

# TD 0

## RobuROC 6 : plate-forme d'exploration tout terrain – Sujet

Concours Commun Mines Ponts 2009.

C1-05

C2-08

### Mise en situation

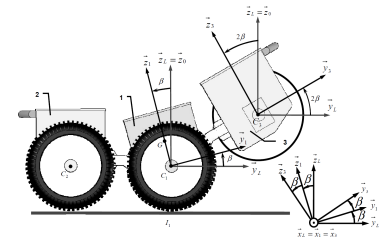
Le robuROC 6 est un robot mobile développé par la société ROBOSOFT. Cette plateforme robotisée a été conçue pour des applications de recherche et d'exploration en milieu extérieur. Elle est équipée de 6 roues motrices indépendantes, de même diamètre, montées par paires sur 3 podés articulés en tangage et en roulis.



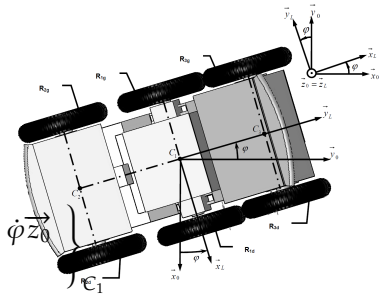
#### Hypothèse

Le mouvement de roulis n'est pas pris en compte. Il est fixé à une valeur nulle.

Les 6 roues de la plate-forme (notée  $PF$ ) sont motorisées permettant ainsi de se déplacer sur des reliefs très accidentés. Cependant, la plate-forme ne comporte pas de systèmes spécifiques de direction. Le changement de direction est imposé par une rotation différentielle des roues du pôle central **1**. Les roues avant et arrière doivent alors avoir des vitesses de rotation compatibles avec celles du pôle central **1**. Lorsque le rayon de courbure de la trajectoire suivie par la plate-forme devient inférieur à 4 mètres, le groupe hydraulique est actionné pour passer en « Mode 2 roues instable ». La plate-forme ne tenant pas en équilibre sur 2 roues, elle retombe dès le début du mouvement sur les roues arrière ou les roues avant, passant donc en « Mode 4 roues Déplacement ». Cette intervention du groupe hydraulique permet ainsi de soulager le contact entre les roues des podés avant / arrière et le sol.



Pour cette étude, nous considérerons que la plate-forme retombe sur les roues arrière (figure suivante) et nous nous placerons dans le cas d'un rayon de courbure nul. Le mouvement de lacet étudié est donc une rotation autour de l'axe  $(C_1, \vec{z}_0)$ , d'angle  $\varphi$ , appelé angle de lacet.



Ce mouvement est défini par le torseur cinématique suivant :  $\{\mathcal{V}(PF/0)\} = \begin{Bmatrix} \overrightarrow{\Omega}(PF/0) \\ \vec{0} \end{Bmatrix} = \dot{\varphi} \vec{z}_0$

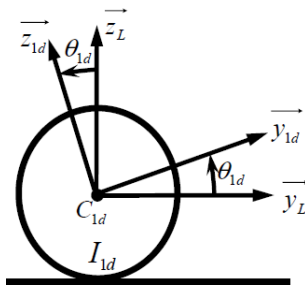
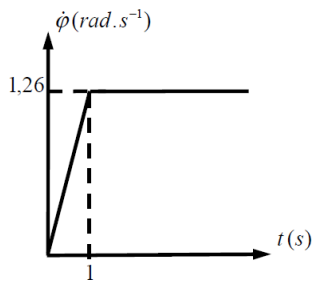
L'objectif de cette partie est de valider l'aptitude du système à respecter la loi de vitesse de la figure suivante.

Les roues centrales et les roues arrière sont en contact avec le sol. Dans ce mode, seules les roues centrales  $R_{1d}$  et  $R_{1g}$  sont motrices. Elles roulent sans glisser sur le sol en  $I_{1d}$  et  $I_{1g}$ . Les roues du pôle avant **3** et du pôle arrière **2** sont bloquées.

