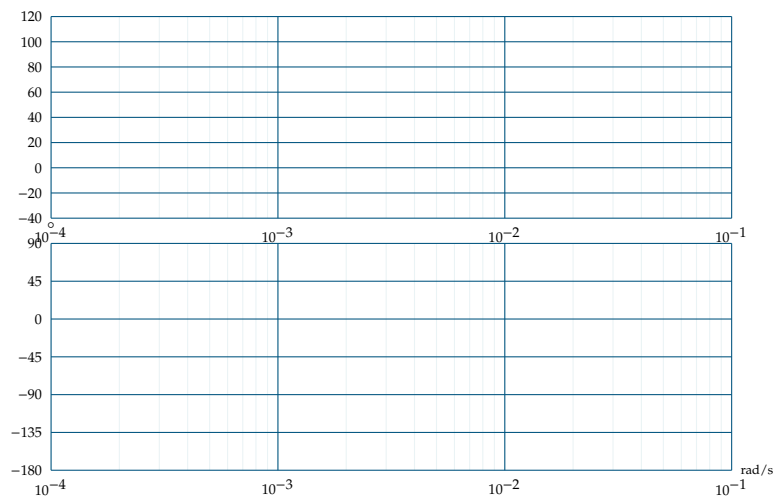


## Diagramme de Bode★

11 SLCI

**Question 1** Tracer le diagramme de Bode de la fonction de transfert suivante :

$$F_3(p) = \frac{40}{p(1 + 300p)}.$$



Corrigé voir .



# Colle 0

## Micromanipulateur compact pour la chirurgie endoscopique– Sujet

### Présentation générale

L'objet de cette étude est un robot appelé MC<sup>2</sup>E utilisé en chirurgie endoscopique. Ce type de robots médico-chirurgicaux est équipé de capteurs (caméra, capteur d'efforts...) permettant de maîtriser les interactions avec des environnements souvent déformables et difficilement modélisables comme le corps humain.

La figure 1 décrit les exigences auxquelles est soumis l'asservissement du MC<sup>2</sup>E.

### Validation des performances de l'asservissement d'effort

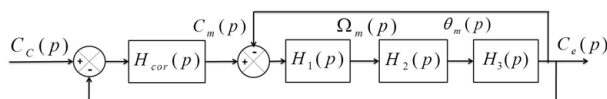
#### Modèle de connaissance de l'asservissement

##### Objectif

Modéliser l'asservissement en effort.

L'équation de mouvement est définie par l'équation différentielle suivante :  $J \frac{d^2 \theta_m(t)}{dt^2} = C_m(t) - C_e(t)$ .

On notera  $\theta_m(p)$ ,  $\Omega_m(p)$ ,  $C_m(p)$  et  $C_e(p)$  les transformées de Laplace des grandeurs de l'équation de mouvement. On pose  $C_e(t) = K_{C\theta} \theta_m(t)$  où  $K_{C\theta}$  est une constante positive. On a de plus  $\frac{d\theta_m(t)}{dt} = \omega_m(t)$ . La régulation se met alors sous la forme du schéma-blocs à retour unitaire simplifié que l'on admettra :



Dans un premier temps, on prendra  $H_{cor}(p) = 1$ .

**Question 1** Déterminer les expressions des fonctions de transfert  $H_1(p)$ ,  $H_2(p)$  et  $H_3(p)$ .

**Question 2** Donner l'expression de la fonction de transfert en boucle fermée  $H_{BF}(p)$  de l'asservissement d'effort.

Mines Ponts 2016.

B2-04

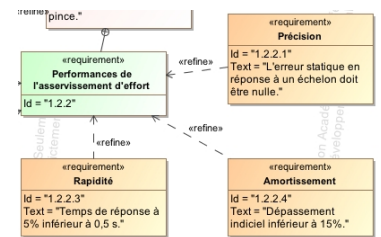
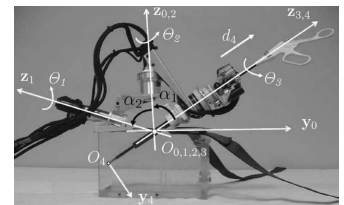


FIGURE 1 – Performances de l'asservissement.

On note :

- $J$ , inertie équivalente à l'ensemble en mouvement, ramenée sur l'arbre moteur ;
- $C_e(t)$ , couple regroupant l'ensemble des couples extérieurs ramenés à l'arbre moteur, notamment fonction de la raideur du ressort.

FIGURE 2 – Modèle simplifié du montage du capteur d'effort.

Avec :

- $C_e(p)$ , couple de sortie mesuré par le capteur d'effort situé sur le MC<sup>2</sup>E ;
- $C_c(p)$ , couple de consigne ;
- $C_m(p)$ , couple moteur ;
- $H_{cor}(p)$ , fonction de transfert du correcteur.

