

TD 1

Véhicule TIM – Corrigé

Florestan Mathurin.

C1-05

C2-08

C2-09



Détermination expérimentale du coefficient de résistance au roulement

Question 1 Écrire le principe fondamental de la statique appliqué au solide 1 réduit au point G en projection sur la base $(\vec{x}, \vec{y}, \vec{z})$.

Correction

- ▶ On isole le solide 1.
- ▶ Le solide est soumis à l'action de pesanteur et à l'action du sol.
- ▶ On applique le PFS :
 - TRS : $-T_{01}\vec{x} + N_{01}\vec{z} = -mg\vec{z}_0 = -mg(\cos\alpha\vec{z} - \sin\alpha\vec{x})$;
 - TMS en G en projection sur \vec{y} : $-C_r + RT_{01} = 0$.
- ▶ On résout :
 - $-T_{01} + mg\sin\alpha = 0$;
 - $N_{01} - mg\cos\alpha = 0$;
 - $C_r = RT_{01}$.

Question 2 Déterminer l'expression analytique de l'angle α_{lim} à la limite de l'équilibre quand il y a début du roulement du solide 1 sur le plan 0.

Correction

À la limite du roulement, on a $C_r = rN_{01} \Leftrightarrow RT_{01} = rN_{01} \Leftrightarrow Rmg\sin\alpha_{\text{lim}} = rmg\cos\alpha_{\text{lim}}$ et $\tan\alpha_{\text{lim}} = \frac{r}{R}$.

Pour une masse du solide 1 $m = 50 \text{ kg}$ et pour un rayon $R = 0,25 \text{ m}$ le roulement se produit à partir d'un angle α_{lim} tel que $\tan\alpha_{\text{lim}} = 0,008$.

Question 3 Déterminer le coefficient de résistance au roulement r .

Correction

$r = 0,002 \text{ m}$.

Question 4 Au début du roulement, montrer qu'il ne peut pas y avoir glissement en A_1 si le coefficient de frottement au contact vaut $f = 0,5$.

Correction

À la limite du glissement, on a $T_{01} = fN_{01}$ et $\frac{T_{01}}{N_{01}} = \tan\alpha$. Pour $\tan\alpha_{\text{lim}} < f$ il y a donc roulement sans glissement.

Modélisation du véhicule

Question 5 Écrire les équations scalaires découlant des conditions de Roulement Sans Glissement (RSG) aux points A_{23} et A_4 .

Correction

En A_{23} , on a : $\overrightarrow{V(A_{23}, 23/0)} = \vec{0}$. On a alors $\overrightarrow{V(A_{23}, 23/0)} = \overrightarrow{V(A_{23}, 23/1)} + \overrightarrow{V(A_{23}, 1/0)}$ et $\vec{0} = \overrightarrow{V(O_{23}, 23/1)} + \overrightarrow{A_{23}O_{23}} \wedge \overrightarrow{\Omega(23/1)} + \overrightarrow{V(A_{23}, 1/0)} \Leftrightarrow \vec{0} = \vec{0} + R\vec{z} \wedge \dot{\theta}_{23}\vec{y} + \dot{x}\vec{x}$
 $\Rightarrow 0 = -R\dot{\theta}_{23} + \dot{x}$.
 De même en A_4 , $0 = -R\dot{\theta}_4 + \dot{x}$.

Question 6 En isolant l'ensemble $E = 1 + 2 + 3 + 4$, écrire le théorème de la résultante dynamique en projection sur \vec{x} et \vec{z} .

Correction

- On isole E .
- BAME :

$$\begin{aligned} \bullet \text{ Pesanteur : } \{\mathcal{T}(\text{Pes} \rightarrow E)\} &= \left\{ \begin{matrix} -(M+3m)g\vec{z}_0 \\ \vec{0} \end{matrix} \right\}_{G_E} = \\ &\left\{ \begin{matrix} -(M+3m)g(\cos\alpha\vec{z} - \sin\alpha\vec{x}) \\ \vec{0} \end{matrix} \right\}_{G_E} \\ \bullet \text{ Résistance au roulement : } \{\mathcal{T}(T \rightarrow 0)\}_i &= \left\{ \begin{matrix} -T_{0i}\vec{x} + N_{0i}\vec{z} \\ -C_r\vec{y} \end{matrix} \right\}_{A_i} \\ \bullet \text{ Traînée : } \{\mathcal{T}(\text{Trainee} \rightarrow E)\} &= \left\{ \begin{matrix} -\frac{1}{2}\rho S C_x \dot{x}^2 \vec{x} \\ \vec{0} \end{matrix} \right\}_{O_{23}} \end{aligned}$$

- La résultante dynamique est donnée par $(M+3m)\overrightarrow{\Gamma(G, E/0)} = (M+3m)\dot{x}\vec{x}$.
- On applique le théorème de la résultante dynamique en projection sur \vec{x} et \vec{z} :

$$\begin{aligned} \bullet (M+3m)g\sin\alpha - \frac{1}{2}\rho S C_x \dot{x}^2 - T_{04} - T_{023} &= (M+3m)\ddot{x} \\ \bullet -(M+3m)g\cos\alpha + N_{04} + N_{023} &= 0 \end{aligned}$$

Question 7 Pour chacune des roues 23 et 4, écrire les 2 équations scalaires correspondant au théorème du moment dynamique respectivement en O_{23} et O_4 en projection sur \vec{y} .

