

# Application 0

## Arc-boutement – Système EOS★ – Sujet

### Mise en situation

Le système EOS permet l'acquisition simultanée de radiographies de face et de profil du corps entier (ou d'une zone anatomique localisée) avec une réduction de la dose de rayons X de l'ordre de 90 % par rapport à un système radiographique conventionnel ou un scanner.

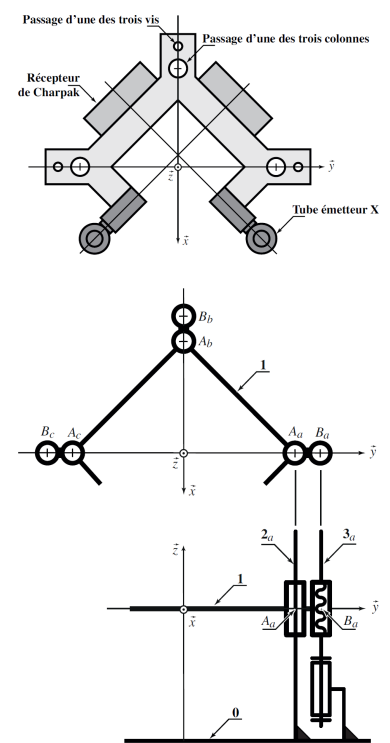
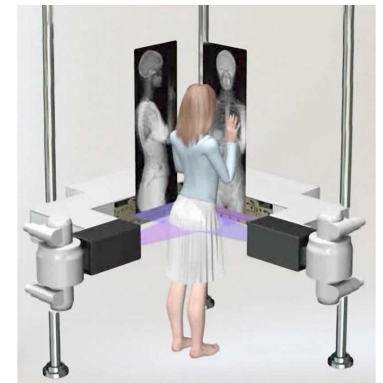
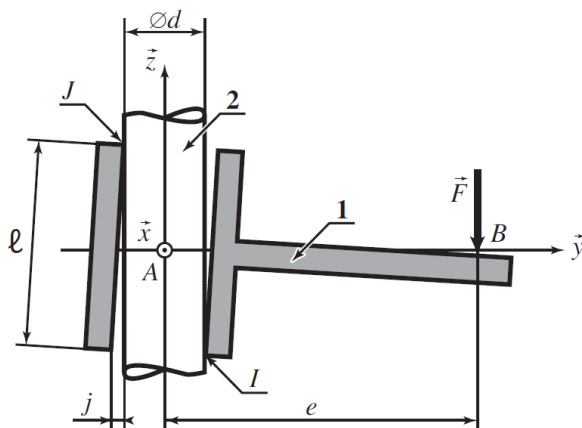
Le mécanisme interne, constitué d'un bras mobile, guidé par rapport au bâti par trois colonnes verticales. Le bras supporte deux chaînes d'acquisition, chacune d'entre elles étant composée d'un tube à rayons X et d'un détecteur.

La figure suivante représente le bras mobile en vue de dessus, ce qui permet de voir les passages des colonnes et des vis. Le modèle cinématique permettant d'appréhender le fonctionnement interne.

On s'intéresse plus précisément à une des trois chaînes réalisant la liaison entre le bras mobile 1 et le bâti 0. Cette liaison est principalement réalisée par le biais d'une colonne 2, qui est en liaison complète avec 0. Un schéma de principe est représenté sur la figure suivante. La colonne est de diamètre  $d$ , l'alésage du bras de diamètre  $d + j$  et de longueur  $\ell$ . On suppose que le jeu  $j$ , bien que négligeable devant  $d$  ( $j \ll d$ ), permet un léger basculement du bras par rapport à la colonne, ce qui conduit à considérer cet assemblage comme l'association en parallèle de deux liaisons sphère-plan, en  $I$  et  $J$ . Le contact est modélisé en utilisant la modèle de Coulomb et on note  $f$  le coefficient de frottement. Le bras 1 est soumis à une action mécanique motrice (issu de la liaison hélicoïdale) modélisée par un glisseur en  $B$  noté  $F = -F_z$  ( $F > 0$ ) dont l'axe central est distant de  $e$  de l'axe de la liaison. On se propose d'étudier le risque d'arc-boutement de cette liaison, supposée plane, en négligeant les actions de la pesanteur.

