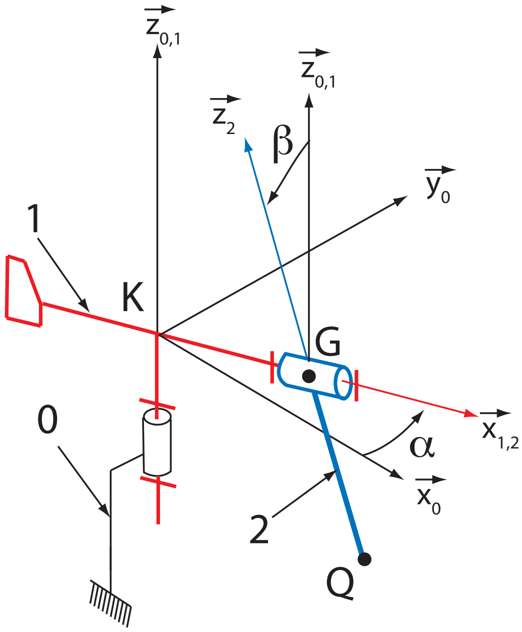
Application 1
Éolienne bipale – Sujet

Émilien Durif.

On s'intéresse au cours de cet exercice à une éolienne bipale telle que représentée sur la figure ci-dessous.



Ce mécanisme est composé de trois ensembles en mouvement relatif que l'on décrit à l'aide de 4 solides.On cherche à dimensionner l'actionneur permettant l'orientation de l'éolienne lorsque les effets dynamiques d'un défaut de balourd sont prépondérants. On suppose donc que seule l'action mécanique due au moteur agissant entre 0 et 1 crée un couple C_m selon la direction $\overrightarrow{z_0}$.

L'éolienne est composée de :

- un support **0**, auquel on associe un repère $R_0 = \left(K; \overrightarrow{x_0}, \overrightarrow{y_0}, \overrightarrow{z_0}\right)$;
- une girouette **1** (de centre d'inertie K) en liaison pivot d'axe $\left(K, \overrightarrow{z_{0,1}}\right)$ avec le support **0**. On lui associe un repère $R_1 = \left(K; \overrightarrow{x_1}, \overrightarrow{y_1}, \overrightarrow{z_{0,1}}\right)$ et on pose $\alpha = \left(\overrightarrow{x_0}, \overrightarrow{x_1}\right)$. On note J son moment d'inertie par rapport à l'axe $\left(K, \overrightarrow{z_1}\right)$: $J = I_{\left(K,\overrightarrow{z_1}\right)}(1)$;
- une hélice **2**, en liaison pivot d'axe $\left(K, \overrightarrow{x_{1,2}}\right)$ avec **1**. On lui associe un repère $R_2 = \left(K; \overrightarrow{x_{1,2}}, \overrightarrow{y_2}, \overrightarrow{z_2}\right)$ choisi tel que $\overrightarrow{x_2} = \overrightarrow{x_1}$ et on pose $\beta = \left(\overrightarrow{y_1}, \overrightarrow{y_2}\right)$. On note M sa masse, G son centre d'inertie situé sur l'axe de rotation et on pose $\overrightarrow{KG} = a\,\overrightarrow{x_1}$. On donne la matrice de l'opérateur d'inertie au point G :

$$\overline{\overline{I}}_G(2) = \begin{pmatrix} A & 0 & 0 \\ 0 & B & 0 \\ 0 & 0 & C \end{pmatrix}_{\left(\overrightarrow{x_2},\overrightarrow{y_2},\overrightarrow{z_2}\right)}.$$

- on modélise enfin un déséquilibre possible de l'hélice en rotation par un balourd **3** assimilé à une masse ponctuelle m au point Q. On pose $\overrightarrow{GQ} = -b\overrightarrow{z_2}$.

Question 1 Tracer le graphe de structure de l'éolienne.

Question 2 Déterminer le théorème à utiliser pour relier C_m aux paramètres dynamiques du problème.

