Les Petits Devoirs du Soir – DDS

Exercice 220 – Moteur à courant continu★

02 SLCI

Question 1 Exprimer la fonction de transfert $H(p)=\dfrac{\Omega(p)}{U(p)}$. En passant les équations dans le domaine de Laplace, on a :

- $U(p)=E(p)+RI(p)+LpI(p)$;
- $E(p)=K_m\Omega(p)$;
- $C(p)=K_mI(p)$;
- $C(p)-f\Omega(p)=Jp\Omega(p)\Leftrightarrow C(p)=\Omega(p)\left(Jp+f\right)$.

Vous devez savoir qu'un moteur à courant continu est piloté en tension ($U(p)$) et qu'en sortie on observe le taux de rotation ($\Omega(p)$).

En ne conservant que $U(p)$ et $\Omega(p)$, on a donc $U(p)=E(p)+RI(p)+LpI(p)\Leftrightarrow U(p)=K_m\Omega(p)+\left(R+Lp\right)\dfrac{C(p)}{K_m}\Leftrightarrow U(p)=K_m\Omega(p)+\left(R+Lp\right)\dfrac{\Omega(p)\left(Jp+f\right)}{K_m}\Leftrightarrow U(p)=\left(K_m+\left(R+Lp\right)\dfrac{\left(Jp+f\right)}{K_m}\right)\Omega(p)\Leftrightarrow U(p)=\dfrac{K_m^2+\left(R+Lp\right)\left(Jp+f\right)}{K_m}\Omega(p)$.

On a donc $H(p)=\dfrac{\Omega(p)}{U(p)}=\dfrac{K}{K^2+\left(R+Lp\right)\left(Jp+f\right)}$.

Question 2 Préciser l'ordre et la classe de H. H est d'ordre 2 et de classe 0 car on ne peut pas mettre de p en facteur. Le terme de plus haut degré du dénominateur est de degré 2.

Question 3 Mettre $H(p)$ sous forme canonique. $H(p)=\dfrac{K_m}{K_m^2+Rf+\left(RJ+Lf\right)p+LJp^2}$

$$\Leftrightarrow H(p)=\dfrac{\dfrac{K_m}{K_m^2+Rf}}{1+\dfrac{\left(RJ+Lf\right)}{K_m^2+Rf}p+\dfrac{LJ}{K_m^2+Rf}p^2}.$$

Question 4 Donner les caractéristiques de la fonction de transfert. En identifiant avec la forme canonique standard, $H(p)=\dfrac{K}{1+\dfrac{2\xi}{\omega_0}p+\dfrac{p^2}{\omega_0^2}}$ soit $K=\dfrac{K_m}{K_m^2+Rf}$, $\dfrac{2\xi}{\omega_0}=\dfrac{\left(RJ+Lf\right)}{K_m^2+Rf}$ et $\dfrac{1}{\omega_0^2}=\dfrac{LJ}{K_m^2+Rf}$.

Au final, $K=\dfrac{K_m}{K_m^2+Rf}$, $\omega_0=\sqrt{\dfrac{K_m^2+Rf}{LJ}}$, $\xi=\dfrac{RJ+Lf}{2\sqrt{LJ\left(K_m^2+Rf\right)}}$.

Question 5 Vérifier l'homgénéité des différentes constantes.

Le gain doit être en $\mathrm{rad\,s^{-1}V^{-1}}$.

D'une part, $[K_m]=\mathrm{N\,m\,A^{-1}}$. D'autre part, $[K_m]=\mathrm{V\,rad^{-1}\,s}$. On a donc $\mathrm{V\,rad^{-1}\,s}=\mathrm{N\,m\,A^{-1}}$. (On pourrait aussi le montrer par une analyse dimensionnelle...)

De plus $[R]=\Omega=\dfrac{\mathrm{V}}{\mathrm{A}}$ et $[f]=\mathrm{N\,m\,rad^{-1}\,s}$.

On a donc $[K] = \dfrac{\mathrm{N\,m\,A^{-1}}}{(\mathrm{N\,m\,A^{-1}})^2 + \mathrm{N\,m\,rad^{-1}\,s \times VA^{-1}}} = \dfrac{1}{\mathrm{N\,m\,A^{-1} + rad^{-1}\,s\,V}} = \dfrac{1}{\mathrm{rad^{-1}\,s\,V}}$ $= \mathrm{rad\,s^{-1}\,V^{-1}}$.

La pulsation propre doit être en $\mathrm{s^{-1}}$ ou $\mathrm{rad\,s^{-1}}$.

On a vu que $[K_m^2] = [Rf]$. De plus $[L] = H = \mathrm{V\,s\,A^{-1}}$ et $[J] = \mathrm{Nm\,rad^{-1}s^2}$ (PFD).

$[\omega_0] = \sqrt{\dfrac{\mathrm{N^2\,m^2\,A^{-2}}}{\mathrm{V\,s\,A^{-1} \times Nm\,rad^{-1}s^2}}} = \sqrt{\dfrac{\mathrm{N\,m\,rad}}{\mathrm{V\,s\,A\,s^2}}}$. Or, $\mathrm{W = N\,m\,rad\,s^{-1} = VA}$.

On a alors $[\omega_0] = \sqrt{\dfrac{\mathrm{N\,m\,rad\,s^{-1}}}{\mathrm{V\,s^2\,A}}} = \sqrt{\dfrac{1}{\mathrm{s^2}}} = \mathrm{s^{-1}}$.

Enfin, ξ est sans unité... à vérifier :)

Exercice 219 – Machine de rééducation SysReeduc ★

03 SLCI

Question 1 À partir des équations proposées, déterminer les fonctions de transfert K_1, K_2, $H_3(p)$, $H_4(p)$, K_5, K_6, K_7, K_8 et K_9.
On a :

- $u_m(t) = e(t) + Ri(t) \Rightarrow U_m(p) = E(p) + RI(p)$ et $C_{M1}(p) = k_t I(p)$ donc $K_2 = \dfrac{k_t}{R}$;
- $E(p) = k_e \Omega_m(p)$ et donc $K_7 = k_e$;
- $(M+m)\, r \rho_1 p \Omega_m(p) = \dfrac{C_{M1}(p)}{\rho_1 r} - F_p(p) \Leftrightarrow (M+m)\, r^2 \rho_1^2 p \Omega_m(p) = C_{M1}(p) - \rho_1 r F_p(p)$ et donc $K_9 = \rho_1 r$ et $H_3(p) = \dfrac{1}{(M+m)\, r^2 \rho_1^2 p}$;
- $H_4(p)$ permet d'obtenir une position à partir d'une vitesse. Il s'agit donc d'un intégrateur et $H_4(p) = \dfrac{1}{p}$;
- un codeur incrémental avec 1 émetteur-récepteur permet de détecter les fentes et les « non fentes » donc ici 1000 informations par tour. Avec un second émetteur, on double la résolution soit 2000 informations pour un tour soit $K_8 = \dfrac{2000}{2\pi}$;
- en utilisant le réducteur et le poulie courroie, on a directement $K_5 = \rho_1$ et $K_6 = r$ (à convertir en mètres) ;
- enfin, K_1 convertit des mètres en incréments. X_c est la consigne que doit respectée X. Pour avoir un asservissement précis, il faut donc $\varepsilon = 0$ et $X = X_c$ soit $\varepsilon = 0 = K_1 X_C - K_8 \theta_m = K_1 X_C - K_8 \dfrac{X}{K_5 K_6}$. Au final, $K_1 = \dfrac{K_8}{K_5 K_6}$.

Question 2 Montrer que le schéma-blocs peut être mis sous la forme suivante. On exprimera A, B et D en fonction des paramètres du système r, ρ_1, k_t, k_e, R, M, m et K_8. D'une part,

$$X(p) = \left(\left(X_C(p) - X(p)\right) C(p) - F_P(p) D\right) \dfrac{A}{p\,(Bp+1)}$$

$$X(p) = \dfrac{A\left(X_C(p) - X(p)\right) C(p)}{p\,(Bp+1)} - \dfrac{A F_P(p) D}{p\,(Bp+1)}$$

$$\Leftrightarrow X(p) + \dfrac{A X(p) C(p)}{p\,(Bp+1)} = \dfrac{A X_C(p) C(p)}{p\,(Bp+1)} - \dfrac{A F_P(p) D}{p\,(Bp+1)}. \Leftrightarrow X(p)\left(\dfrac{p\,(Bp+1) + AC(p)}{p\,(Bp+1)}\right) = \dfrac{A X_C(p) C(p)}{p\,(Bp+1)} + \dfrac{A F_P(p) D}{p\,(Bp+1)}$$

$$\boxed{\Leftrightarrow X(p)=\frac{AX_C(p)C(p)}{p\left(Bp+1\right)+AC(p)}-\frac{AF_P(p)D}{p\left(Bp+1\right)+AC(p)}}.$$

D'autre part, $X(p)=\Omega_m(p)H_4(p)K_5K_6$, $U_m(p)=\left(X_c(p)K_1-\theta_m(p)K_8\right)C(p)$, $\theta_m(p)=\Omega_m(p)H_4(p)$.

$$\Omega_m(p)=\left(\left(U_m(p)-\Omega_m(p)K_7\right)K_2-F_P(p)K_9\right)H_3(p)$$

$$\Leftrightarrow \Omega_m(p)\left(1+K_7K_2H_3(p)\right)=U_m(p)H_3(p)K_2-F_P(p)H_3(p)K_9$$

$$X(p)=\left(U_m(p)H_3(p)K_2-F_P(p)H_3(p)K_9\right)\frac{H_4(p)K_5K_6}{1+K_7K_2H_3(p)}$$

$$\Leftrightarrow X(p)=\left(\left(X_c(p)K_1-\theta_m(p)K_8\right)C(p)H_3(p)K_2-F_P(p)H_3(p)K_9\right)\frac{H_4(p)K_5K_6}{1+K_7K_2H_3(p)}$$

$$\Leftrightarrow X(p)=\left(\left(X_c(p)K_1-X(p)\frac{K_8}{K_5K_6}\right)C(p)H_3(p)K_2-F_P(p)H_3(p)K_9\right)\frac{H_4(p)K_5K_6}{1+K_7K_2H_3(p)}$$

$$\Leftrightarrow X(p)=\left(\left(X_c(p)-X(p)\right)C(p)H_3(p)K_1K_2-F_P(p)H_3(p)K_9\right)\frac{H_4(p)K_5K_6}{1+K_7K_2H_3(p)}$$

$$\Leftrightarrow X(p)\left(1+C(p)H_3(p)K_1K_2\frac{H_4(p)K_5K_6}{1+K_7K_2H_3(p)}\right)=\left(X_c(p)C(p)H_3(p)K_1K_2-F_P(p)H_3(p)K_9\right)\frac{H_4(p)K_5K_6}{1+K_7K_2H_3(p)}$$

$$\boxed{\Leftrightarrow X(p)\left(1+K_7K_2H_3(p)+C(p)H_3(p)K_1K_2H_4(p)K_5K_6\right)=\left(X_c(p)C(p)H_3(p)K_1K_2-F_P(p)H_3(p)K_9\right)H_4(p)K_5K_6}.$$

Par suite,

$$\Leftrightarrow X(p)\left(1+K_7K_2\frac{1}{(M+m)\,r^2\rho_1^2p}+C(p)\frac{1}{(M+m)\,r^2\rho_1^2p}\frac{K_8}{K_5K_6}K_2\frac{1}{p}K_5K_6\right)=\left(X_c(p)C(p)\frac{1}{(M+m)\,r^2\rho_1^2p}\frac{K_8}{K_5K_6}K_2-F_P(p)\frac{1}{(M+m)\,r}\right.$$

$$\Leftrightarrow X(p)\left(1+\frac{\frac{k_ek_t}{R}}{(M+m)\,r^2\rho_1^2p}+C(p)\frac{K_8\frac{k_t}{R}}{(M+m)\,r^2\rho_1^2p^2}\right)=\left(X_c(p)C(p)\frac{K_8}{(M+m)\,r^2\rho_1^2p^2}\frac{k_t}{R}-F_P(p)\frac{K_9}{(M+m)\,r\rho_1p^2}\right).$$

$$\Leftrightarrow X(p)=X_c(p)C(p)\frac{\frac{K_8}{(M+m)\,r^2\rho_1^2p^2}\frac{k_t}{R}}{\left(1+\frac{\frac{k_ek_t}{R}}{(M+m)\,r^2\rho_1^2p}+C(p)\frac{K_8\frac{k_t}{R}}{(M+m)\,r^2\rho_1^2p^2}\right)}-F_P(p)\frac{\frac{K_9}{(M+m)\,r\rho_1p^2}}{\left(1+\frac{\frac{k_ek_t}{R}}{(M+m)\,r^2\rho_1^2p}+C(p)\frac{K_8\frac{k_t}{R}}{(M+m)\,r^2\rho_1^2p^2}\right)}$$

$$\Leftrightarrow X(p)=X_c(p)C(p)\frac{\frac{K_8}{1}\frac{k_t}{R}}{\left((M+m)\,r^2\rho_1^2p^2+\frac{(M+m)\,r^2\rho_1^2p^2\frac{k_ek_t}{R}}{(M+m)\,r^2\rho_1^2p}+C(p)\frac{(M+m)\,r^2\rho_1^2p^2K_8\frac{k_t}{R}}{(M+m)\,r^2\rho_1^2p^2}\right)}-$$

$$F_P(p)\frac{\frac{K_9}{(M+m)\,r\rho_1p^2}}{\left(1+\frac{\frac{k_ek_t}{R}}{(M+m)\,r^2\rho_1^2p}+C(p)\frac{K_8\frac{k_t}{R}}{(M+m)\,r^2\rho_1^2p^2}\right)}$$

$$\Leftrightarrow X(p)=X_c(p)C(p)\frac{\frac{K_8k_t}{R}}{(M+m)\,r^2\rho_1^2p^2+p\frac{k_ek_t}{R}+C(p)K_8\frac{k_t}{R}}$$

$$-F_P(p)\dfrac{\dfrac{K_9}{1}}{\left((M+m)\,r\rho_1p^2+\dfrac{(M+m)\,r\rho_1p^2\dfrac{k_ek_t}{R}}{(M+m)\,r^2\rho_1^2p}+C(p)\dfrac{(M+m)\,r\rho_1p^2K_8\dfrac{k_t}{R}}{(M+m)\,r^2\rho_1^2p^2}\right)}$$

$$\Leftrightarrow X(p)=X_c(p)C(p)\dfrac{\dfrac{K_8k_t}{R}}{(M+m)\,r^2\rho_1^2p^2+p\dfrac{k_ek_t}{R}+C(p)K_8\dfrac{k_t}{R}}-F_P(p)\dfrac{K_9}{(M+m)\,r\rho_1p^2+\dfrac{pk_ek_t}{Rr\rho_1}+C}$$

$$\Leftrightarrow X(p)=X_c(p)C(p)\dfrac{\dfrac{K_8k_t}{R}}{p\dfrac{k_ek_t}{R}\left(\dfrac{R}{k_ek_t}(M+m)\,r^2\rho_1^2p+1\right)+C(p)K_8\dfrac{k_t}{R}}-F_P(p)\dfrac{}{p\dfrac{k_ek_t}{Rr\rho_1}\left(\dfrac{(M+m)\,Rr}{k_ek_t}\right.}$$

$$\Leftrightarrow X(p)=X_c(p)C(p)\dfrac{\dfrac{K_8k_t}{R}}{p\dfrac{k_ek_t}{R}\left(Bp+1\right)+C(p)K_8\dfrac{k_t}{R}}-F_P(p)\dfrac{K_9}{p\dfrac{k_ek_t}{Rr\rho_1}\left(Bp+1\right)+C(p)\dfrac{K_8k_t}{Rr\rho_1}}$$

$$\Leftrightarrow X(p)=X_c(p)C(p)\dfrac{\dfrac{K_8k_t}{R}}{p\dfrac{k_ek_t}{R}\left(Bp+1\right)+C(p)K_8\dfrac{k_t}{R}}-F_P(p)\dfrac{K_9}{p\dfrac{k_ek_t}{Rr\rho_1}\left(Bp+1\right)+C(p)\dfrac{K_8k_t}{Rr\rho_1}}$$

$$\Leftrightarrow X(p)=X_c(p)C(p)\dfrac{\dfrac{R}{k_ek_t}\dfrac{K_8k_t}{R}}{p\left(Bp+1\right)+C(p)K_8\dfrac{k_t}{R}\dfrac{R}{k_ek_t}}-F_P(p)\dfrac{K_9\dfrac{Rr\rho_1}{k_ek_t}}{p\left(Bp+1\right)+C(p)\dfrac{Rr\rho_1}{k_ek_t}\dfrac{K_8k_t}{Rr\rho_1}}$$

$$\Leftrightarrow X(p)=X_c(p)C(p)\dfrac{\dfrac{K_8}{k_e}}{p\left(Bp+1\right)+C(p)\dfrac{K_8}{k_e}}-F_P(p)\dfrac{K_9\dfrac{Rr\rho_1}{k_ek_t}}{p\left(Bp+1\right)+C(p)\dfrac{K_8}{k_e}}$$

$$\Leftrightarrow X(p)=X_c(p)C(p)\dfrac{\dfrac{K_8}{k_e}}{p\left(Bp+1\right)+C(p)\dfrac{K_8}{k_e}}-F_P(p)\dfrac{\dfrac{K_8}{k_e}\dfrac{k_e}{K_8}K_9\dfrac{Rr\rho_1}{k_ek_t}}{p\left(Bp+1\right)+C(p)\dfrac{K_8}{k_e}}$$

On a donc $A=\dfrac{K_8}{k_e}$, $B=\dfrac{R\,(m+M)\,r^2\rho_1^2}{k_ek_t}$ et $D=\dfrac{K_9Rr\rho_1}{K_8k_t}$.

