



TD 0

Assistance pour le maniement de charges dans l'industrie– Sujet

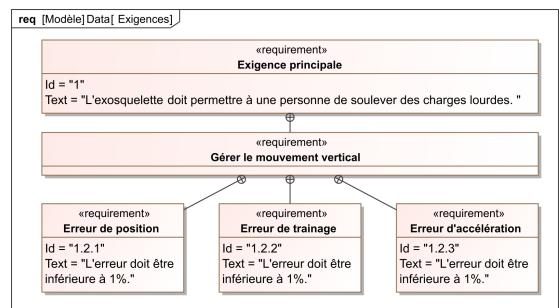
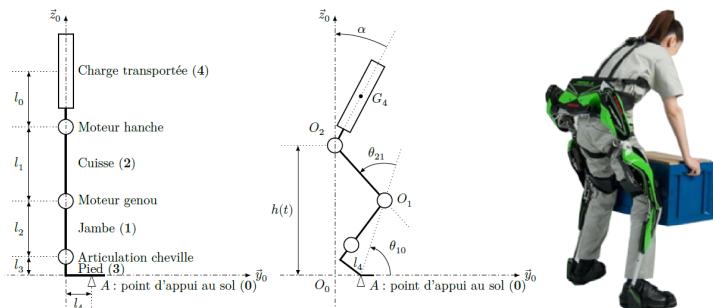
Concours Centrale Supelec TSI 2017.

08 SLCI 08 PERF

Mise en situation

L'exosquelette est un appareil qui apporte à un être humain des capacités qu'il ne possède pas ou qu'il a perdues à cause d'un accident. Ce type d'appareil peut permettre à une personne de soulever des charges lourdes et diminuer considérablement les efforts à fournir sans la moindre fatigue. Après avoir revêtu un exosquelette adapté à sa morphologie et à sa taille, l'utilisateur peut faire ses mouvements en bénéficiant d'une grande fluidité.

On donne dans la figure ci-dessous, la modélisation cinématique retenue dans le but de simuler le comportement de l'exosquelette.

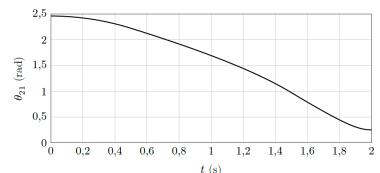


Gestion du mouvement vertical

Objectif

Déterminer les réglages de la commande asservie des moteurs genou droit et gauche permettant d'assurer un mouvement vertical ne déséquilibrant pas le porteur de l'exosquelette puis valider les performances attendues listées par le cahier des charges.

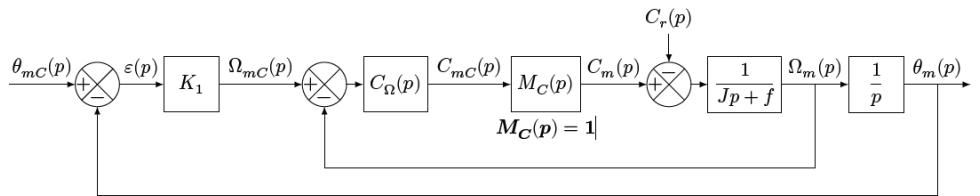
La demande de mouvement de l'utilisateur de l'exosquelette se traduit par une consigne de vitesse de type trapézoïdal pour le mouvement vertical. À l'aide du modèle articulaire inverse cette demande se traduit finalement en consigne de position des axes moteur genou gauche et droit. Cette consigne de position du moteur représentée à la figure suivante montre des parties qui peuvent être approchées par des constantes, des rampes et des paraboles.



Le premier modèle défini figure suivante est adopté pour chaque axe.

Notations :

- $\theta_{mC}(p)$ consigne de position de l'axe moteur (variable temporelle : $\theta_{mC}(t)$ en rad);
- $\theta_m(p)$ position de l'axe moteur (variable temporelle : $\theta_m(t)$ en rad);
- $C_{mC}(p)$ consigne de couple moteur (variable temporelle : $c_{mC}(t)$ en Nm);
- $C_m(p)$ couple moteur (variable temporelle : $c_m(t)$ en Nm);
- $C_r(p)$ couple résistant perturbateur (variable temporelle : $c_r(t)$ en Nm);
- K_1 gain proportionnel du correcteur de l'asservissement de position (en s^{-1});
- $\Omega_{mC}(p)$ consigne de vitesse de l'axe moteur (variable temporelle : $\Omega_{mC}(t)$ en rad s^{-1});
- $\Omega_m(p)$ vitesse de l'axe moteur (variable temporelle : $\Omega_m(t)$ en rad s^{-1});
- $C_\Omega(p)$ correcteur de l'asservissement de vitesse;
- $M_C(p)$ modélise la boucle d'asservissement en couple de la machine électrique, considérée parfaite au vu de sa dynamique par rapport aux autres boucles : $M_C(p) = 1$;
- J moment d'inertie de l'ensemble en mouvement, rapporté au niveau de l'axe moteur;
- f coefficient de frottements visqueux équivalent pour l'ensemble en mouvement.



