

# TD 1

## Stabilisateur actif d'image – Sujet

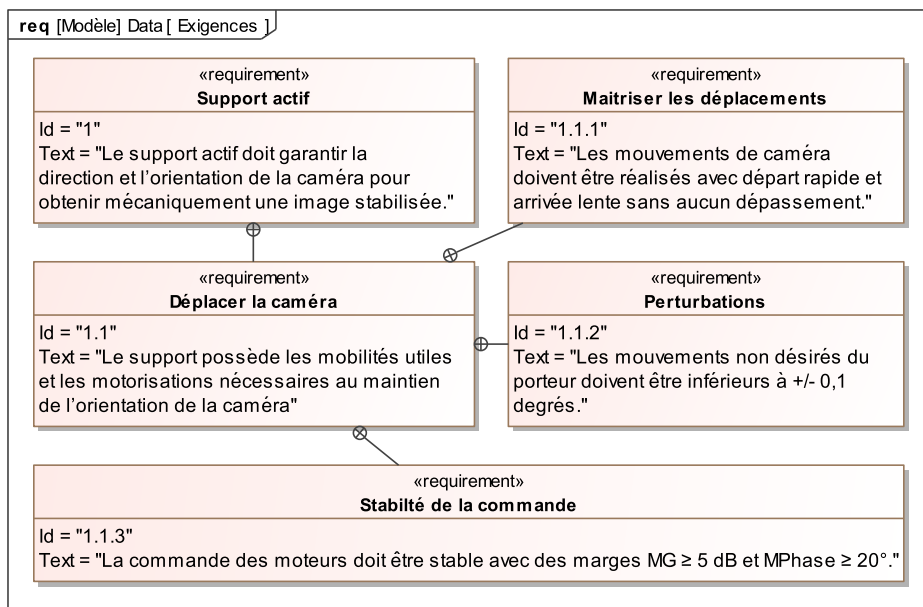
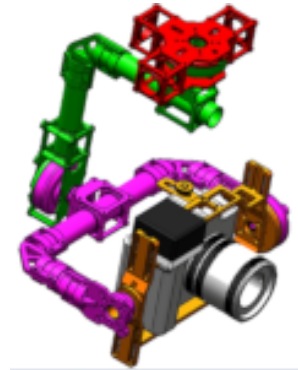
Mines Ponts 2018 – PSI

C1-01

C2-03

### Mise en situation

On s'intéresse à une nacelle active de caméra. Ce système de stabilisation, nommé CAM-GYR, permet de s'assurer que quelque soit l'orientation du porteur (caméraman), l'axe vertical de la caméra et toujours parallèle à la direction de la pesanteur. Le système est équipé de 3 moteurs permettant d'ajuster le roulis, le tangage et le lacet. On s'intéresse ici uniquement à la stabilisation de l'axe de tangage.



### Objectif

Vérifier l'exigence 1.1 « déplacer la caméra ».

### Travail demandé

On considère un modèle de l'axe de tangage sans perturbation et qui reçoit des consignes assez rapides modélisées par des échelons. L'ensemble {moteur, charge} ne présente pas de réducteur. Il est modélisé par un ensemble en série de deux fonctions de transfert :

- un gain pur de valeur  $K_m$  ;
- une fonction de transfert du premier ordre de gain statique  $A$  et de constante de temps  $\tau_m$ .

Cet ensemble présente comme entrée la commande du moteur  $com(t)$  et comme sortie la vitesse angulaire de rotation du moteur  $\omega_m(t)$ . Le réglage retenu est tel que  $K_m A = 1$ .  
**Le retour  $K_D$  agit par un sommateur.** Dans cette étude,  $A_i(p) = 1$ .

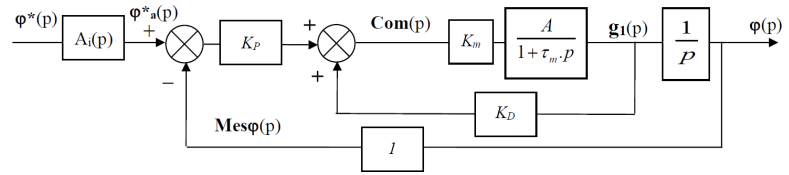


FIGURE 1.1 – Modèle 1 de l'axe de tangage.

**Question 1** Avec  $K_m A = 1$ , calculer la fonction de transfert en boucle ouverte (FTBO) et la fonction de transfert en boucle fermée (FTBF) du schéma (modèle 1).

Dans un premier temps en mode pilotage, on s'intéresse au comportement de l'axe de tangage sans le filtre passe bas :  $A_i(p) = 1$ .

**Question 2** Quelle est la valeur maximale de  $K_D$  pour que la commande de l'axe de tangage soit strictement stable ? Préciser le(s) critère(s) de stabilité appliqué(s).

En accord avec les résultats précédents, on fixe  $K_D = 0,5$  et  $\tau_m = 0,2$  s. Dans un premier temps on impose  $K_P = 10 \text{ s}^{-1}$ .

**Question 3** Lorsque  $A_i(p) = 1$ , le comportement est-il compatible avec l'exigence 1.1.1 « Maîtriser les déplacements » ?

Dans un second temps on se place en mode stabilisation. On s'intéresse toujours au comportement de l'axe de tangage mais sans le filtre passe bas ( $A_i(p) = 1$ ). On considère ici que la consigne est constante donc  $\varphi_a^*(t) = 0$ . Une perturbation  $Pe(p)$  agit au niveau de l'ensemble (moteur, charge) modélisée sur le schéma bloc (Modèle 2). On appelle  $Com(p)$  la transformée de Laplace de la commande du moteur  $com(t)$ .

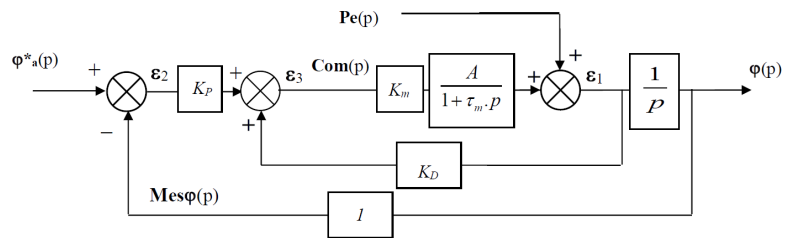


FIGURE 1.2 – Modèle 2 de l'axe de tangage.

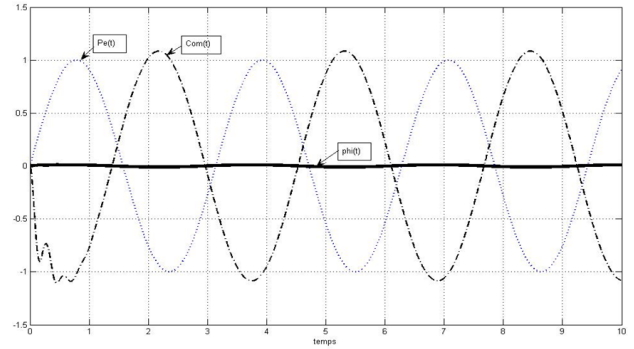
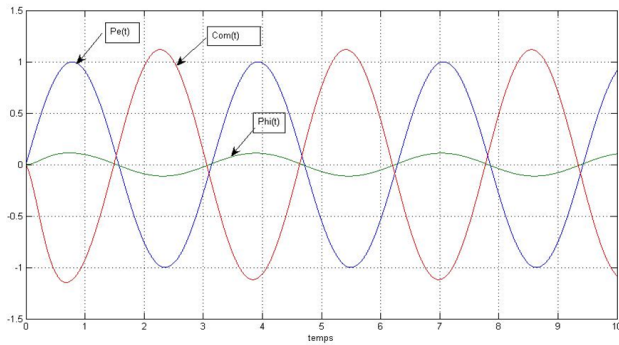
**Question 4** Avec le « modèle 2 » calculer la fonction de transfert  $Stab(p) = \frac{Com(p)}{Pe(p)}$  qui lie la commande à la perturbation.

