TD 1
Exosquelette Atalante ★ – Sujet

Centrale Supelec PSI 2023.

Contexte

Pensé pour minimiser le temps de formation pour le patient et le thérapeute, l'exosquelette Atalante (figure 1), développé par la société Wandercraft a pour volonté d'optimiser les séances de rééducation, et à terme d'aboutir à une solution permettant l'autonomie quasi totale du patient. En effet, ce système permet la verticalisation et des déplacements pouvant s'affranchir de toute dépendance à une tierce personne. De par sa liberté d'utilisation pour le patient, les bénéfices sont importants : possibilité de retours sensoriels, flexibilité de l'entrainement à la marche et à la course ou encore personnalisation des programmes proposés.

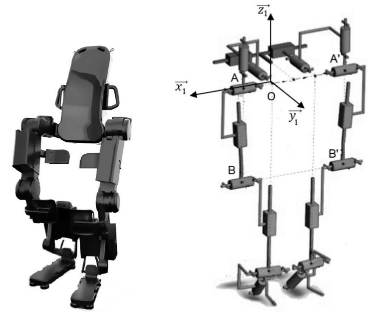


Figure 1 – Exosquelette Atalante et modélisation 3D associée

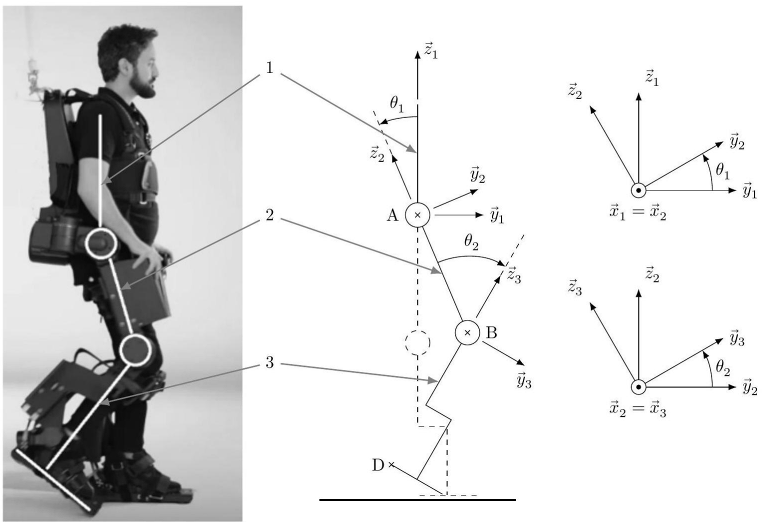
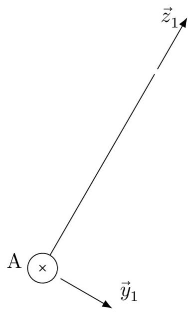


Figure 2 – Modélisation utilisée pour la marche en ligne droite

Les hypothèses et notations seront les suivantes (figure 2) :

- l'étude est menée dans le plan sagittal $(A, \vec{y}_1, \vec{z}_1)$, où $\vec{z}_1$ est vertical ascendant ;
- les différentes caractéristiques de dimension, masse et inertie des différents solides sont précisées figure 3,4,5 ;
- le buste 1 étant animé d'un mouvement de translation rectiligne uniforme par rapport au référentiel terrestre, il est considéré comme galiléen ;
- l'étude se limite à la partie de la marche pour laquelle une des deux jambes est totalement décollée du sol (de 70% à 100% de la foulée) ;
- le buste 1 est en liaison pivot d'axe $(A, \vec{x}_1)$ avec la cuisse 2 ; on note $\theta_1 = (\vec{y}_1, \vec{y}_2) = (\vec{z}_1, \vec{z}_2)$;
- l'ensemble {pied+tibia 3 , considéré comme solidaire, est en liaison pivot d'axe $(B, \vec{x}_1)$ avec la cuisse 2 ; on note $\theta_2 = (\vec{y}_2, \vec{y}_3) = (\vec{z}_2, \vec{z}_3)$;
- les liaisons décrites précédemment sont supposées parfaites.



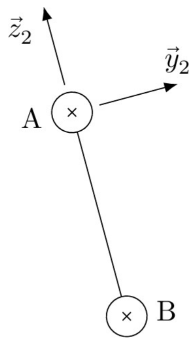
- $\overrightarrow{AG_1} = \ell_1 \overrightarrow{z_1}$;
- $\ell_1 = 0{,}48\,\text{m}$;
- masse $m_1 = 65\,\text{kg}$.

Figure 3 – Buste 1

Objectif

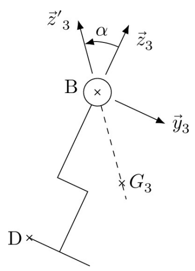
Définir un modèle dynamique de l'exosquelette et montrer la nécessité de mettre en place un asservissement.

Afin d'élaborer une commande pour l'exosquelette, il est nécessaire au préalable de définir un modèle dynamique représentatif de son comportement. Seule la commande



- $\overrightarrow{BG_2} = \ell_2 \overrightarrow{z_2}$ avec $\ell_2 = 0{,}25\,\text{m}$;
- $\overrightarrow{BA} = L_2 \overrightarrow{z_2}$ avec $L_2 = 0{,}4\,\text{m}$
- masse $m_2 = 15\,\text{kg}$;
- $I_A(2) = \begin{pmatrix} I_{x2} & 0 & 0 \\ 0 & I_{y2} & 0 \\ 0 & 0 & I_{z2} \end{pmatrix}_{(\overrightarrow{x_2},\overrightarrow{y_2},\overrightarrow{z_2})}$;
- $I_{x2} = 0{,}10\,\text{kg}\,\text{m}^2$.

