

Diagramme de Bode★

11 SLCI

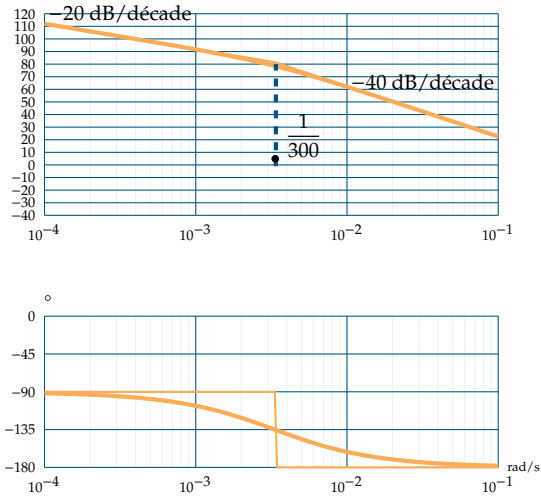
Question 1 Tracer le diagramme de Bode de la fonction de transfert suivante :

$$F_3(p) = \frac{40}{p(1 + 300p)}.$$

Tracer asymptotique

Positionnement du diagramme de gain Lorsque que ω tend vers 0, $F_3(p) \simeq \frac{40}{p}$. Cette asymptote de pente -20 dB/decade passe par le point $(40, 0)$.

	$\omega \rightarrow 0$	$\omega = \frac{1}{300} \text{ rad/s}$	$\omega \rightarrow \infty$
$H_1(p) = \frac{40}{p}$	-20 dB/decade -90°		-20 dB/decade -90°
$H_2(p) = \frac{1}{1 + 300p}$	0 dB/decade 0°		-20 dB/decade -90°
$F_3(p)$	-20 dB/decade -90°		-40 dB/decade -180°



Colle 0

Micromanipulateur compact pour la chirurgie endoscopique– Corrigé

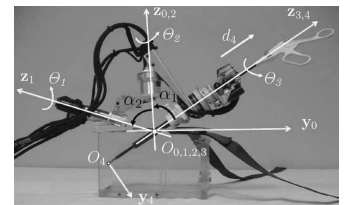
Mines Ponts 2016.

B2-04

Présentation générale

Validation des performances de l'asservissement d'effort

Modèle de connaissance de l'asservissement



Objectif

Modéliser l'asservissement en effort.

Question 1 Déterminer les expressions des fonctions de transfert $H_1(p)$, $H_2(p)$ et $H_3(p)$.

Correction

$$H_1(p) = \frac{1}{Jp}, H_2(p) = \frac{1}{p} \text{ et } H_3(p) = K_{C\theta}.$$

Question 2 Donner l'expression de la fonction de transfert en boucle fermée $H_{BF}(p)$ de l'asservissement d'effort.

Correction

$$\text{Calculons } F(p) = \frac{C_e(p)}{C_m(p)} = \frac{H_1(p)H_2(p)H_3(p)}{1 + H_1(p)H_2(p)H_3(p)} = \frac{K_{C\theta} \frac{1}{Jp} \frac{1}{p}}{1 + K_{C\theta} \frac{1}{Jp} \frac{1}{p}} = \frac{K_{C\theta}}{Jp^2 + K_{C\theta}}.$$

$$\begin{aligned} \text{Par suite } H_{BF}(p) &= \frac{F(p)H_{cor}(p)}{1 + F(p)H_{cor}(p)} \text{ soit } H_{BF}(p) = \frac{\frac{K_{C\theta}}{Jp^2 + K_{C\theta}}}{1 + \frac{K_{C\theta}}{Jp^2 + K_{C\theta}}} = \frac{K_{C\theta}}{Jp^2 + K_{C\theta} + K_{C\theta}} \\ &= \frac{1/2}{\frac{J}{2K_{C\theta}}p^2 + 1}. \end{aligned}$$

Question 3 Quel sera le comportement de cet asservissement en réponse à un échelon d'amplitude C_0 ? Conclure.

Correction

Le coefficient d'amortissement étant nul, il s'agit d'un oscillateur harmonique d'amplitude $C_0/2$. Le système vibre ce qui est incompatible avec le mouvement d'un robot chirurgical.

Pour remédier au problème ainsi mis en évidence, le concepteur a choisi de mettre en place une boucle interne numérique, dite tachymétrique, de gain B . On s'intéresse ici à la définition analytique de B . Le schéma-blocs modifié est donné figure suivante.

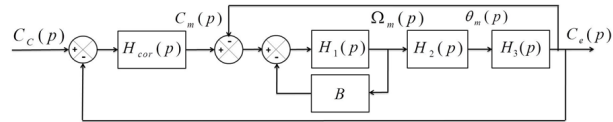


FIGURE 1 – Régulation avec retour tachymétrique.

On règle B de telle façon que, pour $H_{cor}(p) = 1$, la fonction de transfert en boucle ouverte, notée $H_{BO}(p)$, puisse être mise sous la forme suivante : $H_{BO}(p) = \frac{1}{(1 + \tau p)^2}$.

Question 4 Donner l'expression analytique du gain B , en fonction de J et $K_{C\theta}$, permettant d'obtenir cette forme de fonction de transfert. En déduire l'expression analytique de la constante de temps τ .