**Question 5** Avec le modèle 2 et une entrée  $Pe(p)$  échelon unitaire, déterminer la limite quand  $t$  tend vers l'infini de la commande :  $com(t)$ . Quel sens physique donner à ce résultat ?

**Question 6** Avec le modèle 2 déterminer la FTBO  $\frac{Mes\varphi(p)}{\varepsilon_2(p)}$  de ce schéma puis calculer la fonction de transfert liant la perturbation et la sortie  $Pert(p) = \frac{\varphi(p)}{Pe(p)}$ .

**Question 7** Déterminer la valeur lorsque  $t$  tend vers l'infini de la réponse temporelle de ce système à une perturbation de type échelon unitaire. Quel sens physique donner à ce résultat ?

**Question 8** On désire une marge de gain de  $M_G \geq 5 \text{ dB}$  et une marge de phase  $M_\varphi \geq 20^\circ$  (exigence 1.1.3 « Stabilité de la commande »). Déterminer la valeur maximale de  $K_P$  en utilisant les données ci-dessous.



On note  $F(\omega) = \frac{2}{j\omega (1 + 0,4j\omega)}$ .

$\omega$ (rad/s)	1	2,5	5	7	10
$\text{Arg}(F(\omega))$	$-112^\circ$	$-135^\circ$	$-153^\circ$	$-160^\circ$	$-166^\circ$
$20 \log  F(\omega) $	5,4 dB	3 dB	-1 dB	-3 dB	-6,2 dB

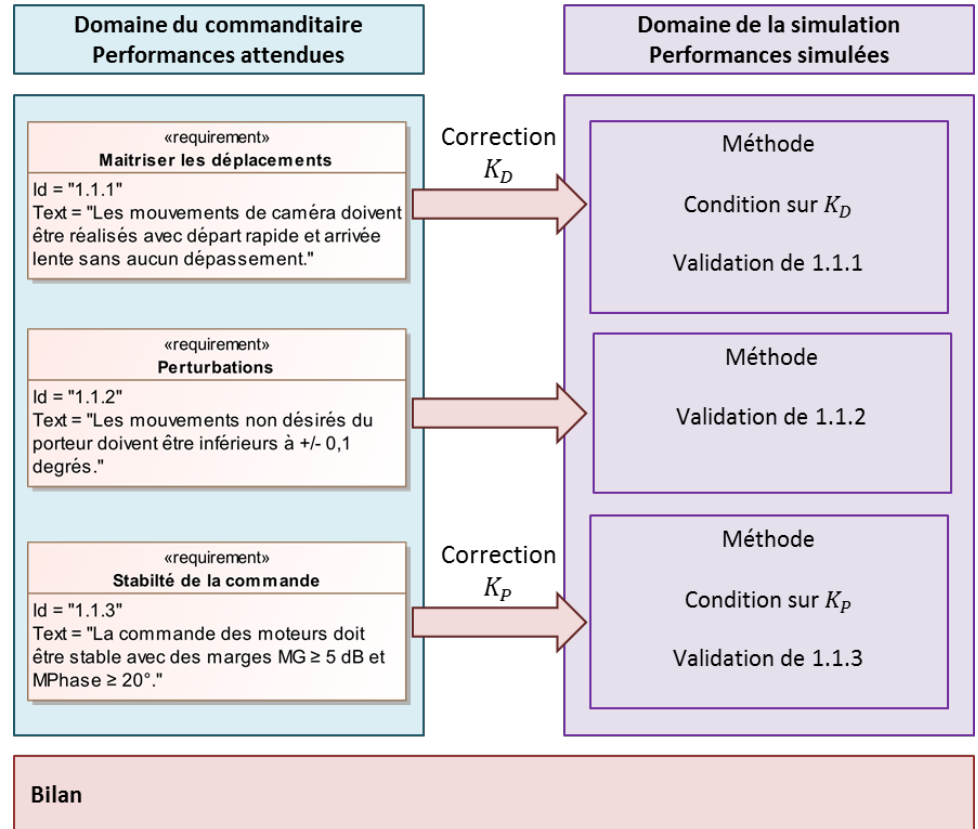
Le figure suivante (droite) présente la réponse temporelle de l'axe de tangage à une perturbation sinusoïdale (due par exemple au vent qui crée un balancement de la GYRCAM) (ordonnée en degrés).

**Question 9** Analyser ce tracé par rapport à l'exigence 1.1.2 « Perturbations » et justifier le tracé de  $\text{Com}(t)$  relativement à  $\text{Pe}(t)$  en utilisant le résultat de la question 5. Afin d'améliorer le comportement, un autre réglage a été effectué (voir figure précédente – droite).

**Question 10** Analyser comparativement ce nouveau tracé.

## Synthèse

**Question 11** En utilisant la figure suivante, faire le bilan des travaux réalisés. Quel bilan faire au vu des écarts observés entre les performances obtenues et les performances modélisées.



### Éléments de correction

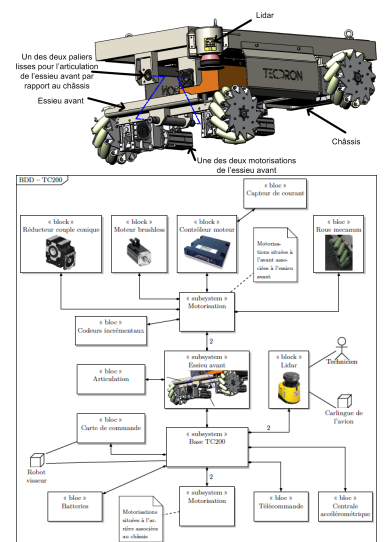
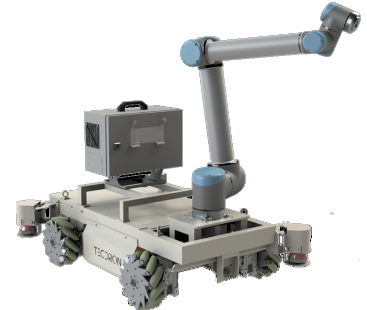
1.  $FTBO(p) = \frac{K_P}{p(1 + \tau_m p - K_D)}$  et  $FTBF(p) = A_i(p) \frac{K_P}{p(1 + \tau_m p - K_D) + K_P}$ .
2.  $K_D < 1$ .
- 3.
4.  $Stab(p) = \frac{(pK_D - K_P)(1 + \tau_m p)}{p(1 + \tau_m p) - AK_m(pK_D - K_P)}$ .
5.  $\lim_{t \rightarrow \infty} \text{com}(t) = -1$ .
6.  $\frac{\text{Mes}\varphi(p)}{\varepsilon_2(p)} = \frac{K_m AK_P}{p(1 + \tau_m p - K_m AK_D)} \quad \text{et} \quad \text{Pert}(p) = \frac{1 + \tau_m p}{p(1 + \tau_m p) + (K_P - pK_D) AK_m}$ .
7.  $\lim_{t \rightarrow \infty} \varphi(t) = 0, 1^\circ$ .
8.  $K_P < 1, 41$ .
9. .
10. .



# Base TC200 Tecdron – Sujet

Centrale Supelec TSI 2021.

C2-03



## Mise en situation

Dans l'industrie, il est désormais possible d'associer des tâches robotisées et des tâches manuelles. Après l'essor des robots collaboratifs, Tecatron, entreprise Française basée à La Rochelle, propose une base mobile nommée TC200, capable de recevoir différents types de bras robotisés – dont des bras collaboratifs – mais aussi de se déplacer de manière autonome dans un environnement industriel complexe composé de robots et d'humains.

