

Application 1 : Pompe à pistons axiaux – Sujet

D'après É. Durif.

Présentation

On considère la pompe à pistons axiaux suivante. Nous avons retenu une modélisation avec 4 classes d'équivalence y compris le bâti.

On note n le nombre de classes d'équivalence hors bâti (ici $n = 3$). Dans cette étude, on se place directement dans la base $B_1 = (\vec{x}_1, \vec{y}_1, \vec{z}_1)$ qui est en rotation par rapport à la base $B_O = (\vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$ autour de l'axe $\vec{z}_0 = \vec{z}_1$ avec le paramètre de rotation θ . Le plateau inclinable est supposé fixe au cours du temps. On lui associe le repère $R_{0*} = (\vec{x}_{0*}, \vec{y}_{0*}, \vec{z}_{0*})$ qui est en rotation par rapport au repère $R_O = (\vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$ autour de l'axe \vec{y}_0 avec le paramètre angulaire α . On introduit le repère $R_{1*} = (\vec{x}_{1*}, \vec{y}_{1*}, \vec{z}_{1*})$ directement obtenu à partir de R_{0*} par une rotation autour de \vec{z}_{0*} et d'angle θ . On donne également : $\vec{AB} = L_1 \vec{z}_0$, $\vec{BC} = -R \vec{x}_1$, $\vec{CD} = \lambda \vec{z}_1$, $\vec{DE} = h \vec{z}_{1*}$.

- 0 : bâti;
- 1 : barillet;
- 2 : piston;
- 3 : poussoir.

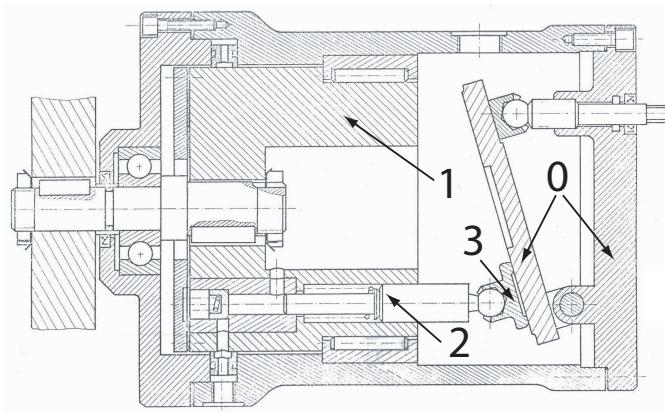


FIGURE 4.1 – Schéma technologique d'une pompe à pistons axiaux

Les liaisons entre les différentes classes d'équivalence permettent de modéliser le système avec le schéma cinématique ci-après.

- Les liaisons sont parfaites : sans frottements ni jeux.
- Le poids et les effets d'inerties sont négligés.
- On introduit une action de pression s'exerçant sur le piston 2 assimilable à un glisseur d'axe central (C, \vec{z}_1) et qui a pour résultante en effort : $\vec{F}_p = F_p \vec{z}_1$

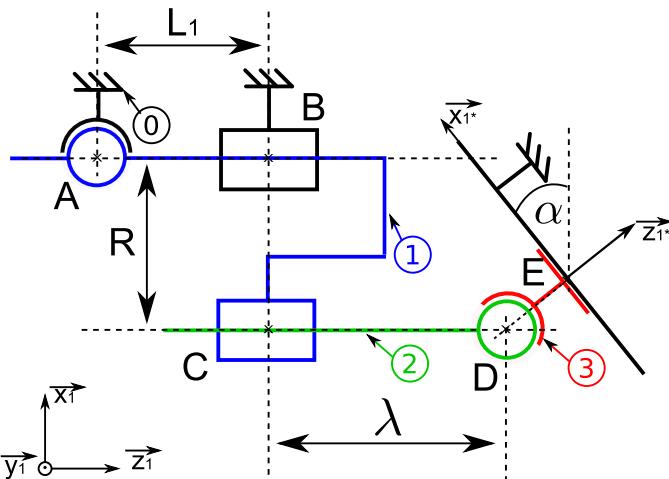


FIGURE 4.2 – Schéma cinématique d'une pompe à pistons axiaux

Etude préliminaire

Question 1 Tracer le graphe de structure du mécanisme.

Question 2 En utilisant les formules globales de l'hyperstatisme, déterminer le degré d'hyperstatisme en utilisant la méthode statique puis la méthode cinématique.

Étude statique

Question 3 Isoler successivement les pièces 1, 2 puis 3 et réaliser le PFS en B, C et D.

Question 4 Écrire le système d'équations. Conclure sur le rang du système d'équations et sur l'hyperstatisme du système mécanique.

Étude cinématique

Question 5 Écrire les fermetures de chaînes associées au mécanisme.

Question 6 Écrire le système d'équations. Conclure sur le rang du système d'équations et sur l'hyperstatisme du système mécanique.

Hyperstatisme

Question 7 Proposer des conditions géométriques permettant d'assurer l'assemblage du système.

Question 8 Proposer une modèle isostatique cinématiquement équivalent.



