Application 1
Réglage de correcteurs P et PI – Sujet

Ressources de P. Dupas.

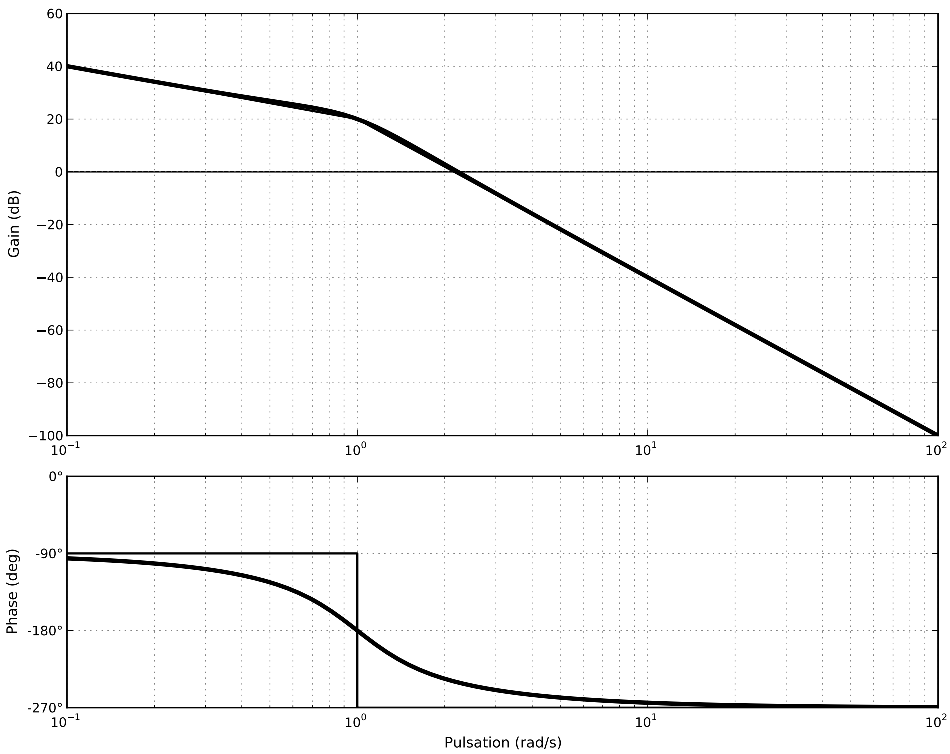
02 COR 03 COR

D'après ressources P. Dupas.

Correcteur proportionnel

Soit un système de fonction de transfert $G(p) = \dfrac{10}{p\,(1+p+p^2)}$ placé dans une boucle à retour unitaire. On souhaite corriger le comportement de ce système par un correcteur proportionnel. On désire une marge de phase de 45 ° et une marge de gain de 10 dB.

On donne le diagramme de Bode associé à cette fonction de transfert.



Résolution graphique

Question 1 Mesurer la marge de phase.

Question 2 Mesurer la marge de gain.

Question 3 Déterminer K_p pour avoir une marge de phase de 45°. Vérifier la marge de gain.

Question 4 Déterminer K_p pour avoir une marge de gain de 10 dB. Vérifier la marge de phase.

Résolution analytique

Question 5 Calculer la marge de phase.

Question 6 Calculer la marge de gain.

Question 7 Calculer K_p pour avoir une marge de phase de 45°. Vérifier la marge de gain.

Question 8 Calculer K_p pour avoir une marge de gain de 10 dB. Vérifier la marge de phase.

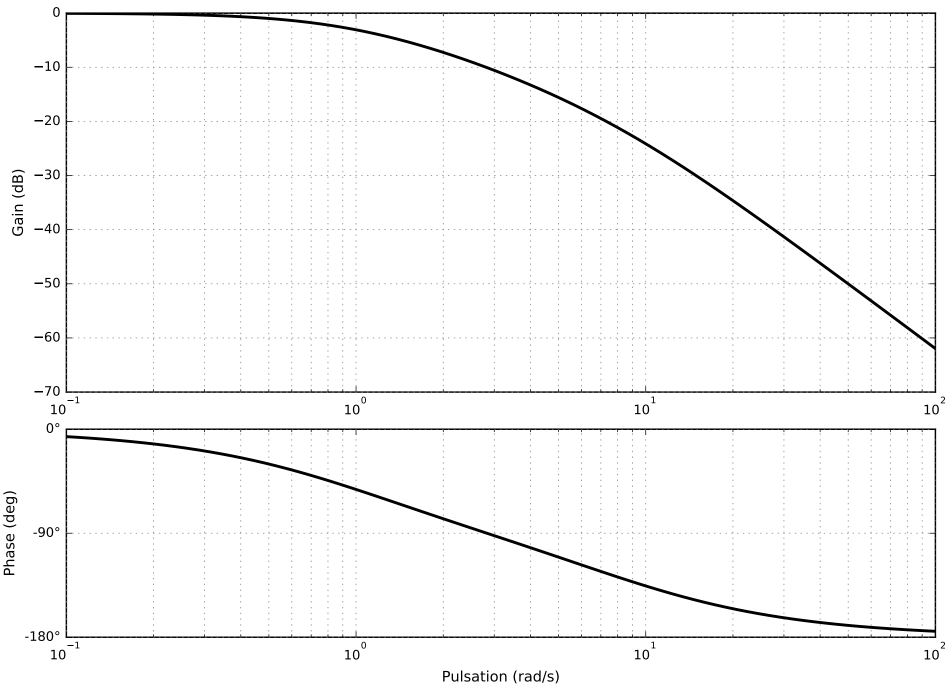
Correcteur proportionnel intégral

D'après ressources P. Dupas.

Soit un système de fonction de transfert $G(p) = \dfrac{1}{(p+1)\left(\dfrac{p}{8}+1\right)}$ placé dans une boucle à retour unitaire.

On souhaite disposer d'une marge de phase de 45°en utilisant un correcteur proportionnel intégral de la forme $C(p) = K_p \dfrac{1+\tau p}{\tau p}$.

Question 9 (Falcultatif) Justifier le diagramme de Bode de la boucle ouverte non corrigée.



Question 10 Déterminer graphiquement les paramètres du correcteur pour avoir une marge de phase de 45°.

Question 11 Déterminer analytiquement les paramètres du correcteur pour avoir une marge de phase de 45°.

Question 12 Tracer le diagramme de Bode du correcteur et le diagramme de la boucle ouverte corrigée.

Application 1
Réglage de correcteurs P et PI – Corrigé

Ressources de P. Dupas.

02 COR 03 COR

D'après ressources P. Dupas.

Correcteur proportionnel

Résolution graphique

Question 1 Mesurer la marge de phase.

Correction

- On cherche ω tel que $G_{\text{dB}}(\omega) = 0\,\text{dB}$: $G_{\text{dB}}(\omega) = -20\log(10) - 20\log\omega - 20\log\left(\sqrt{(1-\omega^2)^2+\omega^2}\right)$

On trouve $\omega = 2{,}21\,\text{rad/s}$ et $M_\varphi = -60°$. Le système est instable.

