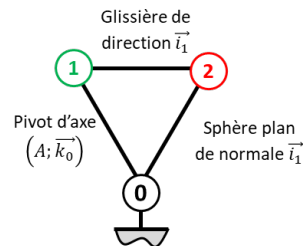


## Pompe à piston radial ★

C2-06

**Question 1** Tracer le graphe des liaisons.



**Question 2** Exprimer  $\lambda(t)$  en fonction de  $\theta(t)$ .

On a  $\vec{OA} + \vec{AB} + \vec{BO} = \vec{0}$  soit  $-e\vec{i}_0 + \lambda\vec{i}_1 - R\vec{u} = \vec{0} \Leftrightarrow -e\vec{i}_0 + \lambda(t)\cos\theta(t)\vec{i}_0 + \lambda(t)\sin\theta(t)\vec{j}_0 - R\cos\varphi(t)\vec{i}_0 - R\sin\varphi(t)\vec{j}_0 = \vec{0}$ .

En projetant les expressions sur  $\vec{i}_0$  et  $\vec{j}_0$ , on a : 
$$\begin{cases} -e + \lambda(t)\cos\theta(t) - R\cos\varphi(t) = 0 \\ \lambda(t)\sin\theta(t) - R\sin\varphi(t) = 0 \end{cases}$$

On cherche à supprimer  $\varphi(t)$ ; donc

$$\begin{cases} -e + \lambda(t)\cos\theta(t) = R\cos\varphi(t) \\ \lambda(t)\sin\theta(t) = R\sin\varphi(t) \end{cases}.$$

En élevant au carré les expressions et en sommant, on obtient  $R^2 = (-e + \lambda(t)\cos\theta(t))^2 + \lambda(t)^2\sin^2\theta(t) \Rightarrow R^2 = (-e + \lambda(t)\cos\theta(t))^2 + \lambda(t)^2\sin^2\theta(t)$

$$\Rightarrow R^2 = e^2 - 2e\lambda(t)\cos\theta(t) + \lambda(t)^2.$$

Résolution de l'équation :  $\lambda(t)^2 - 2e\lambda(t)\cos\theta(t) + e^2 - R^2 = 0$ .

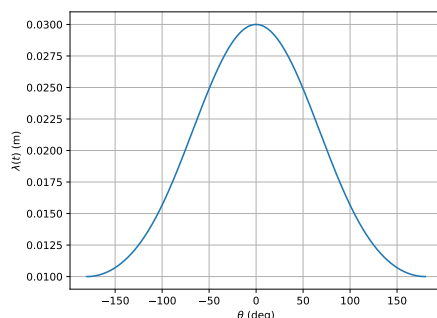
$$\text{On a } \Delta = (-2e\cos\theta(t))^2 - 4(e^2 - R^2) = 4e^2\cos^2\theta(t) - 4e^2 + 4R^2.$$

On a donc

$$\lambda(t) = \frac{2e\cos\theta(t) \pm \sqrt{4e^2\cos^2\theta(t) - 4e^2 + 4R^2}}{2}$$

$$= e\cos\theta(t) \pm \sqrt{e^2\cos^2\theta(t) - e^2 + R^2}$$

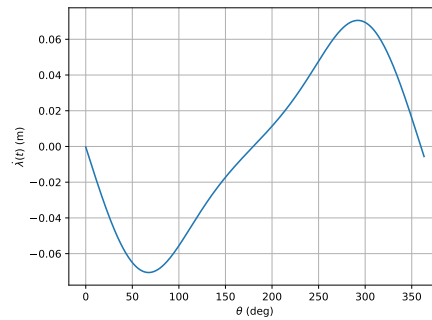
**Question 3** En utilisant Python, tracer  $\lambda(t)$  en fonction de  $\theta(t)$ . On garde la solution positive et obtient la courbe suivante.



