

Les Petits Devoirs du Soir – DDS

Exercice 220 – Moteur à courant continu★

02 SLCI

On donne les équations du moteur à courant continu :

- ▶ $u(t) = e(t) + Ri(t) + L \frac{di(t)}{dt}$;
- ▶ $e(t) = K\omega(t)$;
- ▶ $c(t) = Ki(t)$;
- ▶ $c(t) - f\omega(t) = J \frac{d\omega(t)}{dt}$.

Question 1 Exprimer la fonction de transfert $H(p) = \frac{\Omega(p)}{U(p)}$.

Question 2 Préciser l'ordre et la classe de H .

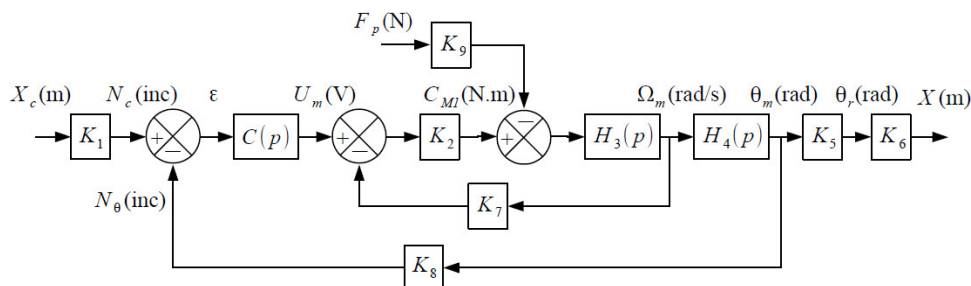
Question 3 Mettre $H(p)$ sous forme canonique.

Question 4 Donner les caractéristiques de la fonction de transfert.

Question 5 Vérifier l'homogénéité des différentes constantes.

Exercice 219 – Machine de rééducation SysReeduc ★

On propose une modélisation par schéma-blocs dans la figure suivante.



Le moteur à courant continu est régi par les équations suivantes : $u_m(t) = e(t) + Ri(t)$, $e(t) = k_e \omega_m(t)$ et $C_{M1}(t) = k_t i(t)$.

Correction

1. $H(p) = \frac{K_m}{K_m^2 + (R + Lp)(Jp + f)}$.
2. Ordre 2, classe 0.
3. $H(p) = \frac{K_m}{\frac{K_m^2 + Rf}{1 + \frac{(RJ + Lf)}{K_m^2 + Rf}p + \frac{LJ}{K_m^2 + Rf}p^2}}$.
4. $K = \frac{K_m}{K_m^2 + Rf}$,
 $\omega_0 = \sqrt{\frac{K_m^2 + Rf}{LJ}}$,
 $\xi = \frac{RJ + Lf}{2\sqrt{LJ(K_m^2 + Rf)}}$.

Corrigé voir .

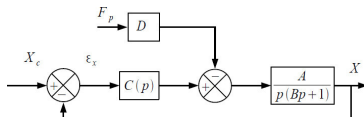
03 SLCI

Une étude dynamique a mené à l'équation suivante :

$$(M + m) r \rho_1 \dot{\omega}_m(t) = \frac{C_{M1}(t)}{\rho_1 r} - F_p(t)$$

avec : M la masse du chariot et m la masse du support de pied, $\rho_1 = \frac{1}{10}$ le rapport de réduction du réducteur, $r = 46,1$ mm le rayon de la poulie du transmetteur poulie-courroie, $C_{M1}(t)$ le couple délivré par le moteur et $F_p(t)$ l'effort délivré par le patient sur le support 3.

Le codeur incrémental possède 500 fentes équiréparties. Deux émetteurs-récepteurs positionnés en quadrature permettent de mesurer l'information.



Question 1 À partir des équations proposées, déterminer les fonctions de transfert K_1 , K_2 , $H_3(p)$, $H_4(p)$, K_5 , K_6 , K_7 , K_8 et K_9 .

Question 2 Montrer que le schéma-blocs peut être mis sous la forme suivante. On exprimera A , B et D en fonction des paramètres du système r , ρ_1 , k_t , k_e , R , M , m et K_8 .

