Les Petits Devoirs du Soir – DDS

Exercice 220 – Moteur à courant continu★

02 SLCI

Question 1 Exprimer la fonction de transfert $H(p) = \dfrac{\Omega(p)}{U(p)}$. En passant les équations dans le domaine de Laplace, on a :

- $U(p) = E(p) + RI(p) + LpI(p)$;
- $E(p) = K_m\Omega(p)$;
- $C(p) = K_m I(p)$;
- $C(p) - f\Omega(p) = Jp\Omega(p) \Leftrightarrow C(p) = \Omega(p)\left(Jp + f\right)$.

Vous devez savoir qu'un moteur à courant continu est piloté en tension ($U(p)$) et qu'en sortie on observe le taux de rotation ($\Omega(p)$).

En ne conservant que $U(p)$ et $\Omega(p)$, on a donc $U(p) = E(p) + RI(p) + LpI(p) \Leftrightarrow U(p) = K_m\Omega(p) + \left(R + Lp\right)\dfrac{C(p)}{K_m} \Leftrightarrow U(p) = K_m\Omega(p) + \left(R + Lp\right)\dfrac{\Omega(p)\left(Jp + f\right)}{K_m} \Leftrightarrow U(p) = \left(K_m + \left(R + Lp\right)\dfrac{\left(Jp + f\right)}{K_m}\right)\Omega(p) \Leftrightarrow U(p) = \dfrac{K_m^2 + \left(R + Lp\right)\left(Jp + f\right)}{K_m}\Omega(p)$.

On a donc $H(p) = \dfrac{\Omega(p)}{U(p)} = \dfrac{K}{K^2 + \left(R + Lp\right)\left(Jp + f\right)}$.

Question 2 Préciser l'ordre et la classe de H. H est d'ordre 2 et de classe 0 car on ne peut pas mettre de p en facteur. Le terme de plus haut degré du dénominateur est de degré 2.

Question 3 Mettre $H(p)$ sous forme canonique. $H(p) = \dfrac{K_m}{K_m^2 + Rf + \left(RJ + Lf\right)p + LJp^2}$

$$\Leftrightarrow H(p) = \dfrac{\dfrac{K_m}{K_m^2 + Rf}}{1 + \dfrac{\left(RJ + Lf\right)}{K_m^2 + Rf}p + \dfrac{LJ}{K_m^2 + Rf}p^2}.$$

Question 4 Donner les caractéristiques de la fonction de transfert. En identifiant avec la forme canonique standard, $H(p) = \dfrac{K}{1 + \dfrac{2\xi}{\omega_0}p + \dfrac{p^2}{\omega_0^2}}$ soit $K = \dfrac{K_m}{K_m^2 + Rf}$, $\dfrac{2\xi}{\omega_0} = \dfrac{\left(RJ + Lf\right)}{K_m^2 + Rf}$ et $\dfrac{1}{\omega_0^2} = \dfrac{LJ}{K_m^2 + Rf}$.

Au final, $K = \dfrac{K_m}{K_m^2 + Rf}$, $\omega_0 = \sqrt{\dfrac{K_m^2 + Rf}{LJ}}$, $\xi = \dfrac{RJ + Lf}{2\sqrt{LJ\left(K_m^2 + Rf\right)}}$.

Question 5 Vérifier l'homgénéité des différentes constantes.

Le gain doit être en $\mathrm{rad\,s^{-1}V^{-1}}$.

D'une part, $[K_m] = \mathrm{N\,m\,A^{-1}}$. D'autre part, $[K_m] = \mathrm{V\,rad^{-1}\,s}$. On a donc $\mathrm{V\,rad^{-1}\,s} = \mathrm{N\,m\,A^{-1}}$. (On pourrait aussi le montrer par une analyse dimensionnelle...)

De plus $[R] = \Omega = \dfrac{\mathrm{V}}{\mathrm{A}}$ et $[f] = \mathrm{N\,m\,rad^{-1}\,s}$.

On a donc $[K] = \dfrac{\mathrm{N\,m\,A^{-1}}}{(\mathrm{N\,m\,A^{-1}})^2 + \mathrm{N\,m\,rad^{-1}\,s} \times \mathrm{VA^{-1}}} = \dfrac{1}{\mathrm{N\,m\,A^{-1}} + \mathrm{rad^{-1}\,s\,V}} = \dfrac{1}{\mathrm{rad^{-1}\,s\,V}}$ $= \mathrm{rad\,s^{-1}\,V^{-1}}$.

La pulsation propre doit être en $\mathrm{s^{-1}}$ ou $\mathrm{rad\,s^{-1}}$.

On a vu que $[K_m^2] = [Rf]$. De plus $[L] = H = \mathrm{V\,s\,A^{-1}}$ et $[J] = \mathrm{Nm\,rad^{-1}s^2}$ (PFD).

$[\omega_0] = \sqrt{\dfrac{\mathrm{N^2\,m^2\,A^{-2}}}{\mathrm{V\,s\,A^{-1}} \times \mathrm{Nm\,rad^{-1}s^2}}} = \sqrt{\dfrac{\mathrm{N\,m\,rad}}{\mathrm{V\,s\,A\,s^2}}}$. Or, $\mathrm{W} = \mathrm{N\,m\,rad\,s^{-1}} = \mathrm{VA}$.

On a alors $[\omega_0] = \sqrt{\dfrac{\mathrm{N\,m\,rad\,s^{-1}}}{\mathrm{V\,s^2\,A}}} = \sqrt{\dfrac{1}{\mathrm{s^2}}} = \mathrm{s^{-1}}$.

Enfin, ξ est sans unité... à vérifier :)

Exercice 219 – Machine de rééducation SysReeduc ★

03 SLCI

Question 1 À partir des équations proposées, déterminer les fonctions de transfert K_1, K_2, $H_3(p)$, $H_4(p)$, K_5, K_6, K_7, K_8 et K_9.
On a :

- $u_m(t) = e(t) + Ri(t) \Rightarrow U_m(p) = E(p) + RI(p)$ et $C_{M1}(p) = k_t I(p)$ donc $K_2 = \dfrac{k_t}{R}$;
- $E(p) = k_e \Omega_m(p)$ et donc $K_7 = k_e$;
- $(M+m)\, r\rho_1 p\Omega_m(p) = \dfrac{C_{M1}(p)}{\rho_1 r} - F_p(p) \Leftrightarrow (M+m)\, r^2\rho_1^2 p\Omega_m(p) = C_{M1}(p) - \rho_1 r F_p(p)$ et donc $K_9 = \rho_1 r$ et $H_3(p) = \dfrac{1}{(M+m)\, r^2\rho_1^2 p}$;
- $H_4(p)$ permet d'obtenir une position à partir d'une vitesse. Il s'agit donc d'un intégrateur et $H_4(p) = \dfrac{1}{p}$;
- un codeur incrémental avec 1 émetteur-récepteur permet de détecter les fentes et les « non fentes » donc ici 1000 informations par tour. Avec un second émetteur, on double la résolution soit 2000 informations pour un tour soit $K_8 = \dfrac{2000}{2\pi}$;
- en utilisant le réducteur et le poulie courroie, on a directement $K_5 = \rho_1$ et $K_6 = r$ (à convertir en mètres) ;
- enfin, K_1 convertit des mètres en incréments. X_c est la consigne que doit respectée X. Pour avoir un asservissement précis, il faut donc $\varepsilon = 0$ et $X = X_c$ soit $\varepsilon = 0 = K_1 X_C - K_8\theta_m = K_1 X_C - K_8 \dfrac{X}{K_5 K_6}$. Au final, $K_1 = \dfrac{K_8}{K_5 K_6}$.