**Question 4** Exprimer  $\dot{\lambda}(t)$  en fonction de  $\dot{\theta}(t)$ .

En dérivant l'expression précédente, on a  $\dot{\lambda}_+(t) = -e\dot{\theta}(t)\sin\theta(t) + \frac{1}{2}(e^2\cos^2\theta(t))'(e^2\cos^2\theta(t) -$   
 $= -e\dot{\theta}(t)\sin\theta(t) - \frac{e^2\dot{\theta}(t)\cos\theta(t)\sin\theta(t)}{\sqrt{e^2\cos^2\theta(t) - e^2 + R^2}}.$

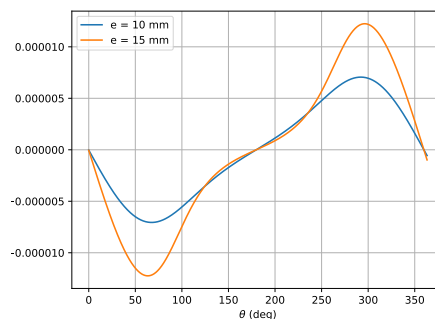
**À revoir**



**Question 5** Exprimer le débit instantané de la pompe.

Le débit instantané de la pompe est donné par  $q(t) = S\dot{\lambda}(t)$ .

**Question 6** En utilisant Python, tracer le débit instantané de la pompe pour un tour de pompe pour  $e = 10$  mm et  $e = 15$  mm.



**Question 7** En utilisant Python, tracer le débit instantané de la pompe pour un tour de pompe pour  $e = 10$  mm pour une pompe à 5 pistons (5 branches 1+2).

```
1 def plot_debit5p():
2     plt.cla()
3     w = 2*m.pi # rad/s (1tr/s)
4     les_t = np.linspace(0,6,6000)
5     les_theta = w*les_t
6
7     # Calcul de la vitesse instantanée des pistons.
8     les_lambda = calc_lambda(les_theta)
9     les_lambdap = calc_lambdap_bis(les_t, les_lambda)
10    les_lambdap = np.array(les_lambdap)
11
12    S= 1e-4 # Surface en m2
13
```

```

14 # 5 courbes de débit décalées d'un cinquième de tour
15 les_q1 = S*les_lambdap
16 les_q2 = S*les_lambdap[200:]
17 les_q3 = S*les_lambdap[400:]
18 les_q4 = S*les_lambdap[600:]
19 les_q5 = S*les_lambdap[800:]
20
21 # On conserve que les valeurs que sur un tour
22 les_q1 = les_q1[:1000]
23 les_q2 = les_q2[:1000]
24 les_q3 = les_q3[:1000]
25 les_q4 = les_q4[:1000]
26 les_q5 = les_q5[:1000]
27 plt.grid()
28
29 les_t = les_t[:1000]
30 les_theta = les_theta[:1000]
31
32 plt.xlabel("$\\theta$ (deg)")
33 plt.ylabel("Débit instantané $m^3s^{-1}$")
34
35 # On conserve que les valeurs positives (débit)
36 for i in range(len(les_q1)):
37     if les_q1[i]<0:
38         les_q1[i]=0
39     if les_q2[i]<0:
40         les_q2[i]=0
41     if les_q3[i]<0:
42         les_q3[i]=0
43     if les_q4[i]<0:
44         les_q4[i]=0
45     if les_q5[i]<0:
46         les_q5[i]=0
47
48 plt.plot(np.degrees(les_theta),les_q1)
49 plt.plot(np.degrees(les_theta),les_q2)
50 plt.plot(np.degrees(les_theta),les_q3)
51 plt.plot(np.degrees(les_theta),les_q4)
52 plt.plot(np.degrees(les_theta),les_q5)
53
54 # Le débit instantané est la somme des contributions
55 plt.plot(np.degrees(les_theta),les_q1+les_q2+les_q3+les_q4+les_q5)
56 #plt.show()
57 #plt.savefig("10_05_c.pdf")

```

