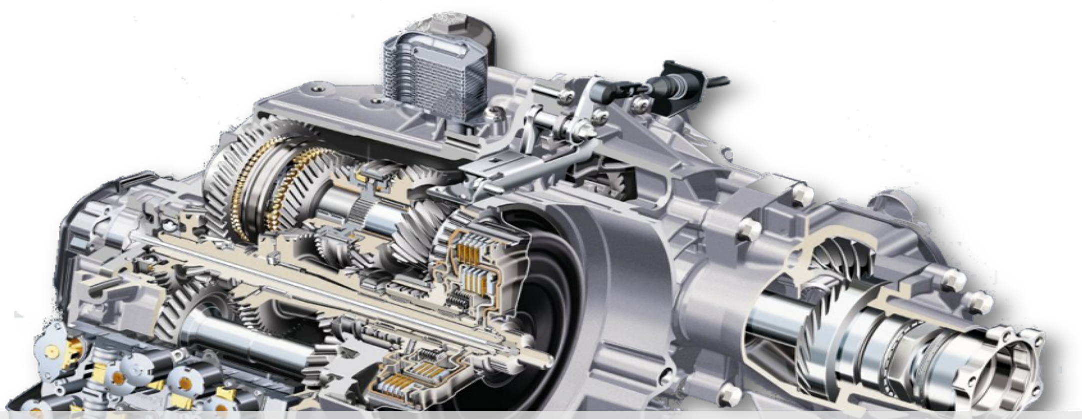


9 Résolution des problèmes de dynamique plans à une mobilité

9.1 Introduction

C1-05

C2-08

C2-09

Objectif

L'objectif de ce cycle est triple. L'étude dynamique des systèmes de solide permet de :

- déterminer les actions mécaniques dans les liaisons en tenant compte des masses (et des répartitions de masses) des pièces ou des classes d'équivalence cinématique ;
- dimensionner les actionneurs permettant d'actionner un système ;
- déterminer les équations de mouvement.

On distingue deux principaux types de problèmes en dynamique :

- **type 1** :
  - on connaît : les actionneurs et les inerties,
  - on détermine : les lois de mouvement et les actions mécaniques dans les liaisons ;
- **type 2** :
  - on connaît : les lois de mouvement et inerties,
  - on détermine : les caractéristiques des actionneurs et les actions mécaniques de liaison.

Définition – Référentiel galiléen

Un **référentiel galiléen** se définit à partir d'une repère spatial (orthonormé direct $\left(O_g;\overrightarrow{x_g},\overrightarrow{y_g},\overrightarrow{z_g}\right)$ et d'une base de temps (t) et est animé d'un mouvement de **translation rectiligne uniforme** (à vitesse constante) par rapport à un référentiel absolu fixe ou à un autre référentiel galiléen $\left(O;\overrightarrow{x_0},\overrightarrow{y_0},\overrightarrow{z_0}\right)$.
On peut également le définir comme un référentiel « dans lequel le principe fondamental de la dynamique s'applique ».

Remarques

Dans la pratique, on fera toujours la **supposition qu'un repère est galiléen**. Cela dépendra effectivement des mouvements mis en jeu et des **échelles temporelles et spatiales** considérées. Par exemple :

- pour étudier des mouvements de l'ordre de quelques minutes à l'échelle humaine, le **référentiel terrestre** (origine liée au centre de la terre et les trois axes liés au globe terrestre) est approprié ;
- pour étudier les effets météorologiques (ouragans, courants marins), ou les mouvements des satellites, il convient alors de tenir compte de l'inertie de la terre et on pourra choisir le **référentiel géocentrique** (origine liée au centre de la terre et les trois axes dirigés vers trois étoiles très éloignées) comme référentiel galiléen ;
- pour étudier le mouvement des planètes, il convient mieux d'utiliser le **référentiel héliocentrique** (origine liée au centre du soleil et les trois axes dirigés vers trois étoiles très éloignées).