Éléments de correction

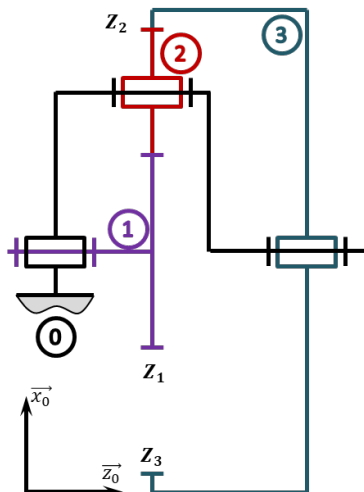
1. ...

- ▶ $K_2 = \frac{k_t}{R}$;
- ▶ $K_7 = k_e$;
- ▶ $K_9 = \rho_1 r$ et $H_3(p) = \frac{1}{(M + m) r^2 \rho_1^2 p}$;
- ▶ $H_4(p) = \frac{1}{p}$;
- ▶ $K_8 = \frac{2000}{2\pi}$;
- ▶ $K_5 = \rho_1$ et $K_6 = r$ (à convertir en mètres) ;
- ▶ $K_1 = \frac{K_8}{K_5 K_6}$.

$$2. A = \frac{K_8}{k_e}, B = \frac{R(m + M) r^2 \rho_1^2}{k_e k_t} \text{ et } D = \frac{K_9 R r \rho_1}{K_8 k_t}$$

Corrigé voir 5.

03 CIN



Exercice 218 – Train simple ★

Soit le train d'engrenages suivant.

Question 1 Tracer le graphe des liaisons.

Question 2 Déterminer $\frac{\omega_{3/0}}{\omega_{1/0}}$ en fonction du nombre de dents des roues dentées.

Question 3 Donner une relation géométrique entre Z_1 , Z_2 et Z_3 permettant de garantir le fonctionnement du train d'engrenages.

Exercice 217 – Quille pendulaire ★

Le comportement d'un vérin est défini par le modèle continu de la figure 1.

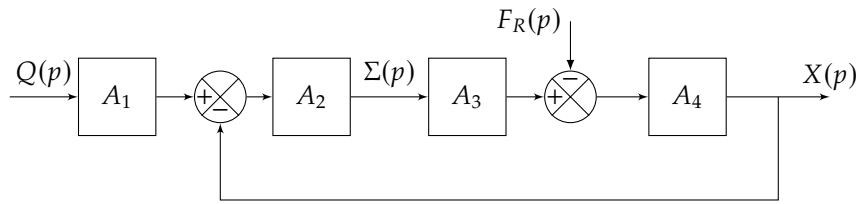


FIGURE 1 – Asservissement en débit du vérin

On a :

- ▶ $q(t) = S \frac{dx(t)}{dt} + \frac{V}{2B} \frac{d\sigma(t)}{dt}$ (a);
- ▶ $M \frac{d^2x(t)}{dt^2} = S\sigma(t) - kx(t) - \lambda \frac{dx(t)}{dt} - f_R(t)$ (b).

On a :

- ▶ $\mathcal{L}(q(t)) = Q(p)$: débit d'alimentation du vérin $[\text{m}^3\text{s}^{-1}]$;
- ▶ $\mathcal{L}(\sigma(t)) = \Sigma(p)$: différence de pression entre les deux chambres du vérin $[\text{Pa}]$;
- ▶ $\mathcal{L}(x(t)) = X(p)$: position de la tige du vérin $[\text{m}]$;
- ▶ $\mathcal{L}(f_R(t)) = F_R(p)$: composante selon l'axe de la tige du vérin de la résultante du torseur d'inter-effort de la liaison pivot entre tige et quille $[\text{N}]$.

Les constantes sont les suivantes :

- ▶ S : section du vérin $[\text{m}^2]$;
- ▶ k : raideur mécanique du vérin $[\text{N m}^{-1}]$;
- ▶ V : volume d'huile de référence $[\text{m}^3]$;
- ▶ B : coefficient de compressibilité de l'huile $[\text{N m}^{-2}]$;
- ▶ M : masse équivalente à l'ensemble des éléments mobiles ramenés sur la tige du vérin $[\text{kg}]$;
- ▶ λ : coefficient de frottement visqueux $[\text{N m}^{-1}\text{s}]$.

