# TD0

# Exosquelette lombaire – Corrigé

#### Mise en situation

# Réglage de la boucle d'asservissement de la vitesse angulaire du moteur

**Question 1** Déterminer l'expression littérale de la phase de  $H_{BOv}(i\omega)$ . En déduire la valeur numérique de  $\tau_i$  respectant les critères concepteur de la boucle de vitesse.

#### Correction

On a 
$$H_{\text{BOv}}(\mathrm{i}\omega) = C_v(p)K_1\frac{1}{R}K_3\frac{1}{I_{\text{eq}}p} = \frac{K_iK_1K_3}{RI_{\text{eq}}}\frac{1+\tau_ip}{\tau_ip^2}.$$
On a  $\varphi(\omega) = \arg\left(\frac{K_iK_1K_3}{RI_{\text{eq}}}\right) + \arg\left(1+\tau_ip\right) - \arg\left(\tau_ip^2\right) = \arctan\tau_i\omega - 180^\circ.$ 
On souhaite une marge de phase supérieure à  $80^\circ$ ; donc  $M_\varphi = \varphi(\omega) + 180 = \arctan\tau_i\omega \geq 80^\circ.$  arctan  $\tau_i\omega \geq 80^\circ \Rightarrow \tau_i\omega \geq \tan 80 \Rightarrow \tau_i \geq \frac{\tan 80}{\omega_0} \Rightarrow \tau_i \geq 0,57\,\mathrm{s}.$ 

**Question 2** Déterminer la valeur numérique de  $K_i$  afin que la boucle d'asservissement de vitesse respecte les critères concepteur du tableau **??**.

#### Correction

Pour  $\omega_{0\,\mathrm{dB}}=10\,\mathrm{rad}\,\mathrm{s}^{-1}$  on mesure un gain de 80 dB. Il faut donc déterminer  $K_i$  tel que  $20\log K_i=-80\,\mathrm{soit}\,K_i=1\times 10^{-4}\,\mathrm{V}\,\mathrm{s}\,\mathrm{rad}^{-1}$ .

Les critères de marge et de pulsation de coupure sont respectés (on a tout fait pour). L'erreur statique est nulle car il y a un intégrateur dans le correcteur (elle sera nulle à condition que la perturbation soit constante).

### Simplification du modèle de connaissance

**Question 3** Déterminer les fonctions de transfert  $H_8(p)$  et  $H_9(p)$  en fonction de  $K_5$ ,  $I_{eq}$  et  $H_6(p)$ . Ne pas remplacer  $K_5$  et  $H_6(p)$  par les expressions trouvées précédemment.

#### Correction

En décalant le point de prélèvement du capteur de vitesse d'un bloc vers la droite, on se retrouve avec  $\frac{1}{H_6(p)}$  dans la boucle de retour.

On sort le bloc  $\frac{1}{I_{\rm eq}p}$  de la « petite » boucle et  $\frac{1}{I_{\rm eq}p}$  se retrouve aussi dans la pboucle de retour.

En identifiant, on a alors  $H_9(p) = \frac{1}{H_6(p)}$  et en utilisant la formule de Black, on a  $H_8(p) =$ 

$$\frac{H_6(p)}{1 + \frac{H_6(p)K_5}{I_{\rm eq}p}} = \frac{H_6(p)I_{\rm eq}p}{I_{\rm eq}p + H_6(p)K_5}$$

**Question 4** Déterminer l'expression du gain  $K_{10}$  en fonction de  $K_{capt}$  et de  $K_{res}$ .

Concours Centrale-Supélec 2023 - MP.

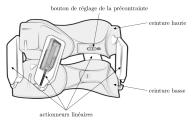


FIGURE 1 – Exosquelette lombaire Japet

Il y a vraissemblablement une erreur dans le sujet de base : sur la figure ??,  $\varepsilon_f(p)$  devrait être en amon du bloc C(p).

