

## Question de cours – Traction ★

**Question 1** Donner la définition de la contrainte en traction, la loi de Hooke et exprimer l'allongement.

$$\sigma = \frac{N}{S}, \sigma = E \varepsilon_x, \varepsilon = \frac{\Delta L}{L_0} = \frac{N}{ES}.$$

**Question 2** Tracer le champ de contrainte en traction pour une poutre de section circulaire et pour une poutre creuse de section circulaire.

**Question 3** Donner l'allongement maximal à la limite de la rupture d'un hauban en acier de diamètre 50 mm et de longueur 10 m. Donner aussi l'effort maximal dans le câble. Vous donnerez des ordres de grandeur des caractéristiques de l'acier. On prend  $\sigma_{\max} = 1000 \text{ MPa}$  et  $E = 200\,000 \text{ MPa}$ . On a alors  $\sigma_{\max} = E \frac{\Delta L}{L_0}$  et  $\Delta L = \sigma_{\max} \frac{L_0}{E}$ .

$$\text{On a alors } \Delta L = 1000 \frac{10}{200\,000} = 0,05 \text{ m} = 5 \text{ cm}.$$

$$\text{Par ailleurs : } \sigma_{\max} = \frac{F_{\max}}{S} \text{ et } F_{\max} = 1000 \times \frac{\pi \times 50^2}{4} \simeq 2\,000\,000 \text{ N (200 tonnes)}.$$

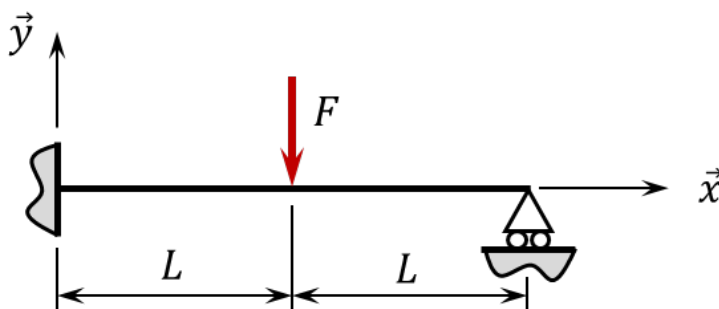
**Question 4** En assimilant le câble à une tige métallique, quelle serait sa diminution de diamètre? On a  $\varepsilon_x = \frac{\Delta L}{L} = \frac{0,05}{10}$ .

$$\text{Par ailleurs, } \nu = -\frac{\varepsilon_y}{\varepsilon_x} \text{ et } \varepsilon_y = -0,3 \times 0,005.$$

$$\text{Enfin, } \varepsilon_y = \frac{\Delta D}{D_0} \text{ et } \Delta D = -D \times 0,3 \times 0,005 = 0,075 \text{ mm}.$$

## Poutre encastrée ★

On donne la poutre suivante.



**Question 1** Déterminer l'expression de la contrainte.

**Question 2** Déterminer l'expression de la déformée.

**Question 3** Déterminer l'inconnue hyperstatique.

02 RDM

Pas de corrigé pour cet exercice.

05 RDM

D'après documents Emmanuel BI-GEARD.

Pas de corrigé pour cet exercice.

- ▶  $p = 0,5 \text{ N m}^{-1}$ ;
- ▶  $I_{G_z} = 801\,400 \text{ mm}^4$ ;
- ▶  $E = 200\,000 \text{ MPa}$ ;
- ▶  $G = 80\,000 \text{ MPa}$ ;
- ▶  $L = 1 \text{ m}$ .

