

Colle 0

Cisaille à découpe au vol – Corrigé

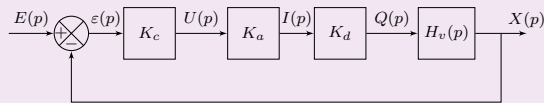
D'après P. Dubois, C. Gamelon..

Mise en situation

Schéma-bloc du système

Question 1 Représenter le schéma-blocs du système. Indiquer les grandeurs d'entrée et de sortie de chaque bloc.

Correction



Équation de comportement dynamique

Fonction de transfert du vérin

Question 2 Transformer les deux équations précédentes dans le domaine de Laplace. En déduire l'expression de la fonction de transfert : $H_v(p) = \frac{X(p)}{Q(p)}$, que l'on mettra sous la forme : $H_v(p) = \frac{k}{p(ap^2 + bp + 1)}$.

Correction

$$\text{D'une part, } mp^2 X(p) = S \Delta P(p) - fp X(p) \Leftrightarrow \frac{p(mp + f)}{S} X(p) = \Delta P(p).$$

$$\text{D'autre part : } Q(p) = Sp X(p) + \frac{V}{2B} p \Delta P(p) \Leftrightarrow 2B \frac{Q(p) - Sp X(p)}{Vp} = \Delta P(p).$$

$$\text{On a donc : } \frac{p(mp + f)}{S} X(p) = 2B \frac{Q(p) - Sp X(p)}{Vp} \Leftrightarrow \frac{p(mp + f)}{S} X(p) + \frac{2BSp X(p)}{Vp} = \frac{2BQ(p)}{Vp}$$

$$\Leftrightarrow \left(\frac{p(mp + f)}{S} + \frac{2BSp}{Vp} \right) \frac{Vp}{2B} = \frac{Q(p)}{X(p)} \Leftrightarrow \left(\frac{p(mp + f)}{S} \frac{Vp}{2B} + Sp \right) = \frac{Q(p)}{X(p)}.$$

$$\text{On a donc, } H_v(p) = \frac{1}{p \left(\frac{(mp + f) Vp}{S} \frac{1}{2B} + S \right)} = \frac{1}{p \left(\frac{Vm}{2BS} p^2 + \frac{fV}{2BS} p + S \right)} =$$

$$\frac{1/S}{p \left(\frac{Vm}{2BS^2} p^2 + \frac{fV}{2BS^2} p + 1 \right)}.$$

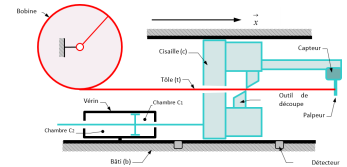
$$\text{Au final, } k = \frac{1}{S}, a = \frac{Vm}{2BS^2} \text{ et } b = \frac{fV}{2BS^2}.$$

Détermination des paramètres canoniques à partir du diagramme de Bode

Question 3 Donner l'expression littérale du gain fréquentiel en décibel $GdB(\omega)$ en fonction des notations K_v , ω_0 et ξ , (ne pas développer le dénominateur pour le calcul

B2-04

B2-06



du module de $H_v(j\omega)$). Quelle est sa valeur pour $\omega = \omega_0$?

Correction

$$H_v(j\omega) = \frac{K_v}{j\omega \left(1 + \frac{2\xi}{\omega_0} j\omega - \frac{\omega^2}{\omega_0^2} \right)}$$

$$\text{En conséquence, } G_{\text{dB}}(\omega) = 20 \log \left| \frac{K_v}{j\omega \left(1 + \frac{2\xi}{\omega_0} j\omega - \frac{\omega^2}{\omega_0^2} \right)} \right| = 20 \log K_v - 20 \log |j\omega| -$$

$$20 \log \left| 1 + \frac{2\xi}{\omega_0} j\omega - \frac{\omega^2}{\omega_0^2} \right|$$

$$= 20 \log K_v - 20 \log \omega - 20 \log \left| \sqrt{\left(1 - \frac{\omega^2}{\omega_0^2} \right)^2 + \left(\frac{2\xi\omega}{\omega_0} \right)^2} \right|$$

$$\text{Au final, } G_{\text{dB}}(\omega_0) = 20 \log K_v - 20 \log \omega_0 - 20 \log 2\xi.$$

Question 4 Déterminer l'asymptote de la courbe de gain lorsque ω tend vers 0. Quelle est sa pente ? Pour quelle valeur de ω coupe-t-elle l'horizontale à 0 dB ?

Correction

$$\text{On a } G_{\text{dB}}(\omega) = 20 \log K_v - 20 \log \omega - 20 \log \left| \sqrt{\left(1 - \frac{\omega^2}{\omega_0^2} \right)^2 + \left(\frac{2\xi\omega}{\omega_0} \right)^2} \right|.$$

Lorsque ω tend vers 0, le gain tend $20 \log K_v - 20 \log \omega$. La pente est donc de -20 dB/decade. Elle coupe l'horizontale à 0 dB en $\omega = K_v$.