#### Correction

En décalant le point de prélèvement de droite vers la droite, on a alors  $K_{\rm res}$  dans la boucle de retour. Pour que le système soit correctement asservi, il faut donc nécessairement que  $K_{\rm adapt} = K_{\rm capt} K_{\rm res}$ 

On se ramène ensuite à un retour unitaire. On alors  $K_{10} = K_{capt}K_{res}$ .

**Question 5** Déterminer la fonction de transfert G(p) en fonction de  $H_2(p)$ ,  $I_{\rm eq}$ ,  $H_8(p)$ ,  $H_9(p)$  et  $K_{\rm res}$ . Ne pas remplacer  $H_2(p)$ ,  $H_8(p)$  et  $H_9(p)$  par les expressions trouvées précédemment.

#### Correction

$$G(p) = \frac{H_2(p)\frac{1}{J_{\rm eq}p}H_8(p)}{1 + H_2(p)H_8(p)H_9(p)\frac{1}{J_{\rm eq}p}}K_{\rm res} = \frac{H_2(p)H_8(p)}{J_{\rm eq}p + H_2(p)H_8(p)H_9(p)}K_{\rm res}$$

Pour la suite, on donne la fonction de transfert G(p), obtenue avec les valeurs de réglage correctes déterminées aux questions ?? et ??,

$$G(p) = \frac{F(p)}{\Omega_c(p)} = \frac{1 + \tau_i p}{p} \frac{1, 2 \times 10^{-5}}{2 \times 10^{-4} + 9, 7 \times 10^{-5} p + 5, 3 \times 10^{-6} p^2}.$$

# Analyse des performances de l'asservissement en force développée par un actionneur linéaire

**Question 6** Déterminer la valeur numérique limite de  $K_{cor}$  afin que la boucle d'asservissement de force respecte les critères de marge de phase et de gain du tableau **??**.

# Correction

La marge de gain sera toujours infinie car la phase tend asymptotiquement vers  $-180^{\circ}$ . Pour régler la marge de phase à  $60^{\circ}$ , il faut relever le gain de 75 dB. On a donc  $K_{\rm cor} = 10^{75/20} \simeq 5623$ .

**Question 7** Quel critère du tableau des exigences (tableau ??) n'est pas pris en compte dans le modèle de connaissance? D'après la courbe expérimentale, ce critère est-il respecté par le système réel?

#### Correction

La réponse temporelle du modèle ne permet pas de savoir si l'exigence 1.1 sur le dépassement est resepectée.

Ce critère semble respecté sur le système réel vu qu'aucun dépassement n'est observé en régime permanent.



# **Application 0**

# Dynamique du véhicule – Segway de première génération★ ★ → Corrigé

Frédéric SOLLNER – Lycée Mermoz – Montpellier.



# Présentation

## Objectif

L'objectif est de valider l'exigence 1 : permettre à l'utilisateur de se déplacer sur le sol.

# Étude du dérapage en virage du véhicule Segway

**Question 1** Exprimer la vitesse, notée  $\overline{V(G_E/\Re_0)}$ , du point  $G_E$  dans son mouvement par rapport à  $\Re_0$  en fonction de  $\dot{\theta}$  et  $R_C$ . Exprimer la vitesse linéaire  $V_L = ||\overline{V(G_E/\Re_0)}||$  du véhicule en fonction de  $R_C$  et  $\dot{\theta}$ .



On a 
$$\overrightarrow{V(G_E/\Re_0)} = -R_C \dot{\theta} \overrightarrow{x_1}$$
. On a alors  $V_L = R_C \dot{\theta}$ .

#### Correction

$$\overrightarrow{\Gamma(G_E/\Re_0)} = \left[ \frac{d\overrightarrow{V(G_E/\Re_0)}}{dt} \right]_{\Re_0} = -R_C \ddot{\theta} \overrightarrow{x_1} - R_C \dot{\theta}^2 \overrightarrow{y_1} = -R_C \dot{\theta}^2 \overrightarrow{y_1} \ (\dot{\theta} \text{ est constant}).$$

#### Correction

La direction des efforts normaux et tangentiels est donnée. En utilisant les lois de Coulomb, on a donc,  $T_A \le fN_A$  et  $T_B \le fN_B$ . En sommant les inégalités, on a donc  $T_A + T_B \le f(N_A + N_B)$ .