Question 2 Mesurer la marge de gain.

Correction

Pour $\varphi = -180°$, on a $\omega = 1\,\text{rad/s}$ et $M_G = -20\,\text{dB}$. Le système est instable.

Question 3 Déterminer K_p pour avoir une marge de phase de 45°. Vérifier la marge de gain.

Correction

Pour $\varphi = -135°$ on a $\omega = 0{,}62\,\text{rad/s}$. On trouve un gain proportionnel de 0,054.
La marge de gain est alors de 5,35 dB ce qui est inférieur aux 10 dB demandés.

Question 4 Déterminer K_p pour avoir une marge de gain de 10 dB. Vérifier la marge de phase.

Correction

Pour $\varphi = -180°$ on a $\omega = 1\,\text{rad/s}$. On trouve un gain proportionnel de 0,316.
La marge de phase est alors de 70°($\omega = 0{,}0333\,\text{rad/s}$).

Résolution analytique

Question 5 Calculer la marge de phase.

Correction

- On cherche ω tel que $G_{\text{dB}}(\omega) = 0\,\text{dB}$: $G_{\text{dB}}(\omega) = -20\log(10) - 20\log\omega - 20\log\left(\sqrt{(1-\omega^2)^2+\omega^2}\right)$

On trouve $\omega = 2{,}21\,\text{rad/s}$ et $M_\varphi = -60°$. Le système est instable.

Question 6 Calculer la marge de gain.

Correction

Pour $\varphi = -180°$, on a $\omega = 1\,\text{rad/s}$ et $M_G = -20\,\text{dB}$. Le système est instable.

Question 7 Calculer K_p pour avoir une marge de phase de 45°. Vérifier la marge de gain.

Correction

Pour $\varphi = -135°$ on a $\omega = 0{,}62\,\text{rad/s}$. On trouve un gain proportionnel de 0,054.
La marge de gain est alors de 5,35 dB ce qui est inférieur aux 10 dB demandés.

Question 8 Calculer K_p pour avoir une marge de gain de 10 dB. Vérifier la marge de phase.

Correction

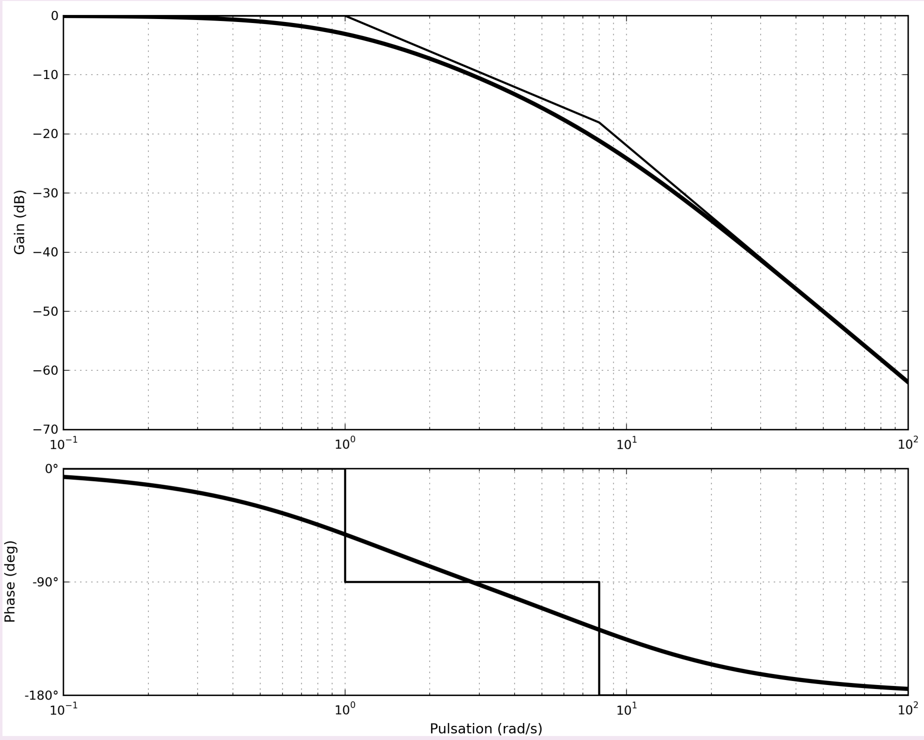
Pour $\varphi = -180°$ on a $\omega = 1\,\text{rad/s}$. On trouve un gain proportionnel de 0,316.
La marge de phase est alors de $70°(\omega = 0{,}0333\,\text{rad/s})$.

Correcteur proportionnel intégral

D'après ressources P. Dupas.

Question 9 (Falcultatif) Justifier le diagramme de Bode de la boucle ouverte non corrigée.

Correction



Question 10 Déterminer graphiquement les paramètres du correcteur pour avoir une marge de phase de 45°.

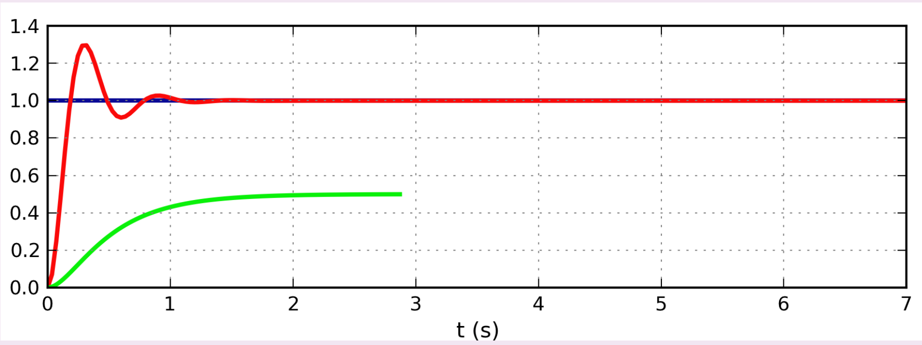
Question 11 Déterminer analytiquement les paramètres du correcteur pour avoir une marge de phase de 45°.