TD 1 : Suspension de l'AddBike – Sujet

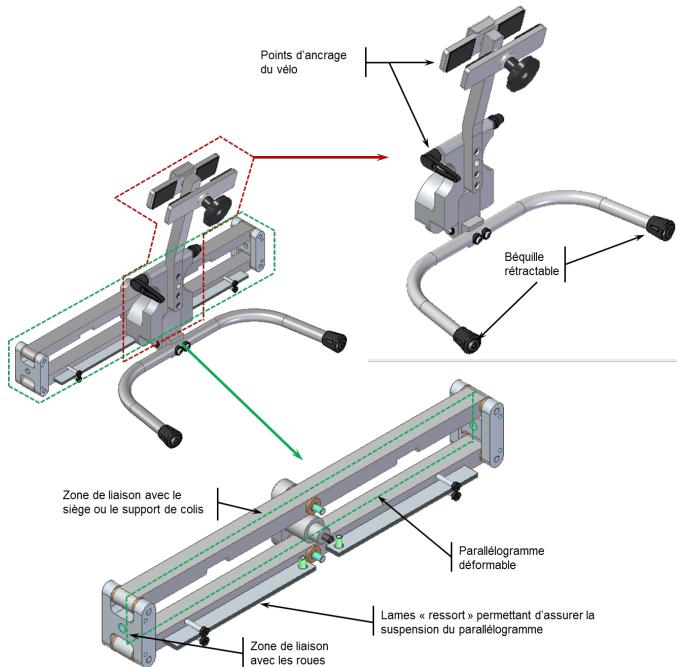
Agrégation Sciences Industrielles de l'Ingénieur – 2018.

 CHS  CHS

Présentation

L'Add-Bike est un système pouvant s'adapter à tous types de vélo et doit permettre de transporter des marchandises (colis ou courses du quotidien) ou des enfants.

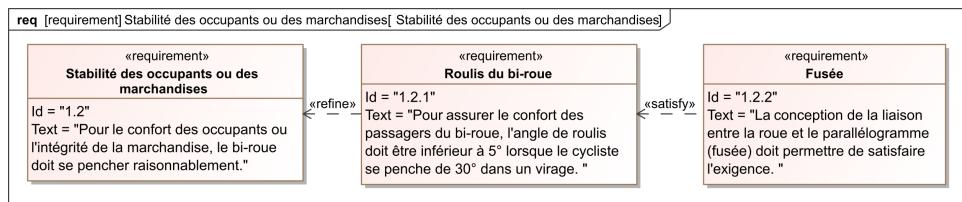
Il est équipé d'un système de suspension permettant de limiter le mouvement de roulis dans les virages.



Exigence 1.2 : Stabilité des occupants et des marchandises

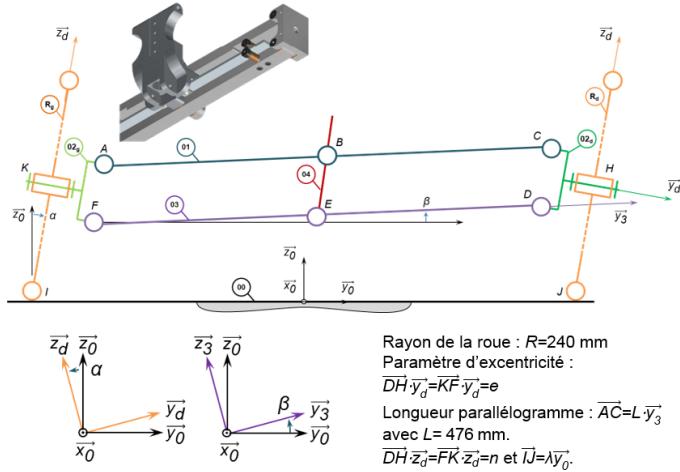
Objectif

Pour assurer la stabilité des occupants du bi-roue, il est nécessaire de déterminer les conditions géométriques permettant de limiter l'angle de roulis (exigence 1.2.1). Ainsi, cet angle roulis ne doit pas dépasser $\beta = 5^\circ$ lorsque le cycliste penche le mât vertical de $\alpha = 30^\circ$.



Pour pouvoir tourner, le cycliste penche le mât vertical 04 par l'intermédiaire du guidon, ce qui conduit à la déformation du parallélogramme ACDF donné dans la figure suivante et à la rotation des roues autour de l'axe horizontal longitudinal

\vec{x}_0 . Lors de la déformation du parallélogramme, les bielles 01 et 03 ne restent pas parfaitement horizontales ; le passager assis dans le siège lié à la bielle 03, subit donc du roulis, c'est-à-dire un pivotement autour de l'axe horizontal longitudinal \vec{x}_0 .



L'angle β correspond à l'angle de roulis des bielles 01 et 03.