### Objectif

Déterminer les conditions de non arc-boutement du guidage du système EOS.



### Travail à réaliser

**Question 1** En introduisant  $F_I = Y_I \vec{y} + Z_I \vec{z}$  et  $F_J = Y_J \vec{y} + Z_J \vec{z}$ , les glisseurs en  $I$  et  $J$  qui résultent des actions mécaniques exercées par la colonne 2 sur le bras 1, écrire les

trois équations scalaires traduisant l'équilibre du bras.

**Question 2** En supposant que  $F > 0$ , comme précisé ci-dessus, donner les signes des composantes  $Y_I$ ,  $Z_I$ ,  $Y_J$  et  $Z_J$  puis écrire, en utilisant le modèle de Coulomb, les inéquations qui lient ces composantes.

**Question 3** En supposant qu'on est à la limite du glissement au niveau d'un des contacts, donner la condition nécessaire entre  $\ell$ ,  $f$  et  $e$  pour qu'il n'y ait pas d'arc-boutement dans la liaison.

## Conclusion vis-à-vis de l'objectif

**Question 4** Vérifier que la condition de non arc-boutement est satisfaite sur le système EOS pour lequel les grandeurs caractéristiques fournies ci-dessous ?

Grandeur	Notation	Unités	Valeur numérique
Diamètre des colonnes de guidage	$d$	cm	10
Diamètre des vis de guidage	$d'$	cm	5
Hauteur totale des colonnes	$H$	cm	200
Limite de course du bras	$h_0$	cm	10
Longueur de guidage des colonnes	$\ell$	cm	20
Coefficient de frottement colonne/bras	$f$	–	0,2
Excentration guidage en translation	$e$	cm	20

### Éléments de correction

1. 
$$\begin{cases} Y_I + Y_J = 0 \\ Z_I + Z_J - F = 0 \\ -Y_J \frac{\ell}{2} - Z_J \left( e + \frac{d}{2} \right) + Y_I \frac{\ell}{2} - Z_I \left( e - \frac{d}{2} \right) = 0 \end{cases}$$
2. .
3.  $\frac{\ell}{2e} \leq f$
4. .

# Application 0

## Arc-boutement – Système EOS★ –

### Corrigé

#### Mise en situation

##### Objectif

Déterminer les conditions de non arc-boutement du guidage du système EOS.

#### Travail à réaliser

**Question 1** En introduisant  $F_I = Y_I \vec{y} + Z_I \vec{z}$  et  $F_J = Y_J \vec{y} + Z_J \vec{z}$ , les glisseurs en  $I$  et  $J$  qui résultent des actions mécaniques exercées par la colonne 2 sur le bras 1, écrire les trois équations scalaires traduisant l'équilibre du bras.

##### Correction

En appliquant le PFS en  $B$ , on a :

$$\begin{cases} Y_I + Y_J = 0 \\ Z_I + Z_J - F = 0 \\ -Y_J \frac{\ell}{2} - Z_J \left( e + \frac{d}{2} \right) + Y_I \frac{\ell}{2} - Z_I \left( e - \frac{d}{2} \right) = 0 \end{cases}$$

**Question 2** En supposant que  $F > 0$ , comme précisé ci-dessus, donner les signes des composantes  $Y_I$ ,  $Z_I$ ,  $Y_J$  et  $Z_J$  puis écrire, en utilisant le modèle de Coulomb, les inéquations qui lient ces composantes.

##### Correction

$$\text{On a de plus : } \begin{cases} Y_I \geq 0 \text{ et } Z_I \geq 0 \\ Y_J \leq 0 \text{ et } Z_J \geq 0 \\ |Z_I| \leq f|Y_I| \text{ et } |Z_J| \leq f|Y_J| \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} Y_I \geq 0 \text{ et } Z_I \geq 0 \\ Y_J \leq 0 \text{ et } Z_J \geq 0 \\ Z_I \leq fY_I \text{ et } Z_J \leq -fY_J \end{cases}$$

**Question 3** En supposant qu'on est à la limite du glissement au niveau d'un des contacts, donner la condition nécessaire entre  $\ell$ ,  $f$  et  $e$  pour qu'il n'y ait pas d'arc-boutement dans la liaison.

