#### Correction

Après avoir dimensionné et implanté le correcteur proportionnel intégral (noté PI) au sein du modèle de l'étage gros d'élévation, on simule l'évolution de  $\beta(t) = \theta_{\rm fe0}(t) - \theta_{\rm ge0}(t)$  pour le signal de consigne  $\omega_{\rm fe0\,cons}(t)$  établi à partir de la mesure de la figure précédente. Les résultats de simulation sont donnés sur les figures suivantes.

**Question 9** À partir des figures suivantes :

- vérifier si l'hypothèse  $\overrightarrow{u} \simeq \overrightarrow{z_e}$  reste valide;
- ▶ pour chaque critère du cahier des charges à l'aide de tracés sur les figures, conclure sur l'aptitude du FLIR à respecter les performances du cahier des charges en comparant les valeurs numériques mesurées sur les résultats de simulation à celles du cahier des charges.

#### Correction

