

## Introduction

On s'intéresse à une grue permettant la dépose sur fond marin d'un robot dont l'objectif est d'enfouir des câbles.





Concours Centrale Supelec - MP 2019.

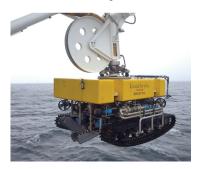


FIGURE 1 – ROV suspendu à la grue portique

### Objectif

Vérifier si le bateau support est capable de limiter suffisamment les effets de la houle.

La société TravOcéan souhaite pouvoir travailler dans des conditions de mer difficiles pour limiter au maximum les périodes d'arrêt des chantiers. Pour cela, elle souhaite disposer d'un système de treuillage de ses ROV certifié pour une houle d'amplitude verticale de 5 m. Le tableau suivant présente un extrait du cahier des charges correspondant.

Table 1 – Extrait du cahier des charges

Exigence	Critère	Niveau
Id 1.1: Compensation des mouvements du ROV pour une	Amplitude verticale du	< 1 m pour 5 m d'amplitude
houle d'amplitude de 5 m et de pulsations comprises entre	ROVmaximale	de houle
$0.5  \text{rad s}^{-1}  \hat{\text{a}}  1.7  \text{rad s}^{-1}$		
Id 1.2 : Mise en tension du câble	Temps de réponse, $t_{r5\%}$	< 3 s

Une étude expérimentale en bassin de carène a permis d'obtenir un modèle de comportement de l'ensemble  $S = \{\text{bateau} + \text{portique} + \text{ROV}\}\$  suivant l'axe vertical, sous l'effet de la houle, au point d'ancrage du ROV sur la grue portique.

La fonction de transfert de l'ensemble S est  $B(p) = \frac{Y_S(p)}{Y_{\text{vague}}(p)}$  avec  $Y_S(p)$  la transformée de Laplace de la variation du déplacement vertical du point d'ancrage du ROV et  $Y_{\text{vague}}(p)$  la transformée de Laplace de la variation du déplacement de la surface de l'eau à la verticale du point d'ancrage du ROV.

**Question 1** Rappeler la définition du gain en décibel. En déduire la valeur en décibel traduisant l'exigence Id 1.1.

Le tracé du gain de B(p) dans la figure 2.

**Question 2** En faisant apparaître le domaine d'utilisation, montrer que le système ne répond pas à l'exigence d'atténuation d'une houle de 5 m.

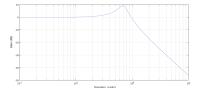


FIGURE 2 – ROV suspendu à la grue portique

# Étude du système de compensation de houle PHC (Passiv Heave Compensator)

### Objectif

Dimensionner un système passif de compensation de la houle et tester sa conformité aux exigences du cahier des charges.

Pour compenser les effets de la houle, une solution hydropneumatique est alors envisagée. Ce système est un compensateur de houle passif noté PHC (Figure 3).

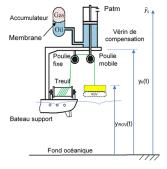


FIGURE 3 – Schéma d'implantation du PHV (non à l'échelle)

Les petites variations de pression  $\Delta p_E(t)$  et  $\Delta p_G(t)$  autour du point d'équilibre peuvent être définies par  $\Delta p_E(t) = p_E(t) - P_{E0}$  et  $\Delta p_G(t) = p_G(t) - P_{G0}$ . Une étude de mécanique des fluides a permis d'obtenir les relations (1) et (2).

$$\frac{\mathrm{d}\Delta p_E(t)}{\mathrm{d}t} = \frac{K}{V_E} S \left( \frac{\mathrm{d}y_h(t)}{\mathrm{d}t} - \frac{\mathrm{d}y_{\mathrm{ROV}}(t)}{\mathrm{d}t} \right) + \frac{K}{V_E} C_{qR} \left( \Delta p_G(t) - \Delta p_E(t) \right) \tag{1}$$

$$\frac{\mathrm{d}\Delta p_G(t)}{\mathrm{d}t} = \frac{r P_{G0} C_{qR}}{V_{G0}} \left( \Delta p_E(t) - \Delta p_G(t) \right) \tag{2}$$

À l'équilibre, le principe fondamental de la statique se traduit par  $-Mg + S(P_{E0} - P_{atm}) = 0$ .

Le théorème de la résultante dynamique appliqué à  $\Sigma$  se traduit par  $S\Delta p_E(t) = M\ddot{y}_{ROV}(t) + c(\dot{y}_{ROV}(t) - \dot{y}_h(t))$  (3).