Figure 4 – Cuisse 2



- $\overrightarrow{DB} = L_3 \overrightarrow{z_3}$ avec $L_3 = 0{,}55\,\text{m}$;
- $\overrightarrow{DG_3} = \ell_0 \overrightarrow{y_3} + \ell_3 \overrightarrow{z_3}$ avec $\ell_0 = 0{,}2\,\text{m}$, $\ell_3 = 0{,}3\,\text{m}$
- $\overrightarrow{BG_3} = -L_0 \overrightarrow{z_3}'$
- masse $m_3 = 18\,\text{kg}$;
- $I_{G_3}(3) = \begin{pmatrix} I_{x3} & 0 & 0 \\ 0 & I_{y3} & I_{yz3} \\ 0 & I_{yz3} & I_{z3} \end{pmatrix}_{(\overrightarrow{x_3},\overrightarrow{y_3},\overrightarrow{z_3})}$;
- $I_{x3} = 0{,}08\,\text{kg}\,\text{m}^2$.

Figure 5 – Tibia + Pied 3

des articulations sagittales de hanche et de genou d'une jambe lorsqu'elle est décollée du sol sera considérée ici (cas de la marche en ligne droite) avec les hypothèses et notations supplémentaires suivante :

- la liaison pivot entre 1 et 2 est équipée d'un actionneur dont le couple de sortie (appliqué par 1 sur 2) est noté C_1 ;
- la liaison pivot entre 2 et 3 est équipée d'un actionneur dont le couple de sortie (appliqué par 2 sur 3) est noté C_2 ;
- on note respectivement C_{genou} et C_{hanche}, les couples appliqués par le patient au niveau des articulations de genou et de hanche.

Comportement dynamique de l'exosquelette

On pose pour la suite : $\overrightarrow{BG_3} = -L_0 \vec{z}'$. On note α l'angle entre $\vec{z}'_3$ et $\vec{z}_3$: $\alpha = (\vec{y}_3, \vec{y}'_3) = (\vec{z}_3, \vec{z}'_3)$. On montre que $L_0 = \sqrt{l_0^2 + (L_3 - l_3)^2}$ et $\alpha = \arcsin\left(\dfrac{l_0}{L_0}\right)$ avec $L_0 = 0{,}32\,\text{m}$ et $\alpha \simeq 0{,}67\,\text{rad} \simeq 39°$.

Question 1 Déterminer l'expression de l'accélération du point G_3 appartenant à l'ensemble {pied+tibia} 3 dans son mouvement par rapport au buste 1 , en fonction de L_0, L_2, θ_1, θ_2 et leurs dérivées temporelles.

Question 2 Déterminer l'expression de la projection suivant $\vec{x}_1$ du moment dynamique en A de l'ensemble { pied+tibia } 3 dans son mouvement par rapport au buste 1, $\vec{\delta}_{A,3/1} \cdot \vec{x}_1$, sous la forme : $\vec{\delta}_{A,3/1} \cdot \vec{x}_1 = A_1 \ddot{\theta}_1 + A_2 \ddot{\theta}_2 + A_3 \dot{\theta}_1^2 + A_4 \left(\dot{\theta}_1 + \dot{\theta}_2\right)^2$. Préciser les expressions littérales de A_1, A_2, A_3 et A_4 en fonction des différentes caractéristiques géométriques, de masses et d'inerties de l'exosquelette.

Question 3 Proposer une démarche permettant de déterminer l'expression de C_1, l'action mécanique exercée sur la cuisse 2 par l'actionneur correspondant. Préciser le(les) ensemble(s) isolé(s), le(s) bilan(s) des actions mécaniques extérieurs, le(s) théorème(s) utilisé(s) et la(les) équation(s) utile(s).

Question 4 Déterminer l'expression de C_1 en fonction de θ_1, θ_2, leurs différentes dérivées, de C_{hanche} et des différentes caractéristiques géométriques, de masses et d'inerties de l'exosquelette.

D'une manière similaire aux questions précédentes, l'application du principe fondamental de la dynamique à l'ensemble {pied+tibia} 3 permet d'obtenir l'expression de C_2, le couple fourni par l'actionneur de genou sagittal : $C_2 = \left[I_{x3} + m_3 L_0^2\right]\left(\ddot{\theta}_1 + \ddot{\theta}_2\right) + m_3 L_2 L_0 \left[\ddot{\theta}_1 \cos(\theta_2 + \alpha) + \dot{\theta}_1^2 \sin(\theta_2 + \alpha)\right] + m_3 g L_0 \sin(\theta_2 + \theta_1 + \alpha) - C_{\text{genou}}$.

Question 5 Déduire des deux équations précédentes que le modèle dynamique considéré peut s'écrire sous la forme matricielle suivante : $\begin{pmatrix} C_1 \\ C_2 \end{pmatrix} = M_1 \begin{pmatrix} \ddot{\theta}_1 \\ \ddot{\theta}_2 \end{pmatrix} + M_2 \begin{pmatrix} \dot{\theta}_1 \\ \dot{\theta}_2 \end{pmatrix} + C + M_3 \begin{pmatrix} C_{\text{hanche}} \\ C_{\text{genou}} \end{pmatrix}$ où C est une matrice colonne et M_1, M_2 et M_3 sont des matrices 2×2. Donner l'expression littérale des coefficients de C, M_1, M_2 et M_3 par des relations non linéaires des paramètres de mouvement (θ_1, θ_2), leurs dérivés premières et des différentes caractéristiques géométriques, de masses et d'inerties du problème.