# Assemblage par frettage ⋆

**B2-14** **Pas de corrigé pour cet exercice.**

**Question 1** Refaire en grand les 2 schémas : un dans le plan $(\overrightarrow{y}, \overrightarrow{z})$ et l'autre dans le plan $(\overrightarrow{x}, \overrightarrow{y})$, en plaçant les actions élémentaires normale et tangentielle de 2 sur 1 en un point $Q$ quelconque de la surface de contact.

**Question 2** Exprimer $\overrightarrow{dF_{2\to 1}(Q)}$.

**Question 3** Déterminer la résultante axiale maximale transmissible en fonction de $p$ et des caractéristiques géométriques du frettage.

Exprimons le torseur des actions mécaniques sous sa forme locale en un point $M$ :

$$\left\{ \begin{array}{l} d\overrightarrow{R\,(2\to 1)} \\ d\overrightarrow{\mathcal{M}\,(M,2\to 1)} = \overrightarrow{0} \end{array} \right\}_M$$

La forme globale au point O est alors donnée par :

$$\{\mathcal{T}\,(2\to 1)\} = \left\{ \begin{array}{l} \overrightarrow{R\,(2\to 1)} = \int d\overrightarrow{R\,(2\to 1)} \\ \overrightarrow{\mathcal{M}\,(M,2\to 1)} = \int d\overrightarrow{\mathcal{M}\,(M,2\to 1)} = \int \overrightarrow{OM} \wedge d\overrightarrow{R\,(2\to 1)} \end{array} \right\}_M$$

**Calculons $\overrightarrow{R\,(2\to 1)}$.**

$$\overrightarrow{R\,(2\to 1)} = \int d\overrightarrow{R\,(2\to 1)} = \iint p\overrightarrow{-r}dS = -p\iint \overrightarrow{r}\,dS = -p\iint \left(\cos\theta\overrightarrow{x} + \sin\theta\overrightarrow{y}\right)dS$$

$$\overrightarrow{R\,(2\to 1)} = -p\int_{-L/2}^{L/2}\int_{-\pi/2}^{\pi/2}\left(\cos\theta\overrightarrow{x} + \sin\theta\overrightarrow{y}\right)Rd\theta dz = -pRL\int_{-\pi/2}^{\pi/2}\left(\cos\theta\overrightarrow{x} + \sin\theta\overrightarrow{y}\right)d\theta$$

$$\overrightarrow{R\,(2\to 1)} = -pRL\left(\int_{-\pi/2}^{\pi/2}\cos\theta\overrightarrow{x}\,d\theta + \int_{-\pi/2}^{\pi/2}\sin\theta\overrightarrow{y}\,d\theta\right) = -pRL\left([\sin\theta]_{-\pi/2}^{\pi/2}\,\overrightarrow{x} + [-\cos\theta]_{-\pi/2}^{\pi/2}\,\overrightarrow{y}\right)$$

$$\overrightarrow{R\,(2\to 1)} = -pRL\left(2\overrightarrow{x} + 0\overrightarrow{y}\right) = -2pRL\overrightarrow{x}$$

$2RL$ est appelée surface projetée du cylindre. Elle correspond au produit du diamètre par sa longueur.

**Calculons $\overrightarrow{\mathcal{M}\,(M,2\to 1)}$.**

$$\overrightarrow{\mathcal{M}\,(M,2\to 1)} = \int d\overrightarrow{\mathcal{M}\,(M,2\to 1)} = \int \overrightarrow{OM} \wedge d\overrightarrow{R\,(2\to 1)}$$

$$\overrightarrow{\mathcal{M}(M, 2 \rightarrow 1)} = -p \iint R\overrightarrow{r} \wedge \overrightarrow{r} dS = \overrightarrow{0}$$

Au final,

$$\{\mathcal{T}(2 \rightarrow 1)\} = \left\{ \begin{array}{l} \overrightarrow{R(2 \rightarrow 1)} = -2pRL\overrightarrow{x} \\ \overrightarrow{\mathcal{M}(M, 2 \rightarrow 1)} = \overrightarrow{0} \end{array} \right\}_M$$

**Question 4** Calculer $\overrightarrow{R(2 \rightarrow 1)}$ lorsque la pression est de la forme : $p(\theta) = p_0 \cos\theta$ pour $\theta \in [-\pi/2, \pi/2]$. Dans ce cas :

$$\overrightarrow{R(2 \rightarrow 1)} = \int d\overrightarrow{R(2 \rightarrow 1)} = \iint p(\theta) \overrightarrow{-r} dS = -p_0 R \iint \cos\theta \left(\cos\theta \overrightarrow{x} + \sin\theta \overrightarrow{y}\right) d\theta dz$$

$$\overrightarrow{R(2 \rightarrow 1)} = -p_0 LR \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \cos\theta \left(\cos\theta \overrightarrow{x} + \sin\theta \overrightarrow{y}\right) d\theta$$

$$\int_{-\pi/2}^{\pi/2} \cos^2\theta d\theta = \frac{\pi}{2} \quad \text{et} \quad \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \cos\theta \sin\theta d\theta = 0$$

Au final :

$$\overrightarrow{R(2 \rightarrow 1)} = -p_0 LR \frac{\pi}{2} \overrightarrow{x}$$