Le correcteur est de la forme : $C_\Omega(p) = K_2 \left(\frac{Jp + f}{Jp} \right)$.

En utilisant le schéma-blocs précédent, on peut constater que :

- l'écart est défini par la variable $\varepsilon(t) = \theta_{mC}(t) - \theta_m(t)$;
- l'erreur entre l'entrée et la sortie est définie par la variable $\mu(t) = \theta_{mC}(t) - \theta_m(t)$.

Étant donné que le modèle utilisé est à retour unitaire, l'écart $\varepsilon(t)$ est égal à l'erreur $\mu(t)$.

Hypothèse

Le couple résistant évolue lentement au regard de la dynamique de l'asservissement, ce qui permet de considérer pour la suite de l'étude $C_r(p) = 0$.

Question 1 Déterminer la grandeur physique de la consigne et la grandeur physique asservie à partir du modèle multiphysique présenté plus bas et préciser leurs unités de base dans le système international d'unités (SI).

Question 2 Exprimer $H_\Omega(p) = \frac{\Omega_m(p)}{\Omega_{mC}(p)}$ en fonction de J , K_2 et p .

Question 3 Exprimer $\varepsilon(p)$ en fonction de $\theta_{mC}(p)$, $H_\Omega(p)$, K_1 et p .

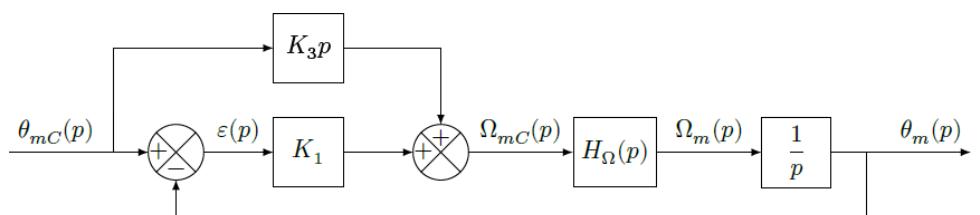
Méthode –

On peut définir l'erreur de position ε_p par $\varepsilon_p = \lim_{t \rightarrow +\infty} \varepsilon(t) = \lim_{p \rightarrow 0} p \varepsilon(p)$ avec $\theta_{mC}(p) = \frac{1}{p}$ (entrée échelon).

Question 4 Déterminer l'erreur de position ε_p puis l'erreur de traînage ε_v . Conclure sur la valeur de K_1 pour satisfaire à l'exigence d'erreur en traînage.

Question 5 Déterminer l'erreur en accélération et conclure quant au respect du cahier des charges.

Pour satisfaire l'exigence d'une erreur en accélération inférieure à 1%, le second modèle avec anticipation de la vitesse est adopté avec $H_\Omega(p) = \frac{1}{1 + Tp}$ et $T = 33$ ms.



Question 6 Exprimer $\varepsilon(p)$ en fonction de $\theta_{mC}(p)$, T , K_1 , K_3 et p .

Le second modèle avec anticipation de la figure précédente n'a pas d'incidence sur la valeur de l'erreur de position.

Question 7 Exprimer l'erreur de traînage et déterminer la valeur de K_3 permettant l'annuler cette erreur.

Question 8 Exprimer et déterminer l'erreur d'accélération en prenant les valeurs de K_3 et de K_1 déterminées précédemment. Conclure quant au respect du cahier des charges.

Synthèse

Question 9 En utilisant la figure ci-dessous, conclure sur les actions qui ont mené à une validation du cahier des charges.

