

## Mouvement TT – ★

C2-05

B2-13

**Question 1** Quel est le mouvement de 2 par rapport à 0.

Le point C a un mouvement quelconque dans le plan  $(A, \vec{i}_0, \vec{j}_0)$ .

**Question 2** Donner l'équation du mouvement du point C dans le mouvement de 2 par rapport à 0.

On a  $\vec{AC} = \lambda(t)\vec{i}_0 + \mu(t)\vec{j}_0$  et donc, on a directement 
$$\begin{cases} x_C(t) = \lambda(t) \\ y_C(t) = \mu(t) \\ z_C(t) = 0 \end{cases} \text{ dans le repère } (A; \vec{i}_0, \vec{j}_0, \vec{k}_0).$$

On souhaite que le point C réalise un cercle de centre A et de rayon  $R = 10 \text{ cm}$  à la vitesse  $v = 0,01 \text{ m s}^{-1}$ .

**Question 3** Donner la relation liant  $\theta(t)$ ,  $v$  et  $R$ .

Par ailleurs la vitesse du point C est donnée par  $\overrightarrow{V}(C, 2/0) = \frac{d}{dt} [\vec{AC}]_{\mathcal{R}_0} = R\dot{\theta}\vec{e}_\theta$ .

On a  $v = R\dot{\theta}(t)$ . Par intégration,  $\theta(t) = \frac{v}{R}t$  (avec  $\theta(t) = 0 \text{ rad}$  pour  $t = 0 \text{ s}$ ).

**Question 4** Donner les expressions de  $\lambda(t)$  et  $\mu(t)$  permettant la réalisation de cette trajectoire en fonction de  $v$ ,  $R$  et du temps.

Exprimons la trajectoire du point C :  $\vec{AC} = R\vec{e}_r = R \cos \theta(t)\vec{i}_0 + R \sin \theta(t)\vec{j}_0$ . Par identification  $\lambda(t) = R \cos \theta(t)$  et  $\mu(t) = R \sin \theta(t)$ .

Au final, 
$$\begin{cases} \lambda(t) = R \cos\left(\frac{v}{R}t\right) \\ \mu(t) = R \sin\left(\frac{v}{R}t\right) \end{cases}.$$

**Question 5** En utilisant Python, tracer  $\lambda(t)$ ,  $\mu(t)$  et la trajectoire générée.

```
1 import numpy as np
2 import matplotlib.pyplot as plt
3 import math as m
4 R = 0.1 # m
5 v = 0.01 # m.s-1
6
7 # Temps pour faire un tour
8 T = 2*m.pi*R/v
9
10 les_t = np.linspace(0,T,200)
11 les_lambda = R*np.cos(v/R*les_t)
12 les_mu = R*np.sin(v/R*les_t)
13 plt.grid()
14 plt.plot(les_t, les_lambda, label="$\\lambda(t)$")
15 plt.plot(les_t, les_mu, label="$\\mu(t)$")
16 plt.xlabel("Temps ($s$)")
17 plt.ylabel("Position ($m$)")
18 plt.legend()
19 #plt.show()
20 plt.savefig("03_TT_01_c.pdf")
21 plt.cla()
22
23 plt.grid()
24 plt.axis("equal")
```

```

25 plt.plot(les_lambda, les_mu, label="Trajectoire de $C$")
26 plt.legend()
27 #plt.show()
28 plt.savefig("03-TT-02-c.pdf")

```

