

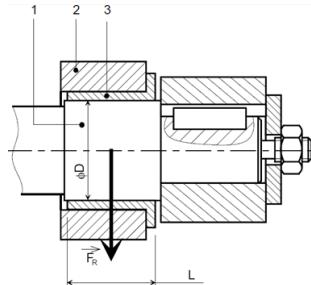
# Application 1

## Modélisation des actions mécaniques – Sujet

### Torseur des actions mécaniques transmissibles dans un coussinet

02 STAT

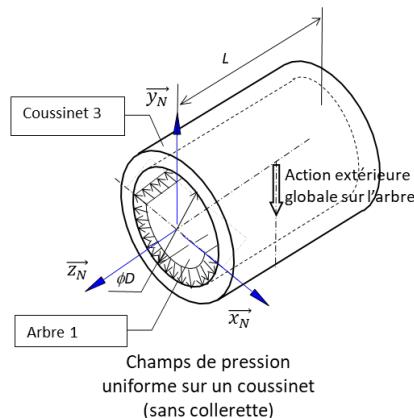
Un coussinet (ou bague) est un élément technologique permettant de réaliser des liaisons pivot. Suivant les cas d'utilisation d'un système, un chargement sur l'arbre est transmis au coussinet.



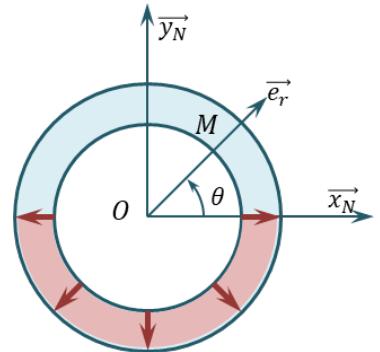
Montage d'un coussinet



Coussinet seul



Champs de pression uniforme sur un coussinet (sans collerette)



On donne le modèle suivant où le champ de pression de l'arbre sur le coussinet est uniforme pour  $\theta \in [\pi, 2\pi]$ . On note  $R = \frac{D}{2}$  le rayon du coussinet.

**Question 1** Déterminer la résultante des actions mécaniques de 1 sur 3. On la note  $\overrightarrow{R}(1 \rightarrow 3)$ .

**Question 2** Déterminer  $\overrightarrow{\mathcal{M}}(O, 1 \rightarrow 3)z_N$ .

On considère maintenant que la pression n'est pas uniforme et vaut au point  $M$   $p(M) = p_0 \sin \theta$ .

**Question 3** Justifier que  $\overrightarrow{R}(1 \rightarrow 3)$  n'a une composante que sur  $\vec{y}$ .

**Question 4** Déterminer la résultante des actions mécaniques de 1 sur 3. On la note  $\overrightarrow{R}(1 \rightarrow 3)$ . On rappelle que  $\sin^2 \theta = \frac{1 - \cos 2\theta}{2}$ .

### Détermination des efforts dans une structure étayée

Lors de la démolition d'une partie de la gare de Lyon Part-Dieu (en 2018), des étais ont été posés afin de soutenir la structure supérieure.

Dans le but de dimensionner les étais, il est nécessaire de déterminer les actions mécanique dans chacune des liaisons.

#### Éléments de correction

1.  $\overrightarrow{R}(1 \rightarrow 3) = -LDp \vec{y}$ .
2.  $\overrightarrow{\mathcal{M}}(O, 1 \rightarrow 3)z_N = 0$ .
- 3.
4.  $\overrightarrow{R}(1 \rightarrow 3) \cdot \vec{y}_N = -\frac{p_0 D L \pi}{4}$ .

10 STAT 03 STAT 02 STAT



Pour cela, on utilise la modélisation ci-contre.

On a  $\overrightarrow{AB} = a \vec{x}$ ,  $\overrightarrow{BD} = b \vec{x}$  et  $\overrightarrow{CB} = L\vec{x}_1$ .

**Question 5** Tracer le graphe d'analyse du système (graphe des liaisons et actions extérieures).

**Question 6** Proposer une stratégie permettant de déterminer les actions mécaniques dans les liaisons.

**Question 7** Déterminer les actions mécaniques dans les liaisons en fonction de  $F$ .

#### Éléments de correction

$$3. X_{02} = -F \frac{a+b}{a \tan \alpha}, F_{01} = F \frac{a+b}{a \sin \alpha}, Y_{02} = -\frac{b}{a} F.$$



# Application 2

## Modélisation des actions mécaniques – Sujet

Ressources de Stéphane GENOËL.

### Exercice 1 : Assemblage par fretteage

Le fretteage consiste à encastrer deux pièces en utilisant le phénomène d'adhérence.

Avant l'assemblage réalisé à l'aide d'une presse, l'arbre 1 possède un diamètre légèrement supérieur à celui de l'alésage (trou cylindrique) de la pièce 2 dans laquelle il vient se loger.

Après fretteage, il subsiste donc une pression de contact  $p$  (souvent supposée uniforme sur toute la surface de contact) entre les deux pièces.

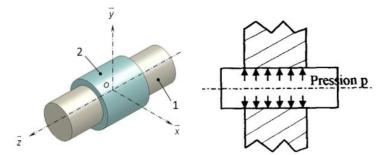
Les caractéristiques de cet assemblage par fretteage sont les suivantes :

- $R$  : rayon de l'arbre 1;
- $L$  : longueur du contact;
- $f$  : facteur d'adhérence entre les deux pièces.

B2-14

C1-05

C2-07



#### Objectif

Déterminer l'effort axial maximal transmissible et le couple maximal transmissible d'une pièce à l'autre.

### Effort axial maximal transmissible

L'effort axial maximal transmissible correspond à la valeur maximale de la composante axiale de la résultante de l'action mécanique qui peut être transmise d'une pièce à l'autre sans qu'elles se désolidarisent.

Pour simplifier notre étude, on considère la pièce 2 fixe et on cherche à déterminer la composante axiale de la résultante de l'action mécanique à appliquer à la pièce 1 pour atteindre le glissement de 1/2 suivant  $\vec{z}$ .

**Question 1** Refaire en grand les 2 schémas : un dans le plan  $(\vec{y}, \vec{z})$  et l'autre dans le plan  $(\vec{x}, \vec{y})$ , en plaçant les actions élémentaires normale et tangentielle de 2 sur 1 en un point  $Q$  quelconque de la surface de contact.

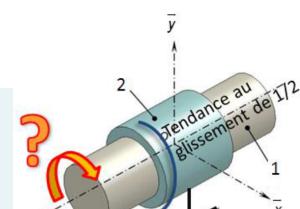
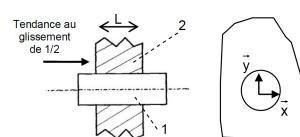
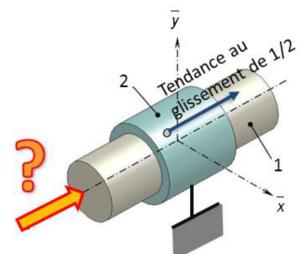
**Question 2** Exprimer  $dF_{2 \rightarrow 1}(Q)$ .

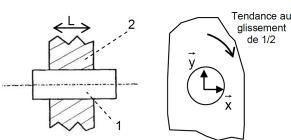
**Question 3** Déterminer la résultante axiale maximale transmissible en fonction de  $p$  et des caractéristiques géométriques du fretteage.

### Couple maximal transmissible

Le couple (ou moment) maximal transmissible correspond à la valeur maximale de la composante sur l'axe  $\vec{z}$  du moment résultant de l'action mécanique qui peut être transmise d'une pièce à l'autre sans qu'elles se désolidarisent.

Pour simplifier notre étude, on considère la pièce 2 fixe et on cherche à déterminer la composante sur l'axe  $\vec{z}$  du moment résultant de l'action mécanique à appliquer à la pièce 1 pour atteindre le glissement de 1/2 autour de  $\vec{z}$ .





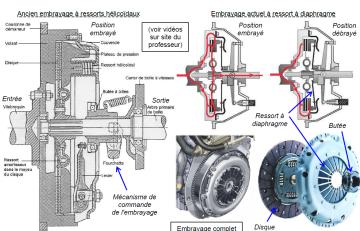
**Question 4** Refaire en grand les 2 schémas : un dans le plan ( $\vec{y}, \vec{z}$ ) et l'autre dans le plan ( $\vec{x}, \vec{y}$ ), en plaçant les actions élémentaires normale et tangentielle de 2 sur 1 en un point  $Q$  quelconque de la surface de contact.

**Question 5** Exprimer  $\overrightarrow{dF_{2 \rightarrow 1}(Q)}$ .

**Question 6** Déterminer le couple maximal transmissible en fonction de  $p$  et des caractéristiques géométriques du frette.

## Exercice 2 : Embrayage à friction mono disque de véhicules automobiles (surfaces de friction plane)

Situé en amont des boîtes à vitesses, l'embrayage mono disque a pour rôle de désolidariser le moteur de la boîte afin de pouvoir changer de rapports, ou lorsque le véhicule est arrêté moteur tournant au ralenti.

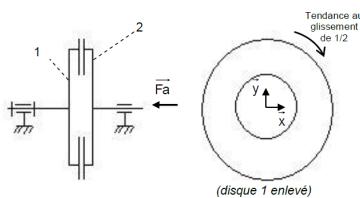


**Position embrayée :** le disque est fortement serré entre deux surfaces lisses (plateau et volant) par la pression des ressorts. Le tout tournera donc d'un bloc, sans glissement et sans pertes.

**Position débrayée :** la poussée du conducteur sur la pédale contrebalance la force des ressorts. Le disque, sous l'effet des vibrations, coulisse alors légèrement sur ses cannelures pour se positionner entre les surfaces lisses (plateau et volant), sans les toucher. Les vitesses angulaires du volant-plateau (solidaires du vilebrequin) et du disque (solidaire des roues par l'intermédiaire de la transmission) peuvent alors différer sans que le disque ne frotte.

On modélise l'embrayage par 2 disques creux identiques (1 et 2) en contact grâce à une action axiale  $\vec{F}_a$ .

Le rayon intérieur des 2 disques vaut :  $R_{\min}$ . Le rayon extérieur des 2 disques vaut :  $R_{\max}$ . On donne  $f$  le facteur d'adhérence entre les deux pièces.



**Question 7** Refaire en grand les 2 schémas ci-dessus : un dans le plan ( $\vec{y}, \vec{z}$ ) et l'autre dans le plan ( $\vec{x}, \vec{y}$ ), en plaçant les actions élémentaires normale et tangentielle de 2 sur 1 en un point  $Q$  quelconque de la surface de contact.

**Question 8** Exprimer  $\overrightarrow{dF_{2 \rightarrow 1}(Q)}$ .

**Question 9** Déterminer le couple maximal transmissible en fonction de  $p$  et des caractéristiques géométriques de l'embrayage.

**Question 10** Déterminer l'action axiale  $\vec{F}_a$  qui crée les  $\overrightarrow{dN}$  en fonction de  $p$  et des caractéristiques géométriques de l'embrayage.

**Question 11** En déduire le couple maximal transmissible en fonction de  $F_a$  (et non en fonction de  $p$ ) et des caractéristiques géométriques de l'embrayage.