#### Correction

E étant un ensemble indéformable, on a :  $\overrightarrow{R_d(E/\Re_0)} = -m_E R_C \dot{\theta}^2 \overrightarrow{y_1}$  (pas de projection sur  $\overrightarrow{z_0}$ . On isole E et les roues et on réalise le BAME :

- $\triangleright$  pesanteur sur E;
- ▶ action du sol sur les roues.

En appliquant le TRD en projection sur  $\overrightarrow{z_{01}}$ , on a donc :  $N_A + N_B - m_E g = 0$ .

#### Correction

En appliquant le TRD en projection sur  $\overrightarrow{y_1}$ , on a :  $-T_A - T_B = -m_E R_C \dot{\theta}^2 \Leftrightarrow T_A + T_B = m_E R_C \dot{\theta}^2$ . En utilisant les résultats de la question précédente,  $m_E R_C \dot{\theta}^2 \leq f m_E g$ . En notant  $V_L = R_C \dot{\theta}$  la vitesse limite avant dérapage, on a  $\frac{V_L^2}{R_C} \leq f g$ . On a donc  $V_L \leq \sqrt{R_C f g}$ .

#### Correction

La vitesse limite est donc de  $10 \,\mathrm{m \, s^{-1}}$  soient  $36 \,\mathrm{km \, h^{-1}}$  ce qui satisfait le cahier des charges.



Question 2 Exprimer la vitesse limite pour laquelle il n'y a pas de dérapage. Vérifier alors que l'exigence 1.1 est vérifiée.

# Étude du renversement en virage du véhicule Segway

#### Correction

Au centre d'inertie de 
$$E$$
, on a  $\overrightarrow{\delta(G_E, E/\Re_0)} = \begin{bmatrix} \overrightarrow{d\sigma(G_E, E/\Re_0)} \\ \overrightarrow{dt} \end{bmatrix}_{\Re_0}$ . On a  $\overrightarrow{\Omega(E/\Re_0)} = \dot{\theta} \overrightarrow{z_0}$ . On a donc,  $\overrightarrow{\sigma(G_E, E/\Re_0)} = -E\dot{\theta}\overrightarrow{x_1} - D\dot{\theta}\overrightarrow{y_1} + C\dot{\theta}\overrightarrow{z_{01}}$ . On a donc  $\overleftarrow{\delta(G_E, E/\Re_0)} = -E\dot{\theta}^2\overrightarrow{y_1} + D\dot{\theta}^2\overrightarrow{x_1}$ . En conséquence,  $\{\Im(E/\Re_0)\} = \begin{bmatrix} -m_E R_C \dot{\theta}^2 \overrightarrow{y_1} \\ -E\dot{\theta}^2 \overrightarrow{y_1} + D\dot{\theta}^2 \overrightarrow{x_1} \end{bmatrix}_{G_E}$ .

#### Correction

$$\overrightarrow{\delta \left(B, E/\mathcal{R}_0\right)} \ = \ \overrightarrow{\delta \left(G_E, E/\mathcal{R}_0\right)} \ + \ \overrightarrow{BG_E} \ \wedge \ \overrightarrow{R_d \left(B/E\right)} \ = \ -E\dot{\theta}^2\overrightarrow{y_1} \ + \ D\dot{\theta}^2\overrightarrow{x_1} \ + \ \left(h\overrightarrow{z_0} - l\overrightarrow{y_1}\right) \ \wedge \\ \left(-m_ER_C\dot{\theta}^2\overrightarrow{y_1}\right) = -E\dot{\theta}^2\overrightarrow{y_1} + D\dot{\theta}^2\overrightarrow{x_1} + hm_ER_C\dot{\theta}^2\overrightarrow{x_1}. \ \overrightarrow{\delta \left(B, E/\mathcal{R}_0\right)} \cdot \overrightarrow{x_1} = \left(D + hm_ER_C\right)\dot{\theta}^2.$$