Une chronologie galiléenne est obtenue par une horloge précise (Quartz, atomique, ou mouvement des astres). En mécanique classique (ou Newtonienne), les deux repères d'**espace et de temps** sont supposés **indépendants** ce qui n'est pas le cas de la mécanique relativiste.

9.2 Première approche du Principe Fondamental de la Dynamique

9.2.1 Principe Fondamental de la Dynamique

Définition – Énoncé du Principe Fondamental de la Dynamique

Dans le cas général, soit un ensemble matériel E en mouvement par rapport à un référentiel galiléen (R_0), alors la somme des actions mécaniques extérieures (**torseur des actions mécaniques extérieures** s'appliquant sur E) est égale au **torseur dynamique** du mouvement de E par rapport à R_0 :

$$\left\{\mathcal{T}\left(\overline{E}\rightarrow E\right)\right\}=\left\{\mathcal{D}\left(E/R_0\right)\right\}.$$

De plus le **Principe Fondamental de la Dynamique** postule que pour tout mouvement, il existe au moins un référentiel dans lequel la relation est vérifiée. Ce sera donc un **référentiel galiléen**.

$$\left\{\mathcal{T}\left(\overline{E}\rightarrow E\right)\right\}=\left\{\begin{array}{c}\overrightarrow{R\left(\overline{E}\rightarrow E\right)}\\\overrightarrow{\mathcal{M}\left(P,\overline{E}\rightarrow E\right)}\end{array}\right\}_P.$$

$\left\{\mathcal{D}\left(E/R_0\right)\right\}=\left\{\begin{array}{c}\overrightarrow{R_d\left(E/R_0\right)}\\\overrightarrow{\delta\left(P,E/R_0\right)}\end{array}\right\}_P$ avec $\overrightarrow{R_d\left(E/R_0\right)}=m_E\overrightarrow{\Gamma\left(G,E/R_0\right)}$. G désigne le centre d'inertie de E.

Résultat – Relation de Varignon

Le torseur dynamique étant un torseur, on peut utiliser la relation de Varignon pour changer le point d'application du torseur dynamique :

$$\overrightarrow{\delta\left(B,S_2/S_1\right)}=\overrightarrow{\delta\left(A,S_2/S_1\right)}+\overrightarrow{BA}\wedge\overrightarrow{R_d\left(S_2/S_1\right)}.$$

Remarques

- Les méthodes permettant de déterminer le torseur dynamique dans un cas quelquonque seront vues ultérieurement.

- La démarche de calcul du torseur des actions mécaniques extérieures appliquées sur E est la même que celle vu lors de l'utilisation du PFS (ce sont les mêmes torseurs).

9.2.2 Équations de mouvement

Définition – Équations de mouvement

Une **équation de mouvement** est une équation différentielle du second ordre traduisant les théorèmes généraux, dans laquelle ne figure **aucune composante inconnue d'action mécanique**. Il est parfois nécessaire d'écrire plusieurs équations pour trouver par substitution une équation de mouvement. On nomme « **intégrale première du mouvement** » une équation différentielle du premier ordre avec un second membre constant, obtenue par intégration d'une équation de mouvement.

9.2.3 Théorèmes généraux

Du principe fondamental de la dynamique découle plusieurs théorèmes généraux.

Théorème – Théorème de la résultante dynamique

Pour tout ensemble matériel (E) de masse m et de centre de gravité G en mouvement par rapport à un référentiel galiléen (R_0), la somme des résultantes des efforts extérieurs s'appliquant sur E est égale à la résultante dynamique du mouvement de E par rapport à R_0 (notée $\overrightarrow{R_d}(E/R_0)$) :

$$\overrightarrow{R\left(\bar{E} \rightarrow E\right)} = \overrightarrow{R_d}(E/R_0) = m\overrightarrow{\Gamma\left(G, E/R_0\right)}.$$

Remarque

On peut alors définir un Newton comme l'effort à mettre en œuvre pour mettre en mouvement 1 kg avec une accélération de $1\,\mathrm{m\,s^{-2}}$ en son centre de gravité G.