Question 2 Montrer que le schéma-blocs peut être mis sous la forme suivante. On exprimera A, B et D en fonction des paramètres du système r, ρ_1, k_t, k_e, R, M, m et K_8. D'une part,

$$X(p) = \left(\left(X_C(p) - X(p)\right) C(p) - F_P(p) D\right) \dfrac{A}{p\,(Bp+1)}$$

$$X(p) = \dfrac{A\left(X_C(p) - X(p)\right) C(p)}{p\,(Bp+1)} - \dfrac{AF_P(p)D}{p\,(Bp+1)}$$

$$\Leftrightarrow X(p) + \dfrac{AX(p)C(p)}{p\,(Bp+1)} = \dfrac{AX_C(p)C(p)}{p\,(Bp+1)} - \dfrac{AF_P(p)D}{p\,(Bp+1)}. \Leftrightarrow X(p)\left(\dfrac{p\,(Bp+1) + AC(p)}{p\,(Bp+1)}\right) = \dfrac{AX_C(p)C(p)}{p\,(Bp+1)} + \dfrac{AF_P(p)D}{p\,(Bp+1)}$$

$$\boxed{\Leftrightarrow X(p) = \frac{AX_C(p)C(p)}{p\left(Bp+1\right)+AC(p)} - \frac{AF_P(p)D}{p\left(Bp+1\right)+AC(p)}}.$$

D'autre part, $X(p) = \Omega_m(p)H_4(p)K_5K_6$, $U_m(p) = \left(X_c(p)K_1 - \theta_m(p)K_8\right)C(p)$, $\theta_m(p) = \Omega_m(p)H_4(p)$.

$$\Omega_m(p) = \left(\left(U_m(p) - \Omega_m(p)K_7\right)K_2 - F_P(p)K_9\right)H_3(p)$$

$$\Leftrightarrow \Omega_m(p)\left(1+K_7K_2H_3(p)\right) = U_m(p)H_3(p)K_2 - F_P(p)H_3(p)K_9$$

$$X(p) = \left(U_m(p)H_3(p)K_2 - F_P(p)H_3(p)K_9\right)\frac{H_4(p)K_5K_6}{1+K_7K_2H_3(p)}$$

$$\Leftrightarrow X(p) = \left(\left(X_c(p)K_1 - \theta_m(p)K_8\right)C(p)H_3(p)K_2 - F_P(p)H_3(p)K_9\right)\frac{H_4(p)K_5K_6}{1+K_7K_2H_3(p)}$$

$$\Leftrightarrow X(p) = \left(\left(X_c(p)K_1 - X(p)\frac{K_8}{K_5K_6}\right)C(p)H_3(p)K_2 - F_P(p)H_3(p)K_9\right)\frac{H_4(p)K_5K_6}{1+K_7K_2H_3(p)}$$

$$\Leftrightarrow X(p) = \left(\left(X_c(p) - X(p)\right)C(p)H_3(p)K_1K_2 - F_P(p)H_3(p)K_9\right)\frac{H_4(p)K_5K_6}{1+K_7K_2H_3(p)}$$

$$\Leftrightarrow X(p)\left(1 + C(p)H_3(p)K_1K_2\frac{H_4(p)K_5K_6}{1+K_7K_2H_3(p)}\right) = \left(X_c(p)C(p)H_3(p)K_1K_2 - F_P(p)H_3(p)K_9\right)\frac{H_4(p)K_5K_6}{1+K_7K_2H_3(p)}$$

$$\boxed{\Leftrightarrow X(p)\left(1+K_7K_2H_3(p)+C(p)H_3(p)K_1K_2H_4(p)K_5K_6\right) = \left(X_c(p)C(p)H_3(p)K_1K_2 - F_P(p)H_3(p)K_9\right)H_4(p)K_5K_6}.$$

Par suite,

$$\Leftrightarrow X(p)\left(1 + K_7K_2\frac{1}{(M+m)\,r^2\rho_1^2p} + C(p)\frac{1}{(M+m)\,r^2\rho_1^2p}\frac{K_8}{K_5K_6}K_2\frac{1}{p}K_5K_6\right) = \left(X_c(p)C(p)\frac{1}{(M+m)\,r^2\rho_1^2p}\frac{K_8}{K_5K_6}K_2 - F_P(p)\frac{1}{(M+m)\,r\right.$$

$$\Leftrightarrow X(p)\left(1 + \frac{\frac{k_ek_t}{R}}{(M+m)\,r^2\rho_1^2p} + C(p)\frac{K_8\frac{k_t}{R}}{(M+m)\,r^2\rho_1^2p^2}\right) = \left(X_c(p)C(p)\frac{K_8}{(M+m)\,r^2\rho_1^2p^2}\frac{k_t}{R} - F_P(p)\frac{K_9}{(M+m)\,r\rho_1p^2}\right).$$

$$\Leftrightarrow X(p) = X_c(p)C(p)\frac{\frac{K_8}{(M+m)\,r^2\rho_1^2p^2}\frac{k_t}{R}}{\left(1+\frac{\frac{k_ek_t}{R}}{(M+m)\,r^2\rho_1^2p}+C(p)\frac{K_8\frac{k_t}{R}}{(M+m)\,r^2\rho_1^2p^2}\right)} - F_P(p)\frac{\frac{K_9}{(M+m)\,r\rho_1p^2}}{\left(1+\frac{\frac{k_ek_t}{R}}{(M+m)\,r^2\rho_1^2p}+C(p)\frac{K_8\frac{k_t}{R}}{(M+m)\,r^2\rho_1^2p^2}\right)}$$

$$\Leftrightarrow X(p) = X_c(p)C(p)\frac{\frac{K_8}{1}\frac{k_t}{R}}{\left((M+m)\,r^2\rho_1^2p^2 + \frac{(M+m)\,r^2\rho_1^2p^2\frac{k_ek_t}{R}}{(M+m)\,r^2\rho_1^2p} + C(p)\frac{(M+m)\,r^2\rho_1^2p^2K_8\frac{k_t}{R}}{(M+m)\,r^2\rho_1^2p^2}\right)} -$$

$$F_P(p)\frac{\frac{K_9}{(M+m)\,r\rho_1p^2}}{\left(1+\frac{\frac{k_ek_t}{R}}{(M+m)\,r^2\rho_1^2p}+C(p)\frac{K_8\frac{k_t}{R}}{(M+m)\,r^2\rho_1^2p^2}\right)}$$

$$\Leftrightarrow X(p) = X_c(p)C(p)\frac{\frac{K_8k_t}{R}}{(M+m)\,r^2\rho_1^2p^2 + p\frac{k_ek_t}{R} + C(p)K_8\frac{k_t}{R}}$$

$$-F_P(p)\frac{\frac{K_9}{1}}{\left((M+m)\,r\rho_1p^2+\frac{(M+m)\,r\rho_1p^2\frac{k_ek_t}{R}}{(M+m)\,r^2\rho_1^2p}+C(p)\frac{(M+m)\,r\rho_1p^2K_8\frac{k_t}{R}}{(M+m)\,r^2\rho_1^2p^2}\right)}$$

$$\Leftrightarrow X(p)=X_c(p)C(p)\frac{\frac{K_8k_t}{R}}{(M+m)\,r^2\rho_1^2p^2+p\frac{k_ek_t}{R}+C(p)K_8\frac{k_t}{R}}-F_P(p)\frac{K_9}{(M+m)\,r\rho_1p^2+\frac{pk_ek_t}{Rr\rho_1}+C}$$

$$\Leftrightarrow X(p)=X_c(p)C(p)\frac{\frac{K_8k_t}{R}}{p\frac{k_ek_t}{R}\left(\frac{R}{k_ek_t}(M+m)\,r^2\rho_1^2p+1\right)+C(p)K_8\frac{k_t}{R}}-F_P(p)\frac{}{p\frac{k_ek_t}{Rr\rho_1}\left(\frac{(M+m)\,Rr}{k_ek_t}\right.}$$

$$\Leftrightarrow X(p)=X_c(p)C(p)\frac{\frac{K_8k_t}{R}}{p\frac{k_ek_t}{R}\left(Bp+1\right)+C(p)K_8\frac{k_t}{R}}-F_P(p)\frac{K_9}{p\frac{k_ek_t}{Rr\rho_1}\left(Bp+1\right)+C(p)\frac{K_8k_t}{Rr\rho_1}}$$

$$\Leftrightarrow X(p)=X_c(p)C(p)\frac{\frac{K_8k_t}{R}}{p\frac{k_ek_t}{R}\left(Bp+1\right)+C(p)K_8\frac{k_t}{R}}-F_P(p)\frac{K_9}{p\frac{k_ek_t}{Rr\rho_1}\left(Bp+1\right)+C(p)\frac{K_8k_t}{Rr\rho_1}}$$

$$\Leftrightarrow X(p)=X_c(p)C(p)\frac{\frac{R}{k_ek_t}\frac{K_8k_t}{R}}{p\left(Bp+1\right)+C(p)K_8\frac{k_t}{R}\frac{R}{k_ek_t}}-F_P(p)\frac{K_9\frac{Rr\rho_1}{k_ek_t}}{p\left(Bp+1\right)+C(p)\frac{Rr\rho_1}{k_ek_t}\frac{K_8k_t}{Rr\rho_1}}$$

$$\Leftrightarrow X(p)=X_c(p)C(p)\frac{\frac{K_8}{k_e}}{p\left(Bp+1\right)+C(p)\frac{K_8}{k_e}}-F_P(p)\frac{K_9\frac{Rr\rho_1}{k_ek_t}}{p\left(Bp+1\right)+C(p)\frac{K_8}{k_e}}$$

$$\Leftrightarrow X(p)=X_c(p)C(p)\frac{\frac{K_8}{k_e}}{p\left(Bp+1\right)+C(p)\frac{K_8}{k_e}}-F_P(p)\frac{\frac{K_8}{k_e}\frac{k_e}{K_8}K_9\frac{Rr\rho_1}{k_ek_t}}{p\left(Bp+1\right)+C(p)\frac{K_8}{k_e}}$$

On a donc $A=\dfrac{K_8}{k_e}$, $B=\dfrac{R\,(m+M)\,r^2\rho_1^2}{k_ek_t}$ et $D=\dfrac{K_9Rr\rho_1}{K_8k_t}$.

