

Application 1

Stabilité des systèmes – Corrigé

Exercice 1 – Réponse impulsionnelle (entrée Dirac)

Question 1 Pour chaque cas déterminer si la réponse est celle d'un système stable, instable ou juste (quasi) stable.

C1-01

C2-03

Exercice 2 – Pôles de la FTBF

Question 1 Pour chaque cas déterminer si la réponse est celle d'un système stable, instable ou juste (quasi) stable.

Exercice 3 – Applications du critère du Revers

Question 1 On donne ci-dessous les lieux de transferts de plusieurs FTBO. Déterminer, à l'aide du critère du Revers si les systèmes sont stables en BF.

Question 2 Pour les systèmes stables déterminer les marges de gain et de phase.

Exercice 4 – Étude de la stabilité

Question 1 Déterminer l'erreur statique et l'erreur de traînage.

Correction

Ici on a $\varepsilon(p) = \frac{E(p)}{1 + \text{FTBO}(p)}$.

Erreur statique (entrée échelon) : $\varepsilon_s = \lim_{t \rightarrow +\infty} \varepsilon(t) = \lim_{p \rightarrow 0} p \varepsilon(p) = \lim_{p \rightarrow 0} p \frac{1}{p} \frac{1}{1 + \frac{20}{(1+0,1p)p}} =$

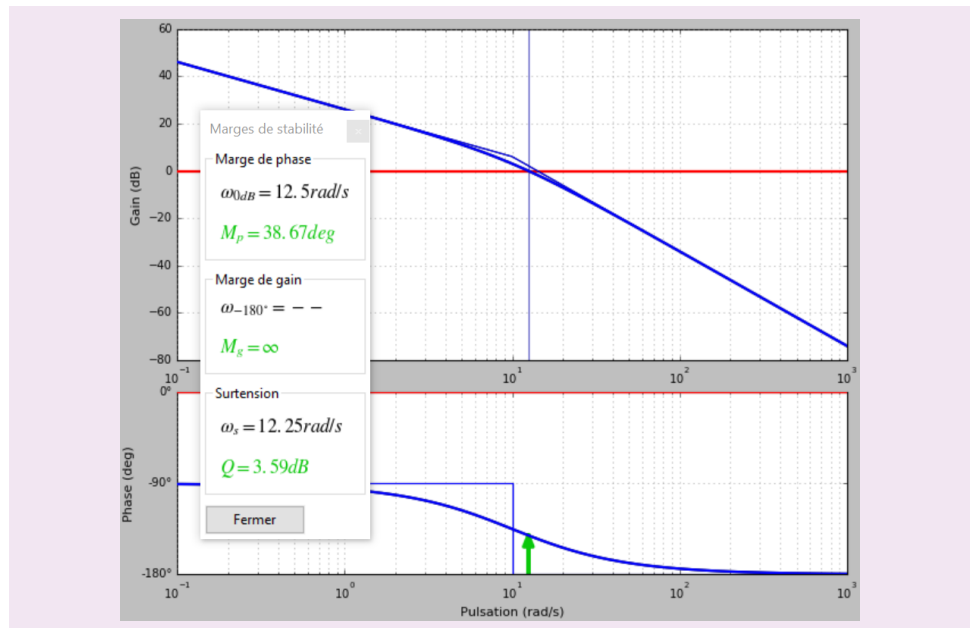
0

Erreur trainage (entrée rampe) : $\varepsilon_t = \lim_{t \rightarrow +\infty} \varepsilon(t) = \lim_{p \rightarrow 0} p \varepsilon(p) = \lim_{p \rightarrow 0} p \frac{1}{p^2} \frac{1}{1 + \frac{20}{(1+0,1p)p}} =$

1/20

Question 2 Effectuer les tracés des diagrammes de Bode de la FTBO.

Correction



Question 3 Déterminer graphiquement les marges de gains et de phase.

Correction

Question 4 Confirmer ces résultats par le calcul.

Correction

La phase ne coupe jamais l'axe des abscisses. Ainsi, La marge de gain n'est pas définie (elle est infinie). Pour déterminer la marge de phase analytiquement :

1. On cherche ω_c tel que $G_{dB}(\omega_c) = 0$;
2. On calcule $\varphi(\omega_c)$;
3. La marge de phase est de $\varphi(\omega_c) - (-180)$.

Cherchons ω_c tel que $G_{dB}(\omega_c) = 0$. On a $FTBO(j\omega) = \frac{20}{(1 + 0,1j\omega)j\omega} = \frac{20}{j\omega - 0,1\omega^2}$.

$$20 \log |FTBO(j\omega)| = 20 \log 20 - 20 \log \sqrt{\omega^2 + 0,01\omega^4} = 20 \log 20 - 20 \log \omega \sqrt{1 + 0,01\omega^2}.$$

$$G_{dB}(\omega_c) = 0 \Leftrightarrow 20 = \omega_c \sqrt{1 + 0,01\omega_c^2} \Leftrightarrow 400 = \omega_c^2 (1 + 0,01\omega_c^2) \text{ On pose } x = \omega_c^2 \text{ et on a :}$$

$$400 = x(1 + 0,01x) \Leftrightarrow x^2 + 100x - 40000 = 0. \text{ On a donc } \Delta = 412,3^2 \text{ et } x_{1,2} = \frac{-100 \pm 412,3}{2}$$

on conserve la racine positive et $x_1 = 156,15$ et $\omega_c = 12,5 \text{ rad s}^{-1}$.

$$\varphi(\omega_c) = \arg(20) - 90 - \arg(1 + 0,1j\omega_c) = 0 - 90 - \arctan(0,1\omega_c) = 0 - 90 - 51,34 = -141,34^\circ.$$

La marge de phase est donc de $38,66^\circ$.

Question 5 Conclure par rapport au cahier des charges.

Correction

Le système ne sera pas stable vis-à-vis du cahier des charges.

Pour $\tau = 0,005$