Exercice 218 – Quille pendulaire★

03 SLCI

Question 1 Donner les expressions des fonctions de transfert A_1, A_2, A_3 et A_4 en fonction de la variable complexe p et des constantes.

D'une part, on transforme les équations dans le domaine de Laplace : $Q(p)=SpX(p)+\dfrac{V}{2B}p\Sigma(p)$ et $Mp^2X(p)=S\Sigma(p)-kX(p)-\lambda pX(p)-F_R(p)$.

En utilisant le schéma-blocs, on a $\Sigma(p)=A_2\left(A_1Q(p)-X(p)\right)=A_1A_2Q(p)-A_2X(p)$.

Par ailleurs $\Sigma(p) = \dfrac{Q(p) - SpX(p)}{\frac{V}{2B}p} = Q(p)\dfrac{2B}{Vp} - X(p)\dfrac{S2B}{V}$. On a donc $A_2 = \dfrac{S2B}{V}$, $A_1 A_2 = \dfrac{2B}{Vp}$ soit $A_1 = \dfrac{2B}{Vp}\dfrac{V}{S2B} = \dfrac{1}{Sp}$.

On a aussi $X(p) = A_4\left(-F_R(p) + A_3\Sigma(p)\right) = -A_4 F_R(p) + A_3 A_4 \Sigma(p)$. Par ailleurs, $X(p)\left(Mp^2 + \lambda p + k\right) = S\Sigma(p) - F_R(p) \Leftrightarrow X(p) = \dfrac{S\Sigma(p)}{Mp^2 + \lambda p + k} - \dfrac{F_R(p)}{Mp^2 + \lambda p + k}$.

On a donc : $A_4 = \dfrac{1}{Mp^2 + \lambda p + k}$ et $A_3 = S$.

Au final, $A_1 = \dfrac{1}{Sp}$, $A_2 = \dfrac{S2B}{V}$, $A_3 = S$ et $A_4 = \dfrac{1}{Mp^2 + \lambda p + k}$.

Question 2 Donner les expressions des fonctions de transfert H_1 et H_2 en fonction de A_1, A_2, A_3 et A_4, puis de la variable p et des constantes.

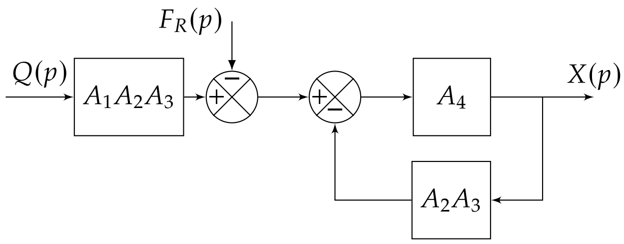
Méthode 1 : Utilisation des relations précédentes On a $X(p) = \left(H_1 Q(p) - F_R(p)\right) H_2(p)$.

Par ailleurs, on a vu que $X(p) = A_4\left(-F_R(p) + A_3\Sigma(p)\right)$ et $\Sigma(p) = A_2\left(A_1 Q(p) - X(p)\right)$.

On a donc $X(p) = A_4\left(-F_R(p) + A_3 A_2\left(A_1 Q(p) - X(p)\right)\right) \Leftrightarrow X(p)\left(1 + A_2 A_3 A_4\right) = A_4\left(-F_R(p) + A_3 A_2 A_1 Q(p)\right)$. On a donc $H_1(p) = A_1 A_2 A_3$ et $H_2 = \dfrac{A_4}{1 + A_2 A_3 A_4}$.

Méthode 2 : Lecture directe du schéma-blocs Revient à utiliser la méthode précédente.

Méthode 3 : Algèbre de schéma-blocs Le schéma-blocs proposé est équivalent au schéma suivant.



On retrouve le même résultat que précédemment.

$A_1 = \dfrac{1}{Sp}$, $A_2 = \dfrac{S2B}{V}$, $A_3 = S$ et $A_4 = \dfrac{1}{Mp^2 + \lambda p + k}$.

En faisant le calcul on obtient : $H_1(p) = \dfrac{2BS}{pV}$ et $H_2 = \dfrac{\frac{1}{Mp^2 + \lambda p + k}}{1 + \frac{2BS^2}{V}\frac{1}{Mp^2 + \lambda p + k}}$

$= \dfrac{1}{Mp^2 + \lambda p + k + \frac{2BS^2}{V}}$.

Question 3 Pour ce vérin non perturbé ($F_R = 0$), donner sa fonction de transfert $X(p)/Q(p)$ en fonction de la variable p et des constantes.

Dans ce cas, $\dfrac{X(p)}{Q(p)} = H_1(p)H_2(p) = \dfrac{2BS}{p\left(MVp^2 + \lambda p V + kV + 2BS^2\right)}$.

Exercice 217 – Fonctions de transfert★

03 SLCI

Question 1 Déterminer la fonction de transfert en boucle ouverte. Mettre l'expression sous forme canonique et exprimer les paramètres caractéristiques. On a $\mathrm{FTBO}(p) = \dfrac{K^2}{(R+Lp)(f+Jp)} = \dfrac{K^2}{Rf+RJp+Lfp+LJp^2} = \dfrac{K^2}{Rf\left(1+p\dfrac{RJ+Lf}{Rf}+\dfrac{LJ}{Rf}p^2\right)}$.

On a donc $K_{\mathrm{BO}} = \dfrac{K^2}{Rf}$, $\omega_{\mathrm{BO}} = \sqrt{\dfrac{Rf}{LJ}}$, $\dfrac{2\xi_{\mathrm{BO}}}{\omega_{\mathrm{BO}}} = \dfrac{RJ+Lf}{Rf} \Leftrightarrow \xi_{\mathrm{BO}} = \omega_{\mathrm{BO}}\dfrac{RJ+Lf}{2Rf} = \sqrt{\dfrac{Rf}{LJ}}\dfrac{RJ+Lf}{2Rf} = \dfrac{RJ+Lf}{2\sqrt{LJRf}}$.

Question 2 Déterminer la fonction de transfert en boucle fermée. Mettre l'expression sous forme canonique et exprimer les paramètres caractéristiques. On a $\mathrm{FTBF}(p) = \dfrac{\dfrac{K}{(R+Lp)(f+Jp)}}{1+\dfrac{K^2}{(R+Lp)(f+Jp)}} = \dfrac{K}{(R+Lp)(f+Jp)+K^2} = \dfrac{\dfrac{K}{K^2+Rf}}{\dfrac{RJ+Lf}{Rf+K^2}p+\dfrac{LJ}{Rf+K^2}p^2+1}$.

On a donc $K_{\mathrm{BF}} = \dfrac{K}{K^2+Rf}$, $\omega_{\mathrm{BF}} = \sqrt{\dfrac{Rf+K^2}{LJ}}$, $\dfrac{2\xi_{\mathrm{BF}}}{\omega_{\mathrm{BF}}} = \dfrac{RJ+Lf}{Rf+K^2} \Leftrightarrow \xi_{\mathrm{BO}} = \omega_{\mathrm{BF}}\dfrac{RJ+Lf}{2\left(Rf+K^2\right)} = \sqrt{\dfrac{Rf+K^2}{LJ}}\dfrac{RJ+Lf}{2\left(Rf+K^2\right)}$ $\xi_{\mathrm{BF}} = \dfrac{RJ+Lf}{2\sqrt{LJ}\sqrt{Rf+K^2}}$.

Question 3 Déterminer la fonction de transfert en boucle ouverte. Mettre l'expression sous forme canonique et exprimer les paramétres caractéristiques. Si on note $R(p)$ la seconde entrée du **premier comparateur** et $\varepsilon(p)$ la sortie du premier comparateur,

$\mathrm{FTBO(p)} = \dfrac{\varepsilon(p)}{R(p)} = A \times \dfrac{\dfrac{1}{p}}{1+\dfrac{B}{p}} \times C = \dfrac{AC}{B+p} = \dfrac{\dfrac{AC}{B}}{1+\dfrac{p}{B}}$. On a donc $K_{\mathrm{BO}} = \dfrac{AC}{B}$ et $\tau_{\mathrm{BO}} = \dfrac{1}{B}$.

Question 4 Déterminer la fonction de transfert en boucle fermée. Mettre l'expression sous forme canonique et exprimer les paramétres caractéristiques. On a $\mathrm{FTBF(p)} = \dfrac{\dfrac{A}{B+p}}{1+\dfrac{AC}{B+p}} = \dfrac{A}{B+p+AC} = \dfrac{\dfrac{A}{B+AC}}{1+\dfrac{p}{B+AC}}$.

On a donc $K_{\mathrm{BF}} = \dfrac{A}{B+AC}$ et $\tau_{\mathrm{BF}} = \dfrac{1}{B+AC}$.

Exercice 216 – Calcul de FTBO★

03 SLCI

Pas de corrigé pour cet exercice.

Question 1 Déterminer la FTBO dans la cas suivant.

$\mathrm{FTBO}(p) = BCDE$.

Question 2 Déterminer la FTBO dans la cas suivant.

$\mathrm{FTBO}(p) = B\left(1+A\right)$.

Question 3 Déterminer la FTBO dans la cas suivant.

$\text{FTBO}(p) = A\dfrac{BCD}{1+BCD}$.

Question 4 Déterminer la FTBO dans la cas suivant.

$$\text{FTBO}(p) = A\dfrac{\dfrac{B}{1+B}CD}{1+\dfrac{B}{1+B}CD} = \dfrac{ABCD}{1+B+BCD}.$$

Exercice 215 – Calcul de FTBO★

03 SLCI

Pas de corrigé pour cet exercice.

Question 1 Déterminer la FTBO dans la cas suivant. $FTBO(p) = A(p)B(p)C(p)$.

Question 2 Déterminer la FTBO dans la cas suivant.

$FTBO(p) = B(p)C(p)$.

Question 3 Déterminer la FTBO dans la cas suivant.

$FTBO(p) = B(p)C(p)$.

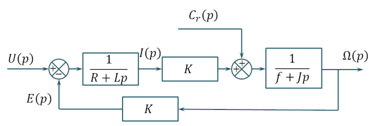
Question 4 Déterminer la FTBO dans la cas suivant.

$$FTBO(p) = \dfrac{B(p)C(p)}{1+B(p)C(p)E(p)} \times \dfrac{A(p)D(p)}{C(p)}$$

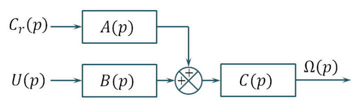
Exercice 214 – Moteur à courant continu★

03 SLCI

Question 1 Réaliser le schéma-blocs.



Question 2 Mettre le schéma-blocs sous la forme suivante.



En utilisant le schéma-blocs proposé, on a $\Omega(p) = \left(C_r(p)A(p) + U(p)B(p)\right)C(p)$.

D'autre part, $\Omega(p) = \left(C_r(p) + \dfrac{K}{R+Lp}\left(U(p) - K\Omega(p)\right)\right)\dfrac{1}{f+Jp}$.

On a donc $\left(f+Jp\right)\Omega(p) = C_r(p) + U(p)\dfrac{K}{R+Lp}$

$\Leftrightarrow \left(f+Jp\right)\Omega(p) + \dfrac{K^2}{R+Lp}\Omega(p) = C_r(p) + U(p)\dfrac{K}{R+Lp}$

$\Leftrightarrow \left(\left(f+Jp\right) + \dfrac{K^2}{R+Lp}\right)\Omega(p) = C_r(p) + U(p)\dfrac{K}{R+Lp}$

$\Leftrightarrow \dfrac{K^2 + \left(f+Jp\right)\left(R+Lp\right)}{R+Lp}\Omega(p) = C_r(p) + U(p)\dfrac{K}{R+Lp}$

$\Leftrightarrow \Omega(p) = \left(C_r(p) + U(p)\dfrac{K}{R+Lp}\right)\dfrac{R+Lp}{K^2+\left(f+Jp\right)\left(R+Lp\right)}$.

Dés lors plusieurs schéma-blocs peuvent répondre à la question. Par exemple, $A(p) = 1$, $B(p) = \dfrac{K}{R+Lp}$, $C(p) = \dfrac{R+Lp}{K^2+\left(f+Jp\right)\left(R+Lp\right)}$.

En poursuivant, on a aussi : $\Omega(p) = \left(C_r(p)(R+Lp) + U(p)K\right)\dfrac{1}{K^2+\left(f+Jp\right)\left(R+Lp\right)}$.

On a donc aussi, $A(p) = R + Lp$, $B(p) = K$, $C(p) = \dfrac{1}{K^2 + \left(f + Jp\right)\left(R + Lp\right)}$

Exercice 213 – Vérin★

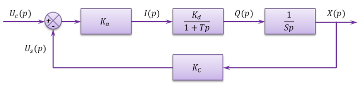
03 SLCI

Pas de corrigé pour cet exercice.

Question 1 Réaliser le schéma-blocs.

On a :

- $U_c(p) = \dfrac{1}{K_a} I(p) + U_s(p)$
- $Q(p) = SpX(p)$
- $U_S(p) = K_C \cdot X(p)$
- $F(p) = \dfrac{Q(p)}{I(p)} = \dfrac{K_d}{1 + Tp}$



Exercice 212 – Prothèse active transtibiale★

03 SLCI

Présentation

Comportement dynamique de la prothèse

Question 1 À partir des équations caractérisant le système, déterminer les expressions littérales des fonctions de transfert $H_1(p)$, $H_2(p)$, $H_3(p)$ et $H_6(p)$.

Correction

On a d'une part, $C_M(p) = H_1(p)\left(U_M(p) - \Omega_M(p)\right)$.
D'autre part, en utilisant les deux équations du moteur électrique, on a $U_M(p) = RI(p) + E(p)$ et $E(p) = k_c \Omega_M(p)$ soit $U_M(p) = RI(p) + k_c\Omega_M(p)$. De plus $C_M(p) = k_c I(p)$; donc $U_M(p) = R\dfrac{C_M(p)}{k_c} + k_c\Omega_M(p)$. Par suite, $C_M(p) = \dfrac{k_c}{R}\left(U_M(p) - k_c\Omega_M(p)\right)$.
En identifiant, on a donc $H_1(p) = \dfrac{k_c}{R}$ et $H_6(p) = k_c$.
D'après le schéma-blocs,
$\Delta\alpha(p) = \left(C(p) - C_M(p)H_2(p)\right) H_3(p)H_4(p)$ soit
En utilisant l'équation différentielle caractéristique du comportement de la prothèse, on a : $J_M p^2 \Delta\alpha(p) + \mu_m p \Delta\alpha(p) = C_M(p)R_T - C(p)R_T^2 \Leftrightarrow \Delta\alpha(p)\left(J_M p^2 + \mu_m p\right) = C_M(p)R_T - C(p)R_T^2$

$$\Leftrightarrow \Delta\alpha(p) = \frac{R_T^2}{J_M p^2 + \mu_m p}\left(\frac{C_M(p)}{R_T} - C(p)\right).$$

Or, $\Delta\alpha(p) = \dfrac{1}{p}\Delta\alpha'(p)$; donc $H_4(p) = \dfrac{1}{p}$.

Au final, $H_3(p) = \dfrac{R_T^2}{J_M p + \mu_m}$ et $H_2(p) = R_T$.

Question 2 Déterminer la fonction de transfert en boucle fermée $\text{FTBF}(p) = \dfrac{C(p)}{U_M(p)}$.

Correction

On déplace le dernier point de prélèvement avant H_4. On ajoute donc $H_4(p)H_7(p)$ dans la retour.
On a alors $F(p) = \dfrac{\Delta\alpha'(p)}{-} = \dfrac{H_3(p)}{1 + H_3(p)H_4(p)H_7(p)}$. $\text{FTBF}(p) =$

$$\frac{H_1(p)H_2(p)F(p)}{1+H_1(p)H_2(p)H_5(p)H_6(p)F(p)}H_4(p)H_7(p).$$

Soit $\text{FTBF}(p) = \dfrac{H_1(p)H_2(p)\dfrac{H_3(p)}{1+H_3(p)H_4(p)H_7(p)}}{1+H_1(p)H_2(p)H_5(p)H_6(p)\dfrac{H_3(p)}{1+H_3(p)H_4(p)H_7(p)}}H_4(p)H_7(p)$

$$= \frac{H_1(p)H_2(p)H_3(p)}{1+H_3(p)H_4(p)H_7(p)+H_1(p)H_2(p)H_5(p)H_6(p)H_3(p)}H_4(p)H_7(p)$$

$$= \frac{\dfrac{k_c}{R}R_T\dfrac{R_T^2}{J_Mp+\mu_m}}{1+\dfrac{R_T^2}{J_Mp+\mu_m}\dfrac{k_{RS}d_0^2}{p}+\dfrac{k_c}{R}R_T\dfrac{1}{R_T}k_c\dfrac{R_T^2}{J_Mp+\mu_m}}\frac{k_{RS}d_0^2}{p}$$

$$= \frac{\dfrac{k_c}{1}R_T^3}{J_MRp^2+\mu_mRp+R_TR^2k_{RS}d_0^2+pk_ck_cR_T^2}k_{RS}d_0^2$$

$$= \frac{k_cR_T^3}{J_MRp^2+p\left(\mu_mR+k_ck_cR_T^2\right)+R_TR^2k_{RS}d_0^2}k_{RS}d_0^2.$$

Analyse des performances de l'asservissement en couple

Question 3 À l'aide des courbes, valider l'ensemble des critères du cahier des charges en justifiant clairement vos réponses.