Les figures ci-après donnent la structure du robot étudié.

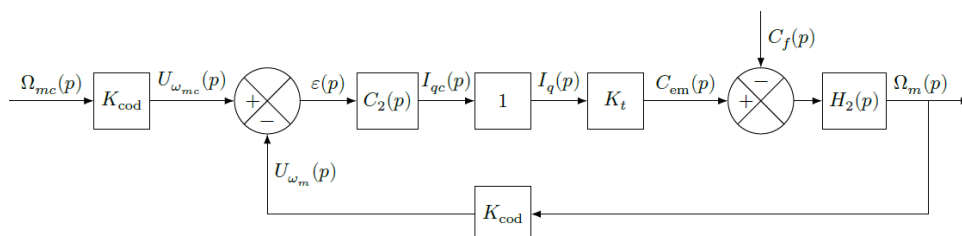
## Validation de l'asservissement du moteur

## Objectif

Valider l'asservissement de vitesse mis en place pour que la base TC200 se déplace suivant la trajectoire de consigne souhaitée.

Vérifier les exigences de la boucle de vitesse en termes de stabilité, précision et rapidité.

La boucle de courant étant supposée parfaite, le schéma-blocs de la figure suivante correspond à l'asservissement de vitesse d'une des motorisations. Le modèle est considéré pour le moment non perturbé, c'est-à-dire  $C_f(p) = 0$ .



Fonction de transfert	Expression	Valeur
Codeur et sa carte de traitement	$K_{\text{cod}}$	$0,2 \text{ V s rad}^{-1}$
Constante de couple	$K_t$	$0,09 \text{ N m A}^{-1}$
Correteur de type proportionnel	$C_2(p) = K_2$	
Dynamique de la motorisation	$H_2(p) = \frac{1}{J_{\text{eq}} p}$	$J_{\text{eq}} = 1,5 \times 10^{-3} \text{ kg m}^2$

Exigence	Critère	Performance attendue
Précision	Erreur relative en régime permanent $\mu_{v\infty}$ pour une consigne en échelon	$\mu_{v\infty} < 1 \%$
	d'amplitude $\omega_{mc0}$	
Rapidité	Erreur en vitesse en régime permanent $\Delta\omega_{\infty}$ pour une consigne en rampe telle que $\omega_{mc}(t) = at$	$\leq 100 \text{ rad s}^{-1}$ pour une pente de $1800 \text{ rad s}^{-1}$
	Temps de réponse à 5 %	$t_{5\%} < 180 \text{ ms}$
Stabilité	Dépassement maximal	$\leq 10 \%$
	Marge de phase	$> 60^\circ$

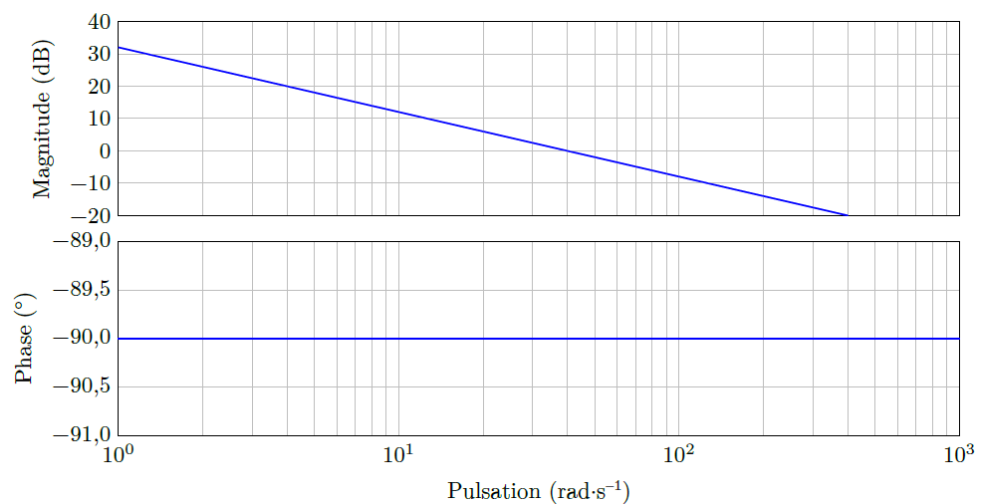
**Question 1** Déterminer la fonction de transfert en boucle fermée  $H_{BF}(p) = \frac{\Omega_m(p)}{\Omega_{mc}(p)}$  pour  $C_f(p) = 0$ .

**Question 2** Justifier que cet asservissement est stable et donner la valeur de la marge de phase.

**Question 3** Déterminer la condition sur  $K_2$  afin de satisfaire l'exigence de rapidité.

**Question 4** Calculer l'erreur relative en régime permanent  $\mu_{v\infty}$  pour une consigne de vitesse en échelon de valeur  $\omega_{mc0}$ .

On donne les diagrammes de Bode de la FTBO.



**Question 5** Identifier la valeur de  $K_2$  qui a été réellement choisie par le constructeur.

**Question 6** À partir de cette valeur, calculer l'erreur en vitesse en régime permanent  $\Delta\omega_{\infty}$  pour une consigne de vitesse en rampe de pente  $a$  et valider le critère de précision des exigences.

# Fauteuil dynamique de cinéma – Sujet

Concours Centrale-Supélec TSI 2015

C1-01

C2-03

## Présentation du système

Ce concept a été inventé au Canada en 2008, et s'est étendu à toute l'Amérique du Nord avant de traverser l'Atlantique pour proposer un cinéma dynamique avec une quantité d'effets spéciaux et spatiaux. Le fauteuil dynamique de cinéma est principalement destiné à l'industrie du divertissement et de la simulation.



## Mise en situation

Le siège dynamique est constitué :

- ▶ du dossier qui permet d'agir directement sur la tête du spectateur afin d'amplifier la sensation d'accélération (via l'oreille interne) ;
- ▶ de l'assise du siège qui permet d'obtenir un mouvement de tangage et un mouvement de roulis du spectateur.

Les trois motorisations (une pour le dossier et deux pour l'assise) sont composées chacune d'un moteur à courant continu à aimants permanents et d'un réducteur de vitesse. Chaque moteur est alimenté par un variateur de vitesse dont la structure de puissance est un hacheur. Un capteur de courant interne au variateur est utilisé par ce dernier pour réaliser un asservissement de courant, donc implicitement de couple. Une génératrice tachymétrique accouplée à l'axe de chaque moteur est utilisée par le variateur correspondant pour réaliser un asservissement de vitesse. Un codeur incrémental accouplé aussi sur l'axe de chaque moteur est utilisé par une carte à base de microcontrôleur pour réaliser un asservissement de position, une sortie analogique de cette carte étant reliée à l'entrée de consigne du variateur de vitesse.

## Exigence fonctionnelle « amplifier la sensation d'accélération »

### Objectif

Proposer un modèle de comportement des éléments réalisant l'exigence fonctionnelle « amplifier la sensation d'accélération » puis valider les performances attendues listées par le cahier des charges.

### Exigence : amplifier la sensation d'accélération

- ▶ Précision statique de la boucle d'asservissement de position :
  - erreur statique de position  $< 1\%$  ;
  - erreur statique de traînage  $< 1\%$  ;
  - erreur statique d'accélération  $< 1\%$  .
- ▶ Rapidité pour un échelon de consigne d'accélération :
  - temps de montée de 0 à 100% de la consigne  $< 5\text{ ms}$  ;
  - dépassement  $< 20\%$ .

## Comportement de l'ensemble variateur et moteur du dossieret

### Objectif

- Établir un modèle simplifié de l'asservissement de courant.
- Établir un modèle simplifié de l'asservissement de vitesse.
- Analyser la précision de l'asservissement de position.

