Mise en situation

Recherche de la vitesse de rotation maximale

Objectif

Le bagage et le chariot sont animés par un dispositif bielle-manivelle et une machine asynchrone triphasée avec un réducteur entraînant la manivelle. L'objectif est de déterminer la vitesse de rotation maximale de la machine asynchrone triphasée actionnant le basculeur en accord avec l'exigence 1.4 (le basculement du bagage doit se faire en 8 s).

Question 1 Déterminer $\omega_{\max}$ en fonction des différents t_i. Faire l'application numérique.

Correction

En calculant l'aire sous la courbe (l'intégrale de la vitesse est la position) et sachant que le réducteur doit faire un demi-tour (π rad), on a : $\pi = \dfrac{1}{2}t_1\omega_{\max} + \dfrac{1}{2}(t_3-t_2)\,\omega_{\max} + (t_2-t_1)\,\omega_{\max} = \left(\dfrac{1}{2}t_1 + \dfrac{1}{2}(t_3-t_2) + (t_2-t_1)\right)\omega_{\max}$. On a donc $\omega_{\max} = \dfrac{\pi}{-\frac{1}{2}t_1 + \frac{1}{2}t_2 + \frac{1}{2}t_3} = \dfrac{\pi}{-\frac{1}{2}0,5 + \frac{1}{2}2,5 + \frac{1}{2}3} = \dfrac{\pi}{2,5} = 1{,}26\,\text{rad}\,\text{s}^{-1}$.

Question 2 En déduire la vitesse de rotation de l'arbre moteur maximale $\omega_{\text{mot max}}$. Faire l'application numérique et donner le résultat en $\text{tr}\cdot\text{min}^{-1}$.

Correction

$\omega_{\text{mot max}} = 107,7\times 1,26 = 135\,\text{rad}\,\text{s}^{-1} = 1292\,\text{tr}\,\text{min}^{-1}$.

Recherche du couple moteur maximal en vue du dimensionnement de la machine asynchrone

Objectif

La seconde étape du dimensionnement consiste à rechercher le couple moteur maximal en accord avec l'exigence 1.2 (la masse du bagage pouvant être manœuvré par le système est de 50 kg).

Correction

$\left\{\mathcal{T}\left(S_0\rightarrow S_1\right)\right\}_1 = \left\{\begin{array}{c} F_1\overrightarrow{x_{11}} \\ \overrightarrow{0}\end{array}\right\}_{A_1}$ et $\left\{\mathcal{T}\left(S_0\rightarrow S_1\right)\right\}_2 = \left\{\begin{array}{c} F_2\overrightarrow{x_{12}} \\ \overrightarrow{0}\end{array}\right\}_{A_2}$. Ces torseurs sont des glisseurs (il existe un point où le moment est nul, ici les droites (A_i, I)).

Correction

On a $\left\{\mathcal{T}\left(S_0\rightarrow S_1\right)\right\} = \left\{\mathcal{T}\left(S_0\rightarrow S_1\right)\right\}_1 + \left\{\mathcal{T}\left(S_0\rightarrow S_1\right)\right\}_2 = \left\{\begin{array}{c} F_1\overrightarrow{x_{11}} + F_2\overrightarrow{x_{12}} \\ \overrightarrow{0}\end{array}\right\}_{I}$. Ce torseur est un glisseur dont le point I appartient au support.

Correction

On prendra F_B comme valeur algébrique et pas comme norme de la résultante. On isole la bielle S_2, elle est soumise à deux glisseurs. D'après le PFS, ces glisseurs sont de même norme, de même direction (la droite (DB)) et de sens opposés. On a $\{\mathcal{T}(S_2 \rightarrow S_1)\} = \left\{\begin{array}{c} F_B\overrightarrow{x_2} \\ \overrightarrow{0} \end{array}\right\}_B$.

