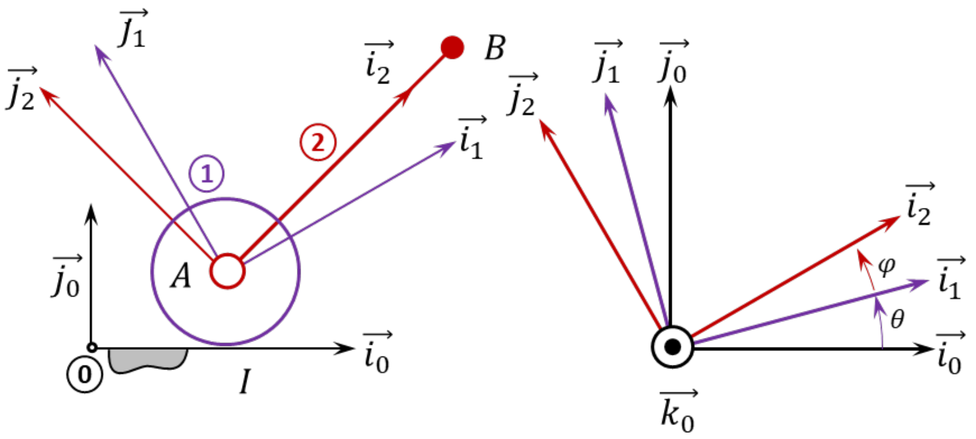
## Mouvement RR – RSG ★★

05 DYN

Soit le mécanisme suivant. On a $\overrightarrow{IA} = R\,\overrightarrow{j_0}$ et $\overrightarrow{AB} = L\,\overrightarrow{i_2}$. De plus $R = 15\,\text{mm}$. On fait l'hypothèse de roulement sans glissement au point $I$. De plus :

- $G_1$ désigne le centre d'inertie de **1** tel que $\overrightarrow{AG_1} = -\ell\,\overrightarrow{i_1}$, on note $m_1$ la masse de **1** ;
- $G_2 = B$ désigne le centre d'inertie de **2**, on note $m_2$ la masse de **2**.

Un moteur exerce un couple entre les pièces 1 et 2.



**Question 1** Réaliser le graphe d'analyse en faisant apparaître l'ensemble des actions mécaniques.

**Question 2** Proposer une démarche permettant de déterminer les loi de mouvement de **1** et de **2** par rapport à $\mathcal{R}_0$.

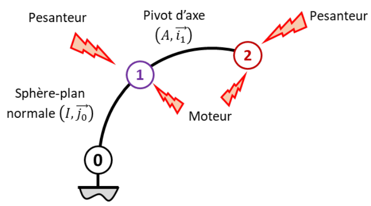
**Question 3** Déterminer les lois de mouvement.

Corrigé voir 3.

## Mouvement RR – RSG ★★

05 DYN

**Question 1** Réaliser le graphe d'analyse en faisant apparaître l'ensemble des actions mécaniques.




**Question 2** Proposer une démarche permettant de déterminer les loi de mouvement de **1** et de **2** par rapport à $\mathcal{R}_0$.

- Première équation :
  - On isole 2.
  - Bilan des actions mécaniques extérieures :
    - liaison pivot en $A$ telle que $\overrightarrow{\mathcal{M}(A, 1 \rightarrow 2)} \cdot \overrightarrow{k_0} = \overrightarrow{0}$ ;
    - pesanteur en $B$ : $\{\mathcal{T}(\text{pes} \rightarrow 2)\} = \left\{ \begin{array}{c} -m_2 g\,\overrightarrow{j_0} \\ \overrightarrow{0} \end{array} \right\}_B$ ;
    - couple moteur : $\{\mathcal{T}(1_m \rightarrow 2)\} = \left\{ \begin{array}{c} \overrightarrow{0} \\ C_m \overrightarrow{k_0} \end{array} \right\}_{\forall P}$.
  - On applique le théorème du moment dynamique en $A$ en projection sur $\overrightarrow{k_0}$ : $\overrightarrow{\delta(A, 2/0)} \cdot \overrightarrow{k_0} = 0 + \left(\overrightarrow{AG_2} \wedge -m_2 g\,\overrightarrow{j_0}\right) \cdot \overrightarrow{k_0} + C_m$.
- Deuxième équation :
  - On isole 1+2.

