

TD 1

Direction automobile découplée – Corrigé

Banque PT – SIA 2017.

Mise en garde : il se peut qu'il manque des informations ou que certaines soient superflues. N'hésitez pas à m'en faire part!!

Mise en situation

Le principe de la direction découplée est de substituer la liaison mécanique entre le volant et les roues, une architecture de type télémanipulateur à un degré de liberté qui consiste à coupler un robot maître, manipulé par un opérateur, avec un robot esclave, distant, qui effectue la tâche. Cette structure peut être schématisée par l'organisation qui suit (figure 1).

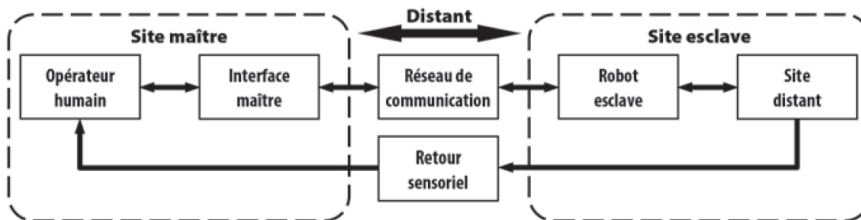


FIGURE 1 – Architecture maître-esclave

Une direction automobile découplée doit conserver les qualités d'une direction conventionnelle et apporter les améliorations de comportement attendues par le conducteur, en termes de performances, de confort de conduite et de sécurité. Le diagramme (figure 8) précise les principales exigences.

Modélisation du comportement du système mécanique

Le modèle utilisé pour la structure est celui de la figure figure 2.

Notations :

- ▶ arbre-volant v : le solide constitué du rotor du moteur, de l'arbre volant et du volant;
- ▶ G_v : centre d'inertie de l'arbre-volant v ;
- ▶ $I_v(G_v)$: opérateur d'inertie de v au point G_v ;
- ▶ J_v : le moment d'inertie de v autour de l'axe (G_v, \vec{x}_v) ;
- ▶ f_v : le coefficient de frottement visqueux de la liaison pivot;
- ▶ $\theta_v(t)$: l'angle de rotation de l'arbre-volant v par rapport au châssis 1 (noté $\theta_v(p)$ dans le domaine de Laplace);
- ▶ $\omega_v(t)$: la vitesse de rotation de l'arbre-volant v par rapport au châssis 1 (noté $\Omega_v(p)$ dans le domaine de Laplace).

Hypothèses :

- ▶ le repère lié au châssis 1 est supposé galiléen;
- ▶ G_v est situé sur l'axe de la liaison pivot;
- ▶ la liaison pivot est supposée parfaite hormis un couple de frottement visqueux $C_f \vec{x}_v$;
- ▶ les actions mécaniques du conducteur et du moteur sur l'arbre-volant v se réduisent respectivement aux couples $C_c \vec{x}_v$ et $C_{mv} \vec{x}_v$.

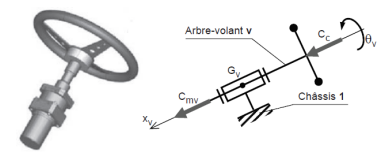


FIGURE 2 – Unité de pilotage (chaîne d'énergie) et schéma cinématique

Analyse et optimisation du comportement l'unité de pilotage

Le schéma-blocs retenu est celui de la [figure 3](#) où le retour est unitaire. On note $\varepsilon_{\theta v}(t)$ l'écart entre la consigne et l'angle obtenu, et $\varepsilon_{cv}(t)$ le couple résultant des couples C_c et C_{mv} .

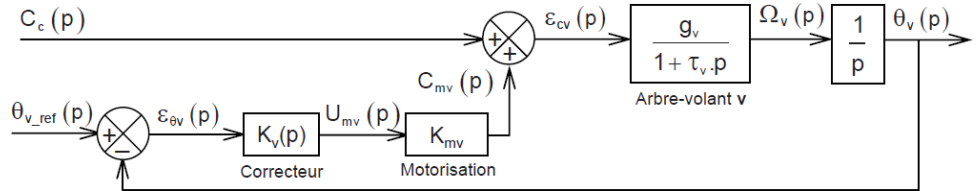


FIGURE 3 – Schéma-blocs de l'unité de pilotage

Pour les applications numériques, on prendra les valeurs suivantes : $g_v = 5 \text{ rad s}^{-1} \text{ N}^{-1} \text{ m}^{-1}$; $\tau_v = 0,1 \text{ s}$ et $K_{mv} = 0,4 \text{ N m V}^{-1}$.