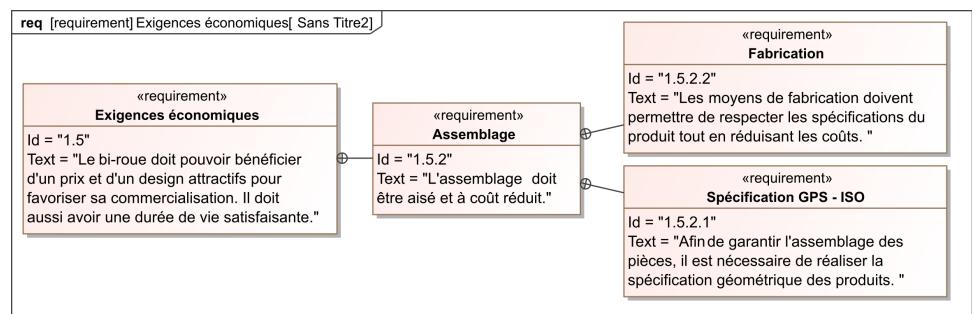
Question 1 En réalisant une fermeture géométrique, déterminer la relation liant l'angle β et l'excentricité e des fusées 02g et 02d.

Question 2 En déduire une valeur de l'excentricité e permettant de valider l'exigence 1.2.1.

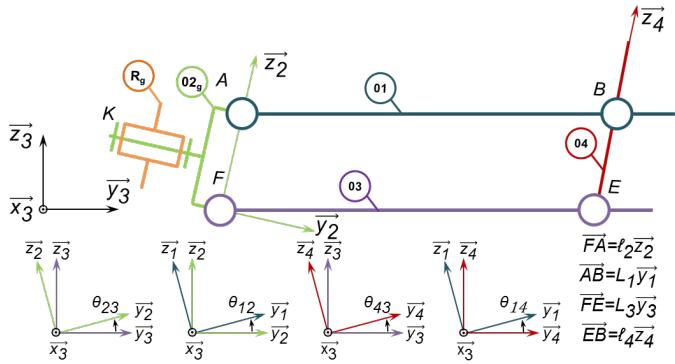
Exigence 1.5 : Exigences économiques – Assemblage

Objectif

Afin de pouvoir vendre son produit à un prix attractif, la start-up doit pouvoir fabriquer et assembler son produit à un coût satisfaisant. Une maîtrise des coûts passe par la maîtrise des spécifications garantissant l'assemblage du système et par des coûts de fabrication réduits. Les objectifs sont ici de : spécifier des conditions géométriques sur les dimensions de la bielle inférieure (03) à partir des conditions de fonctionnement.



Question 3 Après avoir fait un graphe de structure et sans tenir compte des roues et de leurs liaisons au sol, donner le degré d'hyperstatisme du modèle cinématique suivant.



Question 4 Donner les torseurs cinématiques $\{\mathcal{V}(2/3)\}, \{\mathcal{V}(1/2)\}, \{\mathcal{V}(4/3)\}, \{\mathcal{V}(1/4)\}$.

Question 5 En utilisant une fermeture de chaîne cinématique, donner le système d'équations liant les différentes variables.

Question 6 En déduire les conditions géométriques à imposer sur la bielle (03) afin de satisfaire l'assemblage du mécanisme.

Synthèse

Question 7 Conclure sur les méthodes qui ont permis de répondre aux exigences 1.4 et 1.5.



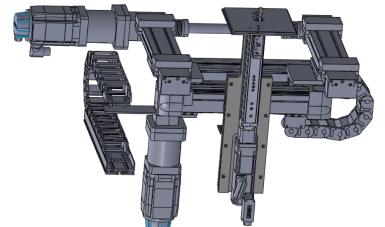
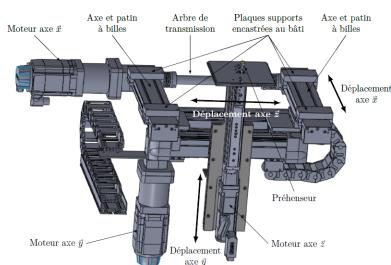
TD 2 : Système de dépose de poudre – Sujet

Concours Centrale Supélec – TSI 2016.



Mise en situation

On s'intéresse à un système permettant de créer des motifs sur de la poudre de maquillage compactée. Le poste de pulvérisation est en partie constitué d'un robot cartésien 3 axes permettant de déplacer des godets de poudre compactée (grâce à un préhenseur) en dessous de la buse de pulvérisation.



Objectif

L'objectif de cette partie est de proposer un modèle du mécanisme constituant le déplacement de l'axe \vec{x} et de justifier certains choix technologiques.

Le préhenseur repose sur des plaques support qui le lient en liaison encastrement au bâti. Les rails guidant le préhenseur suivant l'axe \vec{x} supportent les autres rails guidant le déplacement du préhenseur suivant les axes \vec{y} et \vec{z} .

Le guidage est réalisé par deux axes munis de patins à billes.

Le moteur actionnant l'axe \vec{x} est lié à un réducteur qui entraîne deux ensembles poulies-courroies. Les poulies motrices sont guidées chacune par deux roulements à billes. Les deux poulies motrices sont liées par un arbre de transmission (Arbre 1). La figure suivante représente le schéma cinématique de l'ensemble.