### Modélisation de l'asservissement de vitesse

NE PAS TRAITER LES QUESTIONS 1 à 3.

#### Remarque

Les 3 premières questions n'ont pas vraiment d'intérêt. Je les ai laissées car elles apparaissaient dans le sujet initial.

L'étude suivante consiste à obtenir un modèle simplifié de la boucle d'asservissement de vitesse (figure suivante) au regard des réglages effectués et de l'influence d'une perturbation de type échelon sur le dossieret. En effet, vu la courte durée des sollicitations, la perturbation sur le dossieret, dont l'origine peut être une action du spectateur sur ses muscles cervicaux, peut être modélisée par un échelon.

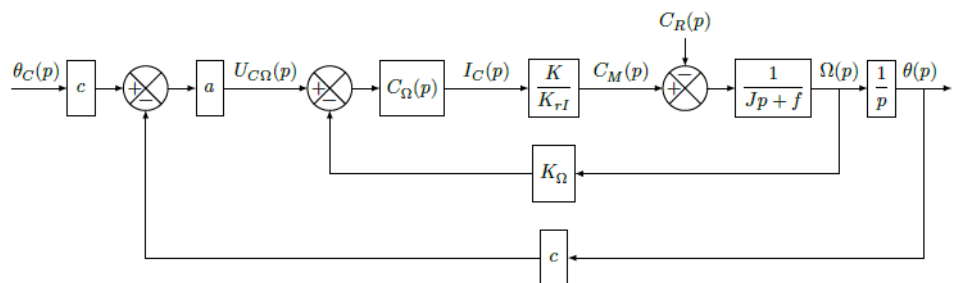


FIGURE 1.3 – Modèle de la boucle d'asservissement de vitesse

On a  $C_\Omega(p) = k_1 \left(1 + \frac{1}{T_1 p}\right)$ . De plus :  $K = 0,115 \text{ N m A}^{-1}$ ;  $R = 1 \Omega$ ;  $L = 1,1 \text{ mH}$ ;  $K_{rI} = 0,5 \text{ V A}^{-1}$ ;  $r = 1/50$ ;  $f = 4,1 \times 10^{-4} \text{ N m s rad}^{-1}$ ;  $J = 0,16 \times 10^{-3} \text{ kg m}^2$ .

**Question 1** Exprimer la fonction de transfert de la boucle de vitesse  $H_\Omega(p) = \Omega(p)/U_{C\Omega}(p)$ , lorsque  $C_R(p) = 0$ . Le résultat sera mis sous une forme canonique.

**Question 2**  $T_1$  étant égal à  $J/f$ , montrer alors que la fonction de transfert en boucle fermée peut se mettre sous la forme  $\frac{b}{\tau p + 1}$ . Calculer les valeurs numériques des termes  $b$  et  $\tau$ .

**Question 3** En déduire, à l'aide de la figure précédente,  $\theta(p)/C_R(p)$  lorsque  $\theta_C(p) = 0$ . Calculer ensuite la valeur finale de  $\theta(t)$  lorsque  $c_R(t)$  est un échelon unitaire. Conclure quant à l'action, en régime permanent, du correcteur proportionnel et intégral sur les effets d'une perturbation  $c_R(t)$  de type échelon.



## Modélisation de la boucle d'asservissement de position

Après toutes les simplifications précédentes, est obtenu le modèle de la figure suivante où seul le comportement en réponse à la consigne  $\theta_C$  est abordé.

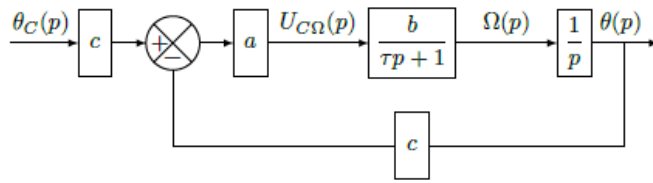


FIGURE 1.4 – Modèle simplifié de la boucle d'asservissement de position

**Question 4** Exprimer la fonction de transfert  $\theta(p)/\theta_C(p)$ . Déterminer ensuite la valeur numérique de  $a$  pour avoir un facteur d'amortissement égal à 0,7. Justifier le choix de ce facteur d'amortissement. (Pour ce calcul et les calculs suivants prendre  $b = 63 \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1} \cdot \text{V}^{-1}$ ,  $\tau = 2,2 \text{ ms}$ ,  $c = 40 \text{ rad}^{-1}$ .)

## Analyse de la précision du système

Un aspect important pour la simulation sensorielle du siège dynamique est la capacité du système à reproduire fidèlement la consigne de position issue du programme de simulation sensorielle du siège dynamique. Dans un premier temps, l'étude se limite à la précision statique en utilisant le modèle défini à la figure précédente. L'erreur représente la différence entre l'entrée  $\theta_C(t)$  et la sortie  $\theta(t)$  et est définie par la variable  $\mu(t) = \theta_C(t) - \theta(t)$ .

**Question 5** Exprimer dans un premier temps  $\mu(p)$  en fonction de  $\theta_C(p)$ , puis déterminer de façon littérale et numérique l'erreur de position  $\mu_p$ , l'erreur de traînage  $\mu_v$  et l'erreur en accélération  $\mu_a$ . Conclure quant à la précision statique du système suite aux différentes consignes  $\theta_C(p)$  de type échelon, rampe et accélération.

## Validation et optimisation de la performance simulée en accélération du dossieret

### Objectif

Valider la performance simulée en accélération au regard du cahier des charges fonctionnel.

La figure suivante représente la structure d'une correction par anticipation qui permet d'améliorer la précision statique du système

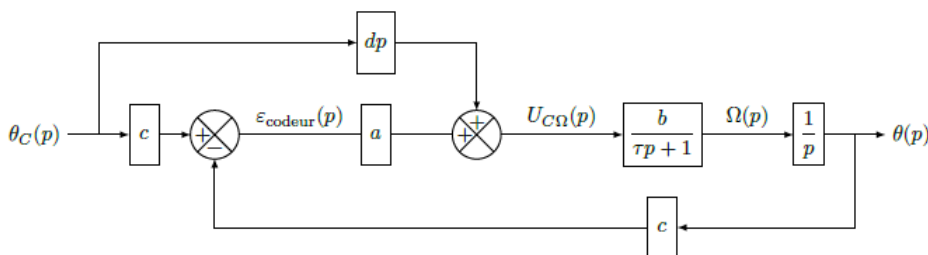


FIGURE 1.5 – Structure avec anticipation

**Question 6** Déterminer l'erreur de position  $\mu_p$  puis l'erreur de traînage  $\mu_v$ . Conclure sur l'erreur de position au regard du cahier des charges.

**Question 7** D'après l'erreur de traînage  $\mu_v$  déterminée à la question précédente, calculer la valeur numérique de  $d$  qui permet d'annuler cette erreur de traînage. En prenant en compte la valeur numérique de  $d$  et de  $b$ , déterminer l'expression de l'erreur en accélération  $\mu_a$ . Calculer ensuite sa valeur numérique et conclure au regard du cahier des charges.

Un aspect important pour la simulation sensorielle du siège dynamique est la capacité du système à reproduire rapidement les consignes d'accélération. À l'aide d'une simulation, la variable accélération  $\ddot{\theta}_d$  possède les deux comportements donnés figure suivante pour la période transitoire, et ce lorsque la consigne vaut  $\theta_{Cd}(t) = \frac{t^2}{2}u(t)$ .