Correction

$$\begin{aligned} \text{D'une part, } F_1(p) &= \frac{\frac{1}{Jp}}{1 + \frac{B}{Jp}} = \frac{1}{Jp + B}. \text{ Par suite } FTBO(p) = \frac{F_1(p)H_2(p)H_3(p)}{1 + F_1(p)H_2(p)H_3(p)} \\ &= \frac{\frac{1}{Jp + B} \frac{K_{C\theta}}{p}}{1 + \frac{1}{Jp + B} \frac{K_{C\theta}}{p}} = \frac{K_{C\theta}}{p(Jp + B) + K_{C\theta}} = \frac{K_{C\theta}}{Jp^2 + Bp + K_{C\theta}} = \frac{1}{\frac{J}{K_{C\theta}}p^2 + \frac{B}{K_{C\theta}}p + 1}. \\ \text{Par ailleurs, } H_{BO}(p) &= \frac{1}{(1 + \tau p)^2} = \frac{1}{1 + 2\tau p + \tau^2 p^2}. \end{aligned}$$

$$\text{On a donc } \frac{B}{K_{C\theta}} = 2\tau \Rightarrow \frac{B}{2K_{C\theta}} = \tau. \text{ D'autre part, } \tau^2 = \frac{J}{K_{C\theta}} \Rightarrow \frac{B}{2K_{C\theta}} = \sqrt{\frac{J}{K_{C\theta}}}.$$

$$\text{Au final, } B = 2\sqrt{JK_{C\theta}} \text{ et } \tau = \frac{B}{2K_{C\theta}} = \frac{2\sqrt{JK_{C\theta}}}{2K_{C\theta}} = \sqrt{\frac{J}{K_{C\theta}}}.$$

Les exigences du cahier des charges sont données plus haut (exigences 1.2.2.1, 1.2.2.3 et 1.2.2.4).

Afin de répondre à ces exigences, on choisit un correcteur proportionnel-intégral de gain K_i et de constante de temps T_i . Le schéma-blocs de la régulation se met sous la forme de la figure 2.

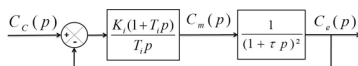


FIGURE 2 – Régulation avec correcteur PI.

Question 5 Donner l'expression de l'erreur statique en réponse à un échelon d'amplitude C_0 . Conclure vis-à-vis du cahier des charges.

Correction

- Méthode 1 : la FTBO est de classe 1. L'écart statique est donc nul.
- Méthode 2 (à savoir faire absolument, mais à éviter car trop long).

$$\text{On a } \varepsilon(p) = \frac{C_c(p)}{1 + FTBO(p)} = \frac{C_0}{p} \frac{1}{1 + \frac{K_i(1 + T_i p)}{T_i p(1 + \tau p^2)}} = C_0 \frac{1}{p + \frac{K_i(1 + T_i p)}{T_i(1 + \tau p^2)}}.$$

Par suite, $\lim_{t \rightarrow +\infty} \varepsilon(t) = \lim_{p \rightarrow 0} p \varepsilon(p) = 0$.

On souhaite régler le correcteur pour que le système asservi ait une fonction de transfert en boucle fermée d'ordre 2 de la forme :

$$\frac{K_{BF}}{1 + \frac{2\xi_{BF}}{\omega_{0BF}}p + \frac{p^2}{\omega_{0BF}^2}}$$

Question 6 Proposer une expression simple pour la constante de temps T_i .

Correction

Pour que la FTBF soit d'ordre 2, la FTBO doit être d'ordre 2.

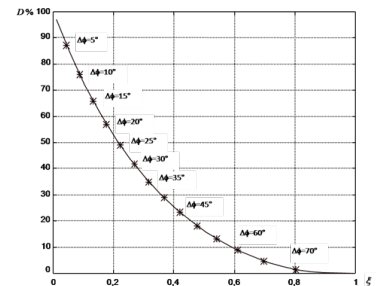
En choisissant $T_i = \tau$ (compensation du pôle double du système), on a alors $FTBO(p) =$

$$\frac{K_i(1 + \tau p)}{\tau p(1 + \tau p)^2} = \frac{K_i}{\tau p(1 + \tau p)}.$$

$$\text{On a alors } FTBF(p) = \frac{\frac{K_i}{\tau p(1 + \tau p)}}{1 + \frac{K_i}{\tau p(1 + \tau p)}} = \frac{K_i}{\tau p(1 + \tau p) + K_i}.$$

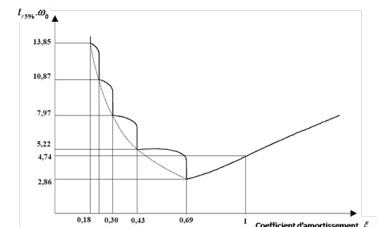
Question 7 À partir des courbes ci-contre, proposer une valeur de coefficient d'amortissement et de pulsation propre.

On donne $K_i = 1$.



Question 8 Les critères de performance du cahier des chartes sont-ils respectés ? Tracer l'allure de la réponse temporelle à un échelon C_{c0} en indiquant toutes les valeurs caractéristiques nécessaires.

Correction



Diagrammes de Bode

On prend $K_i = 0,4$, $T_i = 0,01$ s et $\tau = 0,5$ s.

Question 9 Tracer le diagramme de Bode de la fonction de transfert $G(p) = \frac{K_i(1 + T_i p)}{T_i p(1 + \tau p)^2}$.

Question 2.