Travail demandé

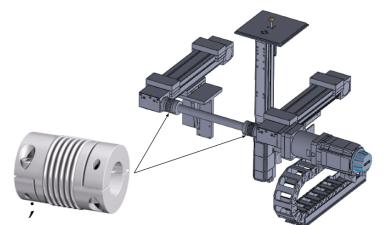
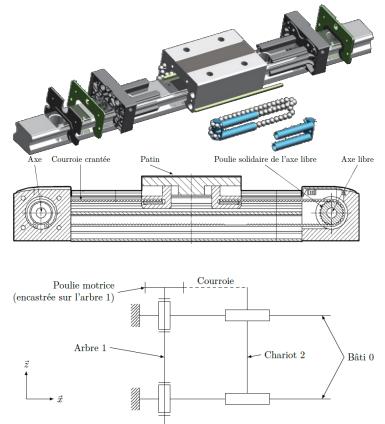
La courroie étant un élément déformable, on n'en tiendra pas compte dans l'étude suivante.

Question 1 Déterminer le degré d'hyperstatisme de la liaison entre les solides 0 et 1.

Pour lever l'hyperstatisme de cette liaison, le constructeur a mis en place deux soufflets métalliques en les implantant de part et d'autre de l'arbre de transmission (figure suivante).

Un soufflet métallique est un joint d'accouplement autorisant des défauts d'alignement radiaux, axiaux et angulaires. Ainsi, pour un soufflet liant deux solides S_1 et S_2 positionné en un point P et dont l'axe du soufflet est (P, \vec{u}) :

- le torseur statique transmissible est de la forme $\{\mathcal{T}(S_1 \rightarrow S_2)\} = \begin{Bmatrix} 0 & L_{12} \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{Bmatrix}_{P,(\vec{u},\vec{v},\vec{w})}$



- le torseur cinématique du mouvement de S_1 par rapport à S_2 est de la forme

$$\{\mathcal{V}(S_1/S_2)\} = \begin{Bmatrix} 0 & v_{x12} \\ q_{12} & v_{y12} \\ r_{12} & v_{z12} \end{Bmatrix}_{P,(\vec{u},\vec{v},\vec{w})}.$$

L'introduction des deux soufflets métalliques impose de décomposer l'arbre 1 de la question 1 en 3 solides distincts 1_A , 1_B et 1_C , le solide 1_B étant lié aux deux solides 1_A et 1_C par les deux soufflets métalliques.

Question 2 Tracer le nouveau graphe de liaisons en tenant compte de l'introduction des deux soufflets métalliques.

Question 3 Déterminer en le justifiant le degré de mobilité du mécanisme ainsi modélisé en question précédente.

Question 4 En déduire le degré d'hyperstatisme du système avec ses deux soufflets métalliques.

Éléments de correction

1. $h = 5$.
2. ...
3. $m = 6$.
4. $h = 0$.
5. ...

Retour sur le cahier des charges

Question 5 Conclure en justifiant l'utilisation des soufflets.



TD 3 : Robovolc – Sujet

X ENS – PSI 2017.

B2-16

Mise en situation

Objectif

Dans cette sous-partie, on établit un modèle statique du châssis de ROBOVOLC.

La mobilité sur terrain accidenté est obtenue, en plus de par la motorisation indépendante des roues, par l'utilisation d'un châssis articulé. Celui-ci a une structure tubulaire avec des articulations passives (non actionnées) permettant à ROBOVOLC de s'adapter à toute surface non plane. Une illustration des cinq mouvements indépendants permis par les articulations est donnée sur la [figure 4.3](#).