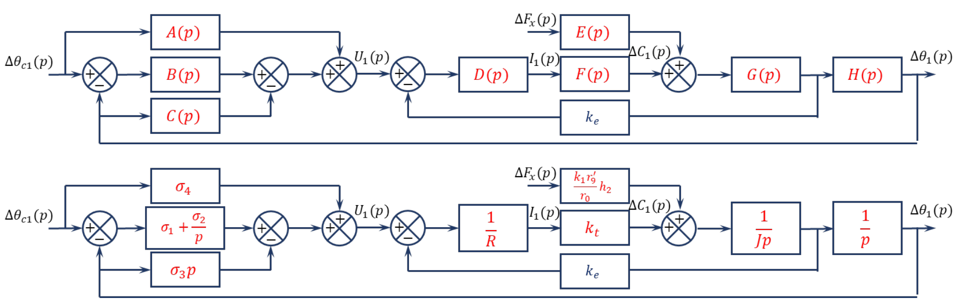
Correction

- Le régime permanent semble atteint autour de 0,03 s ; donc les critère de rapidité est respecté.
- En régime permanent, le couple atteint est de 46 Nm pour une consigne de 50 Nm. Un écart de 10 % correspondrait à un couple atteint de 45 Nm. Le critère de précision est respecté.

Exercice 211 – Conception de la commande d'un robot chirurgical★

03 SLCI

Question 1 Compléter le schéma-blocs.



Correction

En utilisant l'équation électrique du MCC, on a $U_1(p) = \left(Lp+R\right)I_1(p)+E_1(p)$. En utilisant le schéma-blocs : $I_1(p) = \left(U_1(p)-E(p)\right)D(p)$. On a donc $I_1(p) = \dfrac{U_1(p)-E(p)}{R+Lp}$ et $D(p) =$

$\dfrac{1}{R+Lp}$.

En utilisant la première relation de comportement du MCC, on a $E_1(p)$ en sortie du bloc k_e et $p\Delta_1(p)$ en entrée ; donc $H(p) = \dfrac{1}{p}$.

En utilisant la seconde relation, on a $F(p) = k_t$.

En utilisant l'équation de mouvement de l'axe 1, on a : $\Delta C_1(p) = Jp^2\Delta\theta_1(p) - k_1\dfrac{r_9'}{r_0}h_2\Delta F_x(p)$.

D'après le schéma-blocs, on a $\Delta\theta_1(p) = \left(\Delta C_1(p) + \Delta F_x(p)E(p)\right)G(p)H(p)$.

En réageançant l'équation, on a $Jp^2\Delta\theta_1(p) = \Delta C_1(p) + k_1\dfrac{r_9'}{r_0}h_2\Delta F_x(p) \Leftrightarrow \Delta\theta_1(p) = \left(\Delta C_1(p) + k_1\dfrac{r_9'}{r_0}h_2\Delta F_x(p)\right)\dfrac{1}{Jp^2}$.

On a donc $E(p) = k_1\dfrac{r_9'}{r_0}h_2$.

De plus $G(p)H(p) = \dfrac{1}{Jp^2}$ et $H(p) = \dfrac{1}{p}$; donc $G(p) = \dfrac{1}{Jp}$.

En utilisant l'équation électrique du MCC, on a $U_1(p) = (Lp+R)\,I_1(p) + E_1(p)$. En utilisant le schéma-blocs : $I_1(p) = \left(U_1(p) - E(p)\right)D(p)$. On a donc $I_1(p) = \dfrac{U_1(p)-E(p)}{R+Lp}$ et $D(p) = \dfrac{1}{R+Lp}$.

En utilisant l'équation du PID, on a $U_1(p) = \left(\Delta\theta_{c1}(p) - \Delta\theta_1(p)\right)\left(\sigma_1 + \dfrac{\sigma_2}{p}\right) - \sigma_3 p\Delta\theta_1(p) + \sigma_4\Delta\theta_{c1}(p)$ soit $U_1(p) = \left(\Delta\theta_{c1}(p)\left(\sigma_1 + \dfrac{\sigma_2}{p}\right) - \Delta\theta_1(p)\left(\sigma_1 + \dfrac{\sigma_2}{p}\right)\right) - \sigma_3 p\Delta\theta_1(p) + \sigma_4\Delta\theta_{c1}(p)$.

En utilisant le schéma-blocs, on a $U_1(p) = \Delta_{c1}(p)A(p) + \left(\Delta_{c1}(p) - \Delta\theta_1(p)\right)B(p) - \Delta\theta_1(p)C(p)$ $= \Delta_{c1}(p)\left(A(p)+B(p)\right) - \Delta\theta_1(p)\left(B(p)+C(p)\right)$.

Par suite, $U_1(p) = \Delta\theta_{c1}(p)\left(\sigma_1 + \dfrac{\sigma_2}{p} + \sigma_4\right) - \Delta\theta_1(p)\left(\sigma_1 + \dfrac{\sigma_2}{p} + \sigma_3 p\right)$.

On aura donc $B(p) = \sigma_1 + \dfrac{\sigma_2}{p}$, $C(p) = \sigma_3 p$ et $A(p) = \sigma_4$.

Question 2 À partir de ce schéma-blocs, en notant $H_{\text{processus}}(p) = \dfrac{\Delta\theta_1(p)}{U_1(p)} = \dfrac{K}{p\,(1+\tau p)}$, exprimer K et τ en fonction des données de l'énoncé.

Correction

On a $H_{\text{processus}}(p) = \dfrac{D(p)F(p)G(p)}{1 + D(p)F(p)G(p)k_e}H(p)$ soit $H_{\text{processus}}(p) = \dfrac{\dfrac{1}{R+Lp}k_t\dfrac{1}{Jp}}{1 + \dfrac{1}{R+Lp}k_t\dfrac{1}{Jp}k_e}\dfrac{1}{p}$.

Avec $L = 0$, $H_{\text{processus}}(p) = \dfrac{k_t}{RJp + k_t k_e}\dfrac{1}{p} = \dfrac{\dfrac{1}{k_e}}{\dfrac{RJ}{k_t k_e}p + 1}\dfrac{1}{p}$ soit $K = \dfrac{1}{k_e}$ et $\tau = \dfrac{RJ}{k_t k_e}$.

Question 3 Exprimer la fonction de transfert en boucle fermée, sous sa forme canonique, notée $B_F(p) = \dfrac{\Delta\theta_1(p)}{\Delta\theta_{c1}(p)}$ en fonction de K, τ, σ_1, σ_2, σ_3 et σ_4.

Correction

On a vu que $U_1(p) = \Delta\theta_{c1}(p)\left(\sigma_1 + \dfrac{\sigma_2}{p} + \sigma_4\right) - \Delta\theta_1(p)\left(\sigma_1 + \dfrac{\sigma_2}{p} + \sigma_3 p\right)$ et que $\dfrac{\Delta\theta_1(p)}{U_1(p)} =$

$\dfrac{K}{p\left(1+\tau p\right)}$.

On a donc $\Delta\theta_1(p)\dfrac{p\left(1+\tau p\right)}{K}=\Delta\theta_{c1}(p)\left(\sigma_1+\dfrac{\sigma_2}{p}+\sigma_4\right)-\Delta\theta_1(p)\left(\sigma_1+\dfrac{\sigma_2}{p}+\sigma_3 p\right)$

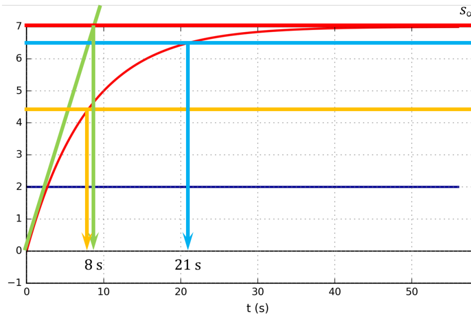
$\Leftrightarrow \Delta\theta_1(p)\left(\dfrac{p\left(1+\tau p\right)}{K}+\sigma_1+\dfrac{\sigma_2}{p}+\sigma_3 p\right)=\Delta\theta_{c1}(p)\left(\sigma_1+\dfrac{\sigma_2}{p}+\sigma_4\right)$ et

$$B_F(p)=\dfrac{\sigma_1+\dfrac{\sigma_2}{p}+\sigma_4}{\dfrac{p\left(1+\tau p\right)}{K}+\sigma_1+\dfrac{\sigma_2}{p}+\sigma_3 p}=\dfrac{\sigma_1 p+\sigma_2+\sigma_4 p}{\dfrac{p^2\left(1+\tau p\right)}{K}+\sigma_1 p+\sigma_2+\sigma_3 p^2}=$$
$$K\dfrac{\sigma_1 p+\sigma_2+\sigma_4 p}{p^2\left(1+\tau p\right)+\sigma_1 K p+\sigma_2 K+\sigma_3 K p^2}=K\dfrac{\left(\sigma_1+\sigma_4\right)p+\sigma_2}{\tau p^3+p^2\left(1+\sigma_3\right)+\sigma_1 K p+\sigma_2 K}.$$

Exercice 210 – Identification temporelle ★

07 SLCI

Question 1 Déterminer la fonction de transfert du système.



La tangente à l'origine est non nulle. Il n'y a pas de dépassement. On va donc identifier un système d'ordre 1 de la forme $H(p)=\dfrac{K}{1+\tau p}$.

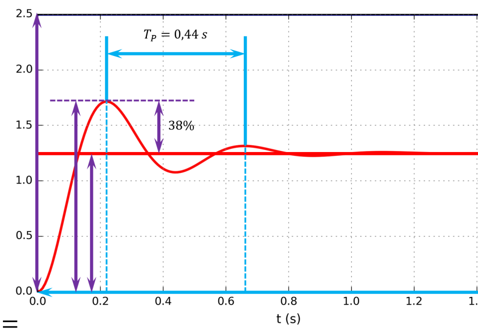
L'échelon d'entrée a une amplitude de 2. En régime permanent la valeur atteinte est de 7. On a donc $K=\dfrac{7}{2}=3,5$.

Pour identifier la constante de temps, on peut :

- regarder à quel temps a lieu l'intersection entre l'asympote en régime permanent et la tangente à l'origine ;
- mesurer le temps de temps réponse à 63 % ;
- mesurer le temps de temps réponse à 95 % et diviser cette valeur par 3.

On a donc $H(p)=\dfrac{3,5}{1+8p}$.

Question 2 Déterminer la fonction de transfert du système en réalisant les mesures nécessaires et en utilisant les formules appropriées.



La tangente à l'origine est nulle et il y a des dépassements. On modélise le système par un système d'ordre 2. $H(p)=\dfrac{K}{1+\dfrac{2\xi}{\omega_0}p+\dfrac{p^2}{\omega_0^2}}$.

On a $K=\dfrac{1,25}{2,5}=0,5$.

On mesure un dépassement de $1,38=e^{\frac{-\pi\xi}{\sqrt{1-\xi^2}}}\Leftrightarrow \ln 0,38=\dfrac{-\pi\xi}{\sqrt{1-\xi^2}}\Leftrightarrow \sqrt{1-\xi^2}\ln 1,38=-\pi\xi\Leftrightarrow (1-\xi^2)(\ln 1,38)^2=\pi^2\xi^2\Leftrightarrow (\ln 1,38)^2-\xi^2(\ln 1,38)^2=\pi^2\xi^2\Leftrightarrow (\ln 1,38)^2=\pi^2\xi^2+\xi^2(\ln 1,38)^2\Leftrightarrow (\ln 1,38)^2=\xi^2\left(\pi^2+(\ln 1,38)^2\right)\Leftrightarrow \dfrac{(\ln 1,38)^2}{\pi^2+(\ln 1,38)^2}=\xi^2$

$\Leftrightarrow \xi=\sqrt{\dfrac{(\ln 1,38)^2}{\pi^2+(\ln 1,38)^2}}=0,3.$

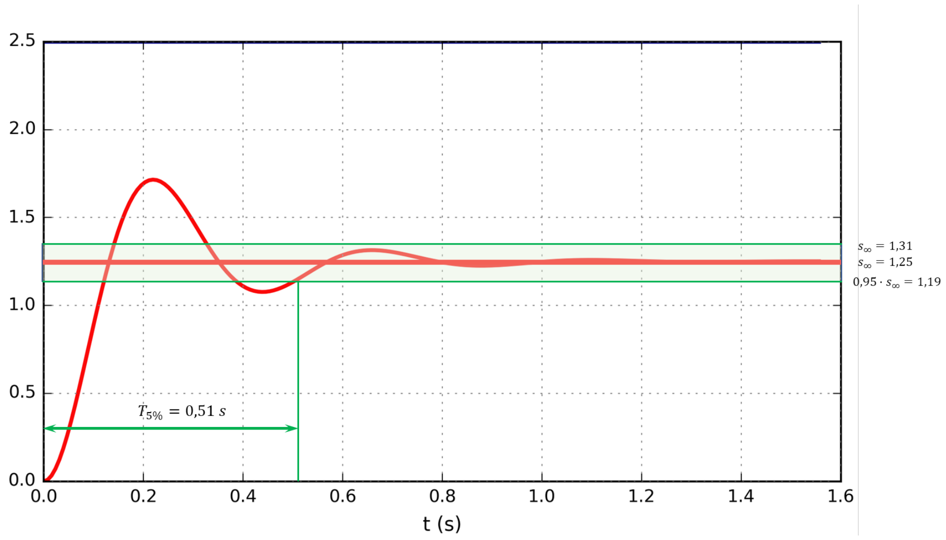
Par ailleurs, $\omega_0=\dfrac{2\pi}{T_p\sqrt{1-\xi^2}}=\dfrac{2\pi}{0,44\sqrt{1-0,3^2}}=14{,}9\,\text{rad}\,\text{s}^{-1}$.

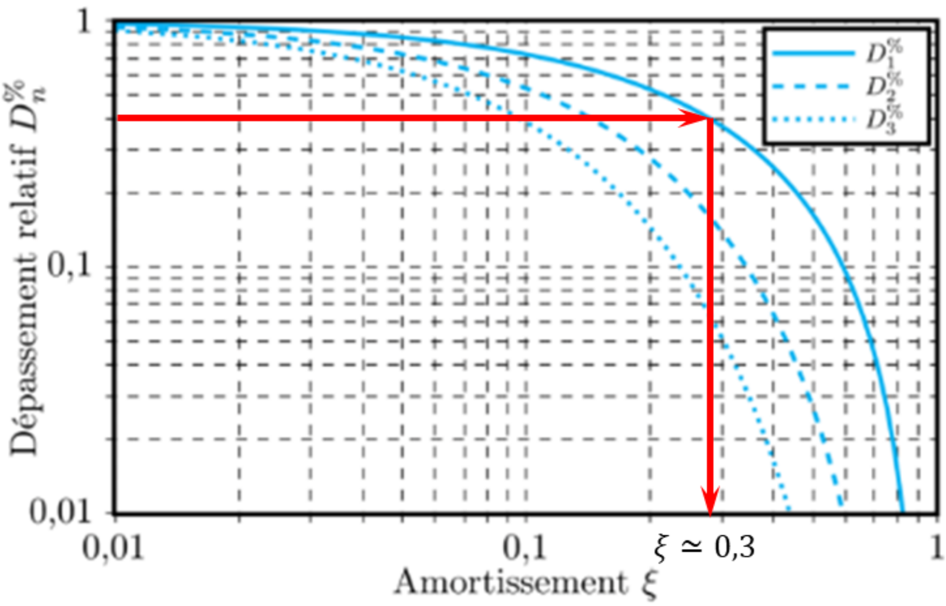
Au final, $H(p) = \dfrac{0,5}{1 + \dfrac{2 \times 0,3}{14,9}p + \dfrac{p^2}{14,9^2}}$.