- Bilan des actions mécaniques extérieures :
  - liaison ponctuelle avec RSG en $I$ telle que $\overrightarrow{\mathcal{M}(I,0\rightarrow 1)}\cdot\overrightarrow{k_0}=\overrightarrow{0}$ ;
  - pesanteur en $G_1$ : $\left\{\mathcal{T}\left(\text{pes}\rightarrow 1\right)\right\}=\left\{\begin{array}{c}-m_1 g\overrightarrow{j_0}\\ \overrightarrow{0}\end{array}\right\}_{G_1}$ ;
  - pesanteur en $G_2$ : $\left\{\mathcal{T}\left(\text{pes}\rightarrow 2\right)\right\}=\left\{\begin{array}{c}-m_2 g\overrightarrow{j_0}\\ \overrightarrow{0}\end{array}\right\}_{G_2}$.
- On applique le théorème du moment dynamique en $I$ en projection sur $\overrightarrow{k_0}$ : $\overrightarrow{\delta(I,1+2/0)}\cdot\overrightarrow{k_0}=0+\left(\overrightarrow{IG_2}\wedge -m_2 g\overrightarrow{j_0}\right)\cdot\overrightarrow{k_0}+\left(\overrightarrow{IG_1}\wedge -m_1 g\overrightarrow{j_0}\right)\cdot\overrightarrow{k_0}$.

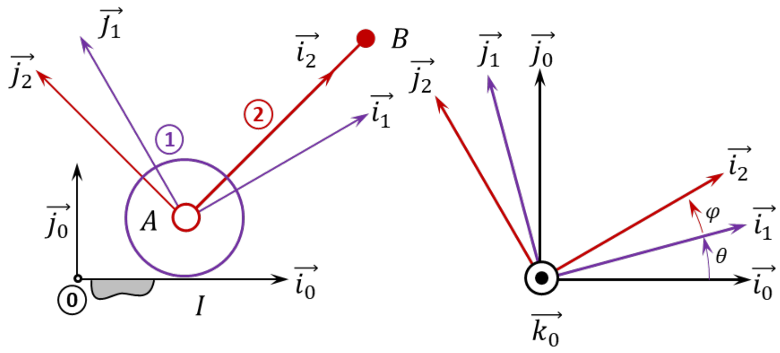
Remarque : on ne modélise pas la résistance au roulement.

**Question 3** Déterminer les lois de mouvement.

## Mouvement RR – RSG ★★

02 CIN

Soit le mécanisme suivant. On a $\overrightarrow{IA} = R\overrightarrow{j_0}$ et $\overrightarrow{AB} = L\overrightarrow{i_2}$. De plus $R = 15\,\text{mm}$. On fait l'hypothèse de roulement sans glissement au point $I$.




**Question 1** Déterminer $\overrightarrow{V(B,2/0)}$.

**Question 2** Donner le torseur cinématique $\{\mathcal{V}(2/0)\}$ au point $B$.

**Question 3** Déterminer $\overrightarrow{\Gamma(B,2/0)}$.

Corrigé voir 3.

## Mouvement RR – RSG ★★

02 CIN

**Question 1** Déterminer $\overrightarrow{V(B,2/0)}$.

En utilisant la décomposition du vecteur vitesse : $\overrightarrow{V(B,2/0)} = \overrightarrow{V(B,2/1)} + \overrightarrow{V(B,1/0)}$.

- **Calcul de $\overrightarrow{V(B,2/1)}$ :** $\overrightarrow{V(B,2/1)} = \overrightarrow{V(A,2/1)} + \overrightarrow{BA} \wedge \overrightarrow{\Omega(2/1)}$. 2 et 1 étant en pivot d'axe $\left(A,\overrightarrow{k_0}\right)$, on a $\overrightarrow{V(B,2/1)} = \overrightarrow{0} - L\overrightarrow{i_2} \wedge \dot{\varphi}(t)\overrightarrow{k_0} = L\dot{\varphi}(t)\overrightarrow{j_2}$.
- **Calcul de $\overrightarrow{V(B,1/0)}$ :** $\overrightarrow{V(B,1/0)} = \overrightarrow{V(I,1/0)} + \overrightarrow{BI} \wedge \overrightarrow{\Omega(1/0)} = \overrightarrow{0} - L\overrightarrow{i_2} \wedge \dot{\varphi}(t)\overrightarrow{k_0}$. En utilisant l'hypothèse de roulement sans glissement : $\overrightarrow{V(B,1/0)} = \left(-L\overrightarrow{i_2} - R\overrightarrow{j_0}\right) \wedge \dot{\theta}(t)\overrightarrow{k_0} = \dot{\theta}(t)\left(L\overrightarrow{j_2} - R\overrightarrow{i_0}\right)$.

Au final, $\overrightarrow{V(B,2/0)} = L\dot{\varphi}(t)\overrightarrow{j_2} + \dot{\theta}(t)\left(L\overrightarrow{j_2} - R\overrightarrow{i_0}\right)$.