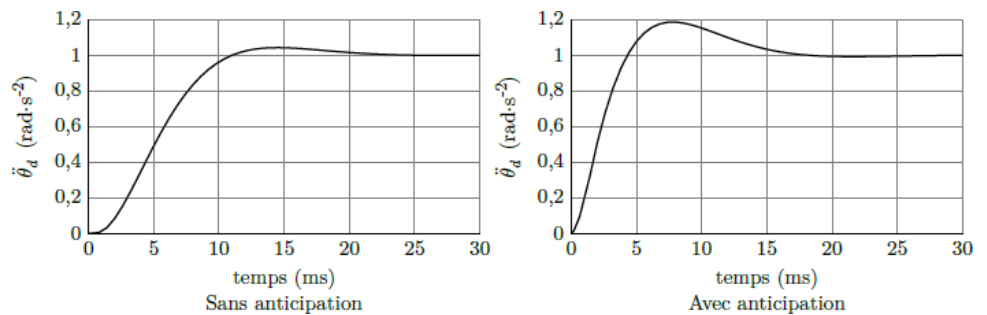


FIGURE 1.6 – Accélération du dossier avec et sans anticipation

**Question 8** Conclure quant au respect du cahier des charges vis-à-vis des accélérations produites par le dossier du siège dynamique de cinéma.

### Exigence fonctionnelle « incliner le spectateur suivant l'axe de tangage et de roulis »

#### Objectif

Valider le choix de conception pour la réalisation de la commande simultanée des deux moteurs de l'assise du siège.

En mode simultané (figure suivante), les consignes de vitesse de chaque variateur sont issues d'un calculateur numérique :  $a$ ,  $d$  et  $c$  sont identiques. En revanche, le réglage du retour vitesse des cartes variateur est effectué à l'aide d'un potentiomètre et celui-ci peut ne pas avoir été réglé avec précision. En imposant le réglage du retour vitesse de la motorisation 1 à 5 V pour  $3000 \text{ tr min}^{-1}$  et celui de la motorisation 2 à 5,5 V pour  $3000 \text{ tr min}^{-1}$ ,

les calculs donnent  $b_1 = 62,8 \text{ rad.s}^{-1}.\text{V}^{-1}$  et  $b_2 = 57,1 \text{ rad.s}^{-1}.\text{V}^{-1}$ . Les inerties au niveau de chaque moteur, supérieures à celle au niveau du moteur de dossier, peuvent fluctuer en fonction de la position du spectateur.

En tenant compte d'une variation d'inertie de 10%, les calculs donnent  $\tau_1 = 1/366 \text{ s}$  et  $\tau_2 = 1/447 \text{ s}$ . On prendra  $a = 0,09 \text{ V}$ ,  $c = 40 \text{ rad}^{-1}$  et  $d = 0,016 \text{ V rad}^{-1} \text{ s}$ .

**Question 9** En réutilisant éventuellement les calculs effectués aux questions 6 et 7 et en tenant compte des différences de réglage de retour vitesse et des différences d'inertie entre les deux motorisations, exprimer la valeur finale de  $\theta_1(t) - \theta_2(t)$  lorsque la consigne  $\theta_C(t)$  est respectivement égale à  $u(t)$ ,  $t \cdot u(t)$  puis  $\frac{t^2}{2}u(t)$ ,  $u(t)$  étant la fonction échelon unité.

La figure 1.8 représente le résultat d'une simulation de  $\theta_1(t) - \theta_2(t)$  pour une consigne  $\theta_C(t) = \frac{t^2}{2}U(t)$

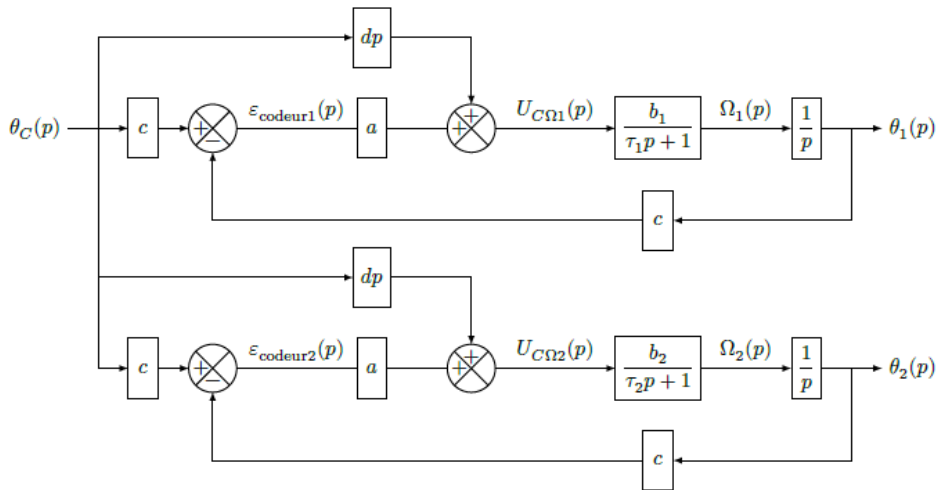


FIGURE 1.7 – Commande simultanée des deux moteurs

**Question 10** Conclure quant à l'erreur en accélération lors de la commande simultanée.

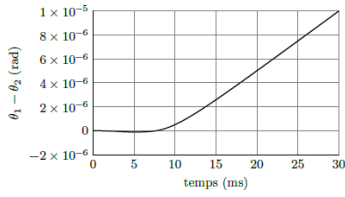


FIGURE 1.8 –  $\theta_1 - \theta_2$  en fonction du temps



### Éléments de correction

1.  $H_{\Omega}(p) = \frac{\frac{1}{K_{\Omega}} (1 + T_1 p)}{\frac{T_1 K_{rI} J}{K_{\Omega} k_1 K} p^2 + \left( \frac{f K_{rI}}{K_{\Omega} k_1 K} + 1 \right) T_1 p + 1}$ .
2.  $b = \frac{1}{K_{\Omega}} = 20\pi = 62,8 \text{ rad s}^{-1} \text{V}^{-1}$  et  $\tau = \frac{K_{rI} J}{k_1 K K_{\Omega}} = 2,17 \times 10^{-3} \text{ s}$ .
3.  $-\frac{T_1 K_{rI} p}{k_1 (T_1 p + 1) K} \cdot \frac{b}{p (1 + \tau p) + abc}$  et  $\lim_{t \rightarrow \infty} \theta(t) = 1$ .
4.  $a = \frac{1}{4bc\tau\xi^2} = 0,092$ .
5.  $\mu(p) = \frac{p (1 + \tau p)}{p (1 + \tau p) + abc} \theta_c(p)$ ,  $\mu_p = 0$ ,  $\mu_v = \frac{1}{abc}$  et  $\mu_a = \infty$ .
6.  $\mu_p = 0$  et  $\mu_v = \frac{1 - bd}{ab}$ .
7. ...
8. ...
9. ...
10. ...

# TD 4

## Robot à câbles – Sujet

Concours Centrale-Supélec 2023 – TSI.

### Présentation

Les robots parallèles à câbles sont une structure de robots apparus au début des années 2000. Dans ce système, la plate-forme est déplacée et orientée par rapport à une référence fixe dans toutes les directions de l'espace par l'enroulement ou le déroulement de plusieurs câbles (figure 1.9). Cette structure permet à la plate-forme d'atteindre une grande zone de travail avec une très grande précision dans le positionnement comme dans l'orientation.

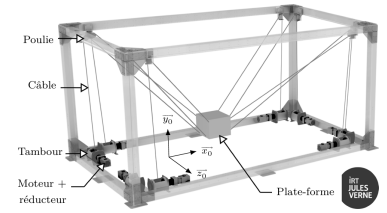


FIGURE 1.9 – Robot à câbles CAROCA

### Étude de l'asservissement de la longueur d'un câble pour gérer le mouvement

#### Objectif

Déterminer les réglages de la commande asservie des moteurs permettant d'assurer l'enroulement adéquat des câbles.