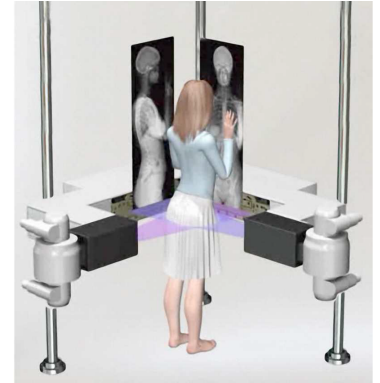
##### Correction

On considère qu'on est à la limite du glissement au point  $I$ . En conséquences,

$$\begin{cases} Z_I = fY_I \\ Y_I + Y_J = 0 \\ Z_I + Z_J - F = 0 \\ -Y_J \frac{\ell}{2} - Z_J \left( e + \frac{d}{2} \right) + Y_I \frac{\ell}{2} - Z_I \left( e - \frac{d}{2} \right) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} Z_I = fY_I \\ Y_J = -Y_I \\ Z_J = F - Z_I = F - fY_I \\ Y_I \frac{\ell}{2} - (F - fY_I) \left( e + \frac{d}{2} \right) + Y_I \frac{\ell}{2} - fY_I \left( e - \frac{d}{2} \right) = 0 \end{cases}$$

$$Y_I \frac{\ell}{2} - (F - fY_I) \left( e + \frac{d}{2} \right) + Y_I \frac{\ell}{2} - fY_I \left( e - \frac{d}{2} \right) = 0$$

$$\Leftrightarrow Y_I \left( \frac{\ell}{2} + f \left( e + \frac{d}{2} \right) + \frac{\ell}{2} - f \left( e - \frac{d}{2} \right) \right) - F \left( e + \frac{d}{2} \right) = 0$$



$$\Leftrightarrow Y_I (\ell + fd) - F \left( e + \frac{d}{2} \right) = 0$$

$$\text{et } \Leftrightarrow F = Y_I \frac{\ell + fd}{e + \frac{d}{2}} = Y_I \frac{2\ell + 2fd}{2e + d}$$

De plus, au point J, on a nécessairement :  $Z_J \leq -fY_J$ . En conséquences,  
 $F - fY_I \leq fY_I$

$$\Leftrightarrow F - fY_I \leq fY_I \Leftrightarrow F \leq 2fY_I \Leftrightarrow F \leq 2fY_I \Leftrightarrow Y_I \frac{2\ell + 2fd}{2e + d} \leq 2fY_I \Leftrightarrow \frac{2\ell + 2fd}{2e + d} \leq 2f$$

$$\Leftrightarrow 2\ell + 2fd \leq 4fe + 2fd \Leftrightarrow \ell \leq 2fe \Leftrightarrow \frac{\ell}{2e} \leq f$$

## Conclusion vis-à-vis de l'objectif

**Question 4** Vérifier que la condition de non arc-boutement est satisfaite sur le système EOS pour lequel les grandeurs caractéristiques fournies ci-dessous ?

### Correction

Pour ne pas arc-bouter, il faut donc vérifier la relation  $\frac{\ell}{2e} > f : \frac{20}{2 \times 20} > f$  et donc  $0,5 > 0,2$ .  
 La condition de glissement est donc vérifiée.

## Robot colossus ★

On s'intéresse à la transmission du robot colossus dont le déplacement est réalisé grâce à des chenilles. On appelle barbotin la pièce sur laquelle s'enroulent ces dernières. Le barbotin est de diamètre 250 mm. Le moteur tourne à 4500 tr/min.

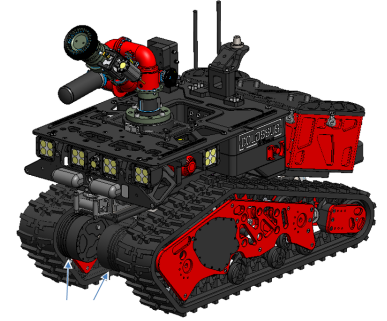
**Question 1** Donner l'expression littérale du rapport des vitesses  $\omega_{4/0}/\omega_{1/0}$  en fonction des différents nombres de dents notés  $Z_i$ .