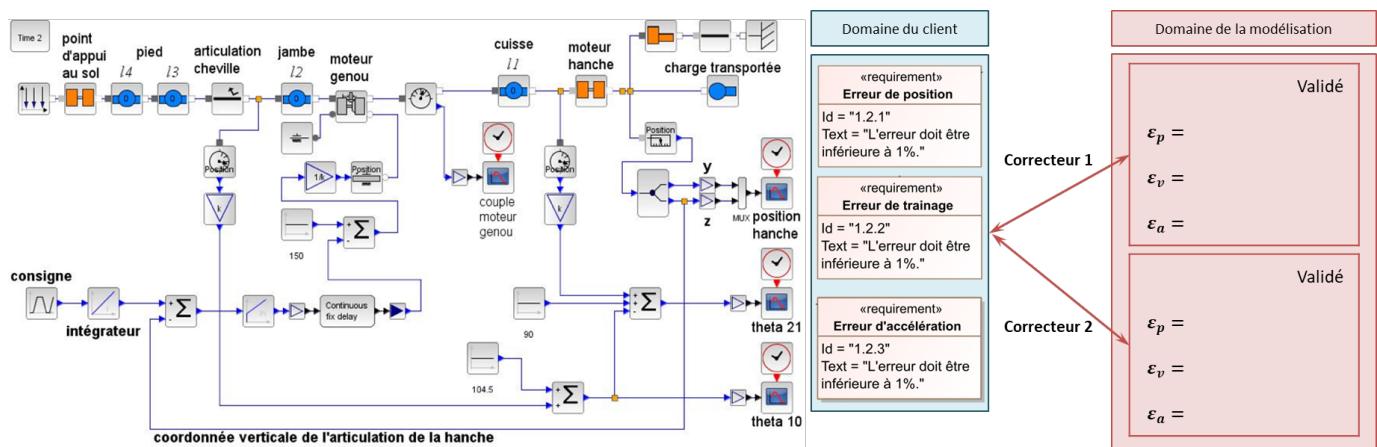


Schéma d'Euler★

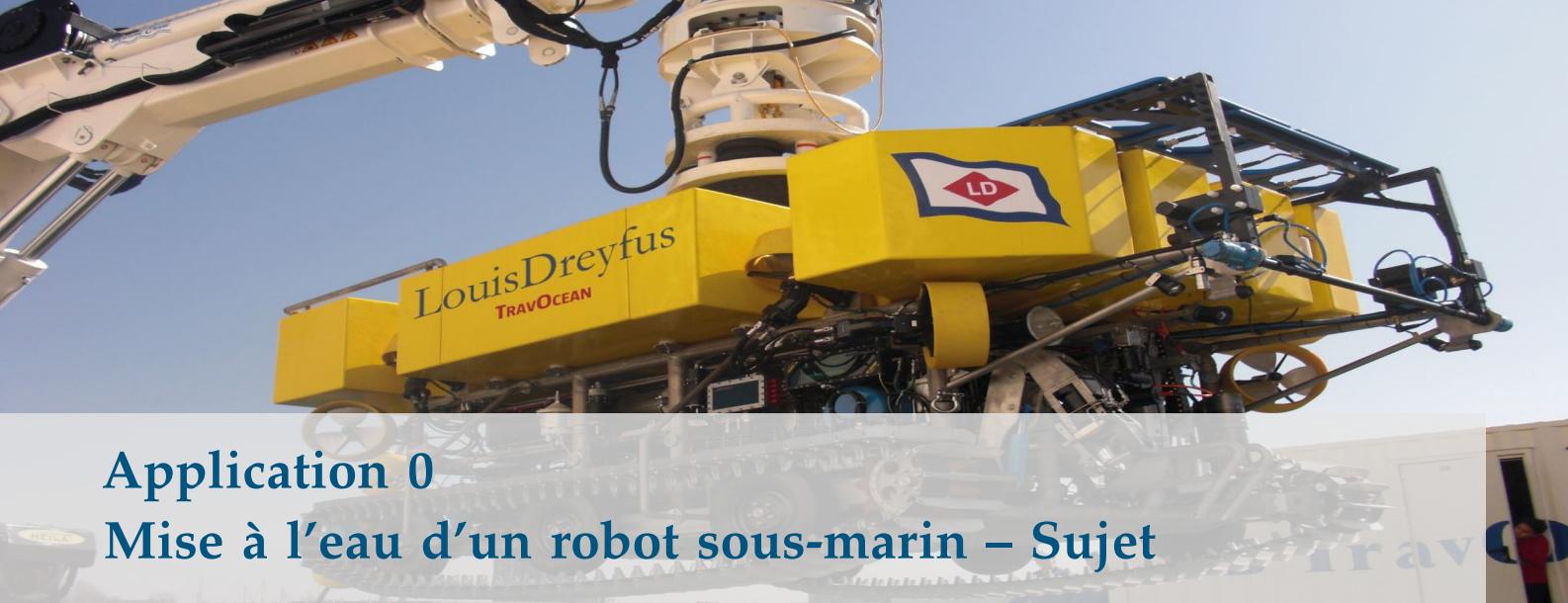
Question 1 Donner la méthode de résolution numérique des équations différentielles suivantes en utilisant le schéma d'Euler explicite.

