

# Application 0

## Roulement à billes – Corrigé

**Question 1** Réaliser les figures planes correspondant au paramétrage du système.

Ressources de Renan Bonnard.

**Question 2** Déterminer  $\overrightarrow{\Omega(1/0)}$ ,  $\overrightarrow{V(O, 1/0)}$  et  $\overrightarrow{V(I, 1/0)}$ .

**Correction**

$$\{\mathcal{V}(1/0)\} = \left\{ \begin{array}{l} \overrightarrow{\Omega(1/0)} = \dot{\theta}_1 \vec{z}_0 \\ \overrightarrow{V(O, 1/0)} = \vec{0} \end{array} \right\}_O = \left\{ \begin{array}{l} \overrightarrow{\Omega(1/0)} = \dot{\theta}_1 \vec{z}_0 \\ \overrightarrow{V(I, 1/0)} = r_1 \omega_1 \vec{j} \end{array} \right\}_I$$

**Question 3** Déterminer  $\overrightarrow{\Omega(2/0)}$ ,  $\overrightarrow{V(O, 2/0)}$  et  $\overrightarrow{V(J, 2/0)}$ .

**Correction**

$$\{\mathcal{V}(1/0)\} = \left\{ \begin{array}{l} \overrightarrow{\Omega(2/0)} = \dot{\theta}_2 \vec{z}_0 \\ \overrightarrow{V(O, 2/0)} = \vec{0} \end{array} \right\}_O = \left\{ \begin{array}{l} \overrightarrow{\Omega(2/0)} = \dot{\theta}_2 \vec{z}_0 \\ \overrightarrow{V(J, 2/0)} = r_1 \omega_2 \vec{j} \end{array} \right\}_J$$

**Question 4** Exprimer les conditions de roulement sans glissement en  $I$  et  $J$ . Établir les expression des vecteurs  $\overrightarrow{V(I, 3/0)}$  et  $\overrightarrow{V(J, 3/0)}$ .

**Correction**

$$\begin{aligned} \overrightarrow{V(I, 3/1)} &= \vec{0} \\ \overrightarrow{V(I, 3/0)} &= \overrightarrow{V(I, 3/1)} + \overrightarrow{V(I, 1/0)} \Rightarrow \overrightarrow{V(I, 3/0)} = \overrightarrow{V(I, 1/0)} = r_1 \omega_1 \vec{j} \\ \overrightarrow{V(J, 3/2)} &= \vec{0} \\ \overrightarrow{V(J, 3/0)} &= \overrightarrow{V(J, 3/2)} + \overrightarrow{V(J, 2/0)} \Rightarrow \overrightarrow{V(J, 3/0)} = \overrightarrow{V(J, 2/0)} = r_2 \omega_2 \vec{j} \end{aligned}$$

**Question 5** En déduire l'expression de  $\omega_3$  en fonction de  $r_1, r_2, \omega_1, \omega_2$ .

**Correction**

$$\begin{aligned} \overrightarrow{V(I, 3/0)} &= \overrightarrow{V(J, 3/0)} + \vec{IJ} \wedge \overrightarrow{\Omega(3/0)} \\ \omega_3 &= \frac{r_2 \omega_2 - r_1 \omega_1}{r_2 - r_1} \end{aligned}$$

**Question 6** Déterminer  $\overrightarrow{V(G, 3/0)}$  en fonction de  $r_1, r_2, \omega_1, \omega_2$ .

**Correction**

$$\overrightarrow{V(G, 3/0)} = \overrightarrow{V(I, 3/0)} + \vec{GI} \wedge \overrightarrow{\Omega(3/0)} = \frac{r_2 \omega_2 + r_1 \omega_1}{2} \vec{j}$$

**Question 7** Déterminer l'expression de la vitesse de glissement de la bille 3 par rapport à la cage 4 au point C en fonction de  $r_1, r_2, \omega_1, \omega_2$ .

**Correction**

On cherche à calculer  $\overrightarrow{V(C, 3/4)}$  :

$$\overrightarrow{V(C, 3/4)} = \overrightarrow{V(G, 3/4)} + \overrightarrow{CG} \wedge \overrightarrow{\Omega(3/4)}$$

Calcul de  $\overrightarrow{CG}$  :

$$\overrightarrow{CG} = -\frac{1}{2}(r_2 - r_1)\vec{j}$$

Calcul de  $\overrightarrow{\Omega(3/4)}$  :

$$\overrightarrow{\Omega(3/4)} = \overrightarrow{\Omega(3/0)} - \overrightarrow{\Omega(4/0)}$$

Calcul de  $\omega_4$  :

$$\overrightarrow{V(G, 3/4)} = \overrightarrow{V(G, 3/0)} - \overrightarrow{V(G, 4/0)} = \vec{0}$$

Calcul de  $\overrightarrow{V(G, 4/0)}$  :

$$\overrightarrow{V(G, 4/0)} = \overrightarrow{V(O, 4/0)} + \overrightarrow{GO} \wedge \overrightarrow{\Omega(4/0)} = \frac{r_2 + r_1}{2}\omega_4\vec{j}$$

Au final calcul de  $\omega_4$  :

$$\omega_4 = \frac{r_2\omega_2 + r_1\omega_1}{r_1 + r_2}$$

Calcul de  $\overrightarrow{\Omega(3/4)}$  :

$$\overrightarrow{\Omega(3/4)} = \overrightarrow{\Omega(3/0)} - \overrightarrow{\Omega(4/0)} = \left( \frac{r_2\omega_2 - r_1\omega_1}{r_2 - r_1} - \frac{r_2\omega_2 + r_1\omega_1}{r_2 + r_1} \right) \vec{z}_0$$

Au final en faisant le calcul on obtient :

$$\overrightarrow{V(C, 3/4)} = \frac{r_2r_1(\omega_1 - \omega_2)}{r_1 + r_2}\vec{i}$$