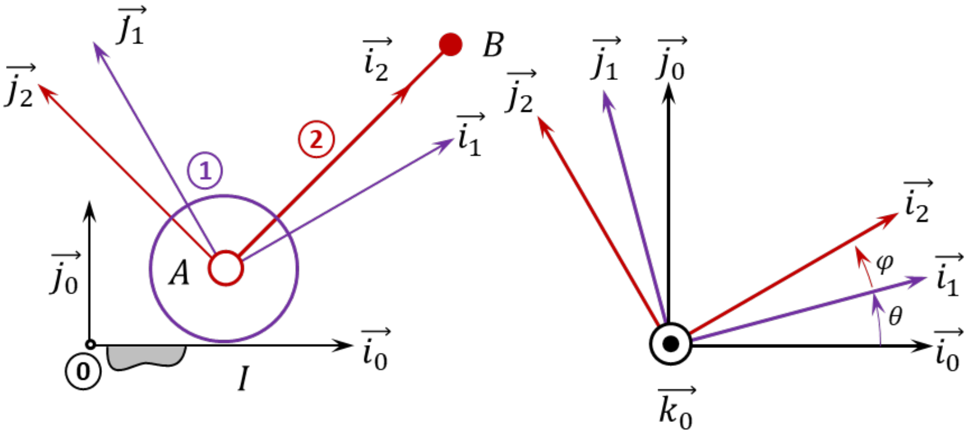
Mouvement RR – RSG ★★

05 DYN

Soit le mécanisme suivant. On a $\overrightarrow{IA} = R\overrightarrow{j_0}$ et $\overrightarrow{AB} = L\overrightarrow{i_2}$. De plus $R = 15\,\text{mm}$. On fait l'hypothèse de roulement sans glissement au point I. De plus :

- G_1 désigne le centre d'inertie de **1** tel que $\overrightarrow{AG_1} = -\ell\,\overrightarrow{i_1}$, on note m_1 la masse de **1** ;
- $G_2 = B$ désigne le centre d'inertie de **2**, on note m_2 la masse de **2**.

Un moteur exerce un couple entre les pièces 1 et 2.



Question 1 Réaliser le graphe d'analyse en faisant apparaître l'ensemble des actions mécaniques.

Question 2 Proposer une démarche permettant de déterminer les loi de mouvement de **1** et de **2** par rapport à $\mathcal{R}_0$.

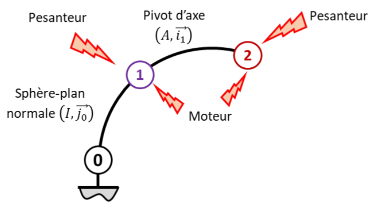
Question 3 Déterminer les lois de mouvement.

Corrigé voir 3.

Mouvement RR – RSG ★★

05 DYN

Question 1 Réaliser le graphe d'analyse en faisant apparaître l'ensemble des actions mécaniques.



Question 2 Proposer une démarche permettant de déterminer les loi de mouvement de **1** et de **2** par rapport à $\mathcal{R}_0$.

- Première équation :
  - On isole 2.
  - Bilan des actions mécaniques extérieures :
    - liaison pivot en A telle que $\overrightarrow{\mathcal{M}(A, 1 \to 2)} \cdot \overrightarrow{k_0} = \overrightarrow{0}$;
    - pesanteur en B : $\{\mathcal{T}(\text{pes} \to 2)\} = \left\{ \begin{array}{c} -m_2 g\overrightarrow{j_0} \\ \overrightarrow{0} \end{array} \right\}_B$;
    - couple moteur : $\{\mathcal{T}(1_m \to 2)\} = \left\{ \begin{array}{c} \overrightarrow{0} \\ C_m\overrightarrow{k_0} \end{array} \right\}_{\forall P}$.
  - On applique le théorème du moment dynamique en A en projection sur $\overrightarrow{k_0}$: $\overrightarrow{\delta(A, 2/0)} \cdot \overrightarrow{k_0} = 0 + \left(\overrightarrow{AG_2} \wedge -m_2 g\overrightarrow{j_0}\right) \cdot \overrightarrow{k_0} + C_m$.
- Deuxième équation :
  - On isole 1+2.