**Question 2** Donner le torseur cinématique $\{\mathcal{V}(2/0)\}$ au point $B$.

$$\{\mathcal{V}(2/0)\} = \left\{\begin{array}{l} \overrightarrow{\Omega(2/0)} = \left(\dot{\varphi}(t) + \dot{\theta}(t)\right)\overrightarrow{k_0} \\ L\dot{\varphi}(t)\overrightarrow{j_2} + \dot{\theta}(t)\left(L\overrightarrow{j_2} - R\overrightarrow{i_0}\right) \end{array}\right\}_B.$$

**Question 3** Déterminer $\overrightarrow{\Gamma(B,2/0)}$.

$$\overrightarrow{\Gamma(B,2/0)} = \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left[\overrightarrow{V(B,2/0)}\right]_{\mathcal{R}_0}$$

$$= \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left[L\dot{\varphi}(t)\overrightarrow{j_2}\right]_{\mathcal{R}_0} + \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left[\dot{\theta}(t)\left(L\overrightarrow{j_2} - R\overrightarrow{i_0}\right)\right]_{\mathcal{R}_0}$$

$$= L\ddot{\varphi}(t)\overrightarrow{j_2} - L\dot{\varphi}(t)\left(\dot{\varphi}(t) + \dot{\theta}(t)\right)\overrightarrow{i_2} + \ddot{\theta}(t)\left(L\overrightarrow{j_2} - R\overrightarrow{i_0}\right) - L\dot{\theta}(t)\left(\dot{\varphi}(t) + \dot{\theta}(t)\right)\overrightarrow{i_2}.$$

## Mouvement RR – RSG ★★

04 DYN

C2-09

Pas de corrigé pour cet exercice.

**Question 1** Déterminer $\overrightarrow{R_d(2/0)} \cdot \overrightarrow{i_1}$ (Voir exercice B2-13 46-RR-RSG).

1. $\overrightarrow{V(B,2/0)} = L\dot{\varphi}(t)\overrightarrow{j_2} + \dot{\theta}(t)\left(L\overrightarrow{j_1} - R\overrightarrow{i_0}\right)$.
2. $\{\mathscr{V}(2/0)\} = \left\{ \begin{array}{l} \overrightarrow{\Omega(2/0)} = \left(\dot{\varphi}(t) + \dot{\theta}(t)\right)\overrightarrow{k_0} \\ L\dot{\varphi}(t)\overrightarrow{j_2} + \dot{\theta}(t)\left(L\overrightarrow{j_1} - R\overrightarrow{i_0}\right) \end{array} \right\}_B$.
3. $\overrightarrow{\Gamma(B,2/0)} = L\ddot{\varphi}(t)\overrightarrow{j_2} - L\dot{\varphi}(t)\left(\dot{\varphi}(t) + \dot{\theta}(t)\right)\overrightarrow{i_2} + \ddot{\theta}(t)\left(L\overrightarrow{j_1} - R\overrightarrow{i_0}\right) - L\dot{\theta}^2(t)\overrightarrow{i_1}$.

$\overrightarrow{R_d(2/0)} \cdot \overrightarrow{i_1} = m_2\overrightarrow{\Gamma(B,2/0)} \cdot \overrightarrow{i_1} = \left(L\ddot{\varphi}(t)\overrightarrow{j_2} - L\dot{\varphi}(t)\left(\dot{\varphi}(t) + \dot{\theta}(t)\right)\overrightarrow{i_2} + \ddot{\theta}(t)\left(L\overrightarrow{j_1} - R\overrightarrow{i_0}\right) - L\dot{\theta}^2(t)\overrightarrow{i_1}\right) \cdot$
$\overrightarrow{i_1} = -\sin\varphi(t)L\ddot{\varphi}(t) - L\dot{\varphi}(t)\left(\dot{\varphi}(t) + \dot{\theta}(t)\right)\cos\varphi + \ddot{\theta}(t)\left(L\overrightarrow{j_1} - R\overrightarrow{i_0}\right) - L\dot{\theta}^2(t)$

**Question 2** Déterminer $\overrightarrow{\delta(A,2/0)} \cdot \overrightarrow{k_0}$

Calculons $\overrightarrow{\sigma(B,2/0)} = \begin{pmatrix} A_2 & 0 & 0 \\ 0 & B_2 & 0 \\ 0 & 0 & C_2 \end{pmatrix}_{\mathscr{B}_2} \overrightarrow{\Omega(2/0)} = C_2\left(\dot{\varphi} + \dot{\theta}\right)\overrightarrow{k_0}$.