D'après l'équation de mouvement, $Jp\Omega_m(p) = C_m(p) - C_e(p)$. On a donc $H_1(p) = \frac{1}{Jp}$.
 On a $p\theta_m(p) = \Omega_m(p)$; donc $H_2(p) = \frac{1}{p}$.
 Enfin, $C_e(p) = K_{C\theta}\theta_m(p)$ et donc $H_3(p) = K_{C\theta}$.

Question 3.

On a dans un premier temps $\frac{C_e(p)}{C_m(p)} = F(p) = \frac{H_1(p)H_2(p)H_3(p)}{1+H_1(p)H_2(p)H_3(p)} = \frac{\frac{1}{Jp^2}K_{C\theta}}{1+\frac{1}{Jp^2}K_{C\theta}} = \frac{K_{C\theta}}{Jp^2+K_{C\theta}}$.

Dans un second temps, $H_{BF}(p) = \frac{\frac{K_{C\theta}}{Jp^2+K_{C\theta}} - H_{cor}(p)}{1+\frac{K_{C\theta}}{Jp^2+K_{C\theta}} - H_{cor}(p)} = \frac{K_{C\theta}H_{cor}(p)}{Jp^2+K_{C\theta}+K_{C\theta}H_{cor}(p)}$.

Avec $H_{cor}(p) = 1$: $H_{BF}(p) = \frac{K_{C\theta}}{Jp^2+2K_{C\theta}} = \frac{\frac{1}{2}}{\frac{J}{2K_{C\theta}}p^2+1}$.

Question 4.

On peut mettre la fonction précédente sous forme canonique. On a : $H_{BF}(p) = \frac{\frac{1}{2}}{\frac{J}{2K_{C\theta}}p^2+1}$. Il s'agit d'un système du second ordre avec un coefficient d'amortissement nul. On a alors un oscillateur harmonique et la réponse du système à un échelon d'amplitude C_0 est une sinusoïde (d'amplitude C_0 et de moyenne $\frac{C_0}{2}$).
 Un mouvement sinusoïdal est surement incompatible avec l'asservissement d'un axe sur un robot chirurgical.

Question 5.

On a $H_{BO}(p) = \frac{H_{cor}(p) \cdot \frac{H_1(p)}{1+H_1(p)B} H_2(p)H_3(p)}{1+\frac{H_1(p)}{1+H_1(p)B} H_2(p)H_3(p)} = \frac{H_1(p)H_2(p)H_3(p)}{1+H_1(p)B+H_1(p)H_2(p)H_3(p)} = \frac{\frac{K_{C\theta}}{Jp^2}}{1+\frac{B}{Jp}+\frac{K_{C\theta}}{Jp^2}} = \frac{K_{C\theta}}{Jp^2+pB+K_{C\theta}} = \frac{1}{\frac{Jp^2}{K_{C\theta}}+\frac{pB}{K_{C\theta}}+1}$.

Par ailleurs, $(1+\tau p)^2 = 1 + \tau^2 p^2 + 2\tau p$.

En identifiant, $\tau^2 = \frac{J}{K_{C\theta}}$ et $2\tau = \frac{B}{K_{C\theta}}$. On a donc $B = 2\tau K_{C\theta} = 2K_{C\theta}\sqrt{\frac{J}{K_{C\theta}}} = 2\sqrt{JK_{C\theta}}$ et $\tau = \sqrt{\frac{J}{K_{C\theta}}}$.

Question 6.

On a : $\varepsilon(p) = \frac{C_e(p)}{1+FTBO(p)} = \frac{C_0}{p} \cdot \frac{1}{1+\frac{K_i(1+T_i p)}{T_i p(1+\tau p)^2}}$. En conséquences, $\varepsilon_S = \lim_{t \rightarrow \infty} \varepsilon(t) = \lim_{p \rightarrow 0} p\varepsilon(p) = \lim_{p \rightarrow 0} p \cdot \frac{C_0}{p} \cdot \frac{1}{1+\frac{K_i(1+T_i p)}{T_i p(1+\tau p)^2}} = \lim_{p \rightarrow 0} C_0 \cdot \frac{1}{1+\frac{K_i(1+T_i p)}{T_i p(1+\tau p)^2}} = 0 \text{ Nm}$.
 L'exigence 1.2.2.1 est vérifiée.

Question 7.

On a $\frac{K_i(1+T_i p)}{T_i p(1+\tau p)^2} = \frac{K_i(1+T_i p)}{T_i p(1+\tau p)^2 + K_i(1+T_i p)}$. Avec $T_i = \tau$, on a $\frac{K_i}{\tau p(1+\tau p)+K_i}$. La FTBF est bien d'ordre 2.

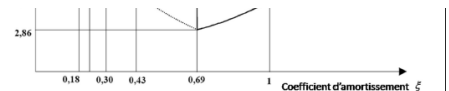


Pour avoir $D\% \leq 15\%$ il faut $\xi \geq 0,5$

Cependant, on trouve sur ce diagramme qu'il faut avoir $\xi \geq 0,8$ pour avoir une marge de phase de 70° .

Si on souhaite obtenir le temps de réponse à 5% le plus rapide, comme $\xi \geq 0,8 > 0,7$, il faut prendre ξ le plus faible possible. Cela impose $\xi = 0,8$ et comme $\xi = \frac{1}{2\sqrt{K_i}}$ on a

alors $K_i = \frac{1}{4\xi^2} = 0,4$.



