La Seine Musicale ★

B2-14

Pas de corrigé pour cet exercice.

On choisit de représenter une demi-voile, de repère $\Re_v\left(O;\overrightarrow{x_v},\overrightarrow{y_v},\overrightarrow{z}\right)$, par une portion de demi-sphère (figure 1). On pourra remarquer qu'il n'y a pas de mouvement relatif entre les repères $\Re_{C_G}\left(C_G;\overrightarrow{x_{C_G}},\overrightarrow{y_{C_G}},\overrightarrow{z}\right)$ et $\Re_v\left(O;\overrightarrow{x_v},\overrightarrow{y_v},\overrightarrow{z}\right)$, associé à la demi-voile. On rappelle que $\overrightarrow{OC_G}=R\overrightarrow{y_{C_G}}$, avec R le rayon moyen de la voie de roulement.

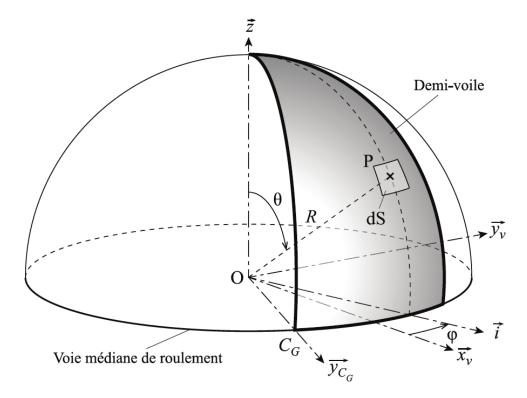


FIGURE 1 – Paramétrage de la surface totale et élémentaire en coordonnées sphériques de la demi-voile

La figure figure 2 présente l'orientation du vent par rapport au plan de symétrie de la demi-voile dans le plan $(\overrightarrow{x_v}, \overrightarrow{y_v})$. La densité d'effort surfacique du vent sur la demi-voile, pour une vitesse de 9 m s⁻¹, est noté $\overrightarrow{f}_{\text{vent}} = f\overrightarrow{u}$ avec $f = 54.7 \, \text{N m}^{-2}$, l'orientation de \overrightarrow{u} étant définie par l'angle constant $\alpha = (\overrightarrow{x_v}, \overrightarrow{u})$.

La base associée au système de coordonnées sphériques (r,θ,φ) est $(\overrightarrow{e_r},\overrightarrow{e_\theta},\overrightarrow{e_\varphi})$. La position du point P appartenant à la demi-voile est définie par $\overrightarrow{OP}=R\overrightarrow{e_r}$ avec R le rayon moyen de la voie de roulement $(R=22,75\,\mathrm{m})$. L'angle azimutal φ évolue entre $-\frac{\pi}{8}$ et $\frac{\pi}{8}$ et l'élévation θ évolue entre 0 et $\frac{\pi}{2}$. On précise que, dans le cas présenté figure 1, la surface élémentaire en coordonnées sphériques est notée $dS=R^2\sin\theta d\theta d\varphi$.



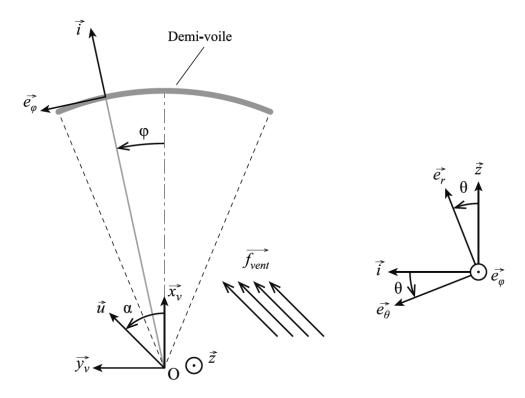


FIGURE 2 – Paramétrage angulaire

Question 1 Exprimer l'effort élémentaire du vent sur la demi-voile s'appliquant au point P sur la surface dS, noté $\overrightarrow{dF}_{\text{vent}}$.

Question 2 Déterminer par intégration l'expression du moment de l'action mécanique du vent selon l'axe (O, \overrightarrow{z}) , $\overline{\mathcal{M}(O, \text{vent} \to \text{demi-voile})} \cdot \overrightarrow{z}$ s'opposant à la rotation de la voile autour de l'axe (O, \overrightarrow{z}) en fonction de R, f et α .

Question 3 On définit F_{vent} tel que $(\overrightarrow{OC_G} \land F_{\text{vent}} \overrightarrow{x_{C_G}}) \cdot \overrightarrow{z} = \overrightarrow{M}(O, \text{vent} \to \text{demi-voile}) \cdot \overrightarrow{z}$. En déduire l'expression de F_{vent} l'effort du vent au point C_G s'opposant au déplacement du chariot central.

Afin de modéliser le déplacement de la voile dans le cas le plus défavorable, on souhaite déterminer la valeur maximale de $|F_{\text{vent}}|$.

Question 4 Pour quelle valeur de α cet effort est-il maximal? Déterminer la valeur maximale de $|F_{\text{vent}}|$.

Corrigé voir .