Le programme de pilotage tient compte de l'allongement relatif des câbles suite aux efforts de traction lors du déplacement de la plate-forme chargée. Il génère alors, pour chacun des huit moteurs, des consignes de position et de vitesse qui sont envoyées aux variateurs de vitesse qui alimentent les moteurs afin d'assurer un positionnement de la plate-forme conforme aux attentes de l'utilisateur. L'ensemble composé d'un variateur et du moteur associé est appelé moto-variateur pour la suite. L'algorithme implanté dans le variateur est de type commande vectorielle, ce qui rend le moto-variateur équivalent à un système du premier ordre avec une bande passante à  $-3$  dB de 200 Hz. Le modèle défini figure est adopté pour la suite.

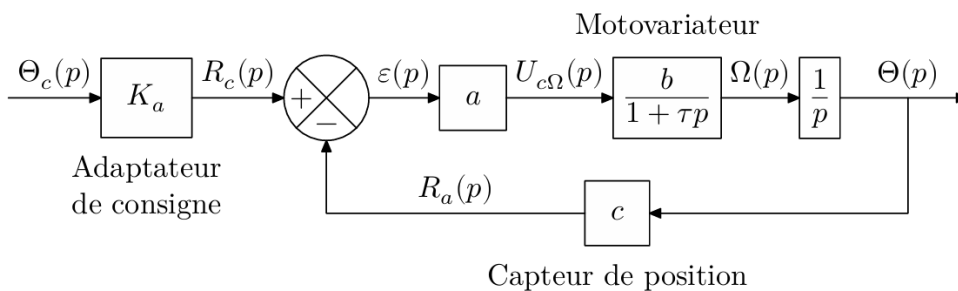


FIGURE 1.10 – Schéma-bloc de la commande en position du moteur

### Notations

- $\Theta_c(p)$  et  $\Theta(p)$  sont respectivement les images de la consigne de position angulaire  $\theta_c(t)$  (en rad) issue du programme de pilotage et de la position angulaire effective  $\theta(t)$  du moteur (en rad).  $\Omega(p)$  est l'image de la vitesse angulaire  $\omega(t) = \dot{\theta}(p)$  du moteur (grandeur temporelle en  $\text{rad s}^{-1}$ ).
- Le capteur de position (codeur optique incrémental associé à une unité de comptage sur 13 bits) est de gain  $c = 1304 \text{ point rad}^{-1}$ .
- L'adaptateur est de gain  $K_a$ , grandeur en  $\text{point rad}^{-1}$ .

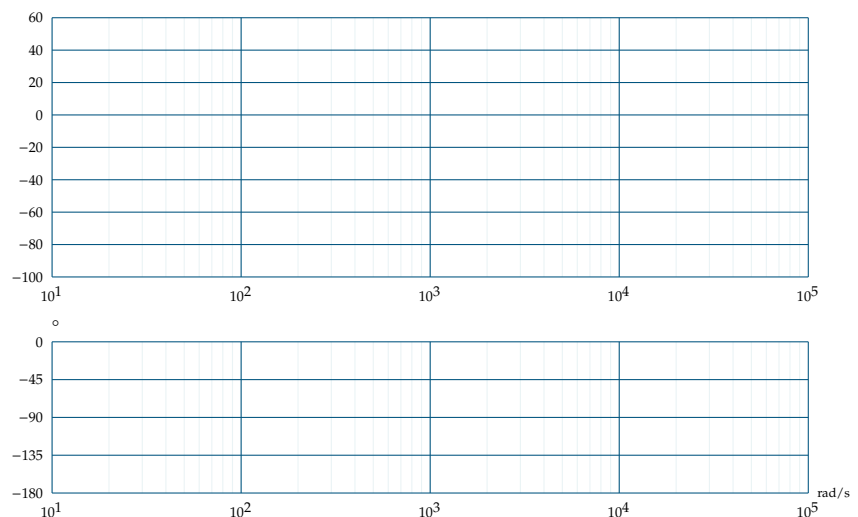
- Le correcteur est de type proportionnel de gain  $a$ , ce qui permet de délivrer une tension  $u_{c\Omega}(t)$  proportionnelle à l'écart  $\varepsilon(t)$ . Un pré-réglage a permis de choisir la valeur  $a = 43,4 \text{ mV point}^{-1}$ .
- Le comportement du motovariateur est assimilé à un premier ordre de gain  $b = 31,4 \text{ rad s}^{-1} \text{ V}^{-1}$  et de constante de temps  $\tau = 796 \mu\text{s}$ .

**Question 1** Justifier la valeur numérique proposée pour la constante de temps  $\tau$ .

Dans la structure de l'asservissement de position de la figure 1.10, l'erreur est définie par  $\mu(t) = \theta_c(t) - \theta(t)$  (grandeur en rad) et l'écart par  $\varepsilon(t) = r_c(t) - r_a(t)$  (grandeur en point).

**Question 2** On souhaite que l'erreur  $\mu(t)$  soit nulle quand l'écart  $\varepsilon(t)$  l'est : en déduire la relation entre  $K_a$  et  $c$ .

**Question 3** Après avoir donné l'expression de la fonction de transfert en boucle ouverte  $H_{bo}(j\omega)$ , tracer son diagramme asymptotique de Bode (courbes de gain et de phase en précisant la valeur de la cassure et le gain associé) et esquisser l'allure des courbes réelles.



**Question 4** Relever sur la courbe tracée à la question précédente la valeur de la marge de phase  $M\varphi$ . Sachant qu'on souhaite que cette marge soit de  $M\varphi = 45^\circ$ , conclure quant au réglage de  $a$ .

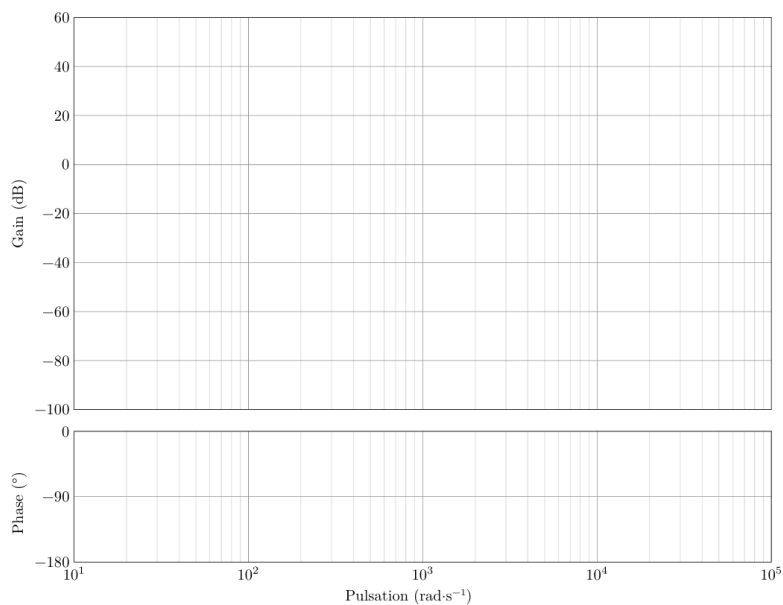
**Question 5** Déterminer l'expression de l'image  $\mu(p)$  de l'erreur en fonction de l'image  $\Theta_c(p)$  de la consigne angulaire et de la fonction de transfert en boucle ouverte  $H_{bo}(p)$  de l'asservissement.

La précision du système s'évalue par l'erreur en régime permanent pour des consignes de position de types :

- échelon d'amplitude  $\theta_0$  (en rad) : l'erreur en régime permanent, notée  $\mu_p$  (en rad), est dite « statique » ;
- rampe de pente  $\omega_0$  (en  $\text{rad s}^{-1}$ ) : l'erreur en régime permanent, notée  $\mu_v$  (en  $\text{rad s}^{-1}$ ), est dite « de poursuite ».