Théorème – Théorème du moment dynamique

Pour tout ensemble matériel (E) de masse m en mouvement par rapport à un référentiel galiléen (R_0), la somme des moments des efforts extérieurs s'appliquant sur E en un point quelconque A est égale au moment dynamique du mouvement de E par rapport à R_0 en A (noté $\overrightarrow{\delta\left(A, E/R_0\right)}$) :

$$\overrightarrow{\mathcal{M}\left(A, \bar{E} \rightarrow E\right)} = \overrightarrow{\delta\left(A, E/R_0\right)}.$$

9.2.4 Principe Fondamental de la Dynamique : applications simplifiées

Définition – Solide en translation par rapport à un référentiel galiléen

Si un ensemble matériel E (de centre d'inertie G) est en mouvement de translation dans un référentiel galiléen (R_g) alors :

- d'après le **théorème de la résultante dynamique :** la résultante des efforts extérieurs est égale au produit de la masse par l'accélération de G par rapport à R_g : $m\,\overrightarrow{\Gamma\left(G, E/R_g\right)} = \overrightarrow{R\left(\bar{E} \rightarrow E\right)}$;
- d'après le **théorème du moment dynamique :** le moment des actions

mécaniques extérieures s'appliquant sur E est égal au vecteur nul en tout point : $\overrightarrow{\mathcal{M}\left(A,\bar{E}\rightarrow E\right)}=\overrightarrow{0}\,\forall A$.

Définition – Solide en rotation autour d'un axe fixe par rapport à un référentiel galiléen

Si un ensemble matériel E (de centre d'inertie G) est en mouvement de rotation autour d'un axe Δ (dirigé par $\overrightarrow{u}$ unitaire) fixe dans un référentiel galiléen (R_g) alors, d'après le **théorème du moment dynamique** : $\overrightarrow{\mathcal{M}\left(A,\bar{E}\rightarrow E\right)}\cdot\overrightarrow{u}=J_\Delta(E)\cdot\ddot{\theta}\quad\forall A\in\Delta$ avec :

- $J_\Delta(E)$ le moment d'inertie de E par rapport à l'axe Δ (en kg m^2) ;
- $\ddot{\theta}$, l'accélération angulaire de E par rapport à R_g suivant Δ : $\overrightarrow{\Omega}(E/R_g)\cdot\overrightarrow{u}$.

9.2.5 Méthodologie

Méthode – Résolution du PFD

La méthodologie de résolution d'un problème de dynamique est très similaire à celle utilisée lors de la détermination des performances statiques des systèmes.

1. On choisit un repère galiléen et on effectue le bilan complet des données d'entrée du problème.
2. On construit un graphe de structure.
3. On isole le solide ou le système de solides considérés.
4. On effectue le Bilan des Actions Mécaniques Extérieures agissant sur le système isolé.
5. On écrit le PFD.
6. On projette les relations vectorielles sur les axes choisis.
7. On injecte les lois de comportement (ressort, lois de Coulomb, ...).
8. On effectue la résolution.

Méthode – Équations de mouvement

Idée de base : minimiser le nombre d'équations à écrire.

- Si on cherche à déterminer un couple moteur, on écrirera plutôt un théorème du moment dynamique en projection sur l'axe de rotation.
- Si on cherche à déterminer l'effort transmis par un vérin, on écrirera plutôt un théorème ce la résultante dynamique en projection sur l'axe de translation.

9.3 Théorème de l'énergie cinétique dans des particuliers (mais fréquents)

Hypothèse

Nous allons traiter ici de cas particuliers du théorème de l'énergie cinétique. Une formulation plus générale sera vue ultérieurement. Les solides isolés seront forcément :

- **ou bien** en translation par rapport à un référentiel galiléen ;
- **ou bien** en rotation par rapport à un axe fixe d'un référentiel galiléen ;

- **ou bien** de masse (ou d'inertie) négligeable.