**Question 3** Quel sera le comportement de cet asservissement en réponse à un échelon d'amplitude  $C_0$  ? Conclure.

Pour remédier au problème ainsi mis en évidence, le concepteur a choisi de mettre en place une boucle interne numérique, dite tachymétrique, de gain  $B$ . On s'intéresse ici à la définition analytique de  $B$ . Le schéma-blocs modifié est donné figure suivante.

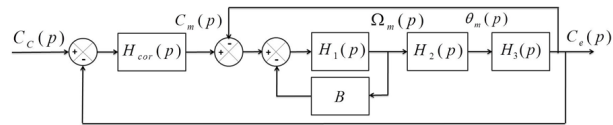


FIGURE 3 – Régulation avec retour tachymétrique.

On règle  $B$  de telle façon que, pour  $H_{cor}(p) = 1$ , la fonction de transfert en boucle ouverte, notée  $H_{BO}(p)$ , puisse être mise sous la forme suivante :  $H_{BO}(p) = \frac{1}{(1 + \tau p)^2}$ .

**Question 4** Donner l'expression analytique du gain  $B$ , en fonction de  $J$  et  $K_{C\theta}$ , permettant d'obtenir cette forme de fonction de transfert. En déduire l'expression analytique de la constante de temps  $\tau$ .

Les exigences du cahier des charges sont données plus haut (exigences 1.2.2.1, 1.2.2.3 et 1.2.2.4).

Afin de répondre à ces exigences, on choisit un correcteur proportionnel-intégral de gain  $K_i$  et de constante de temps  $T_i$ . Le schéma-blocs de la régulation se met sous la forme de la figure 4.

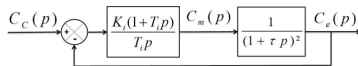


FIGURE 4 – Régulation avec correcteur PI.

**Question 5** Donner l'expression de l'erreur statique en réponse à un échelon d'amplitude  $C_0$ . Conclure vis-à-vis du cahier des charges.

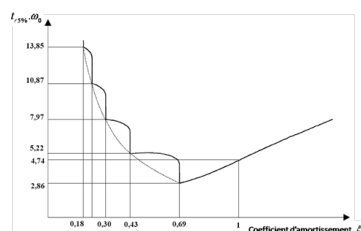
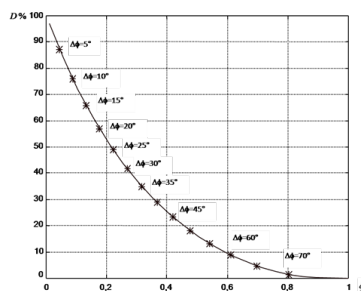
On souhaite régler le correcteur pour que le système asservi ait une fonction de transfert en boucle fermée d'ordre 2 de la forme :  $\frac{K_{BF}}{1 + \frac{2\xi_{BF}}{\omega_{0BF}}p + \frac{p^2}{\omega_{0BF}^2}}$ .

**Question 6** Proposer une expression simple pour la constante de temps  $T_i$ .

**Question 7** À partir des courbes ci-contre, proposer une valeur de coefficient d'amortissement et de pulsation propre.

On donne  $K_i = 1$ .

**Question 8** Les critères de performance du cahier des chartes sont-ils respectés ? Tracer l'allure de la réponse temporelle à un échelon  $C_{c0}$  en indiquant toutes les valeurs caractéristiques nécessaires.



## Diagrammes de Bode

On prend  $K_i = 0,4$ ,  $T_i = 0,01$  s et  $\tau = 0,5$  s.

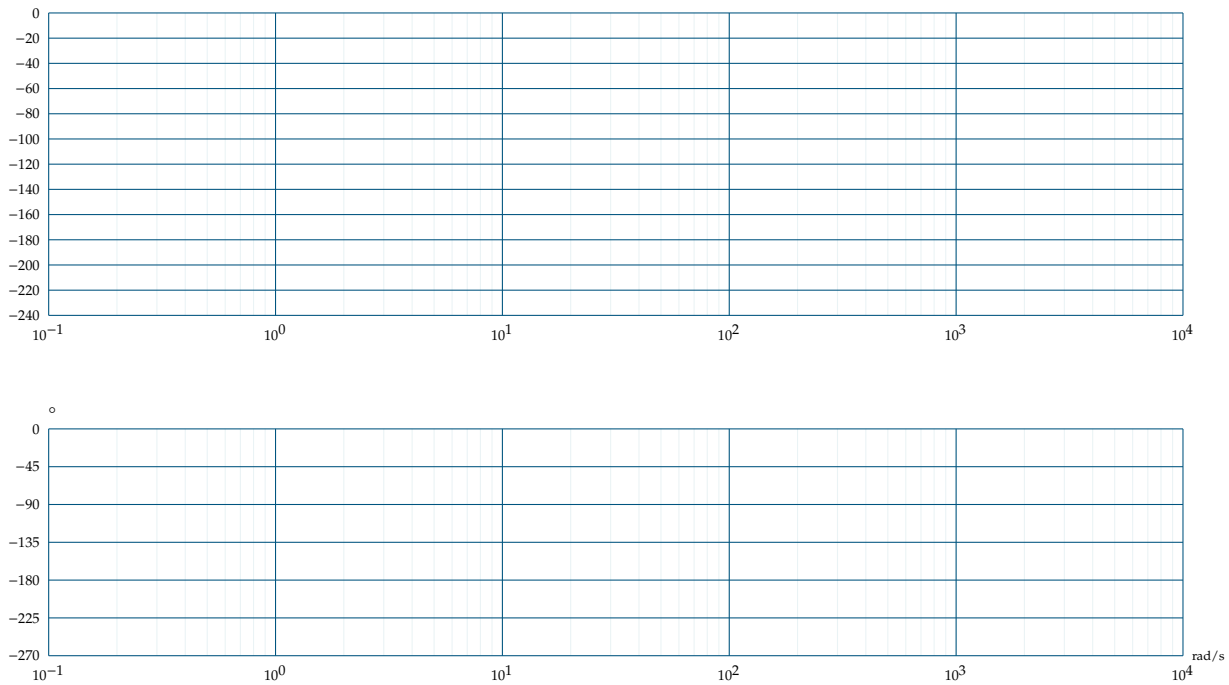
**Question 9** Tracer le diagramme de Bode de la fonction de transfert  $G(p) = \frac{K_i (1 + T_i p)}{T_i p (1 + \tau p)^2}$ .