### Exercice 3 : Embrayage conique des synchroniseurs de boîte de vitesses (surface de friction coniques)



Les boîtes de vitesses automobiles ont pour particularité d'avoir tous leurs engrenages en prise. Les pignons et roues situés sur l'arbre primaire (arbre qui sera lié à l'arbre moteur) sont en liaison pivot sur ce dernier donc ils tournent tous à des vitesses différentes autour de cet arbre. Ces pignons et roues sont appelés pignons « fous » et roues « folles »

Les pignons et roues situés sur l'arbre secondaire sont solidaires de ce dernier donc ils tournent tous à la même vitesse.

Le rôle de la boîte de vitesses est de mettre en liaison encastrement un des pignons (ou roues) fous de l'arbre primaire avec l'arbre primaire. Or pour pouvoir solidariser un des pignons fous et son arbre, il faut synchroniser leurs régimes de vitesses, et c'est là le rôle des synchroniseurs.

On modélise le pignon fou et l'anneau de synchronisation par 2 cônes en contact grâce à une action axiale  $\vec{F}_a$ .

Le rayon maximal des 2 cônes vaut :  $R_{\max}$ . Le rayon minimal des 2 cônes vaut :  $R_{\min}$ . Le demi-angle au sommet des 2 cônes vaut  $\alpha$ . On donne  $f$  le facteur d'adhérence entre les deux pièces.

**Question 12** Refaire en grand les 2 schémas ci-dessus : un dans le plan  $(\vec{y}, \vec{z})$  et l'autre dans le plan  $(\vec{x}, \vec{y}')$ , en plaçant les actions élémentaires normale et tangentielle de 2 sur 1 en un point  $Q$  quelconque de la surface de contact.

**Question 13** Exprimer  $d\vec{F}_{2 \rightarrow 1}(Q)$ .

**Question 14** Déterminer le couple maximal transmissible en fonction de  $p$  et des caractéristiques géométriques de l'embrayage.

**Question 15** Déterminer l'action axiale  $\vec{F}_a$  qui crée les  $d\vec{N}$  en fonction de  $p$  et des caractéristiques géométriques de l'embrayage.

**Question 16** En déduire le couple maximal transmissible en fonction de  $F_a$  (et non en fonction de  $p$ ) et des caractéristiques géométriques de l'embrayage.

**Question 17** Déterminer le modèle global de l'action mécanique de l'arbre 2 sur le bâti 1 sous forme d'un torseur exprimé au point  $O$ .

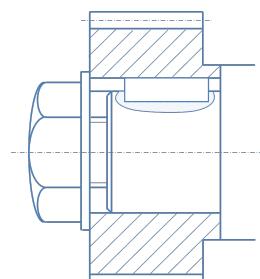
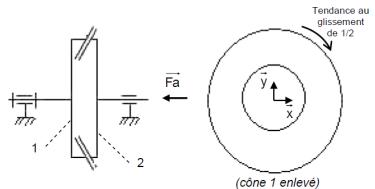
### Couple transmis par une clavette

On cherche à connaître le couple transmissible autour de  $\vec{z}$ , axe du pignon.

La clavette est de hauteur  $2h$  et de largeur  $l$ . On note  $p$  le champ de pression uniforme du pignon sur une demi-clavette.  $p$  est appelée pression de matage.

$O$  est un point de l'axe.

**Question 18** Déterminer le couple transmissible par la clavette.





# Application 3

## Frottement exponentiel – Poulie-courroie – Sujet

Lycée Mistral – Avignon.

Le problème du frottement d'une corde, d'une sangle ou d'une courroie sur une poulie ou un tambour est un problème classique.

### Objectif

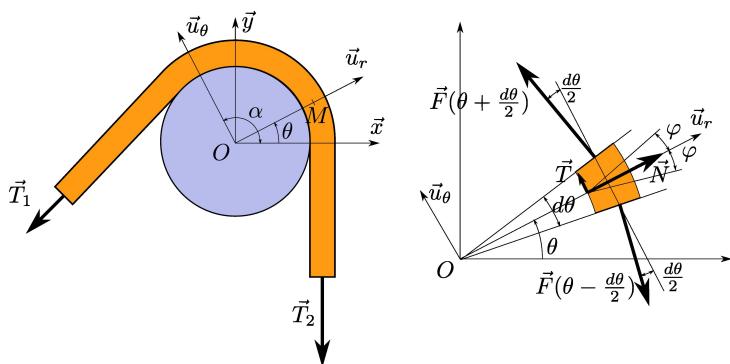
Modéliser l'évolution de la tension dans un câble en fonction de l'angle d'enroulement sur une poulie.

B2-14

C1-05

C2-07

On note  $f$  le coefficient de frottement entre le câble et la poulie.



On considère que le câble est enroulé d'un angle  $\alpha$  autour de la poulie. Le câble est à la limite du glissement sous l'action des deux brins  $\vec{T}_1$  et  $\vec{T}_2$ . Soit  $M(\theta)$  un point de l'enroulement.

**Question 1** Après avoir isolé une tranche élémentaire de câble en  $M(\theta)$  de largeur  $d\theta$ , réaliser un bilan des actions mécaniques extérieures.

**Question 2** Appliquer le théorème en résultante statique en projection dans la base  $(\vec{u}_r, \vec{u}_\theta)$ .

**Question 3** En considérant que l'angle  $\theta$  est petit, établir l'équation différentielle liant  $f$  et  $F(\theta)$  et  $\theta$ .

**Question 4** Résoudre l'équation différentielle pour établir la relation entre  $T_1$ ,  $T_2$ ,  $f$  et  $\alpha$ .





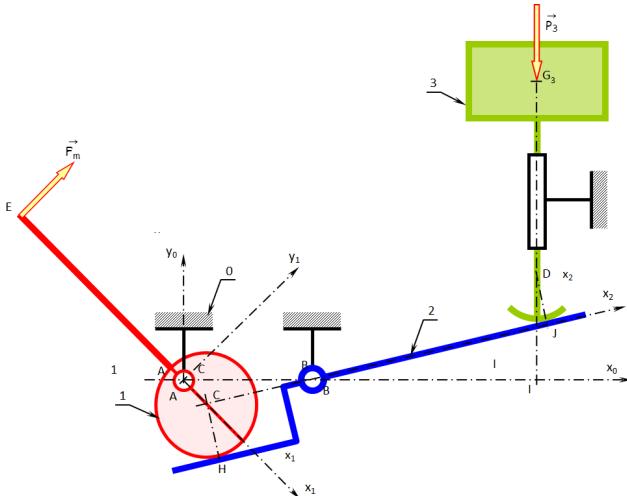
# Application 4

## Mécanisme de levage – Sujet

Ressources de l'équipe pédagogique La Martinière Monplaisir.

 STAT    STAT    STAT

Le mécanisme représenté schématiquement ci-dessus est destiné à assurer le levage d'une charge liée au coulisseau (3) au moyen d'un levier à excentrique (1) et d'un balancier (2).



### Objectif

Objectif : Dans cette étude, on va mettre en évidence l'influence du frottement sur l'équilibre d'un système.

On note  $\vec{P}_3$  le poids de la charge appliquée sur le coulisseau et  $\vec{F}_m$  l'effort appliqué en  $E$  par l'opérateur sur le levier à excentrique (1).

### Paramétrage géométrique

$$\begin{aligned} \overrightarrow{AB} &= L_0 \vec{x}_0; \quad \overrightarrow{AE} = -L_1 \vec{x}_1; \quad \overrightarrow{BI} = d_0 \vec{x}_0; \quad \overrightarrow{AC} = e_1 \vec{x}_1; \quad \overrightarrow{HC} = R_1 \vec{y}_2; \quad \overrightarrow{BJ} = \lambda_{32} \vec{x}_2; \quad \overrightarrow{ID} = \\ &\lambda_{30} \vec{y}_0; \quad \overrightarrow{JD} = R_3 \vec{y}_2; \quad (\vec{x}_0, \vec{x}_1) = \theta_{(1/0)}; \quad (\vec{x}_0, \vec{x}_2) = \theta_{(2/0)}. \end{aligned}$$

**On suppose dans un premier temps que toutes les liaisons sont sans frottement.**

**Question 1** Justifier que le système est statiquement plan.

**Question 2** En écrivant les équations associées à l'équilibre de chacune des pièces, établir la relation liant  $F_m$  et  $P_3$  à l'équilibre. *On cherchera à écrire le minimum d'équations.*

**Question 3** Pour quelle(s) valeur(s) particulière(s) de  $\theta_{1/0}$  l'équilibre est-il possible avec un effort  $F_m$  nul ?

**Question 4** Établir les équations permettant de relier la translation  $\lambda_{3/0}$  du coulisseau, la position angulaire  $\theta_{(1/0)}$  et les constantes géométriques du mécanisme.

**Question 5** En établissant un bilan de puissance, vérifier les relations obtenues.

**On suppose que les contacts en  $H$  et  $J$  s'effectuent avec frottement de même coefficient  $f$**



**Question 6** On suppose que les contacts en  $H$  et  $J$  s'effectuent avec frottement de même coefficient  $f$ . Reprendre la question 2 dans le cadre de cette hypothèse. On se place dans la situation de descente de la charge.

Distinguer deux situations, selon que  $J$  est situé au-dessus ou en dessous de l'axe  $(B, \vec{x}_0)$ .

**Question 7** Définir le domaine de valeurs de  $\theta_{(1/0)}$  pour lequel l'équilibre du système est possible sans exercer d'effort sur le levier (1) ( $F_m = 0$ ).

# Application 5

## Suspension automobile – Sujet

Ressources de Florestan MATHURIN.

On s'intéresse à une suspension automobile dont on donne ci-dessous un extrait de cahier des charges fonctionnel ainsi qu'une modélisation. L'objectif est de vérifier si la suspension satisfait le niveau du critère d'affaissement statique maximal du cahier des charges, c'est à dire vérifier si la voiture, soumise à son propre poids, s'affaisse de moins ou de plus de 12 cm, suite à l'écrasement des amortisseurs.

**Question 1** En minimisant le nombre d'équations, déterminer une relation entre  $Y_{19}$  (action dans le ressort 9) et  $F_{06}$ .

Données :  $a = 16\text{cm}$ ,  $b = 33\text{cm}$ ,  $c = 8\text{cm}$ ,  $d = 25\text{cm}$ ,  $h = 3\text{cm}$ ,  $L = 15\text{cm}$ ,  $e = 9\text{cm}$ ,  $\mu = 18\text{cm}$ .