#### Correction

On a:

$$\blacktriangleright \overrightarrow{BG_E} \wedge -m_E g \overrightarrow{z_{01}} = \left( -l \overrightarrow{y_1} + h \overrightarrow{z_0} \right) \wedge -m_E g \overrightarrow{z_{01}} = l m_E g \overrightarrow{x_1};$$

$$\blacktriangleright \overrightarrow{BA} \wedge \left( -T_A \overrightarrow{y_1} + N_A \overrightarrow{z_1} \right) = -2l \overrightarrow{y_1} \wedge \left( -T_A \overrightarrow{y_1} + N_A \overrightarrow{z_1} \right) = -2l N_A \overrightarrow{x_1}.$$

En appliquent le TMD en B suivant  $\overrightarrow{x_1}$ , on a :  $lm_E g - 2lN_A = (D + hm_E R_C) \dot{\theta}^2$ . Au final,  $N_A = \frac{lm_E g - (D + hm_E R_C) \dot{\theta}^2}{2l}$ .

Au final, 
$$N_A = \frac{lm_E g - (D + hm_E R_C) \dot{\theta}^2}{2l}$$

#### Correction

Pour qu'il y ait non renversement,  $N_A$  doit rester positif ou nul.

Question 3 Exprimer la vitesse limite pour laquelle il n'y a pas de basculement du Segway.

On néglige  $I_{G_E}(E)$  pour simplifier l'application numérique.

Question 4 Faire les applications numériques nécessaires et vérifier la conformité au cahier des charges.

### Correction

$$\begin{split} N_A &\simeq \frac{lm_E g - hm_E R_C \dot{\theta}^2}{2l} \geq 0. \text{Ce qui est positif (pas de basculement)}. \\ N_A &\geq 0 \Rightarrow \frac{lm_E g - (D + hm_E R_C) \dot{\theta}^2}{2l} \geq 0 \Rightarrow lg - hR_C \dot{\theta}^2 \geq 0 \Rightarrow lg - hV_L^2/R_C \geq 0 \\ \Rightarrow lg \geq hV_L^2/R_C \Rightarrow \sqrt{\frac{R_C lg}{h}} \geq V_L \Rightarrow V_L \leq 6,38 \, \text{m s}^{-1} = 22,9 \, \text{km h}^{-1}. \, \text{CDCF Valid\'e}. \end{split}$$



# Robot de dépose de fibres optiques ★ – Corrigé

Concours Mines Ponts - PSI 2004.

C1-05

C2-08

#### Présentation

#### **Objectif**

En fin des mouvements des bras, on doit avoir  $\delta = 14^{\circ}$  et  $\dot{\delta} \leq 50^{\circ}$ .s<sup>-1</sup>.



# Hypothèses

## Repères et paramétrage

# Cahier des charges

## Modélisation dynamique

**Question 1** Donner l'expression de l'énergie cinétique galiléenne de l'ensemble  $\Sigma = \{1 + 2 + 3 + 4\}$ , puis la calculer.

#### Correction

Pour calculer l'énergie cinétique de l'ensemble seule la masse de la tige 1 est prise en compte.

$$2 E_c(\Sigma/R_0) = \{\mathscr{C}(\Sigma/R_0)\} \otimes \{\mathscr{V}(\Sigma/R_0)\} = \left\{ \begin{array}{c} \overrightarrow{\Omega}(1/0) \\ \overrightarrow{V}(G_1, 1/0) \end{array} \right\}_{G_1} \otimes \left\{ \begin{array}{c} m_1 \overrightarrow{V}(G_1, 1/0) \\ \overrightarrow{\sigma}(G_1, 1/0) \end{array} \right\}_{G_1}$$

$$= m_1 \left( \overrightarrow{V}(G_1, 1/0) \right)^2 + \overrightarrow{\sigma}(G_1, 1/0) \cdot \overrightarrow{\Omega}(1/0).$$