**Diagramme de Bode ★★**

**Question 1** Tracer le diagramme de Bode de la fonction de transfert suivante :

$$F(p) = \frac{2}{0,05p^3 + 10,6p^2 + 120p}$$



Corrigé voir 10.



# TD 0

## Fauteuil dynamique de cinéma – Sujet

Concours Centrale-Supélec TSI 2015

C1-01

C2-03

### Présentation du système

Ce concept a été inventé au Canada en 2008, et s'est étendu à toute l'Amérique du Nord avant de traverser l'Atlantique pour proposer un cinéma dynamique avec une quantité d'effets spéciaux et spatiaux. Le fauteuil dynamique de cinéma est principalement destiné à l'industrie du divertissement et de la simulation.

### Mise en situation

Le siège dynamique est constitué :

- ▶ du dossier qui permet d'agir directement sur la tête du spectateur afin d'amplifier la sensation d'accélération (via l'oreille interne) ;
- ▶ de l'assise du siège qui permet d'obtenir un mouvement de tangage et un mouvement de roulis du spectateur.

Les trois motorisations (une pour le dossier et deux pour l'assise) sont composées chacune d'un moteur à courant continu à aimants permanents et d'un réducteur de vitesse. Chaque moteur est alimenté par un variateur de vitesse dont la structure de puissance est un hacheur. Un capteur de courant interne au variateur est utilisé par ce dernier pour réaliser un asservissement de courant, donc implicitement de couple. Une génératrice tachymétrique accouplée à l'axe de chaque moteur est utilisée par le variateur correspondant pour réaliser un asservissement de vitesse. Un codeur incrémental accouplé aussi sur l'axe de chaque moteur est utilisé par une carte à base de microcontrôleur pour réaliser un asservissement de position, une sortie analogique de cette carte étant reliée à l'entrée de consigne du variateur de vitesse.



### Exigence fonctionnelle « amplifier la sensation d'accélération »

#### Objectif

Proposer un modèle de comportement des éléments réalisant l'exigence fonctionnelle « amplifier la sensation d'accélération » puis valider les performances attendues listées par le cahier des charges.

#### Exigence : amplifier la sensation d'accélération

- ▶ Précision statique de la boucle d'asservissement de position :

- erreur statique de position  $< 1\%$ ;
  - erreur statique de traînage  $< 1\%$ ;
  - erreur statique d'accélération  $< 1\%$ .
- Rapidité pour un échelon de consigne d'accélération :
- temps de montée de 0 à 100% de la consigne  $< 5\text{ ms}$ ;
  - dépassement  $< 20\%$ .

## Comportement de l'ensemble variateur et moteur du dossieret

### Objectif

- Établir un modèle simplifié de l'asservissement de courant.
- Établir un modèle simplifié de l'asservissement de vitesse.
- Analyser la précision de l'asservissement de position.

### Modélisation de l'asservissement de vitesse

NE PAS TRAITER LES QUESTIONS 1 à 3.

### Remarque

Les 3 premières questions n'ont pas vraiment d'intérêt. Je les ai laissées car elles apparaissaient dans le sujet initial.

L'étude suivante consiste à obtenir un modèle simplifié de la boucle d'asservissement de vitesse (figure suivante) au regard des réglages effectués et de l'influence d'une perturbation de type échelon sur le dossieret. En effet, vu la courte durée des sollicitations, la perturbation sur le dossieret, dont l'origine peut être une action du spectateur sur ses muscles cervicaux, peut être modélisée par un échelon.