Les exigences de l'utilisateur imposent que ces deux erreurs doivent être inférieures à 0,1% de la consigne.

**Question 6** Déterminer la valeur de l'erreur statique  $\mu_p$ . Déterminer l'expression de l'erreur de poursuite  $\mu_v$  en fonction des gains  $a$ ,  $b$  et  $c$  et de la pente  $\omega_0$ . Faire l'application numérique et vérifier si les exigences de l'utilisateur sont vérifiées.



$$3. \quad T_{BO}(j\omega) = \frac{j\omega \left(1 + \frac{j\omega}{1256}\right)}{\Theta_c(p)}.$$

$$5. \quad u(v) = \frac{\omega_0}{abc}.$$

$$6. \quad \mu_p = 0, \mu_v = \frac{\omega_0}{abc}.$$







# TD 5

## Exosquelette lombaire – Sujet

Concours Centrale-Supélec 2023 – MP.

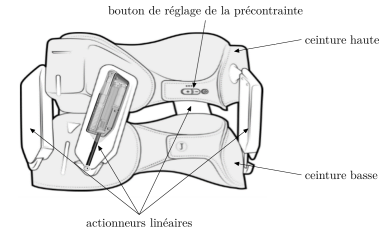


FIGURE 1.11 – Exosquelette lombaire Japet

### Mise en situation

On s'intéresse à un banc d'essai permettant de valider un actionneur linéaire. Dans ce cadre, il est nécessaire de proposer un modèle de connaissance de l'asservissement en force, le valider par comparaison avec une mesure sur le banc d'essai et vérifier les performances de l'actionneur linéaire sur ce banc d'essai. Ce modèle permettra de valider une commande pour le cas spécifique étudié.

Le schéma-blocs est donné dans la figure 1.12.

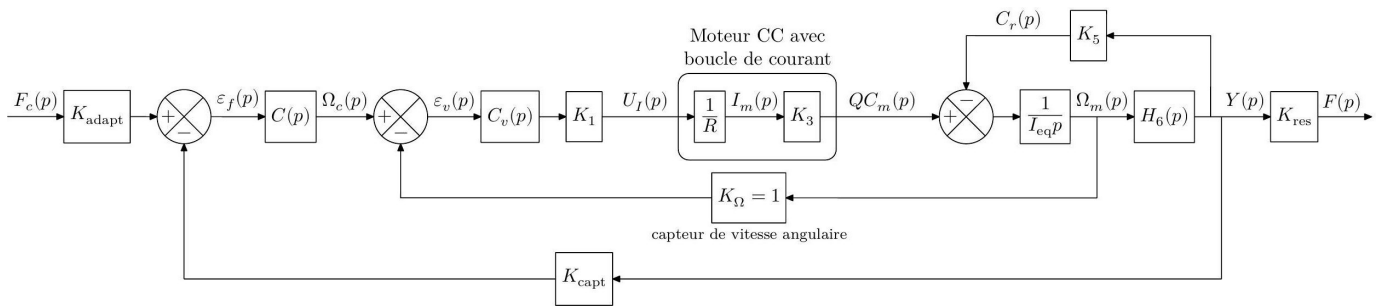


FIGURE 1.12 – Schéma-blocs de l'asservissement de force développée par un actionneur linéaire placé sur le banc d'essai

### Réglage de la boucle d'asservissement de la vitesse angulaire du moteur

Le schéma-blocs décrivant la structure de l'asservissement de la vitesse angulaire du moteur est fourni sur la figure 1.13. Cet asservissement doit respecter le cahier des charges fourni dans le tableau 1.1.

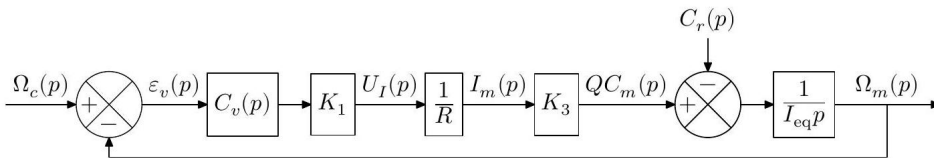


FIGURE 1.13 – Schéma-blocs de la boucle d'asservissement de la vitesse angulaire du moteur électrique

Critère concepteur	Niveau
Marge de phase	$\geq 80^\circ$
Erreur en régime permanent pour une perturbation en échelon constante	Nulle
Pulsation de coupure à 0 dB	$\omega_0 \text{ dB} = 10 \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}$

TABLE 1.1 – Critères concepteur pour la boucle d'asservissement de la vitesse angulaire

Le choix d'un correcteur proportionnel intégral est fait afin de diminuer l'influence de la perturbation en couple modélisée par  $C_r(p)$ . La fonction de transfert du correcteur de la boucle d'asservissement en vitesse angulaire est noté  $C_v(p)$ , tel que  $C_v(p) = K_i \frac{1+\tau_i p}{\tau_i p}$ .

On note  $H_{\text{BOV}}(p) = \frac{\Omega_m(p)}{\varepsilon_v(p)}$  la fonction de transfert en boucle ouverte de l'asservissement de vitesse angulaire du moteur.

**Question 1** Déterminer l'expression littérale de la phase de  $H_{BOv}(i\omega)$ . En déduire la valeur numérique de  $\tau_i$  respectant les critères concepteur de la boucle de vitesse.

Le diagramme de Bode de la boucle ouverte  $H_{BOv}(p)$ , avec  $K_i = 1$  et  $\tau_i$  déterminé à la question 1, est donné sur la figure 1.14.

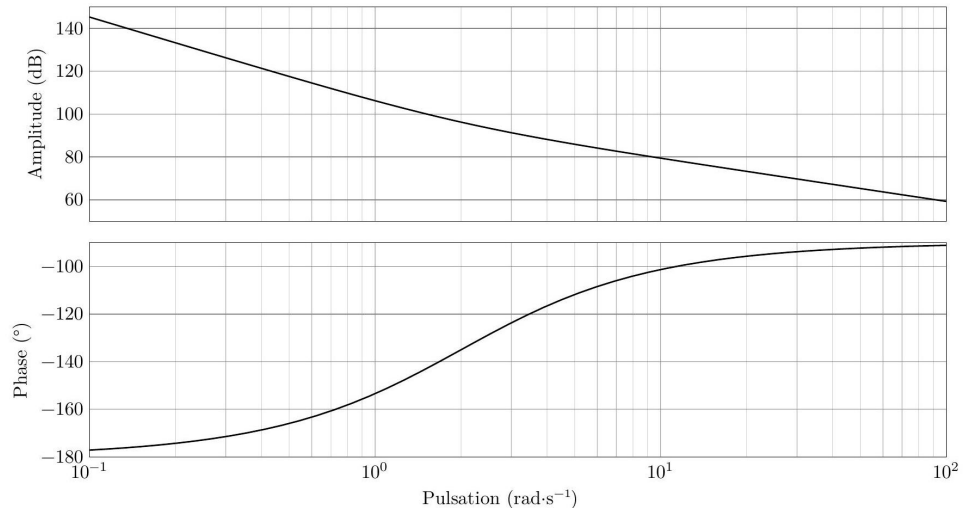


FIGURE 1.14 – Diagramme de Bode de  $H_{BOv}(p)$

**Question 2** Déterminer la valeur numérique de  $K_i$  afin que la boucle d'asservissement de vitesse respecte les critères concepteur du tableau 1.1.

### Simplification du modèle de connaissance

Il est possible de mettre le schéma-blocs de la figure 1.12 sous la forme du schéma-blocs de la figure 1.15, afin de faciliter la prévision des performances simulées.