Pour $\xi = 0,8$, la lecture de l'abaque donne donc $t_{R5\%} \cdot \omega_0 \geq 3,5$ et avec $t_{R5\%} \leq 0,5s$ on a $\omega_0 \geq 7 \text{ rad/s}$

Question 9.

Critère	Valeur
Dépassement	2%
Tr5%	<0,5 s
Erreur statique en réponse à un échelon	0

Allure de la réponse indicielle :

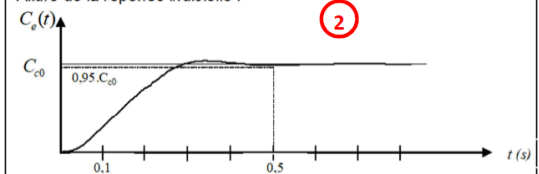


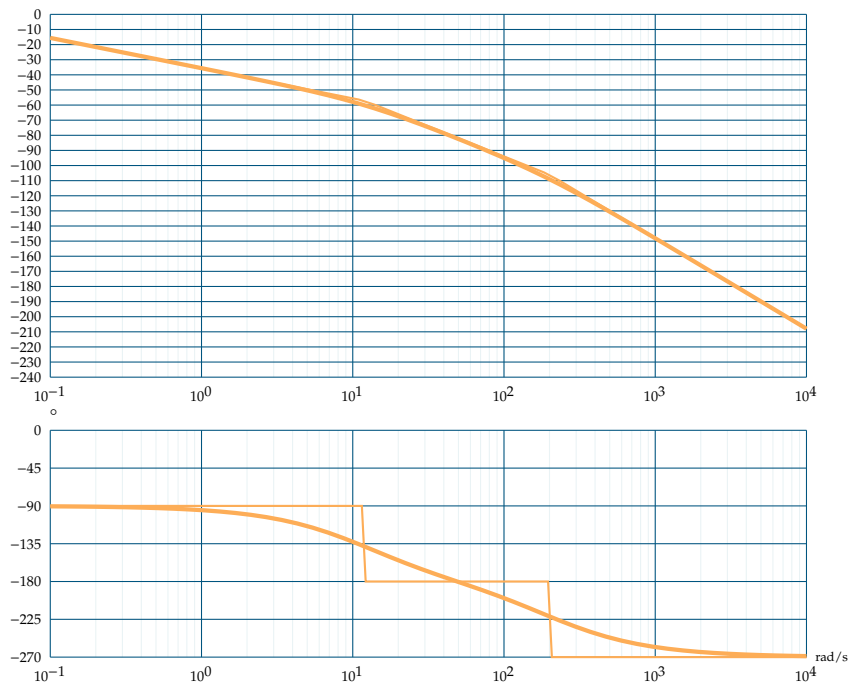
Diagramme de Bode ★★

11 SLCI

Question 1 Tracer le diagramme de Bode de la fonction de transfert suivante :

$$F(p) = \frac{2}{0,05p^3 + 10,6p^2 + 120p}.$$

En factorisant, on obtient $F(p) = \frac{40}{p(p+12)(p+200)} = \frac{40}{2400p\left(\frac{p}{12} + 1\right)\left(\frac{p}{200} + 1\right)}.$



TD 0

Fauteuil dynamique de cinéma – Corrigé

Concours Centrale-Supélec TSI 2015

C1-01

C2-03

Présentation du système

Mise en situation

Exigence fonctionnelle « amplifier la sensation d'accélération »

Comportement de l'ensemble variateur et moteur du dossier



Objectif

- Établir un modèle simplifié de l'asservissement de courant.
- Établir un modèle simplifié de l'asservissement de vitesse.
- Analyser la précision de l'asservissement de position.

Modélisation de l'asservissement de vitesse

NE PAS TRAITER LES QUESTIONS 1 à 3.

Question 1 Exprimer la fonction de transfert de la boucle de vitesse $H_{\Omega}(p) = \Omega(p)/U_{C\Omega}(p)$, lorsque $C_R(p) = 0$. Le résultat sera mis sous une forme canonique.

Correction

$$\begin{aligned} H_{\Omega}(p) &= \frac{k_1 \left(1 + \frac{1}{T_1 p}\right) \frac{K}{K_{rl}} \frac{1}{Jp + f}}{1 + K_{\Omega} k_1 \left(1 + \frac{1}{T_1 p}\right) \frac{K}{K_{rl}} \frac{1}{Jp + f}} = \frac{k_1 (1 + T_1 p) K}{T_1 p K_{rl} (Jp + f) + K_{\Omega} k_1 (1 + T_1 p) K} \\ &= \frac{\frac{K k_1}{K_{\Omega} k_1 K} (1 + T_1 p)}{\frac{T_1 K_{rl} J}{K_{\Omega} k_1 K} p^2 + \left(\frac{f T_1 K_{rl}}{K_{\Omega} k_1 K} + \frac{K_{\Omega} k_1 T_1 K}{K_{\Omega} k_1 K}\right) p + 1} H_{\Omega}(p) = \frac{\frac{1}{K_{\Omega}} (1 + T_1 p)}{\frac{T_1 K_{rl} J}{K_{\Omega} k_1 K} p^2 + \left(\frac{f K_{rl}}{K_{\Omega} k_1 K} + 1\right) T_1 p + 1} \end{aligned}$$

Question 2 T_1 étant égal à J/f , montrer alors que la fonction de transfert en boucle fermée peut se mettre sous la forme $\frac{b}{\tau p + 1}$. Calculer les valeurs numériques des termes b et τ .