**Question 1** Déterminer l'inconnue hyperstatique par la méthode de superposition.

On divise en 2 problèmes :

**Sans l'appui et avec la force  $F$**

- Pour  $x \in [0, L]$  :  $v_1(0) = 0$  et  $v_1'(0) = 0$

Or :  $Mf_z = -F(L-x) \Rightarrow$

$$\begin{cases} v_1''(x) = -\frac{F}{EI_{G_z}}(L-x) \\ v_1'(x) = -\frac{F}{2EI_{G_z}}x(2L-x) \\ v_1(x) = -\frac{F}{6EI_{G_z}}x^2(3L-x) \end{cases}$$

- Pour  $x \in [L, 2L]$  : par continuité, on a : 
$$\begin{cases} v_2'(L) = v_1'(L) = -\frac{FL^2}{2EI_{G_z}} \\ v_2(L) = v_1(L) = -\frac{FL^3}{3EI_{G_z}} \end{cases}$$

Or :  $Mf_z = 0 \Rightarrow$

$$\begin{cases} v_2''(x) = 0 \\ v_2'(x) = -\frac{FL^2}{2EI_{G_z}} \\ v_2(x) = \frac{FL^2}{6EI_{G_z}}(L-3x) \end{cases}$$

**Avec l'appui et sans la force  $F$**

Il n'y a plus qu'un tronçon à étudier, et on retrouve rapidement par analogie avec le cas précédent :

On trouve donc, en remplaçant  $F$  par  $-Y_A$  et  $L$  par  $2L$  : 
$$v_3(x) = \frac{Y_A}{6EI_{G_z}}x^2(6L-x)$$

Or en  $A$ , par superposition :  $v(x) = 0 \Rightarrow v_2(2L) + v_3(2L) = 0 \Rightarrow -\frac{5FL^3}{6EI_{G_z}} + \frac{16Y_AL^3}{6EI_{G_z}} = 0$

Soit enfin : 
$$Y_A = \frac{5}{16}F$$

**Question 2** Donner la valeur de la flèche au point d'application de l'effort.

Par superposition :  $f = v_1(L) + v_3(L) \Rightarrow f = -\frac{7}{96} \frac{FL^3}{EI_{G_z}}$



## Question de cours – Torsion ★

**Question 1** Donner la définition de la contrainte en torsion, la relation entre la contrainte et déformation, et la relation entre effort et déformation.

$$\tau = \frac{M_t}{I_G} r, \tau = G r \gamma_x, M_t = G \gamma_x I_G \text{ et } \Delta \theta_x = \gamma_x L.$$

**Question 2** Donner la définition du moment quadratique polaire. Calculer  $I_G(S)$  pour une poutre creuse de section circulaire (grand rayon  $R$  et petit rayon  $r$ ).

$$\text{On a } \int_G(S) = \int_S r^2 dS.$$

$$\text{Pour un cylindre plein : on a } I_G(S) = \frac{\pi D^4}{32} = \frac{\pi R^4}{2}. \text{ Pour une poutre creuse : } I_G(S) = \frac{\pi (R^4 - r^4)}{2}.$$

**Question 3** Tracer le champ de contrainte dans chacune des deux sections.

Soit la barre de torsion ci-contre encastrée en  $O$ . On a  $\overrightarrow{\mathcal{M}}(P, \text{ext} \rightarrow \text{poutre}) = C \vec{x}$ . On donne  $C = 10 \text{ Nm}$ ,  $D = 10 \text{ mm}$  et  $L = 100 \text{ mm}$ .

**Question 4** Déterminer la contrainte tangentielle maximale au sein de la poutre.

**Question 5** Déterminer l'angle de torsion entre le point  $O$  et le point  $P$ .

$$\text{L'angle unitaire de torsion est donné par } \gamma_x = \frac{M_t}{G I_G} \text{ avec } G = \frac{E}{2(1 + \nu)}.$$

$$\text{AN : } E = 200\,000 \text{ MPa et } \nu = 1, \text{ alors } G = 77\,000 \text{ MPa } I_{G_p} = \frac{\pi 5^4}{2} = 981 \text{ mm}^4$$

$$\gamma_x = \frac{M_t}{I_G G} = \frac{10000}{77000 \times 981} = 1,3 \times 10^{-4} \text{ rad}$$

**Question 6** Déterminer l'angle de torsion entre le point  $O$  et le point  $P$  pour une barre creuse dont le diamètre intérieur est de 5 mm.