- ► Vecteur de taux de rotation de 1 par rapport à  $0 : \overrightarrow{\Omega}(1/0) = \dot{\delta} \overrightarrow{z_0}$ .
- ► Vitesse du point  $G_1$  appartenant à 1 par rapport à  $0: \overrightarrow{V}(G_1, 1/0) = \overrightarrow{V}(I, 1/0) + \overrightarrow{G_1I_1} \wedge \overrightarrow{\Omega}(1/0) = -\left(R \overrightarrow{y_0} + \frac{L_1}{2}\overrightarrow{x_1}\right) \wedge \overrightarrow{\delta z_0} = -R \overrightarrow{\delta x_0} + \frac{L_1}{2} \overrightarrow{\delta y_1}.$
- ► Caractéristiques d'inertie de la tige 1 : la tige 1 supposée unidimensionnelle présente naturellement des symétries matérielles suivant des plans contenant  $\overrightarrow{x_1}$ . Les produits d'inertie sont donc nuls. Le moment d'inertie en  $G_1$  suivant  $\overrightarrow{z_0}$  est  $C_1 = \frac{m_1 L_1^2}{12}$ .
- ▶ Moment cinétique en  $G_1$  de 1 par rapport à  $0: \overrightarrow{\sigma}(G_1, 1/0) = \overline{\overline{I}}_{G_1}(1) \cdot \overrightarrow{\Omega}(1/0) = \frac{m_1 L_1^2}{12} \dot{\delta} \overrightarrow{z_0}$ .
- ► On en déduit  $E_c(1/0)$  :  $E_c(\Sigma/0) = E_c(1/0) = \frac{1}{2} m_1 \dot{\delta}^2 \left( R^2 + \frac{L_1^2}{4} + R L_1 \sin \delta \right) + \frac{m_1 L_1^2}{12} \dot{\delta}^2$ =  $\frac{1}{2} m_1 \dot{\delta}^2 \left( R^2 + \frac{L_1^2}{3} + R L_1 \sin \delta \right)$ .

**Question 2** Donner la puissance galiléenne des actions mécaniques extérieures agissant sur  $\Sigma$ .

#### Correction

 $\mathscr{P}(\text{ext} \to \Sigma/0) = \mathscr{P}(\text{pesanteur} \to \Sigma/0) + \mathscr{P}(\text{contact en E} \to \Sigma/0) + \mathscr{P}(\text{contact en I} \to \Sigma/0)$ 

► Actions de la pesanteur :

$$\mathcal{P}(\text{pes} \to \Sigma/0) = \mathcal{P}(\text{pes} \to 1/0) = \left\{\mathcal{T}\left(\text{pes} \to 1\right)\right\} \otimes \left\{\mathcal{V}\left(1/0\right)\right\} = \left\{\begin{array}{c} -m_1 \ g \ \overrightarrow{y_0} \\ \overrightarrow{0} \end{array}\right\}_{G_1} \\ = -m_1 \ g \ \overrightarrow{y_0} \cdot \overrightarrow{V}(G_1, 1/0) = -m_1 \ g \frac{L_1}{2} \dot{\delta} \ \cos \delta.$$

$$\blacktriangleright \text{ Actions du contact en I entre 0 et 4 } (\text{le contact se fait par roulement sans glissement}):$$

$$\mathcal{P}(\text{contact en I} \to \Sigma/0) = \left\{\mathcal{T}\left(0 \to 4\right)\right\} \otimes \left\{\mathcal{V}\left(4/0\right)\right\} = \left\{\begin{array}{c} \overrightarrow{R}_{04} \\ \overrightarrow{0} \end{array}\right\}_{I} \otimes \left\{\begin{array}{c} \overrightarrow{\Omega}(4/0) \\ \overrightarrow{0} \end{array}\right\}_{I} = 0.$$

$$\blacktriangleright \text{ Actions du contact en E entre 0 et 2 } (\text{le contact se fait sans frottement}):$$

$$\mathcal{P}(\text{contact en E} \to \Sigma/0) = \left\{\mathcal{T}\left(0 \to 2\right)\right\} \otimes \left\{\mathcal{V}\left(4/0\right)\right\} = \left\{\begin{array}{c} R_{02} \ \overrightarrow{y_0} \\ \overrightarrow{0} \end{array}\right\}_{E} \otimes \left\{\begin{array}{c} \overrightarrow{\Omega}(2/0) \\ \overrightarrow{V}(E, 2/0) \end{array}\right\}_{E} = R_{02} \ \overrightarrow{y_0} \cdot \overrightarrow{V}(E, 2/0) = 0.$$