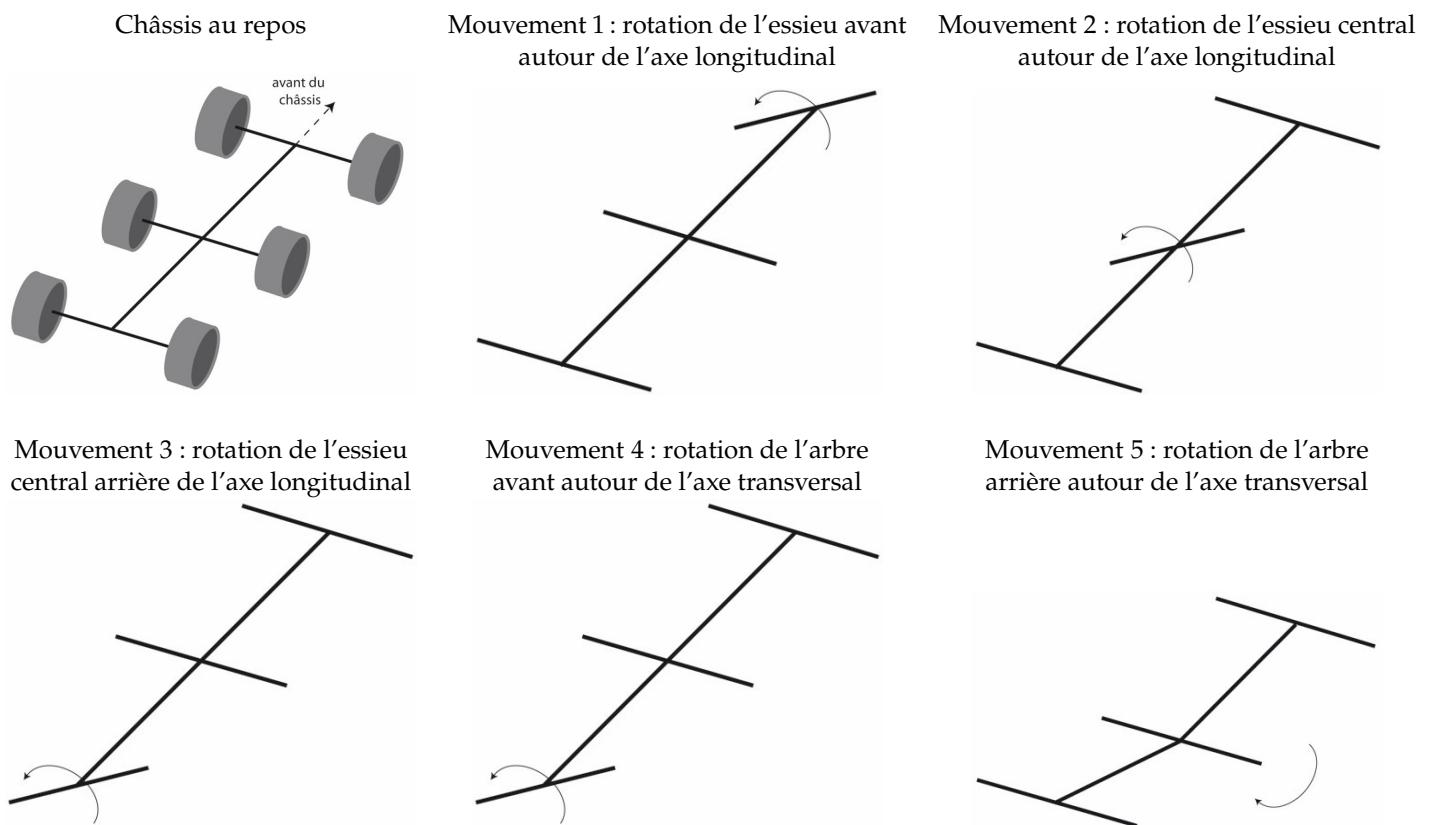


FIGURE 4.3 – Illustration des mouvements de déformation du châssis

Le châssis est composé de cinq parties orientables les unes par rapport aux autres ([figure 4.4](#)) :

- ▶ l'essieu avant, noté EAV, reliant les roues avant 1 et 2;
- ▶ l'essieu central, noté EC, reliant les roues centrales 3 et 4;
- ▶ l'essieu arrière, noté EAR, reliant les roues arrière 5 et 6;
- ▶ l'arbre avant, noté AAV, connectant les essieux EAV et EC;
- ▶ l'arbre arrière, noté AAR, connectant les essieux EC et EAR.

On rappelle que l'empattement entre deux essieux successifs est noté a , et que la distance entre deux roues d'un même essieu est notée $2e$. Les différentes parties sont

reliées entre elles par des articulations possédant une raideur en rotation imposée. Par la suite, on supposera cette raideur négligeable devant les autres actions mécaniques mises en jeu. Un schéma cinématique de la plateforme (châssis+roues) est présenté sur la [figure 4.4](#).

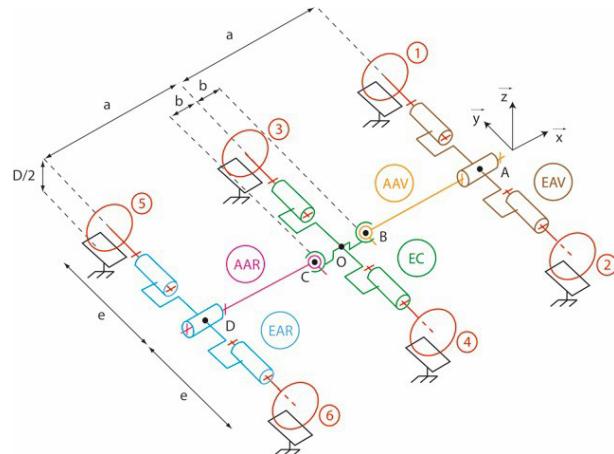


FIGURE 4.4 – Schéma cinématique de la plateforme

Les deux articulations EC-AAV et EC-AAR, situées à une distance longitudinale $\pm b$ de l'essieu EC, autorisent une rotation selon les directions \vec{x} et \vec{y} ; elles sont modélisées par des liaisons rotule à doigt de centres respectifs B et C. Les deux articulations EAV-AAV et EAR-AAR autorisent une rotation selon la direction \vec{x} seulement; elles sont modélisées par des liaisons pivot d'axe (O, \vec{x}) .

D'autre part, les six liaisons essieu-roue sont modélisées par des liaisons pivot d'axe (A, \vec{y}) (roues avant), (O, \vec{y}) (roues centrales) ou (D, \vec{y}) (roues arrière). De plus, le contact de chaque roue i avec le sol est modélisé en première approche par une liaison ponctuelle de normale (P_i, \vec{z}) .

