

TD 0

Tour en fosse utilisé pour le reprofilage des roues ferroviaires – Asservissement du porte-outil– Sujet

Concours Centrale Supélec – PSI 2018.

B2-07

C2-02

Modélisation du mouvement pour la commande

Objectif

Modéliser le comportement dynamique de l'outil et du porte-outil, puis étudier une commande en position $z_1(t)$ comprenant un correcteur proportionnel.

Le système composé de l'outil et du porte-outil est modélisé sur la Figure 2. Le porte-outil, de masse $m_1 = 5522$ kg, est considéré indéformable et en liaison glissière de direction \vec{z}_0 avec le bâti. Une chaîne de motorisation électrique permet de déplacer le porte-outil et une structure de commande associée permet d'asservir la position $z_1(t)$ par rapport à une position de référence. La chaîne de motorisation exerce une force motrice $\vec{f}_m(t) = f_m(t)\vec{z}_0$ sur le porte-outil.

La cahier des charges est donné sur la figure suivante.

req Tour en fosse [pilotage porte-outil]		
<p>*requirement*</p> <p>Reprofilage d'une roue</p>		
<p>id = 1</p> <p>text = "Le pilotage du porte-outil doit assurer un reprofilage rapide et sans génération de vibrations auto-entretenues de l'outil."</p>		
refine	refine	refine
<p>*requirement*</p> <p>Marge de phase de l'asservissement en position $z_1(t)$ du porte-outil</p> <p>id = 1.1</p> <p>text = "$M_\varphi = 60^\circ$"</p>	<p>*requirement*</p> <p>Déplacement de l'outil selon \vec{u}</p> <p>id = 1.3</p> <p>text = "$b = \frac{0.2}{\pi}$ mm·rad$^{-1}$"</p>	<p>*requirement*</p> <p>Erreur en régime permanent sur la position $z_2(t)$ de l'outil lorsque l'effort de coupe est constant $f_c(t) = f_{c0}\mathcal{H}(t)$, avec $f_{c0} = 1$ kN</p> <p>id = 1.4</p> <p>text = "$\Delta e < 40$ μm"</p>
<p>*requirement*</p> <p>Pulsation de coupure à 0 dB de $H_{BO}(j\omega)$ de l'asservissement du porte-outils</p> <p>id = 1.2</p> <p>text = "$\omega_{0\text{dB}} = 200$ rad·s$^{-1}$"</p>	<p>*requirement*</p> <p>Défait de la roue lorsque la perturbation est du type $f_c(t) = f_{c1}\sin(\omega t)\mathcal{H}(t)$, avec $f_{c1} = 100$ N</p> <p>id = 1.5</p> <p>text = "$\Delta u < 30$ μm"</p>	

Les positions du porte-outil et du point C par rapport à leur position de référence sont respectivement paramétrées par $z_1(t)\vec{z}_0$ et $z_2(t)\vec{z}_0$, avec $z_1(t)\vec{z}_0$ et $z_2(t)\vec{z}_0$ des grandeurs algébriques (Figure 2). Les conditions initiales sont toujours supposées nulles.

Le théorème de la résultante dynamique appliqué au porte-outil puis à l'outil permet

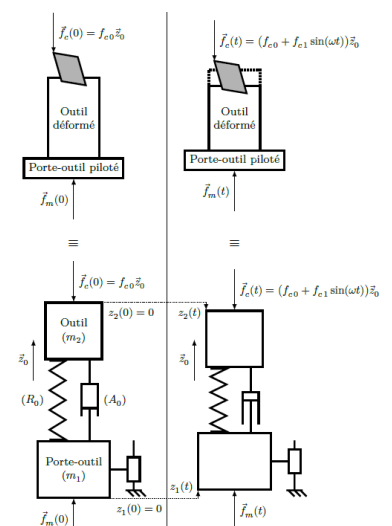


FIGURE 2 – Modèle de déformation de l'outil avec le porte-outil piloté

d'obtenir les deux relations suivantes :

$$\begin{aligned} m_1 \ddot{z}_1(t) + \lambda \dot{z}_1(t) + K z_1(t) &= \lambda \dot{z}_2(t) + K z_2(t) + f_m(t) \\ m_2 \ddot{z}_2(t) + \lambda \dot{z}_2(t) + K z_2(t) &= \lambda \dot{z}_1(t) + K z_1(t) + f_c(t) \end{aligned}$$

Le modèle correspondant est représenté par le schéma bloc de la Figure 3.