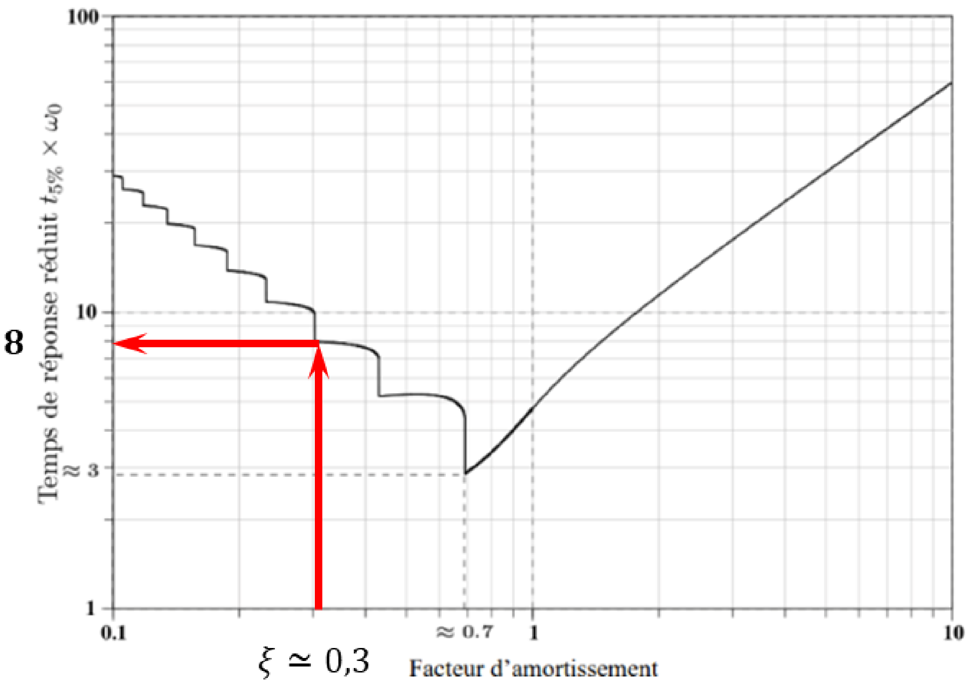
Question 3 Déterminer la fonction de transfert du système en utilisant les abaques.
Le dépassement est de 38 %. On a donc $\xi = 0,3$.

De plus, on mesure $T_{5\%} \times \omega_0 = 8$ avec $T_{5\%} = 0{,}51\,\mathrm{s}$ on a $\omega_0 = 8/0,5 \simeq 16\,\mathrm{rad\,s^{-1}}$.

Au final, $H(p) = \dfrac{0,5}{1 + \dfrac{2 \times 0,3}{16}p + \dfrac{p^2}{16^2}}$.

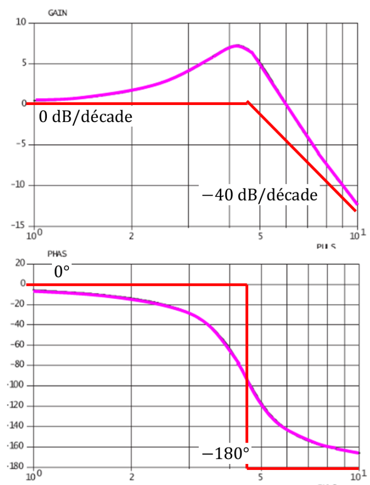






Exercice 209 – Identification ★

SLCI



Question 1 Tracer le diagramme de Bode asymptotique.

Question 2 Identifier le type de la fonction de transfert et ses valeurs remarquables. La phase tend vers 0 lorsque ω tend vers 0 rad/s et vers −180° lorsque ω tend vers l'infini. On observe de plus une résonance. Par ailleurs le gain est nul quand ω tend vers 0 rad/s. Le système est donc d'ordre 2 avec un gain unitaire et un $\xi < \dfrac{\sqrt{2}}{2}$. On détermine ω_0 lorsque la phase vaut −90°.

À ce stade, $H(p) = \dfrac{1}{1 + \dfrac{2\xi}{4,5}p + \dfrac{p^2}{4,5^2}}$.

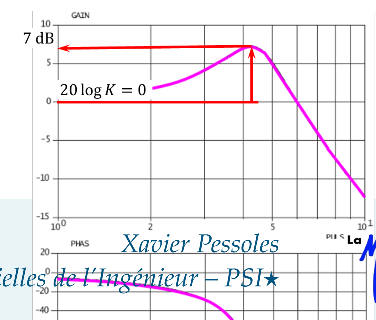
Enfin, on mesure un gain à la résonance de 7 dB. On a donc $20 \log A_{\max} = 7$ soit $A_{\max} = 10^{7/20} = \dfrac{1}{2\xi\sqrt{1-\xi^2}}$.

Par suite, $\dfrac{1}{A_{\max}} = 2\xi\sqrt{1-\xi^2} \Leftrightarrow \dfrac{1}{A_{\max}} = 4\xi^2\left(1-\xi^2\right) \Leftrightarrow \dfrac{1}{A_{\max}^2} = 4\xi^2 - 4\xi^4 \Rightarrow 4\xi^4 - 4\xi^2 + \dfrac{1}{A_{\max}^2} = 0 \Rightarrow 4X^2 - 4X + \dfrac{1}{A_{\max}^2} = 0$

On a alors $\Delta = 16 - \dfrac{16}{A_{\max}^2}$ et $X_{1,2} = \dfrac{4 \pm \sqrt{\Delta}}{16}$

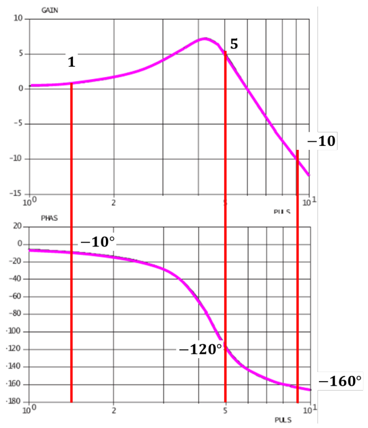
En réalisant les applications numériques, on a $\xi = \sqrt{\dfrac{4-\sqrt{\Delta}}{16}} = 0,23$.

Alors, $H(p) = \dfrac{1}{1 + \dfrac{2 \times 0,23}{4,5}p + \dfrac{p^2}{4,5^2}}$.



Question 3 Déterminer les période et les pulsations de chacun des signaux.

- Signal rouge : $T = 4{,}2\,\mathrm{s}$ et $\omega = \dfrac{2\pi}{T} = 1{,}5\,\mathrm{rad/s}$.
- Signal vert : $T = 3,6/3 = 1{,}2\,\mathrm{s}$ et $\omega = \dfrac{2\pi}{T} = 5{,}2\,\mathrm{rad/s}$.
- Signal bleu : $T = 4,2/6 = 0{,}7\,\mathrm{s}$ et $\omega = \dfrac{2\pi}{T} = 9\,\mathrm{rad/s}$.



Question 4 En déduire le gain et le déphasage en régime permanent pour chacune des courbes temporelles de sortie correspondant aux 3 entrées.

- Pour $\omega = 1{,}5\,\mathrm{rad/s}$, $G_{\mathrm{dB}} = 1 \Rightarrow 20\log K = 1 \Rightarrow K = 10^{1/20} = 1,12$ et $\varphi = -0{,}17\,\mathrm{rad}$. On a donc $s(t) = 1,12\sin(\omega t - 0,17)$.
- Pour $\omega = 5\,\mathrm{rad/s}$, $G_{\mathrm{dB}} = 5 \Rightarrow K = 10^{5/20} = 1,8$ et $\varphi = -2{,}1\,\mathrm{rad}$. On a donc $s(t) = 1,8\sin(\omega t - 2,1)$.
- Pour $\omega = 9\,\mathrm{rad/s}$ $G_{\mathrm{dB}} = 5 \Rightarrow K = 10^{-10/20} = 0,3$ et $\varphi = -2{,}8\,\mathrm{rad}$. On a donc $s(t) = 0,3\sin(\omega t - 2,8)$.

Exercice 208 – Identification ★

07 SLCI

Pas de corrigé pour cet exercice.

Question 1 Déterminer les période et les pulsations de chacun des signaux.

Question 2 En déduire le gain et le déphasage en régime permanent pour chacune des courbes temporelles de sortie correspondant aux 3 entrées.

Exercice 207 – Identification ★

07 SLCI

Pas de corrigé pour cet exercice.

Question 1 Déterminer la fonction de transfert du système.

Question 2 Déterminer la fonction de transfert du système.

Exercice 206 – Diagramme de Bode★

11 SLCI

Question 1 Tracer le diagramme de Bode de la fonction de transfert suivante : $F_1(p) = \dfrac{15}{1+10p}$.

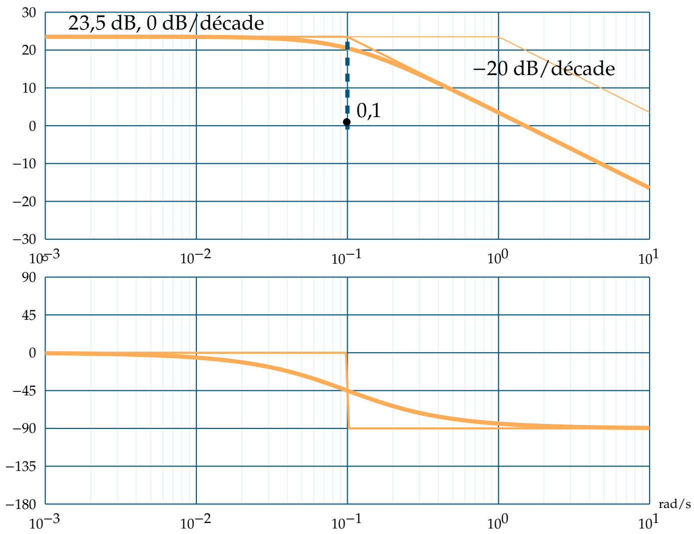
Tracer asymptotique

	$\omega \to 0$	$\omega = \dfrac{1}{10}\,\mathrm{rad/s}$	$\omega \to \infty$
$H(p) = \dfrac{15}{1+10\mathrm{p}}$	0 dB/décade 0°		−20 dB/décade −90°

Positionnement du diagramme de gain Lorsque ω tend vers 0, le gain tend vers $20\log 15 = 23{,}5\,\mathrm{dB}$.

Question 2 Le système est sollicité par une entrée sinusoïdale de période 6 s et d'amplitude 10. Quel est le signal de sortie ? Pour une période de 60 s, la pulsation est de $\dfrac{2\pi}{T}$ soit $\omega = 0{,}1\,\mathrm{rad\,s^{-1}}$. Pour cette pulsation le gain est de 20 dB et le déphasage de $-\dfrac{\pi}{4}$.

On a donc $20\log(S/E) = 20$ soit $S = 10E$. Le signal d'entrée est donc $e(t) = 10\sin(0,1t)$ et le signal de sortie $s(t) = 100\sin\left(0,1t - \dfrac{\pi}{4}\right)$.



Exercice 205 – Diagramme de Bode★

SLCI

Question 1 Tracer le diagramme de Bode de la fonction de transfert suivante : $F_2(p) = \dfrac{10}{(1+10p)(10+p)}$. **Tracer asymptotique**

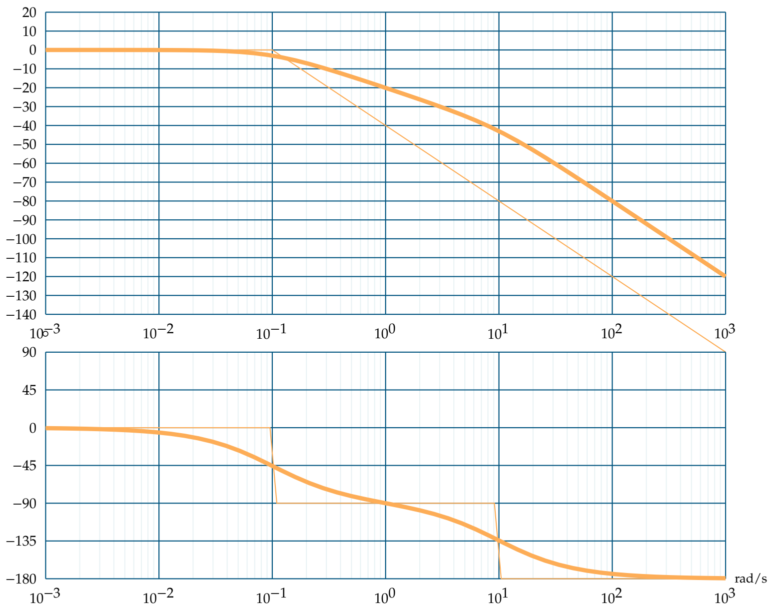
$$F_2(p) = \dfrac{1}{(1+10p)\left(1+\dfrac{p}{10}\right)}$$

<table>
<tr><td></td><td>$\omega \to 0$</td><td colspan="2">$\omega_1 = \dfrac{1}{10}$ rad/s</td><td colspan="2">$\omega_2 = 10$ rad/s</td><td>$\omega \to \infty$</td></tr>
<tr><td>$H_1(p) = \dfrac{1}{1+10p}$</td><td colspan="2">0 dB/décade
0°</td><td colspan="2">−20 dB/décade
−90°</td><td colspan="2">−20 dB/décade
−90°</td></tr>
<tr><td>$H_2(p) = \dfrac{1}{1+\dfrac{p}{10}}$</td><td colspan="2">0 dB/décade
0°</td><td colspan="2">0 dB/décade
0°</td><td colspan="2">−20 dB/décade
−90°</td></tr>
<tr><td>$F_2(p)$</td><td colspan="2">0 dB/décade
0°</td><td colspan="2">−20 dB/décade
−90°</td><td colspan="2">−40 dB/décade
−180°</td></tr>
</table>

Positionnement du diagramme de gain Lorsque que ω tend vers 0, le gain tend vers $20\log 1 = 0\,\text{dB}$.

Question 2 Le système est sollicité par une entrée sinusoïdale de période 6 s et d'amplitude 10. Quel est le signal de sortie ? Pour une période de 60 s, la pulsation est de $\dfrac{2\pi}{T}$ soit $\omega = 0{,}1\,\text{rad}\,\text{s}^{-1}$. Pour cette pulsation le gain est de −5 dB et le déphasage de $-\dfrac{\pi}{4}$.

On a donc $20\log(S/E) = -5$ soit $S = E \times 10^{-5/20} = 10 \times 0,56 = 5,6$. Le signal d'entrée est donc $e(t) = 10\sin(0,1t)$ et le signal de sortie $s(t) = 5,6\sin\left(0,1t - \dfrac{\pi}{4}\right)$.



Exercice 204 – Diagramme de Bode★

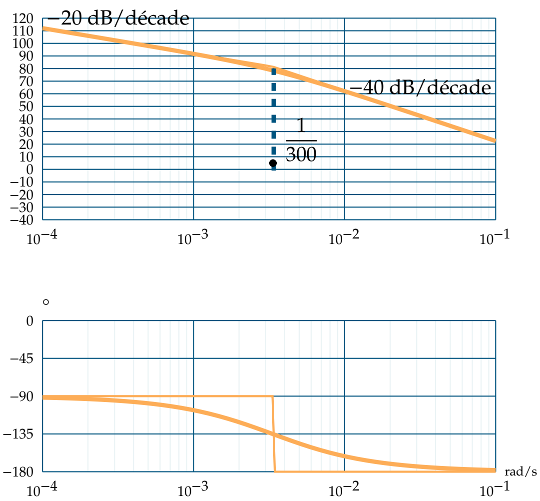
SLCI

Question 1 Tracer le diagramme de Bode de la fonction de transfert suivante : $F_3(p) = \dfrac{40}{p\left(1+300p\right)}$.

Tracer asymptotique

	$\omega \to 0$	$\omega = \dfrac{1}{300}$ rad/s	$\omega \to \infty$
$H_1(p) = \dfrac{40}{p}$	−20 dB/décade −90°		−20 dB/décade −90°
$H_2(p) = \dfrac{1}{1+300p}$	0 dB/décade 0°		−20 dB/décade −90°
$F_3(p)$	−20 dB/décade −90°		−40 dB/décade −180°

Positionnement du diagramme de gain Lorsque que ω tend vers 0, $F_3(p) \simeq \dfrac{40}{p}$. Cette asymptote de pente −20 dB/decade passe par le point (40, 0).



Exercice 203 – Diagramme de Bode ★

SLCI

Pas de corrigé pour cet exercice.

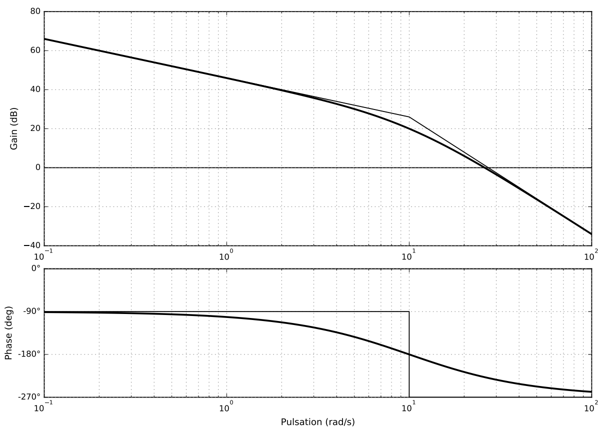
Question 1 Tracer le diagramme de Bode de la fonction de transfert suivante : $F_1(p) = \dfrac{200}{p\left(1+20p+100p^2\right)}$. On a $\dfrac{1}{\omega_0^2} = 100$ et $\omega_0 = 0{,}1\,\mathrm{rad\,s^{-1}}$.

On a $\dfrac{2\xi}{\omega_0} = 20$ soit $\xi = \dfrac{20 \times \omega_0}{2} = 1$.

(On a donc une racine double et on pourrait remarquer que : $F_1(p) = \dfrac{200}{p\left(1+10p\right)^2}$).