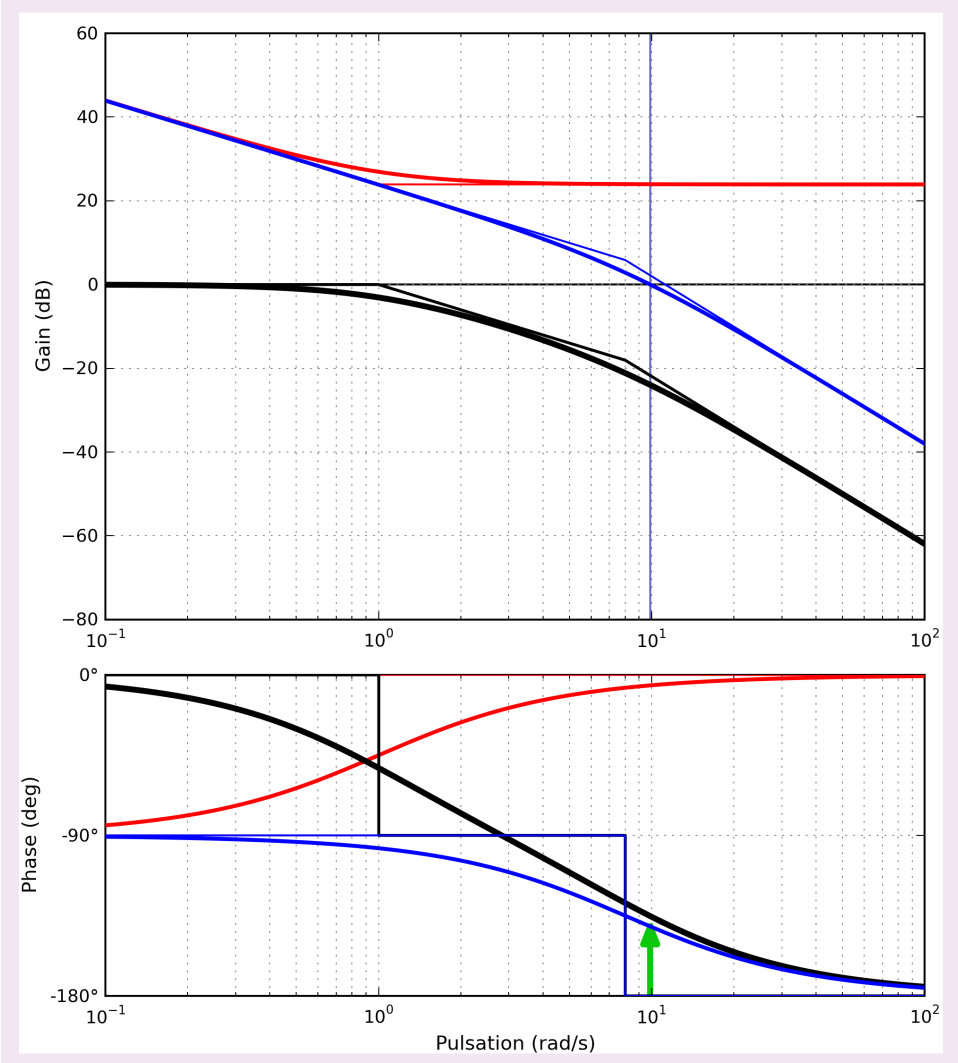
Correction

- On résout $\varphi(\omega) = -135°$: $\varphi(\omega) = -\arctan\omega - \arctan\omega/8 \Rightarrow \tan 135° = \dfrac{\omega+\omega/8}{1-\omega^2/8}$ $\Leftrightarrow -1+\omega^2/8-9\omega/8 = 0 \Leftrightarrow \omega^2-9\omega-8=0$. $\Delta = 81+32 = 10,63^2$. $\omega = \dfrac{9\pm 10,63}{2} =$ 9,82 rad/s.
- Calculons $G_{\mathrm{dB}}(9,82) = -23{,}9\,\mathrm{dB}$. Il faut donc augmenter le gain de 23,9 dB soit $K_P = 10^{23,9/20} = 15,7$.
- On choisit τ pour ne pas modifier la marge de phase. Il faut donc que le déphasage de 0°du correcteur ait lieu avant 9,82 rad/s. De manière usuelle on prend $\dfrac{1}{\tau} = \dfrac{9,82}{10} =$ 0,982 rad/s.
- Au final, on a $C(p) = 15,7\dfrac{1+1,018p}{1,018p}$.

Question 12 Tracer le diagramme de Bode du correcteur et le diagramme de la boucle ouverte corrigée.

Correction





60
40
20
0
−20
−40
−60
−80
Gain (dB)
10^{-1}
10^{0}
10^{1}
10^{2}
0°
-90°
-180°
Phase (deg)
Pulsation (rad/s)

Colle 1
Réglage d'un correcteur P et d'un correcteur à avance de phase – Sujet

Pôle Chateaubriand – Joliot Curie.

Correction proportionnelle

C1-02

C2-04

Soit $F(p)$ la FTBO d'un système bouclé à retour unitaire. Les diagrammes de BODE de $F(p)$ sont représentés sur la figure ci-dessous.

Question 1 Déterminer les marges de phase et de gain du système, puis conclure quant à sa stabilité.

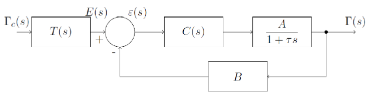
On décide d'ajouter au système un correcteur série de type proportionnel. On note K_p le gain de ce correcteur.

Question 2 Déterminer la valeur de K_p permettant d'obtenir une marge de gain $M_G = 12\,\text{dB}$.

Question 3 Déterminer la nouvelle marge de phase du système.

Question 4 En le justifiant, déterminer l'erreur de position du système corrigé pour une consigne indicielle.

Correction intégrale – Asservissement en accélération



On désire contrôler l'accélération $\gamma(t)$ d'un plateau. Pour cela, un capteur d'accélération, fixé sur le plateau et de sensibilité B, est utilisé dans la chaîne de retour du système. Le moteur permettant la motorisation du plateau est modélisé par la fonction de transfert : $H(s) = \dfrac{A}{1+\tau s}$. On modélise le correcteur par la fonction de transfert $C(s)$.

On a $A = 100\,\text{g}\,\text{m}\,\text{s}^{-2}\,\text{V}^{-1}$, $\tau = 0{,}2\,\text{s}$ et $B = 10^{-2}\,\text{g}^{-1}\text{Vm}^{-1}\text{s}^{-2}$.

Question 5 Quelle doit être la fonction de transfert du transducteur $T(s)$ qui traduira l'accélération de consigne $\Gamma_c(s)$ en tension $E(s)$.

On applique à l'entrée du système une consigne d'accélération $\gamma_c = 20g$.

Système asservi sans correction : $C(s) = 1$.