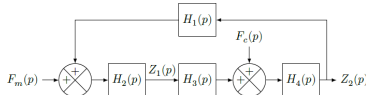


FIGURE 3 – Modèle de l'outil et du porte-outil

Question 1 Exprimer les fonctions $H_1(p)$, $H_2(p)$, $H_3(p)$ et $H_4(p)$ en fonction de K , λ , m_1 et m_2 .

Le modèle de la Figure 3 est réduit au modèle équivalent de la figure Figure 4.

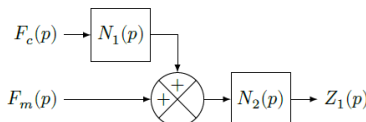
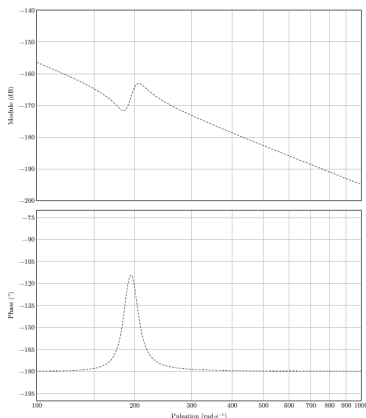


FIGURE 4 – Modèle équivalent

Question 2 Exprimer $N_1(p)$ et $N_2(p)$ en fonction de $H_1(p)$, $H_2(p)$, $H_3(p)$ et $H_4(p)$.

Question 3 Montrer que $N_2(p)$ peut s'écrire sous la forme $N_2(p) = A \frac{p^2 + 2\xi_1\omega_1 p + \omega_1^2}{p^2 (p^2 + 2\xi_2\omega_2 p + \omega_2^2)}$. Exprimer ξ_1 , ξ_2 , ω_1 , ω_2 et A en fonction de m_1 , m_2 , λ et K .

Le diagramme de Bode associé à la fonction de transfert $N_2(p)$ est représenté ci-contre.



Question 4 Compléter ce diagramme par les tracés asymptotiques en module et en phase, et conclure sur la cohérence du diagramme donné.

Question 5 Au regard des valeurs numériques, montrer que la fonction de transfert $N_2(p)$ peut être approchée par la fonction $N_{2app}(p) = \frac{A}{p^2}$. En utilisant une couleur différente, tracer le diagramme de Bode associé à la fonction de transfert $N_{2app}(p)$ sur le document réponse et conclure sur la validité de ce modèle approché.

Le modèle approché ($N_{2app}(p)$) est retenu pour la suite de l'étude. Le schéma bloc modélisant la régulation de la position $z_1(t)$ est donné en figure Figure 5, en considérant un correcteur proportionnel de gain K_p .

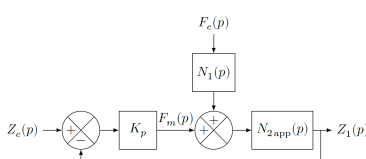


FIGURE 5 – Modèle de synthèse de la régulation en position $z_1(t)$ du porte-outil

Question 6 Justifier qu'une correction proportionnelle ne permet pas de respecter l'ensemble des critères du diagramme des exigences de la Figure 1.

Analyse de l'influence d'un paramètre

On a d'une part $Q(p) = Q_c(p) - Z_2(p)H_r(p)$.

D'autre part, la quantité de matière enlevée est donnée par $q(t) = q_c(t) - z_2(t) + z_2(t - \tau)$ où τ est la durée nécessaire à la roue pour effectuer un tour complet.

Question 7 Déterminer $H_r(p)$ en fonction de τ .

Le schéma-blocs retenu est donné ci-contre.