Exercice 218 – Train simple ⋆

03 CIN

Question 1 Tracer le graphe des liaisons.

Question 2 Déterminer $\dfrac{\omega_{3/0}}{\omega_{1/0}}$ en fonction du nombre de dents des roues dentées.

On a $\dfrac{\omega_{3/0}}{\omega_{1/0}}=-\dfrac{Z_1}{Z_3}$.

Question 3 Donner une relation géométrique entre Z_1, Z_2 et Z_3 permettant de garantir le fonctionnement du train d'engrenages.
On a $Z_3=2Z_2+Z_1$.

Exercice 217 – Quille pendulaire ★

03 SLCI

Question 1 Donner les expressions des fonctions de transfert A_1, A_2, A_3 et A_4 en fonction de la variable complexe p et des constantes.

D'une part, on transforme les équations dans le domaine de Laplace : $Q(p) = SpX(p) + \dfrac{V}{2B}p\Sigma(p)$ et $Mp^2X(p) = S\Sigma(p) - kX(p) - \lambda pX(p) - F_R(p)$.

En utilisant le schéma-blocs, on a $\Sigma(p) = A_2\left(A_1Q(p) - X(p)\right) = A_1A_2Q(p) - A_2X(p)$.

Par ailleurs $\Sigma(p) = \dfrac{Q(p) - SpX(p)}{\dfrac{V}{2B}p} = Q(p)\dfrac{2B}{Vp} - X(p)\dfrac{S2B}{V}$. On a donc $A_2 = \dfrac{S2B}{V}$, $A_1A_2 = \dfrac{2B}{Vp}$ soit $A_1 = \dfrac{2B}{Vp}\dfrac{V}{S2B} = \dfrac{1}{Sp}$.

On a aussi $X(p) = A_4\left(-F_R(p) + A_3\Sigma(p)\right) = -A_4F_R(p) + A_3A_4\Sigma(p)$. Par ailleurs, $X(p)\left(Mp^2 + \lambda p + k\right) = S\Sigma(p) - F_R(p) \Leftrightarrow X(p) = \dfrac{S\Sigma(p)}{Mp^2 + \lambda p + k} - \dfrac{F_R(p)}{Mp^2 + \lambda p + k}$.

On a donc : $A_4 = \dfrac{1}{Mp^2 + \lambda p + k}$ et $A_3 = S$.

Au final, $A_1 = \dfrac{1}{Sp}$, $A_2 = \dfrac{S2B}{V}$, $A_3 = S$ et $A_4 = \dfrac{1}{Mp^2 + \lambda p + k}$.

Question 2 Donner les expressions des fonctions de transfert H_1 et H_2 en fonction de A_1, A_2, A_3 et A_4, puis de la variable p et des constantes.

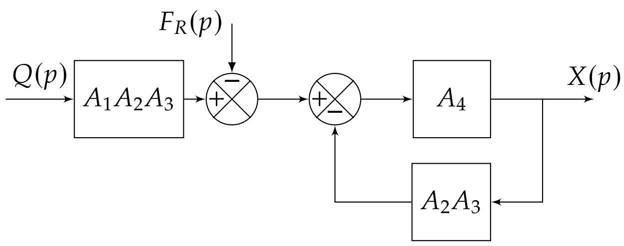
Méthode 1 : Utilisation des relations précédentes On a $X(p) = \left(H_1Q(p) - F_R(p)\right)H_2(p)$.

Par ailleurs, on a vu que $X(p) = A_4\left(-F_R(p) + A_3\Sigma(p)\right)$ et $\Sigma(p) = A_2\left(A_1Q(p) - X(p)\right)$.

On a donc $X(p) = A_4\left(-F_R(p) + A_3A_2\left(A_1Q(p) - X(p)\right)\right) \Leftrightarrow X(p)\left(1 + A_2A_3A_4\right) = A_4\left(-F_R(p) + A_3A_2A_1Q(p)\right)$. On a donc $H_1(p) = A_1A_2A_3$ et $H_2 = \dfrac{A_4}{1 + A_2A_3A_4}$.

Méthode 2 : Lecture directe du schéma-blocs Revient à utiliser la méthode précédente.

Méthode 3 : Algèbre de schéma-blocs Le schéma-blocs proposé est équivalent au schéma suivant.



On retrouve le même résultat que précédemment.

$A_1 = \dfrac{1}{Sp}$, $A_2 = \dfrac{S2B}{V}$, $A_3 = S$ et $A_4 = \dfrac{1}{Mp^2 + \lambda p + k}$.

En faisant le calcul on obtient : $H_1(p) = \dfrac{2BS}{pV}$ et $H_2 = \dfrac{\dfrac{1}{Mp^2 + \lambda p + k}}{1 + \dfrac{2BS^2}{V}\dfrac{1}{Mp^2 + \lambda p + k}}$

$= \dfrac{1}{Mp^2 + \lambda p + k + \dfrac{2BS^2}{V}}$.

Question 3 Pour ce vérin non perturbé ($F_R = 0$), donner sa fonction de transfert $X(p)/Q(p)$ en fonction de la variable p et des constantes.

Dans ce cas, $\dfrac{X(p)}{Q(p)} = H_1(p)H_2(p) = \dfrac{2BS}{p\left(MVp^2 + \lambda pV + kV + 2BS^2\right)}$.

Exercice 216 – Fonctions de transfert★

03 SLCI

Question 1 Déterminer la fonction de transfert en boucle ouverte. Mettre l'expression sous forme canonique et exprimer les paramètres caractéristiques. On a $\text{FTBO}(p) = \dfrac{K^2}{(R+Lp)(f+Jp)} = \dfrac{K^2}{Rf + RJp + Lfp + LJp^2} = \dfrac{K^2}{Rf\left(1 + p\dfrac{RJ+Lf}{Rf} + \dfrac{LJ}{Rf}p^2\right)}$.

On a donc $K_{\text{BO}} = \dfrac{K^2}{Rf}$, $\omega_{\text{BO}} = \sqrt{\dfrac{Rf}{LJ}}$, $\dfrac{2\xi_{\text{BO}}}{\omega_{\text{BO}}} = \dfrac{RJ+Lf}{Rf} \Leftrightarrow \xi_{\text{BO}} = \omega_{\text{BO}}\dfrac{RJ+Lf}{2Rf} = \sqrt{\dfrac{Rf}{LJ}}\dfrac{RJ+Lf}{2Rf} = \dfrac{RJ+Lf}{2\sqrt{LJRf}}$.

Question 2 Déterminer la fonction de transfert en boucle fermée. Mettre l'expression sous forme canonique et exprimer les paramètres caractéristiques. On a $\text{FTBF}(p) = \dfrac{\dfrac{K}{(R+Lp)(f+Jp)}}{1 + \dfrac{K^2}{(R+Lp)(f+Jp)}} = \dfrac{K}{(R+Lp)(f+Jp) + K^2} = \dfrac{\dfrac{K}{K^2+Rf}}{\dfrac{RJ+Lf}{Rf+K^2}p + \dfrac{LJ}{Rf+K^2}p^2 + 1}$.

On a donc $K_{\text{BF}} = \dfrac{K}{K^2+Rf}$, $\omega_{\text{BF}} = \sqrt{\dfrac{Rf+K^2}{LJ}}$, $\dfrac{2\xi_{\text{BF}}}{\omega_{\text{BF}}} = \dfrac{RJ+Lf}{Rf+K^2} \Leftrightarrow \xi_{\text{BO}} = \omega_{\text{BF}}\dfrac{RJ+Lf}{2\left(Rf+K^2\right)} = \sqrt{\dfrac{Rf+K^2}{LJ}}\dfrac{RJ+Lf}{2\left(Rf+K^2\right)}$ $\xi_{\text{BF}} = \dfrac{RJ+Lf}{2\sqrt{LJ}\sqrt{Rf+K^2}}$.

Question 3 Déterminer la fonction de transfert en boucle ouverte. Mettre l'expression sous forme canonique et exprimer les paramétres caractéristiques. Si on note $R(p)$ la seconde entrée du **premier comparateur** et $\varepsilon(p)$ la sortie du premier comparateur,

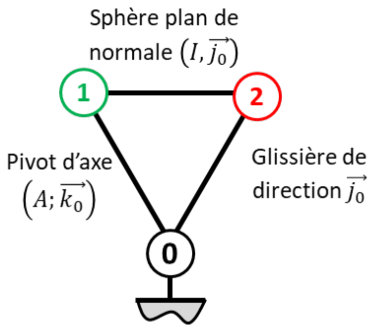
$\text{FTBO(p)} = \dfrac{\varepsilon(p)}{R(p)} = A \times \dfrac{\dfrac{1}{p}}{1+\dfrac{B}{p}} \times C = \dfrac{AC}{B+p} = \dfrac{\dfrac{AC}{B}}{1+\dfrac{p}{B}}$. On a donc $K_{\text{BO}} = \dfrac{AC}{B}$ et $\tau_{\text{BO}} = \dfrac{1}{B}$.