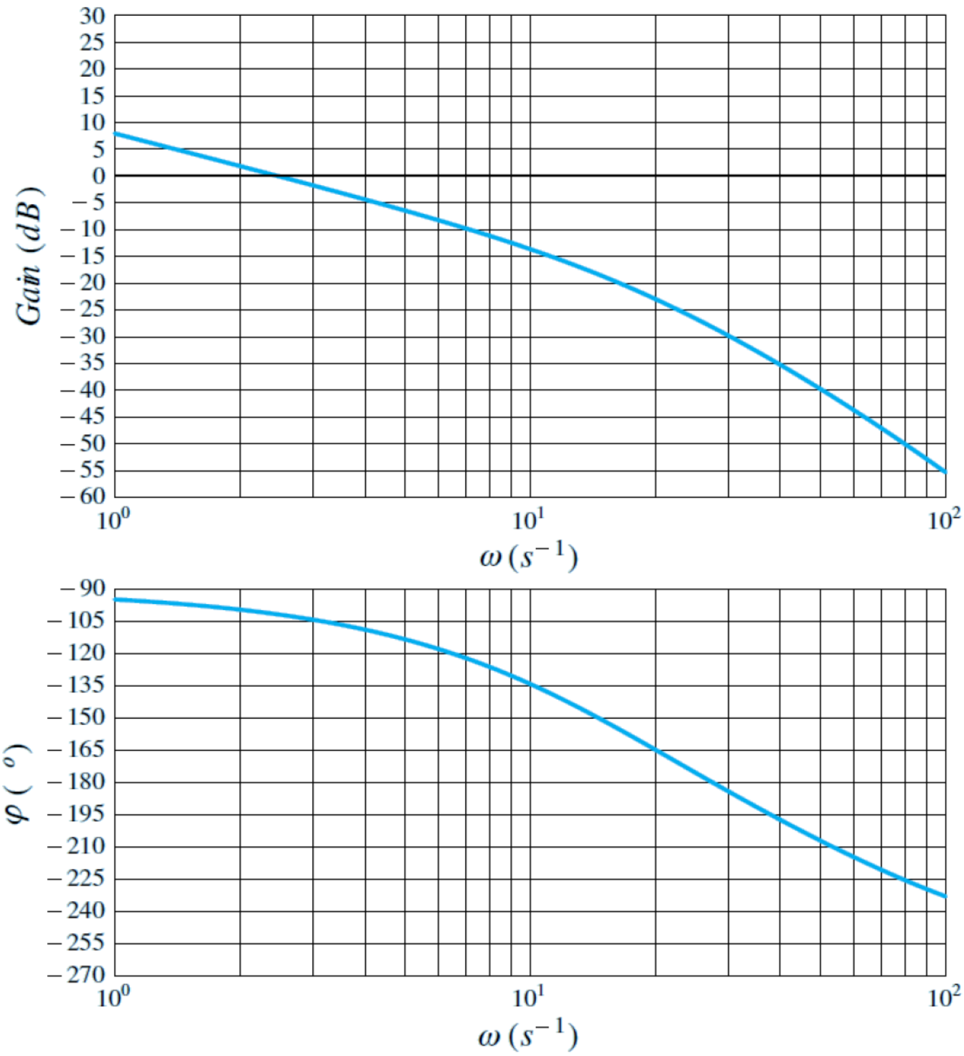
Question 6 Déterminer l'expression de la fonction de transfert en boucle fermée de ce système. Identifier les différents paramètres de cette fonction. Réaliser l'application numérique.

Question 7 Calculer le temps de réponse à 5% de ce système pour une entrée en échelon.

Question 8 Donner la valeur de l'accélération en régime permanent. Ce système est-il précis ? Donner l'erreur en régime permanent.

Question 9 Donner l'allure de la réponse de ce système en précisant les points caractéristiques.

Système asservi avec correction intégrale : $C(s) = \dfrac{1}{s}$.



Question 10 Déterminer l'expression de la fonction de transfert en boucle fermée de ce système. Identifier les différents paramètres de cette fonction. Réaliser l'application numérique.

Question 11 Calculer le temps de réponse à 5% de ce système pour une entrée en échelon.

Question 12 Donner la valeur de l'accélération en régime permanent. Ce système est-il précis ? Donner l'erreur en régime permanent. Pouvait-on prévoir ce résultat.

Question 13 Conclure en comparant le comportement du système avec et sans correction.

Colle 1
Réglage d'un correcteur P et d'un correcteur à avance de phase – Corrigé

Pôle Chateaubriand – Joliot Curie.

Correction proportionnelle

C1-02

C2-04

Soit $F(p)$ la FTBO d'un système bouclé à retour unitaire. Les diagrammes de BODE de $F(p)$ sont représentés sur la figure ci-dessous.

Question 1 Déterminer les marges de phase et de gain du système, puis conclure quant à sa stabilité.

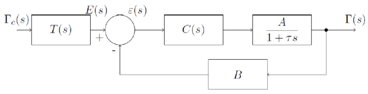
On décide d'ajouter au système un correcteur série de type proportionnel. On note K_p le gain de ce correcteur.

Question 2 Déterminer la valeur de K_p permettant d'obtenir une marge de gain $M_G = 12\,\text{dB}$.

Question 3 Déterminer la nouvelle marge de phase du système.

Question 4 En le justifiant, déterminer l'erreur de position du système corrigé pour une consigne indicielle.

Correction intégrale – Asservissement en accélération



On désire contrôler l'accélération $\gamma(t)$ d'un plateau. Pour cela, un capteur d'accélération, fixé sur le plateau et de sensibilité B, est utilisé dans la chaîne de retour du système. Le moteur permettant la motorisation du plateau est modélisé par la fonction de transfert : $H(s) = \dfrac{A}{1+\tau s}$. On modélise le correcteur par la fonction de transfert $C(s)$.

On a $A = 100\,\text{g}\,\text{m}\,\text{s}^{-2}\,\text{V}^{-1}$, $\tau = 0{,}2\,\text{s}$ et $B = 10^{-2}\,\text{g}^{-1}\text{Vm}^{-1}\text{s}^{-2}$.

Question 5 Quelle doit être la fonction de transfert du transducteur $T(s)$ qui traduira l'accélération de consigne $\Gamma_c(s)$ en tension $E(s)$.

On applique à l'entrée du système une consigne d'accélération $\gamma_c = 20g$.

Système asservi sans correction : $C(s) = 1$.