- Bilan des actions mécaniques extérieures :
  * liaison ponctuelle avec RSG en I telle que $\overrightarrow{\mathcal{M}(I,0\rightarrow 1)}\cdot\overrightarrow{k_0}=\overrightarrow{0}$;
  * pesanteur en G_1 : $\left\{\mathcal{T}\left(\text{pes}\rightarrow 1\right)\right\}=\left\{\begin{array}{c}-m_1 g\overrightarrow{j_0}\\ \overrightarrow{0}\end{array}\right\}_{G_1}$;
  * pesanteur en G_2 : $\left\{\mathcal{T}\left(\text{pes}\rightarrow 2\right)\right\}=\left\{\begin{array}{c}-m_2 g\overrightarrow{j_0}\\ \overrightarrow{0}\end{array}\right\}_{G_2}$.
- On applique le théorème du moment dynamique en I en projection sur $\overrightarrow{k_0}$:
  $\overrightarrow{\delta(I,1+2/0)}\cdot\overrightarrow{k_0}=0+\left(\overrightarrow{IG_2}\wedge -m_2 g\overrightarrow{j_0}\right)\cdot\overrightarrow{k_0}+\left(\overrightarrow{IG_1}\wedge -m_1 g\overrightarrow{j_0}\right)\cdot\overrightarrow{k_0}$.

Remarque : on ne modélise pas la résistance au roulement.

Question 3 Déterminer les lois de mouvement.

Mouvement RR – RSG ★★

04 DYN

C2-09

Pas de corrigé pour cet exercice.

Question 1 Déterminer $\overrightarrow{R_d(2/0)} \cdot \overrightarrow{i_1}$ (Voir exercice B2-13 46-RR-RSG).

1. $\overrightarrow{V(B,2/0)} = L\dot{\varphi}(t)\overrightarrow{j_2} + \dot{\theta}(t)\left(L\overrightarrow{j_1} - R\overrightarrow{i_0}\right)$.
2. $\{\mathscr{V}(2/0)\} = \left\{\begin{array}{l} \overrightarrow{\Omega(2/0)} = \left(\dot{\varphi}(t) + \dot{\theta}(t)\right)\overrightarrow{k_0} \\ L\dot{\varphi}(t)\overrightarrow{j_2} + \dot{\theta}(t)\left(L\overrightarrow{j_1} - R\overrightarrow{i_0}\right)\end{array}\right\}_B$.
3. $\overrightarrow{\Gamma(B,2/0)} = L\ddot{\varphi}(t)\overrightarrow{j_2} - L\dot{\varphi}(t)\left(\dot{\varphi}(t) + \dot{\theta}(t)\right)\overrightarrow{i_2} + \ddot{\theta}(t)\left(L\overrightarrow{j_1} - R\overrightarrow{i_0}\right) - L\dot{\theta}^2(t)\overrightarrow{i_1}$.

$\overrightarrow{R_d(2/0)}\cdot\overrightarrow{i_1} = m_2\overrightarrow{\Gamma(B,2/0)}\cdot\overrightarrow{i_1} = \left(L\ddot{\varphi}(t)\overrightarrow{j_2} - L\dot{\varphi}(t)\left(\dot{\varphi}(t) + \dot{\theta}(t)\right)\overrightarrow{i_2} + \ddot{\theta}(t)\left(L\overrightarrow{j_1} - R\overrightarrow{i_0}\right) - L\dot{\theta}^2(t)\overrightarrow{i_1}\right)\cdot$
$\overrightarrow{i_1} = -\sin\varphi(t)L\ddot{\varphi}(t) - L\dot{\varphi}(t)\left(\dot{\varphi}(t) + \dot{\theta}(t)\right)\cos\varphi + \ddot{\theta}(t)\left(L\overrightarrow{j_1} - R\overrightarrow{i_0}\right) - L\dot{\theta}^2(t)$

Question 2 Déterminer $\overrightarrow{\delta(A,2/0)} \cdot \overrightarrow{k_0}$

Calculons $\overrightarrow{\sigma(B,2/0)} = \begin{pmatrix} A_2 & 0 & 0 \\ 0 & B_2 & 0 \\ 0 & 0 & C_2 \end{pmatrix}_{\mathscr{B}_2} \overrightarrow{\Omega(2/0)} = C_2\left(\dot{\varphi} + \dot{\theta}\right)\overrightarrow{k_0}$.

Calculons $\overrightarrow{\delta(B,2/0)} = C_2\left(\ddot{\varphi} + \ddot{\theta}\right)\overrightarrow{k_0}$.