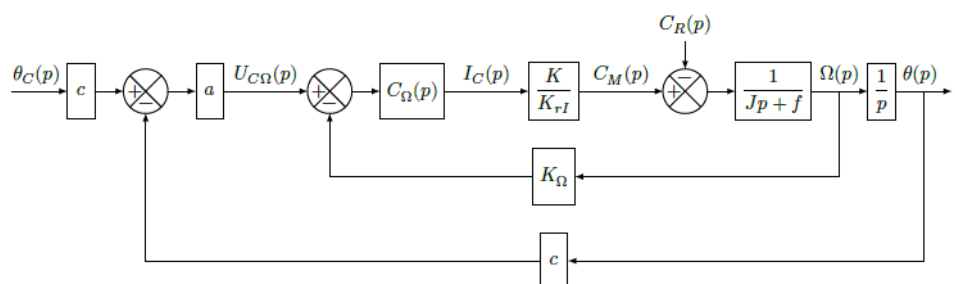


FIGURE 5 – Modèle de la boucle d'asservissement de vitesse

On a  $C_{\Omega}(p) = k_1 \left(1 + \frac{1}{T_1 p}\right)$ . De plus :  $K = 0,115 \text{ N m A}^{-1}$ ;  $R = 1 \Omega$ ;  $L = 1,1 \text{ mH}$ ;  $K_{rI} = 0,5 \text{ V A}^{-1}$ ;  $r = 1/50$ ;  $f = 4,1 \times 10^{-4} \text{ N m s rad}^{-1}$ ;  $J = 0,16 \times 10^{-3} \text{ kg m}^2$ .

**Question 1** Exprimer la fonction de transfert de la boucle de vitesse  $H_{\Omega}(p) = \Omega(p)/U_{C\Omega}(p)$ , lorsque  $C_R(p) = 0$ . Le résultat sera mis sous une forme canonique.

**Question 2**  $T_1$  étant égal à  $J/f$ , montrer alors que la fonction de transfert en boucle fermée peut se mettre sous la forme  $\frac{b}{\tau p + 1}$ . Calculer les valeurs numériques des termes  $b$  et  $\tau$ .



**Question 3** En déduire, à l'aide de la figure précédente,  $\theta(p)/C_R(p)$  lorsque  $\theta_C(p) = 0$ . Calculer ensuite la valeur finale de  $\theta(t)$  lorsque  $c_R(t)$  est un échelon unitaire. Conclure quant à l'action, en régime permanent, du correcteur proportionnel et intégral sur les effets d'une perturbation  $c_R(t)$  de type échelon.

### Modélisation de la boucle d'asservissement de position

Après toutes les simplifications précédentes, est obtenu le modèle de la figure suivante où seul le comportement en réponse à la consigne  $\theta_C$  est abordé.

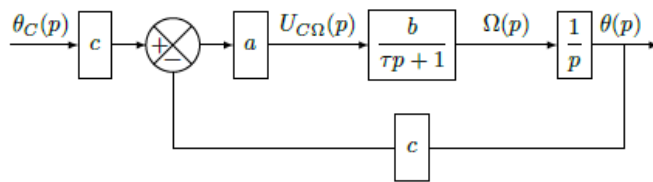


FIGURE 6 – Modèle simplifié de la boucle d'asservissement de position

**Question 4** Exprimer la fonction de transfert  $\theta(p)/\theta_C(p)$ . Déterminer ensuite la valeur numérique de  $a$  pour avoir un facteur d'amortissement égal à 0,7. Justifier le choix de ce facteur d'amortissement. (Pour ce calcul et les calculs suivants prendre  $b = 63 \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1} \cdot \text{V}^{-1}$ ,  $\tau = 2,2 \text{ ms}$ ,  $c = 40 \text{ rad}^{-1}$ .)

### Analyse de la précision du système

Un aspect important pour la simulation sensorielle du siège dynamique est la capacité du système à reproduire fidèlement la consigne de position issue du programme de simulation sensorielle du siège dynamique. Dans un premier temps, l'étude se limite à la précision statique en utilisant le modèle défini à la figure précédente. L'erreur représente la différence entre l'entrée  $\theta_C(t)$  et la sortie  $\theta(t)$  et est définie par la variable  $\mu(t) = \theta_C(t) - \theta(t)$ .

**Question 5** Exprimer dans un premier temps  $\mu(p)$  en fonction de  $\theta_C(p)$ , puis déterminer de façon littérale et numérique l'erreur de position  $\mu_p$ , l'erreur de trainage  $\mu_v$  et l'erreur en accélération  $\mu_a$ . Conclure quant à la précision statique du système suite aux différentes consignes  $\theta_C(p)$  de type échelon, rampe et accélération.

### Validation et optimisation de la performance simulée en accélération du dossier

#### Objectif

Valider la performance simulée en accélération au regard du cahier des charges fonctionnel.