	$\omega \to 0$	$\omega = 0{,}1$ rad/s	$\omega \to \infty$
$H_1(p) = \dfrac{200}{p}$	-20 dB/décade $-90°$		-20 dB/décade $-90°$
$H_2(p) = \dfrac{1}{(1+10p)}$	0 dB/décade $0°$		-40 dB/décade $-90°$
$F_1(p)$	-20 dB/décade $-90°$		-60 dB/décade $-270°$

Lorsque $\omega << 0,1$, $F_1(p) \simeq \dfrac{200}{p}$ et $G_{\text{dB}}(0,1) = 20\log 200 - 20\log 0,1 = 66\,\text{dB}$.



Exercice 202 – Hemostase – Stabilité★

02 PERF

Question 1 Déterminer l'expression de la fonction de transfert en boucle ouverte $H_{\text{bo}}(p) = \left(\dfrac{Z(p)}{\varepsilon(p)}\right)_{C_r(p)=0}$ ainsi que la fonction de transfert $H_{\text{cr}}(p) = \left(\dfrac{Z(p)}{C_r(p)}\right)_{Z_c=0}$.

$$H_{\text{bo}}(p) = H_{\text{cor}}(p)\frac{K_1}{p\left(1+T_m p\right)} = \frac{K_1 K_p}{p\left(1+T_m p\right)}.$$

$$H_{\text{cr}}(p) = -K_2 \frac{\dfrac{K_1}{p\left(1+T_m p\right)}}{1 + H_{\text{cor}}(p)\dfrac{K_1}{p\left(1+T_m p\right)}}$$

$$= -K_2 \frac{K_1}{p\left(1+T_m p\right) + H_{\text{cor}}(p) K_1} = -\frac{K_1 K_2}{p\left(1+T_m p\right) + K_p K_1}$$

Question 2 Déterminer l'erreur statique pour une entrée de type échelon d'amplitude Z_{c0} dans l'hypothèse d'une perturbation nulle (C_{r0}). Déterminer ensuite l'erreur due à une perturbation constante C_{r0}, dans le cas d'une consigne de position nulle ($Z_c = 0$). En déduire la valeur de K_p pour satisfaire le critère de précision du cahier des charges.
Exprimons $\varepsilon(p)$ en fonction de $Z_c(p)$ et $C_r(p)$:

$$\varepsilon(p) = Z_c(p) - Z(p) = Z_c(p) - \left(\varepsilon(p) H_{\text{cor}}(p) - K_2 C_r(p)\right)\frac{K_1}{p\left(1+T_m p\right)}$$

$$\Leftrightarrow \varepsilon(p)\left(1 + H_{\text{cor}}(p)\frac{K_1}{p\left(1+T_m p\right)}\right) = Z_c(p) + K_2 C_r(p)\frac{K_1}{p\left(1+T_m p\right)}$$

$$\Leftrightarrow \varepsilon(p) = Z_c(p)\frac{1}{1+H_{\text{cor}}(p)\dfrac{K_1}{p\left(1+T_m p\right)}} + K_2 C_r(p)\frac{K_1}{p\left(1+T_m p\right)}\frac{1}{1+H_{\text{cor}}(p)\dfrac{K_1}{p\left(1+T_m p\right)}}$$

$$\Leftrightarrow \varepsilon(p) = Z_c(p)\frac{p\left(1+T_m p\right)}{p\left(1+T_m p\right)+H_{\text{cor}}(p)K_1} + K_2 C_r(p)\frac{K_1}{p\left(1+T_m p\right)+H_{\text{cor}}(p)K_1}$$

En prenant une entrée échelon et une perturbation échelons, on a $Z_c(p) = \dfrac{Z_{c0}}{p}$ et $C_r(p) = \dfrac{C_{r0}}{p}$.

On a donc $\lim\limits_{t\to+\infty} \varepsilon(t) = \lim\limits_{p\to 0} p\,\varepsilon(p) = \lim\limits_{p\to 0} Z_{c0}\dfrac{p\left(1+T_m p\right)}{p\left(1+T_m p\right)+H_{\text{cor}}(p)K_1} + K_2 C_{r0}\dfrac{K_1}{p\left(1+T_m p\right)+H_{\text{cor}}(p}$
$= \dfrac{K_2 C_{r0}}{K_p}$.

AN : $\varepsilon_s < 1\,\text{mm} \Leftrightarrow \dfrac{K_2 C_{r0}}{K_p} < 1\,\text{mm} \Leftrightarrow 2,78\cdot 10^{-2}\times 2,7\cdot 10^{-3}\times 10^3 < K_p$ soit $K_p > 0,08$.

Question 3 Sur le document réponse compléter les diagrammes de Bode en gain et en phase de $H_{\text{bo}}(p)$ pour K_p déterminé précédemment. Indiquer si le critère de stabilité est satisfait en justifiant votre démarche par des tracés nécessaires. En ajoutant le gain de 0,08, il faut translater la courbe de gain vers le bas de 22 dB.

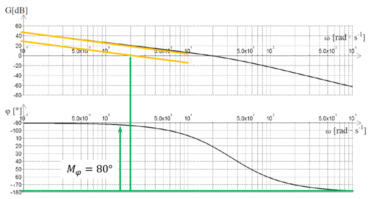


Diagramme de Bode de $H_{bo}(p)$ pour $K_p = 1$

La marge de phase est supérieure à 60°.

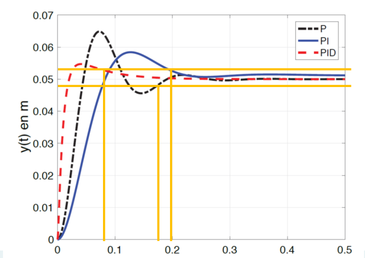
Afin d'améliorer le comportement, on implante un correcteur Proportionnel Intégral ayant pour fonction de transfert : $H_{\text{cor}}(p) = \frac{K_p(1+T_i\cdot p)}{T_i\cdot p}$ avec $K_p = 1$ et $T_i = 1$ s.

Question 4 Tracer le diagramme de Bode de la fonction de transfert en boucle ouverte avec ce correcteur avec $K_p = 1$ et $T_i = 1$ s.

Question 5 On souhaite une marge de phase d'au moins 60°. Proposer un réglage de K_p pour satisfaire au cahier des charges.

Question 6 La figure suivante donne la réponse à un échelon de position de 50 mm avec trois types de correcteurs. Vérifier qu'elle est conforme au cahier des charges. Justifier clairement vos réponses en donnant les valeurs numériques pour chaque critère.

	P	PI	PID
Temps de réponse < à 5 % < 0,2 s	Ok	Ok	Ok
Précision < 1 mm	Ok (?)	Ok	Ok
Dépassement < à 10 % < 0,2 s	Pas Ok	Pas Ok	Ok



Question 7 Analyser les résultats à l'aide du diagramme de Bode de la FTBO corrigé avec un PID optimisé.

La marge de phase est supérieure à 60°.

Exercice 201 – Palettisation – Stabilité ★

On montre que la fonction de transfert du réducteur est $R(p) = \dfrac{\alpha_r(p)}{\Omega_m(p)} = \dfrac{1}{Np}$, que $k_a = \dfrac{\pi}{180} k_r$ et que la FTBO est donnée par $T(p) = \dfrac{k_{BO}}{p\left(1+\tau_m p\right)}$ $\left(k_{BO} = \dfrac{k_c k_m k_r}{N}\right)$.

On souhaite une marge de phase de 45°.

Question 1 Déterminer la valeur de K_{BO} permettant de satisfaire cette condition. On souhaite une marge de phase de 45°. On cherche donc ω_φ tel que $\varphi\left(\omega_\varphi\right) = -180+45 = -135°$.

$\varphi(\omega) = -90 - \arg\left(1+\tau_m j\omega\right) = -90 - \arctan\left(\tau_m\omega\right)$.

On a donc $\varphi\left(\omega_\varphi\right) = -135 \Leftrightarrow -90 - \arctan\left(\tau_m\omega_\varphi\right) = -135 \Leftrightarrow -\arctan\left(\tau_m\omega_\varphi\right) = -45$ $\Leftrightarrow \arctan\left(\tau_m\omega_\varphi\right) = 45 \Rightarrow \tau_m\omega_\varphi = 1 \Rightarrow \omega_\varphi = \dfrac{1}{\tau_m} = \dfrac{1}{5\times10^{-3}} \Rightarrow \omega_\varphi = 200\,\text{rad}\,\text{s}^{-1}$.

Par suite, il faut que le gain soit nul en ω_φ.

On a donc $G_{\text{dB}}(\omega) = 20\log k_{BO} - 20\log\omega - 20\log\sqrt{1+\omega^2\tau_m^2}$. En $\omega_\varphi = \dfrac{1}{\tau_m}$: $G_{\text{dB}}(\omega_\varphi) = 0 \Leftrightarrow 20\log k_{BO} - 20\log\dfrac{1}{\tau_m} - 20\log\sqrt{1+\dfrac{1}{\tau_m^2}\tau_m^2} = 0 \Leftrightarrow \log k_{BO} + \log\tau_m - \log\sqrt{2} = 0$ $\Leftrightarrow \log\dfrac{k_{BO}\tau_m}{\sqrt{2}} = 0 \Leftrightarrow \dfrac{k_{BO}\tau_m}{\sqrt{2}} = 1 \Leftrightarrow k_{BO} = \dfrac{\sqrt{2}}{\tau_m}$.

(**A vérifier**) $k_{BO} = 282,8$.

Question 2 En déduire la valeur du gain K_c du correcteur. $k_{BO} = \dfrac{k_c k_m k_r}{N}$; donc $k_c = \dfrac{N k_{BO}}{k_m k_r} = \dfrac{200\times282,8}{4\times30} = 471$.

Question 3 Déterminer l'écart de position. Il y a une intégration dans la correcteur. La FTBO est de classe 1 est le système est précis en position.

Exercice 200 – Exercice d'application ★

02 PERF

Pas de corrigé pour cet exercice.

Question 1 Tracer le diagramme de Bode asymptotique de $H_{\text{BO}}(p)$ pour des pulsations comprises entre 0,5 rad s^{-1} et 50 rad s^{-1}.

Question 2 Tracer le diagramme de Bode du retard pour des pulsations comprises entre 0,5 rad s^{-1} et 50 rad s^{-1}.

Question 3 Déterminer le gain K_c qui donne une marge de phase de 50°.

Question 4 La constante T_c qui laisse subsister une marge de phase d'environ 45°.

Question 5 Quelle est l'erreur de traînage du système corrigé pour l'entrée en rampe considérée (en négligeant le retard).

Exercice 199 – Valeur finale★

Question 1 Déterminer la valeur finale de $s(t)$ lorsque l'entrée est un échelon d'amplitude E_0. On a $H(p) = \dfrac{\dfrac{K}{p\left(1+\tau_1 p\right)\left(1+\tau_2 p\right)}}{1+\dfrac{CK}{p\left(1+\tau_1 p\right)\left(1+\tau_2 p\right)}} = \dfrac{K}{p\left(1+\tau_1 p\right)\left(1+\tau_2 p\right)+CK}$. En conséquence, $S(p) = E(p)\dfrac{K}{p\left(1+\tau_1 p\right)\left(1+\tau_2 p\right)+CK}$.

$s_\infty = \lim\limits_{t\to+\infty} s(t) = \lim\limits_{p\to 0} pS(p) = \lim\limits_{p\to 0} pE(p)H(p)$. Dans le cas où $E(p)$ est un échelon, on a $E(p) = \dfrac{E_0}{p}$ et donc $s_\infty = \lim\limits_{p\to 0} p\dfrac{E_0}{p}\dfrac{K}{p\left(1+\tau_1 p\right)\left(1+\tau_2 p\right)+CK} = \dfrac{E_0}{C}$.

Question 2 Déterminer la valeur finale de $s(t)$ lorsque l'entrée est une rampe de pente k. On a maintenant $E(p) = \dfrac{k}{p^2}$. On a donc et donc $s_\infty = \lim\limits_{p\to 0} p\dfrac{k}{p^2}\dfrac{K}{p\left(1+\tau_1 p\right)\left(1+\tau_2 p\right)+CK}$ et $s_\infty = \infty$.

05 PERF

Pas de corrigé pour cet exercice.

Exercice 198 – Écart★

Question 1 Exprimer $\varepsilon(p)$ en fonction de $E(p)$ et $P(p)$.

Question 2 Évaluer la valeur finale de $\varepsilon(t)$ lorsque $E(p)$ est un échelon d'amplitude E_0 et $P(p)$ est un échelon d'amplitude P_0.

Question 3 Évaluer la valeur finale de $\varepsilon(t)$ lorsque $E(p)$ est un échelon d'amplitude E_0 et $P(p)$ est une rampe de pente P_0.

Question 4 Évaluer la valeur finale de $\varepsilon(t)$ lorsque $E(p)$ est une rampe de pente E_0 et $P(p)$ est un échelon d'amplitude P_0.

Question 5 Évaluer la valeur finale de $\varepsilon(t)$ lorsque $E(p)$ est une rampe de pente E_0 et $P(p)$est une rampe de pente P_0.

06 PERF

Exercice 197 – Banc hydraulique ★

Question 1 Déterminer, en fonction de K_p , ε_{con} définie comme l'erreur statique pour une entrée consigne P_{con} de type échelon, dans le cas où le débit de fuite est nul.

Le débit de fuite est nul ; donc $\Delta Q_e(p) = 0$.

Cas 1 : cours sur la précision connu – *Attention à avoir le même type d'entrée/sortie*

La FTBO est de classe nulle ($C(p)$ est un gain, $H_{\text{pom}}(p)$ et $H_{\text{pre}}(p)$ de classe 0). Le gain de la Boucle ouverte est $K_{\text{BO}} = K_p K_m K_{\text{pom}} K_{\text{cap}}$.

Si l'entrée est un échelon d'amplitude P_0, l'écart statique est donc donné par $\varepsilon_S = \dfrac{P_0}{1+K_{\text{BO}}} = \dfrac{P_0}{1+K_p K_m K_{\text{pom}} K_{\text{cap}}}$.

Cas 2 : cours sur la précision peu connu – À savoir faire, mais on perd un peu de temps... – ***Attention à avoir le même type d'entrée/sortie*** Si on connait quand même un petit peu son cours, on a $\varepsilon(p) = \dfrac{P_{\text{con}}(p)}{1 + K_P \dfrac{K_{\text{pom}}}{1+T_2 p}\dfrac{K_m}{1+T_1 p}K_{\text{cap}}}$.

On a alors, $\varepsilon_s = \lim\limits_{p\to 0} p \dfrac{\dfrac{P_0}{p}}{1 + K_P \dfrac{K_{\text{pom}}}{1+T_2 p}\dfrac{K_m}{1+T_1 p}K_{\text{cap}}} = \dfrac{P_0}{1+K_P K_{\text{pom}} K_m K_{\text{cap}}}$

Cas 3 : cours sur la précision pas connu – À savoir faire, mais on perd beaucoup peu de temps...

En utilisant la formule de Black, on a $P_e(p) = P_{\text{con}}(p) K_{\text{cap}} \dfrac{K_P \dfrac{K_{\text{pom}}}{1+T_2 p}\dfrac{K_m}{1+T_1 p}}{1 + K_P \dfrac{K_{\text{pom}}}{1+T_2 p}\dfrac{K_m}{1+T_1 p}K_{\text{cap}}}$

$= P_{\text{con}}(p) K_{\text{cap}}(p) \dfrac{K_P K_{\text{pom}} K_m}{(1+T_2 p)(1+T_1 p) + K_P K_{\text{pom}} K_m K_{\text{cap}}}$

En passant à la valeur finale avec une entrée échelon, on a $\lim\limits_{t\to +\infty} P_e(t) = P_0 K_{\text{cap}} \dfrac{K_P K_{\text{pom}} K_m}{1+K_P K_{\text{pom}} K_m K_{\text{cap}}}$

L'écart statique est donc donné par $\varepsilon_S = P_0 - P_0 \dfrac{K_P K_{\text{pom}} K_m K_{\text{cap}}}{1+K_P K_{\text{pom}} K_m K_{\text{cap}}} = P_0 \dfrac{1+K_P K_{\text{pom}} K_m K_{\text{cap}} - K_P K_{\text{pom}} K_m K_{\text{cap}}}{1+K_P K_{\text{pom}} K_m K_{\text{cap}}}$

$= \dfrac{P_0}{1+K_P K_{\text{pom}} K_m K_{\text{cap}}}$

Question 2 Proposer un réglage de K_p pour limiter ε_{con} à la valeur spécifiée dans le cahier des charges. On souhaite que l'écart statique soit inférieure à 5% soit 0,05 pour une entrée unitaire.

On cherche donc K_P tel que $\dfrac{1}{1+K_P K_{\text{pom}} K_m K_{\text{cap}}} < 0,05 \Leftrightarrow 1 < 0,05\left(1+K_P K_{\text{pom}} K_m K_{\text{cap}}\right)$

$\Leftrightarrow \dfrac{1-0,05}{0,05 K_{\text{pom}} K_m K_{\text{cap}}} < K_P$

Soit $K_P > \dfrac{1-0,05}{0,05 \times 1,234\times 10^7 \times 3,24 \times 2,5\times 10^{-8}} \Rightarrow K_P > 19.$

Question 3 Dans le cas où la consigne de pression est nulle, déterminer en fonction de K_p la fonction de transfert en régulation définie par : $H_{\text{pert}}(p) = \dfrac{P_e(p)}{\Delta Q_e(p)}$. En déduire, en fonction de K_p, $\varepsilon_{\text{pert}}$ définie comme l'erreur statique pour une perturbation ΔQ_e de type échelon, dans le cas où la consigne de pression est nulle. Dans ce cas il n'y a pas d'intégrateur avant la perturbation échelon. Il faut savoir faire le calcul.