Question 1 Donner les expressions des fonctions de transfert A_1 , A_2 , A_3 et A_4 en fonction de la variable complexe p et des constantes.

Le schéma-blocs de la figure précédente peut se mettre sous la forme de la figure 2.

Question 2 Donner les expressions des fonctions de transfert H_1 et H_2 en fonction de A_1 , A_2 , A_3 et A_4 , puis de la variable p et des constantes.

Question 3 Pour ce vérin non perturbé ($F_R = 0$), donner sa fonction de transfert $X(p)/Q(p)$ en fonction de la variable p et des constantes.

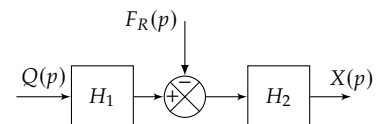


FIGURE 2 – Schéma-bloc

Éléments de correction

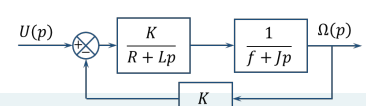
1. $A_1 = \frac{1}{Sp}$, $A_2 = \frac{S2B}{V}$, $A_3 = S$ et $A_4 = \frac{1}{Mp^2 + \lambda p + k}$.
2. $H_1(p) = A_1A_2A_3$ et $H_2 = \frac{A_4}{1 + A_2A_3A_4}$.
3. $\frac{X(p)}{Q(p)} = \frac{2BS}{p(MVp^2 + \lambda pV + kV + 2BS^2)}$.

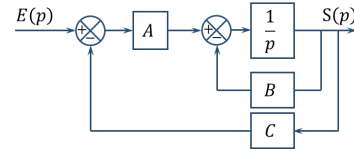
Corrigé voir 5.

Exercice 216 – Fonctions de transfert★

Soit le schéma-blocs suivant.

SLCI





Corrigé voir 3.

Question 1 Déterminer la fonction de transfert en boucle ouverte. Mettre l'expression sous forme canonique et exprimer les paramètres caractéristiques.

Question 2 Déterminer la fonction de transfert en boucle fermée. Mettre l'expression sous forme canonique et exprimer les paramètres caractéristiques.

Soit le schéma-blocs suivant.

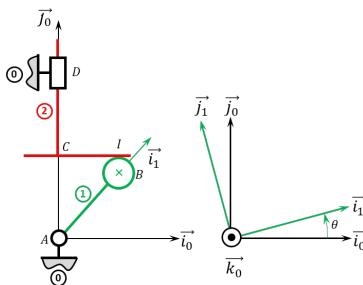
Question 3 Déterminer la fonction de transfert en boucle ouverte. Mettre l'expression sous forme canonique et exprimer les paramètres caractéristiques.

Question 4 Déterminer la fonction de transfert en boucle fermée. Mettre l'expression sous forme canonique et exprimer les paramètres caractéristiques.

Éléments de correction

$$\begin{aligned} 1. \quad K_{\text{BO}} &= \frac{K^2}{Rf}, \quad \omega_{\text{BO}} = \sqrt{\frac{Rf}{LJ}}, \quad \xi_{\text{BO}} = \frac{RJ + Lf}{2\sqrt{LJ}Rf}. \\ 2. \quad K_{\text{BF}} &= \frac{K}{K^2 + Rf}, \quad \xi_{\text{BF}} = \frac{RJ + Lf}{2\sqrt{LJ}\sqrt{Rf + K^2}}. \\ 3. \quad K_{\text{BO}} &= \frac{AC}{B} \text{ et } \tau_{\text{BO}} = \frac{1}{B}. \\ 4. \quad K_{\text{BF}} &= \frac{A}{B + AC} \text{ et } \tau_{\text{BF}} = \frac{1}{B + AC}. \end{aligned}$$

03 GEO



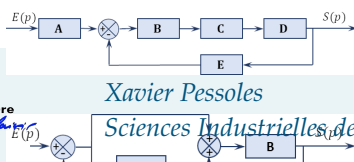
Éléments de correction

1. .
2. $e \sin \theta + R - \lambda(t) = 0$.
3. $\dot{\lambda}(t) = e \dot{\theta}(t) \cos \theta(t)$.
4. $q(t) = e S \dot{\theta}(t) \cos \theta(t)$.
5. .