**Question 3** Donner la puissance intérieure à  $\Sigma$ .

#### Correction

► Les liaisons sont supposées comme parfaites donc :  $\mathcal{P}\left(1 \overset{\text{Pivot}}{\leftrightarrow} 2\right) = \mathcal{P}\left(1 \overset{\text{Pivot Gl.}}{\leftrightarrow} 3\right) =$  $\mathcal{P}\left(3 \overset{\text{Pivot}}{\longleftrightarrow} 2\right) = 0.$ Action du vérin entre 1 et 3 :  $\mathcal{P}\left(1\stackrel{\text{V\'erin}}{\leftrightarrow}3\right) \ = \ \left\{\mathcal{T}\left(1\rightarrow3\right)\right\} \ \otimes \ \left\{\mathcal{V}\left(3/1\right)\right\} \ = \ \left\{\stackrel{\overrightarrow{F}}{\overrightarrow{O}}\right\}_{N} \ \otimes \ \left\{\stackrel{\overrightarrow{O}}{\overrightarrow{V}}(N,3/1)\right\}_{N} \ = \ \left\{\stackrel{\overrightarrow{O}}{\overrightarrow{O}}\right\}_{N} \ \otimes \left\{\stackrel{\overrightarrow{O$  $F\overrightarrow{V}(N,3/1)\cdot\overrightarrow{x_1}$ . En considérant que  $\overrightarrow{MN}$  est porté par  $\overrightarrow{x_1}$  (hypothèse faite dans l'énoncé), on obtient :