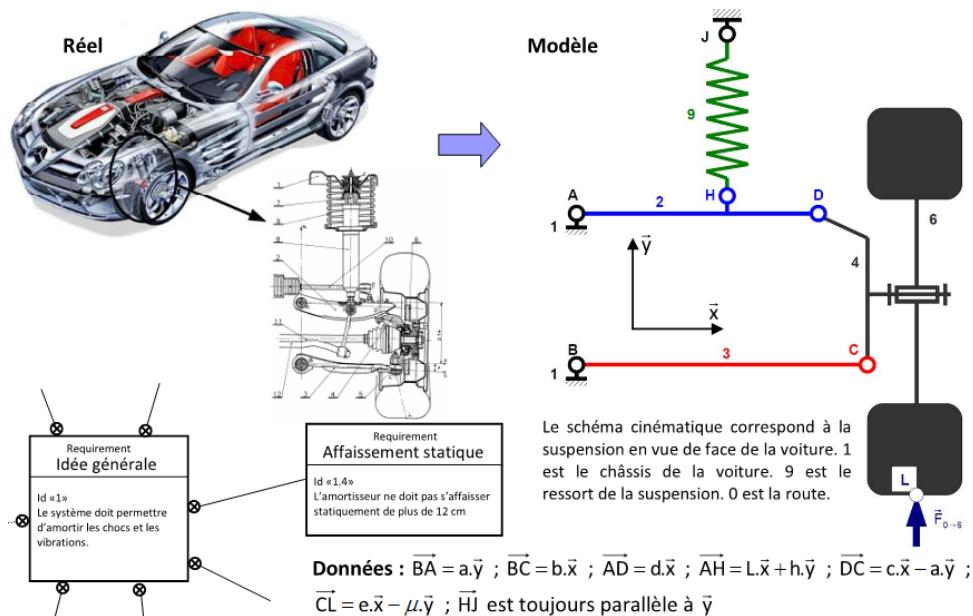
La raideur du ressort est  $k = 100\,000\text{N/m}$ . La masse de la voiture est de 2200 kg.

**Question 2** Conclure quant à la capacité de la suspension de voiture à satisfaire l'exigence Affaissement statique du cahier des charges.

B2-14

C1-05

C2-07





# Application 6

## Étude d'un robot Kuka – Sujet

D'après CCP MP 2010.

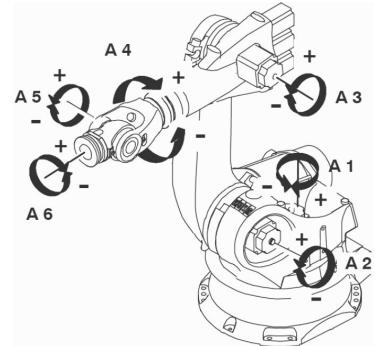


### Mise en situation

Le robot Kuka, objet de cette étude, a pour objectif la palettisation de bidons utilisés en agriculture biologique (compléments permettant d'améliorer les qualités nutritives des produits agricoles).

#### Objectif

Suite à l'appui sur le bouton d'arrêt d'urgence, le robot doit immédiatement s'immobiliser dans la position courante. On souhaite alors vérifier que les freins équipant le robot sont suffisants pour assurer sa configuration d'équilibre dans le cas d'une charge maximale de 50 daN (préhenseur + bidon de 40 litres) et qu'il ne faudra pas mettre des actionneurs en parallèle.



On se place dans la situation particulière définie figure suivante avec  $\alpha_2 = -90^\circ$  et  $\alpha_3 = +90^\circ$ .

On donne :

- $O_2O_3 = O_6O_7 = 1250 \text{ mm}$ ;
- $O_3O_{10} = O_8O_9 = 1350 \text{ mm}$ ;
- $O_2O_6 = O_3O_7 = O_3O_8 = O_9O_{10} = 500 \text{ mm}$ ;
- $\vec{P} = -500\vec{z}_4$ .

On admettra pour simplifier que le point  $O_4$  est situé sur l'axe  $\vec{x}_3$  et que l'axe  $\vec{z}_4$  passe par le point  $O_9$ . De même, les poids propres des pièces seront négligés par rapport aux autres actions.

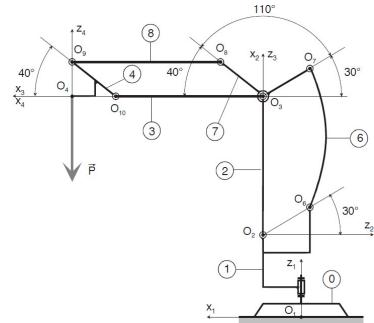
Les liaisons pivot sont supposées parfaites (pas de frottement).

Les couples de freinage maxi  $Mf_2$  et  $Mf_3$  des freins associés aux moteurs  $M_2$  et  $M_3$  sont de 5 mN sur l'arbre moteur. On leur adjoint en série un réducteur de rapport 1/200.

**Question 1** Réaliser le graphe de structure du mécanisme.

**Question 2** Déterminer les actions de la barre 8 sur le poignet 4 et du bras 3 sur le poignet 4.

**Question 3** En isolant l'ensemble 3 et 4 et en considérant les informations fournies dans le tableau suivant, déterminer l'expression du moment  $Mf_3$  correspondant à l'action du frein sur la pièce 3 en  $O_3$ .



Moteur	Axe	Monté sur	Entraîne	Nmaxi (tr.min <sup>-1</sup> )	Puissance (kW)	Réducteur	Frein (Nm)
M1	A1	0	1	3500	4,5	200	5
M2	A2	1	2	3500	3,5	200	5
M3	A3	2	3	3500	2,5	200	5
M4	A4	4	5	3500	1,5	100	5

Le dispositif de freinage ne permet qu'un couple maxi de 5 mN sur l'axe moteur.

**Question 4** Quel est alors le couple de freinage disponible en sortie du réducteur ?

**Question 5** Le maintien du freinage est-il assuré ?

On veut alors vérifier que le dispositif de freinage du moteur  $M_2$  convient.

**Question 6** En isolant la pièce 7, déterminer l'action de la barre 6 sur la pièce 7.

**Question 7** En considérant l'ensemble 2, 3, 4, 7, 8, déterminer l'expression du moment  $M_{f_2}$  correspondant à l'action du frein sur la pièce 2 en  $O_2$ . Calculer  $M_{f_2}$ .

**Question 8** Le dispositif de freinage étant identique à celui de l'axe 3, le maintien du freinage est-il assuré ?



# Application 7

## Pilote automatique de voilier – Sujet

D'après Florestan MATHURIN.

Le safran d'un voilier lui permet de se diriger. Dans le cas du pilote hydraulique du laboratoire, l'angle du safran est asservi afin de pouvoir maintenir un cap, en tenant compte des aléas extérieurs (courants marins, vents violents...). Le safran est actionné par un vérin hydraulique, la pièce 2 étant relié à la tige du vérin et la pièce 3 constituant le corps du vérin. La pièce 1 représente le safran sur lequel agit la pression de l'eau  $p$ , perpendiculairement au plan du safran.

L'objectif de l'étude est de calculer les efforts dans les liaisons dans le but ultérieur de dimensionner le vérin hydraulique et les éléments mécaniques assurant les liaisons (éléments roulants ou coussinets).

On donne :

- $\overrightarrow{A_1B} = h \vec{y}$
- $\overrightarrow{CB} = \lambda \vec{x}$

**Question 1** Tracer le graphe de structure associé au système.

**Question 2** Sur le graphe d'architecture du système indiquer par des flèches les actions mécaniques agissant sur chacune des pièces.

Par la suite, on négligera l'action de la pesanteur sur les pièces 2 et 3.

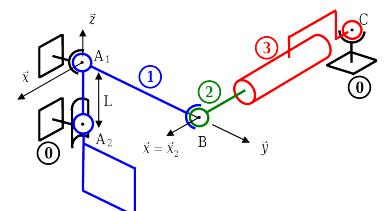
**Question 3** Déterminer le torseur d'action mécanique de l'eau sur le gouvernail au point  $A_2$ . On considérera que  $\overrightarrow{OA_2} = \vec{0}$ . On négligera l'épaisseur du safran.

**Question 4** Déterminer l'effort à délivrer par le vérin pour supporter la pression de l'eau sur le safran.

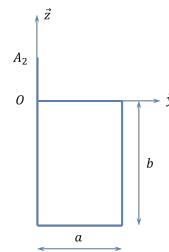
**Question 5** Déterminer alors la pression à délivrer par le vérin en fonction d'une section  $S$ .



**FIGURE 5.3** Safrans... du SAFRAN (Skipper Marc Guillemot)



**FIGURE 5.4** Schéma d'architecture





# TD 1 : Modélisation d'un hayon de coffre électrique – Sujet

Concours Centrale Supélec TSI 2013.

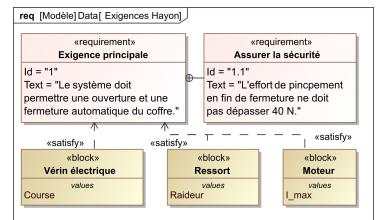
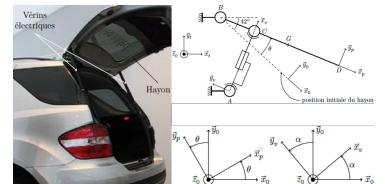
## Mise en situation

Le PCS (Power Closure System), conçu par Valéo, est un système d'ouverture et de fermeture automatique de hayon de coffre automobile. Le système étant symétrique, les deux vérins sont ramenées dans le plan d'évolution de la porte de coffre et leur action mécanique s'exerçant sur la porte de coffre est supposée identique.

On donne un diagramme d'exigence partiel du système étudié.

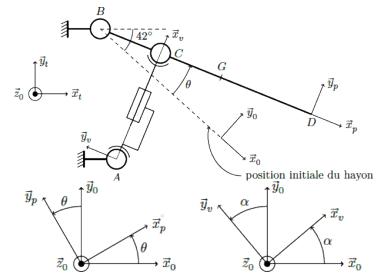
### Objectif

- Déterminer les caractéristiques du vérin répondant au cahier des charges : longueur du vérin en position coffre ouvert et coffre fermé, course du vérin, raideur du ressort équipant le vérin.
- Déterminer le couple moteur maximal nécessaire pour le maintien en position du hayon.
- Déterminer le courant de pincement afin que l'effort de pincement soit inférieure à 40 N pendant 10 ms.



Le repère  $(B; \vec{x}_t, \vec{y}_t, \vec{z}_0)$  est lié à la Terre. L'accélération de la pesanteur s'écrit  $\vec{g} = -g \vec{y}_t$  avec  $g = 9,81 \text{ m s}^{-2}$ . La structure du véhicule et la porte de coffre sont en liaison pivot d'axe  $(B, \vec{z}_0)$ .

Le repère  $(B; \vec{x}_p, \vec{y}_p, \vec{z}_0)$  est lié à la porte de coffre  $S_1$  de masse  $M = 30 \text{ kg}$ . Le repère  $(B; \vec{x}_v, \vec{y}_v, \vec{z}_0)$  est lié au corps du vérin. La sortie de tige par rapport au corps du vérin  $S_3$  se fait dans la direction du vecteur  $\vec{x}_v$ . Les liaisons entre le corps du vérin  $S_3$  et le bâti  $S_0$  ainsi qu'entre la tige du vérin  $S_2$  et la porte de coffre  $S_1$  sont des liaisons rotules de centres respectifs  $A$  et  $C$ . Le point  $D$  représente l'extrémité de la porte du coffre. La hauteur du point  $D$  par rapport au sol suivant la verticale est de 0,7 m en position coffre fermé et de 1,8 m en position coffre ouvert.



### Caractéristiques géométriques du vérin

Le centre d'inertie du coffre est situé en  $G$  tel que  $\vec{BG} = \lambda \vec{x}_p$  avec  $\lambda = 0,6 \text{ m}$ .