9.3.1 Puissance d'une action mécanique extérieure à un solide

Définition – Puissance d'une action mécanique extérieure à un solide (S)

La puissance d'une action mécanique extérieure à un solide (S) en mouvement dans un référentiel R peut s'écrire comme le comoment entre le torseur des actions mécaniques que subit (S) et le torseur cinématique du mouvement de S dans le référentiel R.

$$\mathcal{P}(\text{ext} \to S/R) = \{\mathcal{T}(\text{ext} \to S)\} \otimes \{\mathcal{V}(S/R)\}.$$

Le comoment des torseurs est défini par : $\{\mathcal{T}(\text{ext} \to S)\} \otimes \{\mathcal{V}(S/R)\} = \left\{ \begin{array}{c} \overrightarrow{R(\text{ext} \to S)} \\ \overrightarrow{\mathcal{M}(P, \text{ext} \to S)} \end{array} \right\}_P \otimes \left\{ \begin{array}{c} \overrightarrow{\Omega(S/R)} \\ \overrightarrow{V(P, S/R)} \end{array} \right\}_P = \overrightarrow{R(\text{ext} \to S)} \cdot \overrightarrow{V(P, S/R)} + \overrightarrow{\mathcal{M}(P, \text{ext} \to S)} \cdot \overrightarrow{\Omega(S/R)}$.

On veillera bien, pour effectuer le **comoment** de deux torseurs, à les avoir exprimé au préalable **en un même point.**

Remarque

- Lorsque le torseur cinématique de S/R est un couple (mouvement de translation) alors en tout point A la puissance est alors donnée par $\mathcal{P}(\text{ext} \to S/R) = \overrightarrow{R(\text{ext} \to S)} \cdot \overrightarrow{V(P, S/R)}\ \forall P$.
- Lorsque le torseur des actions mécaniques est un torseur couple alors la puissance est donnée par $\mathcal{P}(\text{ext} \to S/R) = \overrightarrow{\mathcal{M}(P, \text{ext} \to S)} \cdot \overrightarrow{\Omega(S/R)}\ \forall P$.

9.3.2 Puissances d'actions mutuelles dans les liaisons

Définition – Puissances d'actions mutuelles dans les liaisons

Si deux solides S_1 et S_2 sont en liaison, on a :

$$\mathcal{P}(S_1 \leftrightarrow S_2) = \{\mathcal{T}(S_1 \to S_2)\} \otimes \{\mathcal{V}(S_2/S_1)\}.$$

La **liaison parfaite** si et seulement si quel que soit le mouvement de S_2 par rapport à S_1 autorisé par la liaison entre ces deux solides, la **puissance des actions mutuelles entre S_1 et S_2 est nulle**.

$$\mathcal{P}(S_1 \leftrightarrow S_2) = 0.$$

Remarque

- La notion de **liaison parfaite** s'étend facilement à une liaison équivalente à plusieurs liaisons placées en parallèle et en série entre deux solide S_1 et S_2. Pour cela il suffit de considérer les torseurs d'action mécanique transmissible et cinématique de la liaison équivalente.
- L'hypothèse d'une liaison parfaite a pour avantage de mettre en place le théorème de l'énergie cinétique (qui est une conséquence du principe fondamental de la dynamique) sans préjuger de la technologie de la liaison.

9.3.3 Énergie cinétique

Il faudra bien veiller à ce que chacun des torseurs soit exprimé en un même point pour effectuer le comoment.

