TD 0
Exosquelette lombaire – Corrigé

Concours Centrale-Supélec 2023 – MP.

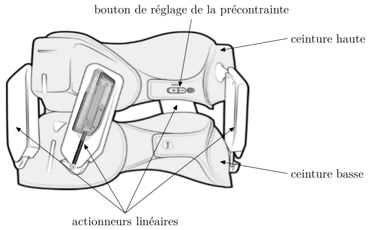


Figure 1 – Exosquelette lombaire Japet

Mise en situation

Réglage de la boucle d'asservissement de la vitesse angulaire du moteur

Question 1 Déterminer l'expression littérale de la phase de $H_{\text{BOv}}(\text{i}\omega)$. En déduire la valeur numérique de τ_i respectant les critères concepteur de la boucle de vitesse.

Correction

On a $H_{\text{BOv}}(\text{i}\omega) = C_v(p)K_1\dfrac{1}{R}K_3\dfrac{1}{I_{\text{eq}}p} = \dfrac{K_iK_1K_3}{RI_{\text{eq}}}\frac{1+\tau_i p}{\tau_i p^2}$.

On a $\varphi(\omega) = \arg\left(\dfrac{K_iK_1K_3}{RI_{\text{eq}}}\right) + \arg\left(1+\tau_i p\right) - \arg\left(\tau_i p^2\right) = \arctan\tau_i\omega - 180°$.

On souhaite une marge de phase supérieure à 80° ; donc $M_\varphi = \varphi(\omega)+180 = \arctan\tau_i\omega \geq 80°$.

$\arctan\tau_i\omega \geq 80° \Rightarrow \tau_i\omega \geq \tan 80 \Rightarrow \tau_i \geq \dfrac{\tan 80}{\omega_{0\,\text{dB}}} \Rightarrow \tau_i \geq 0{,}57\,\text{s}$.

Question 2 Déterminer la valeur numérique de K_i afin que la boucle d'asservissement de vitesse respecte les critères concepteur du tableau 1.

Correction

Pour $\omega_{0\,\text{dB}} = 10\,\text{rad}\,\text{s}^{-1}$ on mesure un gain de 80 dB. Il faut donc déterminer K_i tel que $20\log K_i = -80$ soit $K_i = 1\times10^{-4}\,\text{V}\,\text{s}\,\text{rad}^{-1}$.

Les critères de marge et de pulsation de coupure sont respectés (on a tout fait pour). L'erreur statique est nulle car il y a un intégrateur dans le correcteur (elle sera nulle à condition que la perturbation soit constante).

Simplification du modèle de connaissance

Question 3 Déterminer les fonctions de transfert $H_8(p)$ et $H_9(p)$ en fonction de K_5, I_{eq} et $H_6(p)$. Ne pas remplacer K_5 et $H_6(p)$ par les expressions trouvées précédemment.

Correction

En décalant le point de prélèvement du capteur de vitesse d'un bloc vers la droite, on se retrouve avec $\dfrac{1}{H_6(p)}$ dans la boucle de retour.

On sort le bloc $\dfrac{1}{I_{\text{eq}}p}$ de la « petite » boucle et $\dfrac{1}{I_{\text{eq}}p}$ se retrouve aussi dans la pboucle de retour.

En identifiant, on a alors $H_9(p) = \dfrac{1}{H_6(p)}$ et en utilisant la formule de Black, on a $H_8(p) = \dfrac{H_6(p)}{1+\dfrac{H_6(p)K_5}{I_{\text{eq}}p}} = \dfrac{H_6(p)I_{\text{eq}}p}{I_{\text{eq}}p + H_6(p)K_5}$.

Question 4 Déterminer l'expression du gain K_{10} en fonction de K_{capt} et de K_{res}.

Il y a vraissemblablement une erreur dans le sujet de base : sur la figure 6, $\varepsilon_f(p)$ devrait être en amon du bloc $C(p)$.

Correction

En décalant le point de prélèvement de droite vers la droite, on a alors K_{res} dans la boucle de retour. Pour que le système soit correctement asservi, il faut donc nécessairement que $K_{\text{adapt}} = K_{\text{capt}} K_{\text{res}}$
On se ramène ensuite à un retour unitaire. On alors $K_{10} = K_{\text{capt}} K_{\text{res}}$.

Question 5 Déterminer la fonction de transfert $G(p)$ en fonction de $H_2(p)$, J_{eq}, $H_8(p)$, $H_9(p)$ et K_{res} . Ne pas remplacer $H_2(p)$, $H_8(p)$ et $H_9(p)$ par les expressions trouvées précédemment.