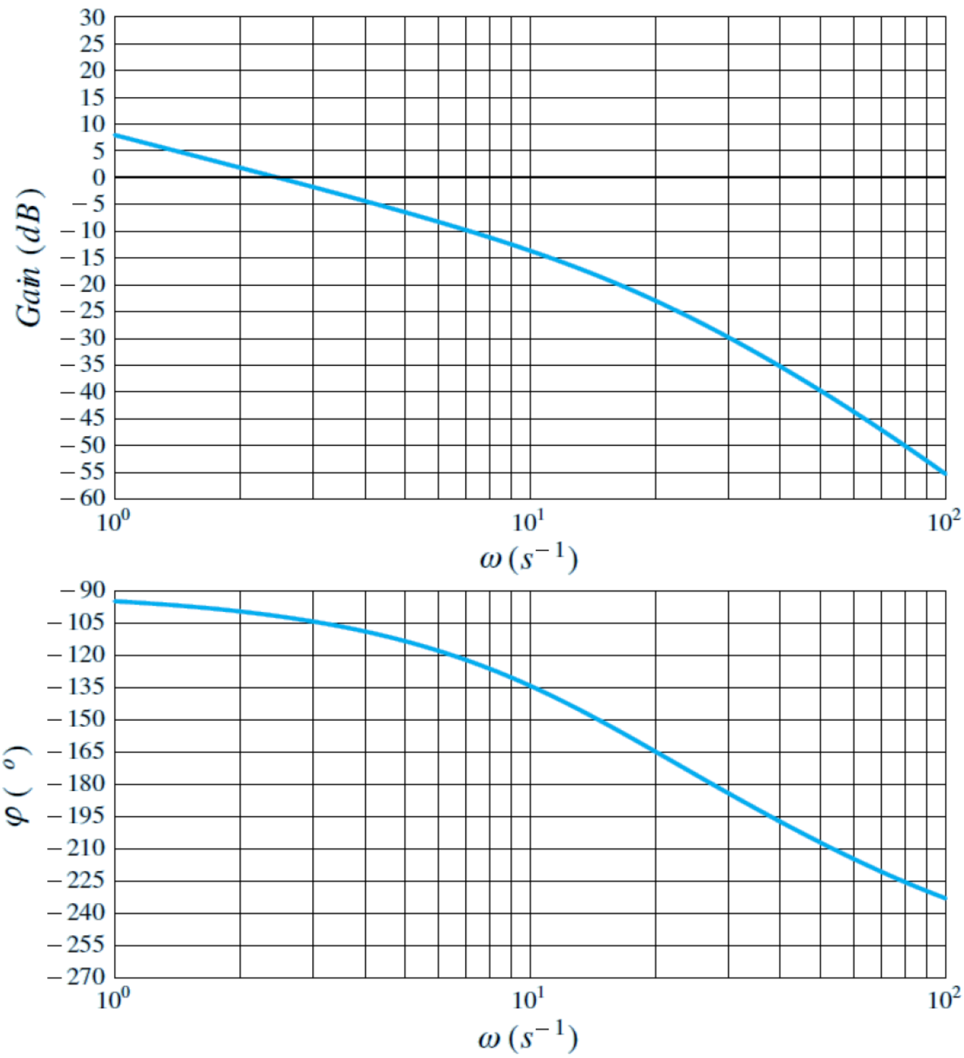
Question 6 Déterminer l'expression de la fonction de transfert en boucle fermée de ce système. Identifier les différents paramètres de cette fonction. Réaliser l'application numérique.

Question 7 Calculer le temps de réponse à 5% de ce système pour une entrée en échelon.

Question 8 Donner la valeur de l'accélération en régime permanent. Ce système est-il précis ? Donner l'erreur en régime permanent.

Question 9 Donner l'allure de la réponse de ce système en précisant les points caractéristiques.

Système asservi avec correction intégrale : $C(s) = \dfrac{1}{s}$.



Question 10 Déterminer l'expression de la fonction de transfert en boucle fermée de ce système. Identifier les différents paramètres de cette fonction. Réaliser l'application numérique.

Question 11 Calculer le temps de réponse à 5% de ce système pour une entrée en échelon.

Question 12 Donner la valeur de l'accélération en régime permanent. Ce système est-il précis ? Donner l'erreur en régime permanent. Pouvait-on prévoir ce résultat.

Question 13 Conclure en comparant le comportement du système avec et sans correction.

1.1. Réglage d'une marge de gain

1. $\boxed{M_\varphi = 78°}$ et $\boxed{M_G = 28\,\text{dB}}$
2. $Kp \approx \boxed{6,3}$
3. $\boxed{M_\varphi = 37°}$
4. L'erreur en régime permanent, vis-à-vis d'une consigne en échelon, est nulle.

2.1. Asservissement en accélération

1. $\boxed{T(s)=B}$
2. $\boxed{H_{BF}(s)=\dfrac{A\cdot B/1+A\cdot B}{1+\dfrac{\tau}{A\cdot B+1}\cdot s}}$ $\boxed{H_{BF}(s)=\dfrac{0,5}{1+0,1\cdot s}}$
3. $t_{5\%}\approx\boxed{0,3\,\text{s}}$
4. $\gamma(+\infty)=\boxed{10\cdot g\ \ \text{m}\cdot\text{s}^{-2}}$ $\qquad e_r(+\infty)=\boxed{10\cdot g\ \ \text{m}\cdot\text{s}^{-2}}$
5.
6. $\boxed{H_{BF}(s)=\dfrac{1}{1+\dfrac{1}{A\cdot B}\cdot s+\dfrac{\tau}{A\cdot B}\cdot s^2}}$ $\boxed{H_{BF}(s)=\dfrac{1}{1+s+0,2\cdot s^2}}$ $\boxed{z=1,12\ \ \&\ \ \omega_0=2,24\ \text{rad}\cdot\text{s}^{-1}}$
7. $\boxed{t_{5\%}=2,23\,\text{s}}$
8. $\gamma(+\infty)=\gamma_c=\boxed{20\cdot g\ \ \text{m}\cdot\text{s}^{-2}}$. Le système est précis.
9.

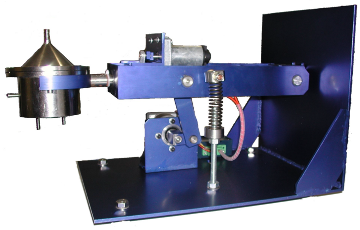
TD 1
Agitateur médical avec chambre de Riccordi – Sujet

CCP – PSI – 2006.

02 COR 03 COR

Présentation

Afin d'isoler des cellules issues du pancréas, il est nécessaire de les baigner dans un mélange d'enzymes tout en agitant la solution dans un milieu contrôlé en température. On utilise pour cela un agitateur médical avec chambre de Riccordi.



Objectif

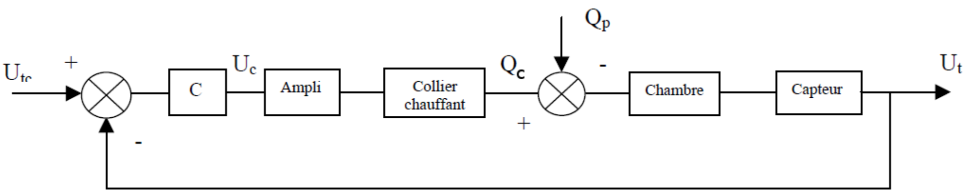
La maîtrise de la température joue un rôle crucial, l'objectif de notre étude est de réduire les temps de réaction et d'augmenter la précision en température du système de chauffage. Le cahier des charges est le suivant :

- temps de montée en température : 3 min maxi ;
- précision de la température : ±0,5 ° pour un échelon de 20 °.

Nous utilisons pour chauffer la solution circulant dans la chambre, un collier chauffant situé sur le pourtour de la chambre, alimenté en tension par une unité comprenant un correcteur et un amplificateur.

On note :

- U_{tc} : tension de consigne ;
- U_t : tension à l'image de la température (capteur de température mesurant la température dans la chambre) ;
- U_a : tension d'alimentation du collier chauffant ;
- q_c : énergie calorifique fournie par le collier chauffant ;
- q_p : énergie calorifique perdue ou reçue par la chambre (en dehors du collier chauffant) perte par convection, par circulation de l'enzyme. Dans le cadre de cette étude **on néglige les pertes**.



Expérimentalement, on peut déterminer que $\text{FTBO(p)} = \dfrac{U_t(p)}{U_c(p)} = \dfrac{0,5}{(1+5p)(1+100p)}$.