Définition – Expression avec les comoments

L'énergie cinétique peut s'exprimer comme le comoment du torseur cinématique et du torseur cinétique :

$$E_c(S/R) = \frac{1}{2}\{\mathscr{V}(S/R)\} \otimes \{\mathscr{C}(S/R)\}.$$

Propriété – Cas particuliers

- Solide S de masse M de centre d'inertie G en mouvement de **translation** par rapport à R :
$$E_c(S/R_0) = \frac{1}{2}M\,\overrightarrow{V(G,S/R)}^2.$$
- Solide S de moment d'inertie $I_{Oz}(S)$ en mouvement de rotation par rapport à l'**axe fixe** $\left(O,\overrightarrow{z}\right)$ par rapport R :
$$E_c(S/R) = \frac{1}{2}I_{Oz}(S)\,\overrightarrow{\Omega(S/R)}^2.$$

9.3.4 Énergie cinétique équivalente

Définition – Énergie cinétique équivalente

Lorsqu'un problème ne comporte qu'un seul degré de liberté et pour simplifier les calculs, on peut exprimer l'énergie cinétique galiléenne d'un ensemble E composé de n solides S_i en fonction d'un seul paramètre cinématique. On peut alors écrire $E_c(E/R)$

- avec **son inertie équivalente** $J_{\mathbf{eq}}(E)$ (en kg m^2) rapportée à un paramètre de rotation $\dot{\theta}(t)$:
$$E_c(E/R_g) = \frac{1}{2}J_{\text{eq}}(E)\dot{\theta}^2.$$
- avec **sa masse équivalente** $M_{\mathbf{eq}}(E)$ (en kg) rapportée à un paramètre de translation $\dot{x}(t)$:
$$E_c(E/R_g) = \frac{1}{2}M_{\text{eq}}(E)\dot{x}^2.$$

9.3.5 Théorème de l'énergie cinétique

Théorème – Théorème de l'énergie cinétique

La dérivée par rapport au temps de l'énergie cinétique d'un solide S dans son mouvement par rapport au référentiel galiléen R_g est égale à la puissance galiléenne des actions mécaniques extérieures à S. Soit :

$$\frac{\mathrm{d}E_c(S/R_g)}{\mathrm{d}t} = \mathscr{P}(\bar{S} \rightarrow S/R_g).$$

9.3.6 Méthodologie

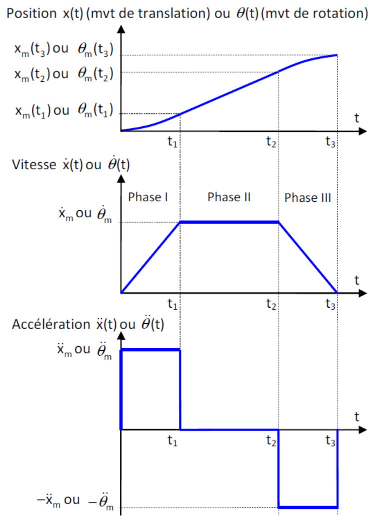
Méthode – Équations de mouvement

- On réalise le graphe de liaisons exhaustif.
- On isole l'ensemble du mécanisme (à l'exclusion du bâti).
- On fait un bilan des puissances extérieures (et on les calcule).
- On fait un bilan des puissances intérieures (et on les calcule).
- On calcule l'énergie cinétique de l'ensemble isolé.
- On applique le théorème de l'énergie cinétique (TEC).

9.4 Loi de mouvement en trapèze

Une des lois usuellement suivie par un actionneur pour aller d'un point à un autre est une loi de mouvement de vitesse en trapèze. Ce mouvement peut être décomposé en 3 phases :

- phase 1 mouvement uniformément décéléré. L'accélération est donc constante, la vitesse croit de façon linéaire et la position de façon parabolique ;
- phase 2 : mouvement uniforme. L'accélération est nulle, la vitesse est constante et la position évolue linéairement ;
- phase 3 : mouvement uniformément décéléré. L'accélération est constante est négative, la vitesse décroît linéairement et la position évolue de façon parabolique.