$$\begin{cases} y'(t) + \alpha y(t) = \beta \\ y(0) = \gamma \end{cases} \quad (0.1)$$

3 NUM

Pas de corrigé pour cet exercice.
Corrigé voir 9.





Application 0 Mise à l'eau d'un robot sous-marin – Sujet

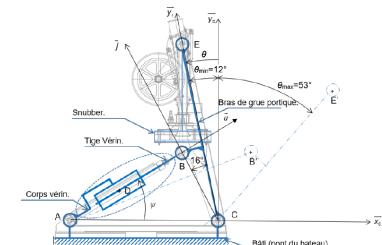
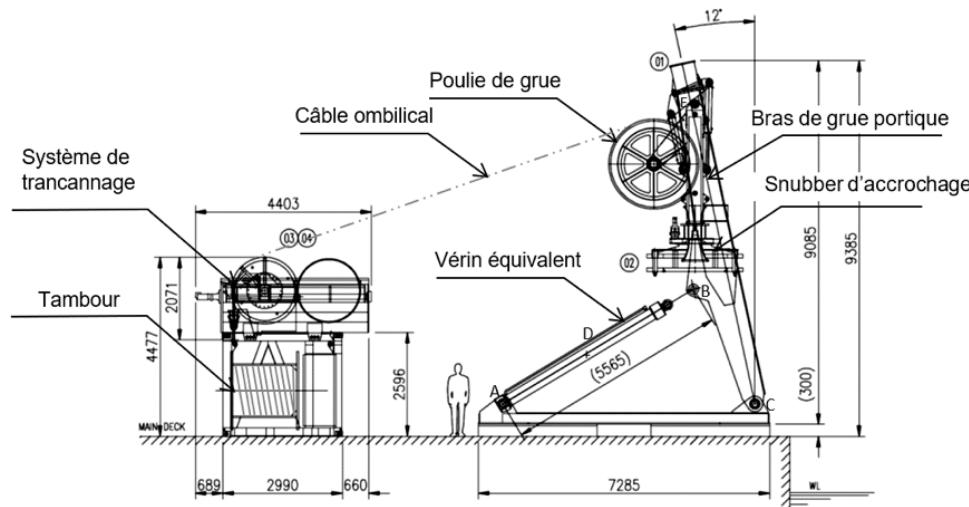
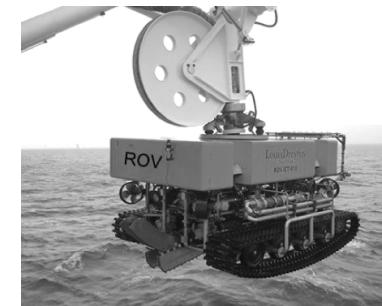
Concours Centrale – MP 2019

B2-02

Pour réaliser l'ensouillage sous-marin de câbles, ceux-ci sont déposés sur le fond marin par un navire câblier. Le robot sous-marin ROV (Remotely Operated Vehicle) est déposé sur le fond marin par un bateau support et ensouille le câble provenant du navire câblier après l'avoir détecté et s'être aligné dans l'axe de celui-ci.

Pour transférer le ROV du pont du bateau support jusqu'à l'aplomb de la surface d'immersion une grue portique est utilisée. La grue portique est actionnée par un ensemble de deux vérins hydrauliques modélisés en un seul vérin équivalent pour cette étude.

Lors de la descente du ROV dans la mer, il est suspendu à un câble ombilical. Un bon équilibrage hydrostatique est nécessaire pour assurer l'horizontalité du ROV pendant la descente.



Question 1 À partir des figures précédentes, relier les composants du modèle de simulation multiphysique de la grue portique. Quel(s) ensemble(s) n'ont pas été modélisés?