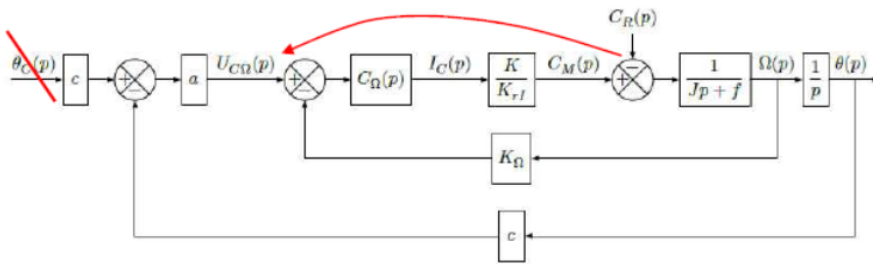
Correction

$$\begin{aligned}
 \text{On a } H_{\Omega}(p) &= \frac{\frac{1}{K_{\Omega}} \left(1 + \frac{J}{f} p\right)}{\frac{\frac{J}{f} K_{rl} J}{K_{\Omega} k_1 K} p^2 + \left(\frac{f K_{rl}}{K_{\Omega} k_1 K} + 1\right) \frac{J}{f} p + 1} = \frac{(f + Jp)}{\frac{K_{rl} J^2}{k_1 K} p^2 + \left(\frac{f K_{rl}}{k_1 K} + K_{\Omega}\right) Jp + f K_{\Omega}} \\
 &= \frac{(f + Jp) k_1 K}{K_{rl} J^2 p^2 + (f K_{rl} + K_{\Omega} k_1 K) Jp + f K_{\Omega} k_1 K} \\
 \text{On a : } \Delta &= (f K_{rl} + K_{\Omega} k_1 K)^2 J^2 - 4 f K_{\Omega} k_1 K K_{rl} J^2 = (f^2 K_{rl}^2 + K_{\Omega}^2 k_1^2 K^2 + 2 f K_{rl} K_{\Omega} k_1 K) J^2 - 4 f K_{\Omega} k_1 K K_{rl} J^2 \\
 &= (f^2 K_{rl}^2 + K_{\Omega}^2 k_1^2 K^2 - 2 f K_{rl} K_{\Omega} k_1 K) J^2 = (f K_{rl} - K_{\Omega} k_1 K)^2 J^2 \\
 \text{On a donc} \\
 p_{12} &= \frac{-(f K_{rl} + K_{\Omega} k_1 K) J \pm (f K_{rl} - K_{\Omega} k_1 K) J}{2 K_{rl} J^2}, \\
 p_1 &= \frac{-f J K_{rl} - K_{\Omega} k_1 K J + f J K_{rl} - K_{\Omega} k_1 K J}{2 K_{rl} J^2} = -\frac{K_{\Omega} k_1 K}{K_{rl} J}, \quad p_2 = \frac{-f J K_{rl} - K_{\Omega} k_1 K J - f J K_{rl} + K_{\Omega} k_1 K J}{2 K_{rl} J^2} = -\frac{f}{J}. \\
 \text{On a donc} \\
 H_{\Omega}(p) &= \frac{J \left(\frac{f}{J} + p\right) k_1 K}{\left(p + \frac{f}{J}\right) \left(p + \frac{K_{\Omega} k_1 K}{K_{rl} J}\right)} = \frac{J k_1 K}{p + \frac{K_{\Omega} k_1 K}{K_{rl} J}} = \frac{\frac{K_{rl} J^2}{K_{\Omega}}}{\frac{K_{rl} J}{K_{\Omega} k_1 K} p + 1} \\
 \text{On a donc } b &= \frac{K_{rl} J^2}{K_{\Omega}} \text{ et } \tau = \frac{K_{rl} J}{K_{\Omega} k_1 K}. \\
 \text{Autre solution : } b &= \frac{1}{K_{\Omega}} = 20 \pi = 62,8 \text{ rad s}^{-1} \text{V}^{-1} \text{ et } \tau = \frac{K_{rl} J}{k_1 K K_{\Omega}} = 2,17 \times 10^{-3} \text{ s}.
 \end{aligned}$$

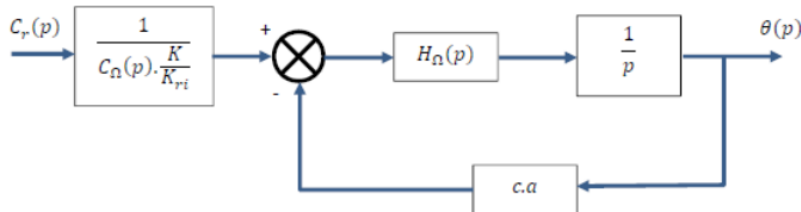
Question 3 En déduire, à l'aide de la figure précédente, $\theta(p)/C_R(p)$ lorsque $\theta_C(p) = 0$. Calculer ensuite la valeur finale de $\theta(t)$ lorsque $c_R(t)$ est un échelon unitaire. Conclure quant à l'action, en régime permanent, du correcteur proportionnel et intégral sur les effets d'une perturbation $c_R(t)$ de type échelon.