Calculons $\overrightarrow{\delta(B,2/0)} = C_2\left(\ddot{\varphi} + \ddot{\theta}\right)\overrightarrow{k_0}$.

Enfin, $\overrightarrow{\delta(A,2/0)} \cdot \overrightarrow{k_0} = \left(\overrightarrow{\delta(B,2/0)} + \overrightarrow{AB} \wedge \overrightarrow{R_d(2/0)}\right) \cdot \overrightarrow{k_0}$

$= C_2\left(\ddot{\varphi} + \ddot{\theta}\right) + m_2\left(L\overrightarrow{i_1} \wedge \left(L\ddot{\varphi}(t)\overrightarrow{j_2} - L\dot{\varphi}(t)\left(\dot{\varphi}(t) + \dot{\theta}(t)\right)\overrightarrow{i_2} + \ddot{\theta}(t)\left(L\overrightarrow{j_1} - R\overrightarrow{i_0}\right) - L\dot{\theta}^2(t)\overrightarrow{i_1}\right)\right) \cdot$
$\overrightarrow{k_0}$

$= C_2\left(\ddot{\varphi} + \ddot{\theta}\right) + m_2L\left(\left(L\ddot{\varphi}(t)\overrightarrow{i_1} \wedge \overrightarrow{j_2} - L\dot{\varphi}(t)\left(\dot{\varphi}(t) + \dot{\theta}(t)\right)\overrightarrow{i_1} \wedge \overrightarrow{i_2} + \ddot{\theta}(t)\left(L\overrightarrow{i_1} \wedge \overrightarrow{j_1} - R\overrightarrow{i_1} \wedge \overrightarrow{i_0}\right)\right)\right) \cdot$
$\overrightarrow{k_0}$

$= C_2\left(\ddot{\varphi} + \ddot{\theta}\right) + m_2L\left(L\ddot{\varphi}(t)\cos\varphi - L\dot{\varphi}(t)\left(\dot{\varphi}(t) + \dot{\theta}(t)\right)\sin\varphi + \ddot{\theta}(t)\left(L + R\sin\theta\right)\right)$.

**Question 3** Déterminer $\overrightarrow{\delta(I,1+2/0)} \cdot \overrightarrow{k_0}$

Calculons $R\overrightarrow{j_0} \wedge \left(L\ddot{\varphi}(t)\overrightarrow{j_2} - L\dot{\varphi}(t)\left(\dot{\varphi}(t) + \dot{\theta}(t)\right)\overrightarrow{i_2} + \ddot{\theta}(t)\left(L\overrightarrow{j_1} - R\overrightarrow{i_0}\right) - L\dot{\theta}^2(t)\overrightarrow{i_1}\right) \cdot \overrightarrow{k_0}$

$= R\left(L\ddot{\varphi}(t)\overrightarrow{j_0} \wedge \overrightarrow{j_2} - L\dot{\varphi}(t)\left(\dot{\varphi}(t) + \dot{\theta}(t)\right)\overrightarrow{j_0} \wedge \overrightarrow{i_2} + \ddot{\theta}(t)\left(L\overrightarrow{j_0} \wedge \overrightarrow{j_1} - R\overrightarrow{j_0} \wedge \overrightarrow{i_0}\right) - L\dot{\theta}^2(t)\overrightarrow{j_0} \wedge \overrightarrow{i_1}\right) \cdot$
$\overrightarrow{k_0}$

$= R\left(L\ddot{\varphi}(t)\sin\left(\theta + \varphi\right) + L\dot{\varphi}(t)\left(\dot{\varphi}(t) + \dot{\theta}(t)\right)\cos\left(\varphi + \theta\right) + \ddot{\theta}(t)\left(L\sin\theta + R\right) + L\dot{\theta}^2(t)\cos\theta\right)$...

On peut en déduire $\overrightarrow{\delta(I,2/0)} \cdot \overrightarrow{k_0}$.

**On fait l'hypothèse que** $\ell = 0$.

Par ailleurs, on a $\overrightarrow{\delta(G_1,1/0)} = C_1\ddot{\theta}(t)\overrightarrow{k_0}$

» Calculer $\overrightarrow{\delta(I,1/0)}$...

### Mouvement RT – RSG ★★

L'objectif est d'obtenir les lois de mouvement.

**Question 1** Appliquer le théorème du moment dynamique à l'ensemble **2** au point $A$ en projection sur $\overrightarrow{k_0}$.

**Question 2** Appliquer le théorème du moment dynamique à l'ensemble **1+2** au point $I$ en projection sur $\overrightarrow{k_0}$.