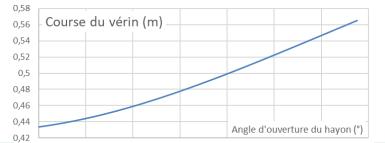
$\vec{AB} = -a \vec{x}_0 + b \vec{y}_0$ ,  $\vec{AC} = L \vec{x}_v$ ,  $\vec{BC} = c \vec{x}_p$ ,  $\vec{BD} = d \vec{x}_p$  avec  $a = 0,55 \text{ m}$ ,  $b = 0,14 \text{ m}$ ,  $c = 0,14 \text{ m}$  et  $d = 1 \text{ m}$ . L'angle formé entre  $\vec{x}_0$  et l'horizontale  $\vec{x}_t$  est  $\theta_0 = 42^\circ$ .

**Question 1** Déterminer l'angle d'ouverture maximal.

**Question 2** Déterminer la longueur du vérin  $L$  en fonction de l'angle d'ouverture du coffre  $\theta$ .

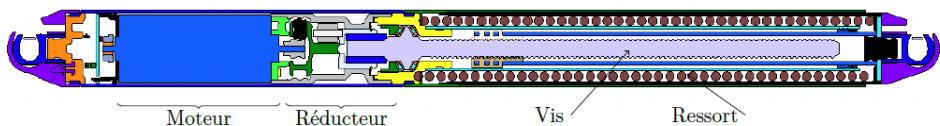
On donne la courbe donnant l'évolution de la course du vérin en fonction de l'ouverture du hayon.

**Question 3** Déterminer les valeurs extrêmes de  $L$ , ainsi que la course du vérin.



## Dimensionnement des caractéristiques du ressort

Les vérins utilisés sont constitués d'un moteur à courant continu, d'un réducteur à engrenage, d'une vis à billes et d'un ressort. Ce dernier permet d'assurer l'équilibre de la porte de coffre en cas de panne des vérins électriques.



On suppose dans un premier temps que le coffre est à l'équilibre.

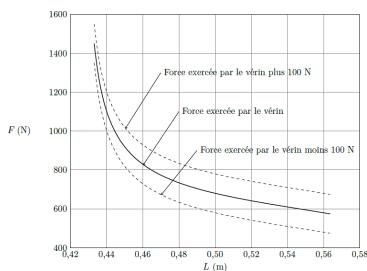
**Question 4** Déterminer l'effort  $F$  exercé par chacun des vérins sur la porte de coffre en fonction de  $\theta$ ,  $\alpha$  et des constantes du problème.

En exploitant les équations obtenues à partir de l'écriture de la fermeture géométrique obtenue précédemment, on montre que la relation entre  $\theta$  et  $\alpha$  s'écrit :  $\tan \alpha = \frac{b + c \sin \theta}{-a + c \cos \theta}$ .

On déduit de la question précédente le tracé de l'évolution de l'effort  $F$  nécessaire au maintien en équilibre du coffre en fonction de la longueur  $L$  du vérin.

On choisit d'utiliser un ressort précontraint au sein du vérin de manière à assister l'ouverture du coffre et à assurer l'équilibre du coffre sur une plage de fonctionnement maximal. On estime que les forces de frottement maximales au sein du vérin (essentiellement dues à la friction dans la vis) sont de l'ordre de  $F_{\text{frot}} = 100 \text{ N}$ .

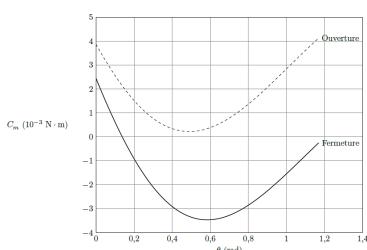
La figure précédente représente la force que doit exercer le vérin sur la porte de coffre pour assurer l'équilibre de cette dernière en fonction de la longueur du vérin. Les courbes en pointillés représentent la force du vérin  $\pm 100 \text{ N}$ .



**Question 5** Déterminer la raideur  $k$  du ressort et sa longueur à vide  $L_0$  de manière à obtenir une situation d'équilibre sur la plus grande plage de fonctionnement. Préciser votre démarche.

La figure suivante représente l'évolution du couple moteur dans un vérin lors des phases d'ouverture et de fermeture du coffre.

**Question 6** Déterminer le couple moteur maximal en phase d'ouverture puis en phase de fermeture.

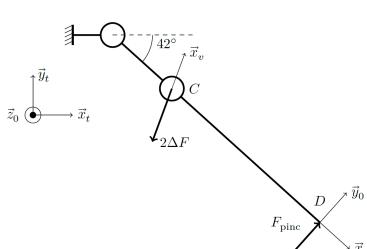


## Réglage de la fonction sécurité des personnes

Pour limiter le risque d'accident lié au pincement d'un utilisateur, il est nécessaire de limiter le couple du moteur à courant continu durant la phase de fermeture du hayon.

On envisage la présence d'un obstacle empêchant la fermeture du coffre. On modélise l'action de l'obstacle sur la porte de coffre par un glisseur s'appliquant en  $D$  et s'exprimant  $\vec{F}_{\text{pinc}} = F_{\text{pinc}} \vec{y}_p$ .

On cherche à déterminer l'accroissement de couple moteur en cas de présence d'obstacle. On suppose ainsi que la porte de coffre est en équilibre sous l'effet du poids et de l'action des vérins. On ajoute ainsi l'effort de pincement  $F_{\text{pinc}}$  en  $D$  et on cherche l'accroissement d'effort  $\Delta F \vec{x}_v$  qu'exercent chacun des vérins en  $C$  sur la porte en la supposant en équilibre.



On donne la relation entre le couple moteur et la force fournie par le vérin en régime quasi-statique :  $C_m = \rho F$  avec  $\rho = 7,89 \times 10^{-5} \text{ m}$ .

**Question 7** Déterminer l'expression littérale puis la valeur numérique de  $\Delta F$  l'accroissement de la force qu'exerce chacun des vérins sur la porte de hayon.

La constante de couple du moteur est donnée par  $K_t = 9,5 \times 10^{-3} \text{ NmA}^{-1}$ .

**Question 8** En déduire la valeur numérique de l'accroissement  $\Delta C_m$  de couple moteur en fonction de la présence d'un obstacle. Déterminer l'intensité maximale du courant dans le moteur lors d'un pincement.

## Synthèse

**Question 9** Réaliser un poster permettant de synthétiser comment les caractéristiques des composants ont été déterminés.

### Éléments de correction

1. Angle d'ouverture :  $67,5^\circ$ .
2.  $L^2 = (-a + c \cos \theta)^2 + (b + c \sin \theta)^2$ .
3. Course de 13,2 cm.
4.  $F_v = \frac{\lambda M g \cos \theta}{c \sin(\alpha - \theta)} (F_v/2)$ .
5.  $k = 1667 \text{ N m}^{-1}$ , écrasement de 300 mm.
6. .
7.  $\Delta F = \pm 443 \text{ N}$ .
8.  $I_{\max} = 3,95 \text{ A}$ .





# TD 2 : Modélisation d'un hayon de coffre électrique – Sujet

Concours Centrale Supélec TSI 2013.

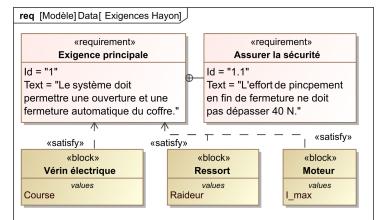
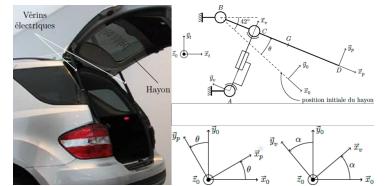
## Mise en situation

Le PCS (Power Closure System), conçu par Valéo, est un système d'ouverture et de fermeture automatique de hayon de coffre automobile. Le système étant symétrique, les deux vérins sont ramenées dans le plan d'évolution de la porte de coffre et leur action mécanique s'exerçant sur la porte de coffre est supposée identique.

On donne un diagramme d'exigence partiel du système étudié.

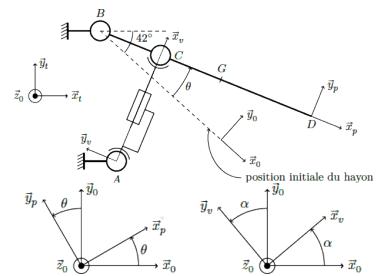
### Objectif

- Déterminer les caractéristiques du vérin répondant au cahier des charges : longueur du vérin en position coffre ouvert et coffre fermé, course du vérin, raideur du ressort équipant le vérin.
- Déterminer le couple moteur maximal nécessaire pour le maintien en position du hayon.
- Déterminer le courant de pincement afin que l'effort de pincement soit inférieure à 40 N pendant 10 ms.



Le repère  $(B; \vec{x}_t, \vec{y}_t, \vec{z}_0)$  est lié à la Terre. L'accélération de la pesanteur s'écrit  $\vec{g} = -g \vec{y}_t$  avec  $g = 9,81 \text{ m s}^{-2}$ . La structure du véhicule et la porte de coffre sont en liaison pivot d'axe  $(B, \vec{z}_0)$ .

Le repère  $(B; \vec{x}_p, \vec{y}_p, \vec{z}_0)$  est lié à la porte de coffre  $S_1$  de masse  $M = 30 \text{ kg}$ . Le repère  $(B; \vec{x}_v, \vec{y}_v, \vec{z}_0)$  est lié au corps du vérin. La sortie de tige par rapport au corps du vérin  $S_3$  se fait dans la direction du vecteur  $\vec{x}_v$ . Les liaisons entre le corps du vérin  $S_3$  et le bâti  $S_0$  ainsi qu'entre la tige du vérin  $S_2$  et la porte de coffre  $S_1$  sont des liaisons rotules de centres respectifs  $A$  et  $C$ . Le point  $D$  représente l'extrémité de la porte du coffre. La hauteur du point  $D$  par rapport au sol suivant la verticale est de 0,7 m en position coffre fermé et de 1,8 m en position coffre ouvert.



### Caractéristiques géométriques du vérin

Le centre d'inertie du coffre est situé en  $G$  tel que  $\vec{BG} = \lambda \vec{x}_p$  avec  $\lambda = 0,6 \text{ m}$ .

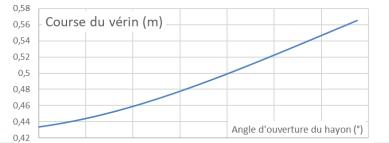
$\vec{AB} = -a\vec{x}_0 + b\vec{y}_0$ ,  $\vec{AC} = L\vec{x}_v$ ,  $\vec{BC} = c\vec{x}_p$ ,  $\vec{BD} = d\vec{x}_p$  avec  $a = 0,55 \text{ m}$ ,  $b = 0,14 \text{ m}$ ,  $c = 0,14 \text{ m}$  et  $d = 1 \text{ m}$ . L'angle formé entre  $\vec{x}_0$  et l'horizontale  $\vec{x}_t$  est  $\theta_0 = 42^\circ$ .

