Application 1
Tapis de course – Corrigé

Pôle Chateaubriand – Joliot-Curie.

C1-05

C2-08

Question 1 Déterminer la vitesse de rotation du moteur ω_m en rad/s en fonction de la vitesse de déplacement V_{30} en m/s de la courroie 3. En déduire la vitesse maximale du moteur $\omega_{\text{m max}}$ lorsque la courroie se déplace à la vitesse maximale indiquée dans le cahier des charges.

Correction

Question 2 Déterminer l'expression du couple moteur C_m nécessaire pour mettre en mouvement la courroie 3 en régime permanent.

Correction

Question 3 Déterminer la puissance développée par le moteur lorsque le coureur de 115 kg court en régime établi à 19 km/h.

Correction

Le système possède un moteur courant continu ayant les caractéristiques ci-dessous.

Puissance nominale P_n = 1840 W Vitesse maximale Nmax 4000 tr/min	Tension nominale U_n = 130 V Constante de vitesse K_E = 0,33 V/(rad.s^{-1}) Courant nominal I_n = 17,6 A Constante de couple K_T = 0,33 N.m/A Résistance d'induit R = 1,1 Ohm

Question 4 Conclure quant au bon dimensionnement du moteur vis-à-vis des performances attendues.

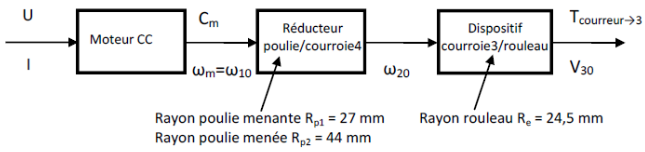
Correction

Éléments de correction

1. $\omega_m = \dfrac{R_{p2}}{R_{p1}}\dfrac{V_{30}}{R_e}$ et $\omega_{\text{m max}} = 351\,\text{rad}\,\text{s}^{-1}$.
2. $C_m = \dfrac{1}{\eta}\left(T_{\text{coureur}\to 3} R_e \dfrac{R_{p1}}{R_{p2}}\right)$.

1. Déterminer la vitesse de rotation du moteur ω_m en rad/s en fonction de la vitesse de déplacement V_{30} en m/s de la courroie 3. En déduire la vitesse maximale du moteur ω_{mmax} lorsque la courroie se déplace à la vitesse maximale indiquée dans le cahier des charges.

La chaîne d'énergie pour le déplacement du tapis peut être représentée de la façon suivante :



S'il y a roulement sans glissement de la courroie 3 sur le rouleau 2 alors $V_{30} = \omega_{20} \cdot R_e$

Le rapport de réduction au niveau du réducteur poulie/courroie 4 est $\dfrac{\omega_m}{\omega_{20}} = \dfrac{R_{p2}}{R_{p1}}$

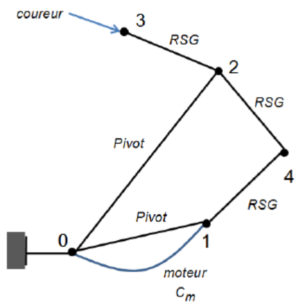
Donc $\boxed{\omega_m = \dfrac{R_{p2}}{R_{p1}} \cdot \dfrac{V_{30}}{R_e}}$

Le cahier des charges indique que la vitesse maximale de déplacement de la courroie est : $V_{30max} = \dfrac{19000}{3600} \, m \cdot s^{-1}$

.