L'hypothèse du fluide incompressible se traduit par  $\frac{d\Delta p_E(t)}{dt} = 0$ .

**Question 3** Réécrire l'équation (1) en tenant compte de cette hypothèse. Après avoir appliqué les transformées de Laplace aux équations (1) et (2) et en considérant les conditions initiales nulles aux équations précédentes, déterminer l'équation, notée (3), sous la forme :  $\Delta P_E(p) = K_1(1+\tau_1p)(Y_h(p)-Y_{ROV}(p))$  (4). Exprimer  $K_1$  et  $\tau_1$  en fonction de A,  $V_{G0}$ , r,  $C_{qR}$  et  $P_{G0}$ .



Question 4 Appliquer les transformées de Laplace, en considérant les conditions initiales nulles à l'équation (3) et à l'équation (4). Donner la fonction de transfert :

$$H(p) = \frac{Y_{\text{ROV}}(p)}{Y_h(p)} = \frac{1 + \tau p}{1 + \frac{2\zeta}{\omega_0}p + \frac{p^2}{\omega_0^2}}.$$
 Exprimer  $\omega_0$ ,  $\zeta$  et  $\tau$  en fonction des constantes

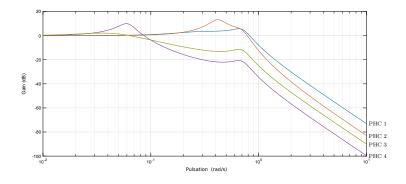
définies précédemment.

On utilisera dans toute la suite la relation  $\tau \omega_0 = 2\zeta$ .

Question 5 Tracer en vert le diagramme asymptotique du gain de la fonction de transfert du compensateur PHC,  $H(p) = \frac{Y_{\text{ROV}}(p)}{Y_h(p)}$ , en faisant apparaître ses caractéristiques. Tracer en bleu, sur la même figure, l'allure du gain réel du compensateur. Préciser la valeur du gain maximal.

Question 6 Exprimer la fonction de transfert de l'ensemble {bateau support + ROV + PHC},  $G(p) = \frac{Y_{\text{ROV}}(p)}{Y_{\text{vague}}(p)}$  en fonction de H(p) et B(p). Tracer en rouge l'allure du gain du diagramme de Bode de G(p).

Des réglages pour différentes valeurs de pulsation de la houle  $\omega_c$  et de gain maximal acceptable du compensateur ont été effectués.



Réglage	PHC 1	PHC 2	PHC 3	PHC 4
$V_{G0}  ({ m m}^3)$	96	1	52	2

Pour respecter l'exigence Id 1.1, le gain de la fonction de transfert de l'ensemble doit toujours être inférieur à -14 dB.

Question 7 Choisir, en justifiant la réponse, le réglage du compensateur adapté à l'exigence Id 1.1.

#### Éléments de correction

1. 
$$G_{\mathrm{dB}}(\omega) = 20 \log \left| \frac{Y_S(j\omega)}{Y_{\mathrm{vague}}(j\omega)} \right|$$
 et  $G_{\mathrm{dB}(\omega)} < 20 \log \frac{1}{5} \approx -14 \,\mathrm{dB} \,\,\forall \,\, \omega \in [0,5;1,7] \,\,\mathrm{rad/s}.$ 

3. 
$$K_1 = \frac{SrP_{G0}}{V_{G0}}$$
 et  $\tau = \frac{V_{G0}}{rP_{G0}C_{qR}}$ 

2. ...  
3. 
$$K_1 = \frac{SrP_{G0}}{V_{G0}}$$
 et  $\tau = \frac{V_{G0}}{rP_{G0}C_{qR}}$ .  
4.  $\tau = \tau_1 + \frac{\beta}{\gamma K_1}$ ,  $\omega_n = \sqrt{\frac{\gamma K_1}{\alpha}}$ ;  $\zeta = \frac{1}{2} \frac{\beta + \gamma K_1 \tau_1}{\sqrt{\alpha \gamma K_1}}$ .  
5. .

6.

La Figure 4 donne les diagrammes du gain de la fonction G(p) de l'ensemble {bateau support + ROV + PHC} pour quatre réglages. Les volumes du gaz  $V_{G0}$  correspondant à chaque réglage sont donnés dans le tableau ci-après.

**FIGURE 4** – Courbes de gain G(p) pour différents réglages du PHC

**Table 2** – Volumes  $V_{G0}$  pour différents réglages du PHC





7. PHC4.