En considérant que la dynamique électromécanique du moteur seul est négligeable devant celle de l'arbre-volant, on adopte pour la motorisation constituée du moteur à courant continu et de son électronique de commande, comportant notamment une boucle de courant, un modèle sous la forme d'un gain pur. On lui associe le gain K_{mv} .

Correction proportionnelle intégrale

On choisit un correcteur proportionnel intégral (PI) tel que $K_v(p) = K_i \frac{1 + \tau_i p}{\tau_i p}$ avec $\tau_i = \alpha \tau_v$.

Question 1 Quelles sont les conséquences de la mise en œuvre d'un tel correcteur pour le système, en termes de stabilité ?

Correction

Question 2 Exprimer la fonction de transfert en boucle ouverte $\text{FTBO}_{v1}(p)$ du système corrigé, avec le correcteur PI, telle que $\theta_v(p) = \text{FTBO}_{v1}(p) \varepsilon_{\theta v}(p)$ sous la forme $\text{FTBO}_{v1}(p) = K_{BOv1} \frac{1}{p^2} H(p)$ pour laquelle on précisera les expressions de K_{BOv1} et de $H(p)$ avec $H(p)$ de gain statique unitaire. Dédurre de cette expression, en le justifiant, si α doit être supérieur ou inférieur à 1 pour que le système puisse être stabilisé (on pourra donner l'allure du diagramme de phase en fonction de la valeur de α).

Correction

On commence par choisir τ_i en prenant $\alpha = 10$ et on cherche à optimiser K_i .

$$\text{On donne } \varepsilon_{\theta v}(p) = \frac{\theta_{v_ref}(p)}{1 + \text{FTBO}_{v1}(p)} - \frac{g_v}{p(1 + \tau_v p)} \cdot \frac{C_c(p)}{1 + \text{FTBO}_{v1}(p)}.$$

Question 3 Quelle doit être la valeur minimale de K_i pour que les critères de précision soient satisfaits ?

Correction

On donne [figure 9](#) le tracé du lieu de transfert de la $\text{FTBO}_{v1}(p)$ dans le plan de Bode, pour $K_i = 0,5 \text{ V rad}^{-1}$.

Question 4 Tracer sur le lieu de transfert de la $FTBO_{v1}(p)$, les diagrammes asymptotiques dans le plan de Bode. On justifiera rapidement les valeurs particulières de pentes, de pulsations, de gains et de phases.

Correction

Question 5 Donner, par lecture du lieu de transfert de la $FTBO_{v1}(p)$, la valeur de K_i qui permet d'obtenir la valeur minimale de la marge de phase exigée par le cahier des charges. On donnera cette valeur pour la pulsation la plus haute dont on précisera la valeur.

Correction

On donne (figure 4) l'évolution de cette pulsation ω_ℓ en fonction de α et un abaque qui représente la valeur maximale φ_m de $\varphi(\omega)$ en fonction de α .

Question 6 Peut-on obtenir la valeur minimale de la pulsation de coupure à 0 dB en boucle ouverte, ω_0 , fixée au cahier des charges en modifiant la valeur de α et/ou K_i ? On pourra s'aider des abaques fournis (figure 4) pour justifier la réponse.

Correction

On donne (figure 5), en réponse à un échelon en boucle fermée, les abaques du temps de réponse à 5% et du 1^{er} dépassement en % de la valeur finale, en fonction de K_i et pour $\alpha = 10$.

Question 7 Conclure sur les capacités de cette correction à satisfaire les critères de l'exigence Id 1-3.3 en reprenant chaque critère. On rappelle que l'on a choisi $\alpha = 10$.

Correction

On note :

- $\varphi(\omega)$ la phase de $H(p)$, soit $\text{Arg}[H(j\omega)]$;
- ω_ℓ la plus grande pulsation qui vérifie $\varphi(\omega = \omega_\ell) = 45^\circ$.