Correction

On effectue une transformation de schéma en déplaçant le comparateur de $C_r(p)$



D'où la nouvelle structure de schéma bloc :



$$\frac{\theta(p)}{C_r(p)} = \frac{1}{C_\Omega(p) \cdot \frac{K}{K_{ri}}} \cdot \frac{H_\Omega(p) \cdot \frac{1}{p}}{1 + c \cdot a \cdot H_\Omega(p) \cdot \frac{1}{p}} = \frac{K_{ri} \cdot T_1 \cdot p}{K \cdot k_1 \cdot (1 + T_1 \cdot p)} \cdot \frac{\frac{b}{1 + \tau p} \cdot \frac{1}{p}}{1 + \frac{b}{1 + \tau p} \cdot \frac{1}{p}}$$

L'application du théorème de la valeur finale pour une entrée de type échelon donne :

$$\theta(\infty) = \lim_{p \rightarrow 0} p \cdot \theta(p) = 0$$

Ce résultat était prévisible car le correcteur PI est placé avant la perturbation.

$$\begin{aligned} \frac{\theta(p)}{C_r(p)} &= \frac{1}{C_\Omega(p) \frac{K}{K_{ri}}} \cdot \frac{\frac{b}{1 + \tau p} \frac{1}{p}}{1 + \frac{abc}{1 + \tau p} \frac{1}{p}} = \frac{1}{k_1 \left(1 + \frac{1}{T_1 p}\right) \frac{K}{K_{ri}}} \cdot \frac{\frac{b}{1 + \tau p} \frac{1}{p}}{1 + \frac{abc}{1 + \tau p} \frac{1}{p}} \\ &= \frac{T_1 K_{ri} p}{k_1 (T_1 p + 1) K} \cdot \frac{b}{p(1 + \tau p) + abc} \\ \text{et } \lim_{t \rightarrow \infty} \theta(t) &= 1. \end{aligned}$$

Modélisation de la boucle d'asservissement de position

Question 4 Exprimer la fonction de transfert $\theta(p)/\theta_C(p)$. Déterminer ensuite la valeur numérique de a pour avoir un facteur d'amortissement égal à 0,7. Justifier le choix de ce facteur d'amortissement. (Pour ce calcul et les calculs suivants prendre $b = 63 \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1} \cdot \text{V}^{-1}$, $\tau = 2,2 \text{ ms}$, $c = 40 \text{ rad}^{-1}$.)

Correction

$$\text{On a } \frac{\theta(p)}{\theta_C(p)} = c \frac{\frac{ab}{p(\tau p + 1)}}{1 + \frac{abc}{p(\tau p + 1)}} = \frac{abc}{p(\tau p + 1) + abc} = \frac{1}{\frac{\tau}{abc} p^2 + \frac{p}{abc} + 1}.$$

$$\text{On a } \omega_0 = \sqrt{abc/\tau} \text{ et } \frac{2\xi}{\omega_0} = \frac{1}{abc} \text{ et } \xi = \frac{1}{2\sqrt{abc\tau}}. \text{ En conséquence, } a = \frac{1}{4bc\tau\xi^2} = 0,092.$$

(On prend $\xi = 0,7$ car cela correspond au temps de réponse le plus rapide pour un second ordre.)

Analyse de la précision du système

Question 5 Exprimer dans un premier temps $\mu(p)$ en fonction de $\theta_C(p)$, puis déterminer de façon littérale et numérique l'erreur de position μ_p , l'erreur de traînage μ_v et l'erreur en accélération μ_a . Conclure quant à la précision statique du système suite aux différentes consignes $\theta_C(p)$ de type échelon, rampe et accélération.

Correction

$$\text{On a } \mu(p) = \frac{\theta_C(p)}{1 + \frac{abc}{p(1+\tau p)}} = \frac{p(1+\tau p)}{p(1+\tau p) + abc} \theta_C(p) = \frac{p(1+\tau p)}{p(1+\tau p) + abc} \theta_C(p).$$

La FTBO est de classe 1 et de gain $K_{BO} = abc$ on a donc :

- pour une entrée échelon, $\mu_p = 0$;
- pour une entrée rampe, $\mu_v = \frac{1}{abc}$;
- pour une entrée accélération, $\mu_a = \infty$.

Validation et optimisation de la performance simulée en accélération du dossieret

Objectif

Valider la performance simulée en accélération au regard du cahier des charges fonctionnel.

Question 6 Déterminer l'erreur de position μ_p puis l'erreur de traînage μ_v . Conclure sur l'erreur de position au regard du cahier des charges.

Correction

$$\begin{aligned} \text{On a } \varepsilon_{\text{codeur}}(p) &= c\theta_C(p) - c\theta(p) \\ &= c\theta_C(p) - \frac{bc}{p(\tau p + 1)} U_{C\Omega}(p) = c\theta_C(p) - \frac{bc}{p(\tau p + 1)} (\theta_C(p)dp + a\varepsilon_{\text{codeur}}(p)) \\ \Leftrightarrow \varepsilon_{\text{codeur}}(p) \left(1 + \frac{abc}{p(\tau p + 1)}\right) &= \theta_C(p) \left(c - \frac{bcd}{\tau p + 1}\right) \\ \Leftrightarrow \varepsilon_{\text{codeur}}(p) \left(1 + \frac{abc}{p(\tau p + 1)}\right) &= \theta_C(p) c \frac{\tau p + 1 - bd}{\tau p + 1} \\ \Leftrightarrow \varepsilon_{\text{codeur}}(p) &= \theta_C(p) cp \frac{\tau p + 1 - bd}{p(\tau p + 1) + abc} \end{aligned}$$

On a alors :

- $\mu_p = \lim_{p \rightarrow 0} p \frac{1}{p} cp \frac{\tau p + 1 - bd}{p(\tau p + 1) + abc} = \lim_{p \rightarrow 0} cp \frac{\tau p + 1 - bd}{p(\tau p + 1) + abc} = 0$;
- $\mu_v = \lim_{p \rightarrow 0} p \frac{1}{p^2} cp \frac{\tau p + 1 - bd}{p(\tau p + 1) + abc} = \frac{1 - bd}{ab}$.