**Question 7** Donner la différence de masse, de contrainte et d'angle de torsion entre les deux barres.

## Passerelle★

On s'intéresse au dimensionnement des haubans (2) permettant de maintenir en équilibre une passerelle. On modélise la charge sur le pont comme une charge linéique  $c$ . On note  $L = AB = BC$ . On note  $\ell = BD$ .

## Détermination du torseur de cohésion

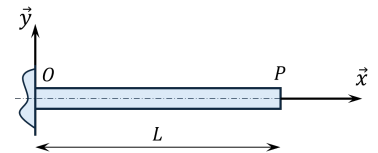
**Question 1** Réaliser le paramétrage du problème.

Correction

**Question 2** Déterminer les actions mécaniques dans les liaisons.

03 RDM

Pas de corrigé pour cet exercice.



10 RDM

Pas de corrigé pour cet exercice.



FIGURE 1 – Passerelle réelle

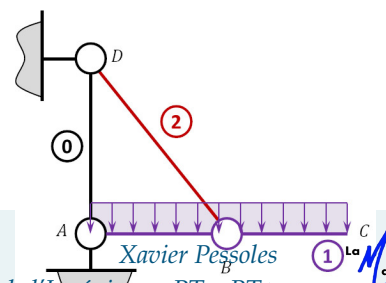


FIGURE 2 – Modèle choisi

**Correction**

**Question 3** Déterminer le torseur de cohésion dans les poutres (1) et (2).

**Correction**

**Question 4** Tracer les diagrammes des sollicitations.

**Correction**

### Déformation du hauban et déplacement de la structure

On considère ici que le pont (1) est indéformable, mais que le hauban (2) est déformable.

**Question 5** Déterminer l'allongement du câble.

**Correction**

**Question 6** En faisant l'hypothèse que la rotation de la passerelle en  $A$  est « petite », déterminer le déplacement du point  $B$  puis du point  $C$ .

**Correction**

### Moment quadratique

La section de la passerelle est donnée figure suivante.

**Question 7** Déterminer le moment quadratique en  $O$  par rapport à  $\vec{y}$  puis par rapport à  $\vec{z}$ .

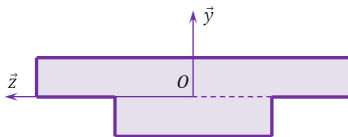


FIGURE 3 – Section de la passerelle

## Question de cours – Flexion ★

**Question 1** Donner la définition de la contrainte en flexion et l'équation de la déformée.

Donner la contrainte de cisaillement.  $\sigma = -\frac{M_{fz}}{I_{Gz}}y$ ,  $\tau = Gr\gamma_x$ ,  $M_{fz} = EI_{Gz}y''(x)$ .

$$\tau = \frac{T_y}{S}.$$

**Question 2** Donner la définition du moment quadratique. Calculer  $I_{Gz}(S)$  pour une poutre creuse de section circulaire (grand rayon  $R$  et petit rayon  $r$ ).  $I_{Gz}(S) = \int_S y^2 dS$

**Question 3** Tracer le champ de contrainte dans une poutre creuse de section circulaire en flexion simple.

Dans le chargement ci-contre, on donne  $L = 10$  m,  $F = 1000$  N. La poutre est creuse, de section cylindrique est de diamètre 10 mm.

**Question 4** Déterminer le torseur de cohésion dans la poutre.

**Question 5** Déterminer la contrainte normale maximale.

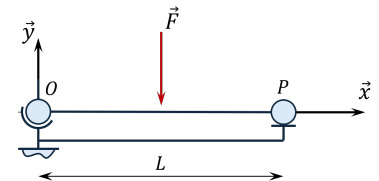
**Question 6** Donner l'équation de la déformée et la représenter.