Correction

$$G(p) = \frac{H_2(p)\dfrac{1}{J_{\text{eq}}p}H_8(p)}{1 + H_2(p)H_8(p)H_9(p)\dfrac{1}{J_{\text{eq}}p}} K_{\text{res}} = \frac{H_2(p)H_8(p)}{J_{\text{eq}}p + H_2(p)H_8(p)H_9(p)} K_{\text{res}}$$

Pour la suite, on donne la fonction de transfert $G(p)$, obtenue avec les valeurs de réglage correctes déterminées aux questions 1 et 2,

$$G(p) = \frac{F(p)}{\Omega_c(p)} = \frac{1 + \tau_i p}{p} \frac{1,2 \times 10^{-5}}{2 \times 10^{-4} + 9,7 \times 10^{-5} p + 5,3 \times 10^{-6} p^2}.$$

Analyse des performances de l'asservissement en force développée par un actionneur linéaire

Question 6 Déterminer la valeur numérique limite de K_{cor} afin que la boucle d'asservissement de force respecte les critères de marge de phase et de gain du tableau 2.

Correction

La marge de gain sera toujours infinie car la phase tend asymptotiquement vers $-180°$.
Pour régler la marge de phase à 60°, il faut relever le gain de 75 dB. On a donc $K_{\text{cor}} = 10^{75/20} \simeq 5623$.

Question 7 Quel critère du tableau des exigences (tableau 2) n'est pas pris en compte dans le modèle de connaissance ? D'après la courbe expérimentale, ce critère est-il respecté par le système réel ?

Correction

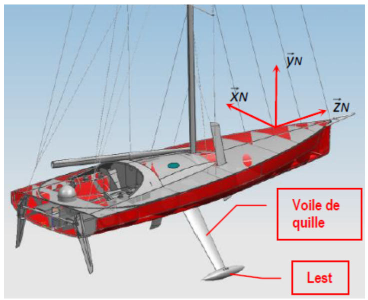
La réponse temporelle du modèle ne permet pas de savoir si l'exigence 1.1 sur le dépassement est resepectée.
Ce critère semble respecté sur le système réel vu qu'aucun dépassement n'est observé en régime permanent.

TD 1
Quille pendulaire ⋆ ⋆ ⋆ – Corrigé

Concours Commun Mines Ponts 2014.

C1-05

C2-08



Mise en situation

Objectif

L'objectif est de déterminer la puissance utile au déplacement de la quille et de la comparer à celle installée par le constructeur.

Question 1 Exprimer la puissance motrice que fournit le vérin moteur en fonction des données du problème. La méthode sera précisément décrite. Chacun des termes seront calculés. Il n'est pas demandé d'écrire la relation finale.

Question 2 Dans le but de chiffrer la valeur maximale de la puissance que doit fournir l'actionneur pour réaliser le mouvement prévu, tracer, à l'aide de la figure précédente, l'allure de l'évolution temporelle de cette puissance. Pour cela, évaluer les valeurs aux instants $t = 0\,\text{s}$, $t = 1\,\text{s}$, $t = 3\,\text{s}$ et $t = 4\,\text{s}$. Sur cet intervalle $[0, 4\,\text{s}]$, évaluer, en kW, la valeur maximale de la puissance que doit fournir l'actionneur. Expliquer pourquoi le maximum de puissance est situé sur cet intervalle.

Correction

D'après UPSTI. À 1 s, 2200 + 5800 + 2500 + 4000 = 14 500 W à 3 s 0 + 4000 + 2500 + 16000 = 22 500 W Maximum à environ 22,5 kW. Le maximum est bien sur cet intervalle car le poids y est résistant (le poids est moteur sur [5 s ; 8 s]).

Question 3 Le constructeur indique une puissance motrice installée sur son bateau de 30 kW. Dans les hypothèses utilisées pour constituer le modèle de calcul, indiquer ce qui peut expliquer la différence entre la valeur calculée et la valeur installée.

Correction

D'après UPSTI. La différence est de 7,5 kW. Elle ne peut pas provenir des hypothèses faites (liaisons parfaites et RN galiléen). Elle provient certainement du fait que le système est surdimensionné pour pallier les erreurs de modélisation des actions de l'eau, le vieillissement de la quille avec les algues collées qui rajoutent du poids...

Application 0
Roulement à billes – Corrigé

Ressources de Renan Bonnard.

Question 1 Réaliser les figures planes correspondant au paramétrage du système.

Question 2 Déterminer $\overrightarrow{\Omega(1/0)}$, $\overrightarrow{V(O,1/0)}$ et $\overrightarrow{V(I,1/0)}$.

Correction

$$\{\mathscr{V}(1/0)\} = \left\{ \begin{array}{c} \overrightarrow{\Omega(1/0)} = \dot{\theta}_1 \overrightarrow{z_0} \\ \overrightarrow{V(O,1/0)} = \overrightarrow{0} \end{array} \right\}_O = \left\{ \begin{array}{c} \overrightarrow{\Omega(1/0)} = \dot{\theta}_1 \overrightarrow{z_0} \\ \overrightarrow{V(I,1/0)} = r_1\omega_1 \overrightarrow{j} \end{array} \right\}_I$$

Question 3 Déterminer $\overrightarrow{\Omega(2/0)}$, $\overrightarrow{V(O,2/0)}$ et $\overrightarrow{V(J,2/0)}$.