Question 7 D'après l'erreur de traînage μ_v déterminée à la question précédente, calculer la valeur numérique de d qui permet d'annuler cette erreur de traînage. En prenant en compte la valeur numérique de d et de b , déterminer l'expression de l'erreur en accélération μ_a . Calculer ensuite sa valeur numérique et conclure au regard du cahier des charges.

Correction

On a $\mu_v = \frac{1-bd}{abc}$. En conséquences, $\mu_v = 0 \Leftrightarrow 0 = \frac{1-bd}{ab} \Leftrightarrow d = \frac{1}{b}$.

$$\mu_a = \lim_{p \rightarrow 0} p \frac{1}{p^3} c p \frac{\tau p + 1 - bd}{p(\tau p + 1) + abc} = \frac{\tau}{ab}.$$

Question 8 Conclure quant au respect du cahier des charges vis-à-vis des accélérations produites par le dossieret du siège dynamique de cinéma.

Correction

Exigence fonctionnelle « incliner le spectateur suivant l'axe de tangage et de roulis »

Objectif

Valider le choix de conception pour la réalisation de la commande simultanée des deux moteurs de l'assise du siège.

Question 9 En réutilisant éventuellement les calculs effectués aux questions 6 et 7 et en tenant compte des différences de réglage de retour vitesse et des différences d'inertie entre les deux motorisations, exprimer la valeur finale de $\theta_1(t) - \theta_2(t)$ lorsque la consigne $\theta_C(t)$ est respectivement égale à $u(t)$, $t \cdot u(t)$ puis $\frac{t^2}{2}u(t)$, $u(t)$ étant la fonction échelon unité.

Correction

En raisonnant graphiquement, on a $\theta_1(p) - \theta_2(p) = \varepsilon_{\text{codeur 1}}(p) - \varepsilon_{\text{codeur 2}}(p)$; donc :

- ▶ $\mu_p = \mu_{p1} - \mu_{p2} = 0$;
- ▶ $\mu_v = \mu_{v1} - \mu_{v2} = \frac{1-b_1d}{ab_1} - \frac{1-b_2d}{ab_2}$;
- ▶ $\mu_a = \mu_{a1} - \mu_{a2} = \infty$.

La figure ?? représente le résultat d'une simulation de $\theta_1(t) - \theta_2(t)$ pour une consigne $\theta_C(t) = \frac{t^2}{2}U(t)$

Question 10 Conclure quant à l'erreur en accélération lors de la commande simultanée.

Correction

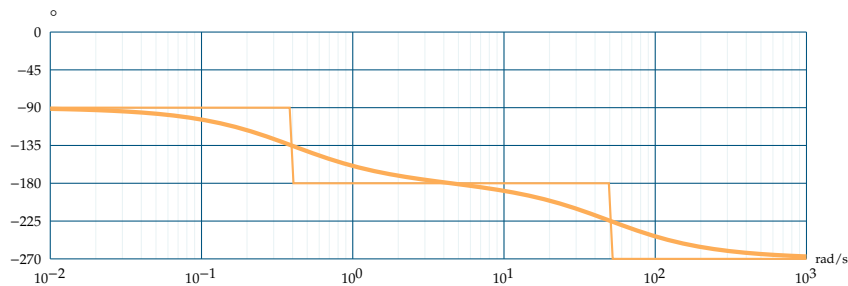
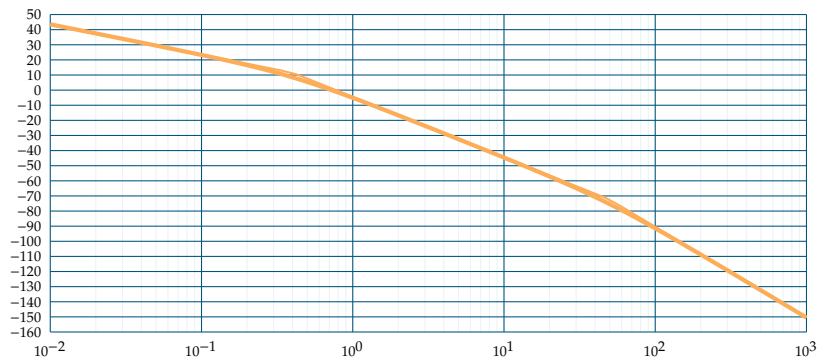
Diagramme de Bode ★★

11 SLCI

Question 1 Tracer le diagramme de Bode de la fonction de transfert suivante :

$$F(p) = \frac{30}{p^3 + 50,4p^2 + 20p}$$

En factorisant, on obtient $F(p) = \frac{30}{p(p + 0,4)(p + 50)} = \frac{40}{20p \left(\frac{p}{0,4} + 1 \right) \left(\frac{p}{50} + 1 \right)}$.