La figure suivante représente la structure d'une correction par anticipation qui permet d'améliorer la précision statique du système

**Question 6** Déterminer l'erreur de position  $\mu_p$  puis l'erreur de trainage  $\mu_v$ . Conclure sur l'erreur de position au regard du cahier des charges.

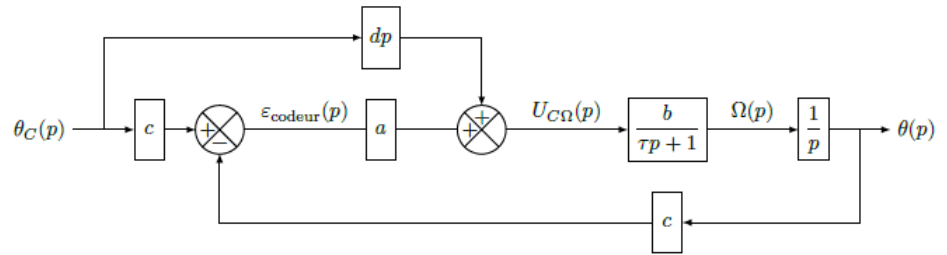


FIGURE 7 – Structure avec anticipation

**Question 7** D'après l'erreur de traînage  $\mu_v$  déterminée à la question précédente, calculer la valeur numérique de  $d$  qui permet d'annuler cette erreur de traînage. En prenant en compte la valeur numérique de  $d$  et de  $b$ , déterminer l'expression de l'erreur en accélération  $\mu_a$ . Calculer ensuite sa valeur numérique et conclure au regard du cahier des charges.

Un aspect important pour la simulation sensorielle du siège dynamique est la capacité du système à reproduire rapidement les consignes d'accélération. À l'aide d'une simulation, la variable accélération  $\ddot{\theta}_d$  possède les deux comportements donnés figure suivante pour la période transitoire, et ce lorsque la consigne vaut  $\theta_{Cd}(t) = \frac{t^2}{2}u(t)$ .

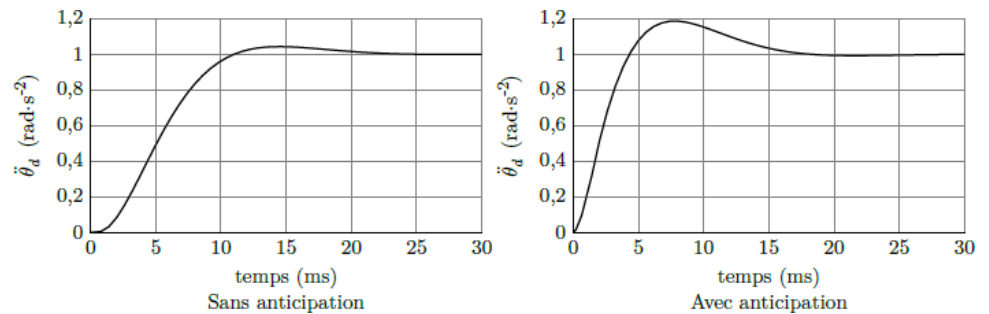


FIGURE 8 – Accélération du dossier avec et sans anticipation

**Question 8** Conclure quant au respect du cahier des charges vis-à-vis des accélérations produites par le dossier du siège dynamique de cinéma.

### Exigence fonctionnelle « incliner le spectateur suivant l'axe de tangage et de roulis »

#### Objectif

Valider le choix de conception pour la réalisation de la commande simultanée des deux moteurs de l'assise du siège.

En mode simultané (figure suivante), les consignes de vitesse de chaque variateur sont issues d'un calculateur numérique :  $a$ ,  $d$  et  $c$  sont identiques. En revanche, le réglage du retour vitesse des cartes variateur est effectué à l'aide d'un potentiomètre et celui-ci peut ne pas avoir été réglé avec précision. En imposant le réglage du retour vitesse de la motorisation 1 à 5 V pour 3000 tr min<sup>-1</sup> et celui de la motorisation 2 à 5,5 V pour 3000 tr min<sup>-1</sup>,

les calculs donnent  $b_1 = 62,8 \text{ rad.s}^{-1}.\text{V}^{-1}$  et  $b_2 = 57,1 \text{ rad.s}^{-1}.\text{V}^{-1}$ . Les inerties au niveau de chaque moteur, supérieures à celle au niveau du moteur de dossier, peuvent fluctuer en fonction de la position du spectateur.

En tenant compte d'une variation d'inertie de 10%, les calculs donnent  $\tau_1 = 1/366 \text{ s}$  et  $\tau_2 = 1/447 \text{ s}$ . On prendra  $a = 0,09 \text{ V}$ ,  $c = 40 \text{ rad}^{-1}$  et  $d = 0,016 \text{ V rad}^{-1} \text{ s}$ .