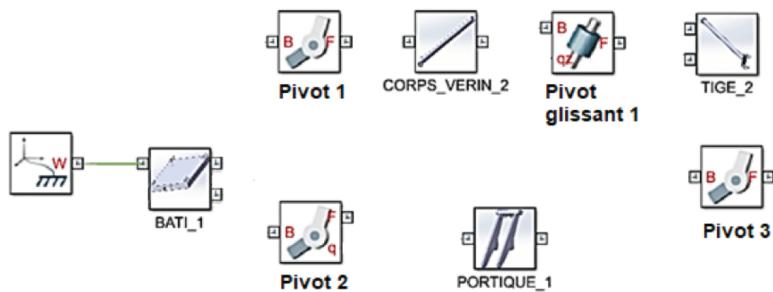


Schéma d'Euler★

Question 1 Donner la méthode de résolution numérique des équations différentielles suivantes en utilisant le schéma d'Euler explicite.

$$\ddot{\theta}(t) + \frac{g}{l} \sin \theta = 0$$

$$\theta(0) = 0 \quad \dot{\theta}(0) = 0$$

03 NUM

Pas de corrigé pour cet exercice.

Corrigé voir 1.



TD 1

Bateau support de ROV– Sujet

Concours Centrale Supelec – MP 2019.

02 SLCI 03 SLCI 04 SLCI

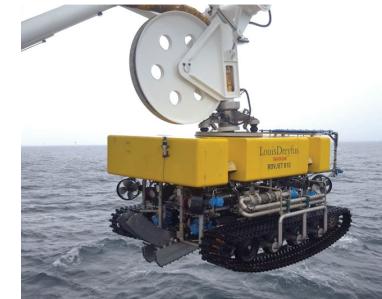


FIGURE 1 – ROV suspendu à la grue portique

Objectif

Vérifier si le bateau support est capable de limiter suffisamment les effets de la houle.

La société TravOcéan souhaite pouvoir travailler dans des conditions de mer difficiles pour limiter au maximum les périodes d'arrêt des chantiers. Pour cela, elle souhaite disposer d'un système de treuillage de ses ROV certifié pour une houle d'amplitude verticale de 5 m. Le tableau suivant présente un extrait du cahier des charges correspondant.

TABLE 1 – Extrait du cahier des charges

Exigence	Critère	Niveau
Id 1.1 : Compensation des mouvements du ROV pour une houle d'amplitude de 5 m et de pulsations comprises entre 0,5 rad s ⁻¹ à 1,7 rad s ⁻¹	Amplitude verticale du ROVmaximale	< 1 m pour 5 m d'amplitude de houle
Id 1.2 : Mise en tension du câble	Temps de réponse, $t_{r5\%}$	< 3 s

Une étude expérimentale en bassin de carène a permis d'obtenir un modèle de comportement de l'ensemble $S = \{\text{bateau} + \text{portique} + \text{ROV}\}$ suivant l'axe vertical, sous l'effet de la houle, au point d'ancrage du ROV sur la grue portique.

La fonction de transfert de l'ensemble S est $B(p) = \frac{Y_S(p)}{Y_{\text{vague}}(p)}$, avec $Y_S(p)$ la transformée

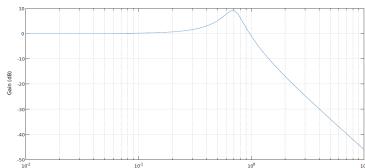


FIGURE 2 – ROV suspendu à la grue portant

de Laplace de la variation du déplacement vertical du point d'ancrage du ROV et $Y_{\text{vague}}(p)$ la transformée de Laplace de la variation du déplacement de la surface de l'eau à la verticale du point d'ancrage du ROV.

Question 1 Rappeler la définition du gain en décibel. En déduire la valeur en décibel traduisant l'exigence Id 1.1.

Le tracé du gain de $B(p)$ dans la figure 2.

Question 2 En faisant apparaître le domaine d'utilisation, montrer que le système ne répond pas à l'exigence d'atténuation d'une houle de 5 m.

Étude du système de compensation de houle PHC (Passive Heave Compensator)

Objectif

Dimensionner un système passif de compensation de la houle et tester sa conformité aux exigences du cahier des charges.

Pour compenser les effets de la houle, une solution hydropneumatique est alors envisagée. Ce système est un compensateur de houle passif noté PHC (figure 3).

