

# Application 0

## Chargement et déchargement des cargos porte-conteneurs – Sujet

Centrale Supélec PSI 2013.

### Modélisation dynamique du comportement de la charge

#### Objectif

Déterminer les équations du mouvement du conteneur de façon à en obtenir un modèle simple pour la synthèse de la commande.



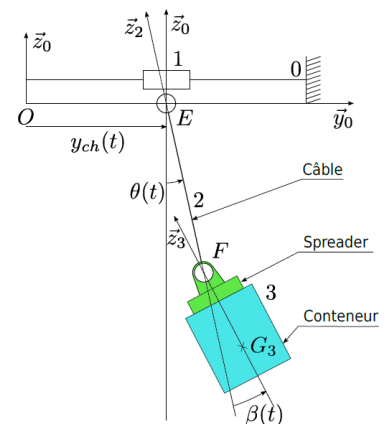
En vue d'élaborer une commande automatisée du déchargement des conteneurs, une bonne compréhension de la dynamique du système est nécessaire. Cette partie vise à établir les équations du mouvement du conteneur. La charge peut alors balancer selon le modèle présenté ci-après. Dans cette étude, la vitesse de vent nulle. On fait l'hypothèse que le conteneur est suspendu à un seul câble indéformable, en liaison pivot à ses extrémités. Les liaisons entre les solides 0, 1, 2 et 3 sont supposées parfaites. Le portique support du chariot est noté 0, le chariot 1, le câble 2 et l'ensemble {spreader + conteneur} 3.

#### Paramétrage

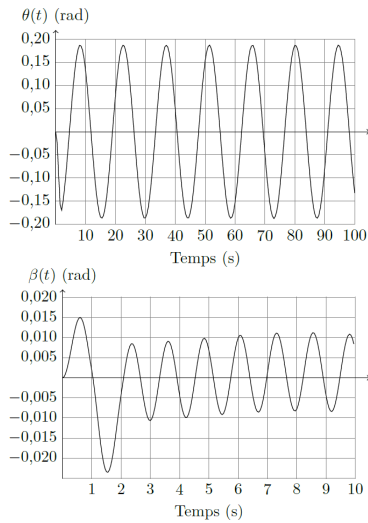
- Le repère  $\mathcal{R}_0 = (O_0; \vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$  est lié au portique fixe ; il est supposé galiléen avec  $\vec{z}_0$  l'axe vertical ascendant.
- La position du chariot telle que  $\vec{OE} = y_{ch}(t)\vec{y}_0$  est notée  $y_{ch}(t)$  ; l'angle  $(\vec{z}_0, \vec{z}_2)$  d'inclinaison du câble  $\theta(t)$  et l'angle  $(\vec{z}_2, \vec{z}_3)$  d'inclinaison du conteneur par rapport au câble  $\beta(t)$ .

#### Données

- $\mathcal{R}_1 = (E; \vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$  repère lié au chariot de levage 1.
- $\mathcal{R}_2 = (E; \vec{x}_0, \vec{y}_2, \vec{z}_2)$  repère lié au câble 2 ;  $\ell_2 = 50$  m la longueur  $EF$  du câble ; la masse est négligée.
- $\mathcal{R}_3 = (F; \vec{x}_0, \vec{y}_3, \vec{z}_3)$  repère lié à l'ensemble {spreader + conteneur} ;  $m_3 = 50$  tonnes la masse du solide 3 ;  $G_3$  le centre de gravité du solide 3, tel que  $\vec{G_3F} = h_3\vec{z}_3$  où  $h_3 = 2,5$  m ; la matrice d'inertie du solide 3 s'écrit  $I_3(G_3) = \begin{pmatrix} A_3 & 0 & 0 \\ 0 & B_3 & 0 \\ 0 & 0 & C_3 \end{pmatrix}_{(\vec{x}_0, \vec{y}_3, \vec{z}_3)}$  où  $\begin{cases} A_3 = 52 \times 10^3 \text{ kg m}^2 \\ B_3 = 600 \times 10^3 \text{ kg m}^2 \\ C_3 = 600 \times 10^3 \text{ kg m}^2 \end{cases}$ .
- la motorisation  $M_D$  du mouvement de direction exerce, par l'intermédiaire de câbles, des actions mécaniques sur (1) qui se réduisent à un glisseur de la forme  $R(M_D \rightarrow 1) = F\vec{y}_0$  ;
- l'action mécanique du câble sur le spreader est notée  $\vec{R}(2 \rightarrow 3) = F_{23}\vec{z}_2$ .



**Question 1** Après avoir réalisé le graphe de structure, déterminer le nombre de degrés de liberté et le nombre d'actionneurs du modèle proposé figure précédente. En déduire le nombre de degrés de liberté non motorisés. Expliquer pourquoi il est difficile de poser le conteneur sur un camion avec précision ?



**Question 2** Déterminer littéralement, au point  $G_3$ , la vitesse  $\overrightarrow{V}(G_3, 3/0)$  puis le torseur dynamique  $\{\mathcal{D}(3/0)\}$  de l'ensemble {conteneur + spreader} (3) dans son mouvement par rapport au repère galiléen  $\mathcal{R}_0$ .

**Question 3** En précisant l'isolement et le bilan des actions mécaniques extérieures, déterminer l'équation différentielle de résultante reliant les paramètres  $\theta(t)$ ,  $\beta(t)$  et  $y_{ch}(t)$ , sans inconnue de liaison et sans l'action du moteur.

**Question 4** En précisant l'isolement et le bilan des actions mécaniques extérieures, déterminer les équations différentielles reliant les paramètres  $\theta(t)$ ,  $\beta(t)$  et  $y_{ch}(t)$  et sans inconnue de liaison. La méthode sera clairement séparée des calculs.

**Question 5** En supposant que  $\theta$ ,  $\beta$ ,  $\dot{\theta}$  et  $\dot{\beta}$  sont petits, linéariser les équations précédentes.

Les courbes temporelles ont été obtenues par simulation, à partir des équations précédentes, pour un échelon en  $y_{ch}(t)$  de 10 m.

**Question 6** Proposer une simplification de la modélisation précédente.