Correction

- On isole 23.
- BAME :

$$\begin{aligned} \bullet 23 \text{ est soumis à la pesanteur;} \\ \bullet \text{ action de la pivot sans frottement avec le solide 1;} \\ \bullet \text{ résistance au roulement : } \{\mathcal{T}(T \rightarrow 0)\}_{23} &= \left\{ \begin{matrix} -T_{023}\vec{x} + N_{023}\vec{z} \\ -N_{023}r\vec{y} \end{matrix} \right\}_{A_{23}} = \\ &\left\{ \begin{matrix} -T_{023}\vec{x} + N_{023}\vec{z} \\ (-rN_{023} + RT_{023})\vec{y} \end{matrix} \right\}_{O_{23}} \end{aligned}$$

- Le moment dynamique de O_{23} centre d'inertie des roues en projection sur \vec{y}_0 s'écrit $\delta(O_{23}, 23/0)\vec{y}_0 = 2I\ddot{\theta}_{23}$.

- TMD en O_{23} en projection sur \vec{y}_0 s'écrit donc $-rN_{023} + RT_{023} = 2I\ddot{\theta}_{23}$.

De même pour la roue 4 en ajoutant la sollicitation du couple moteur : $-rN_{04} + RT_{04} + C_m = I\ddot{\theta}_4$.

Question 8 Montrer à partir des équations scalaires obtenues précédemment que le couple moteur C_m vaut : $C_m = (M+3m)g\cos\alpha r + \left[\frac{3I}{R} + R(M+3m)\right]\ddot{x} - R(M+3m)g\sin\alpha +$

$$\frac{1}{2}R\rho SC_x \dot{x}^2.$$

Correction

$$\begin{aligned} \text{On a : } C_m &= I\ddot{\theta}_4 + rN_{04} - RT_{04} = \frac{I}{R}\ddot{x} + rN_{04} - RT_{04} = \frac{I}{R}\ddot{x} - rN_{023} + r(M+3m)g \cos \alpha - RT_{04} \\ &= \frac{I}{R}\ddot{x} - RT_{023} + 2I\ddot{\theta}_{23} + r(M+3m)g \cos \alpha - RT_{04} = \frac{I}{R}\ddot{x} + \frac{2I}{R}\ddot{x} + r(M+3m)g \cos \alpha - \\ &R \left((M+3m)g \sin \alpha - \frac{1}{2}\rho SC_x \dot{x}^2 - (M+3m)\ddot{x} \right). \\ C_m &= r(M+3m)g \cos \alpha + \left(\frac{3I}{R} + R(M+3m) \right) \ddot{x} + \left(-R(M+3m)g \sin \alpha + R\frac{1}{2}\rho SC_x \dot{x}^2 \right). \end{aligned}$$

CQFD.

Question 9 Identifier dans l'expression de C_m les différentes actions qui ont tendance à affecter l'avancement du véhicule.

Correction

$$C_m = \underbrace{(M+3m)gr \cos \alpha}_{\text{Résistance au roulement}} - \underbrace{(M+3m)gR \sin \alpha}_{\text{Couple pour monter la pente}} + \underbrace{\left(\frac{3I}{R} + R(M+3m) \right) \ddot{x}}_{\text{Couple pour vaincre les effets d'inertie}} + \underbrace{R\frac{1}{2}\rho SC_x \dot{x}^2}_{\text{Couple pour vaincre la trainée}}.$$

Question 10 Déterminer l'expression du couple moteur C_m quand le véhicule a une vitesse constante V sur une piste horizontale.

Correction

À vitesse constante sur du plat, on a :

$$C_m = \underbrace{(M+3m)gr}_{\text{Résistance au roulement}} + \underbrace{R\frac{1}{2}\rho SC_x \dot{x}^2}_{\text{Couple pour vaincre la trainée}}.$$

Question 11 Déterminer dans les conditions d'essais le produit $\frac{1}{2}\rho SC_x$ caractérisant les effets aérodynamiques sur le véhicule. On précisera les unités.

Correction

La vitesse constante atteinte sur les graphes est de 17 m s^{-1} . Par ailleurs $\frac{1}{2}\rho SC_x = \frac{C_m - (M+3m)gr}{R\dot{x}^2} = \frac{3,245 - (70+3 \cdot 1) \cdot 10 \cdot 0,002}{0,25 \cdot 17^2} = 0,025 \text{ kg m}^{-1}$.

Question 12 Évaluer la pente maximum que peut monter ce véhicule à vitesse stabilisée de 5 km h^{-1} (on négligera le couple de résistance au roulement).

Correction