**Question 2** Déterminer la vitesse du robot.

Banque PT – SIC 2023.

03 CIN

Pas de corrigé pour cet exercice.



## Robot colossus ★

**Question 1** Donner l'expression littérale du rapport des vitesses  $\omega_{4/0}/\omega_{1/0}$  en fonction des différents nombres de dents notés  $Z_i$ .

### Correction

$$\frac{\omega_{4/0}}{\omega_{1/0}} = -\frac{Z_1 Z_{2b} Z_{3b}}{Z_{2a} Z_{3a} Z_4}.$$

$$\text{AN : } \frac{\omega_{4/0}}{\omega_{1/0}} = -\frac{14 \times 17 \times 20}{52 \times 60 \times 54} = -0,028.$$

**Question 2** Déterminer la vitesse du robot.

### Correction

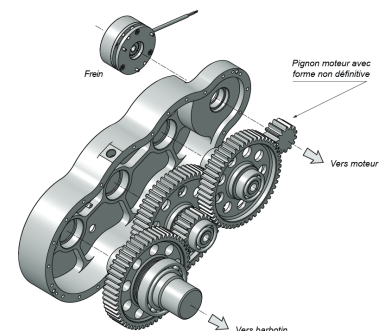
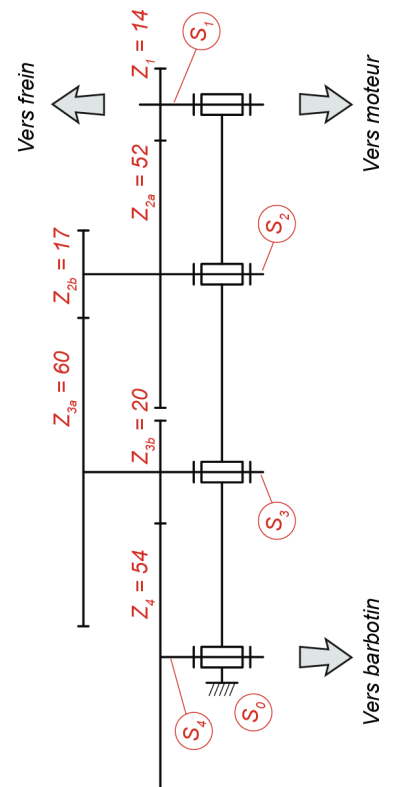
Soit  $V$  la vitesse du robot, on a donc  $V = \omega_{4/0} \frac{D}{2}$ .

On a donc  $V = -\frac{Z_1 Z_{2b} Z_{3b}}{Z_{2a} Z_{3a} Z_4} \frac{D}{2} \omega_{1/0}$ .

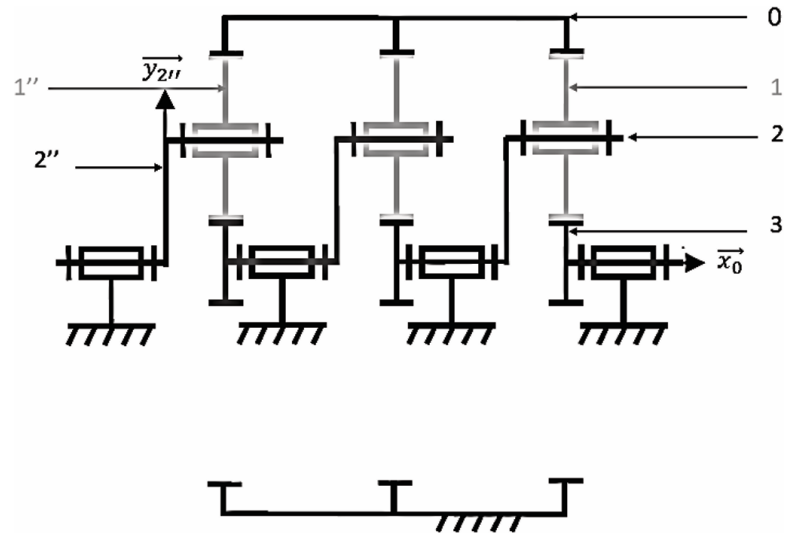
$$\text{AN : } V = 0,028 \times 125 \times 4500 \frac{2\pi}{60} = 1663 \text{ mm s}^{-1}.$$