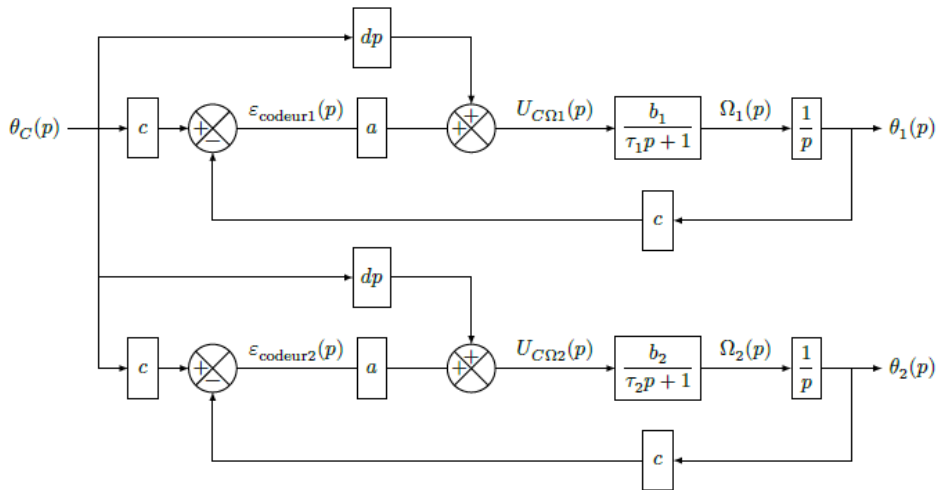


FIGURE 9 – Commande simultanée des deux moteurs

**Question 9** En réutilisant éventuellement les calculs effectués aux questions 6 et 7 et en tenant compte des différences de réglage de retour vitesse et des différences d'inertie entre les deux motorisations, exprimer la valeur finale de  $\theta_1(t) - \theta_2(t)$  lorsque la consigne  $\theta_C(t)$  est respectivement égale à  $u(t)$ ,  $t \cdot u(t)$  puis  $\frac{t^2}{2}u(t)$ ,  $u(t)$  étant la fonction échelon unité.

La figure 10 représente le résultat d'une simulation de  $\theta_1(t) - \theta_2(t)$  pour une consigne  $\theta_C(t) = \frac{t^2}{2}U(t)$

**Question 10** Conclure quant à l'erreur en accélération lors de la commande simultanée.

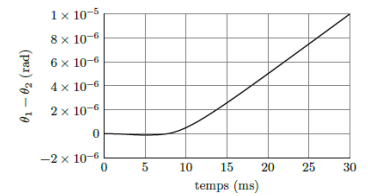


FIGURE 10 –  $\theta_1 - \theta_2$  en fonction du temps



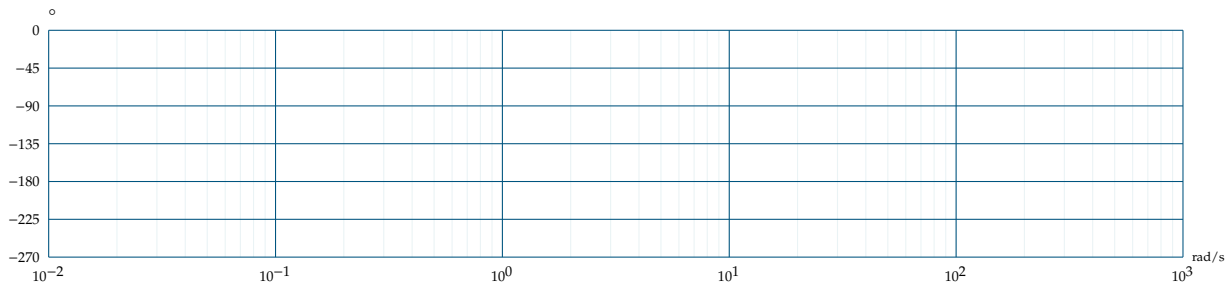
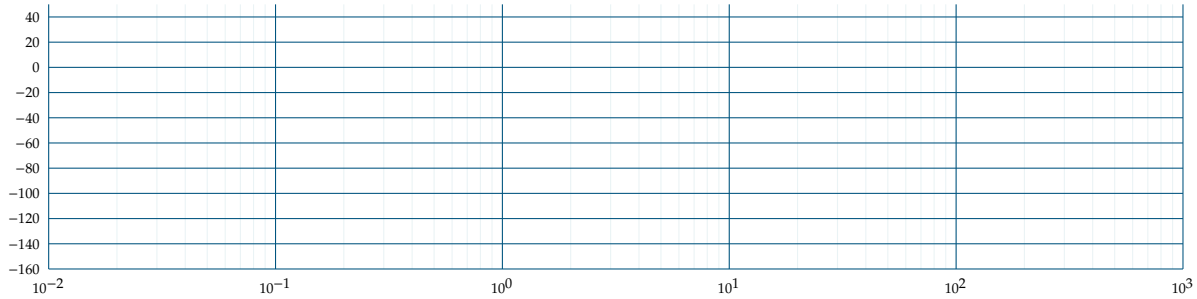


## Diagramme de Bode ★★



**Question 1** Tracer le diagramme de Bode de la fonction de transfert suivante :

$$F(p) = \frac{30}{p^3 + 50,4p^2 + 20p}$$



Corrigé voir 10.



