

## 5 Théorie des mécanismes

03 CHS 04 CHS 05 CHS

### 5.1 Degrés de mobilité

5.1 Degrés de mobilité . . . . . 1

5.2 Hyperstatisme . . . . . 2

#### Définition – Mobilité cinématique

On appelle  $m_c = m_u + m_i$  le **degrés de mobilité cinématique** d'une liaison ou d'un mécanisme, avec :

- ▶  $m_u$  : le nombre de mobilités dites **utile** ;
- ▶  $m_i$  : le nombre de mobilités dites **interne**.

Pour une liaison seule :

- ▶  $m_c = 0$  : liaison complète ou rigide ;
- ▶  $m_c > 0$  : liaison mobile à  $m_c$  degrés de liberté.

#### Remarque

- ▶ Dans un mécanisme, une mobilité utile est une mobilité **recherchée dans la fonction du mécanisme**. On différenciera **seulement** les mobilités utiles **indépendantes**. Si une relation existe, par exemple, entre un mouvement d'entrée et un mouvement de sortie, alors cela sera considéré comme une seule mobilité.
- ▶ Les mobilités internes sont des mobilités indépendantes résiduelles à l'intérieur du mécanisme.

Les mobilités utiles et internes peuvent être déterminées intuitivement. Cependant, il est possible de déterminer le nombre de mobilités analytiquement.

#### Méthode – Méthode cinématique

Il faut commencer par écrire la (ou les) fermetures de chaînes cinématiques. Une fermeture de chaîne permet d'écrire un système de 6 équations. On note  $r_c$  le rang du système d'équations cinématiques.

On a alors  $m_c = I_c - r_c$ .

#### Méthode – Méthode statique

Il faut commencer par appliquer le PFS à chacune des pièces du système. Un PFS permet d'écrire un système de 6 équations. On note  $r_s$  le rang du système d'équations statiques.

On a alors  $m_c = E_S - r_s$ .

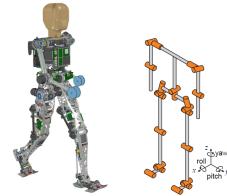


FIGURE 5.1 – Robot humanoïde Lola



FIGURE 5.2 – Simulateur de vol Lockheed Martin

## 5.2 Hyperstatisme

### 5.2.1 Définition

On appelle  $h$  le degré d'hyperstatisme d'un mécanisme. Il traduit l'impossibilité à résoudre un problème de mécanique, par la redondance abusive des liaisons.



FIGURE 5.3 – Mickey,  $h = M - I_c + E_y$



FIGURE 5.4 – Messi,  $h = M - E_s + I_s$

#### Méthode – en cinématique

$$h = m_c - I_c + E_c$$

#### Méthode – en statique

$$h = m_c - E_s + I_s$$

- ▶  $h = 0$  : liaison ou mécanisme **isostatique**;
- ▶  $h > 0$  : liaison ou mécanisme **hyperstatique**;
- ▶ si  $h < 0$  refaites vos calculs, ce n'est possible!

#### Définition – Notations

$I_c$  et  $I_s$  sont respectivement les **nombres d'inconnues cinématiques et statiques** d'un système et ils dépendent du type de modélisation (2D ou 3D).

#### Méthode cinématique

On rappelle que le **nombre cyclométrique**  $\gamma$  est tel que  $\gamma = L - S + 1$  ( $S$  nombre de classes d'équivalence et  $L$  le nombre de liaisons).

On note  $E_c$  le nombre d'équations cinématique :

- ▶ en 3D :  $E_c = 6\gamma$ ;
- ▶ en 2D :  $E_c = 3\gamma$ .

#### Méthode statique

$E_s$  est le nombre d'équations statique :

- ▶ en 3D :  $E_s = 6(S - 1)$ ;
- ▶ en 2D :  $E_s = 3(S - 1)$ .

#### Remarques

- ▶ Un système en **chaîne ouverte** est toujours **isostatique**.
- ▶ Une liaison hélicoïdale a **5 inconnues statiques et 1 inconnue cinématique**.
- ▶ Le degré d'hyperstatisme d'une chaîne bouclé **simple** ne peut pas excéder 6.

### 5.2.2 Le système est hyperstatique... et alors ?

Tout d'abord, d'un point de vue calcul mécanique, l'intérêt d'un système isostatique est qu'il est possible de calculer les efforts dans chacune des liaisons. Un système isostatique sera de plus facile à assembler car le positionnement des pièces les unes avec les autres est « unique ».

Pour les systèmes hyperstatiques, il n'est pas possible de connaître chacun des efforts. En revanche, la détermination des lois de mouvement des systèmes reste possible. Les systèmes hyperstatiques sont plus rigides que des systèmes isostatiques mais nécessitent de prendre des précautions au montage ou à la fabrication des pièces :

- ▶ les dimensions des pièces fabriquées doivent être maîtrisées;
- ▶ le parallélisme dans l'espace entre des axes doit être maîtrisé;
- ▶ du jeu doit être prévu pour garantir l'assemblage;
- ▶ des dispositifs de réglage peuvent être proposés.

