Machine de rééducation SysReeduc ⋆

B2-07

Question 1 À partir des équations proposées, déterminer les fonctions de transfert K_1, K_2, $H_3(p)$, $H_4(p)$, K_5, K_6, K_7, K_8 et K_9.
On a :

- $u_m(t) = e(t) + Ri(t) \Rightarrow U_m(p) = E(p) + RI(p)$ et $C_{M1}(p) = k_t I(p)$ donc $K_2 = \dfrac{k_t}{R}$;
- $E(p) = k_e \Omega_m(p)$ et donc $K_7 = k_e$;
- $(M+m)\, r \rho_1 p \Omega_m(p) = \dfrac{C_{M1}(p)}{\rho_1 r} - F_p(p) \Leftrightarrow (M+m)\, r^2 \rho_1^2 p \Omega_m(p) = C_{M1}(p) - \rho_1 r F_p(p)$ et donc $K_9 = \rho_1 r$ et $H_3(p) = \dfrac{1}{(M+m)\, r^2 \rho_1^2 p}$;
- $H_4(p)$ permet d'obtenir une position à partir d'une vitesse. Il s'agit donc d'un intégrateur et $H_4(p) = \dfrac{1}{p}$;
- un codeur incrémental avec 1 émetteur-récepteur permet de détecter les fentes et les « non fentes » donc ici 1000 informations par tour. Avec un second émetteur, on double la résolution soit 2000 informations pour un tour soit $K_8 = \dfrac{2000}{2\pi}$;
- en utilisant le réducteur et le poulie courroie, on a directement $K_5 = \rho_1$ et $K_6 = r$ (à convertir en mètres) ;
- enfin, K_1 convertit des mètres en incréments. X_c est la consigne que doit respectée X. Pour avoir un asservissement précis, il faut donc $\varepsilon = 0$ et $X = X_c$ soit $\varepsilon = 0 = K_1 X_C - K_8 \theta_m = K_1 X_C - K_8 \dfrac{X}{K_5 K_6}$. Au final, $K_1 = \dfrac{K_8}{K_5 K_6}$.

Question 2 Montrer que le schéma-blocs peut être mis sous la forme suivante. On exprimera A, B et D en fonction des paramètres du système r, ρ_1, k_t, k_e, R, M, m et K_8. D'une part,

$$X(p) = \left(\left(X_C(p) - X(p) \right) C(p) - F_P(p) D \right) \dfrac{A}{p\,(Bp+1)}$$

$$X(p) = \dfrac{A\left(X_C(p) - X(p) \right) C(p)}{p\,(Bp+1)} - \dfrac{A F_P(p) D}{p\,(Bp+1)}$$

$$\Leftrightarrow X(p) + \dfrac{A X(p) C(p)}{p\,(Bp+1)} = \dfrac{A X_C(p) C(p)}{p\,(Bp+1)} - \dfrac{A F_P(p) D}{p\,(Bp+1)}. \Leftrightarrow X(p) \left(\dfrac{p\,(Bp+1) + AC(p)}{p\,(Bp+1)} \right) = \dfrac{A X_C(p) C(p)}{p\,(Bp+1)} + \dfrac{A F_P(p) D}{p\,(Bp+1)}$$

$$\boxed{\Leftrightarrow X(p) = \dfrac{A X_C(p) C(p)}{p\,(Bp+1) + AC(p)} - \dfrac{A F_P(p) D}{p\,(Bp+1) + AC(p)}.}$$

D'autre part, $X(p) = \Omega_m(p) H_4(p) K_5 K_6$, $U_m(p) = \left(X_c(p) K_1 - \theta_m(p) K_8 \right) C(p)$, $\theta_m(p) = \Omega_m(p) H_4(p)$.