Question 4 Déterminer la fonction de transfert en boucle fermée. Mettre l'expression sous forme canonique et exprimer les paramétres caractéristiques. On a FTBF(p) = $\dfrac{\dfrac{A}{B+p}}{1+\dfrac{AC}{B+p}} = \dfrac{A}{B+p+AC} = \dfrac{\dfrac{A}{B+AC}}{1+\dfrac{p}{B+AC}}$.

On a donc $K_{\text{BF}} = \dfrac{A}{B+AC}$ et $\tau_{\text{BF}} = \dfrac{1}{B+AC}$.

Exercice 215 – Pompe à piston axial ★

Question 1 Tracer le graphe des liaisons.



Question 2 Exprimer $\lambda(t)$ en fonction de $\theta(t)$.

En écrivant la fermeture géométrique, on a $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BI} + \overrightarrow{IC} + \overrightarrow{CA} = \overrightarrow{0}$.

On a donc, $e\overrightarrow{i_1} + R\overrightarrow{j_0} + \mu\overrightarrow{i_0} - \lambda(t)\overrightarrow{j_0} = \overrightarrow{0}$. En projetant l'expression sur $\overrightarrow{j_0}$ (dans ce cas, l'expression suivant $\overrightarrow{i_0}$ n'est pas utile) : $e\sin\theta + R - \lambda(t) = 0$.

On a donc, $\lambda(t) = e\sin\theta + R$.

Question 3 Exprimer $\dot{\lambda}(t)$ en fonction de $\dot{\theta}(t)$.

En dérivant l'expression précédente, on a $\dot{\lambda}(t) = e\dot{\theta}(t)\cos\theta(t)$.

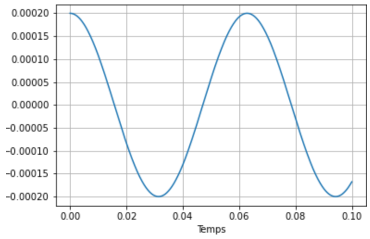
Question 4 On note S la section du piston **2**. Exprimer le débit instantané de la pompe.

En notant $q(t)$ le débit instantané, $q(t) = eS\dot{\theta}(t)\cos\theta(t)$.

Question 5 En utilisant Python, tracer le débit instantané de la pompe pour un tour de pompe pour $e = 10\,\text{mm}$ et $R = 10\,\text{mm}$ ainsi que pour $e = 20\,\text{mm}$ et $R = 5\,\text{mm}$. La fréquence de rotation est $\dot{\theta}(t) = 100\,\text{rad}\,\text{s}^{-1}$, la section du piston est donnée par $S = 1\,\text{cm}^2$.

```python
#!/usr/bin/env python
# -*- coding: utf-8 -*-

"""11_PompePistonAxial.py"""

__author__ = "Xavier Pessoles"
__email__ = "xpessoles.ptsi@free.fr"

import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt
import math as m
from scipy.optimize import newton
from scipy.optimize import fsolve

R = 0.02 # m
e = 0.01 # m

def calc_lambda(theta):
    res= e*np.sin(theta)+R

    return res

def calc_lambdap(theta,w):

    res = e*w*np.cos(theta)
    return res

def plot_debit():
    plt.cla()
    w = 100 # rad/s
    les_t = np.linspace(0,0.1,1000)
    les_theta = w*les_t
    global e
```

```
    S = 1e-4
    e = 20e-3
    les_q = e*S*w*np.cos(les_theta)
    plt.plot(les_t,les_q)
    plt.xlabel("Temps (s)")
    plt.ylabel("Débit (${m}^3s^{-1}$)")
    plt.grid()
    plt.savefig("11_02_c.png")
    plt.show()

plot_debit()
```



Exercice 214 – Calcul de FTBO★

03 SLCI

Pas de corrigé pour cet exercice.

Question 1 Déterminer la FTBO dans la cas suivant.

$\text{FTBO}(p) = BCDE$.

Question 2 Déterminer la FTBO dans la cas suivant.

$\text{FTBO}(p) = B\left(1+A\right)$.

Question 3 Déterminer la FTBO dans la cas suivant.

$\text{FTBO}(p) = A\dfrac{BCD}{1+BCD}$.

Question 4 Déterminer la FTBO dans la cas suivant.

$$\text{FTBO}(p) = A\frac{\frac{B}{1+B}CD}{1+\frac{B}{1+B}CD} = \frac{ABCD}{1+B+BCD}.$$

Exercice 213 – Calcul de FTBO★

03 SLCI

Pas de corrigé pour cet exercice.

Question 1 Déterminer la FTBO dans la cas suivant. $FTBO(p) = A(p)B(p)C(p)$.

Question 2 Déterminer la FTBO dans la cas suivant.

$FTBO(p) = B(p)C(p)$.

Question 3 Déterminer la FTBO dans la cas suivant.

$FTBO(p) = B(p)C(p)$.

Question 4 Déterminer la FTBO dans la cas suivant.

$$FTBO(p) = \frac{B(p)C(p)}{1+B(p)C(p)E(p)} \times \frac{A(p)D(p)}{C(p)}$$

Exercice 212 – Mouvement T – ★

01 CIN

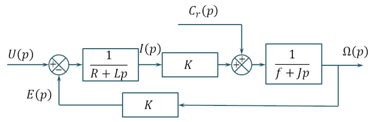
Pas de corrigé pour cet exercice.

Question 1 Réaliser le paramétrage du mécanisme.

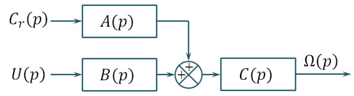
Exercice 211 – Moteur à courant continu★

03 SLCI

Question 1 Réaliser le schéma-blocs.



Question 2 Mettre le schéma-blocs sous la forme suivante.



En utilisant le schéma-blocs proposé, on a $\Omega(p) = \left(C_r(p)A(p) + U(p)B(p)\right) C(p)$.

D'autre part, $\Omega(p) = \left(C_r(p) + \dfrac{K}{R+Lp}\left(U(p) - K\Omega(p)\right)\right)\dfrac{1}{f+Jp}$.

On a donc $\left(f+Jp\right)\Omega(p) = C_r(p) + U(p)\dfrac{K}{R+Lp}$

$$\Leftrightarrow \left(f+Jp\right)\Omega(p) + \frac{K^2}{R+Lp}\Omega(p) = C_r(p) + U(p)\frac{K}{R+Lp}$$

$$\Leftrightarrow \left(\left(f+Jp\right) + \frac{K^2}{R+Lp}\right)\Omega(p) = C_r(p) + U(p)\frac{K}{R+Lp}$$

$$\Leftrightarrow \frac{K^2 + \left(f+Jp\right)\left(R+Lp\right)}{R+Lp}\Omega(p) = C_r(p) + U(p)\frac{K}{R+Lp}$$

$$\Leftrightarrow \Omega(p) = \left(C_r(p) + U(p)\frac{K}{R+Lp}\right)\frac{R+Lp}{K^2 + \left(f+Jp\right)\left(R+Lp\right)}.$$

Dés lors plusieurs schéma-blocs peuvent répondre à la question. Par exemple, $A(p) = 1$, $B(p) = \dfrac{K}{R+Lp}$, $C(p) = \dfrac{R+Lp}{K^2 + \left(f+Jp\right)\left(R+Lp\right)}$.

En poursuivant, on a aussi : $\Omega(p) = \left(C_r(p)(R+Lp) + U(p)K\right)\dfrac{1}{K^2 + \left(f+Jp\right)\left(R+Lp\right)}$.

On a donc aussi, $A(p) = R+Lp$, $B(p) = K$, $C(p) = \dfrac{1}{K^2 + \left(f+Jp\right)\left(R+Lp\right)}$

Exercice 210 – Vérin★

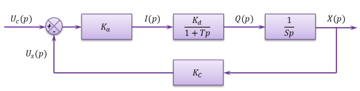
03 SLCI

Pas de corrigé pour cet exercice.

Question 1 Réaliser le schéma-blocs.

On a :

- $U_c(p) = \dfrac{1}{K_a}I(p) + U_s(p)$
- $Q(p) = SpX(p)$
- $U_S(p) = K_C \cdot X(p)$
- $F(p) = \dfrac{Q(p)}{I(p)} = \dfrac{K_d}{1+Tp}$



Exercice 209 – Prothèse active transtibiale★

03 SLCI

Présentation

Comportement dynamique de la prothèse

Question 1 À partir des équations caractérisant le système, déterminer les expressions littérales des fonctions de transfert $H_1(p)$, $H_2(p)$, $H_3(p)$ et $H_6(p)$.