Dans le cas général, il sera souvent inutile d'écrire les équations horaires de chacune des phases. En effet, les questions liées à ces lois de mouvements sont généralement :

- d'identifier le « pire des cas » en terme de vitesse/accélération ;
- de déterminer les temps de une ou plusieurs des phases en fonction de la distance à parcourir, la vitesse maximale, l'accélération accélérations maximale ;
- de déterminer la hauteur du palier de vitesse ;
- de déterminer la distance parcourue.

Résultat –

Dans les 3 derniers points, il est souvent suffisant de remarquer en utilisant les courbes que :

- $t_1 = \dfrac{\dot{x}_m}{\ddot{x}_m}$;
- en utilisant la courbe de vitesse et en remarquant que l'intégrale sous la courbe correspond à la distance parcourue, la distance parcourue lors de l'accélération est donnée par $\dfrac{1}{2}t_1\dot{x}_m$;
- en utilisant la courbe de vitesse et en remarquant que l'intégrale sous la courbe correspond à la distance parcourue, la distance parcourue lors des 3 phases est donnée par $2 \cdot \dfrac{1}{2}t_1\dot{x}_m + (t_2 - t_1)\,\dot{x}_m$.

	Phase 1	Phase 2	Phase 3
Équation de position	$x(t)=\dfrac{1}{2}\ddot{x}_m t^2$	$x(t)=\dot{x}_m(t)\left(t-t_1\right)+x_m\left(t_1\right)$	$x(t)=-\dfrac{1}{2}\ddot{x}_m\left(t-t_2\right)^2+\dot{x}_m(t)\left(t-t_2\right)+x_m\left(t_2\right)$
Équation de vitesse	$\dot{x}(t)=\ddot{x}_m t$	$\dot{x}(t)=\dot{x}_m$	$\dot{x}(t)=-\ddot{x}_m\left(t-t_2\right)+\dot{x}_m$
Équation d'accélération	$\ddot{x}(t)=\ddot{x}_m$	$\ddot{x}(t)=0$	$\ddot{x}(t)=-\ddot{x}_m$

Application 1
Pompe à plateau – Sujet

D'après C. Gamelon & P. Dubois.

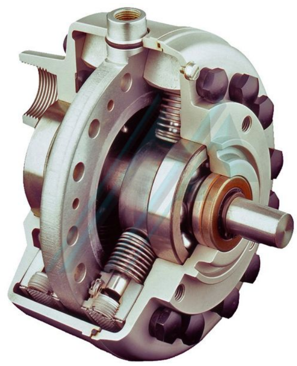
C1-05

C2-08

C2-09

Considérons le mécanisme de pompe représenté sur la figure ci-dessous.

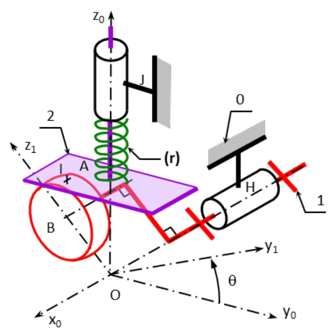
L'arbre excentrique **(1)**, animé d'un mouvement de rotation autour de l'axe $\left(O,\overrightarrow{x_0}\right)$ horizontal, agit sur le piston **(2)** en liaison pivot glissant d'axe $\left(O,\overrightarrow{z_0}\right)$ avec le bâti **(0)**. Pendant la phase de descente du piston **(2)**, le contact ponctuel en I avec l'excentrique est maintenu par un ressort **(r)**.