### Paramétrage

- ▶  $\mathcal{R}_0 = (O_0; \vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$  lié au sol **0** supposé galiléen ;
- ▶  $\mathcal{R}_L = (C_1; \vec{x}_L, \vec{y}_L, \vec{z}_L)$  lié à la plate-forme **PF** tel que  $\varphi = (\vec{x}_0, \vec{x}_L) = (\vec{y}_0, \vec{y}_L)$  appelé angle de lacet ;
- ▶  $\mathcal{R}_1 = (C_1; \vec{x}_1, \vec{y}_1, \vec{z}_1)$  lié au pôle central **1** tel que  $\beta = (\vec{y}_L, \vec{y}_1) = (\vec{z}_L, \vec{z}_1)$  ;  $\beta$  est l'angle de tangage ;  $\beta = 2^\circ$  (supposé constant pendant tout le mouvement du lacet) ;
- ▶  $\mathcal{R}_3 = (C_3; \vec{x}_3, \vec{y}_3, \vec{z}_3)$  lié au pôle avant **3** tel que  $2\beta = (\vec{y}_L, \vec{y}_3) = (\vec{z}_L, \vec{z}_3) = 4^\circ$  ;

- $\overrightarrow{C_1 C_3} = b \vec{y}_3$  et  $\overrightarrow{C_1 C_2} = -b \vec{y}_L$  avec  $b = 553 \text{ mm}$ ;
- la figure précédente permet de définir le paramétrage de chacune des roues de la plate-forme en contact avec le sol avec l'exemple de la roue centrale droite  $R_{1d}$ .



	Nom	Centre de gravité	Point de contact avec le sol	Vitesse de rotation / au pôle central	Repère associé
Roue centrale droite	$R_{1d}$	$C_{1d}$	$I_{1d}$	$\dot{\theta}_{1d}$	$R_{1d} = (C_{1d}, \vec{x}_{1d}, \vec{y}_{1d}, \vec{z}_{1d})$
Roue centrale gauche	$R_{1g}$	$C_{1g}$	$I_{1g}$	$\dot{\theta}_{1g}$	$R_{1g} = (C_{1g}, \vec{x}_{1g}, \vec{y}_{1g}, \vec{z}_{1g})$
Roue arrière droite	$R_{2d}$	$C_{2d}$	$I_{2d}$	nulle	.....
Roue arrière gauche	$R_{2g}$	$C_{2g}$	$I_{2g}$	nulle	.....

### Caractéristiques géométriques et d'inertie des solides

Le mouvement de roulis étant nul et le mouvement de tangage étant fixé à une valeur constante, il est possible de définir l'ensemble rigide  $\Sigma$  constitué des trois podes 1, 2 et 3, des deux roues avant, des deux roues arrière et des bras d'articulation 4 et 4'. Pour chaque constituant de cet ensemble, la masse est supposée répartie uniformément. Centre de gravité de  $\Sigma$  :  $G$  tel que  $\overrightarrow{C_1 G} = a_G \vec{z}_1$  et  $a_G = 85 \text{ mm}$ ,

$$m_\Sigma = 152 \text{ kg}, I_{C_1}(\Sigma) = \begin{pmatrix} A & 0 & 0 \\ 0 & B & 0 \\ 0 & 0 & C \end{pmatrix}_{(\vec{x}_1, \vec{y}_1, \vec{z}_1)} \quad \text{avec } A = 30,2 \text{ kg m}^2, B = 8,2 \text{ kg m}^2 \text{ et } C = 32,3 \text{ kg m}^2.$$

Roue droite ou gauche + axe de roue :  $R_{i \text{ d ou g}}$  ( $i$  correspond au numéro du pôle).

Centre de gravité de  $R_{i \text{ d ou g}}$  :  $C_{i \text{ d ou g}}$  tel que l'entraxe  $C_{ig} C_{id} = 2e$ ,  $\overrightarrow{C_i C_{id}} = e \vec{x}_L$  et  $\overrightarrow{C_i C_{ig}} = -e \vec{x}_L$  avec  $e = 340 \text{ mm}$ ,  $m_r = 4 \text{ kg}$ , rayon d'une roue  $R = 225 \text{ mm}$ ,

$$I_{C_{i \text{ d ou g}}}(R_{i \text{ d ou g}}) = \begin{pmatrix} A_r & 0 & 0 \\ 0 & B_r & 0 \\ 0 & 0 & B_r \end{pmatrix}_{(\vec{x}_L, \vec{y}_L, \vec{z}_L)} \quad \text{valable dans toute base orthonormée directe}$$

contenant  $\vec{x}_L$  avec  $A_r = 0,1 \text{ kg m}^2$  et  $B_r = 0,04 \text{ kg m}^2$ .

