Parallélépipède percé★

B2-10

La matrice d'inertie d'un cylindre d'axe $\left(G,\overrightarrow{k}\right)$ de rayon R et de hauteur H et de masse m est donnée en son centre d'inertie par $I_G\left(1\right) = \begin{pmatrix} A & 0 & 0 \\ 0 & A & 0 \\ 0 & 0 & C \end{pmatrix}_{\left(\overrightarrow{i},\overrightarrow{j},\overrightarrow{k}\right)}$ avec

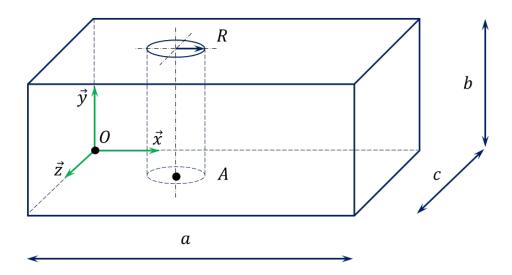
$$A = m\left(\frac{R^2}{4} + \frac{H^2}{12}\right)$$
 et $C = m\frac{R^2}{2}$.

La matrice d'inertie d'un parallélépipède rectangle de cotés a, b et c et de masse m est

donnée en son centre d'inertie par
$$I_G(1) = \begin{pmatrix} A & 0 & 0 \\ 0 & B & 0 \\ 0 & 0 & C \end{pmatrix}_{\left(\overrightarrow{i}, \overrightarrow{j}, \overrightarrow{k}\right)}$$
 avec $A = m \frac{b^2 + c^2}{12}$,

$$B = m\frac{a^2 + c^2}{12}, C = m\frac{a^2 + b^2}{12}.$$

Soit la pièce suivante.



On pose
$$\overrightarrow{OA} = \frac{a}{3}\overrightarrow{x} + \frac{c}{2}\overrightarrow{z}$$
.

Question 1 Déterminer la position du centre d'inertie *G* du solide.

Question 2 Déterminer la matrice d'inertie du solide en *G*.

Corrigé voir .