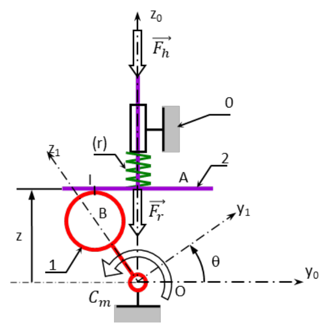
Paramétrage

Le repère $\left(O;\overrightarrow{x_0},\overrightarrow{y_0},\overrightarrow{z_0}\right)$ lié au bâti **(0)** est supposé galiléen. Le repère $\left(O;\overrightarrow{x_1},\overrightarrow{y_1},\overrightarrow{z_1}\right)$ est lié à l'arbre excentrique **(1)**. On a de plus :

- $\left(\overrightarrow{y_0},\overrightarrow{y_1}\right)=\left(\overrightarrow{z_0},\overrightarrow{z_1}\right)=\theta$;
- $\overrightarrow{OB}=e\overrightarrow{z_1}$, $\overrightarrow{BI}=R\overrightarrow{z_0}$, $\overrightarrow{OA}=z\overrightarrow{z_0}$.



Les liaisons pivot entre **(0)** et **(1)**, ponctuelle entre **(1)** et **(2)**, et pivot glissant entre **(0)** et **(2)** sont supposées sans frottement. Le solide **(1)** possède un moment d'inertie I_1 par rapport à l'axe $\left(O,\overrightarrow{x_0}\right)$. Le piston **(2)** possède une masse m_2. Le ressort **(r)**, de raideur k, est toujours comprimé. Pour $\theta=\pm\dfrac{\pi}{2}$, l'effort de compression est égal à $\overrightarrow{F_0}=-F_0\overrightarrow{z_0}$. Un moteur exerce un couple connu de moment $\overrightarrow{C_m}=C_m\overrightarrow{x_0}$ sur l'arbre **(1)**. Le fluide exerce sur le piston une action connue, représentée par un glisseur d'axe $\left(O,\overrightarrow{z_0}\right)$ et de résultante $\overrightarrow{F_h}=-F_h\overrightarrow{z_0}$.



Résolution cinématique

Question 1 En utilisant une fermeture géométrique ou la méthode de votre choix, déterminer la exprimer z en fonction de θ et de constantes du problème. Déterminer alors $\overrightarrow{V(A,2/0)}$ et $\overrightarrow{\Gamma(A,2/0)}$.

Résolution dynamique

Question 2 Proposer une méthode permettant de déterminer l'équation différentielle du mouvement relative au paramètre θ en utilisant le PFD.

Question 3 Mettre en œuvre la méthode proposée précédemment.

Résolution énergétique – Pour plus tard...

Question 4 Proposer une méthode permettant de déterminer l'équation différentielle du mouvement relative au paramètre θ en utilisant le théorème de l'énergie cinétique.

Question 5 Mettre en œuvre la méthode proposée précédemment.

Pour aller plus loin...

Question 6 En considérant un frottement sec au niveau de la liaison ponctuelle entre **(1)** et **(2)**, déterminer l'équation différentielle du mouvement.

Application 2
Réducteur – Sujet

D'après C. Gamelon & P. Dubois.

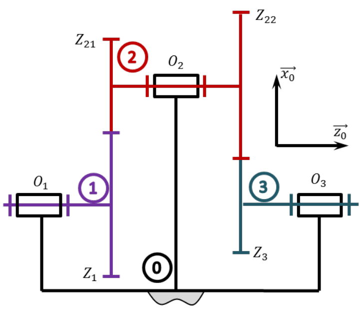
C1-05

C2-08

C2-09

Exercice 1 – Calcul de l'inertie équivalente d'un train simple

On donne un train d'engrenages simple avec Z_1, Z_{21}, Z_{23} et Z_3 le nombre de dents des roues dentées. On nomme k_1 le rapport du train de S_1 et S_2 avec $k_1 = \dfrac{\omega(2/0)}{\omega(1/0)}$ et k_2 le rapport de S_2 et S_3 avec $k_2 = \dfrac{\omega(3/0)}{\omega(2/0)}$.