Corrigé voir 4.

03 SLCI

Pas de corrigé pour cet exercice.



Exercice 215 – Pompe à piston axial ★

Soit le mécanisme suivant. On a $\overrightarrow{AB} = e \vec{i}_1$ et $\overrightarrow{BI} = R \vec{j}_0$ et $\overrightarrow{AC} = \lambda(t) \vec{j}_0$. De plus, $e = 10 \text{ mm}$ et $R = 20 \text{ mm}$. Le contact entre **1** et **2** en *B* est maintenu en permanence par un ressort suffisamment raide (non représenté) positionné entre **0** et **2**.

Question 1 Tracer le graphe des liaisons.

Question 2 Exprimer $\lambda(t)$ en fonction de $\theta(t)$.

Question 3 Exprimer $\dot{\lambda}(t)$ en fonction de $\dot{\theta}(t)$.

Question 4 On note S la section du piston 2. Exprimer le débit instantané de la pompe.

Question 5 En utilisant Python, tracer le débit instantané de la pompe pour un tour de pompe pour $e = 10$ mm et $R = 10$ mm ainsi que pour $e = 20$ mm et $R = 5$ mm. La fréquence de rotation est $\dot{\theta}(t) = 100$ rad s⁻¹, la section du piston est donnée par $S = 1$ cm².

Exercice 214 – Calcul de FTBO★

Question 1 Déterminer la FTBO dans la cas suivant.

Question 2 Déterminer la FTBO dans la cas suivant.

Question 3 Déterminer la FTBO dans la cas suivant.

Question 4 Déterminer la FTBO dans la cas suivant.

Éléments de correction

1. $FTBO(p) = BCDE$.
2. $FTBO(p) = B(1 + A)$.
3. $FTBO(p) = A \frac{BCD}{1 + \frac{BCD}{ABCD}}$.
4. $FTBO(p) = \frac{ABCD}{1 + B + BCD}$.

Corrigé voir 4.

Exercice 213 – Calcul de FTBO★

Question 1 Déterminer la FTBO dans la cas suivant.

Question 2 Déterminer la FTBO dans la cas suivant.

Question 3 Déterminer la FTBO dans la cas suivant.

Question 4 Déterminer la FTBO dans la cas suivant.

Éléments de correction

1. $FTBO(p) = A(p)B(p)C(p)$.
2. $FTBO(p) = B(p)C(p)$.
3. $FTBO(p) = B(p)C(p)$.
4. $FTBO(p) = \frac{B(p)C(p)}{1 + B(p)C(p)E(p)} \times \frac{A(p)D(p)}{C(p)}$.

Exercice 212 – Mouvement T – ★

Soit le mécanisme suivant.

Question 1 Réaliser le paramétrage du mécanisme.

Exercice 211 – Moteur à courant continu★

On donne les équations du moteur à courant continu :

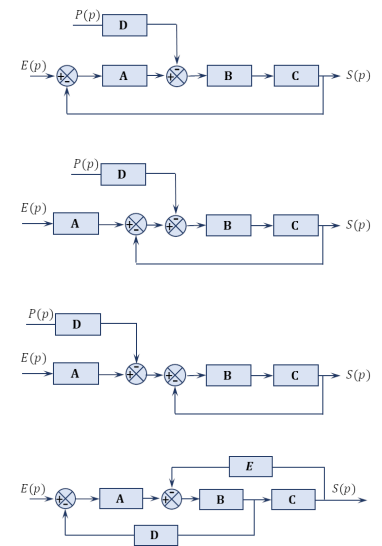
- ▶ $u(t) = e(t) + Ri(t) + L \frac{di(t)}{dt}$;
- ▶ $e(t) = K\omega(t)$;
- ▶ $c(t) = Ki(t)$;
- ▶ $c(t) + c_r(t) - f\omega(t) = J \frac{d\omega(t)}{dt}$.

