

# Application 0

## Réglage de correcteurs P et AP – Corrigé

Ressources de P. Dupas.

### Correcteur proportionnel

Soit un système de fonction de transfert  $G(p) = \frac{1}{(1 + 10p)(1 + 0,1p)(1 + 0,2p)}$  placé dans une boucle à retour unitaire.

C1-02

C2-04

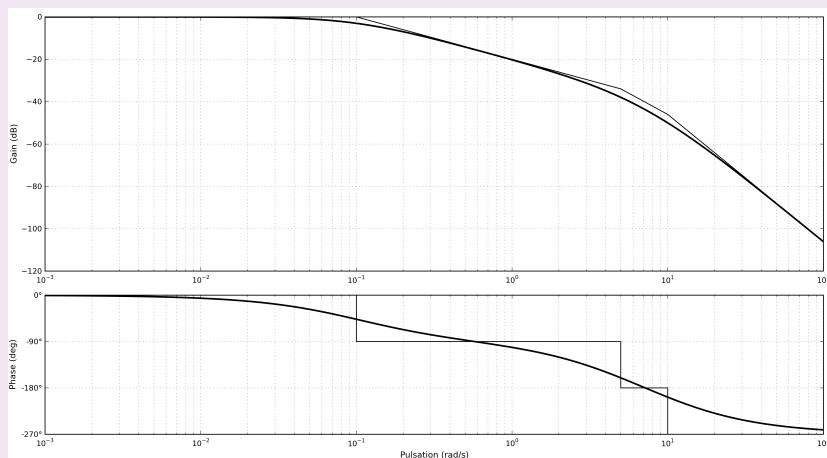
**Question 1** Déterminer la précision du système  $\varepsilon_s$  pour une entrée échelon unitaire.

#### Correction

Le système est de classe 0. L'entrée est de type échelon.  $K_{BO} = 1$ . L'écart statique est de  $\frac{1}{1+1} = \frac{1}{2}$ .

**Question 2** Justifier le tracer du diagramme de Bode de la fonction de transfert en boucle ouverte du système.

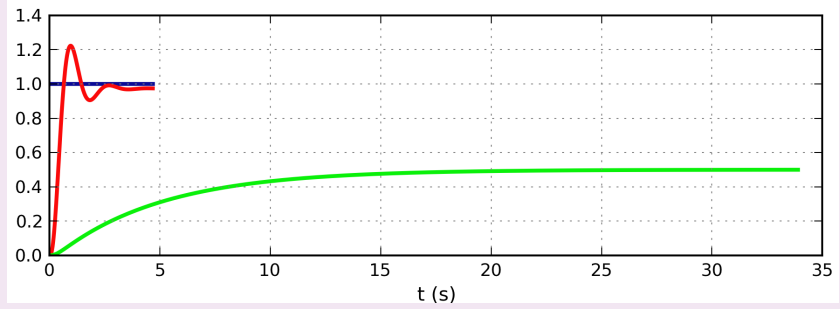
#### Correction



**Question 3** Déterminer  $K$  pour avoir une marge de phase de  $45^\circ$ . Indiquer alors la valeur de la marge de gain. Indiquer la valeur de l'écart statique.

#### Correction

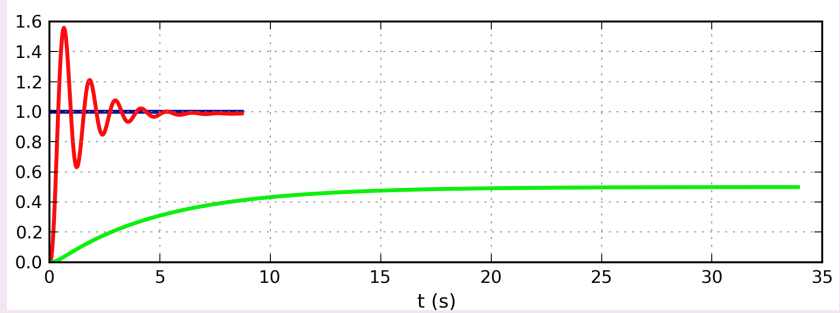
- On résout  $\varphi(\omega) = -135^\circ$  :  $\varphi(\omega) = -\arctan 10\omega - \arctan 0,1\omega - \arctan 0,2\omega$ .  
 $\varphi(\omega) = -135^\circ \Leftrightarrow \omega = 2,95 \text{ rad s}^{-1}$  (solveur Excel).
- Calculons  $G_{dB}(\omega) = -20 \log(\sqrt{1 + 10^2 \omega^2}) - 20 \log(\sqrt{1 + 0,1^2 \omega^2}) - 20 \log(\sqrt{1 + 0,2^2 \omega^2}) = -31 \text{ dB}$ . Il faut donc augmenter le gain de 31 dB soit  $K_P = 10^{31/20} = 35,48$ .
- On a alors un écart statique de  $\frac{1}{1 + 35,48} = 0,027$ .
- Pour déterminer la marge de gain, il faut résoudre  $\varphi(\omega) = -180^\circ$ . On obtient  $\omega = 7,17 \text{ rad/s}$  et  $M_G = 12 \text{ dB}$ .



