

# TD 1

## Machine de forage – Corrigé

D'après Concours CCINP 2023 – MP.

Dans le domaine du génie civil, les foreuses permettent de réaliser des perçages profonds afin de couler des pieux en béton armé. On s'intéresse aux conditions de basculement statique de la foreuse.

Le basculement de la machine peut être dû à un déport trop important du centre de gravité de la machine, mais peut aussi être dû à un affaissement du sol. La foreuse doit donc contrôler à tout instant, par estimation, la pression qu'elle exerce sur le sol (et donc que le sol exerce sur elle).

Le tableau 1 récapitule les niveaux de pression que les sols peuvent supporter avant de risquer de s'affaisser.

D'après les normes européennes, la répartition de pression du sol sur chaque chenille doit être modélisée comme trapézoïdale sur sa longueur et constante sur sa largeur. Un exemple de représentations 3D, 2D et « aplatie » de telles répartitions est donné sur la figure 1. Sur la vue « aplatie », la machine est vue de dessus et la visualisation de l'allure des pressions sous les chenilles est ramenée dans le plan.

Un des rôles de l'ordinateur de bord est d'estimer ces répartitions de pression afin de vérifier que la pression maximale supportée par le sol (rentrée par l'utilisateur en fonction du site) n'est pas atteinte à un coefficient de sécurité près. Si c'est le cas, l'ordinateur bloque tous les mouvements de la foreuse qui risqueraient d'empirer et renvoie une alarme.

On se propose dans cette sous-partie d'étudier cette estimation.

On base l'étude sur le paramétrage figure 2, avec répartition de pression entre le sol et les chenilles. On note :

- $P(x, y, 0)$ , un point courant de contact entre le sol et les chenilles. Attention,  $x$  est négatif sur la figure ci-dessous. Les grandeurs  $dx$  et  $dy$  sont les dimensions du domaine surfacique élémentaire autour du point  $P$  entre le sol et les chenilles ;
- $p_g(y) = A \frac{y}{L} + B$ , la pression du sol 0 sur la chenille gauche  $cg$  au point  $P(x, y, 0)$  où  $A$  et  $B$ , homogènes à des pressions, sont inconnues et à déterminer ;
- $p_d(y) = C \frac{y}{L} + D$ , la pression du sol 0 sur la chenille droite  $cd$  au point  $P(x, y, 0)$  où  $C$  et  $D$ , homogènes à des pressions, sont inconnues et à déterminer ;
- $L = 5,4$  m, la longueur et  $l = 1$  m la largeur de chaque chenille ;
- $a = 2,1$  m, la distance moyenne sur l'axe  $\vec{x}$  d'une chenille au centre  $O$  de la machine.

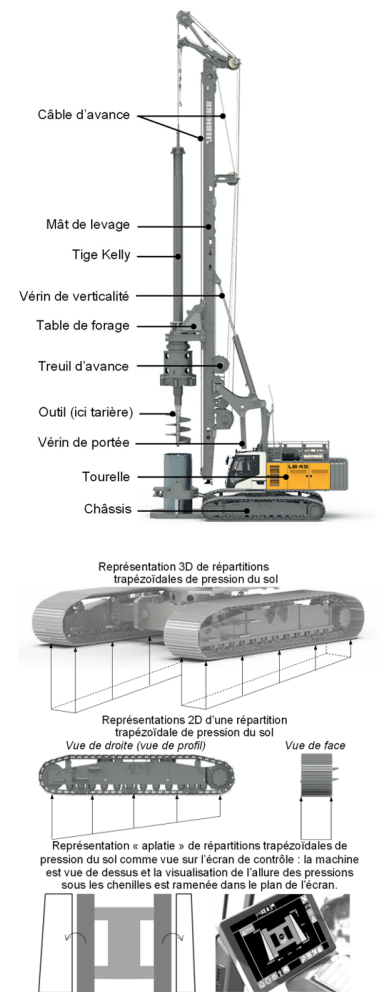


FIGURE 1 – Modèles de répartitions trapézoïdales de pression du sol sur les chenilles.

TABLE 1 – Pressions admissibles par le sol selon le type de sol

Type de sol	Rocher	Schiste argileux	Gravier compact	Asphalte	Sable compacté	Sable en vrac	Argile humide
Pression maximale admissible (kPa)	2 000	800	400	200	200	100	< 100

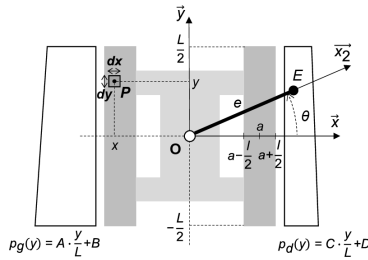


FIGURE 2 – Simplification et modèle équivalent

Afin de résoudre le problème plus facilement, on somme les deux glisseurs (poids en  $G$  et sol en  $F$ ) pour en former un seul équivalent (en  $E$ ), comme visualisé sur la figure 2 et noté  $\overrightarrow{R}(eq \rightarrow f) = F_{eq} \vec{z}$  où  $F_{eq}$  est négatif.