 $\overrightarrow{V}(N,3/1) \cdot \overrightarrow{x_1} = \overrightarrow{V}(M,3/1) \cdot \overrightarrow{x_1} = (\overrightarrow{V}(M,3/2) + \overrightarrow{V}(M,2/1)) \cdot \overrightarrow{x_1} =$  $\left(\overrightarrow{0} + \overrightarrow{V}(B,2/1) + \overrightarrow{MB} \wedge \overrightarrow{\Omega(2/1)}\right) \cdot \overrightarrow{x_1} = \left(-b\overrightarrow{x_2} \wedge \left(\dot{\beta} - \dot{\delta}\right) \overrightarrow{z_0}\right) \cdot \overrightarrow{x_1} = b \ \left(\dot{\beta} - \dot{\delta}\right) \cdot \overrightarrow{y_2} \cdot \overrightarrow{x_1} = b \ \left(\dot{\beta} - \dot{\delta}\right) \cdot \overrightarrow{y_2} \cdot \overrightarrow{x_1} = b \ \left(\dot{\beta} - \dot{\delta}\right) \cdot \overrightarrow{y_2} \cdot \overrightarrow{x_1} = b \ \left(\dot{\beta} - \dot{\delta}\right) \cdot \overrightarrow{y_2} \cdot \overrightarrow{x_1} = b \ \left(\dot{\beta} - \dot{\delta}\right) \cdot \overrightarrow{y_2} \cdot \overrightarrow{x_1} = b \ \left(\dot{\beta} - \dot{\delta}\right) \cdot \overrightarrow{y_2} \cdot \overrightarrow{x_1} = b \ \left(\dot{\beta} - \dot{\delta}\right) \cdot \overrightarrow{y_2} \cdot \overrightarrow{x_1} = b \ \left(\dot{\beta} - \dot{\delta}\right) \cdot \overrightarrow{y_2} \cdot \overrightarrow{x_1} = b \ \left(\dot{\beta} - \dot{\delta}\right) \cdot \overrightarrow{y_2} \cdot \overrightarrow{x_1} = b \ \left(\dot{\beta} - \dot{\delta}\right) \cdot \overrightarrow{y_2} \cdot \overrightarrow{x_1} = b \ \left(\dot{\beta} - \dot{\delta}\right) \cdot \overrightarrow{y_2} \cdot \overrightarrow{x_1} = b \ \left(\dot{\beta} - \dot{\delta}\right) \cdot \overrightarrow{y_2} \cdot \overrightarrow{x_1} = b \ \left(\dot{\beta} - \dot{\delta}\right) \cdot \overrightarrow{y_2} \cdot \overrightarrow{x_1} = b \ \left(\dot{\beta} - \dot{\delta}\right) \cdot \overrightarrow{y_2} \cdot \overrightarrow{x_1} = b \ \left(\dot{\beta} - \dot{\delta}\right) \cdot \overrightarrow{y_2} \cdot \overrightarrow{x_1} = b \ \left(\dot{\beta} - \dot{\delta}\right) \cdot \overrightarrow{y_2} \cdot \overrightarrow{x_1} = b \ \left(\dot{\beta} - \dot{\delta}\right) \cdot \overrightarrow{y_2} \cdot \overrightarrow{x_1} = b \ \left(\dot{\beta} - \dot{\delta}\right) \cdot \overrightarrow{y_2} \cdot \overrightarrow{x_1} = b \ \left(\dot{\beta} - \dot{\delta}\right) \cdot \overrightarrow{y_2} \cdot \overrightarrow{x_1} = b \ \left(\dot{\beta} - \dot{\delta}\right) \cdot \overrightarrow{y_2} \cdot \overrightarrow{x_1} = b \ \left(\dot{\beta} - \dot{\delta}\right) \cdot \overrightarrow{y_2} \cdot \overrightarrow{x_1} = b \ \left(\dot{\beta} - \dot{\delta}\right) \cdot \overrightarrow{y_2} \cdot \overrightarrow{x_1} = b \ \left(\dot{\beta} - \dot{\delta}\right) \cdot \overrightarrow{y_2} \cdot \overrightarrow{x_1} = b \ \left(\dot{\beta} - \dot{\delta}\right) \cdot \overrightarrow{y_2} \cdot \overrightarrow{x_1} = b \ \left(\dot{\beta} - \dot{\delta}\right) \cdot \overrightarrow{y_2} \cdot \overrightarrow{x_1} = b \ \left(\dot{\beta} - \dot{\delta}\right) \cdot \overrightarrow{y_2} \cdot \overrightarrow{x_1} = b \ \left(\dot{\beta} - \dot{\delta}\right) \cdot \overrightarrow{y_2} \cdot \overrightarrow{x_1} = b \ \left(\dot{\beta} - \dot{\delta}\right) \cdot \overrightarrow{y_2} \cdot \overrightarrow{x_1} = b \ \left(\dot{\beta} - \dot{\delta}\right) \cdot \overrightarrow{y_2} \cdot \overrightarrow{y_2} \cdot \overrightarrow{y_2} \cdot \overrightarrow{y_2} = b \ \left(\dot{\beta} - \dot{\delta}\right) \cdot \overrightarrow{y_2} \cdot \overrightarrow{y_2} \cdot \overrightarrow{y_2} \cdot \overrightarrow{y_2} + b \ \left(\dot{\beta} - \dot{\delta}\right) \cdot \overrightarrow{y_2} \cdot \overrightarrow{y_2} \cdot \overrightarrow{y_2} \cdot \overrightarrow{y_2} + b \ \left(\dot{\beta} - \dot{\delta}\right) \cdot \overrightarrow{y_2} \cdot \overrightarrow{y_2} \cdot \overrightarrow{y_2} + b \ \left(\dot{\beta} - \dot{\delta}\right) \cdot \overrightarrow{y_2} \cdot \overrightarrow{y_2} \cdot \overrightarrow{y_2} \cdot \overrightarrow{y_2} \cdot \overrightarrow{y_2} \cdot \overrightarrow{y_2} + b \ \left(\dot{\beta} - \dot{\delta}\right) \cdot \overrightarrow{y_2} \cdot \overrightarrow{y_2$  $-b \ (\dot{\beta} - \dot{\delta}) \sin(\beta - \delta).$ On en déduit :  $\mathcal{P}\left(1 \overset{\text{Vérin}}{\leftrightarrow} 3\right) = -F \ b \ \left(\dot{\beta} - \dot{\delta}\right) \sin(\beta - \delta).$ 

