TD 1
Véhicule TIM – Corrigé

Florestan Mathurin.

C1-05

C2-08

C2-09

Détermination expérimentale du coefficient de résistance au roulement

Question 1 Écrire le principe fondamental de la statique appliqué au solide **1** réduit au point G en projection sur la base $\left(\overrightarrow{x}, \overrightarrow{y}, \overrightarrow{z}\right)$.

Correction

- On isole le solide 1.
- Le solide est soumis à l'action de pesanteur et à l'action du sol.
- On applique le PFS :
  - TRS : $-T_{01}\overrightarrow{x} + N_{01}\overrightarrow{z} = -mg\overrightarrow{z_0} = -mg\left(\cos\alpha\overrightarrow{z} - \sin\alpha\overrightarrow{x}\right)$;
  - TMS en G en projection sur $\overrightarrow{y}$: $-C_r + RT_{01} = 0$.
- On résout :
  - $-T_{01} + mg\sin\alpha = 0$;
  - $N_{01} - mg\cos\alpha = 0$;
  - $C_r = RT_{01}$.

Question 2 Déterminer l'expression analytique de l'angle α_{lim} à la limite de l'équilibre quand il y a début du roulement du solide 1 sur le plan 0.

Correction

À la limite du roulement, on a $C_r = rN_{01} \Leftrightarrow RT_{01} = rN_{01} \Leftrightarrow Rmg\sin\alpha_{\text{lim}} = rmg\cos\alpha_{\text{lim}}$ et $\tan\alpha_{\text{lim}} = \dfrac{r}{R}$.

Pour une masse du solide 1 $m = 50\,\text{kg}$ et pour un rayon $R = 0{,}25\,\text{m}$ le roulement se produit à partir d'un angle α_{lim} tel que $\tan\alpha_{\text{lim}} = 0,008$.

Question 3 Déterminer le coefficient de résistance au roulement r.

Correction

$r = 0{,}002\,\text{m}$.

Question 4 Au début du roulement, montrer qu'il ne peut pas y avoir glissement en A_1 si le coefficient de frottement au contact vaut $f = 0,5$.

Correction

À la limite du glissement, on a $T_{01} = fN_{01}$ et $\dfrac{T_{01}}{N_{01}} = \tan\alpha$. Pour $\tan\alpha_{\text{lim}} < f$ il y a donc roulement sans glissement.

Modélisation du véhicule

Question 5 Écrire les équations scalaires découlant des conditions de Roulement Sans Glissement (RSG) aux point A_{23} et A_4.

Correction

En A_{23}, on a : $\overrightarrow{V(A_{23},23/0)} = \overrightarrow{0}$. On a alors $\overrightarrow{V(A_{23},23/0)} = \overrightarrow{V(A_{23},23/1)} + \overrightarrow{V(A_{23},1/0)}$ et $\overrightarrow{0} = \overrightarrow{V(O_{23},23/1)} + \overrightarrow{A_{23}O_{23}} \wedge \overrightarrow{\Omega(23/1)} + \overrightarrow{V(A_{23},1/0)} \Leftrightarrow \overrightarrow{0} = \overrightarrow{0} + R\overrightarrow{z} \wedge \dot{\theta}_{23}\overrightarrow{y} + \dot{x}\overrightarrow{x}$
$\Rightarrow 0 = -R\dot{\theta}_{23} + \dot{x}$.
De même en A_4, $0 = -R\dot{\theta}_4 + \dot{x}$.

Question 6 En isolant l'ensemble $E = 1+2+3+4$, écrire le théorème de la résultante dynamique en projection sur $\overrightarrow{x}$ et $\overrightarrow{z}$.

Correction

- On isole E.
- BAME :
  - Pesanteur : $\{\mathcal{T}(\text{Pes} \rightarrow E)\} = \left\{ \begin{array}{c} -(M+3m)\,g\overrightarrow{z_0} \\ \overrightarrow{0} \end{array} \right\}_{G_E} = \left\{ \begin{array}{c} -(M+3m)\,g\left(\cos\alpha\overrightarrow{z} - \sin\alpha\overrightarrow{x}\right) \\ \overrightarrow{0} \end{array} \right\}_{G_E}$.
  - Résistance au roulement : $\{\mathcal{T}(T \rightarrow 0)\}_i = \left\{ \begin{array}{c} -T_{0i}\overrightarrow{x} + N_{0i}\overrightarrow{z} \\ -C_r\overrightarrow{y} \end{array} \right\}_{A_i}$.
  - Traînée : $\{\mathcal{T}(\text{Trainee} \rightarrow E)\} = \left\{ \begin{array}{c} -\dfrac{1}{2}\rho S C_x \dot{x}^2\overrightarrow{x} \\ \overrightarrow{0} \end{array} \right\}_{O_{23}}$.
- La résultante dynamique est donnée par $(M+3m)\overrightarrow{\Gamma(G,E/0)} = (M+3m)\,\ddot{x}\overrightarrow{x}$.
- On applique le théorème de la résultante dynamique en projection sur $\overrightarrow{x}$ et $\overrightarrow{z}$:
  - $(M+3m)\,g\sin\alpha - \dfrac{1}{2}\rho S C_x \dot{x}^2 - T_{04} - T_{023} = (M+3m)\,\ddot{x}$
  - $-(M+3m)\,g\cos\alpha + N_{04} + N_{023} = 0$

Question 7 Pour chacune des roues 23 et 4, écrire les 2 équations scalaires correspondant au théorème du moment dynamique respectivement en O_{23} et O_4 en projection sur $\overrightarrow{y}$.