TD 1

Robot à câbles – Corrigé

Présentation

Étude de l'asservissement de la longueur d'un câble pour gérer le mouvement

Objectif

Déterminer les réglages de la commande asservie des moteurs permettant d'assurer l'enroulement adéquat des câbles.

Question 1 Justifier la valeur numérique proposée pour la constante de temps τ .

Correction

Si la bande passant à -3 dB est de 200 Hz, on a une pulsation de cassure à 200 Hz soit $\omega_\tau = \frac{1}{\tau} = 2 \times \pi \times 200$ et $\tau = 7,9 \times 10^{-4} = 796 \mu\text{s}$.

Question 2 On souhaite que l'erreur $\mu(t)$ soit nulle quand l'écart $\varepsilon(t)$ l'est : en déduire la relation entre K_a et c .

Correction

Dans les conditions citées ci-dessus, il faut donc nécessairement $K_a = c$.

Question 3 Après avoir donné l'expression de la fonction de transfert en boucle ouverte $H_{bo}(j\omega)$, tracer son diagramme asymptotique de Bode (courbes de gain et de phase en précisant la valeur de la cassure et le gain associé) et esquisser l'allure des courbes réelles de réponse fréquentielle.

Correction

Par définition, $H_{bo}(j\omega) = \frac{abc}{p(1 + \tau p)}$ avec $abc = 1304 \times 31,4 \times 43,3 \times 10^{-3} = 1773 \text{ s}^{-1}$.

Concours Centrale-Supélec 2023 – TSI.

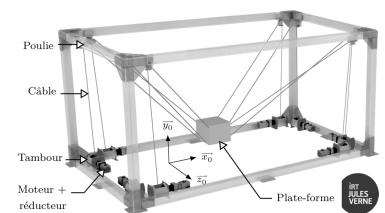
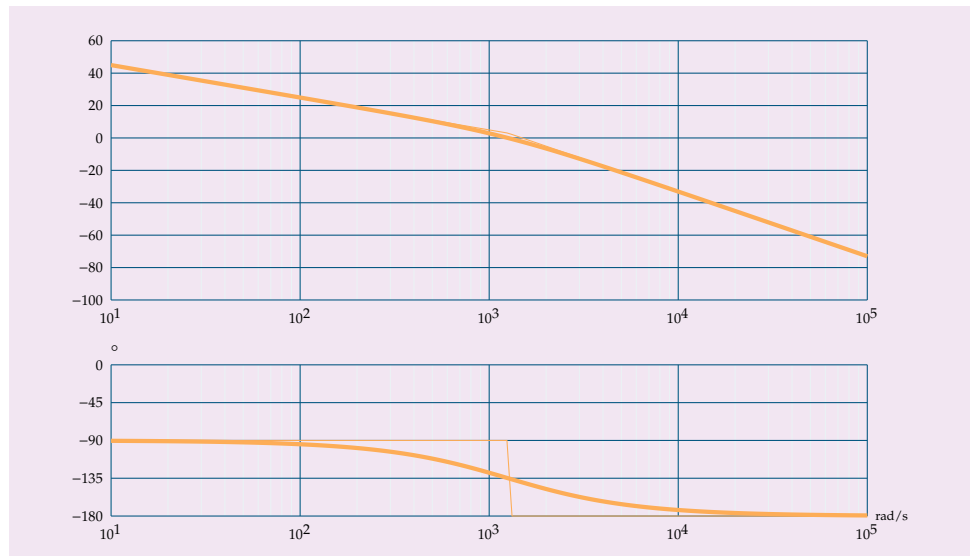


FIGURE 3 – Robot à câbles CAROCA



Question 4 Relever sur la courbe tracée à la question précédente la valeur de la marge de phase $M\varphi$. Sachant qu'on souhaite que cette marge soit de $M\varphi = 45^\circ$, conclure quant au réglage de a .

Correction

La marge de phase est mesurée à environ 45° . Le choix de a est donc convenable.

Question 5 Déterminer l'expression de l'image $\mu(p)$ de l'erreur en fonction de l'image $\Theta_c(p)$ de la consigne angulaire et de la fonction de transfert en boucle ouverte $H_{bo}(p)$ de l'asservissement.

Correction

Pour déterminer l'erreur vis-à-vis de la consigne, il faudrait déplacer le comparateur vers la gauche. Cela revient à avoir un asservissement à retour unitaire en passant le gain c dans la chaîne directe.

$$\text{On a donc } \mu(p) = \frac{\Theta_c(p)}{1 + FTBO(p)} \text{ avec } FTBO(p) = \frac{abc}{p(1 + \tau p)}.$$

$$\text{Remarque : on peut aussi exprimer } \varepsilon(p) = \frac{R_c(p)}{1 + FTBO(p)} = \frac{\Theta_c(p)a}{1 + FTBO(p)}. \text{ On a donc } \varepsilon(p) = a\mu(p).$$

Question 6 Déterminer la valeur de l'erreur statique μ_p . Déterminer l'expression de l'erreur de poursuite μ_v en fonction des gains a , b et c et de la pente ω_0 . Faire l'application numérique et vérifier si les exigences de l'utilisateur sont vérifiées.

Correction

La FTBO est de classe 1 et il n'y a pas de perturbation. On a donc $\mu_p = 0$ et $\mu_v = \frac{\omega_0}{abc}$. Pour $\omega_0 = 1$, on a $\mu_v = 0,05\%$. Le cahier des charges est respecté.