On considère dans les questions 1 et 2 que les liaisons sont parfaites sans frottements.

Question 1 Déterminer le nombre de mobilités du modèle du système.

Question 2 Montrer que le modèle est isostatique. Conclure quant à la capacité du châssis à maintenir les roues au contact du sol en toute circonstance.

Question 3 Proposer un modèle de liaison parfaite pour le contact roue-sol qui permet de tenir compte, dans une étude de statique sans glissement, du frottement longitudinal et transversal. Peut-on calculer toutes les inconnues statiques de liaison dans ce cas ?



Colle 1

Pompe à chaleur à compresseur Scroll – Sujet

XENS – PSI – 2018.

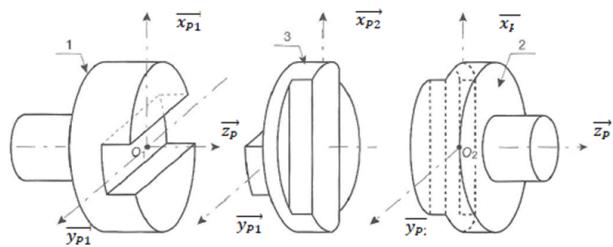
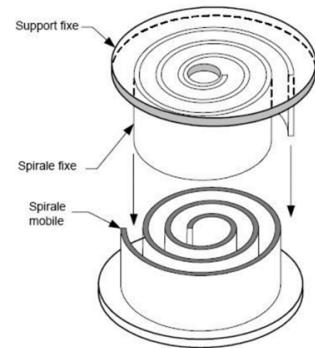
Présentation

Le compresseur Scroll utilise deux spirales de géométrie identique emboîtées l'une dans l'autre. L'une des spirales est fixe tandis que la seconde est mobile et mise en mouvement grâce à un arbre muni d'un excentrique.

Etude préliminaire d'un joint de Oldham

Le joint de Oldham est un accouplement utilisé en général entre 2 axes parallèles mais non-coaxiaux. La figure ci-après en donne les constituants de principe :

- ▶ un arbre d'entrée (noté 1) pouvant tourner autour de l'axe (O_1, \vec{z}_{p1}) par rapport à un bâti;
- ▶ un arbre de sortie (noté 2) pouvant tourner autour de l'axe (O_2, \vec{z}_{p2}) par rapport à un bâti;
- ▶ une pièce intermédiaire appelée en général « noix » ou « croix » (notée 3).



La transmission de la rotation de l'arbre 1 à l'arbre 2 est rendue possible par les caractéristiques des liaisons avec la noix 3 : il est nécessaire d'avoir deux glissières orthogonales au niveau de la noix. Ainsi, on retrouve :

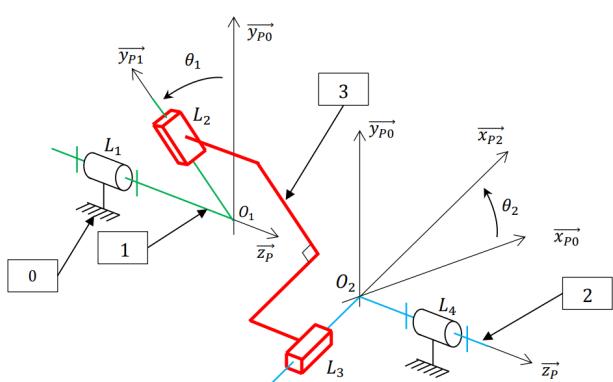
- ▶ une glissière de direction \vec{y}_{p1} entre 1 et 3;
- ▶ une glissière de direction \vec{x}_{p2} entre 3 et 2.

Ces 2 glissières sont par construction constamment orthogonales.

La figure ci-après représente le paramétrage de ce même joint de Oldham avec $B_0 (\vec{x}_{p0}, \vec{y}_{p0}, \vec{z}_{p0})$ la base fixe liée au bâti 0.

Paramétrage :

- ▶ $\vec{O_1O_2} = -e\vec{x}_{p0} + h\vec{z}_0$;
- ▶ $\vec{L_1O_1} = l_1\vec{z}_p$;
- ▶ $\vec{O_1L_2} = \lambda_2\vec{y}_{p1}$;
- ▶ $\vec{O_2L_4} = l_2\vec{z}_p$
- ▶ $\vec{L_3O_2} = \lambda_2\vec{x}_{p2}$.



Les liaisons entre le bâti 0 et les pièces 1 et 2 sont toutes deux des liaisons pivots d'axes respectifs (L_1, \vec{z}_P) et (L_4, \vec{z}_P) .

Question 1 Représenter la figure plane de calcul reliant la base $\mathcal{B}_1 (\vec{x}_{P1}, \vec{y}_{P1}, \vec{z}_{P0})$ à la base \mathcal{B}_0 ainsi que celle reliant la base $\mathcal{B}_2 (\vec{x}_{P2}, \vec{y}_{P2}, \vec{z}_{P0})$ à la base \mathcal{B}_0 . Exprimer \vec{y}_{P1} et \vec{x}_{P2} dans la base \mathcal{B}_0 en fonction respectivement de θ_1 et θ_2 .