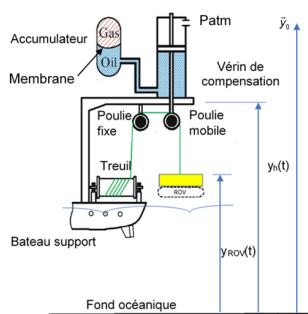


FIGURE 3 – Schéma d'implantation du PHV (non à l'échelle)

Les petites variations de pression $\Delta p_E(t)$ et $\Delta p_G(t)$ autour du point d'équilibre peuvent être définies par $\Delta p_E(t) = p_E(t) - P_{E0}$ et $\Delta p_G(t) = p_G(t) - P_{G0}$. Une étude de mécanique des fluides a permis d'obtenir les relations (1) et (2).

$$\frac{d\Delta p_E(t)}{dt} = \frac{K}{V_E} S \left(\frac{dy_h(t)}{dt} - \frac{dy_{\text{ROV}}(t)}{dt} \right) + \frac{K}{V_E} C_{qR} (\Delta p_G(t) - \Delta p_E(t)) \quad (1)$$

$$\frac{d\Delta p_G(t)}{dt} = \frac{r P_{G0} C_{qR}}{V_{G0}} (\Delta p_E(t) - \Delta p_G(t)) \quad (2)$$

À l'équilibre, le principe fondamental de la statique se traduit par $-Mg + S(P_{E0} - P_{\text{atm}}) = 0$.

Le théorème de la résultante dynamique appliquée à Σ se traduit par $S\Delta p_E(t) = M\ddot{y}_{\text{ROV}}(t) + c(\dot{y}_{\text{ROV}}(t) - \dot{y}_h(t))$ (3).

L'hypothèse du fluide incompressible se traduit par $\frac{d\Delta p_E(t)}{dt} = 0$.

Question 3 Réécrire l'équation (1) en tenant compte de cette hypothèse. Après avoir appliqué les transformées de Laplace aux équations (1) et (2) et en considérant les conditions initiales nulles aux équations précédentes, déterminer l'équation, notée (3), sous la forme : $\Delta P_E(p) = K_1(1 + \tau_1 p)(Y_h(p) - Y_{\text{ROV}}(p))$ (4). Exprimer K_1 et τ_1 en fonction de A , V_{G0} , r , C_{qR} et P_{G0} .

Question 4 Appliquer les transformées de Laplace, en considérant les conditions initiales nulles à l'équation (3) et à l'équation (4). Donner la fonction de transfert :

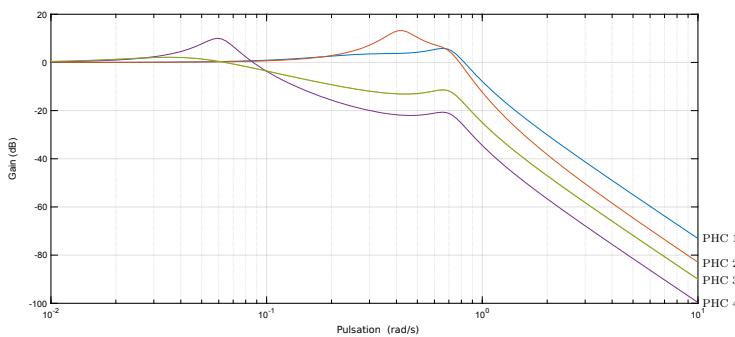
$H(p) = \frac{Y_{\text{ROV}}(p)}{Y_h(p)} = \frac{1 + \tau p}{1 + \frac{2\zeta}{\omega_0}p + \frac{\omega_0^2}{\omega_0^2}}$. Exprimer ω_0 , ζ et τ en fonction des constantes définies précédemment.

On utilisera dans toute la suite la relation $\tau\omega_0 = 2\zeta$.

Question 5 Tracer en vert le diagramme asymptotique du gain de la fonction de transfert du compensateur PHC, $H(p) = \frac{Y_{\text{ROV}}(p)}{Y_h(p)}$, en faisant apparaître ses caractéristiques. Tracer en bleu, sur la même figure, l'allure du gain réel du compensateur. Préciser la valeur du gain maximal.

Question 6 Exprimer la fonction de transfert de l'ensemble {bateau support + ROV + PHC}, $G(p) = \frac{Y_{\text{ROV}}(p)}{Y_{\text{vague}}(p)}$ en fonction de $H(p)$ et $B(p)$. Tracer en rouge l'allure du gain du diagramme de Bode de $G(p)$.

