La Seine Musicale★

B2-07

Question 1 En considérant que la perturbation $C_{\text{pert}}(p)$ est nulle, déterminer $H_f(p) = \dfrac{\Omega_m(p)}{\Omega_c(p)}$ sous forme canonique. Réduction de la boucle du moteur à courant continu :

$$\frac{\Omega_m(p)}{U_m(p)} = \frac{\dfrac{k_c}{R+Lp}\dfrac{1}{J_{eq}p}}{1+\dfrac{k_c}{R+Lp}\dfrac{k_e}{J_{eq}p}} = \frac{k_c}{(R+Lp)\,J_{eq}p + k_e k_c}.$$

On a alors,

$$\frac{X_{ch}(p)}{\Omega_c(p)} = K_a \frac{CK_h\dfrac{k_c}{(R+Lp)\,J_{eq}p + k_e k_c}}{1+CK_hK_{\text{capt}}\dfrac{k_c}{(R+Lp)\,J_{eq}p + k_e k_c}}$$

$$= K_a \frac{CK_h k_c}{(R+Lp)\,J_{eq}p + k_e k_c + CK_hK_{\text{capt}}k_c}$$

$$= \frac{K_a}{\left(k_e k_c + CK_hK_{\text{capt}}k_c\right)} \frac{CK_h k_c}{\dfrac{J_{eq}\,(R+Lp)}{k_e k_c + CK_hK_{\text{capt}}k_c}p+1}.$$

Question 2 En prenant $\Omega_c(p) = 0$, exprimer la fonction de transfert $H_r(p) = \dfrac{\Omega_m(p)}{C_{\text{pert}}(p)}$ en la mettant sous la forme : $H_r(p) = -\dfrac{\alpha\,(1+\tau p)}{1+\gamma p+\delta p^2}$. Exprimer α, τ, γ et δ en fonction des différents paramètres de l'étude.

Par lecture directe du schéma-blocs, on a $\Omega_m(p) = \dfrac{1}{J_{eq}p}\left(C_{\text{pert}}(p) + C_m(p)\right)$.

De plus, $C_m(p) = \left(U_m(p) - k_e\Omega_m(p)\right)\dfrac{k_c}{R+Lp}$ et $U_m(p) = \varepsilon(p)CK_h = -\Omega_m(p)CK_hK_{\text{capt}}$.

On a donc,

$$\Omega_m(p) = \frac{1}{J_{eq}p}C_{\text{pert}}(p) + \frac{1}{J_{eq}p}\left(-\Omega_m(p)CK_hK_{\text{capt}} - k_e\Omega_m(p)\right)\frac{k_c}{R+Lp}.$$

$$\Leftrightarrow \Omega_m(p) = \frac{1}{J_{eq}p}C_{\text{pert}}(p) + \frac{1}{J_{eq}p}\Omega_m(p)\left(-CK_hK_{\text{capt}} - k_e\right)\frac{k_c}{R+Lp}$$

$$\Leftrightarrow \Omega_m(p)\left(1+\frac{1}{J_{eq}p}\left(CK_hK_{\text{capt}}+k_e\right)\frac{k_c}{R+Lp}\right) = \frac{1}{J_{eq}p}C_{\text{pert}}(p)$$

$$\Leftrightarrow \frac{\Omega_m(p)}{C_{\text{pert}}(p)} = \frac{\dfrac{1}{J_{eq}p}}{\left(1+\dfrac{1}{J_{eq}p}\left(CK_hK_{\text{capt}}+k_e\right)\dfrac{k_c}{R+Lp}\right)}$$

$$\Leftrightarrow \frac{\Omega_m(p)}{C_{\text{pert}}(p)} = \frac{R+Lp}{J_{eq}p\,(R+Lp) + \left(CK_hK_{\text{capt}}+k_e\right)k_c}$$

$$\Leftrightarrow \frac{\Omega_m(p)}{C_{\text{pert}}(p)} = \frac{R}{\left(CK_hK_{\text{capt}}+k_e\right)k_c}\frac{1+\dfrac{L}{R}p}{\dfrac{J_{eq}}{\left(CK_hK_{\text{capt}}+k_e\right)k_c}p\,(R+Lp)+1}.$$

Par identification, on a alors : $\alpha = -\dfrac{R}{\left(CK_h K_{\text{capt}} + k_e\right) k_c}$,

$\tau = \dfrac{L}{R}$

$\gamma = \dfrac{RJ_{eq}}{\left(CK_h K_{\text{capt}} + k_e\right) k_c}$

$\delta = \dfrac{LJ_{eq}}{\left(CK_h K_{\text{capt}} + k_e\right) k_c}$.

Question 3 Exprimer $X_{\text{ch}}(p)$ en fonction de $\Omega_m(p)$ et $C_{\text{pert}}(p)$.
D'une part, $\Omega_m(p) = H_f(p)\Omega_c(p)$ quand il n'y a pas de perturbation. D'autre part, $\Omega_m(p) = H_r(p)C_{\text{pert}}(p)$ quand il n'y a pas de perturbation.

Par superposition, on a donc $\Omega_m(p) = H_f(p)\Omega_c(p) + H_r(p)C_{\text{pert}}(p)$.

Par suite, $X_{ch}(p) = \left(H_f(p)\Omega_c(p) + H_r(p)C_{\text{pert}}(p)\right) \dfrac{DK_{\text{red}}}{2p}$.