## Lokomat ★

Le réducteur utilisé est un réducteur de type train épicycloïdal à trois étages. Un schéma cinématique est fourni ci-dessous. On note  $D_i$  le diamètre de la roue dentée  $i$ ,  $i \in \llbracket 0,3 \rrbracket$ .



Corrigé voir 4.



On donne le nombre de dents  $Z_i$  des éléments constitutifs  $i$  du premier étage du train épicycloïdal :  $Z_0 = 60$  dents,  $Z_1 = 18$  dents,  $Z_2 = 45$  dents,  $Z_3 = 24$  dents.

**Question 1** Calculer le rapport de transmission du premier étage.

**Question 2** Les étages étant tous identiques, en déduire le rapport de transmission global du réducteur.

Corrigé voir 2.

CCINPT – TSI – 2023.

03 CIN

Pas de corrigé pour cet exercice.

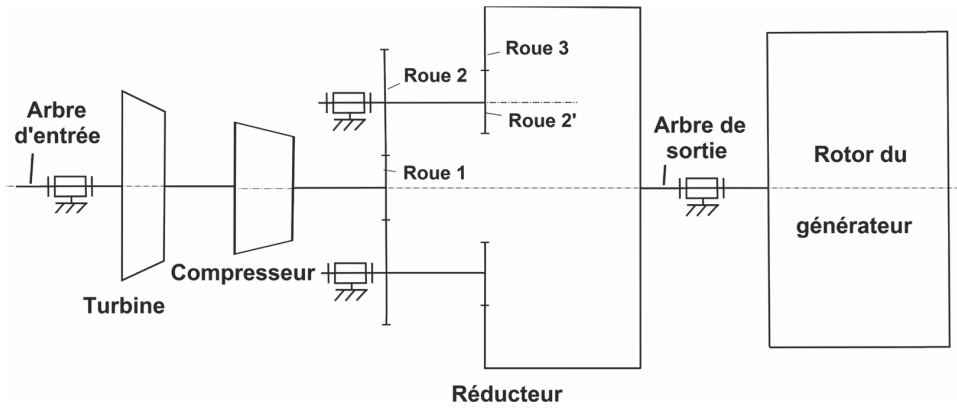
**Lokomat ★**

**Question 1** Calculer le rapport de transmission du premier étage.

**Question 2** Les étages étant tous identiques, en déduire le rapport de transmission global du réducteur.

## Taurus ★

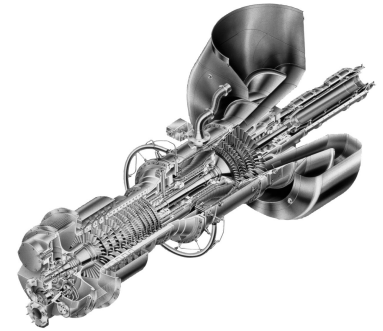
Pour déterminer le couple au démarrage, il est nécessaire de déterminer le moment d'inertie de l'ensemble en rotation ramené sur l'arbre du moteur asynchrone. En fonctionnement normal, le schéma cinématique de l'installation retenue est donné figure 19.1.



CCINP – TSI – 2022.

03 CIN

Pas de corrigé pour cet exercice.



On donne dans le tableau 19.1 les différents moments d'inertie des éléments composants le système.

Éléments	Moments d'inertie
Turbine	$J_1 = 3,5 \text{ kg m}^2$
Compresseur	$J_2 = 3,4 \text{ kg m}^2$
Réducteur (ramené sur l'arbre de sortie)	$J_3 = 12,6 \text{ kg m}^2$
Générateur	$J_4 = 217,2 \text{ kg m}^2$

Le nombre de dents des différents éléments composant le réducteur est donné dans le tableau 19.2.