Des réglages pour différentes valeurs de pulsation de la houle ω_c et de gain maximal acceptable du compensateur ont été effectués.



La [figure 4](#) donne les diagrammes du gain de la fonction $G(p)$ de l'ensemble {bateau support + ROV + PHC} pour quatre réglages. Les volumes du gaz V_{G0} correspondant à chaque réglage sont donnés dans le tableau ci-après.

FIGURE 4 – Courbes de gain $G(p)$ pour différents réglages du PHC

Réglage	PHC 1	PHC 2	PHC 3	PHC 4
V_{G0} (m^3)	96	1	52	2

Pour respecter l'exigence Id 1.1, le gain de la fonction de transfert de l'ensemble doit toujours être inférieur à -14 dB .

Question 7 Choisir, en justifiant la réponse, le réglage du compensateur adapté à l'exigence Id 1.1.

TABLE 2 – Volumes V_{G0} pour différents réglages du PHC





Application 1

La Seine Musicale – Sujet

La Seine Musicale est un équipement à vocation musicale à fort rayonnement culturel, dont l'objet est de créer ou d'aménager des espaces pour des concerts, des expositions, des installations permanentes ou provisoires.

L'un des défis architecturaux de ce projet consiste à mettre en mouvement la voile, équipée de 470 panneaux photovoltaïques, autour de l'auditorium, tout en garantissant une acoustique exceptionnelle.

Les deux demi-voiles sont mises en mouvement de manière indépendante par des chariots motorisés, ainsi qu'une couronne motorisée déplaçant chacun des sommets des demi-voiles par l'intermédiaire de bielles.

Chaque chariot (central et latéral) se déplace grâce à quatre galets, appelés galets de roulement, qui roulent sur les deux rails circulaires concentriques de la voie médiane de roulement et grâce à quatre autres galets de guidage qui roulent sur les côtés des deux rails. Chacun des deux chariots centraux est motorisé à l'aide de deux motoréducteurs qui entraînent chacun en rotation deux des quatre galets de roulement. Afin d'optimiser son rendement énergétique, cette voile se déplace chaque jour toutes les 15 minutes pour suivre le soleil du garage Est au garage Ouest.

Afin d'effectuer un premier dimensionnement en phase d'avant-projet des solutions techniques choisies, un modèle multiphysique simple de la chaîne de traction d'un chariot motorisé est réalisé (figure 6). On se place dans le cas le plus défavorable avec un seul motoréducteur fonctionnel qui entraîne deux galets de roulement (roue).

Concours Centrale – MP 2020

B2-02

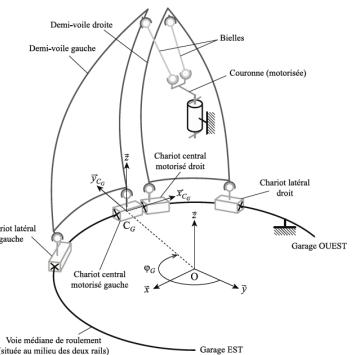


FIGURE 5 – Schéma d'architecture de la voile solaire

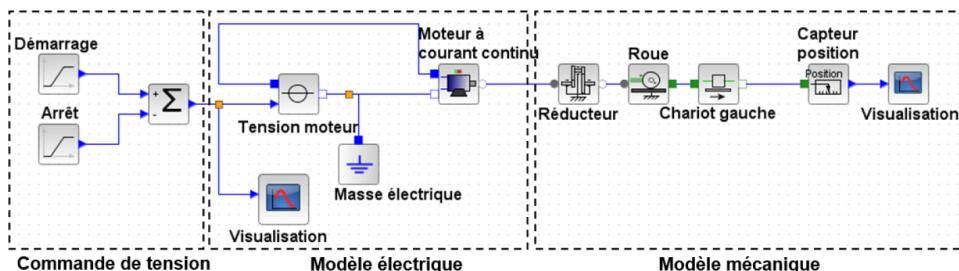


FIGURE 6 – Modèle multiphysique du déplacement d'une demi-voie

Le modèle multiphysique est constitué de trois parties :

- ▶ commande en tension qui résulte de la superposition de deux rampes pour générer la loi de vitesse trapézoïdale;
- ▶ modèle électrique constitué d'un moteur à courant continu alimenté;
- ▶ modèle mécanique constitué d'un réducteur, d'une roue de chariot, d'une masse mobile de la demi-voie et d'un capteur de position.