**Question 1** Déterminer l'angle d'ouverture maximal.

**Question 2** Déterminer la longueur du vérin  $L$  en fonction de l'angle d'ouverture du coffre  $\theta$ .

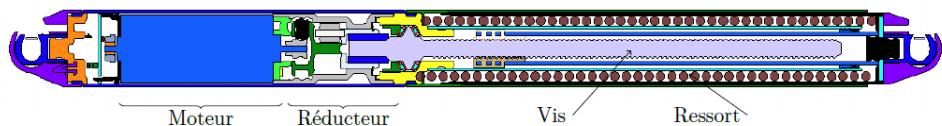
On donne la courbe donnant l'évolution de la course du vérin en fonction de l'ouverture du hayon.

**Question 3** Déterminer les valeurs extrêmes de  $L$ , ainsi que la course du vérin.



## Dimensionnement des caractéristiques du ressort

Les vérins utilisés sont constitués d'un moteur à courant continu, d'un réducteur à engrenage, d'une vis à billes et d'un ressort. Ce dernier permet d'assurer l'équilibre de la porte de coffre en cas de panne des vérins électriques.



On suppose dans un premier temps que le coffre est à l'équilibre.

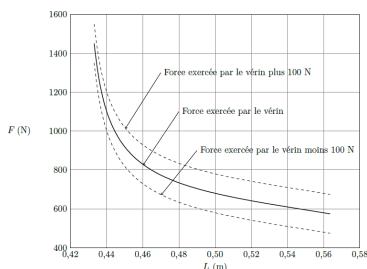
**Question 4** Déterminer l'effort  $F$  exercé par chacun des vérins sur la porte de coffre en fonction de  $\theta$ ,  $\alpha$  et des constantes du problème.

En exploitant les équations obtenues à partir de l'écriture de la fermeture géométrique obtenue précédemment, on montre que la relation entre  $\theta$  et  $\alpha$  s'écrit :  $\tan \alpha = \frac{b + c \sin \theta}{-a + c \cos \theta}$ .

On déduit de la question précédente le tracé de l'évolution de l'effort  $F$  nécessaire au maintien en équilibre du coffre en fonction de la longueur  $L$  du vérin.

On choisit d'utiliser un ressort précontraint au sein du vérin de manière à assister l'ouverture du coffre et à assurer l'équilibre du coffre sur une plage de fonctionnement maximal. On estime que les forces de frottement maximales au sein du vérin (essentiellement dues à la friction dans la vis) sont de l'ordre de  $F_{\text{frot}} = 100 \text{ N}$ .

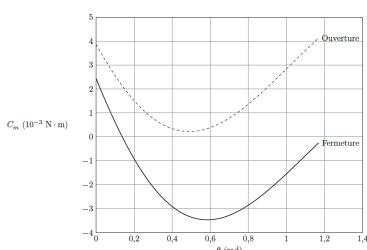
La figure précédente représente la force que doit exercer le vérin sur la porte de coffre pour assurer l'équilibre de cette dernière en fonction de la longueur du vérin. Les courbes en pointillés représentent la force du vérin  $\pm 100 \text{ N}$ .



**Question 5** Déterminer la raideur  $k$  du ressort et sa longueur à vide  $L_0$  de manière à obtenir une situation d'équilibre sur la plus grande plage de fonctionnement. Préciser votre démarche.

La figure suivante représente l'évolution du couple moteur dans un vérin lors des phases d'ouverture et de fermeture du coffre.

**Question 6** Déterminer le couple moteur maximal en phase d'ouverture puis en phase de fermeture.

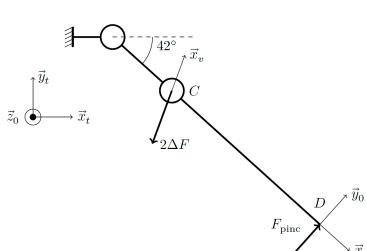


## Réglage de la fonction sécurité des personnes

Pour limiter le risque d'accident lié au pincement d'un utilisateur, il est nécessaire de limiter le couple du moteur à courant continu durant la phase de fermeture du hayon.

On envisage la présence d'un obstacle empêchant la fermeture du coffre. On modélise l'action de l'obstacle sur la porte de coffre par un glisseur s'appliquant en  $D$  et s'exprimant  $\vec{F}_{\text{pinc}} = F_{\text{pinc}} \vec{y}_p$ .

On cherche à déterminer l'accroissement de couple moteur en cas de présence d'obstacle. On suppose ainsi que la porte de coffre est en équilibre sous l'effet du poids et de l'action des vérins. On ajoute ainsi l'effort de pincement  $F_{\text{pinc}}$  en  $D$  et on cherche l'accroissement d'effort  $\Delta F \vec{x}_v$  qu'exercent chacun des vérins en  $C$  sur la porte en la supposant en équilibre.



On donne la relation entre le couple moteur et la force fournie par le vérin en régime quasi-statique :  $C_m = \rho F$  avec  $\rho = 7,89 \times 10^{-5} \text{ m}$ .

**Question 7** Déterminer l'expression littérale puis la valeur numérique de  $\Delta F$  l'accroissement de la force qu'exerce chacun des vérins sur la porte de hayon.

La constante de couple du moteur est donnée par  $K_t = 9,5 \times 10^{-3} \text{ NmA}^{-1}$ .

**Question 8** En déduire la valeur numérique de l'accroissement  $\Delta C_m$  de couple moteur en fonction de la présence d'un obstacle. Déterminer l'intensité maximale du courant dans le moteur lors d'un pincement.

## Synthèse

**Question 9** Réaliser un poster permettant de synthétiser comment les caractéristiques des composants ont été déterminés.

### Éléments de correction

1. Angle d'ouverture :  $67,5^\circ$ .
2.  $L^2 = (-a + c \cos \theta)^2 + (b + c \sin \theta)^2$ .
3. Course de 13,2 cm.
4.  $F_v = \frac{\lambda M g \cos \theta}{c \sin(\alpha - \theta)} (F_v/2)$ .
5.  $k = 1667 \text{ N m}^{-1}$ , écrasement de 300 mm.
6. .
7.  $\Delta F = \pm 443 \text{ N}$ .
8.  $I_{\max} = 3,95 \text{ A}$ .





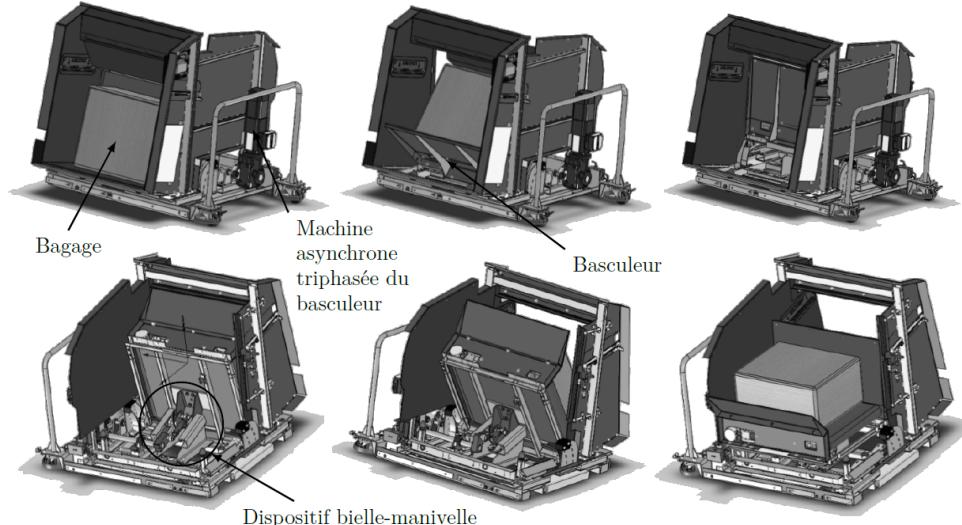
# TD 3 : Dépose de bagage automatique dans les aéroports (DBA) – Sujet

Concours Centrale Supelec TSI 2013.

## Mise en situation

Le processus d'enregistrement des passagers dans les aéroports est en train de vivre une mutation en évoluant de la « banque d'enregistrement » classique vers une idée de « dépose bagages » automatisée. Cette évolution a été justifiée pour fluidifier le trafic passager notamment sur les destinations avec des fréquences très importantes, par exemple certains vols Paris-Province.

Le système DBA est constitué par un basculeur actionné par un dispositif bielle-manivelle et une machine asynchrone.



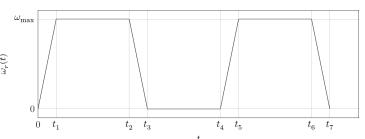
## Recherche de la vitesse de rotation maximale

### Objectif

Le bagage et le chariot sont animés par un dispositif bielle-manivelle et une machine asynchrone triphasée avec un réducteur entraînant la manivelle. L'objectif est de déterminer la vitesse de rotation maximale de la machine asynchrone triphasée actionnant le basculeur en accord avec l'exigence 1.4 (le basculement du bagage doit se faire en 8 s).

Pour dimensionner correctement la machine asynchrone, la première étape est le calcul de la vitesse maximale de l'arbre moteur. On choisit comme loi de mouvement de rotation du moteur une loi en trapèze. On donne ainsi le profil de vitesse de rotation  $\omega_r$  de l'arbre de sortie du réducteur par rapport au bâti.

Le rapport de réduction entre l'arbre moteur de vitesse de rotation et l'arbre de sortie de réducteur est noté  $k = \frac{\omega_r}{\omega_{mot}} = \frac{1}{107,7}$ . Compte tenu du temps de basculement du bagage de 8 s, les valeurs des temps sont les suivantes :  $t_1 = 0,5$  s,  $t_2 = 2,5$  s,  $t_3 = 3$  s,  $t_4 = 5$  s,  $t_5 = 5,5$  s,  $t_6 = 7,5$  s,  $t_7 = 8$  s. L'arbre de sortie du motoréducteur doit faire un demi-tour entre 0 et  $t_3$ , puis un demi-tour entre  $t_4$  et  $t_7$ .



**Question 1** Déterminer  $\omega_{\max}$  en fonction des différents  $t_i$ . Faire l'application numérique.

**Question 2** En déduire la vitesse de rotation de l'arbre moteur maximale  $\omega_{\text{mot max}}$ . Faire l'application numérique et donner le résultat en  $\text{tr} \cdot \text{min}^{-1}$ .

## Recherche du couple moteur maximal en vue du dimensionnement de la machine asynchrone

### Objectif

La seconde étape du dimensionnement consiste à rechercher le couple moteur maximal en accord avec l'exigence 1.2 (la masse du bagage pouvant être manœuvré par le système est de 50 kg).

Pour calculer le couple moteur maximal, on se place dans un cas quasi-statique et on néglige tous les effets dynamiques. Compte tenu de la construction du mécanisme (non linéaire), le couple moteur est variable et on le calcule dans une position particulière correspondant au couple maximal.

On note :

- $S_0$  le bâti;
- $S_1$  l'ensemble constitué par le chariot, le bagage et les galets, dont le centre de gravité est noté  $G$  et la masse est notée  $m = 80 \text{ kg}$ ;
- $S_2$  la bielle  $DB$  de direction  $\vec{x}_2$ ;
- $S_3$  l'arbre de sortie de réducteur et la manivelle  $\overrightarrow{ED} = R\vec{x}_3$  avec  $R = 86 \text{ mm}$ .