Question 2 Étant donnée l'orthogonalité entre \vec{y}_{P1} et \vec{x}_{P2} , montrer que $\sin(\theta_2 - \theta_1) = 0$.

On note $\dot{\theta}_1 = \omega_1$ et $\dot{\theta}_2 = \omega_2$.

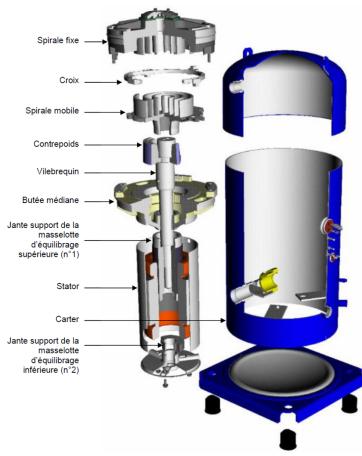
Question 3 Justifier, à partir du résultat précédent, que l'accouplement en rotation par joint de Oldham soit qualifié de « homocinétique en rotation », c'est-à-dire que le rapport de transmission entre la vitesse de rotation de 1 par rapport à 0, ω_1 , et celle de 2 par rapport à 0, ω_2 , est constant dans le temps.

Question 4 Calculer le degré d'hyperstatisme de ce modèle d'accouplement à partir des grandeurs cinématiques.

Afin de baisser l'hyperstatisme de l'accouplement, une version alternative est proposée en remplaçant les liaisons L_2 et L_3 par des liaisons pivot-glissant toujours d'axes respectifs (O_1, \vec{y}_{P1}) et (O_2, \vec{x}_{P2}) .

Question 5 Vérifier, à partir d'une analyse basée sur les grandeurs statiques, que le degré d'hyperstatisme a bien diminué suite à cette modification.

Question 6 Proposer une modification permettant de rendre le système isostatique en conservant sa fonctionnalité.

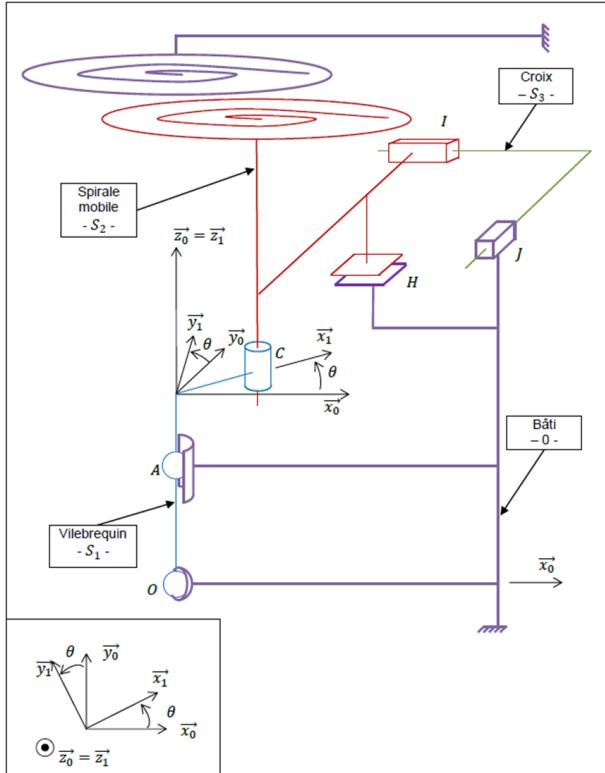


Etude cinématique du compresseur Scroll complet

La vue éclatée présentée sur la figure suivante permet d'identifier les différents composants du compresseur :

- ▶ le bâti fixe composé du carter extérieur, du stator du moteur électrique, de la butée médiane et de la spirale fixe placée en partie haute ;
- ▶ l'axe principal composé d'un vilebrequin, du rotor moteur, du contrepoids et de masselottes d'équilibrage ;
- ▶ la spirale mobile ;
- ▶ la croix.

Le schéma cinématique proposé reprend les éléments précédents en conservant les ensembles cinématiques. Les contacts entre les spirales fixe et mobile sont négligés dans cette modélisation.



Liaisons supposées parfaites :

- entre le vilebrequin S_1 et le bâti 0 :
 - liaison rotule de centre O ;
 - liaison linéaire annulaire de centre A et d'axe $\overrightarrow{A}z_0$;
- entre le vilebrequin S_1 et la spirale mobile S_2 : liaison pivot glissant d'axe $(C, \overrightarrow{z}_0)$;
- entre la spirale mobile S_2 et la croix S_3 : liaison glissière de direction \overrightarrow{x}_0 ;
- entre la croix S_3 et le bâti 0 : liaison glissière de direction \overrightarrow{y}_0 .

Liaison non parfaite :

- entre la spirale mobile S_2 et le bâti 0 :
 - liaison appui-plan avec frottement de normale \overrightarrow{z}_0 .

Question 7 Tracer le graphe des liaisons du système tel que modélisé sur la Figure précédente en faisant apparaître chaque liaison avec ses caractéristiques.

Question 8 Démontrer par le calcul que l'association des liaisons en O et en A entre le vilebrequin et le carter forme une liaison pivot d'axe $(O, \overrightarrow{z}_1)$.

