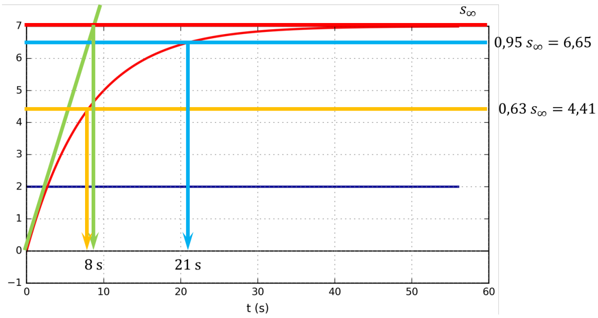
Identification temporelle ★

B2-06

Question 1 Déterminer la fonction de transfert du système.



La tangente à l'origine est non nulle. Il n'y a pas de dépassement. On va donc identifier un système d'ordre 1 de la forme $H(p) = \dfrac{K}{1+\tau p}$.

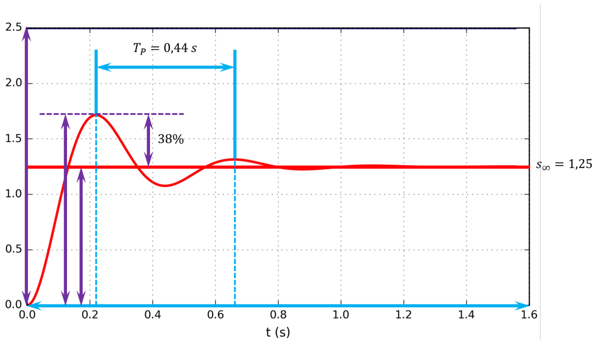
L'échelon d'entrée a une amplitude de 2. En régime permanent la valeur atteinte est de 7. On a donc $K = \dfrac{7}{2} = 3,5$.

Pour identifier la constante de temps, on peut :

- regarder à quel temps a lieu l'intersection entre l'asympote en régime permanent et la tangente à l'origine ;
- mesurer le temps de temps réponse à 63 % ;
- mesurer le temps de temps réponse à 95 % et diviser cette valeur par 3.

On a donc $H(p) = \dfrac{3,5}{1+8p}$.

Question 2 Déterminer la fonction de transfert du système en réalisant les mesures nécessaires et en utilisant les formules appropriées.



La tangente à l'origine est nulle et il y a des dépassements. On modélise le système par un système d'ordre 2. $H(p) = \dfrac{K}{1+\dfrac{2\xi}{\omega_0}p+\dfrac{p^2}{\omega_0^2}}$.

On a $K = \dfrac{1,25}{2,5} = 0,5$.

On mesure un dépassement de $1,38 = e^{\frac{-\pi\xi}{\sqrt{1-\xi^2}}} \Leftrightarrow \ln 0,38 = \frac{-\pi\xi}{\sqrt{1-\xi^2}} \Leftrightarrow \sqrt{1-\xi^2}\ln 1,38 = -\pi\xi \Leftrightarrow (1-\xi^2)(\ln 1,38)^2 = \pi^2\xi^2 \Leftrightarrow (\ln 1,38)^2 - \xi^2(\ln 1,38)^2 = \pi^2\xi^2 \Leftrightarrow (\ln 1,38)^2 = \pi^2\xi^2 + \xi^2(\ln 1,38)^2 \Leftrightarrow (\ln 1,38)^2 = \xi^2\left(\pi^2 + (\ln 1,38)^2\right) \Leftrightarrow \frac{(\ln 1,38)^2}{\pi^2 + (\ln 1,38)^2} = \xi^2$ $\Leftrightarrow \xi = \sqrt{\frac{(\ln 1,38)^2}{\pi^2 + (\ln 1,38)^2}} = 0,3.$

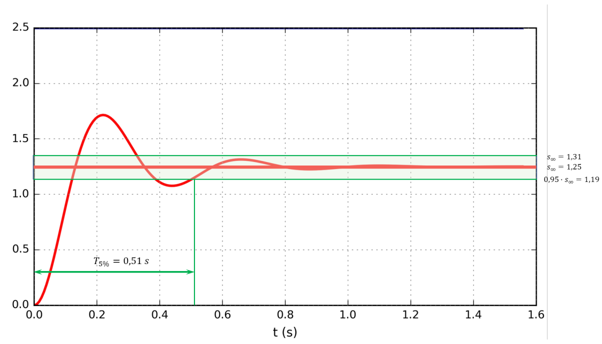
Par ailleurs, $\omega_0 = \frac{2\pi}{T_p\sqrt{1-\xi^2}} = \frac{2\pi}{0,44\sqrt{1-0,3^2}} = 14{,}9\,\text{rad}\,\text{s}^{-1}$.

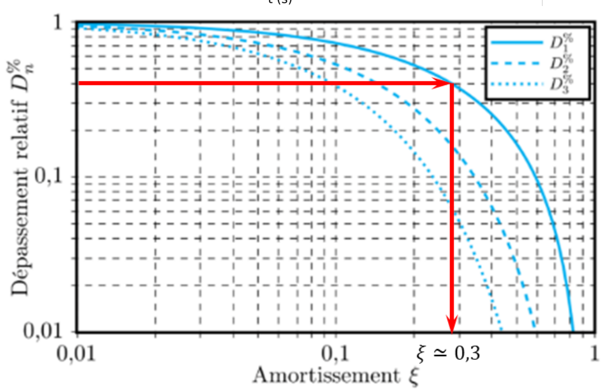
Au final, $H(p) = \frac{0,5}{1 + \frac{2\times 0,3}{14,9}p + \frac{p^2}{14,9^2}}$.

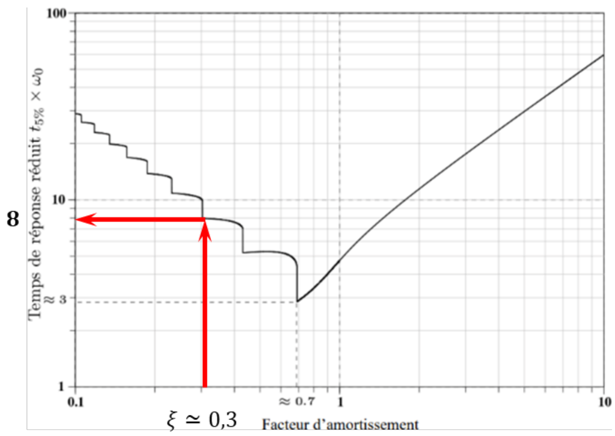
Question 3 Déterminer la fonction de transfert du système en utilisant les abaques.
Le dépassement est de 38 %. On a donc $\xi = 0,3$.

De plus, on mesure $T_{5\%} \times \omega_0 = 8$ avec $T_{5\%} = 0{,}51\,\text{s}$ on a $\omega_0 = 8/0,5 \simeq 16\,\text{rad}\,\text{s}^{-1}$.

Au final, $H(p) = \frac{0,5}{1 + \frac{2\times 0,3}{16}p + \frac{p^2}{16^2}}$.







100
10
8
≈ 3
1
0.1
≈ 0.7
1
10
Temps de réponse réduit $t_{5\%} \times \omega_0$
Facteur d'amortissement
$\xi \simeq 0,3$