# TD 1

## Robot à câbles – Sujet

### Présentation

Les robots parallèles à câbles sont une structure de robots apparus au début des années 2000. Dans ce système, la plate-forme est déplacée et orientée par rapport à une référence fixe dans toutes les directions de l'espace par l'enroulement ou le déroulement de plusieurs câbles (figure 11). Cette structure permet à la plate-forme d'atteindre une grande zone de travail avec une très grande précision dans le positionnement comme dans l'orientation.

Concours Centrale-Supélec 2023 – TSI.

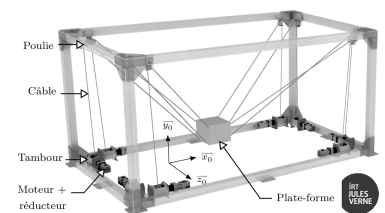


FIGURE 11 – Robot à câbles CAROCA

### Étude de l'asservissement de la longueur d'un câble pour gérer le mouvement

#### Objectif

Déterminer les réglages de la commande asservie des moteurs permettant d'assurer l'enroulement adéquat des câbles.

Le programme de pilotage tient compte de l'allongement relatif des câbles suite aux efforts de traction lors du déplacement de la plate-forme chargée. Il génère alors, pour chacun des huit moteurs, des consignes de position et de vitesse qui sont envoyées aux variateurs de vitesse qui alimentent les moteurs afin d'assurer un positionnement de la plate-forme conforme aux attentes de l'utilisateur. L'ensemble composé d'un variateur et du moteur associé est appelé moto-variateur pour la suite. L'algorithme implanté dans le variateur est de type commande vectorielle, ce qui rend le moto-variateur équivalent à un système du premier ordre avec une bande passante à  $-3$  dB de 200 Hz. Le modèle défini figure est adopté pour la suite.

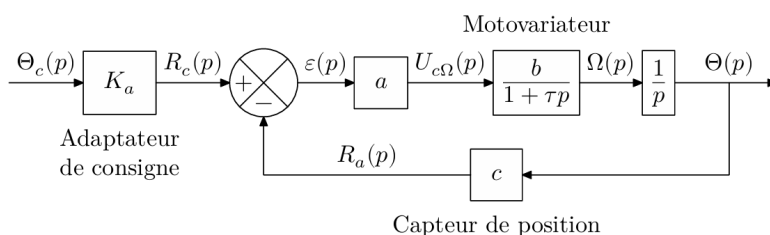


FIGURE 12 – Schéma-bloc de la commande en position du moteur

### Notations

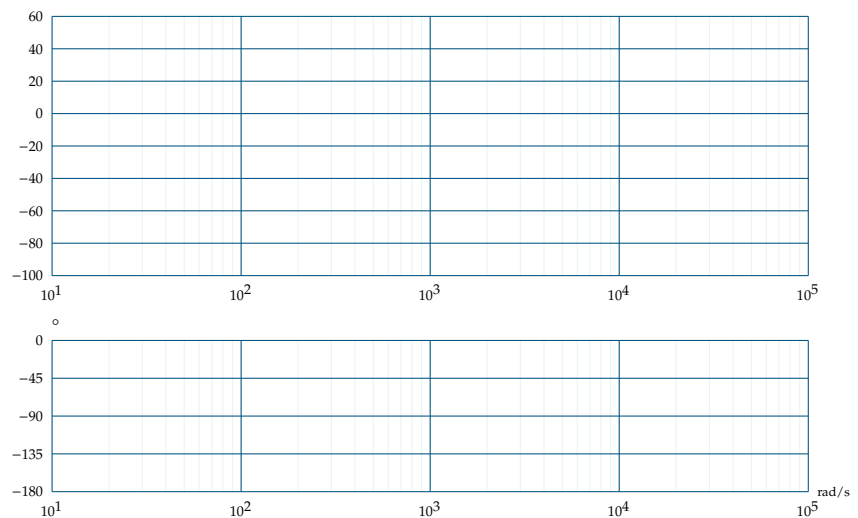
- $\Theta_c(p)$  et  $\Theta(p)$  sont respectivement les images de la consigne de position angulaire  $\theta_c(t)$  (en rad) issue du programme de pilotage et de la position angulaire effective  $\theta(t)$  du moteur (en rad).  $\Omega(p)$  est l'image de la vitesse angulaire  $\omega(t) = \dot{\theta}(p)$  du moteur (grandeur temporelle en  $\text{rad s}^{-1}$ ).
- Le capteur de position (codeur optique incrémental associé à une unité de comptage sur 13 bits) est de gain  $c = 1304 \text{ point rad}^{-1}$ .
- L'adaptateur est de gain  $K_a$ , grandeur en  $\text{point rad}^{-1}$ .
- Le correcteur est de type proportionnel de gain  $a$ , ce qui permet de délivrer une tension  $u_{c\Omega}(t)$  proportionnelle à l'écart  $\varepsilon(t)$ . Un pré-réglage a permis de choisir la valeur  $a = 43,4 \text{ mV point}^{-1}$ .
- Le comportement du motovariateur est assimilé à un premier ordre de gain  $b = 31,4 \text{ rad s}^{-1} \text{ V}^{-1}$  et de constante de temps  $\tau = 796 \mu\text{s}$ .