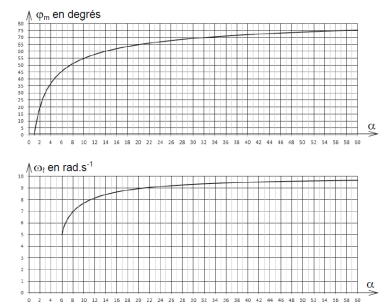
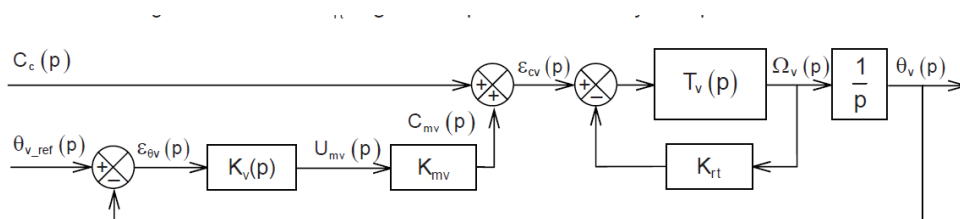


FIGURE 4 – ABAQUES DE RÉGLAGE DE $H(p)$ EN FRÉQUENTIEL

Correction proportionnelle intégrale et retour tachymétrique



Question 8 Au vu des conclusions de la question précédente, donner deux arguments qui précisent l'objectif poursuivi par la mise en œuvre d'une telle correction.

Correction

Question 9 Exprimer la fonction de transfert en boucle fermée $T_{vrt}(p)$ définie par $\Omega_v(p) = T_{vrt}(p)\varepsilon_{cv}(p)$ en fonction de $T_v(p)$ et K_{rt} . Mettre alors $T_{vrt}(p)$ sous la forme

FIGURE 6 – Schéma-blocs de l'unité de pilotage avec retour tachymétrique

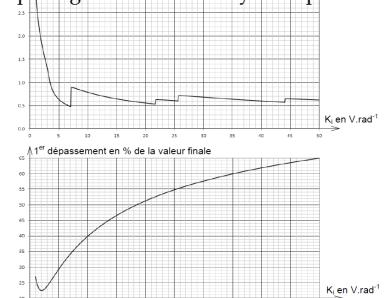


FIGURE 5 – ABAQUES DE RÉGLAGE EN TEMPOREL DE L'UNITÉ DE PILOTAGE CORRIGÉE

$T_{vrt}(p) = T_v(p)\beta \frac{1 + \tau_v p}{1 + \beta \tau_v p}$ pour laquelle, on précisera l'expression de β en fonction de K_{rt} et du gain statique g_v .

Correction

Question 10 Montrer que la nouvelle fonction de transfert en boucle ouverte $FTBO_{v2}(p)$, telle que, $\theta_v(p) = FTBO_{v2}(p)\varepsilon_{\theta v}(p)$, peut ainsi se mettre sous la forme $FTBO_{v2}(p) = K_{BOv2} \frac{1}{p^2} \frac{1 + \alpha \tau_v p}{1 + \beta \tau_v p}$ pour laquelle on donnera l'expression de K_{BOv2} en fonction de K_{mv} , g_v , τ_v , K_i , α et β .

Correction

On donne sur la [figure 9](#) le tracé du lieu de transfert de la $FTBO_{v2}(p)$ dans le plan de Bode, pour $K_i = 1,2 \text{ V rad}^{-1}$ (valeur évitant des calculs trop longs), réglé avec $\beta = 1/6$ (non justifié) et pour $\alpha = 10$ (valeur choisie précédemment).

Question 11 Justifier que β doit être inférieur à 1 pour que la correction par retour tachymétrique soit efficace vis-à-vis du critère de pulsation de coupure à 0 dB.

Correction

On donne ([figure 7](#)), pour le système en boucle fermée et non perturbé (couple conducteur nul), les abaques du temps de réponse à 5% et du premier dépassement en réponse à un échelon d'angle θ_{v_ref} , en fonction de la marge de phase du système, réglé avec $\beta = 1/6$.

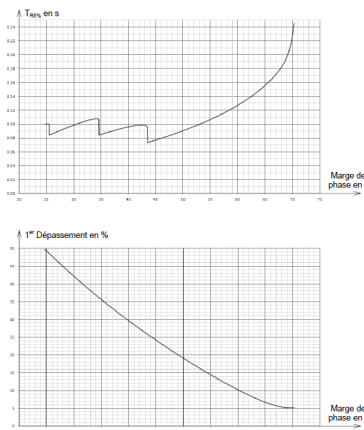


FIGURE 7 – Abaques de réglage en temporel de l'unité de pilotage corrigée avec retour tachymétrique

Question 12 Donner par lecture des abaques ([figure 7](#)), la valeur de la marge de phase la plus grande, permettant de satisfaire les deux critères de temps de réponse et de dépassement.