Un système hyperstatique peut donc être plus cher à réaliser, mais peut être plus rigide et d'une plus grande durée de vie.

Pour calculer les efforts dans un système hyperstatique, plusieurs solutions sont possibles : on peut par exemple faire des hypothèses sur une répartition d'efforts.

### Méthode – Conditions de montage

Pour déterminer les conditions de montage, il est possible d'exploiter les équations  $0 = 0$  issues des fermetures de chaînes cinématiques. En effet, ce nombre d'équations correspond au degré d'hyperstatisme :

- ▶ une équation de type  $0 = 0$  issue de la fermeture des vecteurs taux de rotation impose de spécifier un parallélisme ;
- ▶ une équation de type  $0 = 0$  issue de la fermeture des vecteurs vitesse impose de spécifier une distance.

Il est parfois demandé de diminuer le degré d'hyperstatisme d'un système. Pour cela, il faut rajouter des degrés de liberté à certaines liaisons, sans pour autant modifier le comportement du système.



# Application 1 :

## Exercices d'application – Sujet

Pôle Chateaubriand – Joliot-Curie.

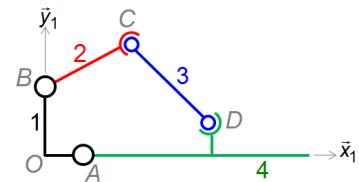
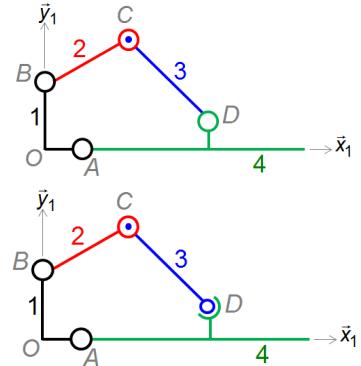
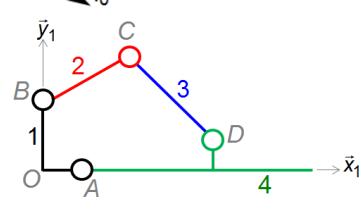
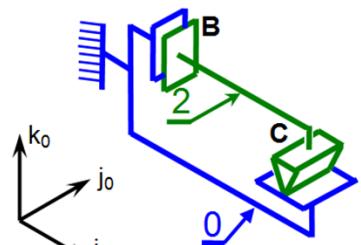
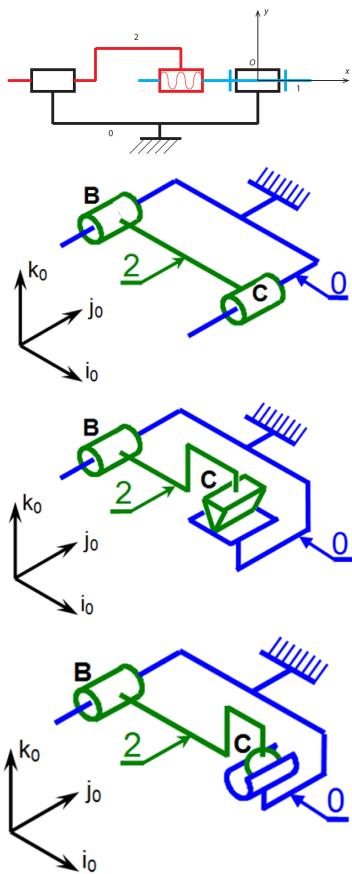
03 CHS

### Exercice 1 – Applications directes

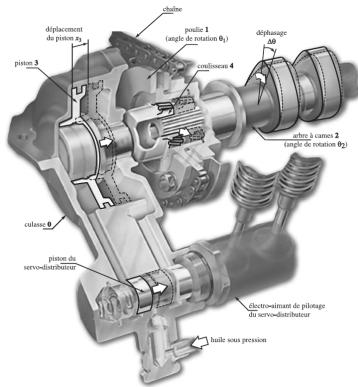
**Question 1** Pour chacun des mécanismes suivants, déterminer le degré d'hyperstatisme.

**Question 2** Lorsque le modèle est hyperstatique, proposer :

- des conditions d'assemblage (*intuitivement*);
- un modèle isostatique.



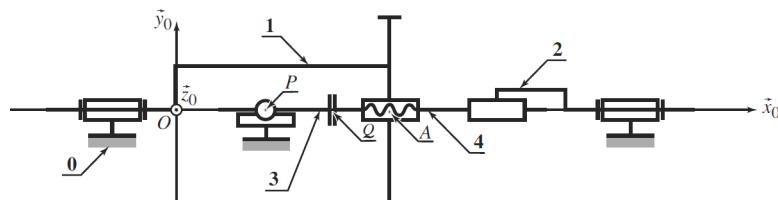
Banque PT SIA – 2008.