**Question 1** Justifier la valeur numérique proposée pour la constante de temps  $\tau$ .

Dans la structure de l'asservissement de position de la figure 12, l'erreur est définie par  $\mu(t) = \theta_c(t) - \theta(t)$  (grandeur en rad) et l'écart par  $\varepsilon(t) = r_c(t) - r_a(t)$  (grandeur en point).

**Question 2** On souhaite que l'erreur  $\mu(t)$  soit nulle quand l'écart  $\varepsilon(t)$  l'est : en déduire la relation entre  $K_a$  et  $c$ .

**Question 3** Après avoir donné l'expression de la fonction de transfert en boucle ouverte  $H_{bo}(j\omega)$ , tracer son diagramme asymptotique de Bode (courbes de gain et de phase en précisant la valeur de la cassure et le gain associé) et esquisser l'allure des courbes réelles de réponse fréquentielle.



**Question 4** Relever sur la courbe tracée à la question précédente la valeur de la marge de phase  $M\varphi$ . Sachant qu'on souhaite que cette marge soit de  $M\varphi = 45^\circ$ , conclure quant au réglage de  $a$ .

**Question 5** Déterminer l'expression de l'image  $\mu(p)$  de l'erreur en fonction de l'image  $\Theta_c(p)$  de la consigne angulaire et de la fonction de transfert en boucle ouverte  $H_{bo}(p)$  de l'asservissement.

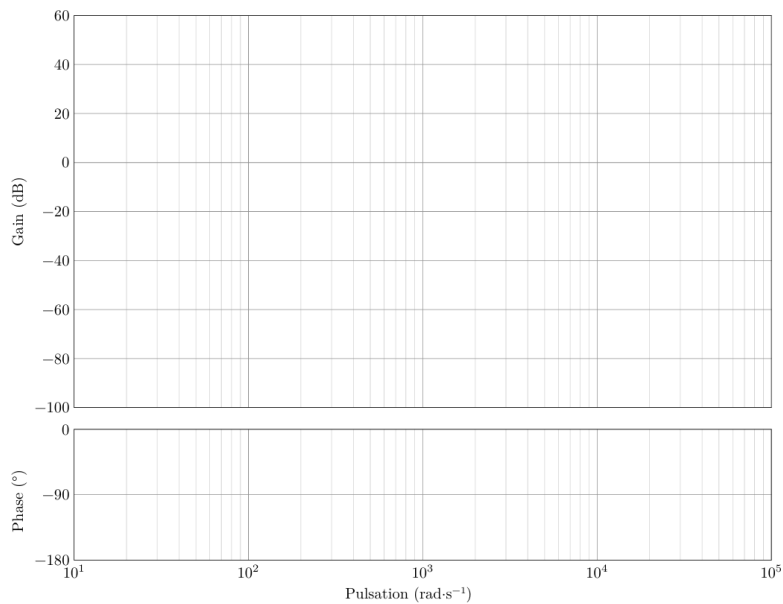
La précision du système s'évalue par l'erreur en régime permanent pour des consignes de position de types :



- échelon d'amplitude  $\theta_0$  (en rad) : l'erreur en régime permanent, notée  $\mu_p$  (en rad), est dite « statique » ;
- rampe de pente  $\omega_0$  (en  $\text{rad s}^{-1}$ ) : l'erreur en régime permanent, notée  $\mu_v$  (en  $\text{rad s}^{-1}$ ), est dite « de poursuite ».

Les exigences de l'utilisateur imposent que ces deux erreurs doivent être inférieures à 0,1% de la consigne.

**Question 6** Déterminer la valeur de l'erreur statique  $\mu_p$ . Déterminer l'expression de l'erreur de poursuite  $\mu_v$  en fonction des gains  $a$ ,  $b$  et  $c$  et de la pente  $\omega_0$ . Faire l'application numérique et vérifier si les exigences de l'utilisateur sont vérifiées.



#### Éléments de correction

1. .
2.  $K_a = c.$
3.  $H_{BO}(j\omega) = \frac{1777}{j\omega \left(1 + \frac{j\omega}{1256}\right)}.$
4. .
5.  $\mu(p) = \frac{\Theta_c(p)}{1 + H_{BO}(p)}.$
6.  $\mu_p = 0, \mu_v = \frac{\omega_0}{abc}.$