Roue	Nombre de dents	Roue	Nombre de dents
Roue 1	$Z_1 = 40$	Roue 2'	$Z'_2 = 30$
Roue 2	$Z_2 = 100$	Roue 3	$Z_3 = 120$

On note  $r$  le rapport de réduction entre l'arbre d'entrée et l'arbre de sortie, tel que

$$r = \frac{\omega_{s/0}}{\omega_{e/0}} \text{ avec :}$$

- ▶  $\omega_{s/0}$  la vitesse de rotation de l'arbre de sortie par rapport au bâti (le support 0);
- ▶  $\omega_{e/0}$  la vitesse de rotation de l'arbre d'entrée par rapport au bâti.

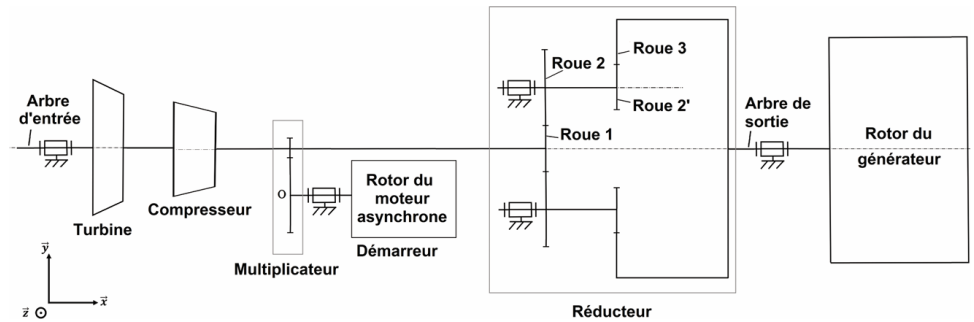
**Question 1** En utilisant le schéma cinématique et les données sur les roues, déterminer l'expression littérale du rapport de réduction  $r$ . Faire ensuite l'application numérique.

On considère l'ensemble  $\Sigma = \{\text{Turbine, Compresseur, Réducteur, Générateur}\}$ .

**Question 2** Déterminer l'énergie cinétique de  $\Sigma$  par rapport au référentiel galiléen lié au bâti :  $\mathcal{E}_c(\Sigma/0)$  en fonction de la vitesse de rotation  $\omega_{e/0}$  et des différents moments d'inertie. En déduire l'expression de l'inertie équivalente  $J_{eq}$  ramenée sur l'arbre d'entrée. Faire l'application numérique.

Le rotor du moteur asynchrone de démarrage dont le moment d'inertie est  $J_5 = 0,7 \text{ kg m}^2$  entraîne l'ensemble  $\Sigma$  par l'intermédiaire du multiplicateur (figure 19.2). Celui-ci possède un rapport de multiplication  $k = 6$  et un moment d'inertie négligeable.

On considère alors le système  $\Sigma' = \{\Sigma, \text{Moteur asynchrone, Multiplicateur}\}$ .

FIGURE  
turbine

Corrigé voir 2.

CCINP – TSI – 2022.

03 CIN

Pas de corrigé pour cet exercice.

## Taurus ★

**Question 1** En utilisant le schéma cinématique et les données sur les roues, déterminer l'expression littérale du rapport de réduction  $r$ . Faire ensuite l'application numérique.

## Correction

$$\text{On a } r = \frac{\omega_{s/0}}{\omega_{e/0}} = -\frac{Z_1 Z'_2}{Z_2 Z_3}.$$

$$\text{AN : } r = -\frac{40 \times 30}{100 \times 120} = -0,1.$$

On considère l'ensemble  $\Sigma = \{\text{Turbine, Compresseur, Réducteur, Générateur}\}$ .

**Question 2** Déterminer l'énergie cinétique de  $\Sigma$  par rapport au référentiel galiléen lié au bâti :  $\mathcal{E}_c(\Sigma/0)$  en fonction de la vitesse de rotation  $\omega_{e/0}$  et des différents moments d'inertie. En déduire l'expression de l'inertie équivalente  $J_{eq}$  ramenée sur l'arbre d'entrée. Faire l'application numérique.