Le mouvement est considéré comme plan. On néglige toutes les masses sauf celle de l'ensemble  $S_1$ . Toutes les liaisons sont parfaites. Le référentiel lié au solide  $S_0$  est considéré galiléen. On note l'accélération de la pesanteur  $\vec{g} = -g\vec{y}_0$  avec  $g = 9,81 \text{ m s}^{-2}$ .

Les liaisons entre  $S_0$  et  $S_1$  sont des liaisons sphère-plan de normales  $(A_1, \vec{x}_{11})$  et  $(A_2, \vec{x}_{12})$ . On note  $I$  le point d'intersection des normales  $(A_1, \vec{x}_{11})$  et  $(A_2, \vec{x}_{12})$ . On note  $\overrightarrow{IB} = L_2\vec{x}_{12}$  et  $\overrightarrow{IG} = x_G\vec{x}_0 + y_G\vec{y}_0$ .

On note les angles  $\alpha_i$  formés entre les vecteurs  $\vec{x}_0$  et  $\vec{x}_i$  :  $\alpha_i = (\vec{x}_0, \vec{x}_i)$  avec  $i \in \{2; 3; 11; 12\}$ .

La liaison entre  $S_1$  et  $S_2$  est une liaison pivot d'axe  $(B, \vec{z}_0)$ .

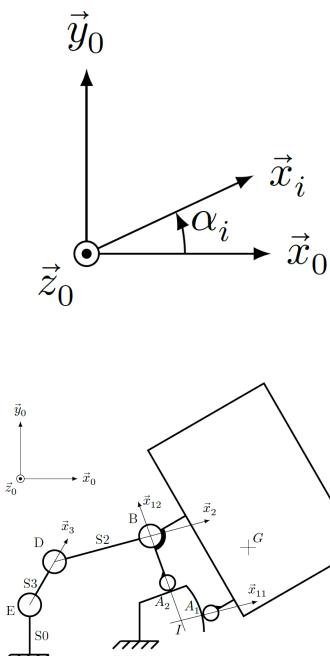
La liaison entre  $S_2$  et  $S_3$  est une liaison pivot d'axe  $(D, \vec{z}_0)$ .

La liaison entre  $S_0$  et  $S_3$  est une liaison pivot d'axe  $(E_s, \vec{z}_0)$ .

On note  $F_B$  la norme de la résultante du torseur  $\{\mathcal{T}(S_2 \rightarrow S_1)\}$ .

**Question 3** On note  $C_{\text{red}}$  le couple exercé par l'arbre de sortie de réducteur sur la manivelle  $S_3$ . Montrer que  $C_{\text{red}} - RF_B \sin(\alpha_3 - \alpha_2) = 0$ .

Dans la configuration choisie, on a  $x_G = 506 \text{ mm}$ ,  $L_2 = 140 \text{ mm}$ ,  $\alpha_3 = 91^\circ$ ,  $\alpha_{12} = 108^\circ$  et  $\alpha_2 = 3^\circ$  (on montre par une simulation numérique que cette position conduit au couple maximal).



**Question 4** En déduire la valeur numérique  $C_m$  du couple qu'exerce l'arbre de la machine asynchrone sur l'arbre d'entrée du réducteur (on supposera le rendement du réducteur égal à 1).



#### Éléments de correction

1.  $1,26 \text{ rad s}^{-1}$ .
2.  $1292 \text{ tr min}^{-1}$ .
3. Oui.
4.  $I$ .
5.  $\left\{ \begin{array}{c} F_B \vec{x}_2 \\ \vec{0} \end{array} \right\}_B$ .
6.  $F_B = \frac{mgx_G}{L_2 \sin(\alpha_{12} - \alpha_2)}$ .
7.  $C_{\text{red}} = RF_B \sin(\alpha_3 - \alpha_2) = 0$ .
8. 252 Nm.
9. 2,34 Nm.



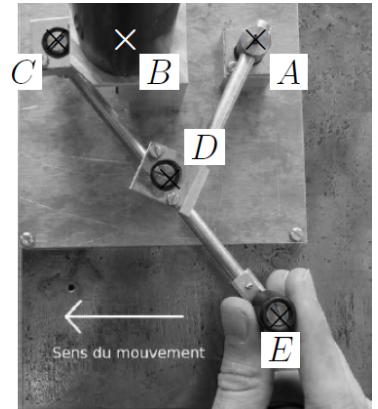
# TD 4 : Interface maître et esclave d'un robot – Sujet

CCP PSI 2015.



## Mise en situation

La téléopération consiste à mettre en relation deux manipulateurs appelés communément maître et esclave. Le manipulateur maître permet au chirurgien de donner sa consigne de déplacement à l'aide d'un levier de commande tandis que l'esclave l'exécute au contact de l'environnement (l'organe à opérer). Les deux sous-systèmes échangent des informations de déplacement et d'effort au travers d'un ou plusieurs canaux de communication. Un retour visuel est également mis en place en parallèle à ce dispositif.



## Modélisation de l'interface maître

Ce mécanisme est constitué de 4 barres reliées par des liaisons pivots.

### Objectif

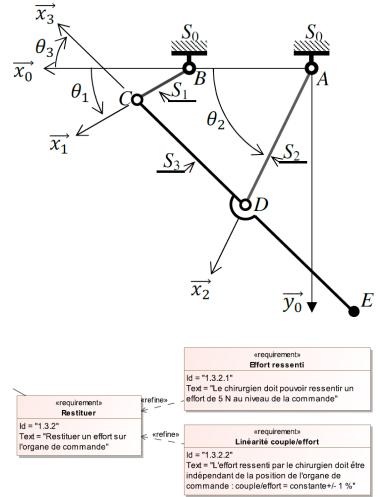
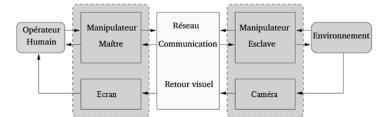
Vérifier que l'exigence « Linéarité couple/effort » (id 1.3.2.2) peut être satisfaite par le mécanisme de HOEKEN.

- ▶ Solide  $S_0$ , repère  $\mathcal{R}_0(A; \vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$ ,  $\overrightarrow{AB} = L_0 \vec{x}_0$  avec  $L_0 = 50$  mm.
- ▶ Solide  $S_1$ , repère  $\mathcal{R}_1(B; \vec{x}_1, \vec{y}_1, \vec{z}_1)$ ,  $\overrightarrow{BC} = L_1 \vec{x}_1$  avec  $L_1 = 25$  mm,  $\theta_1 = (\vec{x}_0, \vec{x}_1) = (\vec{y}_0, \vec{y}_1)$ .
- ▶ Solide  $S_2$ , repère  $\mathcal{R}_2(A; \vec{x}_2, \vec{y}_2, \vec{z}_2)$ ,  $\overrightarrow{AD} = L_2 \vec{x}_2$  avec  $L_2 = 62,5$  mm,  $\theta_2 = (\vec{x}_0, \vec{x}_2) = (\vec{y}_0, \vec{y}_2)$ .
- ▶ Solide  $S_3$ , repère  $\mathcal{R}_3(C; \vec{x}_3, \vec{y}_3, \vec{z}_3)$ ,  $\overrightarrow{ED} = \overrightarrow{DC} = L_3 \vec{x}_3$  avec  $\theta_3 = (\vec{x}_0, \vec{x}_3) = (\vec{y}_0, \vec{y}_3)$ .

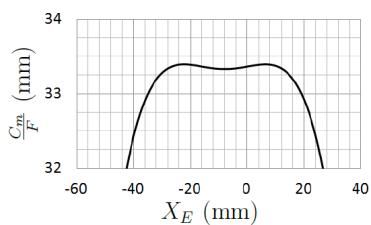
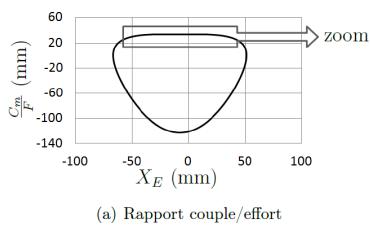
- ▶ On notera  $\{\mathcal{T}(S_i \rightarrow S_j)\} = \begin{pmatrix} X_{ij} & L_{ij} \\ Y_{ij} & M_{ij} \\ Z_{ij} & N_{ij} \end{pmatrix}_{P, \mathcal{B}_0}$  l'expression l'expression au

point  $P$ , en projection dans la base  $\mathcal{B}_0$ , du torseur de l'action mécanique exercée par le solide  $S_i$  sur le solide  $S_j$ ; toutes les inconnues seront exprimées dans la base  $\mathcal{B}_0$ .

- ▶ L'action mécanique exercée par le moteur sur  $S_1$  sera modélisée par un couple  $C_m(t) \vec{z}_0$ .
- ▶ L'action mécanique exercée par l'opérateur sur  $S_3$  sera modélisée par une force  $F(t) \vec{x}_0$  appliquée au point  $E$ .
- ▶ L'accélération de la pesanteur sera négligée.
- ▶ Les inerties des solides en mouvement et les frottements dans les guidages seront négligés.



**Question 1** Réaliser le graphe d'analyse du mécanisme (liaisons et efforts).



Cette relation n'étant pas linéaire, on propose d'analyser les résultats d'une simulation numérique en traçant le couple moteur/effort opérateur en fonction de l'abscisse du point  $E$

**Question 2** Retrouver ces graphes en utilisant Python. J'ai pas essayé, mais si eux ont réussi, pourquoi pas vous ? Il faut peut-être utiliser le premier devoir de vacances.

**Question 3** Déterminer, à partir de la figure précédente, sur quel intervalle de l'abscisse  $X_E$  l'exigence « Linéarité couple/effort » (id 1.3.2.2) est satisfaite. (On ajoute que la course sur  $X_E$  doit être supérieure à 50 mm.)



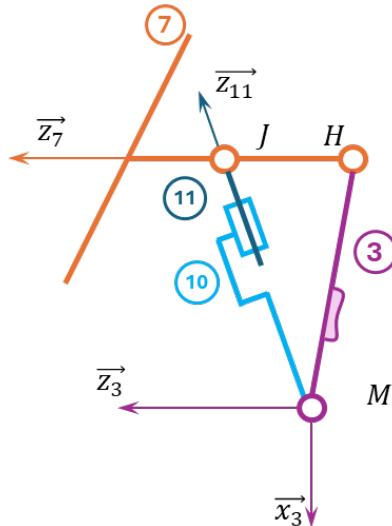
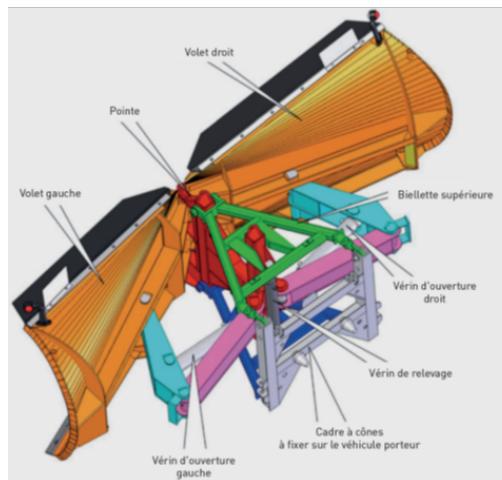


## TD 5 : Chasse neige – Sujet

D'après documents Mines-Telecom.

