

# Application 1

## TODO – Tête de découpe de tissus –

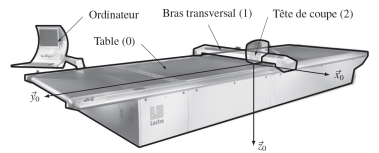
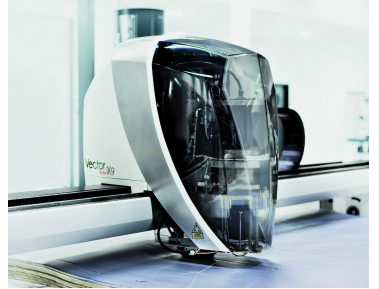
### Sujet

CCP MP 2018

#### Présentation du système

Le système étudié dans ce sujet est une tête de coupe de tissus conçue et réalisée par la société française Lectra, leader mondial dans la découpe automatisée des tissus. Un système de découpe automatisé de tissus est composé :

- ▶ d'une table de découpe sur laquelle le tissu à découper (appelé matelas) est maintenu en position par aspiration ;
- ▶ d'un bras transversal qui se déplace en translation de direction  $\vec{y}_0$  par rapport à la table ;
- ▶ d'une tête de coupe qui se déplace en translation de direction  $\vec{x}_0$  par rapport au bras transversal ;
- ▶ d'un ordinateur qui pilote l'ensemble du système.



#### Objectif

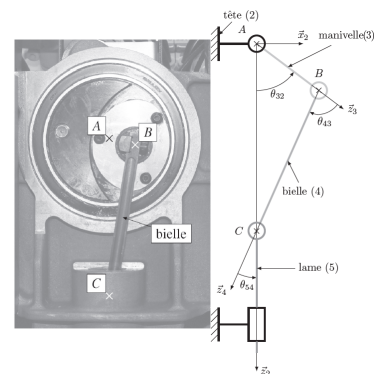
Déterminer la loi entrée/sortie de la chaîne cinématique de la tête de coupe et valider son comportement vis-à-vis des exigences :

- ▶ 1.2.2.3 : la lame doit se déplacer d'une amplitude minimale de 20 mm ;
- ▶ 1.2.2.4 : la vitesse de coupe maximale doit être de  $4 \text{ m s}^{-1}$  à  $\pm 5 \%$ .

#### Modélisation du comportement de la tête de coupe

La découpe du tissu est réalisée par un mouvement de translation alternative d'une lame par rapport au matelas de tissus. Ce mouvement est obtenu par un système bielle-manivelle dont le schéma cinématique est donné à la figure suivante. Les mouvements de translation de la tête de coupe par rapport à la table impliquent que les bases  $(\vec{x}_2, \vec{y}_2, \vec{z}_2)$  et  $(\vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$ , liées respectivement à la tête de coupe et à la table, sont identiques.

- ▶ On associe le repère  $\mathcal{R}_2 = (A; \vec{x}_2, \vec{y}_2, \vec{z}_2)$  à la tête 2, le repère  $\mathcal{R}_3 = (A; \vec{x}_3, \vec{y}_3, \vec{z}_3)$  à la manivelle 3, le repère  $\mathcal{R}_4 = (B; \vec{x}_4, \vec{y}_4, \vec{z}_4)$  à la bielle 4 et le repère  $\mathcal{R}_5 = (C; \vec{x}_5, \vec{y}_5, \vec{z}_5)$  à la lame 5.
- ▶ La manivelle 3 est en liaison pivot avec la tête 2, d'axe  $(A, \vec{y}_2)$  et d'angle  $\theta_{32}(t) = (\vec{x}_2, \vec{x}_3) = (\vec{z}_2, \vec{z}_3)$ .
- ▶ La manivelle 3 est en liaison pivot avec la bielle 4, d'axe  $(B, \vec{y}_2)$  et d'angle  $\theta_{43}(t) = (\vec{x}_3, \vec{x}_4) = (\vec{z}_3, \vec{z}_4)$ .
- ▶ La bielle 4 est en liaison pivot avec la lame 5, d'axe  $(C, \vec{y}_0)$  et d'angle  $\theta_{54}(t) = (\vec{x}_4, \vec{x}_2) = (\vec{z}_4, \vec{z}_2)$ .
- ▶ La lame 5 est en liaison glissière avec la tête 2, de direction  $z_2$  et de paramètre linéaire  $\lambda(t)$ .