Cela impose une vitesse angulaire du moteur de : $\omega_{mmax} = \dfrac{44}{27} \cdot \dfrac{19000}{24{,}5 \times 10^{-3} \cdot 3600} \Rightarrow \boxed{\omega_{mmax} = 351 \, rad \cdot s^{-1}}$

2. Déterminer l'expression du couple moteur C_m nécessaire pour mettre en mouvement la courroie 3 en régime permanent.



Appliquons le théorème de l'énergie cinétique à l'ensemble $E = 1+2+3$ dans son mouvement par rapport bâti fixe noté 0.

$$\frac{d E_{c\,E/0}}{dt} = P_{\bar{E} \to 0} + P_{\text{inter-effort}}$$

Calcul de l'énergie cinétique :

$\boxed{E_{c\,E/bâti} = \dfrac{1}{2} \cdot I_{eq} \cdot \omega_m^2}$ avec I_{eq}, l'inertie équivalente des pièces en mouvement ramenée sur l'arbre moteur

Puissance des actions mécaniques extérieures : $P_{\bar{E} \to E/0} = P_{0 \xrightarrow{m} 1/0} + P_{0 \to 1/0} + P_{0 \to 2/0} + P_{coureur \to 3/0}$

Avec :

$P_{0 \xrightarrow{m} 1/0} = C \cdot \omega_m$

$P_{coureur \to 3/0} = \{T_{coureur \to 3}\} \otimes \{V_{3/0}\} = \begin{Bmatrix} -T_{coureur \to 3} \cdot \vec{u} \\ \vec{0} \end{Bmatrix} \otimes \begin{Bmatrix} \vec{0} \\ V_{30} \cdot \vec{u} \end{Bmatrix}_{V_{3/0}} = -T_{coureur \to 3} \cdot V_{30} = -T_{coureur \to 3} \cdot R_e \cdot \dfrac{R_{p1}}{R_{p2}} \cdot \omega_m$

$P_{0 \to 1/0} \neq 0$ et $P_{0 \to 2/0} \neq 0$ ces puissances dissipées par frottement dans les liaisons sont intégrés dans la notion de rendement (voir ci-dessous).

Puissance des actions mécaniques intérieures : $P_{int} = \sum P_{i \xleftrightarrow{liaisons} j}$

$P_{i \xleftrightarrow{liaisons} j} = 0$ car RSG entre les solides i et j

Ainsi : $P_{int} = 0$

Puissance dissipée dans les liaisons en régime permanent : $P_d = P_{0 \to 1/0} + P_{0 \to 2/0}$

En tenant compte du rendement global du système mécanique, on peut alors évaluer la puissance dissipée par échauffement dans les liaisons : $P_d = P_{entrée} \cdot (\eta - 1) = -C \cdot \omega_m \cdot (\eta - 1)$

En régime permanent, on a $\omega_m = cte$, il n'y a donc pas de variation d'énergie cinétique.
On a donc, par application du théorème de l'énergie cinétique en régime permanent :

$$0 = C_m \cdot \omega_m - T_{coureur \to 3} \cdot R_e \cdot \frac{R_{p1}}{R_{p2}} \cdot \omega_m + C_m \cdot \omega_m \cdot (\eta - 1)$$

Ce qui permet d'exprimer le couple moteur en régime établi : $\boxed{C_m = \frac{1}{\eta} \cdot \left(T_{coureur \to 3} \cdot R_e \cdot \frac{R_{p1}}{R_{p2}} \right)}$

3. Déterminer la puissance développée par le moteur lorsque le coureur de 115 kg court en régime établi à 19 km/h.

En régime établie à 19 km/h, on a : $P_{0 \xrightarrow{m} 1/0} = C \cdot \omega_{max}$

Soit : $P_{0 \xrightarrow{m} 1/0} = \frac{1}{0,9} \cdot \left(T \cdot R_e \cdot \frac{R_{p1}}{R_{p2}} \right) \cdot \omega_{max} = \boxed{1349\,\mathrm{W}}$

4. Conclure quant au bon dimensionnement du moteur vis-à-vis des performances attendues.

$P_{moteur} = 1350\,\mathrm{W} < 1840\,\mathrm{W}$

$\omega_{mmax} = 351\,\mathrm{rad \cdot s^{-1}} < 4000\,\mathrm{tr \cdot min^{-1}} = 420\,\mathrm{rad \cdot s^{-1}}$

D'après la documentation du constructeur, le moteur est capable de fournir la puissance et la vitesse nécessaire pour cette phase de fonctionnement.