### Mise en situation

L'étrave de déneigement, objet de cette étude, est utilisée pour dégager les routes. Elle est composée de deux volets disposés en « V » qui permettent d'évacuer sur les côtés une épaisseur importante de neige. Les deux volets sont articulés de façon indépendante sur la pointe de l'étrave et ont une ouverture variable contrôlée par le conducteur à travers un vérin d'ouverture. En fin d'utilisation ou pour éviter des obstacles, elle est pourvue d'un système de relevage hydraulique.



La pièce 7 est la lame de déneigement articulée par rapport au châssis 3. Elle est mise en mouvement par le vérin {10 ; 11}.

### Données et hypothèses

- ▶  $\gamma = (\vec{x}_3, \vec{x}_7) = (\vec{z}_3, \vec{z}_7)$  et  $\beta = (\vec{x}_3, \vec{x}_{11}) = (\vec{z}_3, \vec{z}_{11})$ ;
- ▶  $\vec{z}_{11} = \vec{z}_{10}$  et  $\vec{x}_{11} = \vec{x}_{10}$ ;
- ▶  $\vec{HJ} = h\vec{z}_7$  et  $\vec{HQ} = a\vec{x}_3 + b\vec{y}_3 + c\vec{z}_3$  et  $\vec{HG} = i\vec{z}_7$  et  $\vec{HM} = f\vec{x}_3 + g\vec{z}_3$ .
- ▶ Dans le cadre de cette étude,  $\beta = 37^\circ$  et  $\gamma = 16^\circ$ ,  $\vec{g} = -g\vec{y}_3$ ;
- ▶ liaisons parfaites (pas de jeu, pas de frottement);

- le poids de toutes les pièces est négligé, sauf celui de la pièce 7,  $m_7 = 850 \text{ kg}$  appliqué en  $G$ ;
- dimensions en mètres :  $h = 0,68$ ;  $a = -0,33$ ;  $b = 0,1$ ;  $c = 1,1$  et  $i = 0,5$ ;
- l'action de la neige sur le volet 7 est modélisée par un glisseur de moment nul en  $Q$  tel que :  $\{\mathcal{T}(\text{neige} \rightarrow 7)\} = \left\{ \begin{array}{c} Q \vec{x}_7 \\ \vec{0} \end{array} \right\}_Q$  avec  $Q = 15\,000 \text{ N}$ ;
- le vérin d'ouverture choisi supporte une pression d'alimentation de 150 bars.

### Problème ouvert

**Question 1** Proposer et mettre en œuvre une démarche permettant de déterminer la section du vérin permettant de « chasser la neige ».

### Problème décomposé

**Question 2** Réaliser les figures planes associées au paramétrage du problème.

**Question 3** Tracer le graphe de liaisons.

**Question 4** Déterminer la direction  $\vec{u}$  de l'action mécanique  $\overrightarrow{R(11 \rightarrow 7)} = F \vec{u}$ .

**Question 5** En isolant 7, exprimer la relation liant  $F$ ,  $Q$  et les grandeurs géométriques.

**Question 6** En déduire la section minimale  $S$ , du vérin permettant de chasser la neige.



#### Éléments de correction

$$S = -\frac{Q(a \sin \gamma + c \cos \gamma)}{ph \sin(\beta - \gamma)}.$$

# TD 6 : Stabilisateur vertical pour appareil photo – Sujet

Concours Centrale Supélec 2021 – PSI.

L'utilisation du mode vidéo, en haute définition sur les appareils photo réflex et légers, pose aux photographes le problème de la stabilisation de l'image.

Les nacelles gyrostabilisées, installées sur une perche portée par les deux mains de l'utilisateur et sur lesquelles se fixe l'appareil photographique permettent de corriger les perturbations dues aux mouvements de l'utilisateur selon trois axes de rotations. Néanmoins, elles ne permettent pas de réduire les perturbations verticales dues à la marche ou à la course de l'utilisateur.

Pour résoudre ce problème, un constructeur commercialise un stabilisateur vertical à installer entre la perche et la nacelle gyrostabilisée.

## Vérification du respect de l'exigence relative à la position d'équilibre

Le cahier des charges précise que le stabilisateur peut être utilisé avec des appareils photo de masse comprise entre 0,350 kg et 1,550 kg<sup>1</sup>.

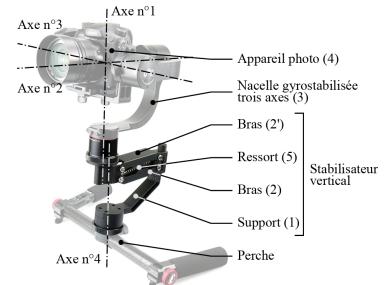
### Objectif

L'objectif de cette partie est de vérifier que la conception est assez robuste vis-à-vis du facteur de masse de l'appareil photo pour satisfaire l'exigence 1.1 relative à la position d'équilibre du système.

B2-14

C1-05

C2-07



1: Exigence 1

“requirement”	Plage de fonctionnement
Id = "1.1.1" Text = "Obtenir une position d'équilibre du système dans la plage de fonctionnement $\alpha_0 \in [-35^\circ, 45^\circ]$ "	

FIGURE 5.5 – Exigence 1.1

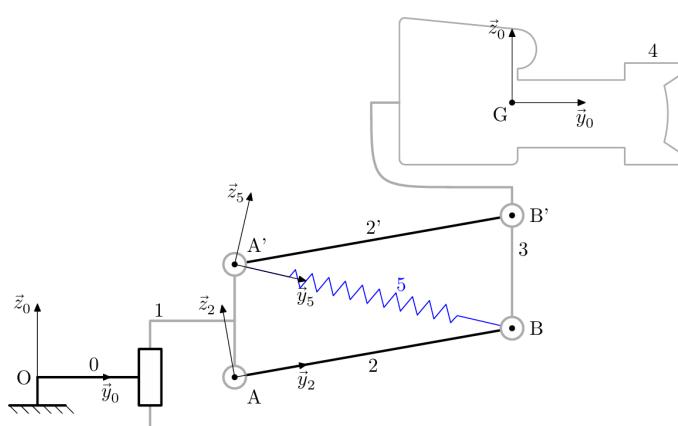


FIGURE 5.6 – Schéma cinématique plan et paramétrage du mécanisme

La plage de fonctionnement du mécanisme est limitée par la géométrie des bras (2) et (2') avec  $\alpha \in [-35^\circ, 45^\circ]$ ,  $l = 25 \text{ mm}$ ,  $L = 52 \text{ mm}$ ,  $y_G = 5 \text{ mm}$  et  $z_G = 200 \text{ mm}$ .

Le mécanisme étudié dont la modélisation retenue est donnée (figure 5.6). La nacelle gyrostabilisée est schématisée par la barre (3). Le support (1), faisant l'objet d'une liaison encastrement avec la perche, est supposé être en mouvement de translation par rapport au sol (0) autorisé par une glissière fictive. Ce modèle est paramétré par :

- le repère terrestre  $\mathcal{R}_0 (O, \vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$  supposé galiléen avec  $\vec{z}_0$  vertical ascendant;
- le repère  $\mathcal{R}_1 (A, \vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$  lié au support (1) avec  $\overrightarrow{OA} = y_A \vec{y}_0 + z_{\text{pert}} \vec{z}_0$ ;
- le repère  $\mathcal{R}_2 (A, \vec{x}_0, \vec{y}_2, \vec{z}_2)$  lié au bras (2) avec  $\alpha = (\vec{y}_0, \vec{y}_2) = (\vec{z}_0, \vec{z}_2)$ ;
- le repère  $\mathcal{R}'_2 (A', \vec{x}_0, \vec{y}_2, \vec{z}_2)$  lié au bras (2') avec  $\overrightarrow{AA'} = l \vec{z}_0$ ;
- le repère  $\mathcal{R}_3 (B, \vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$  lié à la nacelle gyrostabilisée (3) et à l'appareil photo (4) liés rigidement entre eux avec  $\overrightarrow{AB} = L \vec{y}_2$ . Le centre d'inertie de l'ensemble  $\{(3) + (4)\}$  est noté G, avec  $\overrightarrow{BG} = y_G \vec{y}_0 + z_G \vec{z}_0$ ;
- le repère  $\mathcal{R}_5 (A', \vec{x}_0, \vec{y}_5, \vec{z}_5)$  est défini tel que  $\overrightarrow{A'B} = L_r \vec{y}_5$  avec  $\beta = (\vec{y}_0, \vec{y}_5) = (\vec{z}_0, \vec{z}_5)$ .

Le ressort de traction (5) de raideur  $K_r$  et de longueur à vide  $L_{r0}$  possède une tension initiale  $F_{r0}$  lorsque  $L_r = L_{r0}$ . Il est relié d'une part au support (1) et d'autre part au solide (3) aux points d'ancrage respectivement A' et B.

Pour cette étude la nacelle gyrostabilisée (3) et l'appareil photo (4) sont considérés comme formant un seul solide de masse  $m_{34} = m_3 + m_4$  avec  $m_3 = 1,250 \text{ kg}$ . La masse et l'inertie des autres solides sont négligées.

En utilisant une fermeture géométrique, on peut montrer que  $\tan \beta = \frac{L \sin \alpha - l}{L \cos \alpha}$  et que la longueur du ressort  $L_r$  peut s'exprimer sous la forme  $L_r = \sqrt{L^2 + l^2 - 2Ll \sin \alpha}$ .

## Vérification de l'exigence relative à la plage de fonctionnement

L'action mécanique du ressort de traction (5) sur la nacelle gyrostabilisée (3) est modélisée par le torseur  $\{\mathcal{F}_{5 \rightarrow 3}\} : \{\mathcal{F}_{5 \rightarrow 3}\} = \left\{ \begin{array}{c} F_r \vec{y}_5 \\ \vec{0} \end{array} \right\}_B$ .

**Question 1** Exprimer la composante de résultante d'action mécanique  $F_r$  en fonction de l'angle  $\alpha$ , des paramètres géométriques du système et des paramètres du ressort.

**Question 2** Déterminer la direction des actions mécaniques de liaison exercées par le bras (2) sur la nacelle (3) et par le bras (2') sur la nacelle (3). **On pourra raisonner en statique.**

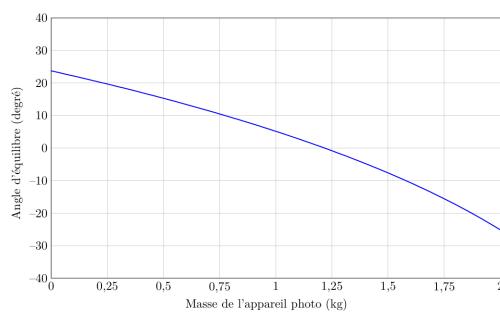
**Question 3** Afin de déterminer la position d'équilibre de l'ensemble  $\{(3) + (4)\}$ , proposer sans calcul, une démarche claire qui permette d'exprimer l'effort nécessaire du ressort de traction (5) sur la nacelle gyrostabilisée (3). **On pourra raisonner en statique.**

**Question 4** Exprimer l'équation scalaire traduisant l'équilibre du mécanisme en fonction des angles  $\alpha, \beta$ , de la masse  $m_{34}$  et de la composante de résultante d'action mécanique  $F_r$ .