$$\Omega_m(p) = \left(\left(U_m(p) - \Omega_m(p) K_7 \right) K_2 - F_P(p) K_9 \right) H_3(p)$$

$$\Leftrightarrow \Omega_m(p) \left(1 + K_7 K_2 H_3(p) \right) = U_m(p) H_3(p) K_2 - F_P(p) H_3(p) K_9$$

$$X(p) = \left(U_m(p) H_3(p) K_2 - F_P(p) H_3(p) K_9 \right) \dfrac{H_4(p) K_5 K_6}{1 + K_7 K_2 H_3(p)}$$

$$\Leftrightarrow X(p) = \left(\left(X_c(p) K_1 - \theta_m(p) K_8 \right) C(p) H_3(p) K_2 - F_P(p) H_3(p) K_9 \right) \dfrac{H_4(p) K_5 K_6}{1 + K_7 K_2 H_3(p)}$$

$$\Leftrightarrow X(p) = \left(\left(X_c(p)K_1 - X(p)\frac{K_8}{K_5K_6}\right)C(p)H_3(p)K_2 - F_P(p)H_3(p)K_9\right)\frac{H_4(p)K_5K_6}{1+K_7K_2H_3(p)}$$

$$\Leftrightarrow X(p) = \left((X_c(p) - X(p))\,C(p)H_3(p)K_1K_2 - F_P(p)H_3(p)K_9\right)\frac{H_4(p)K_5K_6}{1+K_7K_2H_3(p)}$$

$$\Leftrightarrow X(p)\left(1 + C(p)H_3(p)K_1K_2\frac{H_4(p)K_5K_6}{1+K_7K_2H_3(p)}\right) = \left(X_c(p)C(p)H_3(p)K_1K_2 - F_P(p)H_3(p)K_9\right)\frac{H_4(\ldots}{1+K\ldots}$$

$$\boxed{\Leftrightarrow X(p)\left(1 + K_7K_2H_3(p) + C(p)H_3(p)K_1K_2H_4(p)K_5K_6\right) = \left(X_c(p)C(p)H_3(p)K_1K_2 - F_P(p)H_3(p)\ldots\right.}$$

Par suite,

$$\Leftrightarrow X(p)\left(1 + K_7K_2\frac{1}{(M+m)\,r^2\rho_1^2p} + C(p)\frac{1}{(M+m)\,r^2\rho_1^2p}\frac{K_8}{K_5K_6}K_2\frac{1}{p}K_5K_6\right) = \left(X_c(p)C(p)\frac{\ldots}{(M+\ldots}\right.$$

$$\Leftrightarrow X(p)\left(1 + \frac{\frac{k_ek_t}{R}}{(M+m)\,r^2\rho_1^2p} + C(p)\frac{K_8\frac{k_t}{R}}{(M+m)\,r^2\rho_1^2p^2}\right) = \left(X_c(p)C(p)\frac{K_8}{(M+m)\,r^2\rho_1^2p^2}\frac{k_t}{R} - F_P(p\ldots\right.$$

$$\Leftrightarrow X(p) = X_c(p)C(p)\frac{\frac{K_8}{(M+m)\,r^2\rho_1^2p^2}\frac{k_t}{R}}{\left(1 + \frac{\frac{k_ek_t}{R}}{(M+m)\,r^2\rho_1^2p} + C(p)\frac{K_8\frac{k_t}{R}}{(M+m)\,r^2\rho_1^2p^2}\right)} - F_P(p)\frac{\overline{(M+\ldots}}{\left(1 + \frac{\frac{k_ek_t}{R}}{(M+m)\,r^2\rho_1^2p}\ldots\right.}$$

$$\Leftrightarrow X(p) = X_c(p)C(p)\frac{\frac{K_8}{1}\frac{k_t}{R}}{\left((M+m)\,r^2\rho_1^2p^2 + \frac{(M+m)\,r^2\rho_1^2p^2\frac{k_ek_t}{R}}{(M+m)\,r^2\rho_1^2p} + C(p)\frac{(M+m)\,r^2\rho_1^2p^2K_8\frac{k_t}{R}}{(M+m)\,r^2\rho_1^2p^2}\right)} -$$

$$F_P(p)\frac{\frac{K_9}{(M+m)\,r\rho_1p^2}}{\left(1 + \frac{\frac{k_ek_t}{R}}{(M+m)\,r^2\rho_1^2p} + C(p)\frac{K_8\frac{k_t}{R}}{(M+m)\,r^2\rho_1^2p^2}\right)}$$