Correction

On a d'une part, $C_M(p) = H_1(p)\left(U_M(p) - \Omega_M(p)\right)$.
D'autre part, en utilisant les deux équations du moteur électrique, on a $U_M(p) = RI(p) + E(p)$ et $E(p) = k_c\Omega_M(p)$ soit $U_M(p) = RI(p) + k_c\Omega_M(p)$. De plus $C_M(p) = k_c I(p)$; donc $U_M(p) = R\dfrac{C_M(p)}{k_c} + k_c\Omega_M(p)$. Par suite, $C_M(p) = \dfrac{k_c}{R}\left(U_M(p) - k_c\Omega_M(p)\right)$.
En identifiant, on a donc $H_1(p) = \dfrac{k_c}{R}$ et $H_6(p) = k_c$.
D'après le schéma-blocs,
$\Delta\alpha(p) = \left(C(p) - C_M(p)H_2(p)\right) H_3(p)H_4(p)$ soit
En utilisant l'équation différentielle caractéristique du comportement de la prothèse, on a : $J_M p^2\Delta\alpha(p) + \mu_m p\Delta\alpha(p) = C_M(p)R_T - C(p)R_T^2 \Leftrightarrow \Delta\alpha(p)\left(J_M p^2 + \mu_m p\right) = C_M(p)R_T - C(p)R_T^2$

$\Leftrightarrow \Delta\alpha(p) = \dfrac{R_T^2}{J_M p^2 + \mu_m p}\left(\dfrac{C_M(p)}{R_T} - C(p)\right)$.

Or, $\Delta\alpha(p) = \dfrac{1}{p}\Delta\alpha'(p)$; donc $H_4(p) = \dfrac{1}{p}$.

Au final, $H_3(p) = \dfrac{R_T^2}{J_M p + \mu_m}$ et $H_2(p) = R_T$.

Question 2 Déterminer la fonction de transfert en boucle fermée $\text{FTBF}(p) = \dfrac{C(p)}{U_M(p)}$.

Correction

On déplace le dernier point de prélèvement avant H_4. On ajoute donc $H_4(p)H_7(p)$ dans la retour.

On a alors $F(p) = \dfrac{\Delta\alpha'(p)}{-} = \dfrac{H_3(p)}{1 + H_3(p)H_4(p)H_7(p)}$. $\text{FTBF}(p) = \dfrac{H_1(p)H_2(p)F(p)}{1 + H_1(p)H_2(p)H_5(p)H_6(p)F(p)}H_4(p)H_7(p)$.

$$\text{Soit FTBF}(p) = \frac{H_1(p)H_2(p)\dfrac{H_3(p)}{1 + H_3(p)H_4(p)H_7(p)}}{1 + H_1(p)H_2(p)H_5(p)H_6(p)\dfrac{H_3(p)}{1 + H_3(p)H_4(p)H_7(p)}}H_4(p)H_7(p)$$

$$= \frac{H_1(p)H_2(p)H_3(p)}{1 + H_3(p)H_4(p)H_7(p) + H_1(p)H_2(p)H_5(p)H_6(p)H_3(p)}H_4(p)H_7(p)$$

$$= \frac{\dfrac{k_c}{R}R_T\dfrac{R_T^2}{J_M p + \mu_m}}{1 + \dfrac{R_T^2}{J_M p + \mu_m}\dfrac{k_{RS}d_0^2}{p} + \dfrac{k_c}{R}R_T\dfrac{1}{R_T}k_c\dfrac{R_T^2}{J_M p + \mu_m}}\frac{k_{RS}d_0^2}{p}$$

$$= \frac{\dfrac{k_c}{1}R_T^3}{J_M Rp^2 + \mu_m Rp + R_T R^2 k_{RS}d_0^2 + pk_c k_c R_T^2}k_{RS}d_0^2$$

$$= \frac{k_c R_T^3}{J_M Rp^2 + p\left(\mu_m R + k_c k_c R_T^2\right) + R_T R^2 k_{RS}d_0^2}k_{RS}d_0^2.$$

Analyse des performances de l'asservissement en couple

Question 3 À l'aide des courbes, valider l'ensemble des critères du cahier des charges en justifiant clairement vos réponses.

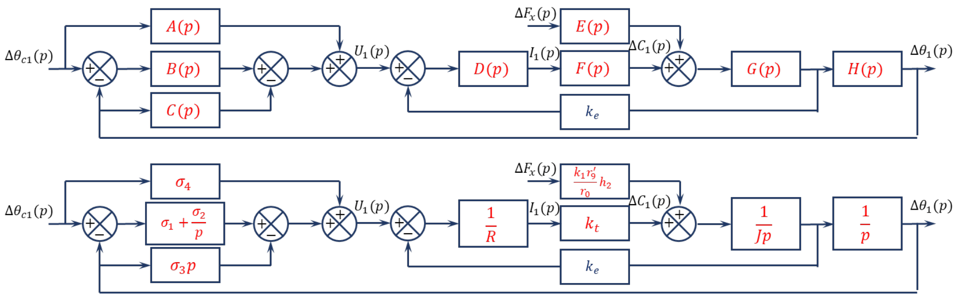
Correction

- Le régime permanent semble atteint autour de 0,03 s ; donc les critère de rapidité est respécté.
- En régime permanent, le couple atteint est de 46 Nm pour une consigne de 50 Nm. Un écart de 10 % correspondrait à un couple atteint de 45 Nm. Le critère de précision est respecté.

Exercice 208 – Conception de la commande d'un robot chirurgical★

03 SLCI

Question 1 Compléter le schéma-blocs.



Correction

En utilisant l'équation électrique du MCC, on a $U_1(p) = \left(Lp+R\right)I_1(p)+E_1(p)$. En utilisant le schéma-blocs : $I_1(p) = \left(U_1(p)-E(p)\right)D(p)$. On a donc $I_1(p) = \dfrac{U_1(p)-E(p)}{R+Lp}$ et $D(p) = \dfrac{1}{R+Lp}$.

En utilisant la première relation de comportement du MCC, on a $E_1(p)$ en sortie du bloc k_e et $p\Delta_1(p)$ en entrée ; donc $H(p) = \dfrac{1}{p}$.

En utilisant la seconde relation, on a $F(p) = k_t$.

En utilisant l'équation de mouvement de l'axe 1, on a : $\Delta C_1(p) = Jp^2\Delta\theta_1(p) - k_1\dfrac{r_9'}{r_0}h_2\Delta F_x(p)$.

D'après le schéma-blocs, on a $\Delta\theta_1(p) = \left(\Delta C_1(p)+\Delta F_x(p)E(p)\right)G(p)H(p)$.

En réageançant l'équation, on a $Jp^2\Delta\theta_1(p) = \Delta C_1(p) + k_1\dfrac{r_9'}{r_0}h_2\Delta F_x(p) \Leftrightarrow \Delta\theta_1(p) = \left(\Delta C_1(p)+k_1\dfrac{r_9'}{r_0}h_2\Delta F_x(p)\right)\dfrac{1}{Jp^2}$.

On a donc $E(p) = k_1\dfrac{r_9'}{r_0}h_2$.

De plus $G(p)H(p) = \dfrac{1}{Jp^2}$ et $H(p) = \dfrac{1}{p}$; donc $G(p) = \dfrac{1}{Jp}$.

En utilisant l'équation électrique du MCC, on a $U_1(p) = \left(Lp+R\right)I_1(p)+E_1(p)$. En utilisant le schéma-blocs : $I_1(p) = \left(U_1(p)-E(p)\right)D(p)$. On a donc $I_1(p) = \dfrac{U_1(p)-E(p)}{R+Lp}$ et $D(p) = \dfrac{1}{R+Lp}$.

En utilisant l'équation du PID, on a $U_1(p) = \left(\Delta\theta_{c1}(p)-\Delta\theta_1(p)\right)\left(\sigma_1+\dfrac{\sigma_2}{p}\right) - \sigma_3 p\Delta\theta_1(p) + \sigma_4\Delta\theta_{c1}(p)$ soit $U_1(p) = \left(\Delta\theta_{c1}(p)\left(\sigma_1+\dfrac{\sigma_2}{p}\right) - \Delta\theta_1(p)\left(\sigma_1+\dfrac{\sigma_2}{p}\right)\right) - \sigma_3 p\Delta\theta_1(p) + \sigma_4\Delta\theta_{c1}(p)$.

En utilisant le schéma-blocs, on a $U_1(p) = \Delta_{c1}(p)A(p) + \left(\Delta_{c1}(p)-\Delta\theta_1(p)\right)B(p) - \Delta\theta_1(p)C(p)$

$= \Delta_{c1}(p)\left(A(p)+B(p)\right) - \Delta\theta_1(p)\left(B(p)+C(p)\right)$.