Dès lors, il est possible de tracer l'angle d'équilibre  $\alpha_0$  en fonction de la masse de l'appareil photo  $m_4$  (figure 5.7).

**Question 5** En donnant les valeurs des angles d'équilibre pour les deux valeurs extrêmes de masse, vérifier le respect de l'exigence 1.1.1. relative à la plage de fonctionnement.





**FIGURE 5.7** – Angle d'équilibre  $\alpha_0$  en fonction de la masse de l'appareil photo  $m_4$



# TD 8

## Machine de forage – Sujet

D'après Concours CCINP 2023 – MP.

Dans le domaine du génie civil, les foreuses permettent de réaliser des perçages profonds afin de couler des pieux en béton armé. On s'intéresse aux conditions de basculement statique de la foreuse.

Pour prévenir le basculement de la foreuse, l'opérateur peut observer dans un coin de son écran : le pourcentage  $b\%$  d'atteinte de la posture critique de basculement pour une orientation de tourelle donnée (figure 5.8).

Afin d'assurer la stabilité de l'engin, on cherche à satisfaire l'exigence 1.2 (figure 5.9).

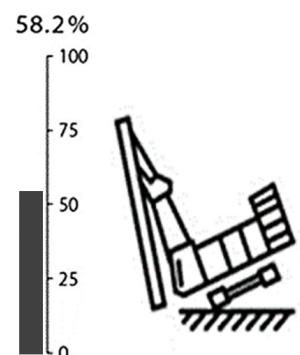
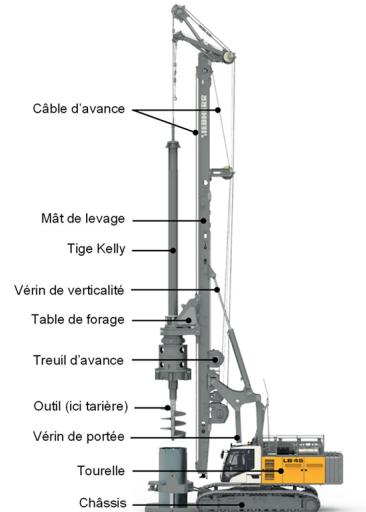
Le paramétrage mécanique est donné sur la figure 5.10 :

- **0** le sol, **S1** le châssis de la foreuse, **S2** sa tourelle et son mât et **S3** l'ensemble {table de forage + outil} ;
  - $\mathcal{R}_0 = \left( O; \vec{x}, \vec{y}, \vec{z} \right)$  le repère attaché aux solides **S0** et **S1** ;
  - $\mathcal{B}_2 = \left( \vec{x}_2, \vec{y}_2, \vec{z}_2 \right)$  la base attachée aux solides **S2** et **S3** telle que  $\left( \vec{x}, \vec{x}_2 \right) = \theta$  où  $\theta$  est connu ;
  - $\Sigma = \{ \mathbf{S1}, \mathbf{S2}, \mathbf{S3} \}$  l'ensemble de la foreuse, de centre de gravité  $G$  tel que  $\overrightarrow{OG} = r\vec{x}_2 + z_G\vec{z}$  ;
  - $M = 186,5$  tonnes la masse de l'ensemble  $\Sigma$  et  $m = 18$  tonnes la masse de **S3** seul ;
  - $2F_w\vec{z}$  connu, l'effort du câble d'avance sur **S3**. La masse du câble est négligée dans la suite ;
  - $F_{\text{sol}}\vec{z}$ , inconnu, l'effort de forage du sol **0** sur l'outil de forage **S3** au point  $F$ , connu, défini par  $\overrightarrow{OF} = R\vec{x}_2$  ;
  - $-g\vec{z}$  où  $g = 9,8 \text{ m s}^{-2}$ , l'accélération de la pesanteur terrestre.

On modélise ici les contacts entre le sol et la foreuse **par des contacts ponctuels** :  $F_g \vec{z}$ , (respectivement  $F_d \vec{z}$ ) inconnu, l'effort du sol 0 sur S1, supposé ponctuel au centre  $I$  (respectivement  $J$ ) de la surface de contact entre la chenille gauche  $c_g$  (respectivement  $c_d$ ) et le sol tel que  $\|\overrightarrow{OI}\| = a = 2,1 \text{ m}$  (respectivement  $\|\overrightarrow{OJ}\| = a = 2,1 \text{ m}$ ).

**Question 1** En appliquant le principe fondamental de la statique en  $O$  à l'isolement de votre choix, donner l'expression de  $F_g$  et de  $F_d$  en fonction des données connues du système, de  $\theta$  et de  $F_{\text{sol}}$ .

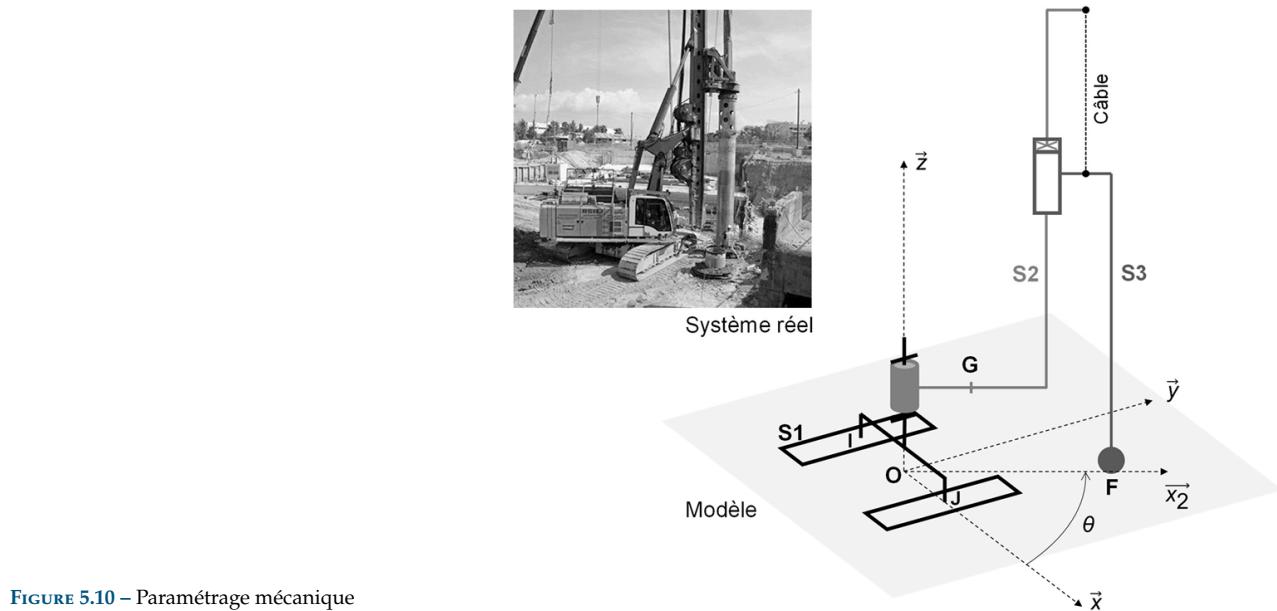
Le problème étant symétrique pour  $\theta \in \left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right]$  (tourelle orientée à droite) et  $\theta \in \left[\frac{\pi}{2}; \frac{3\pi}{2}\right]$  (tourelle orientée à gauche), on n'étudie par la suite que le basculement statique à droite.



**FIGURE 5.8** – Aperçu du contrôle de  $b_{\%}$ .

	« requirement »
	<b>Équilibrage statique initial</b>

**FIGURE 5.9 –** Exigence 1.2.



**Question 2** Donner la condition en effort pour laquelle il y a basculement statique à droite. En absence d'effort de forage, en déduire la condition sur la position  $(r, \theta)$  du centre de gravité  $G$  pour laquelle le basculement à droite est alors évité.

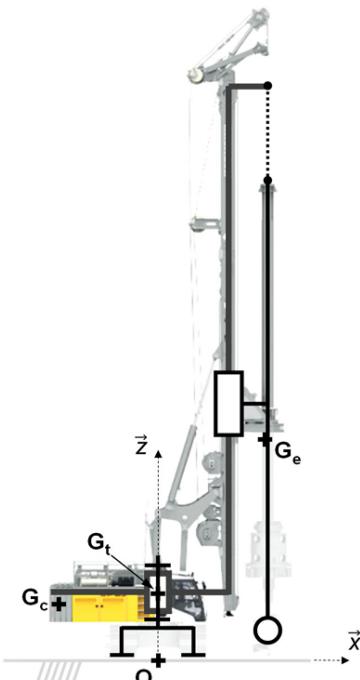
**Question 3** Interpréter physiquement ce résultat et montrer que  $b\%$  peut être, dans ce cas, approximé par :  $b\% = 100 \frac{|r \cos \theta|}{a}$ .

On désire dimensionner le nombre de contrepoids de 8 tonnes à placer à l'arrière de la tourelle pour que, en l'absence de forage et en extension maximale, l'exigence 1.2 d'équilibrage statique initial soit respectée même dans le pire des cas où la tourelle est pleinement orientée à droite ( $\theta = 0^\circ$ ). Dans cette posture, le schéma de la figure 5.11 illustre où se situent, dans le même plan, les centres de gravité des différents éléments de la machine :

- ▶  $G_t$  est le centre de gravité de la tourelle et du châssis. La masse de cet ensemble  $S_t$  est notée  $m_t = 44,7$  tonnes ;
- ▶  $G_e$  est le centre de gravité de tous les équipements mobiles (tige Kelly, potences, vérins, mât, table de forage, outillage, terre à évacuer), positionnés dans la configuration la plus défavorable. La masse de cet ensemble  $S_e$  est notée  $m_e = 48,8$  tonnes ;
- ▶  $G_c$  est le centre de gravité des contrepoids. Il y a  $n_{cp}$  contrepoids de masse totale  $m_c = n_{cp} \cdot m_1$ , où  $m_1 = 8$  tonnes est la masse d'un seul contrepoids ;
- ▶ l'accélération de la pesanteur est notée :  $\vec{g} = -g \vec{z} = -9,8 \vec{z}$  (en  $\text{m/s}^2$ ).

On note (en mètres) :  $\overrightarrow{OG_t} = 2,2 \vec{z}$ ,  $\overrightarrow{OG_e} = 4,4 \vec{x} + 13 \vec{z}$ ;  $\overrightarrow{OG_c} = -4,3 \vec{x} + 2,3 \vec{z}$ . On fait l'hypothèse que  $\overrightarrow{OG_c}$  reste identique, indépendamment du nombre de contrepoids.

**Question 4** Exprimer la coordonnée sur  $\vec{x}$ , notée  $r$ , du centre de gravité  $G$  total de la machine en fonction des paramètres connus et de  $n_{cp}$ . En déduire le nombre  $n_{cp}$  minimum de contrepoids pour respecter l'exigence 1.2.



**FIGURE 5.11 – Position des centres de gravité des différents solides.**

