

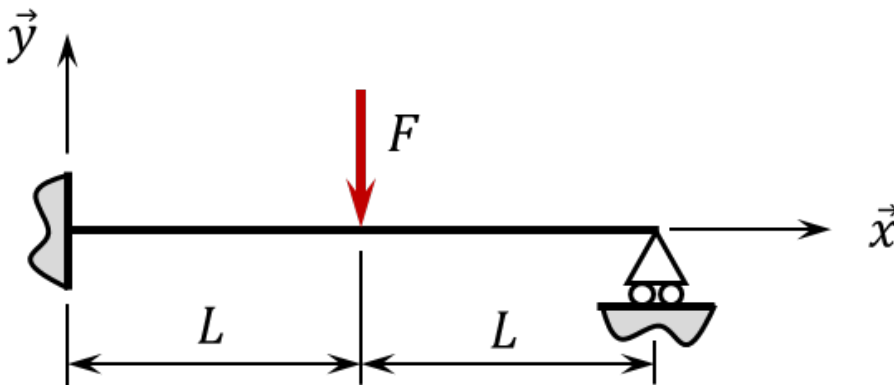
## Poutre encastrée ★



D'après documents Emmanuel PINAULT-BIGEARD.

Pas de corrigé pour cet exercice.

On donne la poutre suivante.



Données :

- ▶  $\vec{F} = -F\vec{y} = -2000\vec{y}$ ;
- ▶ Poutre IPE 80;
- ▶  $I_{G_z} = 801\,400\text{ mm}^4$ ;
- ▶  $E = 200\,000\text{ MPa}$ ;
- ▶  $G = 80\,000\text{ MPa}$ ;
- ▶  $L = 1\text{ m}$ .

**Question 1** Déterminer l'inconnue hyperstatique.

**Question 2** Donner la valeur de la flèche au point d'application de l'effort.

**Question 1** Déterminer l'inconnue hyperstatatique par la méthode de superposition.

On divise en 2 problèmes :

**Sans l'appui et avec la force  $F$**

- Pour  $x \in [0, L]$  :  $v_1(0) = 0$  et  $v_1'(0) = 0$

Or :  $Mf_z = -F(L-x) \Rightarrow$

$$\begin{cases} v_1''(x) = -\frac{F}{EI_{G_z}}(L-x) \\ v_1'(x) = -\frac{F}{2EI_{G_z}}x(2L-x) \\ v_1(x) = -\frac{F}{6EI_{G_z}}x^2(3L-x) \end{cases}$$

- Pour  $x \in [L, 2L]$  : par continuité, on a :  $\begin{cases} v_2'(L) = v_1'(L) = -\frac{FL^2}{2EI_{G_z}} \\ v_2(L) = v_1(L) = -\frac{FL^3}{3EI_{G_z}} \end{cases}$

Or :  $Mf_z = 0 \Rightarrow$

$$\begin{cases} v_2''(x) = 0 \\ v_2'(x) = -\frac{FL^2}{2EI_{G_z}} \\ v_2(x) = \frac{FL^2}{6EI_{G_z}}(L-3x) \end{cases}$$

**Avec l'appui et sans la force  $F$**

Il n'y a plus qu'un tronçon à étudier, et on retrouve rapidement par analogie avec le cas précédent :

On trouve donc, en remplaçant  $F$  par  $-Y_A$  et  $L$  par  $2L$  :  $v_3(x) = \frac{Y_A}{6EI_{G_z}}x^2(6L-x)$

Or en  $A$ , par superposition :  $v(x) = 0 \Rightarrow v_2(2L) + v_3(2L) = 0 \Rightarrow -\frac{5FL^3}{6EI_{G_z}} + \frac{16Y_AL^3}{6EI_{G_z}} = 0$

Soit enfin :  $Y_A = \frac{5}{16}F$

**Question 2** Donner la valeur de la flèche au point d'application de l'effort.

Par superposition :  $f = v_1(L) + v_3(L) \Rightarrow f = -\frac{7}{96} \frac{FL^3}{EI_{G_z}}$