## Exercice 2 – Déphasage d'arbre à cames

L'optimisation d'un moteur 4 temps passe (entre autre) par une bonne maîtrise des lois de levée des soupapes. Il est ainsi possible de positionner entre la poulie 1 (entraînée par le vilebrequin via une chaîne) et l'arbre à cames 2 un système permettant de créer un déphasage entre ces pièces.

On propose ci-dessous un modèle cinématique du système de déphasage. On retrouve la culasse 0, la poulie d' entraînement 1, l' arbre à cames 2, le piston 3 et le coulisseau 4.



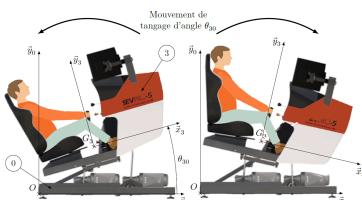
**Question 3** Établir le graphe des liaisons du mécanisme.

**Question 4** Déterminer le degré d'hyperstatisme en précisant la démarche utilisée.  
(On utilisera la méthode cinématique et la méthode statique).

## Exercice 3 – Simulateur de vol pour la formation de pilotes en aéroclub

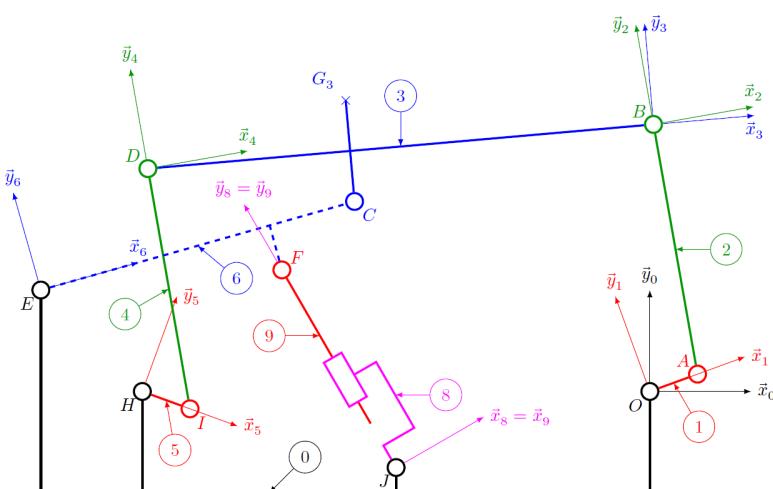
Centrale Supelec 2017 – PSI.

On s'intéresse à un simulateur de vol à plate-forme dynamique. Deux moteurs permettent d'assurer le mouvement de tangage. Ils entraînent respectivement les liaisons pivots de centres H et O.



On propose le modèle plan suivant (la pièce 6 est en traits pointillés pour la démarquer des autres pièces).

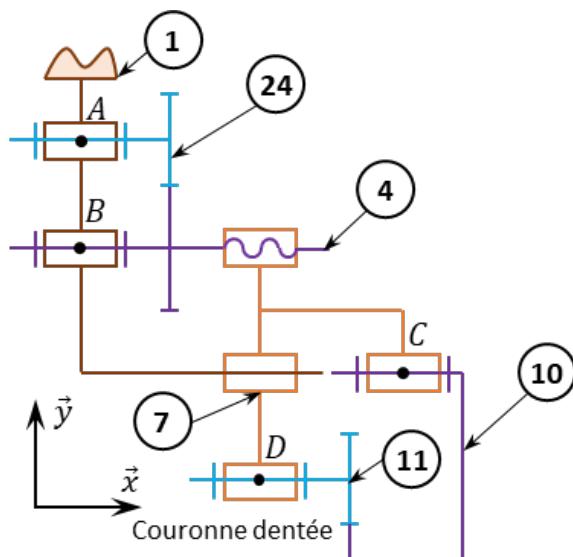
**Question 5** Déterminer le degré d'hyperstatisme du modèle proposé.



### Exercice 6 – Planeur sous marin

Le planeur sous-marin est un dispositif autonome développé par l'IFREMER dont le but est de réaliser des mesures océanographiques. Il ressemble à un mini sous-marin qui plane en dents de scie vers un point prédefini. Il remonte régulièrement à la surface afin de communiquer avec son opérateur par satellite afin d'envoyer les données acquises pendant sa plongée pour évaluer sa dérive due aux courants.

Dans le but de modifier l'orientation et l'équilibrage du planeur, l'apartie centrale du planeur comporte un dispositif qui permet de positionner le centre de gravité axialement 24 et radialement 11.



**Question 6** Réaliser le graphe de liaison associé au schéma cinématique minimal proposé. Identifier le nombre de mobilités.

On supposera que la liaison entre deux roues dentées est une liaison ponctuelle.

**Question 7** Déterminer le degré d'hyperstatisme. Si celui-ci est non nul, indiquer la ou les contraintes géométriques associées.