Axe des moteurs du pôle central : les deux motoréducteurs centraux sont constitués chacun d'un moteur à courant continu alimenté en 48 V associé à un réducteur épicycloïdal de rapport de réduction  $k = 1/25$ . La matrice d'inertie en  $C_1$  d'un axe moteur droit  $M_{1d}$  ou  $M_{1g}$  (en rotation suivant  $(C_1, \vec{x}_L)$ ) est :  $I_{C_1}(M_{1d} \text{ ou } M_{1g}) =$

$$\begin{pmatrix} A_m & 0 & 0 \\ 0 & B_m & 0 \\ 0 & 0 & B_m \end{pmatrix}_{(\vec{x}_L, \vec{y}_L, \vec{z}_L)} \quad \text{avec } A_m = 795 \times 10^{-7} \text{ kg m}^2 \text{ et } B_m = 8 \times 10^{-3} \text{ kg m}^2.$$

Les masses et inerties des autres pièces seront négligées.

### Modélisation du contact roue / sol

Les roues centrales  $R_{1d}$  et  $R_{1g}$  sont motrices, elles roulent sans glisser aux points de contact  $I_{1d}$  et  $I_{1g}$ . On pose  $\overrightarrow{C_{1d} I_{1d}} = -R \vec{z}_L$  et  $\overrightarrow{C_{1g} I_{1g}} = -R \vec{z}_L$ . Le contact avec le sol 0 est modélisé par le torseur suivant :  $\{\mathcal{T}(0 \rightarrow R_{1d})\} = \left\{ \begin{array}{l} \overrightarrow{R(0 \rightarrow R_{1d})} = Y_{1d} \vec{y}_L + Z_{1d} \vec{z}_L \\ \vec{0} \end{array} \right\}_{I_{1d}}$

$$\text{et } \{\mathcal{T}(0 \rightarrow R_{1g})\} = \left\{ \begin{array}{l} \overrightarrow{R(0 \rightarrow R_{1g})} = Y_{1g} \vec{y}_L + Z_{1g} \vec{z}_L \\ \vec{0} \end{array} \right\}_{I_{1g}}.$$

Les roues arrière  $R_{2d}$  et  $R_{2g}$  sont bloquées, leur vitesse de rotation par rapport au pôle arrière 2 est nulle. Le contact avec le sol 0 est modélisé par le torseur suivant :  $\{\mathcal{T}(0 \rightarrow R_{2d})\} = \left\{ \begin{array}{l} \overrightarrow{R(0 \rightarrow R_{2d})} = T_{2d} \vec{n}_g + Z_{2d} \vec{z}_L \\ \vec{0} \end{array} \right\}_{I_{2d}}$  et  $\{\mathcal{T}(0 \rightarrow R_{2g})\} =$

$$\left\{ \begin{array}{l} \overrightarrow{R(0 \rightarrow R_{2g})} = T_{2g} \vec{n}_g + Z_{2g} \vec{z}_L \\ \vec{0} \end{array} \right\}_{I_{2g}} \quad \text{avec } \vec{n}_d \text{ et } \vec{n}_g \text{ deux vecteurs unitaires opposés}$$

aux vitesses de glissement des roues  $R_{2d}$  et  $R_{2g}$  par rapport au sol  $0$  respectivement en  $I_{2d}$  et  $I_{2g}$ . On pose  $\overrightarrow{C_{2d}I_{2d}} = -R\vec{z}_L$  et  $\overrightarrow{C_{2g}I_{2g}} = -R\vec{z}_L$ .  $T_{2d} = fZ_{2d}$  et  $T_{2g} = fZ_{2g}$ ;  $f$  est le facteur de frottement constant au contact roue/sol  $f = 0,6$ .

### Autres liaisons

Toutes les autres liaisons de la plate-forme sont supposées parfaites (sans jeu, sans frottement).

