Banc hydraulique ⋆

C2-03

Question 1 Déterminer, en fonction de K_p , ε_{con} définie comme l'erreur statique pour une entrée consigne P_{con} de type échelon, dans le cas où le débit de fuite est nul.

Le débit de fuite est nul ; donc $\Delta Q_e(p) = 0$.

Cas 1 : cours sur la précision connu – ***Attention à avoir le même type d'entrée/sortie***

La FTBO est de classe nulle ($C(p)$ est un gain, $H_{\text{pom}}(p)$ et $H_{\text{pre}}(p)$ de classe 0). Le gain de la Boucle ouverte est $K_{\text{BO}} = K_p K_m K_{\text{pom}} K_{\text{cap}}$.

Si l'entrée est un échelon d'amplitude P_0, l'écart statique est donc donné par $\varepsilon_S = \dfrac{P_0}{1+K_{\text{BO}}} = \dfrac{P_0}{1+K_p K_m K_{\text{pom}} K_{\text{cap}}}$.

Cas 2 : cours sur la précision peu connu – À savoir faire, mais on perd un peu de temps... – ***Attention à avoir le même type d'entrée/sortie*** Si on connait quand même un petit peu son cours, on a $\varepsilon(p) = \dfrac{P_{\text{con}}(p)}{1+K_P \dfrac{K_{\text{pom}}}{1+T_2 p}\dfrac{K_m}{1+T_1 p}K_{\text{cap}}}$.

On a alors, $\varepsilon_s = \lim\limits_{p\to 0} p \dfrac{\dfrac{P_0}{p}}{1+K_P \dfrac{K_{\text{pom}}}{1+T_2 p}\dfrac{K_m}{1+T_1 p}K_{\text{cap}}} = \dfrac{P_0}{1+K_P K_{\text{pom}} K_m K_{\text{cap}}}$

Cas 3 : cours sur la précision pas connu – À savoir faire, mais on perd beaucoup peu de temps...

En utilisant la formule de Black, on a $P_e(p) = P_{\text{con}}(p) K_{\text{cap}} \dfrac{K_P \dfrac{K_{\text{pom}}}{1+T_2 p}\dfrac{K_m}{1+T_1 p}}{1+K_P \dfrac{K_{\text{pom}}}{1+T_2 p}\dfrac{K_m}{1+T_1 p}K_{\text{cap}}}$

$= P_{\text{con}}(p) K_{\text{cap}}(p) \dfrac{K_P K_{\text{pom}} K_m}{(1+T_2 p)(1+T_1 p) + K_P K_{\text{pom}} K_m K_{\text{cap}}}$

En passant à la valeur finale avec une entrée échelon, on a $\lim\limits_{t\to+\infty} P_e(t) = P_0 K_{\text{cap}} \dfrac{K_P K_{\text{pom}} K_m}{1+K_P K_{\text{pom}} K_m K_{\text{cap}}}$

L'écart statique est donc donné par $\varepsilon_S = P_0 - P_0 \dfrac{K_P K_{\text{pom}} K_m K_{\text{cap}}}{1+K_P K_{\text{pom}} K_m K_{\text{cap}}} = P_0 \dfrac{1+K_P K_{\text{pom}} K_m K_{\text{cap}} - K_P K_{\text{pom}} K_m K_{\text{cap}}}{1+K_P K_{\text{pom}} K_m K_{\text{cap}}}$

$= \dfrac{P_0}{1+K_P K_{\text{pom}} K_m K_{\text{cap}}}$

Question 2 Proposer un réglage de K_p pour limiter ε_{con} à la valeur spécifiée dans le cahier des charges. On souhaite que l'écart statique soit inférieure à 5% soit 0,05 pour une entrée unitaire.

On cherche donc K_P tel que $\dfrac{1}{1+K_P K_{\text{pom}} K_m K_{\text{cap}}} < 0,05 \Leftrightarrow 1 < 0,05\left(1+K_P K_{\text{pom}} K_m K_{\text{cap}}\right)$

$\Leftrightarrow \dfrac{1-0,05}{0,05 K_{\text{pom}} K_m K_{\text{cap}}} < K_P$

Soit $K_P > \dfrac{1-0,05}{0,05 \times 1,234 \times 10^7 \times 3,24 \times 2,5 \times 10^{-8}} \Rightarrow K_P > 19$.