**Question 4** Appliquer le théorème de l'énergie cinétique à  $\Sigma$  pour déterminer l'équation de mouvement donnant une relation entre F,  $\delta$ , et  $\beta$ .

#### Correction

On applique alors le théorème de l'énergie cinétique à  $\Sigma$  par rapport au référentiel galiléen

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}(E_{c}(\Sigma/R_{0})) = \mathscr{P}(\mathrm{ext} \to \Sigma/0) + \mathscr{P}_{\mathrm{int}}(\Sigma).$$

Or, 
$$\frac{d}{dt}(E_c(\Sigma/R_0)) = \frac{d}{dt} \left[ \frac{1}{2} m_1 \dot{\delta}^2 \left( R^2 + \frac{L_1^2}{3} + R L_1 \sin \delta \right) \right] = m_1 \dot{\delta} \left[ \ddot{\delta} \left( R^2 + \frac{L_1^2}{3} + R L_1 \sin \delta \right) + \frac{1}{2} \dot{\delta}^2 R L_1 \cos \delta \right].$$
Ainci on obtiont l'équation :

$$m_1 \dot{\delta} \left[ \ddot{\delta} \left( R^2 + \frac{L_1^2}{3} + R L_1 \sin \delta \right) + \frac{1}{2} \dot{\delta}^2 R L_1 \cos \delta \right] = -F b \left( \dot{\beta} - \dot{\delta} \right) \sin(\beta - \delta) - m_1 g \frac{L_1}{2} \dot{\delta} \cos \delta.$$

Des simulations pour différentes valeurs de F donnent les diagrammes (figure suivante) représentant l'évolution de  $\delta$  en fonction du temps.



**Question 5** Pour chaque diagramme, analyser le comportement du robot. Déterminer les vitesses  $\dot{\delta}$  en fin de course. En déduire les valeurs de F respectant le cahier des charges.

#### Correction

- ▶  $F = 700 \,\mathrm{N}$ : le régime est fortement oscillant. Le système ne parvient pas à soulever le robot jusqu'à  $14^\circ$ . Celui-ci se comporte comme un oscillateur non amorti (le modèle est considéré sans frottement).
  - Cette valeur de l'effort n'est pas satisfaisante.
- ▶  $F = 750\,\mathrm{N}$ : le système atteint les 14°. La pente à l'accostage vaut environ  $37.5^\circ/s$  ce qui est raisonnable vis-à-vis du cahier des charges. Cependant, le modèle utilisé pour trouver ce résultat utilise des liaisons parfaites, sans frottement. L'effort de  $700\,\mathrm{N}$  étant insuffisant avec ce modèle parfait, il est possible qu'un effort de  $750\,\mathrm{N}$  devienne insuffisant en réalité.
  - Cette valeur est théoriquement satisfaisante mais l'écart entre modèle et réalité risque de modifier la conclusion.
- ▶  $F = 800 \, \mathrm{N}$ : Le système atteint les  $14^\circ$  La pente à l'accostage vaut environ  $45^\circ/s$  ce qui est inférieur à la limite de  $50^\circ/s$  imposée par le cahier des charges. L'effort est 15% supérieur à la valeur minimale nécessaire pour atteindre les  $14^\circ$  ce qui semble une marge suffisante pour vaincre les frottements non pris en compte dans le modèle. Cette valeur est satisfaisante.
- ► F = 950 N : Le système atteint les 14°. La pente à l'accostage vaut environ 75°/s ce qui est supérieur à la limite de 50°/s imposée par le cahier des charges. Cette valeur de l'effort n'est pas satisfaisante.