Analyse des performances

On considère ici que $C(p) = 1$. On donne l'abaque des temps de réponse réduit plus bas.

Question 1 Déterminer le temps de réponse à 5% du système régulé.

Question 2 Déterminer l'écart en position et l'écart en traînage.

Question 3 Justifier le tracé du diagramme de Bode de la FTBO non corrigée (figure 1)

Question 4 Déterminer la marge de gain et la marge de phase.

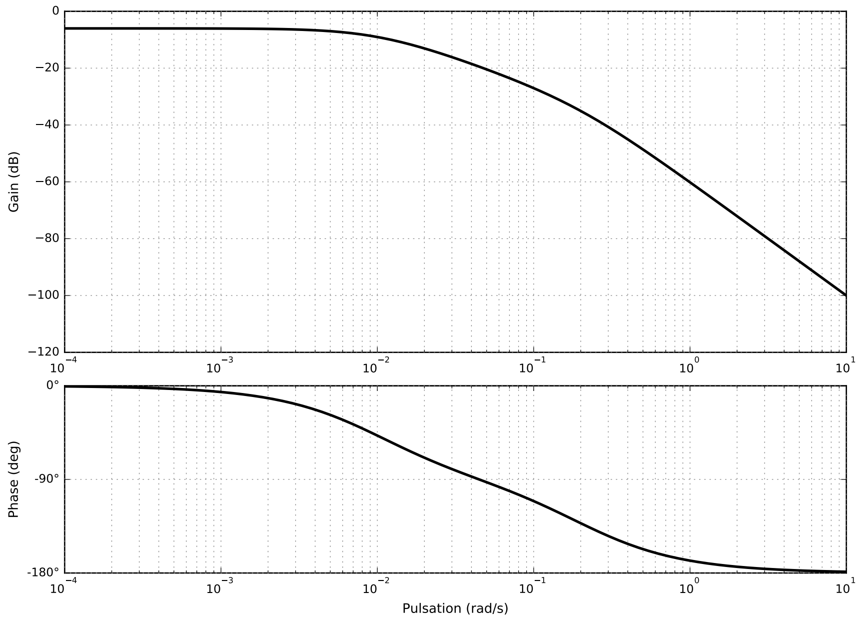
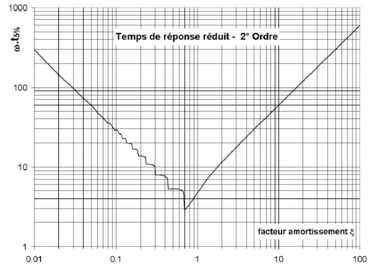


Figure 1 – Diagramme de Bode de la BO non corrigée

Mise en œuvre de corrections P et PI

On envisage une première correction en utilisant un correcteur proportionnel de la forme $C(p) = K$.



Question 5 Déterminer le gain K de manière à obtenir le système le plus rapide sans aucun dépassement.

Question 6 En déduire le temps de réponse à 5%, l'écart en position et l'écart de traînage.

Question 7 Déterminez alors, la tension en sortie de l'amplificateur , si on envoie un échelon de tension de consigne U_{tc} de 5 V. Le gain de l'amplificateur étant de 10, critiquez vos résultats.

On souhaite maintenant corriger le système avec en utilisant une action proportionnelle intégrale $C(p) = \dfrac{K}{T_i p}(1 + T_i p)$. On utilise pour cela la méthode des compensation de pôles.

Question 8 Déterminer les gain K et T_i permettant d'assurer le non dépassement de la consigne ainsi que le temps de réponses du système.

Question 9 En déduire le nouvel écart de position.

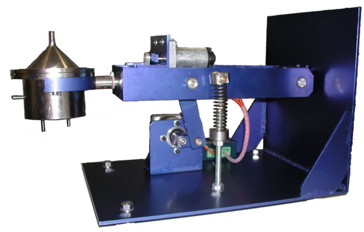
TD 1
Agitateur médical avec chambre de Riccordi – Corrigé

CCP – PSI – 2006.

02 COR 03 COR

Présentation

Afin d'isoler des cellules issues du pancréas, il est nécessaire de les baigner dans un mélange d'enzymes tout en agitant la solution dans un milieu contrôlé en température. On utilise pour cela un agitateur médical avec chambre de Riccordi.



Objectif

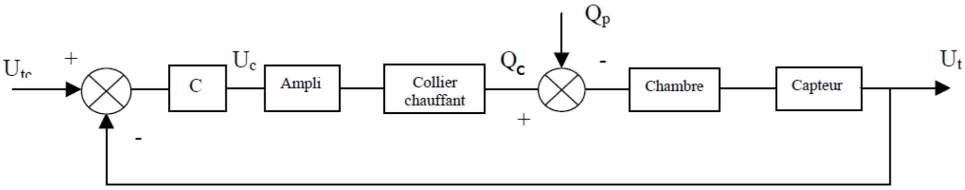
La maîtrise de la température joue un rôle crucial, l'objectif de notre étude est de réduire les temps de réaction et d'augmenter la précision en température du système de chauffage. Le cahier des charges est le suivant :

- temps de montée en température : 3 min maxi ;
- précision de la température : ±0,5 ° pour un échelon de 20 °.

Nous utilisons pour chauffer la solution circulant dans la chambre, un collier chauffant situé sur le pourtour de la chambre, alimenté en tension par une unité comprenant un correcteur et un amplificateur.

On note :

- U_{tc} : tension de consigne ;
- U_t : tension à l'image de la température (capteur de température mesurant la température dans la chambre) ;
- U_a : tension d'alimentation du collier chauffant ;
- q_c : énergie calorifique fournie par le collier chauffant ;
- q_p : énergie calorifique perdue ou reçue par la chambre (en dehors du collier chauffant) perte par convection, par circulation de l'enzyme. Dans le cadre de cette étude **on néglige les pertes**.



Expérimentalement, on peut déterminer que FTBO(p) = $\dfrac{U_t(p)}{U_c(p)} = \dfrac{0,5}{(1+5p)\,(1+100p)}$.

Analyse des performances

On considère ici que $C(p) = 1$. On donne l'abaque des temps de réponse réduit plus bas.

Question 1 Déterminer le temps de réponse à 5% du système régulé.

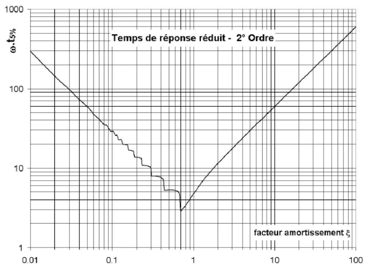
Question 2 Déterminer l'écart en position et l'écart en traînage.

Question 3 Justifier le tracé du diagramme de Bode de la FTBO non corrigée (figure 1)

Question 4 Déterminer la marge de gain et la marge de phase.

Mise en œuvre de corrections P et PI

On envisage une première correction en utilisant un correcteur proportionnel de la forme $C(p) = K$.



Question 5 Déterminer le gain K de manière à obtenir le système le plus rapide sans aucun dépassement.