Question 3 Déterminer la composante suivant $\overrightarrow{z_0}$ du moment cinétique au point K de la girouette **1** dans son mouvement par rapport au support **1**, notée $\overrightarrow{\sigma\left(K,1/0\right)}\cdot\overrightarrow{z_0}$.

Question 4 Déterminer le moment cinétique $\overrightarrow{\sigma\left(K,2/0\right)}$ calculé au point K de l'hélice **2** dans son mouvement par rapport à **0**.

Question 5 Déterminer le moment cinétique $\overrightarrow{\sigma\left(K,3/0\right)}$

Question 6 Déterminer la composante suivant $\overrightarrow{z_0}$ du moment dynamique au point K de la girouette 1 dans son mouvement par rapport au support **0**, notée $\overrightarrow{z_0}\cdot\overrightarrow{\delta\left(K,1/0\right)}$.

Question 7 Déterminer la composante suivant $\overrightarrow{z_0}$ du moment dynamique $\overrightarrow{z_0}\cdot\overrightarrow{\delta\left(K,2/0\right)}$.

Question 8 Déterminer la projection du moment dynamique de 3/0 selon $\overrightarrow{z_0}$: $\overrightarrow{z_0}\cdot\overrightarrow{\delta\left(K,3/0\right)}$.

Question 9 Dans le cas d'une vitesse de rotation de l'hélice **2** ($\dot\beta$) constante et dans le cas où l'angle α est constant (pas de changement d'orientation de l'éolienne) déterminer l'expression du couple C_m que devrait fournir un moteur placé dans le mat (entre **0** et **1**) pour « contrer » les effets dynamiques du balourd.

Éléments de correction

1.
2. $C_m = \left(\overrightarrow{\delta\left(K,1/R_0\right)}+\overrightarrow{\delta\left(K,2/R_0\right)}+\overrightarrow{\delta\left(K,3/R_0\right)}\right)\cdot\overrightarrow{z_0}$
3. $\overrightarrow{\sigma\left(K,1/0\right)}\cdot\overrightarrow{z_0} = J\dot\alpha$
4. $\overrightarrow{\sigma\left(K,2/0\right)} : \overrightarrow{\sigma\left(K,2/0\right)} = \begin{pmatrix} A\cdot\dot\beta \\ B\cdot\dot\alpha\sin\beta + M\cdot a^2\dot\alpha\sin\beta \\ C\cdot\dot\alpha\cos\beta + M\cdot a^2\dot\alpha\cos\beta \end{pmatrix}_{\left(\overrightarrow{x_2},\overrightarrow{y_2},\overrightarrow{z_2}\right)}$
5. $\overrightarrow{\sigma\left(K,3/0\right)} = m\left[ab\dot\beta\overrightarrow{z_2} + a^2\dot\alpha\overrightarrow{z_1} + b^2\dot\beta\overrightarrow{x}_2 + ba\dot\alpha\cos\beta\cdot\overrightarrow{x_1} + b^2\dot\alpha\sin\beta\overrightarrow{y_2}\right]$
6. $\overrightarrow{z_0}\cdot\overrightarrow{\delta\left(K,1/0\right)} = J\ddot\alpha$.
7. $\overrightarrow{z_0}\cdot\overrightarrow{\delta\left(K,2/0\right)} = \ddot\alpha\left[B\sin^2\beta + C\cos^2\beta + Ma^2\right] + 2\dot\alpha\dot\beta\cos\beta\sin\beta\left[B-C\right]$.
8. $\overrightarrow{z_0}\cdot\overrightarrow{\delta\left(K,2/0\right)} = m\left[ab\left(\ddot\beta\cos\beta-\dot\beta^2\sin\beta\right)+a^2\ddot\alpha+b^2\left(\ddot\alpha\sin^2\beta+2\dot\alpha\dot\beta\sin\beta\cos\beta\right)\right]$
9. $C_m = -mab\dot\beta^2\sin\beta$