

Application 0

Dynamique du véhicule – Segway de première génération– Corrigé

Frédéric SOLLNER – Lycée Mermoz – Montpellier.

Présentation

Objectif

L'objectif est de valider l'exigence 1 : permettre à l'utilisateur de se déplacer sur le sol.

Étude du dérapage en virage du véhicule Segway

Question 1 Exprimer la vitesse, notée $\overrightarrow{V}(G_E/\mathcal{R}_0)$, du point G_E dans son mouvement par rapport à \mathcal{R}_0 en fonction de $\dot{\theta}$ et R_C . Exprimer la vitesse linéaire $V_L = \|\overrightarrow{V}(G_E/\mathcal{R}_0)\|$ du véhicule en fonction de R_C et $\dot{\theta}$.

Correction

On a $\overrightarrow{V}(G_E/\mathcal{R}_0) = -R_C \dot{\theta} \vec{x}_1$. On a alors $V_L = R_C \dot{\theta}$.

Correction

$$\overrightarrow{\Gamma}(G_E/\mathcal{R}_0) = \left[\frac{d\overrightarrow{V}(G_E/\mathcal{R}_0)}{dt} \right]_{\mathcal{R}_0} = -R_C \ddot{\theta} \vec{x}_1 - R_C \dot{\theta}^2 \vec{y}_1 = -R_C \dot{\theta}^2 \vec{y}_1 \quad (\dot{\theta} \text{ est constant}).$$

Correction

La direction des efforts normaux et tangentiels est donnée. En utilisant les lois de Coulomb, on a donc, $T_A \leq f N_A$ et $T_B \leq f N_B$. En sommant les inégalités, on a donc $T_A + T_B \leq f(N_A + N_B)$.

Correction

E étant un ensemble indéformable, on a : $\overrightarrow{R_d}(E/\mathcal{R}_0) = -m_E R_C \dot{\theta}^2 \vec{y}_1$ (pas de projection sur \vec{z}_0). On isole E et les roues et on réalise le BAME :

- pesanteur sur E ;
- action du sol sur les roues.

En appliquant le TRD en projection sur \vec{z}_{01} , on a donc : $N_A + N_B - m_E g = 0$.

Correction

En appliquant le TRD en projection sur \vec{y}_1 , on a : $-T_A - T_B = -m_E R_C \dot{\theta}^2 \Leftrightarrow T_A + T_B = m_E R_C \dot{\theta}^2$. En utilisant les résultats de la question précédente, $m_E R_C \dot{\theta}^2 \leq f m_E g$. En notant $V_L = R_C \dot{\theta}$ la vitesse limite avant dérapage, on a $\frac{V_L^2}{R_C} \leq f g$. On a donc $V_L \leq \sqrt{R_C f g}$.

Correction

La vitesse limite est donc de 10 m s^{-1} soient 36 km h^{-1} ce qui satisfait le cahier des charges.



C1-05

C2-09

Étude du renversement en virage du véhicule Segway

Correction

Au centre d'inertie de E , on a $\overrightarrow{\delta(G_E, E/\mathcal{R}_0)} = \left[\frac{d\sigma(G_E, E/\mathcal{R}_0)}{dt} \right]_{\mathcal{R}_0}$. On a $\overrightarrow{\Omega(E/\mathcal{R}_0)} = \dot{\theta} \vec{z}_0$.

On a donc, $\overrightarrow{\sigma(G_E, E/\mathcal{R}_0)} = -E\dot{\theta} \vec{x}_1 - D\dot{\theta} \vec{y}_1 + C\dot{\theta} \vec{z}_0$. On a donc $\overrightarrow{\delta(G_E, E/\mathcal{R}_0)} = -E\dot{\theta}^2 \vec{y}_1 + D\dot{\theta}^2 \vec{x}_1$.

En conséquence, $\{\mathcal{D}(E/\mathcal{R}_0)\} = \left\{ \begin{array}{l} -m_E R_C \dot{\theta}^2 \vec{y}_1 \\ -E\dot{\theta}^2 \vec{y}_1 + D\dot{\theta}^2 \vec{x}_1 \end{array} \right\}_{G_E}$.

Correction

$\overrightarrow{\delta(B, E/\mathcal{R}_0)} = \overrightarrow{\delta(G_E, E/\mathcal{R}_0)} + \overrightarrow{BG_E} \wedge \overrightarrow{R_d(B/E)} = -E\dot{\theta}^2 \vec{y}_1 + D\dot{\theta}^2 \vec{x}_1 + (h\vec{z}_0 - l\vec{y}_1) \wedge (-m_E R_C \dot{\theta}^2 \vec{y}_1) = -E\dot{\theta}^2 \vec{y}_1 + D\dot{\theta}^2 \vec{x}_1 + h m_E R_C \dot{\theta}^2 \vec{x}_1$. $\overrightarrow{\delta(B, E/\mathcal{R}_0)} \cdot \vec{x}_1 = (D + h m_E R_C) \dot{\theta}^2$.

Correction

On a :

$$\blacktriangleright \overrightarrow{BG_E} \wedge -m_E g \vec{z}_0 = (-l\vec{y}_1 + h\vec{z}_0) \wedge -m_E g \vec{z}_0 = l m_E g \vec{x}_1;$$

$$\blacktriangleright \overrightarrow{BA} \wedge (-T_A \vec{y}_1 + N_A \vec{z}_1) = -2l\vec{y}_1 \wedge (-T_A \vec{y}_1 + N_A \vec{z}_1) = -2l N_A \vec{x}_1.$$

En appliquant le TMD en B suivant \vec{x}_1 , on a : $l m_E g - 2l N_A = (D + h m_E R_C) \dot{\theta}^2$.

Au final, $N_A = \frac{l m_E g - (D + h m_E R_C) \dot{\theta}^2}{2l}$.

Correction

Pour qu'il y ait non renversement, N_A doit rester positif ou nul.

On néglige $I_{G_E}(E)$ pour simplifier l'application numérique.

Question 2 Faire les applications numériques nécessaires et vérifier la conformité au cahier des charges.

Correction

$$N_A \simeq \frac{l m_E g - h m_E R_C \dot{\theta}^2}{2l} \geq 0. \text{ Ce qui est positif (pas de basculement).}$$

$$N_A \geq 0 \Rightarrow \frac{l m_E g - (D + h m_E R_C) \dot{\theta}^2}{2l} \geq 0 \Rightarrow l g - h R_C \dot{\theta}^2 \geq 0 \Rightarrow l g - h V_L^2 / R_C \geq 0$$

$$\Rightarrow l g \geq h V_L^2 / R_C \Rightarrow \sqrt{\frac{R_C l g}{h}} \geq V_L \Rightarrow V_L \leq 6,38 \text{ m s}^{-1} = 22,9 \text{ km h}^{-1}. \text{ CDCF Validé.}$$