Question 9 Indiquer la valeur de l'indice de mobilité du système dans cette modélisation à partir à partir de l'analyse du schéma cinématique. Proposer une démarche qui, sans utiliser le degré d'hyperstatisme du système, permettrait de retrouver analytiquement cette valeur.

Il est intéressant de remarquer que la croix S_3 réalise un accouplement de type joint de Oldham entre la spirale mobile S_2 et le bâti 0.

Question 10 Justifier alors que la vitesse de rotation de S_2 par rapport à 0 est nulle.

Question 11 Exprimer, dans la base \mathcal{B}_1 , la vitesse instantanée du point C appartenant à S_2 dans son mouvement par rapport à 0. Faire l'application numérique.

Paramétrage :

- $\mathcal{R}_0(O; \overrightarrow{x}_0, \overrightarrow{y}_0, \overrightarrow{z}_0)$ est le repère associé au bâti 0 ;
- $\mathcal{R}_1(O; \overrightarrow{x}_1, \overrightarrow{y}_1, \overrightarrow{z}_1)$ est le repère associé au au vilebrequin 1 :
 - la rotation de S_1 par rapport à 0 est repérée par l'angle $\theta = (\overrightarrow{x}_0, \overrightarrow{x}_1) = (\overrightarrow{y}_0, \overrightarrow{y}_1)$;
 - la vitesse de rotation est notée $\omega = \dot{\theta} = 3600 \text{ tr/min}$.
- $\overrightarrow{OA} = a\overrightarrow{z}_1$ avec $a = 340 \text{ mm}$;
- $\overrightarrow{AC} = R_{\text{orb}}\overrightarrow{x}_1 + d\overrightarrow{z}_1$ avec $R_{\text{orb}} = 8 \text{ mm}$ et $d = 80 \text{ mm}$.

Question 12 Déduire des questions précédentes le type de mouvement de la spirale mobile S_2 dans son déplacement par rapport à 0 ainsi que ses qualificatifs et caractéristiques.



Colle 2

Nacelle articulée grande portée – Sujet

La nacelle articulée (Figure 4.5) étudiée permet de sécuriser des opérations de travail en hauteur. Cette nacelle s'utilise en extérieur et est adaptée à tous les terrains grâce à ses 4 roues motrices et son essieu oscillant. Elle est principalement utilisée pour : la construction de gros et second œuvre, l'aménagement d'espaces verts, la logistique, la distribution et l'industrie, la maintenance et la restauration.

La nacelle est amenée à évoluer dans des terrains parfois accidentés (chantier, terrain en friche...). L'objectif est de valider la motricité du châssis par rapport au sol, même sur un terrain accidenté. Le châssis possède un essieu avant monté sur un palonnier pilotable par deux vérins.

C_1, C'_1, C_2, C'_2 sont les centres respectivement des roues avant droite, avant gauche, arrière droite et arrière gauche. Les quatre roues sont considérées en liaison ponctuelle parfaite avec le sol. Les points de contact sont notés respectivement F_1, F'_1, F_2, F'_2 .

Question 1 Tracer le graphe de structure.

Question 2 Déterminer le degré d'hyperstatisme du modèle de la figure 4.6 sans les vérins et indiquer si ce modèle permet ou non de conserver le contact avec chacune des roues quelle que soit la forme du terrain.

Les vérins ne sont toujours pas pris en compte.

Question 3 Etablir la liaison équivalente réalisée par l'essieu avant entre le sol et le châssis. Donner chaque étape de la démarche.

Question 4 Donner l'avantage de la solution constructeur par rapport à une solution à 4 roues directement sur le châssis et par rapport à une solution à 3 roues directement sur le châssis.

Question 5 Donner le rôle des vérins et indiquer selon quels critères ils peuvent être pilotés.

Les vérins sont maintenant pris en compte.

Question 6 En utilisant le modèle de la figure 4.6, proposer une liaison entre le corps du vérin d'une part et le châssis d'autre part. Proposer ensuite une liaison entre la tige du vérin d'une part et l'essieu avant d'autre part. Tracer un schéma cinématique de la solution proposée.

Question 7 Tracer le nouveau graphe de structure puis déterminer le degré d'hyperstatisme du mécanisme.

XENS PSI 2019.

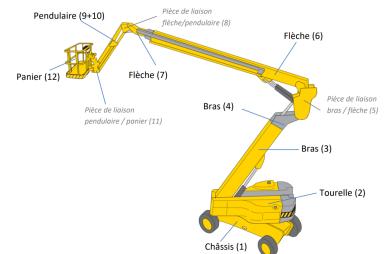


FIGURE 4.5 – Architecture globale de la nacelle

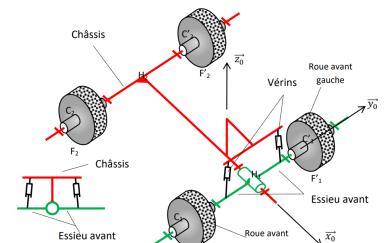


FIGURE 4.6 – Modèle du châssis