On peut utiliser la « lecture directe » : $P_e(p) = P_r(p) H_{\text{pre}} - \Delta Q_e(p) H_{\text{fui}}(p)$

$= H_{\text{pre}}(p) H_{\text{pom}}(p) C(p) \varepsilon(p) - \Delta Q_e(p) H_{\text{fui}}(p)$

$= -H_{\text{pre}}(p) H_{\text{pom}}(p) C(p) K_{\text{cap}} P_e(p) - \Delta Q_e(p) H_{\text{fui}}(p)$.

$\Leftrightarrow P_e(p)\left(1 + H_{\text{pre}}(p) H_{\text{pom}}(p) C(p) K_{\text{cap}}\right) = -\Delta Q_e(p) H_{\text{fui}}(p)$

$\Leftrightarrow \dfrac{P_e(p)}{\Delta Q_e(p)} = -\dfrac{H_{\text{fui}}(p)}{1 + H_{\text{pre}}(p) H_{\text{pom}}(p) C(p) K_{\text{cap}}}$

Calculons $\varepsilon_{\text{pert}}(p) = -\dfrac{H_{\text{fui}}(p)}{1+H_{\text{pre}}(p)H_{\text{pom}}(p)C(p)K_{\text{cap}}}\Delta Q_e(p)K_{\text{cap}}$.

On a alors $\varepsilon_{\text{pert}} = \lim\limits_{t\to+\infty} \varepsilon(t) = \lim\limits_{p\to 0} p\,\varepsilon(p) = \lim\limits_{p\to 0} -p\times\dfrac{H_{\text{fui}}(p)}{1+H_{\text{pre}}(p)H_{\text{pom}}(p)C(p)K_{\text{cap}}}\dfrac{\Delta Q_0}{p}K_{\text{cap}}$
$= -\dfrac{K_f\Delta Q_0 K_{\text{cap}}}{1+K_m K_{\text{pom}}K_P K_{\text{cap}}}$

Question 4 Proposer un réglage de K_p pour limiter $\varepsilon_{\text{pert}}$ à la valeur spécifiée au cahier des charges. Pour $\Delta Q_e = 5\times 10^{-4}\,\text{m}^3\,\text{s}^{-1}$, il faut $\varepsilon_{\text{pert}} < 40\times 10^5$ (Pa) soit

$\dfrac{K_f\Delta Q_0 K_{\text{cap}}}{1+K_m K_{\text{pom}}K_P K_{\text{cap}}} < 40\times 10^5 \Rightarrow K_f\Delta Q_0 K_{\text{cap}} < 40\times 10^5\left(1+K_m K_{\text{pom}}K_P K_{\text{cap}}\right) \Rightarrow$
$\dfrac{K_f\Delta Q_0 K_{\text{cap}} - 40\times 10^5}{40\times 10^5 K_m K_{\text{pom}} K_{\text{cap}}} < K_P \Rightarrow K_P > -1$

Question 5 Proposer un réglage de K_p pour vérifier le critère d'amortissement. Conclure quant au choix d'un correcteur proportionnel. Je vous laisse faire le calcul... Il faut savoir le faire le plus vite possible. Il faut d'abord calculer la FTBF, la mettre sous forme canonique, déterminer $\xi_{\text{BF}} = \dfrac{T_1+T_2}{2\sqrt{T_1T\left(1+K_PK_MK_{\text{Pom}}K_{\text{Cap}}\right)}}$ puis determiner K_P tel que $\xi_{\text{BF}} = 1$.

Exercice 196 – Exercice ★

06 PERF

Pas de corrigé pour cet exercice.

Question 1 En considérant le retard nul, déterminer l'écart statique.

Question 2 En considérant le retard nul, déterminer l'écart statique, déterminer l'expression de la boucle ouverte $H_{\text{BO}}(p)$.

Question 3 Déterminer l'expression de $G_r(p)$, transmittance en boucle fermée du système avec retard de 0,2 s. Le système est soumise à une rampe de $0{,}1\,\text{rad}\,\text{s}^{-1}$.

Question 4 Donner la valeur de l'erreur de traînage correspondant à cette entrée, en négligeant le retard.

Question 5 Donner la valeur de l'écart statique du système avec retard.

Question 6 Donner la valeur de l'erreur de traînage du système avec retard.

Exercice 195 – Exercice ★

06 PERF

Pas de corrigé pour cet exercice.

Question 1 Déterminer les expressions littérales de l'erreur statique E_S (consigne : échelon d'amplitude V_0) et de l'erreur de trainage E_T (consigne : rampe de pente γ_0) de cet asservissement corrigé avec $C_1(p)$ en fonction de la consigne, du gain K_N et des paramètres du correcteur et C et T_m.

Question 2 En déduire la condition (notée C_ε) sur le gain C du correcteur permettant de satisfaire l'exigence 1.2.3 du cahier des charges.

On choisit finalement un correcteur PID : $C_2(p) = C\left(1+\dfrac{1}{T_ip}+T_dp\right)$ avec $T_i = 2T_e$ et $T_d = \dfrac{T_e}{2}$.

Question 3 Montrer qu'on peut mettre ce correcteur sous la forme $C_2(p) = \dfrac{K}{p}(1+Tp)^2$ et donner les expressions de K et de T en fonction de C et T_e.

Question 4 Donner l'expression de la fonction de transfert en boucle ouverte du système corrigé.

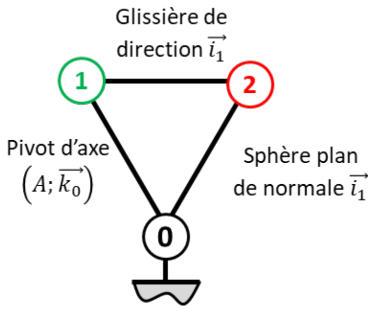
Question 5 Déterminer les expressions littérales de l'erreur statique E_S (consigne : échelon d'amplitude V_0) et de l'erreur de traînage E_T (consigne : rampe de pente γ_0) de cet asservissement corrigé.

Question 6 En déduire la condition sur la valeur du gain K du correcteur permettant de satisfaire l'exigence 1.2.3 du cahier des charges.

Exercice 194 – Pompe à piston radial ★

03 GEO

Question 1 Tracer le graphe des liaisons.



Question 2 Exprimer $\lambda(t)$ en fonction de $\theta(t)$.

On a $\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BO}=\overrightarrow{0}$ soit $-e\overrightarrow{i_0}+\lambda\overrightarrow{i_1}-R\overrightarrow{u}=\overrightarrow{0} \Leftrightarrow -e\overrightarrow{i_0}+\lambda(t)\cos\theta(t)\overrightarrow{i_0}+\lambda(t)\sin\theta(t)\overrightarrow{j_0}-R\cos\varphi(t)\overrightarrow{i_0}-R\sin\varphi(t)\overrightarrow{j_0}=\overrightarrow{0}$.

En projetant les expressions sur $\overrightarrow{i_0}$ et $\overrightarrow{j_0}$, on a : $\begin{cases} -e+\lambda(t)\cos\theta(t)-R\cos\varphi(t)=0 \\ \lambda(t)\sin\theta(t)-R\sin\varphi(t)=0 \end{cases}$

On cherche à supprimer $\varphi(t)$; donc

$$\begin{cases} -e+\lambda(t)\cos\theta(t)=R\cos\varphi(t) \\ \lambda(t)\sin\theta(t)=R\sin\varphi(t) \end{cases}.$$

En élevant au carré les expressions et en sommant, on obtient $R^2=(-e+\lambda(t)\cos\theta(t))^2+\lambda(t)^2\sin^2\theta(t) \Rightarrow R^2=(-e+\lambda(t)\cos\theta(t))^2+\lambda(t)^2\sin^2\theta(t)$

$\Rightarrow R^2=e^2-2e\lambda(t)\cos\theta(t)+\lambda(t)^2$.

Résolution de l'équation : $\lambda(t)^2-2e\lambda(t)\cos\theta(t)+e^2-R^2=0$.

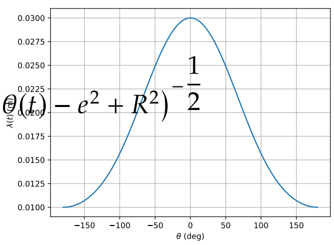
On a $\Delta=(-2e\cos\theta(t))^2-4\left(e^2-R^2\right)=4e^2\cos^2\theta(t)-4e^2+4R^2$.

On a donc

$$\lambda(t)=\frac{2e\cos\theta(t)\pm\sqrt{4e^2\cos^2\theta(t)-4e^2+4R^2}}{2}$$

$$=e\cos\theta(t)\pm\sqrt{e^2\cos^2\theta(t)-e^2+R^2}$$

Question 3 En utilisant Python, tracer $\lambda(t)$ en fonction de $\theta(t)$. On garde la solution positive et obtient la courbe suivante.

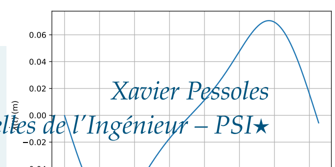


Question 4 Exprimer $\dot{\lambda}(t)$ en fonction de $\dot{\theta}(t)$.

En dérivant l'expression précédente, on a $\dot{\lambda}_+(t)=-e\dot{\theta}(t)\sin\theta(t)+\dfrac{1}{2}\left(e^2\cos^2\theta(t)\right)'\left(e^2\cos^2\theta(t)-e^2+R^2\right)^{-\frac{1}{2}}$

$$=-e\dot{\theta}(t)\sin\theta(t)-\frac{e^2\dot{\theta}(t)\cos\theta(t)\sin\theta(t)}{\sqrt{e^2\cos^2\theta(t)-e^2+R^2}}.$$

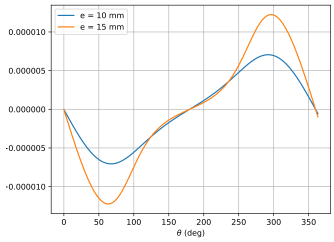
À revoir



Question 5 Exprimer le débit instantané de la pompe.

Le débit instantané de la pompe est donné par $q(t) = S\dot{\lambda}(t)$.

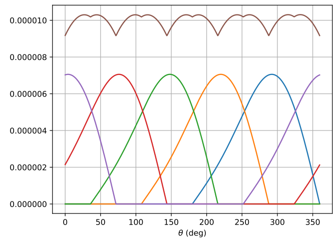
Question 6 En utilisant Python, tracer le débit instantané de la pompe pour un tour de pompe pour $e = 10\,\text{mm}$ et $e = 15\,\text{mm}$.



Question 7 En utilisant Python, tracer le débit instantané de la pompe pour un tour de pompe pour $e = 10\,\text{mm}$ pour une pompe à 5 pistons (5 branches **1+2**).

```python
def plot_debit5p():
    plt.cla()
    w = 2*m.pi # rad/s (1tr/s)
    les_t = np.linspace(0,6,6000)
    les_theta = w*les_t

    # Calcul de la vitesse instantanée des pistons.
    les_lambda = calc_lambda(les_theta)
    les_lambdap = calc_lambdap_bis(les_t,les_lambda)
    les_lambdap = np.array(les_lambdap)

    S= 1e-4 # Surface en m2

    # 5 courbes de débit décalées d'un cinquième de tour
    les_q1 = S*les_lambdap
    les_q2 = S*les_lambdap[200:]
    les_q3 = S*les_lambdap[400:]
    les_q4 = S*les_lambdap[600:]
    les_q5 = S*les_lambdap[800:]

    # On conserve que les valeurs que sur un tour
    les_q1 = les_q1[:1000]
    les_q2 = les_q2[:1000]
    les_q3 = les_q3[:1000]
    les_q4 = les_q4[:1000]
    les_q5 = les_q5[:1000]
    plt.grid()

    les_t = les_t[:1000]
    les_theta = les_theta[:1000]

    plt.xlabel("$\\theta$ (deg)")
    plt.ylabel("Débit instantané $m^3s^{-1}$")

    # On conserve que les valeurs positives (débit)
    for i in range(len(les_q1)):
        if les_q1[i]<0:
            les_q1[i]=0
        if les_q2[i]<0:
            les_q2[i]=0
        if les_q3[i]<0:
            les_q3[i]=0
        if les_q4[i]<0:
            les_q4[i]=0
        if les_q5[i]<0:
            les_q5[i]=0

    plt.plot(np.degrees(les_theta),les_q1)
    plt.plot(np.degrees(les_theta),les_q2)
```

```python
    plt.plot(np.degrees(les_theta),les_q3)
    plt.plot(np.degrees(les_theta),les_q4)
    plt.plot(np.degrees(les_theta),les_q5)

    # Le débit instantané est la sommme des contributions
    plt.plot(np.degrees(les_theta),les_q1+les_q2+les_q3+les_q4+les_q5)
    #plt.show()
    #plt.savefig("10_05_c.pdf")
```



Exercice 193 – Mouvement T – ★

Question 1 Réaliser le paramétrage du mécanisme.

Exercice 192 – Calcul de moment★

01 CIN

Pas de corrigé pour cet exercice.

02 STAT

Question 1 Déterminer $\overrightarrow{\mathcal{M}(B,F)}$.
On a $\overrightarrow{\mathcal{M}(B,F\longrightarrow \text{Bride})} = \overrightarrow{0}$

Question 2 Déterminer $\overrightarrow{\mathcal{M}(A,F)}$.
$\overrightarrow{\mathcal{M}(A,F\longrightarrow \text{Bride})} = \overrightarrow{\mathcal{M}(B,F\longrightarrow \text{Bride})} + \overrightarrow{AB}\wedge\overrightarrow{F} = \left(160\overrightarrow{x}+100\overrightarrow{y}\right)\wedge\left(F_x\overrightarrow{x}+F_y\overrightarrow{y}\right)$

$= \left(\left(160\overrightarrow{x}+100\overrightarrow{y}\right)\wedge F_x\overrightarrow{x} + \left(160\overrightarrow{x}+100\overrightarrow{y}\right)\wedge F_y\overrightarrow{y}\right)$

$= \left(-100F_x+160F_y\right)\overrightarrow{z} = \left(-100\times 1000\cos 60 + 160\times 1000\sin 60\right)\overrightarrow{z} = \left(-50000+138564\right)\overrightarrow{z} = 88564\overrightarrow{z}$.

Exercice 191 – Train simple ★

03 CIN

Question 1 Tracer le graphe des liaisons.

Question 2 Déterminer $\dfrac{\omega_{3/0}}{\omega_{1/0}}$ en fonction du nombre de dents des roues dentées.
On a $\dfrac{\omega_{3/0}}{\omega_{1/0}} = -\dfrac{Z_1}{Z_3}$.

Question 3 Donner une relation géométrique entre Z_1, Z_2 et Z_3 permettant de garantir le fonctionnement du train d'engrenages.
On a $Z_3 = 2Z_2 + Z_1$.

Exercice 190 – La Seine Musicale★

03 SLCI

Question 1 En considérant que la perturbation $C_{\text{pert}}(p)$ est nulle, déterminer $H_f(p) = \dfrac{\Omega_m(p)}{\Omega_c(p)}$ sous forme canonique. Réduction de la boucle du moteur à courant continu :

$$\frac{\Omega_m(p)}{U_m(p)} = \frac{\dfrac{k_c}{R+Lp}\dfrac{1}{J_{eq}p}}{1+\dfrac{k_c}{R+Lp}\dfrac{k_e}{J_{eq}p}} = \frac{k_c}{(R+Lp)\,J_{eq}p + k_e k_c}.$$

On a alors,

$$\frac{X_{ch}(p)}{\Omega_c(p)}=K_a\frac{CK_h\dfrac{k_c}{(R+Lp)\,J_{eq}p+k_ek_c}}{1+CK_hK_{\text{capt}}\dfrac{k_c}{(R+Lp)\,J_{eq}p+k_ek_c}}$$

$$=K_a\frac{CK_hk_c}{(R+Lp)\,J_{eq}p+k_ek_c+CK_hK_{\text{capt}}k_c}$$

$$=\frac{K_a}{(k_ek_c+CK_hK_{\text{capt}}k_c)}\frac{CK_hk_c}{\dfrac{J_{eq}\,(R+Lp)}{k_ek_c+CK_hK_{\text{capt}}k_c}p+1}.$$

Question 2 En prenant $\Omega_c(p)=0$, exprimer la fonction de transfert $H_r(p)=\dfrac{\Omega_m(p)}{C_{\text{pert}}(p)}$ en la mettant sous la forme : $H_r(p)=-\dfrac{\alpha\,(1+\tau p)}{1+\gamma p+\delta p^2}$. Exprimer α, τ, γ et δ en fonction des différents paramètres de l'étude.

Par lecture directe du schéma-blocs, on a $\Omega_m(p)=\dfrac{1}{J_{eq}p}\left(C_{\text{pert}}(p)+C_m(p)\right)$.

De plus, $C_m(p)=\left(U_m(p)-k_e\Omega_m(p)\right)\dfrac{k_c}{R+Lp}$ et $U_m(p)=\varepsilon(p)CK_h=-\Omega_m(p)CK_hK_{\text{capt}}$.