Question 5 Déterminer l'asymptote de la courbe de gain lorsque ω tend vers l' ∞ . Quelle est sa pente ? Pour quelle valeur de ω coupe-t-elle l'asymptote précédente ?

Correction

$$\text{On a } G_{\text{dB}}(\omega) = 20 \log K_v - 20 \log \omega - 20 \log \left| \sqrt{\left(1 - \frac{\omega^2}{\omega_0^2} \right)^2 + \left(\frac{2\xi\omega}{\omega_0} \right)^2} \right|.$$

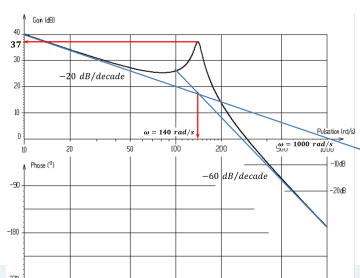
Lorsque ω tend vers l'infini, le gain tend $20 \log K_v - 20 \log \omega$, G_{dB} tend vers $= 20 \log K_v - 20 \log \omega - 20 \log \frac{\omega^2}{\omega_0^2} = 20 \log K_v - 20 \log \omega - 20 \log \omega^2 + 20 \log \omega_0^2 = 20 \log K_v + 40 \log \omega_0 - 60 \log \omega$.

La pente est donc de -60 dB/decade.

L'intersection des deux asymptotes a lieu quand

$20 \log K_v - 20 \log \omega = 20 \log K_v + 40 \log \omega_0 - 60 \log \omega \Leftrightarrow \log \omega = \log \omega_0$. Ainsi, l'intersection des asymptotes a lieu en $\omega = \omega_0$.

Question 6 Dédurre des résultats précédents et du diagramme de Bode de $H_v(p)$ donné sur la feuille réponse les valeurs des paramètres K_v , ω_0 et ξ (on tracera les asymptotes avec leur pente réelle).



Correction

Par lecture du graphe, on obtient $\omega_0 = 140 \text{ rad/s}$ et $K_v = 1000 \text{ s m}^{-2}$.

$$G_{dB}(\omega_0) = 20 \log K_v - 20 \log \omega_0 - 20 \log 2\xi \Leftrightarrow 37 = 20 \log 1000 - 20 \log 140 - 20 \log 2\xi \Leftrightarrow$$

$$37 = 60 - 20 \log 140 - 20 \log 2\xi \Leftrightarrow \frac{37 - 60 + 20 \log 140}{-20} = \log 2\xi \Leftrightarrow \xi \simeq 0,05.$$

Question 7 Donner l'expression littérale de la phase $\varphi(\omega)$ en fonction des notations ω_0 et ξ . Déterminer ses limites lorsque ω tend vers 0 et lorsque ω tend vers l'infini. Tracer le diagramme asymptotique de phase. Calculer les valeurs de la phase en degrés pour la pulsation propre ω_0 puis pour 100 et 200 rad s^{-1} . Tracer la courbe de phase.

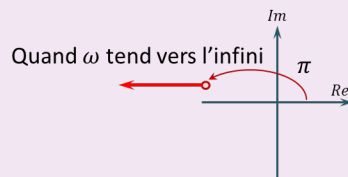
Correction

$$\varphi(\omega) = \arg K_v - \arg(j\omega) - \arg\left(1 + \frac{2\xi}{\omega_0}j\omega - \frac{\omega^2}{\omega_0^2}\right) = 0 - \frac{\pi}{2} - \arg\left(\left(1 - \frac{\omega^2}{\omega_0^2}\right) + \frac{2\xi\omega}{\omega_0}j\right)$$

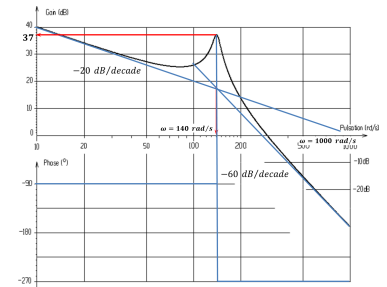
Lorsque ω tend vers 0, $\varphi(\omega)$ tend vers $-\frac{\pi}{2}$.

Lorsque ω tend vers l'infini, $-\arg\left(\left(1 - \frac{\omega^2}{\omega_0^2}\right) + \frac{2\xi\omega}{\omega_0}j\right)$ tend vers π donc $-\arg(\dots)$ tend vers $-\pi$.

Explication graphique de prof de SII...



Au final, lorsque ω tend vers l'infini, $\varphi(\omega)$ tend vers $-\frac{3\pi}{2}$.