$$\Leftrightarrow X(p) = X_c(p)C(p)\frac{\frac{K_8k_t}{R}}{(M+m)\,r^2\rho_1^2p^2 + p\frac{k_ek_t}{R} + C(p)K_8\frac{k_t}{R}} - F_P(p)\frac{\ldots}{\left((M+m)\,r\rho_1p^2 + \frac{(M+m)\ldots}{(M+m\ldots}\right.}$$

$$\Leftrightarrow X(p) = X_c(p)C(p)\frac{\frac{K_8k_t}{R}}{(M+m)\,r^2\rho_1^2p^2 + p\frac{k_ek_t}{R} + C(p)K_8\frac{k_t}{R}} - F_P(p)\frac{K_9}{(M+m)\,r\rho_1p^2 + \frac{pk_ek_t}{Rr\rho_1} + C\ldots}$$

$$\Leftrightarrow X(p) = X_c(p)C(p)\frac{\frac{K_8k_t}{R}}{p\frac{k_ek_t}{R}\left(\frac{R}{k_ek_t}(M+m)\,r^2\rho_1^2p + 1\right) + C(p)K_8\frac{k_t}{R}} - F_P(p)\frac{\ldots}{p\frac{k_ek_t}{Rr\rho_1}\left(\frac{(M+m)\,R\ldots}{k_ek_t}\right.}$$

$$\Leftrightarrow X(p)=X_c(p)C(p)\frac{\dfrac{K_8k_t}{R}}{p\dfrac{k_ek_t}{R}\left(Bp+1\right)+C(p)K_8\dfrac{k_t}{R}}-F_P(p)\frac{K_9}{p\dfrac{k_ek_t}{Rr\rho_1}\left(Bp+1\right)+C(p)\dfrac{K_8k_t}{Rr\rho_1}}$$

$$\Leftrightarrow X(p)=X_c(p)C(p)\frac{\dfrac{K_8k_t}{R}}{p\dfrac{k_ek_t}{R}\left(Bp+1\right)+C(p)K_8\dfrac{k_t}{R}}-F_P(p)\frac{K_9}{p\dfrac{k_ek_t}{Rr\rho_1}\left(Bp+1\right)+C(p)\dfrac{K_8k_t}{Rr\rho_1}}$$

$$\Leftrightarrow X(p)=X_c(p)C(p)\frac{\dfrac{R}{k_ek_t}\dfrac{K_8k_t}{R}}{p\left(Bp+1\right)+C(p)K_8\dfrac{k_t}{R}\dfrac{R}{k_ek_t}}-F_P(p)\frac{K_9\dfrac{Rr\rho_1}{k_ek_t}}{p\left(Bp+1\right)+C(p)\dfrac{Rr\rho_1}{k_ek_t}\dfrac{K_8k_t}{Rr\rho_1}}$$

$$\Leftrightarrow X(p)=X_c(p)C(p)\frac{\dfrac{K_8}{k_e}}{p\left(Bp+1\right)+C(p)\dfrac{K_8}{k_e}}-F_P(p)\frac{K_9\dfrac{Rr\rho_1}{k_ek_t}}{p\left(Bp+1\right)+C(p)\dfrac{K_8}{k_e}}$$

$$\Leftrightarrow X(p)=X_c(p)C(p)\frac{\dfrac{K_8}{k_e}}{p\left(Bp+1\right)+C(p)\dfrac{K_8}{k_e}}-F_P(p)\frac{\dfrac{K_8}{k_e}\dfrac{k_e}{K_8}K_9\dfrac{Rr\rho_1}{k_ek_t}}{p\left(Bp+1\right)+C(p)\dfrac{K_8}{k_e}}$$

On a donc $A=\dfrac{K_8}{k_e}$, $B=\dfrac{R\left(m+M\right)r^2\rho_1^2}{k_ek_t}$ et $D=\dfrac{K_9Rr\rho_1}{K_8k_t}$.