On a donc,

$$\Omega_m(p)=\frac{1}{J_{eq}p}C_{\text{pert}}(p)+\frac{1}{J_{eq}p}\left(-\Omega_m(p)CK_hK_{\text{capt}}-k_e\Omega_m(p)\right)\frac{k_c}{R+Lp}.$$

$$\Leftrightarrow \Omega_m(p)=\frac{1}{J_{eq}p}C_{\text{pert}}(p)+\frac{1}{J_{eq}p}\Omega_m(p)\left(-CK_hK_{\text{capt}}-k_e\right)\frac{k_c}{R+Lp}$$

$$\Leftrightarrow \Omega_m(p)\left(1+\frac{1}{J_{eq}p}\left(CK_hK_{\text{capt}}+k_e\right)\frac{k_c}{R+Lp}\right)=\frac{1}{J_{eq}p}C_{\text{pert}}(p)$$

$$\Leftrightarrow \frac{\Omega_m(p)}{C_{\text{pert}}(p)}=\frac{\dfrac{1}{J_{eq}p}}{\left(1+\dfrac{1}{J_{eq}p}\left(CK_hK_{\text{capt}}+k_e\right)\dfrac{k_c}{R+Lp}\right)}$$

$$\Leftrightarrow \frac{\Omega_m(p)}{C_{\text{pert}}(p)}=\frac{R+Lp}{J_{eq}p\,(R+Lp)+\left(CK_hK_{\text{capt}}+k_e\right)k_c}$$

$$\Leftrightarrow \frac{\Omega_m(p)}{C_{\text{pert}}(p)}=\frac{R}{\left(CK_hK_{\text{capt}}+k_e\right)k_c}\frac{1+\dfrac{L}{R}p}{\dfrac{J_{eq}}{\left(CK_hK_{\text{capt}}+k_e\right)k_c}p\,(R+Lp)+1}.$$

Par identification, on a alors : $\alpha=-\dfrac{R}{\left(CK_hK_{\text{capt}}+k_e\right)k_c}$,

$$\tau=\frac{L}{R}$$

$$\gamma=\frac{RJ_{eq}}{\left(CK_hK_{\text{capt}}+k_e\right)k_c}$$

$$\delta=\frac{LJ_{eq}}{\left(CK_hK_{\text{capt}}+k_e\right)k_c}.$$

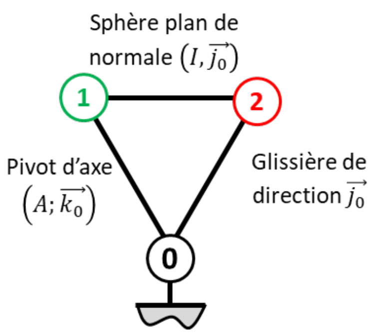
Question 3 Exprimer $X_{\text{ch}}(p)$ en fonction de $\Omega_m(p)$ et $C_{\text{pert}}(p)$.
D'une part, $\Omega_m(p) = H_f(p)\Omega_c(p)$ quand il n'y a pas de perturbation. D'autre part, $\Omega_m(p) = H_r(p)C_{\text{pert}}(p)$ quand il n'y a pas de perturbation.

Par superposition, on a donc $\Omega_m(p) = H_f(p)\Omega_c(p) + H_r(p)C_{\text{pert}}(p)$.

Par suite, $X_{ch}(p) = \left(H_f(p)\Omega_c(p) + H_r(p)C_{\text{pert}}(p)\right)\dfrac{DK_{\text{red}}}{2p}$.

Exercice 189 – Pompe à piston axial ⋆

03 GEO



Question 1 Tracer le graphe des liaisons.

Question 2 Exprimer $\lambda(t)$ en fonction de $\theta(t)$.

En écrivant la fermeture géométrique, on a $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BI} + \overrightarrow{IC} + \overrightarrow{CA} = \overrightarrow{0}$.

On a donc, $e\,\overrightarrow{i_1} + R\,\overrightarrow{j_0} + \mu\,\overrightarrow{i_0} - \lambda(t)\,\overrightarrow{j_0} = \overrightarrow{0}$. En projetant l'expression sur $\overrightarrow{j_0}$ (dans ce cas, l'expression suivant $\overrightarrow{i_0}$ n'est pas utile) : $e\sin\theta + R - \lambda(t) = 0$.

On a donc, $\lambda(t) = e\sin\theta + R$.

Question 3 Exprimer $\dot{\lambda}(t)$ en fonction de $\dot{\theta}(t)$.

En dérivant l'expression précédente, on a $\dot{\lambda}(t) = e\dot{\theta}(t)\cos\theta(t)$.

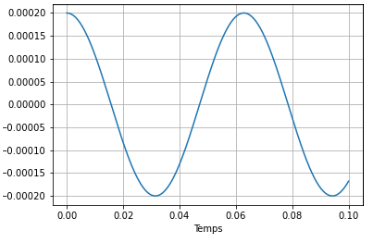
Question 4 On note S la section du piston **2**. Exprimer le débit instantané de la pompe.

En notant $q(t)$ le débit instantané, $q(t) = eS\dot{\theta}(t)\cos\theta(t)$.

Question 5 En utilisant Python, tracer le débit instantané de la pompe pour un tour de pompe pour $e = 10\,\text{mm}$ et $R = 10\,\text{mm}$ ainsi que pour $e = 20\,\text{mm}$ et $R = 5\,\text{mm}$. La fréquence de rotation est $\dot{\theta}(t) = 100\,\text{rad}\,\text{s}^{-1}$, la section du piston est donnée par $S = 1\,\text{cm}^2$.

```python
#!/usr/bin/env python
# -*- coding: utf-8 -*-

"""11_PompePistonAxial.py"""

__author__ = "Xavier Pessoles"
__email__ = "xpessoles.ptsi@free.fr"

import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt
import math as m
from scipy.optimize import newton
from scipy.optimize import fsolve

R = 0.02 # m
e = 0.01 # m

def calc_lambda(theta):
    res= e*np.sin(theta)+R

    return res

def calc_lambdap(theta,w):

```

```python
    res = e*w*np.cos(theta)
    return res

def plot_debit():
    plt.cla()
    w = 100 # rad/s
    les_t = np.linspace(0,0.1,1000)
    les_theta = w*les_t
    global e
    S = 1e-4
    e = 20e-3
    les_q = e*S*w*np.cos(les_theta)
    plt.plot(les_t,les_q)
    plt.xlabel("Temps (s)")
    plt.ylabel("Débit (${m}^3s^{-1}$)")
    plt.grid()
    plt.savefig("11_02_c.png")
    plt.show()

plot_debit()
```



Exercice 188 – Mouvement RT ★

C2-05

Question 1 Réaliser le paramétrage du mécanisme.

01 CIN

Pas de corrigé pour cet exercice.

Exercice 187 – Pompe à palettes ★

Question 1 Réaliser le paramétrage du mécanisme.

01 CIN

Pas de corrigé pour cet exercice.

Exercice 186 – Pompe à piston axial ⋆

01 CIN

Pas de corrigé pour cet exercice.

Question 1 Réaliser le paramétrage du mécanisme.

Exercice 185 – Tabouret ⋆⋆

01 CIN

Pas de corrigé pour cet exercice.

Question 1 Proposer un schéma cinématique permettant de modéliser la liaison entre l'assise et le sol.

Exercice 184 – Tabouret ⋆⋆

01 CIN

Pas de corrigé pour cet exercice.

Question 1 Proposer 3 schémas cinématiques permettant de modéliser les contacts entre le sol et le tabouret.

Exercice 183 – Mouvement T – ⋆

01 CIN

Pas de corrigé pour cet exercice.

Question 1 Réaliser le paramétrage du mécanisme.

Exercice 182 – Mouvement T – ⋆

01 CIN

Pas de corrigé pour cet exercice.

Question 1 Réaliser le paramétrage du mécanisme.

Exercice 181 – Mouvement RT ⋆

01 CIN

Pas de corrigé pour cet exercice.

C2-05

Question 1 Réaliser le paramétrage du mécanisme.

Exercice 180 – Mouvement RT ⋆

Pas de corrigé pour cet exercice.

B2-13

Question 1 Réaliser le paramétrage du mécanisme.

Exercice 179 – Pompe à piston axial ⋆

01 CIN

Pas de corrigé pour cet exercice.

Question 1 Réaliser le paramétrage du mécanisme.

Exercice 178 – Mouvement T – ★

02 CIN

Question 1 Quel est le mouvement de **1** par rapport à **0**.
1 est en translation de direction $\overrightarrow{i_0}$ par rapport à **0**.

Question 2 Donner l'équation paramétrique de la trajectoire du point B, point appartenant à **1** par rapport à **0**.

On a $\overrightarrow{AB} = \lambda(t)\overrightarrow{i_0}$. La trajectoire du point B est donc donnée par $\left\{\begin{array}{l} x_B(t) = \lambda(t) \\ y_B(t) = 0 \\ z_B(t) = 0 \end{array}\right.$ dans le repère $\left(A; \overrightarrow{i_0}, \overrightarrow{j_0}, \overrightarrow{z_0}\right)$.

Exercice 177 – Mouvement T – ★

02 CIN

Question 1 Donner le torseur cinématique $\{\mathcal{V}(1/0)\}$ au point B.

$$\{\mathcal{V}(1/0)\} = \left\{\begin{array}{c} \overrightarrow{0} \\ \dot{\lambda}(t)\overrightarrow{i_0} \end{array}\right\}_{\forall P}.$$

$$\overrightarrow{V(B,1/0)} = \dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left[\overrightarrow{AB}\right]_{\mathcal{R}_0} = \dot{\lambda}(t)\overrightarrow{i_0}.$$

Question 2 Déterminer $\overrightarrow{\Gamma(B,1/0)}$.

$$\overrightarrow{\Gamma(B,1/0)} = \dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left[\overrightarrow{V(B,1/0)}\right]_{\mathcal{R}_0} = \ddot{\lambda}(t)\overrightarrow{i_0}.$$

Exercice 176 – Mouvement RT ★

02 CIN

Pas de corrigé pour cet exercice.

Question 1 Donner l'ensemble des positions accessibles par le point B. En considérant que $\lambda(t)$ peut varier de 0 à R et $\theta(t)$ peut varier de 0 à 2π, toutes les positions du disque de centre A et de rayon R sont accessibles.

Question 2 Donner l'équation horaire (trajectoire en fonction du temps) du point B dans le mouvement de **2** par rapport à **0**. $\overrightarrow{AB} = \lambda(t)\overrightarrow{i_1} = \lambda(t)\cos\theta\,\overrightarrow{i_0} + \lambda(t)\sin\theta\,\overrightarrow{j_0}$.

On souhaite que le point B réalise un segment entre les points $[-25, 25]$ et $[25, 25]$.

Question 3 Donner les expressions de $\theta(t)$ et $\lambda(t)$ permettant la réalisation de cette trajectoire à la vitesse $v = 0{,}01\,\mathrm{m\,s^{-1}}$. On pose $\overrightarrow{AB} = x(t)\overrightarrow{i_0} + y(t)\overrightarrow{j_0}$. On a donc $\left\{\begin{array}{l} x(t) = \lambda(t)\cos\theta(t) \\ y(t) = \lambda(t)\sin\theta(t) \end{array}\right.$ On note $\ell = 25$.

Si le segment est parcouru à vitesse constante, on a une durée de parcours de $T = 2\ell/v$. Par conséquent la trajectoire souhaitée est donnée par $\forall t \in [0, T]$. $\left\{\begin{array}{l} x(t) = -\ell + vt \\ y(t) = \ell \end{array}\right.$

Par suite, $\left\{\begin{array}{l} -\ell + vt = \lambda(t)\cos\theta(t) \\ \ell = \lambda(t)\sin\theta(t) \end{array}\right. \Rightarrow \left\{\begin{array}{l} (-\ell + vt)^2 + \ell^2 = \lambda(t)^2 \\ \dfrac{\ell}{vt + \ell} = \tan\theta(t) \end{array}\right. \Rightarrow \left\{\begin{array}{l} \lambda(t) = \sqrt{(-\ell + vt)^2 + \ell^2} \\ \theta(t) = \arctan\left(\dfrac{\ell}{vt + \ell}\right) \end{array}\right.$

Question 4 En utilisant Python, tracer $\theta(t)$, $\lambda(t)$ et la trajectoire générée.

B2-13

Exercice 175 – Mouvement RT ⋆

Question 1 Déterminer $\overrightarrow{V(B,2/0)}$ par dérivation vectorielle.
$\overrightarrow{V(B,2/0)} = \dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left[\overrightarrow{AB}\right]_{\mathcal{R}_0} = \dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left[\lambda(t)\overrightarrow{i_1}\right]_{\mathcal{R}_0} = \dot{\lambda}(t)\overrightarrow{i_1} + \lambda(t)\dot{\theta}(t)\overrightarrow{j_1}$.

Question 2 Déterminer $\overrightarrow{V(B,2/0)}$ par composition.
$\overrightarrow{V(B,2/0)} = \overrightarrow{V(B,2/1)} + \overrightarrow{V(B,1/0)}$.

$\forall P, \overrightarrow{V(P,2/1)} = \dot{\lambda}(t)\overrightarrow{i_1}$.

Par ailleurs $\overrightarrow{V(B,1/0)} = \overrightarrow{V(A,1/0)} + \overrightarrow{BA} \wedge \overrightarrow{\Omega(1/0)} = -\lambda(t)\overrightarrow{i_1} \wedge \dot{\theta}(t)\overrightarrow{k_0} = \lambda(t)\dot{\theta}(t)\overrightarrow{j_1}$.

Au final, $\overrightarrow{V(B,2/0)} = \dot{\lambda}(t)\overrightarrow{i_1} + \lambda(t)\dot{\theta}(t)\overrightarrow{j_1}$.

Question 3 Donner le torseur cinématique $\{\mathcal{V}(2/0)\}$ au point B.

$$\{\mathcal{V}(2/0)\} = \left\{\begin{array}{c} \dot{\theta}(t)\overrightarrow{k_0} \\ \dot{\lambda}(t)\overrightarrow{i_1} + \lambda(t)\dot{\theta}(t)\overrightarrow{j_1} \end{array}\right\}_B.$$

Question 4 Déterminer $\overrightarrow{\Gamma(B,2/0)}$.
$\overrightarrow{\Gamma(B,2/0)} = \dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left[\overrightarrow{V(B,2/0)}\right]_{\mathcal{R}_0} = \ddot{\lambda}(t)\overrightarrow{i_1} + \dot{\lambda}(t)\dot{\theta}\overrightarrow{j_1} + \dot{\lambda}(t)\dot{\theta}\overrightarrow{j_1} - \lambda(t)\dot{\theta}(t)^2\overrightarrow{i_1} = \left(\ddot{\lambda}(t) - \lambda(t)\dot{\theta}(t)^2\right)\overrightarrow{i_1} + \left(\dot{\lambda}(t)\dot{\theta}(t) + \dot{\lambda}(t)\dot{\theta}(t)\right)\overrightarrow{j_1}$.

Exercice 174 – Pompe à palettes ⋆

02 CIN

Question 1 Donner le torseur cinématique $\{\mathcal{V}(2/0)\}$ au point B.

En utilisant la décomposition du vecteur cinématique, on a : $\overrightarrow{V(B,2/0)} = \overrightarrow{V(B,2/1)} + \overrightarrow{V(B,1/0)}$.

- $\overrightarrow{V(B,2/1)} = \dot{\lambda}(t)\overrightarrow{i_1}$.
- $\overrightarrow{V(B,1/0)} = \overrightarrow{V(A,1/0)} + \overrightarrow{BA} \wedge \overrightarrow{\Omega(1/0)} = -\lambda(t)\overrightarrow{i_1} \wedge \dot{\theta}(t)\overrightarrow{k_0} = \lambda(t)\dot{\theta}(t)\overrightarrow{j_1}$.

$$\{\mathcal{V}(2/0)\} = \left\{\begin{array}{c} \dot{\theta}(t)\overrightarrow{k_0} \\ \dot{\lambda}(t)\overrightarrow{i_1} + \lambda(t)\dot{\theta}(t)\overrightarrow{j_1} \end{array}\right\}_B.$$

Question 2 Déterminer $\overrightarrow{\Gamma(B,2/0)}$.

$\overrightarrow{\Gamma(B,2/0)} = \dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left[\overrightarrow{V(B,2/0)}\right]_{\mathcal{R}_0} = \ddot{\lambda}(t)\overrightarrow{i_1} + \dot{\lambda}(t)\dot{\theta}(t)\overrightarrow{j_1} + \dot{\lambda}(t)\dot{\theta}(t)\overrightarrow{j_1} + \lambda(t)\ddot{\theta}(t)\overrightarrow{j_1} - \lambda(t)\dot{\theta}^2(t)\overrightarrow{i_1}$.

Exercice 173 – Pompe à piston axial ⋆

02 CIN

Il est possible de mettre la loi entrée-sortie sous la forme $\lambda(t) = e\sin\theta + R$ ou encore $\dot{\lambda}(t) = e\dot{\theta}(t)\cos\theta(t)$ (voir exercice **??**).

Question 1 Donner le torseur cinématique $\{\mathcal{V}(2/0)\}$ au point C. $\{\mathcal{V}(2/0)\} = \left\{\begin{array}{c} \overrightarrow{0} \\ \dot{\lambda}(t)\overrightarrow{j_0} \end{array}\right\}_C$.