On applique en entrée, sur l'arbre 1, un couple moteur $C_m\overrightarrow{z_0}$ destiné à entraîner une charge, sur l'arbre 3, modélisée par un couple résistant $C_r\overrightarrow{z_0}$

On rappelle que pour les engrenages à denture droite $d = mz$ avec d le diamètre primitif, m le module, z le nombre de dents du pignon. $\omega(1/0)$, $\omega(2/0)$ et $\omega(3/0)$ sont les vitesses de rotation de S_1, S_2 et S_3 autour des axes $\left(O_1, \overrightarrow{x_g}\right)$, $\left(O_2, \overrightarrow{x_g}\right)$ et $\left(O_3, \overrightarrow{x_g}\right)$. Le repère galiléen $\mathcal{R}_g$ est lié au solide S_0. Les liaisons pivots sont supposées parfaites. Les moments d'inertie sont définies aux centres de masse $G_1 = O_1$, $G_2 = O_2$ et $G_3 = O_3$ associées aux solides S_1, S_2 et S_3 suivant l'axe $\overrightarrow{z_0}$ sont de notés J_1, J_2 et J_3.

Le train d'engrenage est entrainé par un couple moteur C_m agissant sur la liaison pivot entre 1 et 0. Une poulie de rayon R est placée sur l'extrémité droite de l'arbre 3. Une charge de masse M y est suspendue.

Question 1 Déterminer le rapport de réduction du train d'engrenages.

Question 2 Déterminer l'inertie équivalente du réducteur seul ramené à l'axe moteur.

Question 3 Déterminer l'inertie équivalente de l'ensemble réducteur et charge ramené à l'arbre moteur.

Question 4 Déterminer la relation entre le couple d'entrée et le couple de sortie du réducteur.

Question 5 Déterminer la relation entre le couple d'entrée, les grandeurs inertielles et l'accélération de l'arbre 1.

Application 3
Axe numérique – Sujet

Pour aller rechercher des produits dans leurs rayons, Amazon utilise des axes linéaires afin de déplacer un préhenseur.

Les performances dynamique de l'axe demandées sont les suivantes :

- vitesse linéaire maximale : $50\ \text{m}\,\text{min}^{-1}$;
- accélération linéaire maximale : $9,8\ \text{m}\,\text{s}^{-2}$.

La loi de commande suivie par l'axe est un trapèze de vitesse. Dans le cas d'un système à un seul axe, l'accélération maximale est toujours atteinte, la vitesse maximale, non.

Objectif

L'objectif de ce travail est de déterminer les caractéristiques du moteur (vitesse et couple) permettant d'atteindre ces performances.

Question 1 Quelle est la vitesse maximale que l'axe peut atteindre en $\text{m}\,\text{s}^{-1}$.

Question 2 Combien de temps l'axe met-il pour atteindre la vitesse maximale ?

Question 3 Quelle distance l'axe parcourt-il pour atteindre la vitesse maximale ?

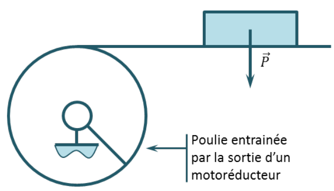
Question 4 Quelle est la longueur minimale à commander pour que l'axe puisse atteindre la vitesse maximale ?

Question 5 Donner les profils de position, vitesse et accélération pour réaliser 5 cm.

Question 6 Tracer le profil de la position, de la vitesse et de l'accélération pour parcourir une distance de 50 cm. On cherchera à atteindre les performances maximales de l'axe.

Un motoréducteur permet d'entraîner un système poulie – courroie permettant de déplacer la charge. On considère :

- une charge de masse 1 kg ;
- un poulie de rayon 5 cm ;
- un réducteur de rapport de transmission 1 : 20.



Question 7 Déterminer le couple à fournir par la poulie pour déplacer la charge lorsque l'accélération est au maximum.

Question 8 Déterminer la vitesse et le couple à fournir par le moteur en considérant que l'inertie du motoréducteur est négligeable.

Question 9 Donner la méthode permettant de prendre en compte l'inertie J du motoréducteur ? Quel serait l'impact de la prise en compte de cette hypothèse ?