

Application 1

Roulement à billes – Corrigé

Question 1 Réaliser les figures planes correspondant au paramétrage du système.

Ressources de Renan Bonnard.

Question 2 Déterminer $\overrightarrow{\Omega(1/0)}$, $\overrightarrow{V(O, 1/0)}$ et $\overrightarrow{V(I, 1/0)}$.

Correction

$$\{\mathcal{V}(1/0)\} = \left\{ \begin{array}{l} \overrightarrow{\Omega(1/0)} = \dot{\theta}_1 \vec{z}_0 \\ \overrightarrow{V(O, 1/0)} = \vec{0} \end{array} \right\}_O = \left\{ \begin{array}{l} \overrightarrow{\Omega(1/0)} = \dot{\theta}_1 \vec{z}_0 \\ \overrightarrow{V(I, 1/0)} = r_1 \omega_1 \vec{j} \end{array} \right\}_I$$

Question 3 Déterminer $\overrightarrow{\Omega(2/0)}$, $\overrightarrow{V(O, 2/0)}$ et $\overrightarrow{V(J, 2/0)}$.

Correction

$$\{\mathcal{V}(1/0)\} = \left\{ \begin{array}{l} \overrightarrow{\Omega(2/0)} = \dot{\theta}_2 \vec{z}_0 \\ \overrightarrow{V(O, 2/0)} = \vec{0} \end{array} \right\}_O = \left\{ \begin{array}{l} \overrightarrow{\Omega(2/0)} = \dot{\theta}_2 \vec{z}_0 \\ \overrightarrow{V(J, 2/0)} = r_1 \omega_2 \vec{j} \end{array} \right\}_J$$

Question 4 Exprimer les conditions de roulement sans glissement en I et J. Établir les expression des vecteurs $\overrightarrow{V(I, 3/0)}$ et $\overrightarrow{V(J, 3/0)}$.

Correction

$$\begin{aligned} \overrightarrow{V(I, 3/1)} &= \vec{0} \\ \overrightarrow{V(I, 3/0)} &= \overrightarrow{V(I, 3/1)} + \overrightarrow{V(I, 1/0)} \Rightarrow \overrightarrow{V(I, 3/0)} = \overrightarrow{V(I, 1/0)} = r_1 \omega_1 \vec{j} \\ \overrightarrow{V(J, 3/2)} &= \vec{0} \\ \overrightarrow{V(J, 3/0)} &= \overrightarrow{V(J, 3/2)} + \overrightarrow{V(J, 2/0)} \Rightarrow \overrightarrow{V(J, 3/0)} = \overrightarrow{V(J, 2/0)} = r_2 \omega_2 \vec{j} \end{aligned}$$

Question 5 En déduire l'expression de ω_3 en fonction de r_1 , r_2 , ω_1 , ω_2 .

Correction

$$\begin{aligned} \overrightarrow{V(I, 3/0)} &= \overrightarrow{V(J, 3/0)} + \vec{IJ} \wedge \overrightarrow{\Omega(3/0)} \\ \omega_3 &= \frac{r_2 \omega_2 - r_1 \omega_1}{r_2 - r_1} \end{aligned}$$

Question 6 Déterminer $\overrightarrow{V(G, 3/0)}$ en fonction de r_1 , r_2 , ω_1 , ω_2 .

Correction

$$\overrightarrow{V(G, 3/0)} = \overrightarrow{V(I, 3/0)} + \vec{GI} \wedge \overrightarrow{\Omega(3/0)} = \frac{r_2 \omega_2 + r_1 \omega_1}{2} \vec{j}$$

Question 7 Déterminer l'expression de la vitesse de glissement de la bille 3 par rapport à la cage 4 au point C en fonction de r_1 , r_2 , ω_1 , ω_2 .

Correction

On cherche à calculer $\overrightarrow{V(C, 3/4)}$:

$$\overrightarrow{V(C, 3/4)} = \overrightarrow{V(G, 3/4)} + \overrightarrow{CG} \wedge \overrightarrow{\Omega(3/4)}$$

Calcul de \overrightarrow{CG} :

$$\overrightarrow{CG} = -\frac{1}{2}(r_2 - r_1) \vec{j}$$

Calcul de $\overrightarrow{\Omega(3/4)}$:

$$\overrightarrow{\Omega(3/4)} = \overrightarrow{\Omega(3/0)} - \overrightarrow{\Omega(4/0)}$$

Calcul de ω_4 :

$$\overrightarrow{V(G, 3/4)} = \overrightarrow{V(G, 3/0)} - \overrightarrow{V(G, 4/0)} = \vec{0}$$

Calcul de $\overrightarrow{V(G, 4/0)}$:

$$\overrightarrow{V(G, 4/0)} = \overrightarrow{V(O, 4/0)} + \overrightarrow{GO} \wedge \overrightarrow{\Omega(4/0)} = \frac{r_2 + r_1}{2} \omega_4 \vec{j}$$

Au final calcul de ω_4 :

$$\omega_4 = \frac{r_2 \omega_2 + r_1 \omega_1}{r_1 + r_2}$$

Calcul de $\overrightarrow{\Omega(3/4)}$:

$$\overrightarrow{\Omega(3/4)} = \overrightarrow{\Omega(3/0)} - \overrightarrow{\Omega(4/0)} = \left(\frac{r_2 \omega_2 - r_1 \omega_1}{r_2 - r_1} - \frac{r_2 \omega_2 + r_1 \omega_1}{r_2 + r_1} \right) \vec{z}_0$$

Au final en faisant le calcul on obtient :

$$\overrightarrow{V(C, 3/4)} = \frac{r_2 r_1 (\omega_1 - \omega_2)}{r_1 + r_2} \vec{i}$$