Question 1 Réaliser le schéma-blocs.

Question 2 Mettre le schéma-blocs sous la forme suivante.

03 SLCI

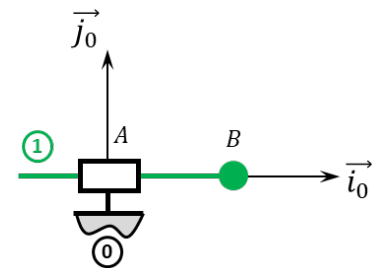
Pas de corrigé pour cet exercice.



Corrigé voir 4.

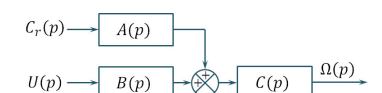
10 CIN

Pas de corrigé pour cet exercice.



Corrigé voir 4.

03 SLCI



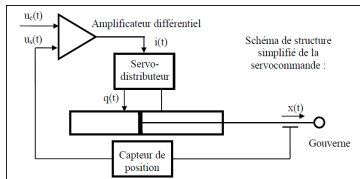
Éléments de correction

1. .
2. $A(p) = R + Lp, B(p) = K, C(p) = \frac{1}{K^2 + (f + Jp)(R + Lp)}$ (plusieurs réponses possibles).

Corrigé voir 1.

03 SLCI

Pas de corrigé pour cet exercice.



Corrigé voir 2.

03 SLCI

Exercice 210 – Vérin★

On donne le schéma de principe d'une servo-commande.

Les différentes équations temporelles qui modélisent le fonctionnement d'une servo-commande sont :

- un amplificateur différentiel défini par : $u_c(t) = \frac{i(t)}{K_a} + u_s(t)$;
- débit dans le vérin dans le cas d'une hypothèse de fluide incompressible $q(t) = S \cdot \frac{dx(t)}{dt}$;
- capteur de position : $u_s(t) = K_c \cdot x(t)$;
- le servo-distributeur est un composant de la chaîne de commande conçu pour fournir un débit hydraulique $q(t)$ proportionnel au courant de commande $i(t)$.
(Attention, valable uniquement en régime permanent.) On a $q(t) + T \frac{dq(t)}{dt} = K_d i(t)$.

Question 1 Réaliser le schéma-blocs.

Exercice 209 – Prothèse active transtibiale★

Présentation

Des ingénieurs du M.I.T. ont mis au point une prothèse active transtibiale capable de proposer un comportement similaire à celui des membres non amputés. On étudie dans ce sujet le prototype initial qui a permis de valider la pertinence d'une telle prothèse active.

L'actionneur de la prothèse est un moteur à courant continu alimenté par une batterie rechargeable de 16 V. L'énergie mécanique est transmise par un réducteur de type poulies-courroie suivi d'un système vis-écrou qui adapte cette énergie mécanique pour la prothèse (ensemble de liaisons entre le pied artificiel constitué d'une semelle en fibres de carbone et le manchon ou tibia artificiel). Des ressorts permettent d'ajuster également l'énergie mécanique fournie au pied artificiel. L'effort exercé par les ressorts est directement relié au couple exercé par l'actionneur.

On peut modéliser la chaîne d'énergie de la façon suivante :

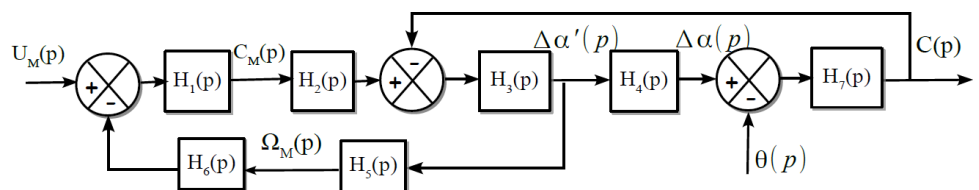


FIGURE 3 – Prothèse active

Les grandeurs temporelles sont les suivantes :

- u_M tension d'alimentation du moteur (V);
- C_M couple exercé par le moteur (Nm);
- ω_M vitesse angulaire du moteur (rad s^{-1});
- α angle de rotation du basculeur (rad) tel que $\alpha = \alpha_r + \Delta\alpha$ où α_r est la position repos et $\Delta\alpha$ est la variation angulaire autour de la position repos. On a alors : $\frac{d\alpha}{dt} = \frac{d\Delta\alpha}{dt}$. On note $\Delta\alpha'(p)$ la transformée de Laplace de $\frac{d\Delta\alpha}{dt}$;
- θ angle de rotation du pied (rad) tel que $\theta = 0$ rad pour la position repos;
- C couple exercé par le pied (Nm).