Détermination des gains K_c , K_a et K_d

Question 8 Quelle valeur K doit-on donner au produit des gains $K_c K_a K_d$ (préciser les unités). On note K_0 le produit $K K_v$ (gain en boucle ouverte). Quelle est la valeur de K_0 ? Quelle est la marge de phase ainsi obtenue?

Correction

Étant donné l'exigence demandée, le gain de la FTBO doit être de -6 dB lorsque la phase vaut -180° . On a déjà vu que pour cette phase, le gain décibel de H_v vaut 37 dB . Le gain dB vaut $20 \log K + 20 \log |H_v|$. On cherche donc K tel que $20 \log K + 20 \log |H_v| = -6$. Au final, $K = 7 \cdot 10^{-3} \text{ m}^2 \text{ s}^{-1}$. Par suite, $K_0 = 7 \text{ s}^{-1}$.

Erreur de traînage

Question 9 Donner l'expression de l'écart $\varepsilon(p)$ en fonction de $E(p)$ et $H(p)$. La tôle se déplace à vitesse constante v , quelle est la transformée $E(p)$ de $e(t)$? Donner l'expression de $\varepsilon(p)$ en fonction de v et des paramètres canoniques.

Correction

On peut redémontrer le résultat suivant : $\varepsilon(p) = \frac{E(p)}{1 + FTBO(p)} = \frac{E(p)}{1 + H(p)}$.

Exprimons $\varepsilon(p)$: $\varepsilon(p) = E(p) - X(p) = E(p) - H(p)\varepsilon(p)$; donc $\varepsilon(p)(1 + H(p)) = E(p) \iff \varepsilon(p) = \frac{E(p)}{1 + H(p)}$.

Le consigne étant une vitesse, on a donc $E(p) = \frac{v}{p^2}$. On a donc : $\varepsilon(p) = \frac{v}{p^2} \frac{1}{1 + \frac{K_v K_c K_a K_d}{p \left(1 + \frac{2\xi}{\omega_0} p + \frac{p^2}{\omega_0^2} \right)}}$.

Question 10 On appelle erreur de traînage ε_t la différence entre l'entrée et la sortie en régime permanent pour une entrée en rampe. Donner l'expression de ε_t . Faire l'application numérique avec $v = 1 \text{ m s}^{-1}$ et $K_0 = 7$ (unité SI).

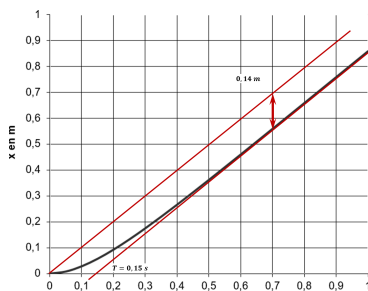
Correction

L'entrée en vitesse précédente correspondant à une entrée en rampe, on a donc $\varepsilon_t = \lim_{t \rightarrow +\infty} \varepsilon(t) = \lim_{p \rightarrow 0} p \varepsilon(p) = \lim_{p \rightarrow 0} p \frac{v}{p^2} \frac{1}{1 + \frac{K_v K_c K_a K_d}{p \left(1 + \frac{2\xi}{\omega_0} p + \frac{p^2}{\omega_0^2} \right)}} = \lim_{p \rightarrow 0} \frac{v}{p + \frac{K_v K_c K_a K_d}{\left(1 + \frac{2\xi}{\omega_0} p + \frac{p^2}{\omega_0^2} \right)}} = \frac{v}{K_v K_c K_a K_d} = \frac{1}{7} \approx 0,14 \text{ m}$. Pour compenser cette erreur, il suffit de régler la butée de la tôle à découper.

Identification temporelle

Question 11 Déterminer l'expression de la réponse temporelle de ce système soumis à une entrée identique à celle de la cisaille (déplacement de la tôle à vitesse constante : $v = 1 \text{ m s}^{-1}$).

Question 12 Déterminer les valeurs numériques de K_f et T à l'aide de relevés sur la courbe.

**Correction**

Première solution : cf cours pour un système du premier ordre soumis à une rampe.

Seconde solution : se raccrocher à ce que l'on sait (peut-être) pour un premier ordre soumis à un échelon... en effet, la rampe peut être assimilée à un premier ordre intégré. Ainsi, pour un système du premier ordre soumis à un échelon d'amplitude v , la valeur finale est vK_f . Ainsi, en intégrant, la pente en régime permanent sera de vK_f .

La pente étant de 1 on a $K_f = 1$.

Reste à savoir que l'asymptote coupe l'axe des abscisses en T . Après lecture, $T = 0,15 \text{ s}$.

Question 13 Vérifier que l'on a la même erreur de traînage.

Correction

Même erreur que précédemment.

Question 14 Quel réglage peut-on envisager sur la cisaille pour compenser cette erreur ?

Correction

Il est possible de décaler la butée de 14 cm et ainsi supprimer l'écart de trainage.