Par suite, $U_1(p) = \Delta\theta_{c1}(p)\left(\sigma_1 + \dfrac{\sigma_2}{p} + \sigma_4\right) - \Delta\theta_1(p)\left(\sigma_1 + \dfrac{\sigma_2}{p} + \sigma_3 p\right)$.

On aura donc $B(p) = \sigma_1 + \dfrac{\sigma_2}{p}$, $C(p) = \sigma_3 p$ et $A(p) = \sigma_4$.

Question 2 À partir de ce schéma-blocs, en notant $H_{\text{processus}}(p) = \dfrac{\Delta\theta_1(p)}{U_1(p)} = \dfrac{K}{p\left(1+\tau p\right)}$, exprimer K et τ en fonction des données de l'énoncé.

Correction

On a $H_{\text{processus}}(p) = \dfrac{D(p)F(p)G(p)}{1+D(p)F(p)G(p)k_e}H(p)$ soit $H_{\text{processus}}(p) = \dfrac{\dfrac{1}{R+Lp}k_t\dfrac{1}{Jp}}{1+\dfrac{1}{R+Lp}k_t\dfrac{1}{Jp}k_e}\dfrac{1}{p}$.

Avec $L=0$, $H_{\text{processus}}(p) = \dfrac{k_t}{RJp + k_t k_e}\dfrac{1}{p} = \dfrac{\dfrac{1}{k_e}}{\dfrac{RJ}{k_t k_e}p + 1}\dfrac{1}{p}$ soit $K = \dfrac{1}{k_e}$ et $\tau = \dfrac{RJ}{k_t k_e}$.

Question 3 Exprimer la fonction de transfert en boucle fermée, sous sa forme canonique, notée $B_F(p) = \dfrac{\Delta\theta_1(p)}{\Delta\theta_{c1}(p)}$ en fonction de K, τ, σ_1, σ_2, σ_3 et σ_4.

Correction

On a vu que $U_1(p) = \Delta\theta_{c1}(p)\left(\sigma_1 + \dfrac{\sigma_2}{p} + \sigma_4\right) - \Delta\theta_1(p)\left(\sigma_1 + \dfrac{\sigma_2}{p} + \sigma_3 p\right)$ et que $\dfrac{\Delta\theta_1(p)}{U_1(p)} = \dfrac{K}{p\left(1+\tau p\right)}$.

On a donc $\Delta\theta_1(p)\dfrac{p\left(1+\tau p\right)}{K} = \Delta\theta_{c1}(p)\left(\sigma_1 + \dfrac{\sigma_2}{p} + \sigma_4\right) - \Delta\theta_1(p)\left(\sigma_1 + \dfrac{\sigma_2}{p} + \sigma_3 p\right)$

$\Leftrightarrow \Delta\theta_1(p)\left(\dfrac{p\left(1+\tau p\right)}{K} + \sigma_1 + \dfrac{\sigma_2}{p} + \sigma_3 p\right) = \Delta\theta_{c1}(p)\left(\sigma_1 + \dfrac{\sigma_2}{p} + \sigma_4\right)$ et

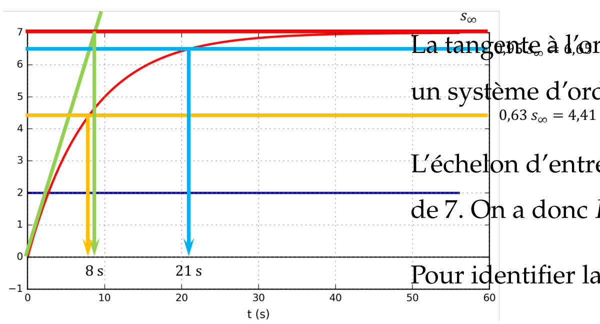
$$B_F(p) = \dfrac{\sigma_1 + \dfrac{\sigma_2}{p} + \sigma_4}{\dfrac{p\left(1+\tau p\right)}{K} + \sigma_1 + \dfrac{\sigma_2}{p} + \sigma_3 p} = \dfrac{\sigma_1 p + \sigma_2 + \sigma_4 p}{\dfrac{p^2\left(1+\tau p\right)}{K} + \sigma_1 p + \sigma_2 + \sigma_3 p^2} =$$

$$K\dfrac{\sigma_1 p + \sigma_2 + \sigma_4 p}{p^2\left(1+\tau p\right) + \sigma_1 K p + \sigma_2 K + \sigma_3 K p^2} = K\dfrac{\left(\sigma_1+\sigma_4\right)p + \sigma_2}{\tau p^3 + p^2\left(1+\sigma_3\right) + \sigma_1 K p + \sigma_2 K}.$$

Exercice 207 – Identification temporelle ★

07 SLCI

Question 1 Déterminer la fonction de transfert du système.



La tangente à l'origine est non nulle. Il n'y a pas de dépassement. On va donc identifier un système d'ordre 1 de la forme $H(p) = \dfrac{K}{1+\tau p}$.

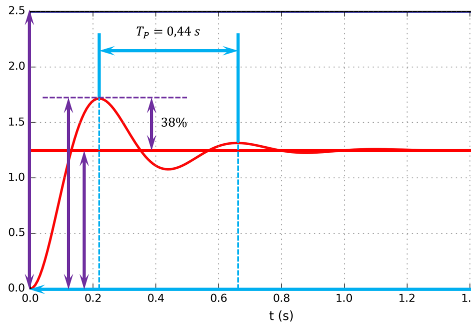
L'échelon d'entrée a une amplitude de 2. En régime permanent la valeur atteinte est de 7. On a donc $K = \dfrac{7}{2} = 3,5$.

Pour identifier la constante de temps, on peut :

- regarder à quel temps a lieu l'intersection entre l'asympote en régime permanent et la tangente à l'origine ;
- mesurer le temps de temps réponse à 63 % ;
- mesurer le temps de temps réponse à 95 % et diviser cette valeur par 3.

On a donc $H(p) = \dfrac{3,5}{1+8p}$.

Question 2 Déterminer la fonction de transfert du système en réalisant les mesures nécessaires et en utilisant les formules appropriées.



La tangente à l'origine est nulle et il y a des dépassements. On modélise le système par un système d'ordre 2. $H(p) = \dfrac{K}{1+\dfrac{2\xi}{\omega_0}p+\dfrac{p^2}{\omega_0^2}}$.

On a $K = \dfrac{1,25}{2,5} = 0,5$.

On mesure un dépassement de $1,38 = e^{\dfrac{-\pi\xi}{\sqrt{1-\xi^2}}} \Leftrightarrow \ln 0,38 = \dfrac{-\pi\xi}{\sqrt{1-\xi^2}} \Leftrightarrow \sqrt{1-\xi^2}\ln 1,38 = -\pi\xi \Leftrightarrow (1-\xi^2)(\ln 1,38)^2 = \pi^2\xi^2 \Leftrightarrow (\ln 1,38)^2 - \xi^2(\ln 1,38)^2 = \pi^2\xi^2 \Leftrightarrow (\ln 1,38)^2 = \pi^2\xi^2 + \xi^2(\ln 1,38)^2 \Leftrightarrow (\ln 1,38)^2 = \xi^2\left(\pi^2+(\ln 1,38)^2\right) \Leftrightarrow \dfrac{(\ln 1,38)^2}{\pi^2+(\ln 1,38)^2} = \xi^2$
$\Leftrightarrow \xi = \sqrt{\dfrac{(\ln 1,38)^2}{\pi^2+(\ln 1,38)^2}} = 0,3$.

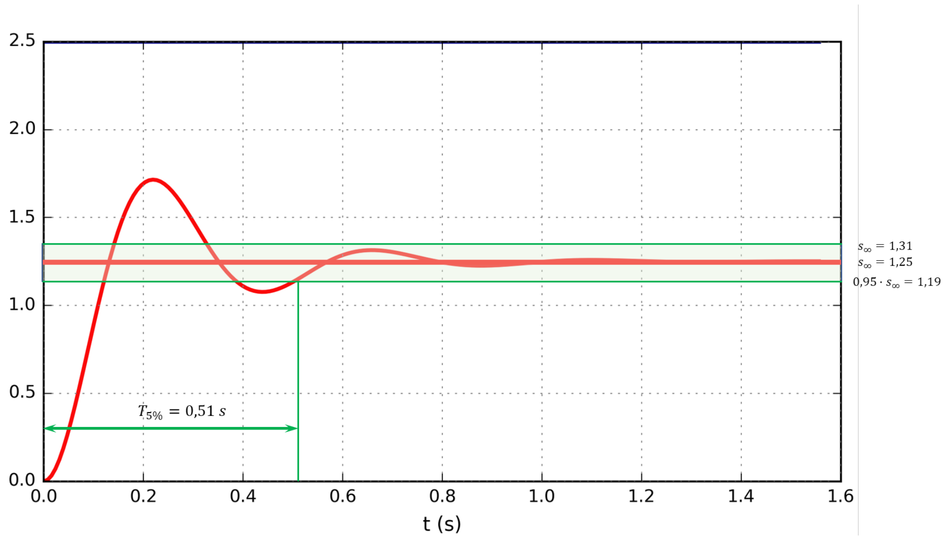
Par ailleurs, $\omega_0 = \dfrac{2\pi}{T_p\sqrt{1-\xi^2}} = \dfrac{2\pi}{0,44\sqrt{1-0,3^2}} = 14,9\,\text{rad}\,\text{s}^{-1}$.

