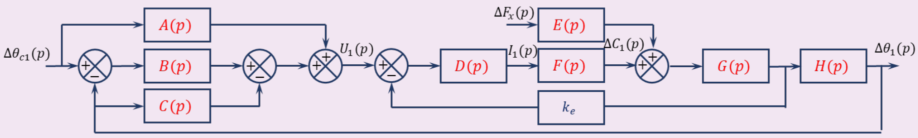
Conception de la commande d'un robot chirurgical★

B2-07

Question 1 Compléter le schéma-blocs.

Correction



En utilisant l'équation électrique du MCC, on a $U_1(p) = (Lp+R)\,I_1(p) + E_1(p)$. En utilisant le schéma-blocs : $I_1(p) = (U_1(p) - E(p))\,D(p)$. On a donc $I_1(p) = \dfrac{U_1(p)-E(p)}{R+Lp}$ et $D(p) = \dfrac{1}{R+Lp}$.

En utilisant la première relation de comportement du MCC, on a $E_1(p)$ en sortie du bloc k_e et $p\Delta_1(p)$ en entrée ; donc $H(p) = \dfrac{1}{p}$.

En utilisant la seconde relation, on a $F(p) = k_t$.

En utilisant l'équation de mouvement de l'axe 1, on a : $\Delta C_1(p) = Jp^2\Delta\theta_1(p) - k_1\dfrac{r_9'}{r_0}h_2\Delta F_x(p)$.

D'après le schéma-blocs, on a $\Delta\theta_1(p) = (\Delta C_1(p) + \Delta F_x(p)E(p))\,G(p)H(p)$.

En réageançant l'équation, on a $Jp^2\Delta\theta_1(p) = \Delta C_1(p) + k_1\dfrac{r_9'}{r_0}h_2\Delta F_x(p) \Leftrightarrow \Delta\theta_1(p) = \left(\Delta C_1(p) + k_1\dfrac{r_9'}{r_0}h_2\Delta F_x(p)\right)\dfrac{1}{Jp^2}$.

On a donc $E(p) = k_1\dfrac{r_9'}{r_0}h_2$.

De plus $G(p)H(p) = \dfrac{1}{Jp^2}$ et $H(p) = \dfrac{1}{p}$; donc $G(p) = \dfrac{1}{Jp}$.

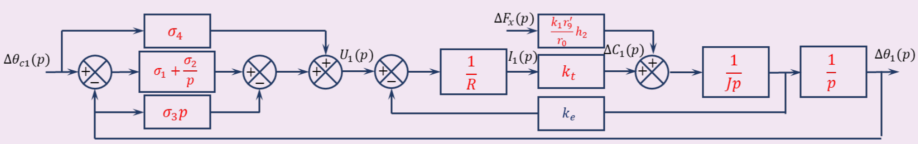
En utilisant l'équation électrique du MCC, on a $U_1(p) = (Lp+R)\,I_1(p) + E_1(p)$. En utilisant le schéma-blocs : $I_1(p) = (U_1(p) - E(p))\,D(p)$. On a donc $I_1(p) = \dfrac{U_1(p)-E(p)}{R+Lp}$ et $D(p) = \dfrac{1}{R+Lp}$.

En utilisant l'équation du PID, on a $U_1(p) = (\Delta\theta_{c1}(p) - \Delta\theta_1(p))\left(\sigma_1 + \dfrac{\sigma_2}{p}\right) - \sigma_3 p\Delta\theta_1(p) + \sigma_4\Delta\theta_{c1}(p)$ soit $U_1(p) = \left(\Delta\theta_{c1}(p)\left(\sigma_1+\dfrac{\sigma_2}{p}\right) - \Delta\theta_1(p)\left(\sigma_1+\dfrac{\sigma_2}{p}\right)\right) - \sigma_3 p\Delta\theta_1(p) + \sigma_4\Delta\theta_{c1}(p)$.

En utilisant le schéma-blocs, on a $U_1(p) = \Delta_{c1}(p)A(p) + (\Delta_{c1}(p) - \Delta\theta_1(p))\,B(p) - \Delta\theta_1(p)C(p)$ $= \Delta_{c1}(p)\,(A(p)+B(p)) - \Delta\theta_1(p)\,(B(p)+C(p))$.