### Motoréducteur centraux

L'action mécanique développée par le motoréducteur sur la roue centrale droite  $R_{1d}$  est notée  $\{\mathcal{T} \text{ (moteur} \rightarrow R_{1d})\} = \left\{ \begin{array}{c} \vec{0} \\ -C_m \vec{x}_L \end{array} \right\}_{C_1}$ .

L'action mécanique développée par le motoréducteur sur la roue centrale droite  $R_{1g}$  est notée  $\{\mathcal{T} \text{ (moteur} \rightarrow R_{1g})\} = \left\{ \begin{array}{c} \vec{0} \\ C_m \vec{x}_L \end{array} \right\}_{C_1}$ .

**Question 1** Justifier la forme de la matrice d'inertie de l'ensemble  $\Sigma$  au point  $C_1$  dans la base  $(\vec{x}_1, \vec{y}_1, \vec{z}_1)$ .

Dans un premier temps, l'objectif est de déterminer la somme des efforts normaux  $Z_{2d} + Z_{2g}$  s'exerçant sur les roues arrières. Isolons l'ensemble de la plate-forme PF, soit l'ensemble  $\Sigma$ , les roues centrales et les motoréducteurs. Plaçons-nous dans le plan médian  $(C_1, \vec{y}_L, \vec{z}_L)$  de la plate-forme PF. Nous définissons le projeté  $I_1$  des points de contact  $I_{1d}$  et  $I_{1g}$  dans ce plan.  $I_1$  est défini par le vecteur :  $\overrightarrow{C_1I_1} = -R\vec{z}_L$ . D'autre part, nous avons  $\overrightarrow{C_2I_1} = b\vec{y}_L - R\vec{z}_L$  et  $\overrightarrow{C_3I_1} = -b\vec{y}_3 - R\vec{z}_L$ . Nous ferons l'hypothèse que le moment dynamique  $\delta(I_1, PF/0) \cdot \vec{x}_L$  est négligeable devant les actions mécaniques.

**Question 2** En appliquant le théorème du moment dynamique à la plate-forme PF en mouvement par rapport au référentiel galiléen  $\mathcal{R}_0$  en  $I_1$  en projection sur  $\vec{x}_L$ , déterminer l'expression littérale de la somme des efforts normaux de contact  $Z_{2d} + Z_{2g}$ , entre les roues arrière et le sol. Réaliser l'application numérique et comparer la valeur obtenue à la somme des efforts normaux s'exerçant sur les roues arrière lorsque la plate-forme est immobile en appui sur ses six roues sur un sol plan, à savoir  $(Z_{2d} + Z_{2g})_{\text{Repos}} = (m_2 + 2m_r)g$  avec  $m_2 = 52 \text{ kg}$  la masse du pôle arrière 2.

L'objectif est dans un second temps de valider l'aptitude des moteurs à suivre la loi de vitesse en lacet exigée. Il est proposé de déterminer l'expression du couple moteur  $C_m$  par une approche énergétique.

**Question 3** Déterminer l'énergie cinétique galiléenne de l'ensemble des solides en mouvement. Le résultat sera mis sous la forme  $\frac{1}{2}J\dot{\varphi}^2$  où  $J$  est à exprimer sous forme littérale en fonction des données du problème.

**Question 4** Mettre en œuvre le théorème de l'énergie cinétique afin de déterminer l'expression du couple moteur. Vous donnerez le résultat sous la forme  $C_m = k_2(J\dot{\varphi} + k_1(T_{2d} + T_{2g}))$  où  $k_1$  et  $k_2$  sont à exprimer sous forme littérale en fonction des données du problème. Vous veillerez à bien faire apparaître les différentes étapes de votre raisonnement et à fournir des expressions littérales.

Pour la question suivante, vous prendrez  $J = 34 \text{ kg m}^2$ ,  $k_1 = 0,65 \text{ m}$  et  $k_2 = 1,3 \times 10^{-2}$  sans unité.

**Question 5** Calculer le couple moteur maximal :  $C_m$  maxi. À partir du graphe de fonctionnement du moteur, conclure quand à l'aptitude de la motorisation à générer le mouvement de lacet désiré.