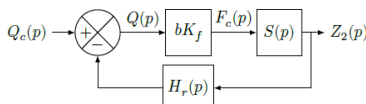


FIGURE 6 – Modèle équivalent de la chaîne d'asservissement complète

La Figure 7 représente le diagramme de Bode de la fonction de transfert en boucle ouverte du système modélisé Figure 6, avec $b = \frac{5 \times 10^{-2}}{\pi} \text{ mm rad}^{-1}$

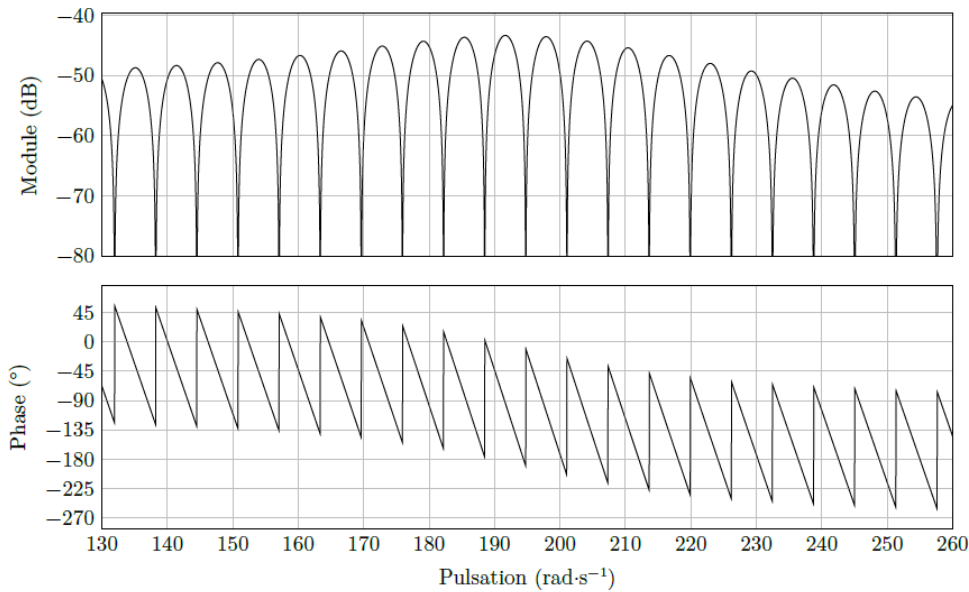


FIGURE 7 – Diagramme de Bode de la boucle ouverte du schéma-blocs

Les « zéros de transmission » d'une fonction de transfert $H(p)$ correspondent aux pulsations ω pour lesquelles $H(j\omega)$ est nul.

Question 8 Préciser l'expression de la fonction de transfert en boucle ouverte de la figure 16 puis vérifier la cohérence du diagramme de Bode de la Figure 7 en analysant les « zéros de transmission ».

Question 9 Déterminer un ordre de grandeur du paramètre b permettant de conserver la stabilité du système en boucle fermée. Conclure sur la compatibilité de cette valeur maximale avec un bon amortissement de l'asservissement.

Éléments de correction

1. $H_1(p) = \lambda p + K$, $H_2(p) = \frac{1}{m_1 p^2 + \lambda p + K}$, $H_3(p) = \lambda p + K$, $H_4(p) = \frac{1}{m_2 p^2 + \lambda p + K}$.
2. $N_1(p) = H_1(p)H_4(p)$ et $N_2(p) = \frac{H_2(p)}{1 - H_1(p)H_2(p)H_3(p)H_4(p)}$.
3. $\omega_1^2 = \frac{K}{m_2}$, $\omega_2^2 = K \frac{m_1 + m_2}{m_1 m_2}$, $\xi_1 = \frac{\lambda}{2\sqrt{m_2 K}}$ et $\xi_2 = \lambda \frac{\sqrt{m_1 + m_2}}{2\sqrt{K m_1 m_2}}$.
4. .
5. $A = 1,87 \cdot 10^{-4}$.
6. .
7. $H_r(p) = 1 - e^{-\tau p}$.
8. .
9. $b_{\lim} = 2,83 \text{ mm rad}^{-1}$.