Par suite, $U_1(p) = \Delta\theta_{c1}(p)\left(\sigma_1 + \dfrac{\sigma_2}{p} + \sigma_4\right) - \Delta\theta_1(p)\left(\sigma_1 + \dfrac{\sigma_2}{p} + \sigma_3 p\right)$.

On aura donc $B(p) = \sigma_1 + \dfrac{\sigma_2}{p}$, $C(p) = \sigma_3 p$ et $A(p) = \sigma_4$.



Question 2 À partir de ce schéma-blocs, en notant $H_{\text{processus}}(p) = \dfrac{\Delta\theta_1(p)}{U_1(p)} = \dfrac{K}{p\left(1+\tau p\right)}$, exprimer K et τ en fonction des données de l'énoncé.

Correction

On a $H_{\text{processus}}(p) = \dfrac{D(p)F(p)G(p)}{1+D(p)F(p)G(p)k_e}H(p)$ soit $H_{\text{processus}}(p) = \dfrac{\dfrac{1}{R+Lp}k_t\dfrac{1}{Jp}}{1+\dfrac{1}{R+Lp}k_t\dfrac{1}{Jp}k_e}\dfrac{1}{p}$.

Avec $L=0$, $H_{\text{processus}}(p) = \dfrac{k_t}{RJp+k_tk_e}\dfrac{1}{p} = \dfrac{\dfrac{1}{k_e}}{\dfrac{RJ}{k_tk_e}p+1}\dfrac{1}{p}$ soit $K=\dfrac{1}{k_e}$ et $\tau = \dfrac{RJ}{k_tk_e}$.

Question 3 Exprimer la fonction de transfert en boucle fermée, sous sa forme canonique, notée $B_F(p) = \dfrac{\Delta\theta_1(p)}{\Delta\theta_{c1}(p)}$ en fonction de K, τ, σ_1, σ_2, σ_3 et σ_4.

Correction

On a vu que $U_1(p) = \Delta\theta_{c1}(p)\left(\sigma_1+\dfrac{\sigma_2}{p}+\sigma_4\right) - \Delta\theta_1(p)\left(\sigma_1+\dfrac{\sigma_2}{p}+\sigma_3 p\right)$ et que $\dfrac{\Delta\theta_1(p)}{U_1(p)} = \dfrac{K}{p\left(1+\tau p\right)}$.

On a donc $\Delta\theta_1(p)\dfrac{p\left(1+\tau p\right)}{K} = \Delta\theta_{c1}(p)\left(\sigma_1+\dfrac{\sigma_2}{p}+\sigma_4\right) - \Delta\theta_1(p)\left(\sigma_1+\dfrac{\sigma_2}{p}+\sigma_3 p\right)$

$\Leftrightarrow \Delta\theta_1(p)\left(\dfrac{p\left(1+\tau p\right)}{K}+\sigma_1+\dfrac{\sigma_2}{p}+\sigma_3 p\right) = \Delta\theta_{c1}(p)\left(\sigma_1+\dfrac{\sigma_2}{p}+\sigma_4\right)$ et

$$B_F(p) = \dfrac{\sigma_1+\dfrac{\sigma_2}{p}+\sigma_4}{\dfrac{p\left(1+\tau p\right)}{K}+\sigma_1+\dfrac{\sigma_2}{p}+\sigma_3 p} = \dfrac{\sigma_1 p+\sigma_2+\sigma_4 p}{\dfrac{p^2\left(1+\tau p\right)}{K}+\sigma_1 p+\sigma_2+\sigma_3 p^2} = K\dfrac{\sigma_1 p+\sigma_2+\sigma_4 p}{p^2\left(1+\tau p\right)+\sigma_1 K p+\sigma_2 K+\sigma_3 K p^2} = K\dfrac{\left(\sigma_1+\sigma_4\right)p+\sigma_2}{\tau p^3+p^2\left(1+\sigma_3\right)+\sigma_1 K p+\sigma_2 K}.$$