**Question 4** Déterminer  $K$  pour avoir une marge de gain de 6 dB. Indiquer alors la valeur de l'écart statique.

#### Correction

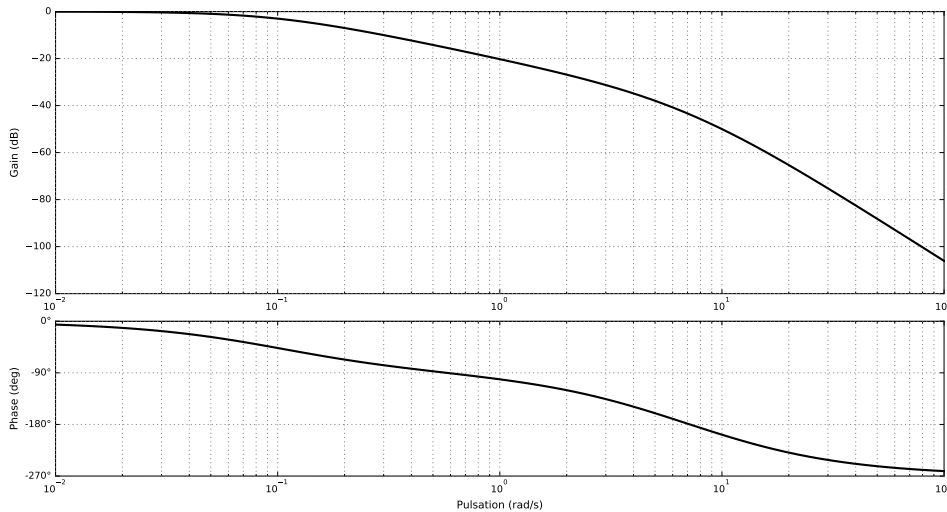
- On commence par résoudre  $\varphi(\omega) = -180^\circ$ . On obtient  $\omega = 7,17 \text{ rad/s}$  et  $M_G = 44 \text{ dB}$ .
- Il faut augmenter le gain de 38 dB soit  $20 \log K_P = 38 \Rightarrow K_P = 10^{38/20} = 79$ .
- On a alors un écart statique de  $\frac{1}{1+79} = 0,0125$ .
- La marge de phase est alors de  $19^\circ$ .



### Correcteur à avance de phase

Soit un système de fonction de transfert  $G(p) = \frac{100}{(p+1)^2}$  placé dans une boucle à retour unitaire. On souhaite corriger ce système en utilisant un correcteur à avance de phase de la forme  $C(p) = K \frac{1+a\tau p}{1+\tau p}$ .

**Question 5** Justifier le tracé du diagramme de Bode de  $G(p)$ .



**Question 6** Corriger ce système de sorte que sa marge de phase soit égale à 45°.

#### Correction

- $G_{dB}(\omega) = 20 \log(100) - 20 \log(1 + \omega^2)$ .  $G_{dB}(\omega) = 0 \Leftrightarrow \frac{100}{1 + \omega^2} = 1 \Leftrightarrow \omega = \pm\sqrt{99}$   
 $\Rightarrow \omega = 9,95 \text{ rad/s}$ .
- $\varphi(\omega) = -2 \arctan \omega$  et  $\varphi(9,95) = -2,94 \text{ rad} = -169^\circ$  soit une marge de phase de  $11^\circ$  ;  
 le correcteur doit donc apporter un complément de phase de  $34^\circ$ .
- $\varphi_{\max} = \arcsin\left(\frac{a-1}{a+1}\right) \Rightarrow \sin(\varphi_{\max}) = \frac{a-1}{a+1} \Rightarrow a = -\frac{\sin(\varphi_{\max}) + 1}{\sin(\varphi_{\max}) - 1} = 3,54$ .
- $\tau = \frac{1}{9,95\sqrt{3,54}} = 0,053 \text{ s}$ .

**Question 7** Tracer le diagramme de Bode du correcteur et le diagramme de la boucle ouverte corrigée.

#### Éléments de correction

1.

2.  $C(p)$

$$= \frac{1 + 3,54 \cdot 0,053p}{1 + 0,053p}$$