## Correction

$$\mathcal{E}_c(\Sigma/0) = \frac{1}{2} (J_1 + J_2) \omega_{e/0}^2 + \frac{1}{2} (J_3 + J_4) \omega_{e/0}^2 r^2 = \frac{1}{2} (J_1 + J_2 + (J_3 + J_4) r^2) \omega_{e/0}^2$$

$$\text{Et donc } J_{eq} = J_1 + J_2 + (J_3 + J_4) r^2.$$

**Question 3** Déterminer l'expression littérale de l'inertie équivalente  $J'_{eq}$  de l'ensemble  $\Sigma'$  ramenée sur l'arbre du moteur asynchrone. Faire l'application numérique.

## Correction

$$\text{On a } \omega_{e/0} = k \omega_{mas/0}$$

$$\mathcal{E}_c(\Sigma'/0) = \frac{1}{2} J_{eq} \omega_{e/0}^2 + J_5 \omega_{mas/0}^2 = \frac{1}{2} (J_{eq} k^2 + J_5) \omega_{mas/0}^2.$$

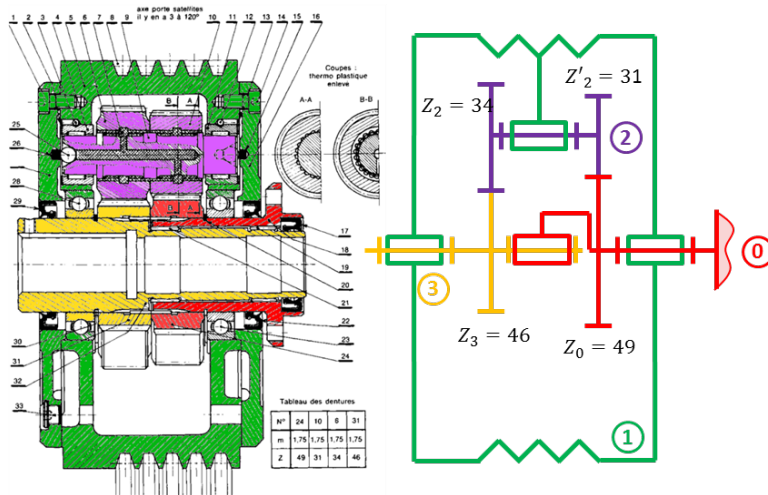
D'après ressources de Stéphane Genouël.

03 CIN

## Poulie Redex ★

Soit le train d'engrenages suivant.





**Question 1** Tracer le graphe des liaisons.

**Question 2** Déterminer littéralement, en fonction des nombres de dents, la loi E/S du système (c'est-à-dire le rapport de transmission).

#### Éléments de correction

1. .
2.  $\frac{\omega_{30}}{\omega_{10}} = 1 - \frac{Z_0 Z_2}{Z'_2 Z_3}$ .

Corrigé voir 3.

### Poulie Redex ★

Soit le train d'engrenages suivant.

**Question 1** Tracer le graphe des liaisons.

**Question 2** Déterminer littéralement, en fonction des nombres de dents, la loi E/S du système (c'est-à-dire le rapport de transmission).

On cherche  $\frac{\omega_{30}}{\omega_{10}}$ . En bloquant le porte satellite 1, on a  $\frac{\omega_{31}}{\omega_{01}} = \frac{Z_0 Z_2}{Z'_2 Z_3}$ . En décomposant les vitesses, on a :  $\frac{\omega_{30} - \omega_{10}}{\omega_{10}} = -\frac{Z_0 Z_2}{Z'_2 Z_3} \Leftrightarrow \omega_{30} - \omega_{10} = -\frac{Z_0 Z_2}{Z'_2 Z_3} \omega_{10} \Leftrightarrow \omega_{30} =$

$$\left(1 - \frac{Z_0 Z_2}{Z'_2 Z_3}\right) \omega_{10} \Leftrightarrow \frac{\omega_{30}}{\omega_{10}} = 1 - \frac{Z_0 Z_2}{Z'_2 Z_3}.$$

$$\text{AN : } \frac{\omega_{30}}{\omega_{10}} = 1 - \frac{49 \times 34}{31 \times 46} = -0,17.$$

03 CIN