On note en majuscule, lorsque cela est possible, les variables associées aux grandeurs temporelles dans le domaine symbolique.

Comportement dynamique de la prothèse

Objectif

L'objectif de cette partie est d'établir les équations de comportement dynamique de la prothèse autour de la position de repos lors des phases d'appui et oscillante. Ces équations permettront de compléter le schéma-blocs de la chaîne d'énergie.

On donne l'équation différentielle linéarisée suivante qui caractérise le comportement dynamique de la prothèse : $J_M \frac{d^2\Delta\alpha(t)}{dt^2} + \mu_m \frac{d\Delta\alpha(t)}{dt} = C_M(t)R_T - C(t)R_T^2$ avec $R_T = \frac{1}{145}$.

Le moteur électrique est régi par les équations électriques et de couplage électromécanique :

- $u_M(t) = Ri(t) + e(t)$ avec $i(t)$ courant moteur et $e(t)$ fcm;
- $e(t) = k_c \omega_M(t)$ avec $\omega_M(t)$ vitesse angulaire du rotor du moteur par rapport au stator;
- $C_M(t) = k_c i(t)$.

Question 1 À partir des équations caractérisant le système, déterminer les expressions littérales des fonctions de transfert $H_1(p)$, $H_2(p)$, $H_3(p)$ et $H_6(p)$.

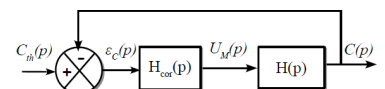
On a par ailleurs $H_4(p) = \frac{1}{p}$, $H_5(p) = \frac{1}{R_T}$ et $H_7(p) = k_{RS}d_0^2$ ($k_{RS} = 1200 \times 10^3 \text{ N m}^{-1}$ raideur équivalente du ressort et $d_0 = 0,035 \text{ m}$).

On considère que $\theta(p) = 0$.

Question 2 Déterminer la fonction de transfert en boucle fermée $\text{FTBF}(p) = \frac{C(p)}{U_M(p)}$.

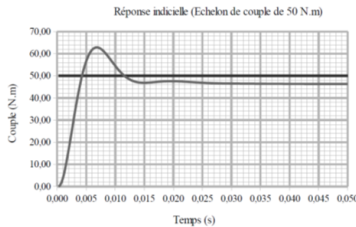
Analyse des performances de l'asservissement en couple

Le schéma-blocs de l'asservissement en couple peut être simplifié par le schéma-blocs suivant avec $H(p) = \frac{a_0}{1 + a_1 p + a_2 p^2}$ où $a_0 = 2,9 \text{ Nm V}^{-1}$, $a_1 = \frac{26}{4356} \text{ s}$ et $a_2 = \frac{1}{4356} \text{ s}^2$ et $H_{\text{cor}}(p) = H_c(p)K_{\text{amp}}K_A$.



Objectif

L'objectif est de déterminer si la correction $H_{\text{cor}}(p)$ permet de respecter le cahier des charges rappelé ci-après.



Critères	Valeur
Rapidité (temps de réponse à 5%)	$t_{r5\%} < 0,1 \text{ s}$
Précision pour une entrée en échelon (écart normalisé par la valeur de l'échelon)	10 % maxi

Question 3 À l'aide des courbes, valider l'ensemble des critères du cahier des charges en justifiant clairement vos réponses.

Éléments de correction

- $H_1(p) = \frac{k_c}{R}$, $H_2(p) = R_T$, $H_3(p) = \frac{R_T^2}{J_M p + \mu_m}$ et $H_6(p) = k_c$.
- $\text{FTBF}(p) = \frac{k_c R_T^3}{J_M R p^2 + p (\mu_m R + k_c k_c R_T^2) + R_T R^2 k_{RS} d_0^2} k_{RS} d_0^2$.
- .