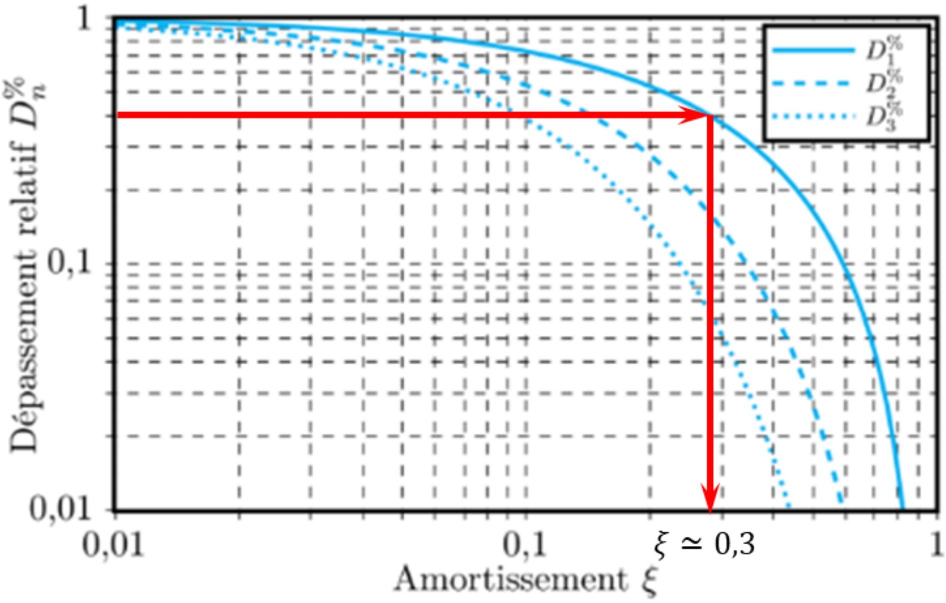
Au final, $H(p) = \dfrac{0,5}{1+\dfrac{2\times 0,3}{14,9}p+\dfrac{p^2}{14,9^2}}$.

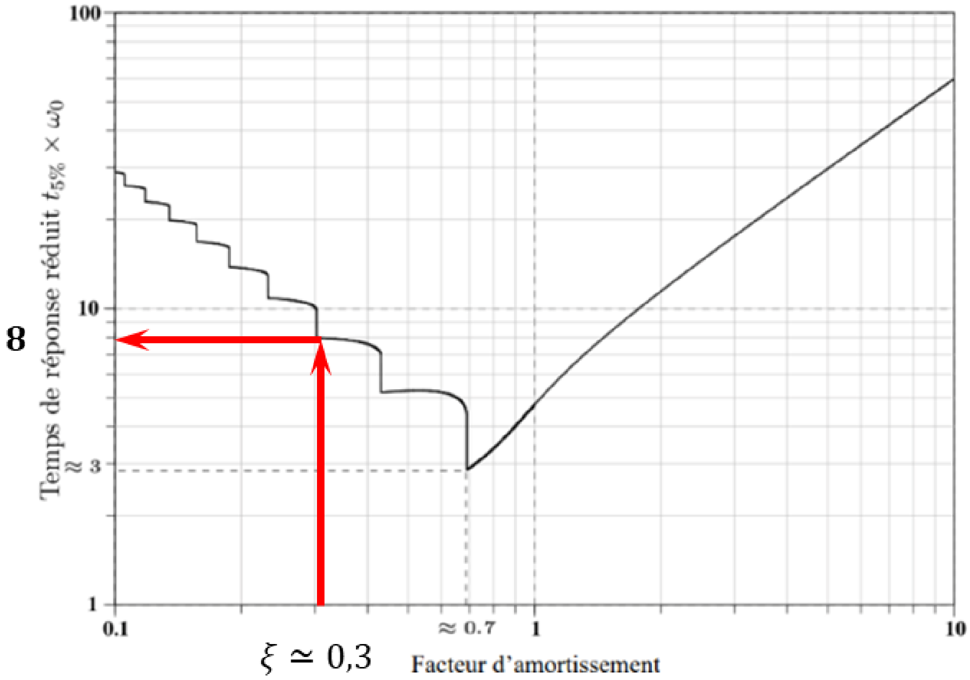
Question 3 Déterminer la fonction de transfert du système en utilisant les abaques.
Le dépassement est de 38 %. On a donc $\xi = 0,3$.

De plus, on mesure $T_{5\%}\times\omega_0 = 8$ avec $T_{5\%} = 0,51$ s on a $\omega_0 = 8/0,5 \simeq 16\,\text{rad}\,\text{s}^{-1}$.

Au final, $H(p) = \dfrac{0,5}{1+\dfrac{2\times 0,3}{16}p+\dfrac{p^2}{16^2}}$.


2.5
2.0
1.5
1.0
0.5
0.0
0.0
0.2
0.4
0.6
0.8
1.0
1.2
1.4
1.6
t (s)
$T_{5\%} = 0,51\ s$
$s_\infty = 1,31$
$s_\infty = 1,25$
$0,95 \cdot s_\infty = 1,19$

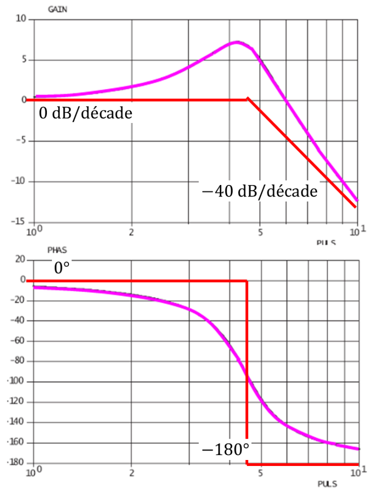

Dépassement relatif $D_n^{\%}$
1
0,1
0,01
0,01
0,1
$\xi \simeq 0,3$
1
Amortissement ξ
$D_1^{\%}$
$D_2^{\%}$
$D_3^{\%}$


Temps de réponse réduit $t_{5\%} \times \omega_0$
100
10
8
≈ 3
1
0.1
≈ 0.7
1
10
$\xi \simeq 0,3$
Facteur d'amortissement

Exercice 206 – Identification ★

07 SLCI

Question 1 Tracer le diagramme de Bode asymptotique.



Question 2 Identifier le type de la fonction de transfert et ses valeurs remarquables.
La phase tend vers 0 lorsque ω tend vers 0 rad/s et vers $-180°$ lorsque ω tend vers l'infini. On observe de plus une résonance. Par ailleurs le gain est nul quand ω tend vers 0 rad/s. Le système est donc d'ordre 2 avec un gain unitaire et un $\xi < \dfrac{\sqrt{2}}{2}$. On détermine ω_0 lorsque la phase vaut $-90°$.

À ce stade, $H(p) = \dfrac{1}{1+\dfrac{2\xi}{4,5}p+\dfrac{p^2}{4,5^2}}$.

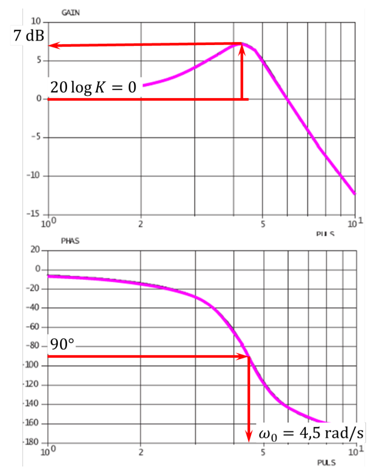
Enfin, on mesure un gain à la résonance de 7 dB. On a donc $20\log A_{\max} = 7$ soit $A_{\max} = 10^{7/20} = \dfrac{1}{2\xi\sqrt{1-\xi^2}}$.

Par suite, $\dfrac{1}{A_{\max}} = 2\xi\sqrt{1-\xi^2} \Leftrightarrow \dfrac{1}{A_{\max}} = 4\xi^2\left(1-\xi^2\right) \Leftrightarrow \dfrac{1}{A_{\max}^2} = 4\xi^2 - 4\xi^4 \Rightarrow$ $4\xi^4 - 4\xi^2 + \dfrac{1}{A_{\max}^2} = 0 \Rightarrow 4X^2 - 4X + \dfrac{1}{A_{\max}^2} = 0$

On a alors $\Delta = 16 - \dfrac{16}{A_{\max}^2}$ et $X_{1,2} = \dfrac{4 \pm \sqrt{\Delta}}{16}$

En réalisant les applications numériques, on a $\xi = \sqrt{\dfrac{4-\sqrt{\Delta}}{16}} = 0,23$.