**Question 7** Déterminer la flèche maximale de la poutre.

**Question 8** La poutre est remplacée par une poutre cylindrique à une poutre creuse de diamètre extérieur 10 mm et de diamètre intérieur de 5 mm.

04 RDM

Pas de corrigé pour cet exercice.



## Banc d'essai de Boite de Transfert Principale d'hélicoptère★

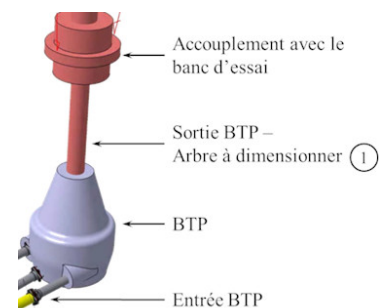
On s'intéresse à la conception d'un banc d'essai de boîte de transfert principale d'hélicoptère.

### Objectif

- Dimensionner l'arbre en sortie de la BTP qui fera la jonction avec le banc d'essai.
- Déterminer les roulements qui assureront la liaison entre l'arbre 1 et le support S.
- Concevoir la liaison pivot entre l'arbre de sortie et le bâti.

05 RDM

Pas de corrigé pour cet exercice.



**FIGURE 4** – Vue 3D de la BTP et du banc d'essai (système de mise en effort non représenté)

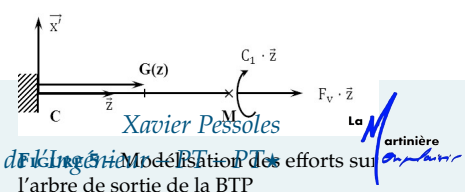
## Dimensionnement de l'arbre

### Objectif

Déterminer le diamètre minimal de l'arbre et son matériau.

La modélisation retenue pour déterminer le diamètre de l'arbre est la suivante :

- l'arbre est modélisé par une poutre cylindrique de révolution de longueur  $H$ . Une section de la poutre est repérée par l'abscisse  $z$  suivant l'axe  $(C, \vec{z})$ . On note  $\vec{CG} = z\vec{z}$  ;
- l'action des vérins est modélisée par un seul effort :  $F_v \vec{z}$  ;
- le couple moteur est modélisé par un moment :  $C_1 \vec{z}$ .



**Question 1** Exprimer le torseur de cohésion en chaque section de la poutre. À quel(s) type(s) de sollicitation(s) l'arbre est-il soumis ?

#### Correction

On considère que l'arbre n'est soumis qu'à de la torsion pure. On note :

- ▶  $\tau_{\text{Max}}$  : la contrainte tangentielle de cisaillement maximale en MPa ;
- ▶  $I_0$  : le moment quadratique polaire en  $\text{mm}^4$  ;
- ▶  $d$  : le diamètre de l'arbre en mm.

On note :

- ▶  $K$  : coefficient dépendant du type de matériau ;
- ▶  $R_e$  : limite élastique à la traction (en MPa) ;
- ▶  $s$  : coefficient de sécurité.

La condition de résistance en torsion peut éventuellement s'écrire  $\tau_{\text{max}} < \frac{KR_e}{s}$ .

Famille de matériaux	Pourcentage de carbone	K
Aciers	Inférieur à 0,2 %	0,5
	Entre 0,2 % et 0,32 %	0,6
	Entre 0,32 % et 0,45 %	0,7
	Entre 0,45 % et 1,7 %	0,8
Fonte	Supérieur à 1,7 %	Entre 0,77 et 1

**Question 2** On recommande un coefficient de sécurité  $s = 1,2$ . À partir des données précédentes, exprimer de manière littérale quel doit être le diamètre minimum de l'arbre.

#### Correction

**Question 3** En utilisant l'annexe, donner une liste des matériaux présentant le meilleur compromis prix - résistance élastique.

#### Correction

**Question 4** On choisit un acier dont la teneur en carbone est comprise entre 0,32% et 0,45%. On prendra  $R_e = 1000 \text{ MPa}$ . Déterminer le diamètre de l'arbre.

#### Correction