Corrigé voir 1.

Exercice 208 – Conception de la commande d'un robot chirurgical★

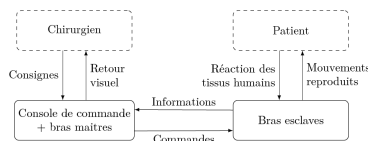
03 SLCI

Présentation du système

Afin d'améliorer les conditions d'opérations chirurgicales dites mini invasives (comme la précision d'opération et le confort du chirurgien), des robots chirurgicaux ont vu le jour. Cette étude s'intéresse à l'un d'entre eux : le robot Da Vinci. Le chirurgien peut atteindre sa cible grâce à des outils longs et fins traversant le patient grâce à une incision de l'ordre du centimètre.

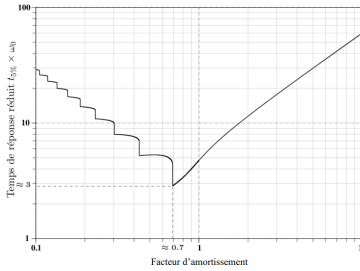
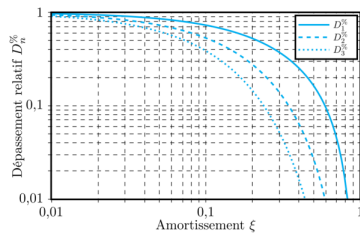
Le système étudié est composé de deux sous-systèmes principaux :

- l'ensemble {console de commande + bras maîtres} permet au chirurgien de visualiser et de commander les mouvements des outils adéquats à l'intérieur du patient via une caméra haute définition dont l'image est retransmise par l'intermédiaire d'écrans. Le chirurgien commande les mouvements des outils grâce à deux bras maîtres dont les extrémités sont maintenues dans chaque main ;
- les bras esclaves reçoivent les consignes issues du chirurgien par l'intermédiaire des bras maîtres. Il y a au total 3 bras esclaves : deux manipulent chacun un outil, le troisième manipule une caméra.



Le mouvement de l'axe 1 est régi par l'équation suivante : $\Delta C_1(t) = J \frac{d^2 \Delta \theta_1(t)}{dt^2} - k_1 \frac{r'_9}{r_0} h_2 \Delta F_x(t)$ avec $J = 1,98 \times 10^{-5} \text{ kg m}^2$, $k_1 \frac{r'_9}{r_0} = 0,00717$, $h_2 = 0,2 \text{ m}$.

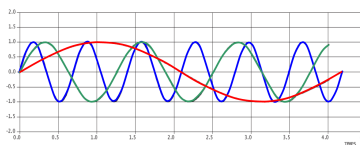
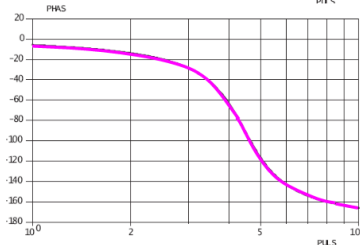
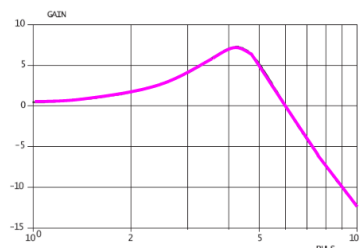
Le couple moteur $\Delta C_1(t)$ est fourni par une machine à courant continu modélisée par les équations suivantes : $u_1(t) = L \frac{di_1(t)}{dt} + Ri_1(t) + e_1(t)$, $e_1(t) = k_e \frac{d\Delta \theta_1(t)}{dt}$, $\Delta C_1(t) = k_t i_1(t)$ avec $u_1(t)$ la tension aux bornes du moteur, $i_1(t)$ l'intensité traversant



Corrigé voir 3.

07 SLCI

D'après Florestan Mathurin.



Corrigé voir 3.

Question 2 Déterminer la fonction de transfert du système en réalisant les mesures nécessaires et en utilisant les formules appropriées.

Question 3 Déterminer la fonction de transfert du système en utilisant les abaques.