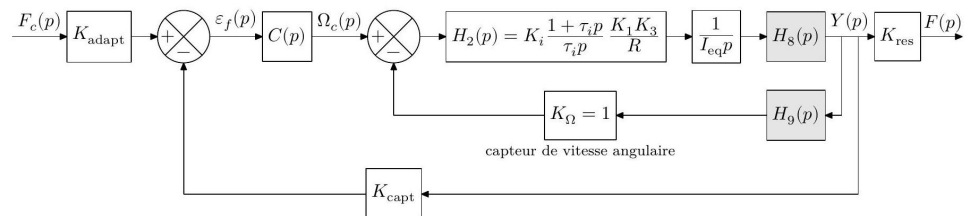


FIGURE 1.15 – Schéma-blocs de l'asservissement de la force développée par un actionneur linéaire

**Question 3** Déterminer les fonctions de transfert  $H_8(p)$  et  $H_9(p)$  en fonction de  $K_5$ ,  $I_{eq}$  et  $H_6(p)$ . Ne pas remplacer  $K_5$  et  $H_6(p)$  par les expressions trouvées précédemment.

Pour faciliter l'analyse des performances simulées, le schéma-blocs de la figure 1.15 est adapté afin de disposer d'un schéma-blocs à retour unitaire, tel que décrit sur la figure 1.16.

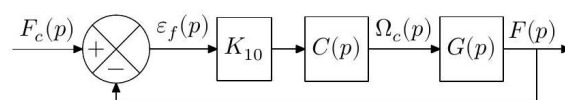


FIGURE 1.16 – Schéma-blocs de l'asservissement de la force développée par un actionneur linéaire à retour unitaire – Voir note suivante  
Il y a vraisemblablement une erreur dans le sujet de base : sur la figure 1.16,  $\varepsilon_f(p)$  devrait être en amont du bloc  $C(p)$ .

**Question 4** Déterminer l'expression du gain  $K_{10}$  en fonction de  $K_{capt}$  et de  $K_{res}$ .

**Question 5** Déterminer la fonction de transfert  $G(p)$  en fonction de  $H_2(p)$ ,  $I_{eq}$ ,  $H_8(p)$ ,  $H_9(p)$  et  $K_{res}$ . Ne pas remplacer  $H_2(p)$ ,  $H_8(p)$  et  $H_9(p)$  par les expressions trouvées précédemment.

Pour la suite, on donne la fonction de transfert  $G(p)$ , obtenue avec les valeurs de réglage correctes déterminées aux questions 1 et 2,

$$G(p) = \frac{F(p)}{\Omega_c(p)} = \frac{1 + \tau_i p}{p} \frac{1,2 \times 10^{-5}}{2 \times 10^{-4} + 9,7 \times 10^{-5} p + 5,3 \times 10^{-6} p^2}.$$

## Analyse des performances de l'asservissement en force développée par un actionneur linéaire

Il est proposé dans cette section d'analyser les performances simulées de l'asservissement en force dont un extrait du cahier des charges est présenté dans le tableau 1.2.

Id	Exigence	Critère	Niveau
Id1.1	Stabilité	Marge de phase	$\geq 60^\circ$
		Marge de gain	$> 20$ dB
		Dépassement maximal	$< 2,5\%$
Id1.2	Précision	Erreur en régime permanent pour une entrée en échelon	$< 1\%$
Id1.3	Rapidité	Temps de réponse à 5% pour une consigne en échelon de force de 40 N	$\text{tr}_{5\%} < 1$ s
		Vitesse maximale de montée de la force de traction	$100 \text{ N} \cdot \text{s}^{-1}$

TABLE 1.2 – Extrait du cahier des charges fonctionnel de l'actionneur linéaire sur le banc d'essai

On note  $H_{BOf}(p) = \frac{F(p)}{\varepsilon_f(p)}$  la fonction de transfert en boucle ouverte de l'asservissement en force développée par un actionneur linéaire. Dans un premier temps, le choix d'un correcteur proportionnel  $C(p) = K_{\text{cor}}$  est réalisé. Le diagramme de Bode de la fonction de transfert  $H_{BOf}(p) = \frac{F(p)}{\varepsilon_f(p)} = K_{\text{cor}} K_{10} G(p)$ , avec  $K_{\text{cor}} = 1$  et la valeur de  $\tau_i$  déterminée à la question 1, est donné sur la figure 1.17.

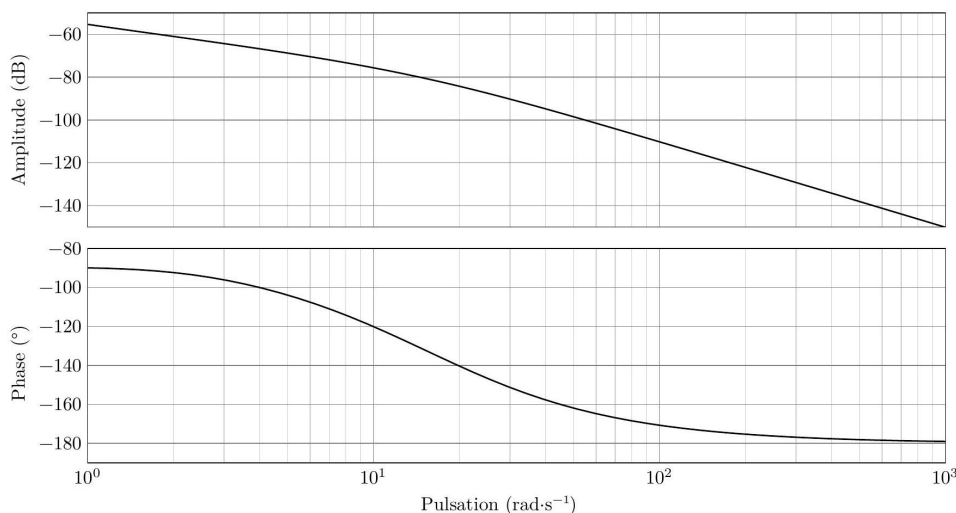


FIGURE 1.17 – Diagramme de Bode de  $H_{BOf}(p)$

**Question 6** Déterminer la valeur numérique limite de  $K_{\text{cor}}$  afin que la boucle d'asservissement de force respecte les critères de marge de phase et de gain du tableau 1.2.

Les courbes sur la figure 1.18 représentent les réponses temporelles du modèle de connaissance de la figure 1.12, avec les correcteurs  $C_v(p)$  et  $C(p)$  correctement réglés, et de l'expérimentation sur le banc d'essai pour une consigne en échelon de force de 40 N.

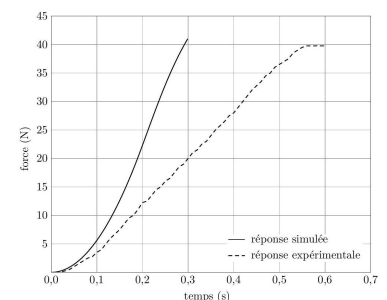


FIGURE 1.18 – Réponses temporelles du modèle et expérimentale, pour une consigne en échelon de force de 40 N

**Question 7** Quel critère du tableau des exigences (tableau 1.2) n'est pas pris en compte dans le modèle de connaissance ? D'après la courbe expérimentale, ce critère est-il respecté par le système réel ?

#### Éléments de correction

1.  $\tau_i \geq 0,57 \text{ s}$ .
2.  $K_i = 1 \times 10^{-4} \text{ V s rad}^{-1}$ .
3.  $H_9(p) = \frac{1}{H_6(p)}$  et  $H_8(p) = \frac{H_6(p)I_{eq}p}{I_{eq}p + H_6(p)K_5}$ .
4.  $K_{10} = K_{capt}K_{res}$ .
5.  $G(p) = \frac{H_2(p)H_8(p)}{I_{eq}p + H_2(p)H_8(p)H_9(p)}K_{res}$ .
6.  $K_{cor} \simeq 5600$ .
7. .