Correction

On isole S_1.
On réalise le BAME :

- $\{\mathcal{T}(S_2 \rightarrow S_1)\} = \left\{\begin{array}{c} F_B\overrightarrow{x_2} \\ \overrightarrow{0} \end{array}\right\}_B$
  $= \left\{\begin{array}{c} F_B\overrightarrow{x_2} \\ L_2F_B\sin(\alpha_{12}-\alpha_2)\overrightarrow{z} \end{array}\right\}_I$ $(\overrightarrow{IB}\wedge F_B\overrightarrow{x_2} = L_2\overrightarrow{x_{12}}\wedge F_B\overrightarrow{x_2} = L_2F_B\sin(\alpha_{12}-\alpha_2)\overrightarrow{z})$;
- $\{\mathcal{T}(S_0 \rightarrow S_1)\} = \left\{\begin{array}{c} F_1\overrightarrow{x_{11}}+F_2\overrightarrow{x_{12}} \\ \overrightarrow{0} \end{array}\right\}_I$;
- $\{\mathcal{T}(\text{pes} \rightarrow S_1)\} = \left\{\begin{array}{c} -mg\overrightarrow{y_0} \\ \overrightarrow{0} \end{array}\right\}_G$
  $= \left\{\begin{array}{c} -mg\overrightarrow{y_0} \\ -mgx_G\overrightarrow{z_0} \end{array}\right\}_I$ $(\overrightarrow{IG}\wedge -mg\overrightarrow{y_0} = \left(x_G\overrightarrow{x_0}+y_G\overrightarrow{y_0}\right)\wedge -mg\overrightarrow{y_0} = -mgx_G\overrightarrow{z_0})$.

En appliquant le TMS en I en projection sur $\overrightarrow{z_0}$, on a : $L_2F_B\sin(\alpha_{12}-\alpha_2) - mgx_G = 0$ soit $F_B = \dfrac{mgx_G}{L_2\sin(\alpha_{12}-\alpha_2)}$.

Question 3 On note C_{red} le couple exercé par l'arbre de sortie de réducteur sur la manivelle S_3. Montrer que $C_{\text{red}} - RF_B\sin(\alpha_3-\alpha_2) = 0$.

Correction

En isolant 2, on montre que $\{\mathcal{T}(2 \rightarrow 3)\} = \{\mathcal{T}(1 \rightarrow 2)\}$.
On isole 3.
On fait le BAME :

- $\{\mathcal{T}(2 \rightarrow 3)\} = -\{\mathcal{T}(2 \rightarrow 1)\} = \left\{\begin{array}{c} -F_B\overrightarrow{x_2} \\ \overrightarrow{0} \end{array}\right\}_D$ et on a $\overrightarrow{\mathcal{M}(E,2\rightarrow 3)} = \overrightarrow{\mathcal{M}(D,2\rightarrow 3)} + \overrightarrow{ED}\wedge -F_B\overrightarrow{x_2} = R\overrightarrow{x_3}\wedge -F_B\overrightarrow{x_2} = -RF_B\sin(\alpha_3-\alpha_2)$;
- $\{\mathcal{T}(\text{réd} \rightarrow 3)\} = \left\{\begin{array}{c} \overrightarrow{0} \\ C_{\text{red}}\overrightarrow{z_0} \end{array}\right\}_E$;
- $\{\mathcal{T}(0 \rightarrow 3)\}$ avec $\overrightarrow{\mathcal{M}(E,0\rightarrow 3)}\cdot\overrightarrow{z_0} = 0$.

On applique le TMS en E en projection sur $\overrightarrow{z_0}$: $C_{\text{red}} - RF_B\sin(\alpha_3-\alpha_2) = 0$.

Dans la configuration choisie, on a $x_G = 506\,\text{mm}$, $L_2 = 140\,\text{mm}$, $\alpha_3 = 91°$, $\alpha_{12} = 108°$ et $\alpha_2 = 3°$ (on montre par une simulation numérique que cette position conduit au couple maximal).

Correction

On a $C_{\text{red}} = RF_B\sin(\alpha_3-\alpha_2) = \dfrac{Rmgx_G\sin(\alpha_3-\alpha_2)}{L_2\sin(\alpha_{12}-\alpha_2)} \simeq 252\,\text{Nm}$.

Question 4 En déduire la valeur numérique C_m du couple qu'exerce l'arbre de la machine asynchrone sur l'arbre d'entrée du réducteur (on supposera le rendement du réducteur égal à 1).

Correction

Le couple moteur est alors de 2,34 Nm.