Éléments de correction

1. $H(p) = \frac{3,5}{1 + 8p}$.
2. $H(p) = \frac{0,5}{1 + \frac{2 \times 0,1}{14,25}p + \frac{p^2}{14,25^2}}$.
3. $H(p) = \frac{0,5}{1 + \frac{2 \times 0,3}{16}p + \frac{p^2}{16^2}}$.

Exercice 206 – Identification ★

Soit un système dont le diagramme de Bode est donné ci-dessous.

Question 1 Tracer le diagramme de Bode asymptotique.

Question 2 Identifier le type de la fonction de transfert et ses valeurs remarquables.

Le diagramme temporel ci-dessous présente 3 signaux d'entrée sinusoïdaux.

Question 3 Déterminer les période et les pulsations de chacun des signaux.

Question 4 En déduire le gain et le déphasage en régime permanent pour chacune des courbes temporelles de sortie correspondant aux 3 entrées.

Éléments de correction

1. .
2. $H(p) = \frac{1}{1 + \frac{2 \times 0,23}{4,5}p + \frac{p^2}{4,5^2}}$.
3. .
 - Signal rouge : $T = 4,2 \text{ s}$ et $\omega 1,5 \text{ rad/s}$.
 - Signal vert : $T = 3,6/3 = 1,2 \text{ s}$ et $\omega = 5,2 \text{ rad/s}$.
 - Signal bleu : $T = 4,2/6 = 0,7 \text{ s}$ et $\omega = 9 \text{ rad/s}$.
4. .
 - $s(t) = 1,12 \sin(\omega t - 0,17)$.
 - $s(t) = 1,8 \sin(\omega t - 2,1)$.
 - $s(t) = 0,3 \sin(\omega t - 2,8)$.

Exercice 205 – Identification ★

Le diagramme temporel ci-dessous présente 3 signaux d'entrée sinusoïdaux.

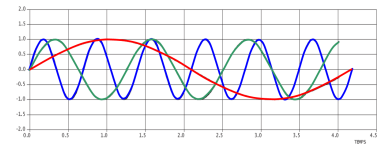
Question 1 Déterminer les période et les pulsations de chacun des signaux.

Question 2 En déduire le gain et le déphasage en régime permanent pour chacune des courbes temporelles de sortie correspondant aux 3 entrées.

07 SLCI

Pas de corrigé pour cet exercice.

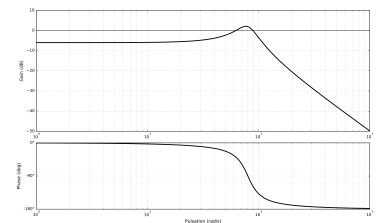
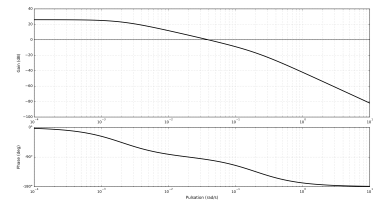
D'après Florestan Mathurin.



Corrigé voir 4.

07 SLCI

Pas de corrigé pour cet exercice.



Corrigé voir 2.

11 SLCI

Corrigé voir 2.

11 SLCI

Corrigé voir 2.

Exercice 204 – Identification ★

Soit la réponse fréquentielle suivante.

Question 1 Déterminer la fonction de transfert du système.

Soit la réponse fréquentielle suivante.

Question 2 Déterminer la fonction de transfert du système.

Exercice 203 – Diagramme de Bode★

Question 1 Tracer le diagramme de Bode de la fonction de transfert suivante :

$$F_1(p) = \frac{15}{1 + 10p}.$$

Question 2 Le système est sollicité par une entrée sinusoïdale de période 60 s et d'amplitude 10. Quel est le signal de sortie ?

Exercice 202 – Diagramme de Bode★

Question 1 Tracer le diagramme de Bode de la fonction de transfert suivante :

$$F_2(p) = \frac{10}{(1 + 10p)(10 + p)}.$$

Question 2 Le système est sollicité par une entrée sinusoïdale de période 60 s et d'amplitude 10. Quel est le signal de sortie ?