Enfin, $\overrightarrow{\delta(A,2/0)}\cdot\overrightarrow{k_0} = \left(\overrightarrow{\delta(B,2/0)} + \overrightarrow{AB}\wedge\overrightarrow{R_d(2/0)}\right)\cdot\overrightarrow{k_0}$

$= C_2\left(\ddot{\varphi} + \ddot{\theta}\right) + m_2\left(L\overrightarrow{i_1}\wedge\left(L\ddot{\varphi}(t)\overrightarrow{j_2} - L\dot{\varphi}(t)\left(\dot{\varphi}(t) + \dot{\theta}(t)\right)\overrightarrow{i_2} + \ddot{\theta}(t)\left(L\overrightarrow{j_1} - R\overrightarrow{i_0}\right) - L\dot{\theta}^2(t)\overrightarrow{i_1}\right)\right)\cdot$
$\overrightarrow{k_0}$

$= C_2\left(\ddot{\varphi} + \ddot{\theta}\right) + m_2L\left(\left(L\ddot{\varphi}(t)\overrightarrow{i_1}\wedge\overrightarrow{j_2} - L\dot{\varphi}(t)\left(\dot{\varphi}(t) + \dot{\theta}(t)\right)\overrightarrow{i_1}\wedge\overrightarrow{i_2} + \ddot{\theta}(t)\left(L\overrightarrow{i_1}\wedge\overrightarrow{j_1} - R\overrightarrow{i_1}\wedge\overrightarrow{i_0}\right)\right)\right)\cdot$
$\overrightarrow{k_0}$

$= C_2\left(\ddot{\varphi} + \ddot{\theta}\right) + m_2L\left(L\ddot{\varphi}(t)\cos\varphi - L\dot{\varphi}(t)\left(\dot{\varphi}(t) + \dot{\theta}(t)\right)\sin\varphi + \ddot{\theta}(t)\left(L + R\sin\theta\right)\right)$.

Question 3 Déterminer $\overrightarrow{\delta(I,1+2/0)} \cdot \overrightarrow{k_0}$

Calculons $R\overrightarrow{j_0}\wedge\left(L\ddot{\varphi}(t)\overrightarrow{j_2} - L\dot{\varphi}(t)\left(\dot{\varphi}(t) + \dot{\theta}(t)\right)\overrightarrow{i_2} + \ddot{\theta}(t)\left(L\overrightarrow{j_1} - R\overrightarrow{i_0}\right) - L\dot{\theta}^2(t)\overrightarrow{i_1}\right)\cdot\overrightarrow{k_0}$

$= R\left(L\ddot{\varphi}(t)\overrightarrow{j_0}\wedge\overrightarrow{j_2} - L\dot{\varphi}(t)\left(\dot{\varphi}(t) + \dot{\theta}(t)\right)\overrightarrow{j_0}\wedge\overrightarrow{i_2} + \ddot{\theta}(t)\left(L\overrightarrow{j_0}\wedge\overrightarrow{j_1} - R\overrightarrow{j_0}\wedge\overrightarrow{i_0}\right) - L\dot{\theta}^2(t)\overrightarrow{j_0}\wedge\overrightarrow{i_1}\right)\cdot$
$\overrightarrow{k_0}$

$= R\left(L\ddot{\varphi}(t)\sin\left(\theta + \varphi\right) + L\dot{\varphi}(t)\left(\dot{\varphi}(t) + \dot{\theta}(t)\right)\cos\left(\varphi + \theta\right) + \ddot{\theta}(t)\left(L\sin\theta + R\right) + L\dot{\theta}^2(t)\cos\theta\right)$...

On peut en déduire $\overrightarrow{\delta(I,2/0)}\cdot\overrightarrow{k_0}$.

On fait l'hypothèse que $\ell = 0$.

Par ailleurs, on a $\overrightarrow{\delta(G_1,1/0)} = C_1\ddot{\theta}(t)\overrightarrow{k_0}$

» Calculer $\overrightarrow{\delta(I,1/0)}$...

Mouvement RT – RSG ⋆⋆

L'objectif est d'obtenir les lois de mouvement.

Question 1 Appliquer le théorème du moment dynamique à l'ensemble **2** au point A en projection sur $\overrightarrow{k_0}$.

Question 2 Appliquer le théorème du moment dynamique à l'ensemble **1+2** au point I en projection sur $\overrightarrow{k_0}$.