Lors de son déplacement, il peut arriver que la voile soit soumise à l'effet du vent. Il est donc important de le prendre en compte dans le modèle pour évaluer son impact sur le déplacement. Par ailleurs, afin d'assurer une durée de vie du moteur conforme à son mode de fonctionnement, il est important de pouvoir estimer la consommation électrique du moteur en fonctionnement.

Le modèle [figure 6](#) a donc été enrichi de nouveaux blocs, à savoir : un capteur de courant, un capteur de tension et l'effort extérieur lié au vent (échelon).

Question 1 Sur la figure suivante, compléter les liens du modèle proposé pour prendre en compte les deux capteurs.

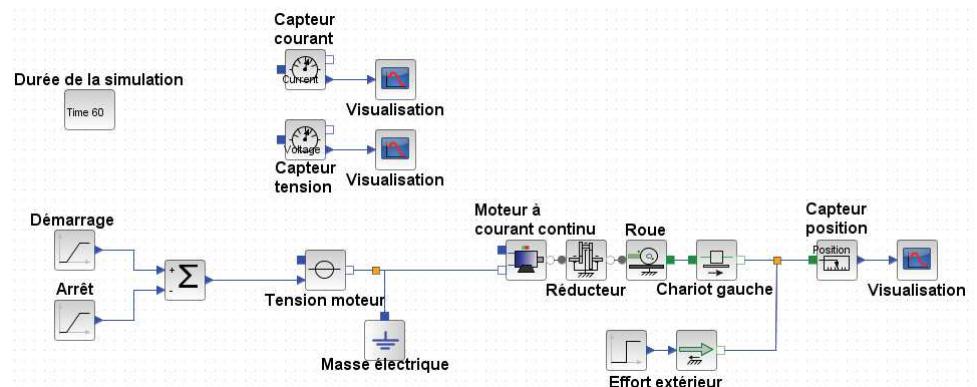


FIGURE 7 – Modèle multiphysique du déplacement d'une demi-voile



Schéma d'Euler★

Question 1 Donner la méthode de résolution numérique des équations différentielles suivantes en utilisant le schéma d'Euler explicite.

$$\begin{cases} y'(t) = -ty^2(t) & \text{si } t > 0 \\ y(0) = \alpha \end{cases} \quad (0.2)$$

Pas de corrigé pour cet exercice.

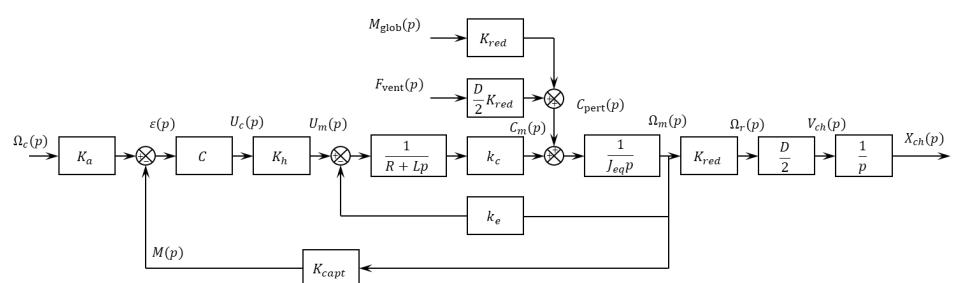
Corrigé voir 1.

03 SLCI

La Seine Musicale★

Soit le schéma-blocs suivant.

Question 1 En considérant que la perturbation $C_{\text{pert}}(p)$ est nulle, déterminer $H_f(p) = \frac{\Omega_m(p)}{\Omega_c(p)}$ sous forme canonique.



Question 2 En prenant $\Omega_c(p) = 0$, exprimer la fonction de transfert $H_r(p) = \frac{\Omega_m(p)}{C_{\text{pert}}(p)}$

en la mettant sous la forme : $H_r(p) = -\frac{\alpha(1 + \tau p)}{1 + \gamma p + \delta p^2}$. Exprimer α, τ, γ et δ en fonction des différents paramètres de l'étude.

Question 3 Exprimer $X_{\text{ch}}(p)$ en fonction de $\Omega_m(p)$ et $C_{\text{pert}}(p)$.

Corrigé voir 1.