Question 3 Dans le cas où la consigne de pression est nulle, déterminer en fonction de K_p la fonction de transfert en régulation définie par : $H_{\text{pert}}(p) = \dfrac{P_e(p)}{\Delta Q_e(p)}$. En déduire, en fonction de K_p, $\varepsilon_{\text{pert}}$ définie comme l'erreur statique pour une perturbation ΔQ_e de type échelon, dans le cas où la consigne de pression est nulle. Dans ce cas il n'y a pas d'intégrateur avant la perturbation échelon. Il faut savoir faire le calcul.

On peut utiliser la « lecture directe » : $P_e(p) = P_r(p)H_{\text{pre}} - \Delta Q_e(p)H_{\text{fui}}(p) = H_{\text{pre}}(p)H_{\text{pom}}(p)C(p)\varepsilon($
$\Delta Q_e(p)H_{\text{fui}}(p) = -H_{\text{pre}}(p)H_{\text{pom}}(p)C(p)K_{\text{cap}}P_e(p) - \Delta Q_e(p)H_{\text{fui}}(p)$.

$\Leftrightarrow P_e(p)\left(1 + H_{\text{pre}}(p)H_{\text{pom}}(p)C(p)K_{\text{cap}}\right) = -\Delta Q_e(p)H_{\text{fui}}(p)$

$$\Leftrightarrow \frac{P_e(p)}{\Delta Q_e(p)} = -\frac{H_{\text{fui}}(p)}{1 + H_{\text{pre}}(p)H_{\text{pom}}(p)C(p)K_{\text{cap}}}$$

Calculons $\varepsilon_{\text{pert}}(p) = -\dfrac{H_{\text{fui}}(p)}{1 + H_{\text{pre}}(p)H_{\text{pom}}(p)C(p)K_{\text{cap}}}\Delta Q_e(p)K_{\text{cap}}$.

On a alors $\varepsilon_{\text{pert}} = \lim\limits_{t\to+\infty} \varepsilon(t) = \lim\limits_{p\to 0} p\,\varepsilon(p) = \lim\limits_{p\to 0} -p \times \dfrac{H_{\text{fui}}(p)}{1 + H_{\text{pre}}(p)H_{\text{pom}}(p)C(p)K_{\text{cap}}}\dfrac{\Delta Q_0}{p}K_{\text{cap}}$

$$= -\frac{K_f \Delta Q_0 K_{\text{cap}}}{1 + K_m K_{\text{pom}} K_P K_{\text{cap}}}$$

Question 4 Proposer un réglage de K_p pour limiter $\varepsilon_{\text{pert}}$ à la valeur spécifiée au cahier des charges. Pour $\Delta Q_e = 5 \times 10^{-4}\,\text{m}^3\,\text{s}^{-1}$, il faut $\varepsilon_{\text{pert}} < 40 \times 10^5$ (Pa) soit

$$\frac{K_f \Delta Q_0 K_{\text{cap}}}{1 + K_m K_{\text{pom}} K_P K_{\text{cap}}} < 40 \times 10^5 \Rightarrow K_f \Delta Q_0 K_{\text{cap}} < 40 \times 10^5 \left(1 + K_m K_{\text{pom}} K_P K_{\text{cap}}\right) \Rightarrow$$
$$\frac{K_f \Delta Q_0 K_{\text{cap}} - 40 \times 10^5}{40 \times 10^5 K_m K_{\text{pom}} K_{\text{cap}}} < K_P \Rightarrow K_P > -1$$

Question 5 Proposer un réglage de K_p pour vérifier le critère d'amortissement. Conclure quant au choix d'un correcteur proportionnel. Je vous laisse faire le calcul... Il faut savoir le faire le plus vite possible. Il faut d'abord calculer la FTBF, la mettre sous forme canonique, déterminer $\xi_{\text{BF}} = \dfrac{T_1 + T_2}{2\sqrt{T_1 T\left(1 + K_P K_M K_{\text{Pom}} K_{\text{Cap}}\right)}}$ puis determiner K_P tel que $\xi_{\text{BF}} = 1$.