Question 6 En déduire le temps de réponse à 5%, l'écart en position et l'écart de traînage.

Question 7 Déterminez alors, la tension en sortie de l'amplificateur , si on envoie un échelon de tension de consigne U_{tc} de 5 V. Le gain de l'amplificateur étant de 10, critiquez vos résultats.

On souhaite maintenant corriger le système avec en utilisant une action proportionnelle intégrale $C(p) = \dfrac{K}{T_i p}(1 + T_i p)$. On utilise pour cela la méthode des compensation de pôles.

Question 8 Déterminer les gain K et T_i permettant d'assurer le non dépassement de la consigne ainsi que le temps de réponses du système.

Question 9 En déduire le nouvel écart de position.

Q20 – Temps de réponse du système régulé

$$H_{bf}(p) = \frac{U_t(p)}{U_{tc}(p)} = \frac{H_{bo}(p)}{1+H_{bo}(p)}$$ car le retour est unitaire.

$$H_{bf}(p) = \frac{1/3}{1+\frac{105}{1,5}\cdot p+\frac{500}{1,5}\cdot p^2}$$

D'où l'on déduit :

- la pulsation propre ω_n telle que : $\omega_n^2 = \frac{1,5}{500} = 30\cdot 10^{-4} \Rightarrow \omega_n = 5,5\,.\,10^{-2}$ *rd/s*

- le facteur d'amortissement ξ tel que : $\frac{2\cdot\xi}{\omega_n} = 70 \Rightarrow \xi = 1,92 \# 2$

L'abaque « Temps de réponse réduit pour second ordre » retourne :

$\omega_n . t_{5\%} \approx 12 \Rightarrow \underline{t_{5\%} = 218\ s}$ **Incompatible** avec le cahier des charges (Montée en température rapide : *3 mn* maximum).

Q21 – Ecart de position – Ecart de traînage

Fonction de transfert de classe 0 (zéro) $\Rightarrow \begin{cases} \varepsilon_p = \dfrac{1}{1+G_{FTBO}} \\ \\ \varepsilon_v = \infty \end{cases}$

$\underline{\varepsilon_p = 0,66}$ $\underline{66\ \%}$ **Incompatible** avec le cahier des charges.

Q22 – Diagrammes de Bode de la F.T.B.O.

On procède par superposition : $H_{bo}(j\omega) = H_1(j\omega)\cdot H_2(j\omega) = \frac{0,5}{1+j\cdot 5\omega}\cdot\frac{1}{1+j\cdot 100\omega}$

Pulsations de brisure $\omega_1 = 0,2$ *rd/s* ; $\omega_2 = 0,01$ *rd/s*

Qd $\omega \to 0$ $\quad H_{bo} \approx \dfrac{1}{2} \Rightarrow \begin{cases} G \approx -6dB \\ \varphi \approx 0 \end{cases}$

$$\boxed{G = -6dB - 10 \cdot Log\left(1 + 25 \cdot \omega^2\right) - 10 \cdot Log\left(1 + 10^4 \cdot \omega^2\right)}$$

$$\boxed{\varphi = -Arc\tan(5 \cdot \omega) - Arc\tan(100 \cdot \omega)}$$

ω (rd/s)	0,01	0,1	1
G (dB)	- 9	- 27	- 60
φ (°)	- 48	- 115	- 169

Valeurs du gain, de la phase à différentes pulsations

Tracé des lieux asymptotiques et réels : *Voir le Document Réponse page suivante*

<u>Q23 – Marges de gain, de phase</u>

Marge de gain : ***<u>$M_G = \infty$</u>***

Marge de phase : ***<u>$M_\varphi = 180°$</u>***

<u>Q 24 – Réglage du correcteur Proportionnel assurant la stabilité et optimisant les performances du système</u>

Il faut écarter la solution consistant à régler K afin que le lieu de transfert en B.O. soit tangent au contour fermé à *2,3 dB*, car alors le facteur d'amortissement devient inférieur à *1*, (*0,4* pour un second ordre et le dépassement est environ de *25%)* ce qui entraînera un dépassement lors la montée en température (Non respect du C.d.C.)

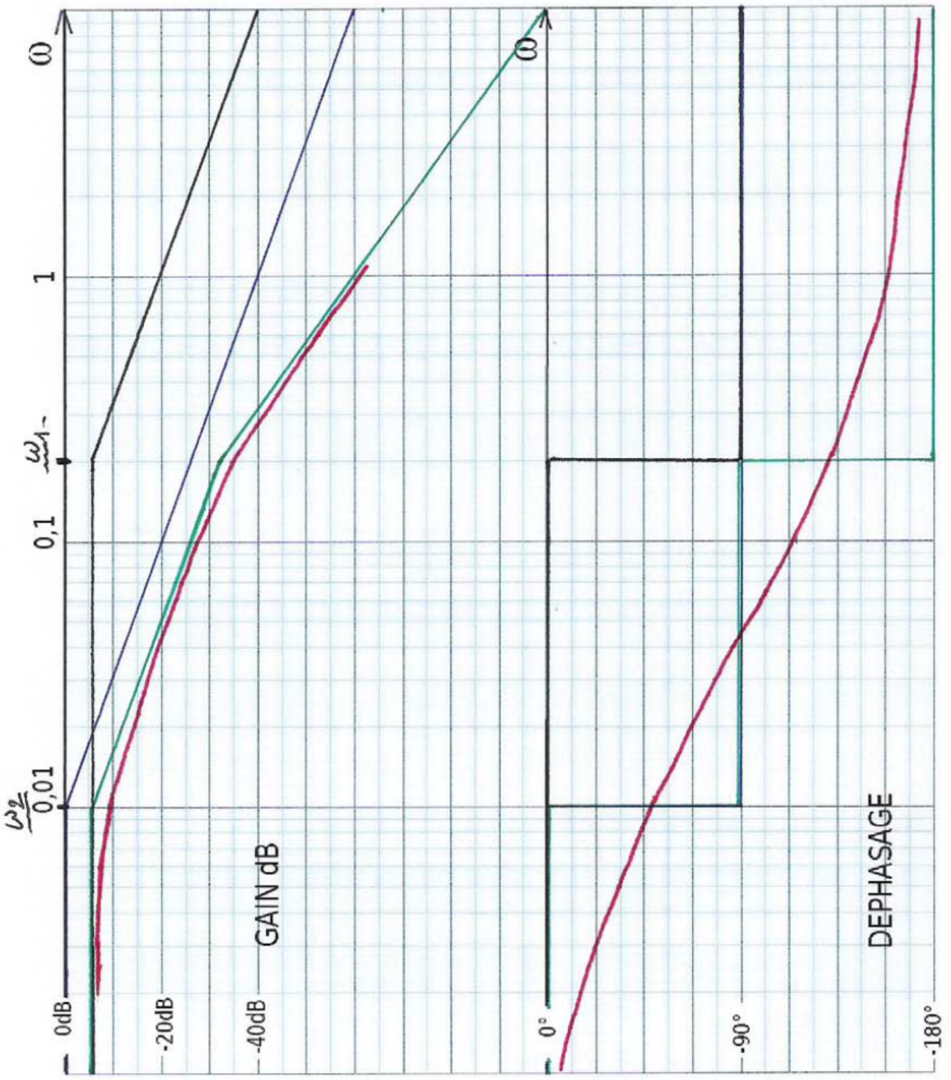
On règle K de telle sorte que $\xi \geq 1$; la réponse indicielle est alors **apériodique critique** ou **apériodique amorti**.