Correction

$$\{\mathscr{V}(1/0)\} = \left\{ \begin{array}{c} \overrightarrow{\Omega(2/0)} = \dot{\theta}_2 \overrightarrow{z_0} \\ \overrightarrow{V(O,2/0)} = \overrightarrow{0} \end{array} \right\}_O = \left\{ \begin{array}{c} \overrightarrow{\Omega(2/0)} = \dot{\theta}_2 \overrightarrow{z_0} \\ \overrightarrow{V(J,2/0)} = r_1\omega_2 \overrightarrow{j} \end{array} \right\}_J$$

Question 4 Exprimer les conditions de roulement sans glissement en I et J. Établir les expression des vecteurs $\overrightarrow{V(I,3/0)}$ et $\overrightarrow{V(J,3/0)}$.

Correction

$$\overrightarrow{V(I,3/1)} = \overrightarrow{0}$$

$$\overrightarrow{V(I,3/0)} = \overrightarrow{V(I,3/1)} + \overrightarrow{V(I,1/0)} \Longrightarrow \overrightarrow{V(I,3/0)} = \overrightarrow{V(I,1/0)} = r_1\omega_1 \overrightarrow{j}$$

$$\overrightarrow{V(J,3/2)} = \overrightarrow{0}$$

$$\overrightarrow{V(J,3/0)} = \overrightarrow{V(J,3/2)} + \overrightarrow{V(J,2/0)} \Longrightarrow \overrightarrow{V(J,3/0)} = \overrightarrow{V(J,2/0)} = r_2\omega_2 \overrightarrow{j}$$

Question 5 En déduire l'expression de ω_3 en fonction de r_1, r_2, ω_1, ω_2.

Correction

$$\overrightarrow{V(I,3/0)} = \overrightarrow{V(J,3/0)} + \overrightarrow{IJ} \wedge \overrightarrow{\Omega(3/0)}$$

$$\omega_3 = \frac{r_2\omega_2 - r_1\omega_1}{r_2 - r_1}$$

Question 6 Déterminer $\overrightarrow{V(G,3/0)}$ en fonction de r_1, r_2, ω_1, ω_2.

Correction

$$\overrightarrow{V(G,3/0)} = \overrightarrow{V(I,3/0)} + \overrightarrow{GI} \wedge \overrightarrow{\Omega(3/0)} = \frac{r_2\omega_2 + r_1\omega_1}{2}\overrightarrow{j}$$

Question 7 Déterminer l'expression de la vitesse de glissement de la bille 3 par rapport à la cage 4 au point C en fonction de r_1, r_2, ω_1, ω_2.

Correction

On cherche à calculer $\overrightarrow{V(C,3/4)}$:

$$\overrightarrow{V(C,3/4)} = \overrightarrow{V(G,3/4)} + \overrightarrow{CG} \wedge \overrightarrow{\Omega(3/4)}$$

Calcul de $\overrightarrow{CG}$:

$$\overrightarrow{CG} = -\frac{1}{2}(r_2 - r_1)\overrightarrow{j}$$

Calcul de $\overrightarrow{\Omega(3/4)}$:

$$\overrightarrow{\Omega(3/4)} = \overrightarrow{\Omega(3/0)} - \overrightarrow{\Omega(4/0)}$$

Calcul de ω_4 :

$$\overrightarrow{V(G,3/4)} = \overrightarrow{V(G,3/0)} - \overrightarrow{V(G,4/0)} = \overrightarrow{0}$$

Calcul de $\overrightarrow{V(G,4/0)}$:

$$\overrightarrow{V(G,4/0)} = \overrightarrow{V(O,4/0)} + \overrightarrow{GO} \wedge \overrightarrow{\Omega(4/0)} = \frac{r_2 + r_1}{2}\omega_4 \overrightarrow{j}$$

Au final calcul de ω_4 :

$$\omega_4 = \frac{r_2\omega_2 + r_1\omega_1}{r_1 + r_2}$$

Calcul de $\overrightarrow{\Omega(3/4)}$:

$$\overrightarrow{\Omega(3/4)} = \overrightarrow{\Omega(3/0)} - \overrightarrow{\Omega(4/0)} = \left(\frac{r_2\omega_2 - r_1\omega_1}{r_2 - r_1} - \frac{r_2\omega_2 + r_1\omega_1}{r_2 + r_1}\right)\overrightarrow{z_0}$$

Au final en faisant le calcul on obtient :

$$\overrightarrow{V(C,3/4)} = \frac{r_2 r_1(\omega_1 - \omega_2)}{r_1 + r_2}\overrightarrow{i}$$