**Question 1** Déterminer les expressions de  $F_{eq}$  et de  $e$  en fonction de  $M$ ,  $m$ ,  $F_w$ ,  $R$ ,  $r$  et de  $g$ .

La force élémentaire de réaction du sol 0 sur la chenille gauche  $cg$  est notée  $\overrightarrow{dF}_{0 \rightarrow cg}(P) = p_g(y) \vec{z} dx dy$ . La chenille droite est notée  $cd$ .

**Question 2** En déduire l'expression de la force élémentaire  $\overrightarrow{dF}_{0 \rightarrow cg}(P)$  et du moment élémentaire  $\overrightarrow{dM}_{O,0 \rightarrow cg}(P)$  au point  $O$  qu'exercent le sol sur la chenille gauche en un point  $P$  de contact en fonction de  $A$  et de  $B$ .

**Question 3** Déterminer à l'aide de la question précédente les expressions de l'effort  $\overrightarrow{F}_{0 \rightarrow cg}$  et du moment au point  $O$   $\overrightarrow{M}_{O,0 \rightarrow cg}$  en fonction de  $B$ ,  $D$  et des données connues du système.

De même, on pourrait, par analogie, déterminer  $\overrightarrow{F}_{0 \rightarrow cd}$   $\overrightarrow{M}_{O,0 \rightarrow cd}$  en fonction de  $C$  et de  $D$ . Au final, on peut en déduire la force  $\overrightarrow{F}_{0 \rightarrow \Sigma}$  qu'exerce le sol sur la foreuse et le moment en  $O$  qu'exerce le sol sur la foreuse  $\overrightarrow{M}_{O,0 \rightarrow \Sigma}$  (via uniquement les chenilles gauche et droite).

Grâce à ces résultats, on trouve qu'à l'équilibre, les répartitions de pressions trapézoïdales doivent respecter le système d'équations ci-contre.

$$\begin{cases} (D + B)Ll = -F_{eq} \\ (C + A) \frac{L^2 l}{12} = -F_{eq} e \sin \theta \\ (d - B)Lla = -F_{eq} e \cos \theta \end{cases}$$

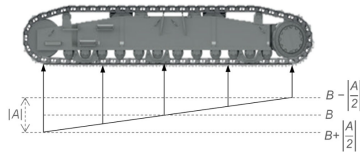


FIGURE 3 – Aperçu des expressions des pressions minimale, maximale et moyenne.

**Question 4** Quels théorèmes généraux ont permis d'établir les trois équations scalaires du système d'équations (1) ?

La figure 3 permet de remarquer que  $B$  (respectivement  $D$ ), toujours positive, est la pression moyenne de la répartition trapézoïdale gauche (respectivement droite) et que  $A$  (respectivement  $C$ ), positive ou négative, en est l'écart entre sa pression avant et arrière. Ainsi, la pression maximale du sol sur la chenille gauche vaut toujours  $B + \left| \frac{A}{2} \right|$  (respectivement  $D + \left| \frac{C}{2} \right|$  à droite).

Ainsi, pour estimer la pression maximale exercée au sol, l'ordinateur de bord estime d'abord la position de  $E$  et la valeur de  $F_{eq}$  en fonction des données renvoyées à tout instant par les capteurs présents sur les différents axes de la foreuse. Ensuite, il détermine les valeurs des pressions  $A$ ,  $B$ ,  $C$  et  $D$  grâce aux équations précédentes avec l'hypothèse assez réaliste où  $C = A$  et en déduit la pression maximale. Enfin, il renvoie à l'écran la visualisation « aplatie » des distributions de pression et sonne l'alarme en cas d'approche de la pression maximale autorisée rentrée par l'utilisateur.

**Question 5** Après avoir précisé l'expression des paramètres  $A$ ,  $B$ ,  $C$  et  $D$ , donner l'expression de la pression maximale de chacune des répartitions estimées (gauche et droite) en fonction des données connues par la machine ( $L$ ,  $l$ ,  $a$ ,  $e$ ,  $\theta$  et  $F_{eq}$  uniquement).

**Question 6** En déduire que l'expression unique de la pression maximale sous la foreuse s'écrit :  $p_{max} = \frac{-F_{eq}}{2Ll} \left( 1 + \frac{e|\cos \theta|}{a} + \frac{6e|\sin \theta|}{L} \right)$ .