$$H_{bo}(\omega) = \frac{0{,}5 \cdot K}{1 + 105 \cdot p + 500 \cdot p^2}$$

$$H_{bf}(p) = \frac{U_t(p)}{U_{tc}(p)} = \frac{H_{bo}(p)}{1 + H_{bo}(p)}$$ car le retour est unitaire.

$$H_{bf}(p) = \frac{\dfrac{0{,}5 \cdot K}{1 + 0{,}5 \cdot K}}{1 + \dfrac{105}{1 + 0{,}5 \cdot K} p + \dfrac{500}{1 + 0{,}5 \cdot K} p^2}$$

Question 22 : *Tracé de Bode*



Pulsation propre : $\omega_n = \sqrt{\dfrac{1+0,5\cdot K}{500}}$

Facteur d'amortissement, il est tel que : $\dfrac{2\cdot\xi}{\omega_n} = \dfrac{105}{1+0,5\cdot K}$,

$$\Rightarrow \xi = \frac{105}{2\cdot\sqrt{500}\cdot\sqrt{1+0,5\cdot K}}$$

Condition de **non dépassement** : $\xi \geq 1 \quad \Leftrightarrow \quad K \leq 9,02$

On choisit $\underline{\boldsymbol{K=9}}$ alors $\underline{\boldsymbol{\xi \approx 1}}$ la réponse indicielle est **apériodique critique**.

Par conséquent, sur le diagramme de Black, **on translate** le lieu de transfert en B.O. **dans la direction verticale** de *20 Log 9* , c'est-à-dire d'environ ***19 dB*** .

Q 25 – Eléments de performances, temps de réponse à 5 % , écarts de position et de traînage

Voir le Document Réponse à la dernière page (Courbe repérée H_{bo2})

La marge de gain est inchangée : $\underline{\boldsymbol{M_G = \infty}}$

On relève : $\underline{\boldsymbol{M_\varphi = 90°}}$ **La stabilité est assurée**.

Pulsation propre : $\omega_n = \sqrt{\dfrac{1+0,5\cdot 9}{500}} = \sqrt{\dfrac{5,5}{500}} \approx 0,1 \quad rd/s$

L'abaque « Temps de réponse réduit pour second ordre » retourne :

$\omega_n . t_{5\%} \approx 5 \Rightarrow \underline{\boldsymbol{t_{5\%} = 50\ s}}$ **Compatible** avec le cahier des charges (Montée en température rapide : *3 mn* maximum).

Fonction de transfert de classe 0 (zéro) $\Rightarrow \begin{cases} \varepsilon_p = \dfrac{1}{1+G_{FTBO}} \\ \varepsilon_v = \infty \end{cases}$

$\underline{\boldsymbol{\varepsilon_p = 0,55}}$ ***55 %*** **Incompatible** avec le cahier des charges.

Q26 – Tension en entrée de l'amplificateur, tension d'alimentation du collier chauffant lorsque l'échelon de tension de consigne U_{tc} est de 5 V

A 17° C correspond $U_c = 0\ V$, donc $U_t = 0\ V$.

Si $U_{tc} = 5\ V \Rightarrow \underline{\boldsymbol{U_c = 45\ V}}$. ($U_c = K.\varepsilon$)

Alors $\underline{\boldsymbol{U_a = 450\ V}}$ Il y aura **saturation de l'ampli** et donc augmentation du temps de réponse.

Q 27 – Choix d'un correcteur à action P.I. – Réglage de ce correcteur

$$C(p) = \frac{K}{T_i p}(1+T_i p)$$

Le réglage du correcteur se fait **par compensation du pôle le plus lent**. Méthode qui consis à choisir la constante de temps T_i du correcteur égale **à la constante de temps la plus grande** du système à corriger. On réglera le gain K du correcteur afin que **la réponse indicielle ne présente pas de dépassement** (on choisit $\xi = 1$). Le choix de T_i devant satisfaire le C.d.C. (Montée en température rapide : $3\ mn$ maximum).

La F.T.B.O. s'écrit alors : $H_{bo}(\omega) = \dfrac{0{,}5 \cdot K}{T_i \cdot p + 500 \cdot p^2}$

La F.T.B.F. s'écrit alors : $H_{bf}(\omega) = \dfrac{1}{1 + \dfrac{T_i}{0{,}5 \cdot K} \cdot p + \dfrac{500}{0{,}5 \cdot K} \cdot p^2}$

La pulsation propre (non amortie) vaut alors : $\omega_n = \dfrac{1}{10} \cdot \sqrt{\dfrac{K}{10}}$

Le facteur d'amortissement vaut alors : $\xi = \dfrac{T_i}{10 \cdot \sqrt{10 \cdot K}}$

On choisit $\boldsymbol{\xi = 1}$ la réponse indicielle est apériodique critique.

Alors : $K = 10^{-3} \cdot T_i$

On a toujours : $\omega_n . t_{5\%} \approx 5$ puisque $\xi = 1$

Tableau des valeurs de K, ω_n, $t_{5\%}$ en fonction du choix de T_i

T_i	K	ω_n	$t_{5\%}$	*Commentaires*
5 s	25.10^{-3}	5.10^{-3} rd/s	1 000 s	**A rejeter**
100 s	10	0,1 rd/s	**50 s**	**A RETENIR**

Tracé du lieu de transfert de la F.T.B.O. dans le plan de Black :

$$H_{bo}(j\omega) = \frac{5}{j \cdot 100\omega \cdot (1 + j \cdot 5\omega)}$$

Gain : $G = -26\ dB - 20 \cdot Log\omega - 10 \cdot Log(1 + 25 \cdot \omega^2)$

Argument : $\varphi = -90° - Arc\tan(5\omega)$

ω (rd/s)	0,01	0,1	0,2	1
G (dB)	14	- 7	- 15	- 40
φ (°)	- 93	- 117°	- 135	- 169

Valeurs du gain, de la phase à différentes pulsations

Compte tenu de la forme de la F.T.B.O. , le lieu de transfert présente deux asymptotes verticales d'équations $\varphi = -90°$ et $\varphi = -180°$.

Voir le Document Réponse à la dernière page (Courbe repérée H_{bo3})

La marge de gain est inchangée : $M_G = \propto$

On relève : $M_\varphi \approx 77°$ **La stabilité est assurée**.

Q 28 – Nouvel écart de position

Le système est de **classe 1** $\Rightarrow$ $\varepsilon_p = 0$