

# Application 1

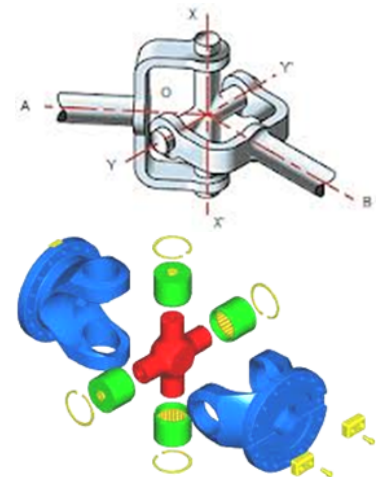
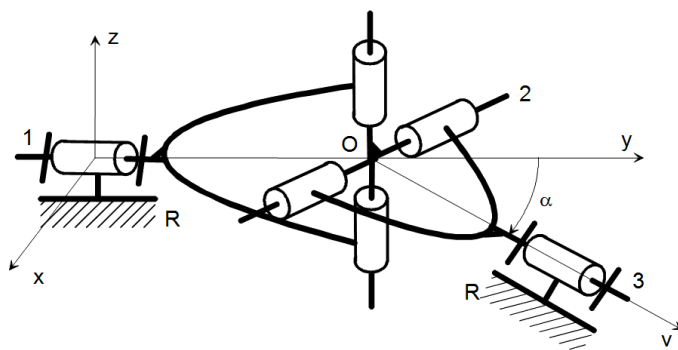
## Joint de cardan – Sujet

### Joint de Cardan

Un joint de Cardan est un accouplement qui permet de transmettre un mouvement de rotation entre deux arbres concourants mais non alignés. L'angle maximum pratiquement utilisé entre les arbres est de 45°. Une application courante est la transmission entre boîte de vitesses et roues-avant d'une voiture.

Les vues ci-contre donnent des images d'un joint de cardan.

La modélisation suivante est proposée.



On appelle :

- $\mathcal{R}$  le repère lié au solide  $R$  considéré comme fixe.  $\mathcal{R} = (O, \vec{x}, \vec{y}, \vec{z})$ ;
- $\mathcal{R}'$  le repère lié au solide  $R$  considéré comme fixe.  $\mathcal{R}' = (O, \vec{u}, \vec{v}, \vec{z})$ . On pose  $\alpha = (\vec{y}, \vec{v})$  (constant);
- $\alpha$  l'"angle de brisure";
- $\mathcal{R}_1$  le repère lié au solide 1.  $\mathcal{R}_1 = (O, \vec{x}_1, \vec{y}, \vec{z}_1)$ . On pose  $\theta_1 = (\vec{x}, \vec{x}_1)$ ;
- $\mathcal{R}_3$  le repère lié au solide 3.  $\mathcal{R}_3 = (O, \vec{x}_3, \vec{v}, \vec{z}_3)$ . On pose  $\theta_3 = (\vec{u}, \vec{x}_3)$ .

**Question 1** Tracer en vue orthogonale, les trois dessins (figures de changement de base) permettant le passage de  $\mathcal{R}$  à  $\mathcal{R}_1$ , de  $\mathcal{R}$  à  $\mathcal{R}'$  et de  $\mathcal{R}'$  à  $\mathcal{R}_3$ .

**Question 2** Exprimer la condition géométrique sur 2 permettant de lier  $\mathcal{R}_1$  à  $\mathcal{R}_3$ .

**Question 3** Développer cette relation et trouver la loi entrée sortie :  $\theta_3 = f(\theta_1, \alpha)$ . Tracer, pour  $\alpha = 45^\circ$ , la courbe représentant l'évolution de la sortie  $\theta_3$  en fonction de l'entrée  $\theta_1$  avec  $\theta_1$  variant de  $-\pi$  à  $+\pi$ .

**Question 4** Dériver cette relation par rapport au temps pour trouver la vitesse de sortie  $\dot{\theta}_3$  en fonction de la vitesse d'entrée  $\dot{\theta}_1$ , de  $\theta_1$  et de  $\alpha$ .

**Question 5** Tracer l'évolution de la vitesse de sortie  $\dot{\theta}_3$  en fonction notamment de l'évolution de l'angle d'entrée  $\theta_1$ . On prendra un angle de brisure de 45° et une vitesse d'entrée constante  $\dot{\theta}_1$  de 1 rad/s.

**Question 6** Conclure sur une des propriétés de ce mécanisme.