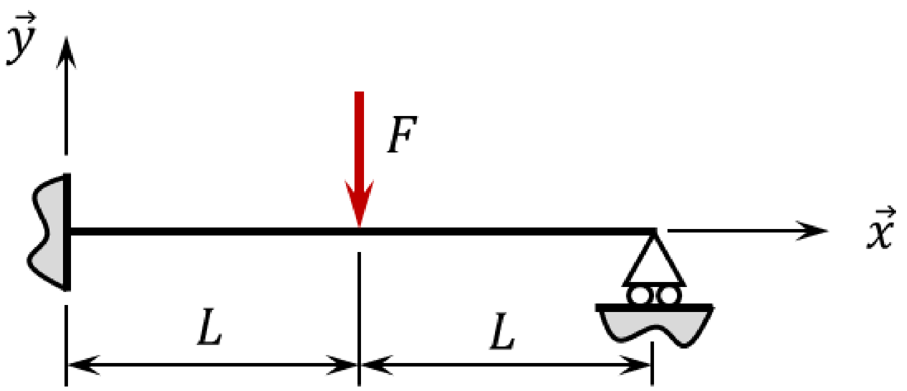
Poutre encastrée ★

[redacted]

D'après documents Emmanuel PINAULT-BIGEARD.

Pas de corrigé pour cet exercice.

On donne la poutre suivante.



Données :

- $p = 0{,}5\,\mathrm{N\,m^{-1}}$;
- $I_{G_z} = 801\,400\,\mathrm{mm^4}$;
- $E = 200\,000\,\mathrm{MPa}$;
- $G = 80\,000\,\mathrm{MPa}$;
- $L = 1\,\mathrm{m}$.

Question 1 Déterminer l'expression de la contrainte.

Question 2 Déterminer l'expression de la déformée.

Question 3 Déterminer l'inconnue hyperstatique.

Question 1 Déterminer l'inconnue hyperstatique par la méthode de superposition.

On divise en 2 problèmes :

Sans l'appui et avec la force F

- Pour $x \in [0, L]$: $v_1(0) = 0$ et $v_1'(0) = 0$

  Or : $Mf_z = -F(L-x) \quad \Rightarrow \quad \boxed{\begin{cases} v_1''(x) = -\dfrac{F}{EI_{G_z}}(L-x) \\ v_1'(x) = -\dfrac{F}{2EI_{G_z}}x(2L-x) \\ v_1(x) = -\dfrac{F}{6EI_{G_z}}x^2(3L-x) \end{cases}}$

- Pour $x \in [L, 2L]$: par continuité, on a : $\begin{cases} v_2'(L) = v_1'(L) = -\dfrac{FL^2}{2EI_{G_z}} \\ v_2(L) = v_1(L) = -\dfrac{FL^3}{3EI_{G_z}} \end{cases}$

  Or : $Mf_z = 0 \quad \Rightarrow \quad \boxed{\begin{cases} v_2''(x) = 0 \\ v_2'(x) = -\dfrac{FL^2}{2EI_{G_z}} \\ v_2(x) = \dfrac{FL^2}{6EI_{G_z}}(L-3x) \end{cases}}$

Avec l'appui et sans la force F

Il n'y a plus qu'un tronçon à étudier, et on retrouve rapidement par analogie avec le cas précédent :

On trouve donc, en remplaçant F par $-Y_A$ et L par $2L$: $\boxed{v_3(x) = \dfrac{Y_A}{6EI_{G_z}}x^2(6L-x)}$

Or en A, par superposition : $v(x) = 0 \quad \Rightarrow \quad v_2(2L) + v_3(2L) = 0 \quad \Rightarrow \quad -\dfrac{5FL^3}{6EI_{G_z}} + \dfrac{16Y_AL^3}{6EI_{G_z}} = 0$

Soit enfin : $\boxed{Y_A = \dfrac{5}{16}F}$

Question 2 Donner la valeur de la flèche au point d'application de l'effort.

Par superposition : $f = v_1(L) + v_3(L) \quad \Rightarrow \quad \boxed{f = -\dfrac{7}{96}\dfrac{FL^3}{EI_{G_z}}}$