# **Application 1** Pompe à plateau – Sujet

Considérons le mécanisme de pompe représenté sur la figure ci-dessous.

L'arbre excentrique (1), animé d'un mouvement de rotation autour de l'axe  $(O, \overrightarrow{x_0})$ horizontal, agit sur le piston (2) en liaison pivot glissant d'axe  $(O, \overrightarrow{z_0})$  avec le bâti (0). Pendant la phase de descente du piston (2), le contact ponctuel en I avec l'excentrique est maintenu par un ressort (r).

### Paramétrage

Le repère  $(O; \overrightarrow{x_0}, \overrightarrow{y_0}, \overrightarrow{z_0})$  lié au bâti (0) est supposé galiléen. Le repère  $(O; \overrightarrow{x_1}, \overrightarrow{y_1}, \overrightarrow{z_1})$ est lié à l'arbre excentrique (1). On a de plus :

$$\qquad \qquad \left(\overrightarrow{y_0},\overrightarrow{y_1}\right) = \left(\overrightarrow{z_0},\overrightarrow{z_1}\right) = \theta;$$

$$\begin{pmatrix}
\overrightarrow{y_0}, \overrightarrow{y_1} \\
\overrightarrow{OB} = e\overrightarrow{z_1}, \overrightarrow{BI} = R\overrightarrow{z_0}, \overrightarrow{OA} = z\overrightarrow{z_0}.
\end{pmatrix}$$

Les liaisons pivot entre (0) et (1), ponctuelle entre (1) et (2), et pivot glissant entre (0) et (2) sont supposées sans frottement. Le solide (1) possède un moment d'inertie  $I_1$  par rapport à l'axe  $(O, \overrightarrow{x_0})$ . Le piston (2) possède une masse  $m_2$ . Le ressort (r), de raideur k, est toujours comprimé. Pour  $\theta=\pm\frac{\pi}{2}$ , l'effort de compression est égal à  $\overrightarrow{F_0}=-F_0\overrightarrow{z_0}$ . Un moteur exerce un couple connu de moment  $\overrightarrow{C_m} = C_m \overrightarrow{x_0}$  sur l'arbre (1). Le fluide exerce sur le piston une action connue, représentée par un glisseur d'axe  $(O, \overrightarrow{z_0})$  et de résultante  $\overrightarrow{F_h} = -F_h \overrightarrow{z_0}$ .

## Résolution cinématique

Question 1 En utilisant une fermeture géométrique ou la méthode de votre choix, déterminer la exprimer z en fonction de  $\theta$  et de constantes du problème. Déterminer alors  $\overline{V(A,2/0)}$  et  $\Gamma(A,2/0)$ .

#### Résolution dynamique

Question 2 Proposer une méthode permettant de déterminer l'équation différentielle du mouvement relative au paramètre  $\theta$  en utilisant le PFD.

Question 3 Mettre en œuvre la méthode proposée précédemment.

#### Résolution énergétique - Pour plus tard...

Question 4 Proposer une méthode permettant de déterminer l'équation différentielle du mouvement relative au paramètre  $\theta$  en utilisant le théorème de l'énergie cinétique.

Question 5 Mettre en œuvre la méthode proposée précédemment.

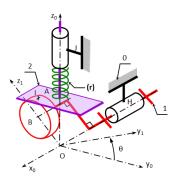
D'après C. Gamelon & P. Dubois.

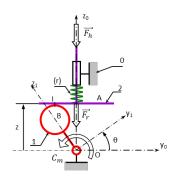
C1-05

C2-08

C2-09







# Pour aller plus loin...

**Question 6** En considérant un frottement sec au niveau de la liaison ponctuelle entre **(1)** et **(2)**, déterminer l'équation différentielle du mouvement.