On pose  $\omega_{ij}(t) = \frac{d\theta_{ij}(t)}{dt} = \dot{\theta}_{ij}(t)$ ,  $\overrightarrow{AB} = L_3 \overrightarrow{z_3}$  avec  $L_3 = 12,5 \text{ mm}$ ,  $\overrightarrow{BC} = L_4 \overrightarrow{z_4}$  avec  $L_4 = 80 \text{ mm}$  et  $\overrightarrow{AC} = \lambda(t) \overrightarrow{z_2}$ .

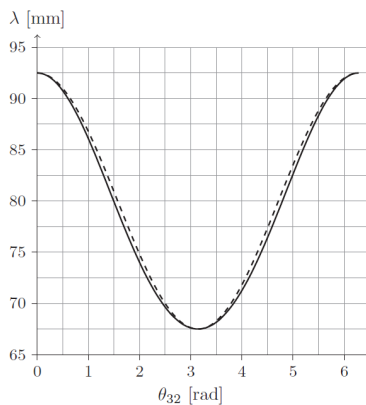
**Question 1** Déterminer la relation entre les paramètres angulaires  $\theta_{32}(t)$ ,  $\theta_{43}(t)$  et  $\theta_{54}(t)$ .

**Question 2** À l'aide d'une fermeture géométrique, déterminer la relation entre le paramètre  $\lambda(t)$ , l'angle  $\theta_{32}(t)$  et les données géométriques du système.

**Question 3** En déduire l'expression littérale de l'amplitude des oscillations de la lame, notée  $\Delta z$ . Faire l'application numérique et conclure sur le respect de l'exigence 1.2.2.3.

**Question 4** Calculer le rapport  $\left(\frac{L_4}{L_3}\right)^2$  et la comparer à la valeur 1. Montrer alors que la loi obtenue à la question 1 peut se mettre sous la forme  $\lambda(t) \simeq L_3 \cos \theta_{32} + L_4$ .

Afin de valider cette approximation, les deux fonctions mathématiques ont été tracées sur un tour de l'arbre moteur.



**FIGURE 1** – Évolution théorique (—) et approximée (- -) du paramètre  $\lambda$ .

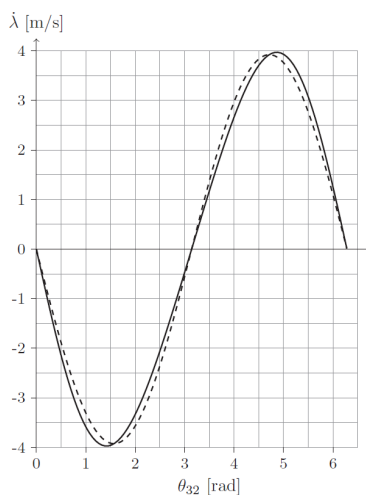
**Question 5** Conclure sur l'adoption de la loi approximée dans la suite de l'étude.

Afin de valider le critère associé à l'exigence de vitesse de coupe, il est nécessaire de déterminer la loi en vitesse de la lame notée  $\dot{\lambda}(t)$ .

**Question 6** Déterminer l'expression littérale de  $\dot{\lambda}(t)$  à partir du modèle simplifié de  $\lambda(t)$ .

Cette loi en vitesse simplifiée a été tracée sur la figure suivante pour être comparée à la loi obtenue à partir du modèle établi en question 1.

**Question 7** La simplification de la loi en vitesse permet-elle de valider l'exigence 1.2.2.4. ?



**FIGURE 2** – Évolution théorique (—) et approximée (- -) de la vitesse  $\dot{\lambda}$  pour  $\dot{\theta}_{32} = 3000 \text{ tr min}^{-1}$ .