Question 2 Déterminer $\overrightarrow{\Gamma(C,2/0)}$. $\overrightarrow{\Gamma(C,2/0)} = \ddot{\lambda}(t)\overrightarrow{j_0}$.

Exercice 172 – Train simple ★

03 CIN

Question 1 Tracer le graphe des liaisons.

Question 2 Déterminer $\dfrac{\omega_{4/0}}{\omega_{1/0}}$ en fonction du nombre de dents des roues dentées.

On a $\dfrac{\omega_{4/0}}{\omega_{1/0}} = -\dfrac{Z_1 Z_{22}}{Z_4 Z_{21}}$.

Question 3 Donner une relation géométrique entre Z_1, Z_{21}, Z_{22} et Z_4 permettant de garantir le fonctionnement du train d'engrenages (on fera l'hypothèse que toutes les roues dentées ont le même module).
On a $Z_1 + Z_{21} + Z_{22} = Z_4$.

Exercice 171 – Train simple ★

03 CIN

Question 1 Tracer le graphe des liaisons.

Question 2 Déterminer $\dfrac{\omega_{4/0}}{\omega_{1/0}}$ en fonction du nombre de dents des roues dentées.

On a $\dfrac{\omega_{4/0}}{\omega_{1/0}} = \dfrac{Z_1 Z_{22}}{Z_4 Z_{21}}$.

Exercice 170 – Train simple ⋆

03 CIN

Question 1 Tracer le graphe des liaisons.

Question 2 Déterminer $\dfrac{\omega_{4/0}}{\omega_{1/0}}$ en fonction du nombre de dents des roues dentées.

On a $\dfrac{\omega_{4/0}}{\omega_{1/0}} = \dfrac{Z_1 Z_{22}}{Z_4 Z_{21}}$.

Exercice 169 – Train simple ⋆

D'après ressources Pole Chateaubriand – Joliot-Curie.

03 CIN

Pas de corrigé pour cet exercice.

Question 1 Tracer le graphe des liaisons.

Question 2 Définir la loi entrée-sortie entre la vitesse de translation du coulisseau et la vitesse de rotation du moteur.

Exercice 168 – Calcul de moment⋆

02 STAT

Pas de corrigé pour cet exercice.

Question 1 Déterminer $\overrightarrow{\mathcal{M}\left(B, \overrightarrow{F}\right)}$.

Question 2 Déterminer $\overrightarrow{\mathcal{M}\left(O, \overrightarrow{F}\right)}$.

Exercice 167 – Calcul de moment⋆

02 STAT

Pas de corrigé pour cet exercice.

Question 1 Déterminer $\overrightarrow{\mathcal{M}\left(B, \overrightarrow{F}\right)}$.

Question 2 Déterminer $\overrightarrow{\mathcal{M}\left(A, \overrightarrow{F}\right)}$.

Exercice 166 – Calcul de moment⋆

02 STAT

Pas de corrigé pour cet exercice.

Question 1 Déterminer $\overrightarrow{\mathcal{M}\left(A, \overrightarrow{F}\right)}$.

Question 2 Déterminer $\overrightarrow{\mathcal{M}\left(B, \overrightarrow{F}\right)}$.

Exercice 165 – Calcul de moment⋆

Question 1 Déterminer $\overrightarrow{\mathcal{M}\left(B, \overrightarrow{F}\right)}$.

Question 2 Déterminer $\overrightarrow{\mathcal{M}\left(O, \overrightarrow{F}\right)}$.

Exercice 164 – Calcul de moment⋆

02 STAT

Pas de corrigé pour cet exercice.

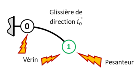
Question 1 Déterminer $\overrightarrow{\mathcal{M}\left(G, \overrightarrow{R}\right)}$.

Question 2 Déterminer $\overrightarrow{\mathcal{M}\left(A, \overrightarrow{R}\right)}$.

Exercice 163 – Mouvement T – ⋆

03 STAT

Question 1 Réaliser le graphe d'analyse en faisant apparaître l'ensemble des actions mécaniques.



Question 2 Donner le torseur de chacune des actions mécaniques.

$$\{\mathcal{F}(0 \rightarrow 1)\} = \left\{ \begin{array}{c} Y_{01}\overrightarrow{j_1} + Z_{01}\overrightarrow{k_1} \\ L_{01}\overrightarrow{i_1} + M_{01}\overrightarrow{j_1} + N_{01}\overrightarrow{k_1} \end{array} \right\}_A$$

$$\{\mathcal{F}(\text{pes} \rightarrow 1)\} = \left\{ \begin{array}{c} -m_1 g\overrightarrow{i_1} \\ \overrightarrow{0} \end{array} \right\}_G$$

$$\{\mathcal{F}(\text{ver} \rightarrow 1)\} = \left\{ \begin{array}{c} F_v\overrightarrow{i_1} \\ \overrightarrow{0} \end{array} \right\}_G$$

Question 3 Simplifier les torseurs dans l'hypothèse des problèmes plans. $\{\mathcal{F}(0 \rightarrow 1)\} = \left\{ \begin{array}{c} Y_{01}\overrightarrow{j_1} \\ N_{01}\overrightarrow{k_1} \end{array} \right\}_A$, $\{\mathcal{F}(\text{pes} \rightarrow 1)\} = \left\{ \begin{array}{c} -m_1 g\overrightarrow{i_1} \\ \overrightarrow{0} \end{array} \right\}_G$, $\{\mathcal{F}(\text{ver} \rightarrow 1)\} = \left\{ \begin{array}{c} F_v\overrightarrow{i_1} \\ \overrightarrow{0} \end{array} \right\}_G$.

Question 4 Proposer une démarche permettant de déterminer l'effort que doit développer le vérin pour maintenir **1** en équilibre. Mouvement de translation. On isole **1** et on applique le théorème de la résultante statique en projection suivant $\overrightarrow{i_0}$.

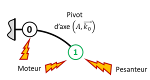
Exercice 162 – Mouvement R ⋆

03 STAT

03 STAT

B2-15

Question 1 Réaliser le graphe d'analyse en faisant apparaître l'ensemble des actions mécaniques.



Question 2 Donner le torseur de chacune des actions mécaniques. $\{\mathscr{F}(0 \rightarrow 1)\} = \left\{ \begin{array}{l} X_{01}\overrightarrow{i_1} + Y_{01}\overrightarrow{j_1} + Z_{01}\overrightarrow{k_1} \\ L_{01}\overrightarrow{i_1} + M_{01}\overrightarrow{j_1} \end{array} \right\}_A$, $\{\mathscr{F}(\text{pes} \rightarrow 1)\} = \left\{ \begin{array}{l} -m_1 g \overrightarrow{j_0} \\ \overrightarrow{0} \end{array} \right\}_B$, $\{\mathscr{F}(\text{Mot} \rightarrow 1)\} = \left\{ \begin{array}{l} \overrightarrow{0} \\ C_m \overrightarrow{k_0} \end{array} \right\}_A$.

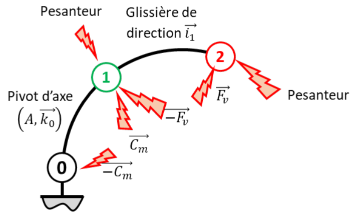
Question 3 Simplifier les torseurs dans l'hypothèse des problèmes plans. $\{\mathscr{F}(0 \rightarrow 1)\} = \left\{ \begin{array}{l} X_{01}\overrightarrow{i_1} + Y_{01}\overrightarrow{j_1} \\ \overrightarrow{0} \end{array} \right\}_A$, $\{\mathscr{F}(\text{pes} \rightarrow 1)\} = \left\{ \begin{array}{l} -m_1 g \overrightarrow{j_0} \\ \overrightarrow{0} \end{array} \right\}_B$, $\{\mathscr{F}(\text{Mot} \rightarrow 1)\} = \left\{ \begin{array}{l} \overrightarrow{0} \\ C_m \overrightarrow{k_0} \end{array} \right\}_A$.

Question 4 Proposer une démarche permettant de déterminer l'effort que doit développer le moteur pour maintenir **1** en équilibre. On isole 1 et on réalise un théorème du moment statique en A en projection sur $\overrightarrow{k_0}$.

Exercice 161 – Mouvement RT ★

03 STAT

Question 1 Réaliser le graphe d'analyse en faisant apparaître l'ensemble des actions mécaniques.



Question 2 Donner le torseur de chacune des actions mécaniques.

- liaison glissière : $\{\mathcal{T}(1\rightarrow 2)\} = \left\{\begin{array}{c} Y_{12}\overrightarrow{j_1}+Z_{12}\overrightarrow{k_1} \\ L_{12}\overrightarrow{i_1}+M_{12}\overrightarrow{j_1}+N_{12}\overrightarrow{k_1}\end{array}\right\}_C$;
- pesanteur sur 2 : $\left\{\mathcal{T}\left(\text{pes}\rightarrow 2\right)\right\} = \left\{\begin{array}{c} -m_2 g\overrightarrow{j_0} \\ \overrightarrow{0}\end{array}\right\}_B$;
- action du vérin $\{\mathcal{T}(\text{Vérin}\rightarrow 2)\} = \left\{\begin{array}{c} F_v\overrightarrow{i_1} \\ \overrightarrow{0}\end{array}\right\}_A$.
- liaison pivot : $\{\mathcal{T}(0\rightarrow 1)\} = \left\{\begin{array}{c} X_{01}\overrightarrow{i_1}+Y_{01}\overrightarrow{j_1}+Z_{01}\overrightarrow{k_1} \\ L_{01}\overrightarrow{i_1}+M_{01}\overrightarrow{j_1}\end{array}\right\}_C$;
- pesanteur sur 1 : $\left\{\mathcal{T}\left(\text{pes}\rightarrow 1\right)\right\} = \left\{\begin{array}{c} -m_1 g\overrightarrow{j_0} \\ \overrightarrow{0}\end{array}\right\}_{G_1}$;
- action du moteur $\{\mathcal{T}(\text{Moteur}\rightarrow 1)\} = \left\{\begin{array}{c} \overrightarrow{0} \\ C_m\overrightarrow{k_0}\end{array}\right\}_A$.

Question 3 Simplifier les torseurs dans l'hypothèse des problèmes plans.

- liaison glissière : $\{\mathcal{T}(1\rightarrow 2)\} = \left\{\begin{array}{c} Y_{12}\overrightarrow{j_1} \\ N_{12}\overrightarrow{k_1}\end{array}\right\}_C$;
- pesanteur sur 2 : $\left\{\mathcal{T}\left(\text{pes}\rightarrow 2\right)\right\} = \left\{\begin{array}{c} -m_2 g\overrightarrow{j_0} \\ \overrightarrow{0}\end{array}\right\}_B$;
- action du vérin $\{\mathcal{T}(\text{Vérin}\rightarrow 2)\} = \left\{\begin{array}{c} F_v\overrightarrow{i_1} \\ \overrightarrow{0}\end{array}\right\}_A$.
- liaison pivot : $\{\mathcal{T}(0\rightarrow 1)\} = \left\{\begin{array}{c} X_{01}\overrightarrow{i_1}+Y_{01}\overrightarrow{j_1} \\ \overrightarrow{0}\end{array}\right\}_C$;
- pesanteur sur 1 : $\left\{\mathcal{T}\left(\text{pes}\rightarrow 1\right)\right\} = \left\{\begin{array}{c} -m_1 g\overrightarrow{j_0} \\ \overrightarrow{0}\end{array}\right\}_{G_1}$;
- action du moteur $\{\mathcal{T}(\text{Moteur}\rightarrow 1)\} = \left\{\begin{array}{c} \overrightarrow{0} \\ C_m\overrightarrow{k_0}\end{array}\right\}_A$.

Question 4 Proposer une démarche permettant de déterminer le couple et l'effort que doivent développer chacun des actionneurs pour maintenir le mécanisme en équilibre.

- On isole **{1}**. On réalise un théorème de la résultante statique en projection sur $\overrightarrow{i_1}$: $\overrightarrow{R(1\rightarrow 2)}\cdot\overrightarrow{i_1}+\overrightarrow{R(F_v\rightarrow 2)}\cdot\overrightarrow{i_1}+\overrightarrow{R(\text{Pes}\rightarrow 2)}\cdot\overrightarrow{i_1}=0$.
- On isole **{1+2}**. On réalise un théorème du moment statique en A en projection sur $\overrightarrow{k_0}$: $\overrightarrow{\mathcal{M}(A,0\rightarrow 1)}\cdot\overrightarrow{k_0}+\overrightarrow{\mathcal{M}(A,\text{Mot}\rightarrow 1)}\cdot\overrightarrow{k_0}+\overrightarrow{\mathcal{M}(A,\text{Pes}\rightarrow 2)}\cdot\overrightarrow{k_0}+\overrightarrow{\mathcal{M}(A,\text{Pes}\rightarrow 1)}\cdot\overrightarrow{k_0}=0$.

Question 5 Proposer une démarche permettant de déterminer les efforts inconnus dans les liaisons.

- On isole **{1}**. On réalise un théorème de la résultante statique en projection sur $\overrightarrow{j_1}$ et un théorème du moment statique C en projection sur $\overrightarrow{k_1}$.

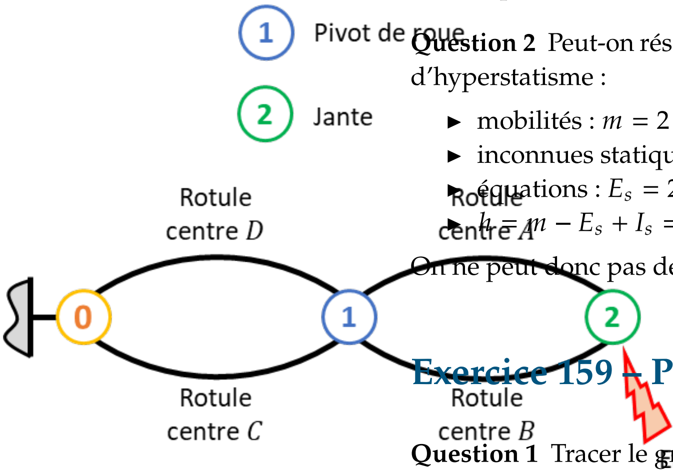
- On isole **{1+2}**. On réalise un théorème de la résultante statique en projection sur $\overrightarrow{i_1}$ et $\overrightarrow{j_1}$.

Exercice 160 – Suspension automobile ★★

03 STAT

03 STAT

Question 1 Réaliser le graphe d'analyse en faisant apparaître l'ensemble des actions mécaniques.



Question 2 Peut-on résoudre complètement le système ? Pourquoi ? Calculons le degré d'hyperstatisme :

- mobilités : $m = 2$ (rotations autour de $\overrightarrow{a}$ et de $\overrightarrow{z}$) ;
- inconnues statiques : $I_s = 3 \times 4 = 12$;
- équations : $E_s = 2 \times 6 = 12$.
- $h = m - E_s + I_s = 2 - 12 + 12 = 2$.

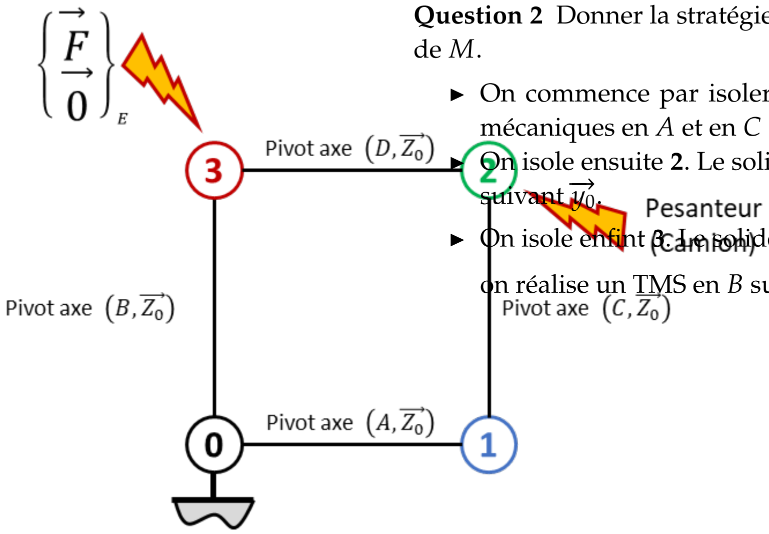
On ne peut donc pas déterminer toutes les actions mécaniques.

Exercice 159 – Pèse camion ★★

03 STAT

Question 1 Tracer le graphe de structure. Définir le nombre d'inconnues statiques.

En faisant l'hypothèse de problème plan, on a 8 inconnues statiques.



Question 2 Donner la stratégie permettant de déterminer la valeur de F en fonction de M.

- On commence par isoler **1** soumis à 2 glisseurs. D'après le PFS, les actions mécaniques en A et en C sont dirigées suivant la direction $\overrightarrow{x_0}$.
- On isole ensuite **2**. Le solide **2** étant en translation circulaire, on réalise un TRS suivant $\overrightarrow{y_0}$.
- On isole enfin **3**. Le solide **3** étant en rotation autour de $\left(B, \overrightarrow{z_0}\right)$ par rapport à **0**, on réalise un TMS en B suivant $\overrightarrow{z_0}$.