Alors, $H(p) = \dfrac{1}{1+\dfrac{2\times 0,23}{4,5}p+\dfrac{p^2}{4,5^2}}$.

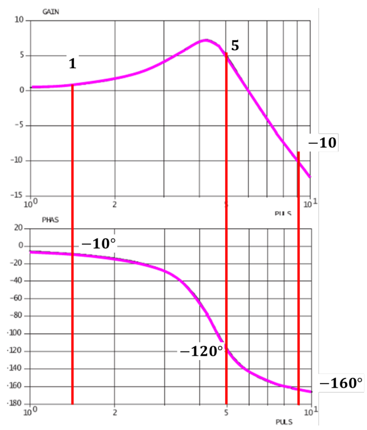


Question 3 Déterminer les période et les pulsations de chacun des signaux.

- Signal rouge : $T = 4{,}2$ s et $\omega = \dfrac{2\pi}{T} = 1{,}5$ rad/s.
- Signal vert : $T = 3,6/3 = 1{,}2$ s et $\omega = \dfrac{2\pi}{T} = 5{,}2$ rad/s.
- Signal bleu : $T = 4,2/6 = 0{,}7$ s et $\omega = \dfrac{2\pi}{T} = 9$ rad/s.

Question 4 En déduire le gain et le déphasage en régime permanent pour chacune des courbes temporelles de sortie correspondant aux 3 entrées.

- Pour $\omega = 1{,}5$ rad/s, $G_{\text{dB}} = 1 \Rightarrow 20\log K = 1 \Rightarrow K = 10^{1/20} = 1,12$ et $\varphi = -0{,}17$ rad. On a donc $s(t) = 1,12\sin(\omega t - 0,17)$.
- Pour $\omega = 5$ rad/s, $G_{\text{dB}} = 5 \Rightarrow K = 10^{5/20} = 1,8$ et $\varphi = -2{,}1$ rad. On a donc $s(t) = 1,8\sin(\omega t - 2,1)$.
- Pour $\omega = 9$ rad/s $G_{\text{dB}} = 5 \Rightarrow K = 10^{-10/20} = 0,3$ et $\varphi = -2{,}8$ rad. On a donc $s(t) = 0,3\sin(\omega t - 2,8)$.



Exercice 205 – Identification ★

07 SLCI

Pas de corrigé pour cet exercice.

Question 1 Déterminer les période et les pulsations de chacun des signaux.

Question 2 En déduire le gain et le déphasage en régime permanent pour chacune des courbes temporelles de sortie correspondant aux 3 entrées.

Exercice 204 – Identification ★

07 SLCI

Pas de corrigé pour cet exercice.

Question 1 Déterminer la fonction de transfert du système.

Question 2 Déterminer la fonction de transfert du système.

Exercice 203 – Diagramme de Bode★

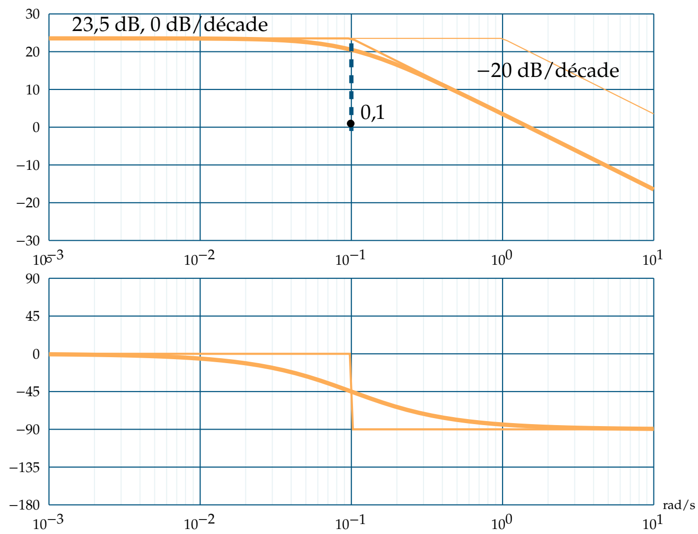
11 SLCI

Question 1 Tracer le diagramme de Bode de la fonction de transfert suivante : $F_1(p) = \dfrac{15}{1+10p}$.

Tracer asymptotique

	$\omega \to 0$	$\omega = \dfrac{1}{10}$ rad/s	$\omega \to \infty$
$H(p) = \dfrac{15}{1+10p}$	0 dB/décade 0°		−20 dB/décade −90°

Positionnement du diagramme de gain Lorsque que ω tend vers 0, le gain tend vers $20 \log 15 = 23{,}5$ dB.



Question 2 Le système est sollicité par une entrée sinusoïdale de période 60 s et d'amplitude 10. Quel est le signal de sortie ? Pour une période de 60 s, la pulsation est de $\dfrac{2\pi}{T}$ soit $\omega = 0{,}1\,\mathrm{rad\,s^{-1}}$. Pour cette pulsation le gain est de 20 dB et le déphasage de $-\dfrac{\pi}{4}$.

On a donc $20\log(S/E) = 20$ soit $S = 10E$. Le signal d'entrée est donc $e(t) = 10\sin(0,1t)$ et le signal de sortie $s(t) = 100\sin\left(0,1t - \dfrac{\pi}{4}\right)$.

Exercice 202 – Diagramme de Bode★

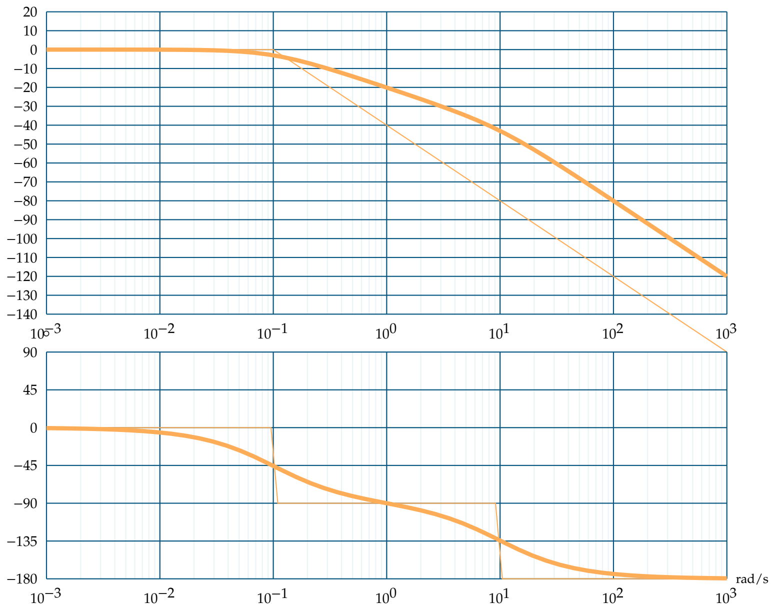
11 SLCI

Question 1 Tracer le diagramme de Bode de la fonction de transfert suivante : $F_2(p) = \dfrac{10}{(1+10p)\,(10+p)}$. **Tracer asymptotique**

$$F_2(p) = \dfrac{1}{(1+10p)\left(1+\dfrac{p}{10}\right)}$$

	$\omega \to 0$	$\omega_1 = \dfrac{1}{10}\,\text{rad/s}$	$\omega_2 = 10\,\text{rad/s}$	$\omega \to \infty$
$H_1(p) = \dfrac{1}{1+10p}$	0 dB/décade 0°	−20 dB/décade −90°	−20 dB/décade −90°	
$H_2(p) = \dfrac{1}{1+\frac{p}{10}}$	0 dB/décade 0°	0 dB/décade 0°	−20 dB/décade −90°	
$F_2(p)$	0 dB/décade 0°	−20 dB/décade −90°	−40 dB/décade −180°	

Positionnement du diagramme de gain Lorsque que ω tend vers 0, le gain tend vers $20\log 1 = 0\,\text{dB}$.



Question 2 Le système est sollicité par une entrée sinusoïdale de période 60 s et d'amplitude 10. Quel est le signal de sortie ? Pour une période de 60 s, la pulsation est de $\dfrac{2\pi}{T}$ soit $\omega = 0{,}1\,\text{rad s}^{-1}$. Pour cette pulsation le gain est de −5 dB et le déphasage de $-\dfrac{\pi}{4}$.

On a donc $20\log(S/E) = -5$ soit $S = E \times 10^{-5/20} = 10 \times 0,56 = 5,6$. Le signal d'entrée est donc $e(t) = 10\sin(0,1t)$ et le signal de sortie $s(t) = 5,6\sin\left(0,1t - \dfrac{\pi}{4}\right)$.