

Quille pendulaire★

B2-07

Question 1 Donner les expressions des fonctions de transfert A_1 , A_2 , A_3 et A_4 en fonction de la variable complexe p et des constantes.

D'une part, on transforme les équations dans le domaine de Laplace : $Q(p) = SpX(p) + \frac{V}{2B}p\Sigma(p)$ et $Mp^2X(p) = S\Sigma(p) - kX(p) - \lambda pX(p) - F_R(p)$.

En utilisant le schéma-blocs, on a $\Sigma(p) = A_2 (A_1 Q(p) - X(p)) = A_1 A_2 Q(p) - A_2 X(p)$.

Par ailleurs $\Sigma(p) = \frac{Q(p) - SpX(p)}{\frac{V}{2B}} = Q(p) \frac{2B}{Vp} - X(p) \frac{S2B}{V}$. On a donc $A_2 = \frac{S2B}{V}$, $A_1 A_2 = \frac{2B}{Vp}$ soit $A_1 = \frac{2B}{Vp} \frac{V}{S2B} = \frac{1}{Sp}$.

On a aussi $X(p) = A_4 (-F_R(p) + A_3 \Sigma(p)) = -A_4 F_R(p) + A_3 A_4 \Sigma(p)$. Par ailleurs, $X(p) (Mp^2 + \lambda p + k) = S\Sigma(p) - F_R(p) \Leftrightarrow X(p) = \frac{S\Sigma(p)}{Mp^2 + \lambda p + k} - \frac{F_R(p)}{Mp^2 + \lambda p + k}$.

On a donc : $A_4 = \frac{1}{Mp^2 + \lambda p + k}$ et $A_3 = S$.

Au final, $A_1 = \frac{1}{Sp}$, $A_2 = \frac{S2B}{V}$, $A_3 = S$ et $A_4 = \frac{1}{Mp^2 + \lambda p + k}$.

Question 2 Donner les expressions des fonctions de transfert H_1 et H_2 en fonction de A_1 , A_2 , A_3 et A_4 , puis de la variable p et des constantes.

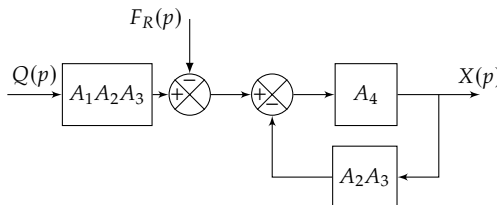
Méthode 1 : Utilisation des relations précédentes On a $X(p) = (H_1 Q(p) - F_R(p)) H_2(p)$.

Par ailleurs, on a vu que $X(p) = A_4 (-F_R(p) + A_3 \Sigma(p))$ et $\Sigma(p) = A_2 (A_1 Q(p) - X(p))$.

On a donc $X(p) = A_4 (-F_R(p) + A_3 A_2 (A_1 Q(p) - X(p))) \Leftrightarrow X(p) (1 + A_2 A_3 A_4) = A_4 (-F_R(p) + A_3 A_2 A_1 Q(p))$. On a donc $H_1(p) = A_1 A_2 A_3$ et $H_2 = \frac{A_4}{1 + A_2 A_3 A_4}$.

Méthode 2 : Lecture directe du schéma-blocs Revient à utiliser la méthode précédente.

Méthode 3 : Algèbre de schéma-blocs Le schéma-blocs proposé est équivalent au schéma suivant.



On retrouve le même résultat que précédemment.

$A_1 = \frac{1}{Sp}$, $A_2 = \frac{S2B}{V}$, $A_3 = S$ et $A_4 = \frac{1}{Mp^2 + \lambda p + k}$.

En faisant le calcul on obtient : $H_1(p) = \frac{2BS}{pV}$ et $H_2 = \frac{\frac{1}{Mp^2 + \lambda p + k}}{1 + \frac{2BS^2}{V} \frac{1}{Mp^2 + \lambda p + k}}$

$$= \frac{1}{Mp^2 + \lambda p + k + \frac{2BS^2}{V}}.$$

Question 3 Pour ce vérin non perturbé ($F_R = 0$), donner sa fonction de transfert $X(p)/Q(p)$ en fonction de la variable p et des constantes.

Dans ce cas, $\frac{X(p)}{Q(p)} = H_1(p)H_2(p) = \frac{2BS}{p(MVp^2 + \lambda pV + kV + 2BS^2)}.$