Correction

- On isole 23.
- BAME :
  - 23 est soumis à la pesanteur ;
  - action de la pivot sans frottement avec le solide 1 ;
  - résistance au roulement : $\{\mathcal{T}(T \rightarrow 0)\}_{23} = \left\{ \begin{array}{c} -T_{023}\overrightarrow{x} + N_{023}\overrightarrow{z} \\ -N_{023}r\overrightarrow{y} \end{array} \right\}_{A_{23}} = \left\{ \begin{array}{c} -T_{023}\overrightarrow{x} + N_{023}\overrightarrow{z} \\ (-rN_{023} + RT_{023})\overrightarrow{y} \end{array} \right\}_{O_{23}}$.
- Le moment dynamique de O_{23} centre d'inertie des roues en projection sur $\overrightarrow{y_0}$ s'écrit $\overrightarrow{\delta(O_{23},23/0)}\overrightarrow{y_0} = 2I\ddot{\theta}_{23}$.
- TMD en O_{23} en projection sur $\overrightarrow{y_0}$ s'écrit donc $-rN_{023} + RT_{023} = 2I\ddot{\theta}_{23}$.

De même pour la roue 4 en ajoutant la sollicitation du couple moteur : $-rN_{04} + RT_{04} + C_m = I\ddot{\theta}_4$.

Question 8 Montrer à partir des équations scalaires obtenues précédemment que le couple moteur C_m vaut : $C_m = (M+3m)\,g\cos\alpha r + \left[\dfrac{3I}{R} + R(M+3m)\right]\ddot{x} - R(M+3m)\,g\sin\alpha +$

$\frac{1}{2}R\rho S C_x \dot{x}^2$.

Correction

On a : $C_m = I\ddot{\theta}_4 + rN_{04} - RT_{04} = \frac{I}{R}\ddot{x} + rN_{04} - RT_{04} = \frac{I}{R}\ddot{x} - rN_{023} + r(M+3m)g\cos\alpha - RT_{04}$ $= \frac{I}{R}\ddot{x} - RT_{023} + 2I\ddot{\theta}_{23} + r(M+3m)g\cos\alpha - RT_{04} = \frac{I}{R}\ddot{x} + \frac{2I}{R}\ddot{x} + r(M+3m)g\cos\alpha - R\left((M+3m)g\sin\alpha - \frac{1}{2}\rho S C_x \dot{x}^2 - (M+3m)\ddot{x}\right)$.

$C_m = r(M+3m)g\cos\alpha + \left(\frac{3I}{R} + R(M+3m)\right)\ddot{x} + \left(-R(M+3m)g\sin\alpha + R\frac{1}{2}\rho S C_x \dot{x}^2\right)$.

CQFD.

Question 9 Identifier dans l'expression de C_m les différentes actions qui ont tendance à affecter l'avancement du véhicule.

Correction

$$C_m = \underbrace{(M+3m)gr\cos\alpha}_{\text{Résistance au roulement}} - \underbrace{(M+3m)gR\sin\alpha}_{\text{Couple pour monter la pente}} + \underbrace{\left(\frac{3I}{R} + R(M+3m)\right)\ddot{x}}_{\text{Couple pour vaincre les effets d'inertie}} + \underbrace{R\frac{1}{2}\rho S C_x \dot{x}^2}_{\text{Couple pour vaincre la trainée}}$$

.

Question 10 Déterminer l'expression du couple moteur C_m quand le véhicule a une vitesse constante V sur une piste horizontale.

Correction

À vitesse constante sur du plat, on a :

$$C_m = \underbrace{(M+3m)gr}_{\text{Résistance au roulement}} + \underbrace{R\frac{1}{2}\rho S C_x \dot{x}^2}_{\text{Couple pour vaincre la trainée}}$$

.

Question 11 Déterminer dans les conditions d'essais le produit $\frac{1}{2}\rho S C_x$ caractérisant les effets aérodynamiques sur le véhicule. On précisera les unités.

Correction

La vitesse constante atteinte sur les graphes est de $17\,\mathrm{m\,s^{-1}}$. Par ailleurs $\frac{1}{2}\rho S C_x = \frac{C_m - (M+3m)gr}{R\dot{x}^2} = \frac{3,245 - (70+3\cdot 1)\cdot 10 \cdot 0,002}{0,25\cdot 17^2} = 0{,}025\,\mathrm{kg\,m^{-1}}$.

Question 12 Évaluer la pente maximum que peut monter ce véhicule à vitesse stabilisée de $5\,\mathrm{km\,h^{-1}}$ (on négligera le couple de résistance au roulement).

Correction