Correction

Question 13 Déterminer par lecture du lieu de transfert dans le plan de Bode de $FTBO_{v2}(p)$, tracé dans les conditions de la question 11, la valeur de K_i permettant d'obtenir la marge de phase trouvée à la question précédente.

Correction

Question 14 Faire une synthèse argumentée de la démarche proposée dans cette partie, pour optimiser le comportement de l'unité de pilotage. Conclure, en reprenant chaque critère de l'exigence Id 1-3.3, sur la satisfaction du cahier des charges

Correction

Question 15 Avec le réglage établi par le modèle, quel phénomène pourrait endommager certains composants du système réel? Quelle disposition technologique permettrait

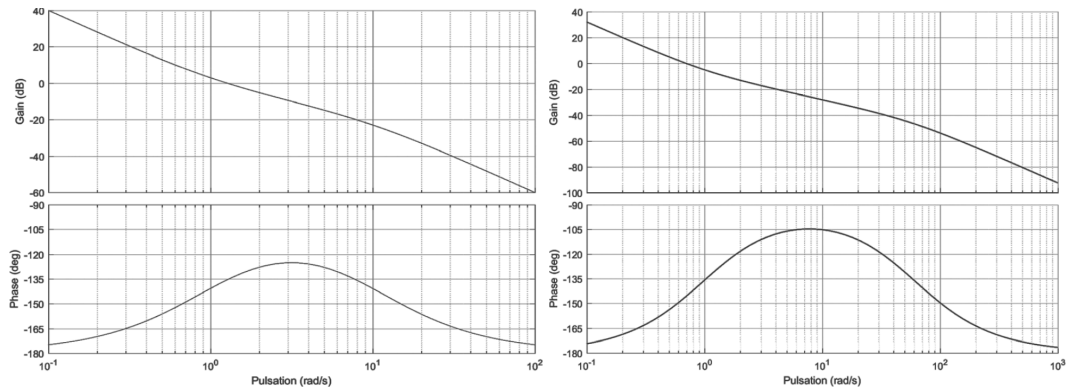


FIGURE 9 – Lieux de transfert de $FTBO_{v1}(p)$ et $FTBO_{v2}(p)$

d'éviter ce phénomène ? Quelles en seraient les conséquences sur les performances du système ?

Correction

Exigence	Critères	Niveaux	Flexibilité
Id 1-3.3 – Le système doit fournir au conducteur un retour d'effort qui optimise le confort et la sécurité.	1- Pulsation de coupure à 0dB en boucle ouverte ω_0	30 rad/s (~ 5 Hz)	mini ± 20 ms
	2- Temps de réponse à 5% (boucle fermée)	0,1 s	
	3- Erreur statique en réponse à une consigne d'angle	nulle	aucune $\pm 0,2\%$
	– pour une consigne en échelon		
	– pour une consigne en rampe de pente Ω_0	$\leq 0,5\%$ de Ω_0	
	4- Erreur statique en réponse à une perturbation de couple		
	– pour une perturbation en échelon	nulle	aucune $\pm 5\%$
	– pour une perturbation en rampe de pente $C_{\omega 0}$	$\leq 10\%$ de $C_{\omega 0}$	
	5- Stabilité		
	– Marge de phase	45°	mini
	– Marge de gain	20 dB	mini
	6- Amortissement		
	– 1 ^{er} dépassement en réponse indicielle (boucle fermée)	0%	15% maxi

Éléments de correction

1. .
2. $K_{BOv1} = \frac{K_I K_{mv} g_v}{\alpha \tau_v}$ et $H(p) = \frac{1 + \alpha \tau_v p}{1 + \tau_v p}$, $\alpha > 1$.
3. $K_I \geq 10 \alpha \frac{\tau_v}{K_{mv}}$ et $K_I \geq 25 \text{ V rad}^{-1}$.
4. .
5. $K_I = 5 \text{ V rad}^{-1}$.
6. .
7. .
8. .
9. $\beta = \frac{1}{1 + K_{Ht} g_v}$
10. $K_{BOv2} = \frac{K_I K_{mv} \beta g_v}{\alpha \tau_v}$.
11. .
12. $M_{\phi} = 58^\circ$.
13. $K_I = 120 \text{ V rad}^{-1}$.
14. .
15. .

FIGURE 8 – Exigences