Mouvement RR 3D ★★

C2-08

C2-09

Pas de corrigé pour cet exercice.

Question 1 Exprimer le torseur dynamique $\{\mathscr{D}(2/0)\}$ en B.

Par définition, $\{\mathscr{D}(2/0)\} = \left\{ \begin{array}{c} \overrightarrow{R_d(2/0)} \\ \overrightarrow{\delta(B,2/0)} \end{array} \right\}_B$.

Calculons $\overrightarrow{R_d(2/0)}$ **:** $\overrightarrow{R_d(2/0)} = m_2\overrightarrow{\Gamma(G_2,2/0)} = m_2\overrightarrow{\Gamma(C,2/0)}$

Calcul de $\overrightarrow{V(C,2/0)}$ **:**

$\overrightarrow{V(C,2/0)} = \dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left[\overrightarrow{AC}\right]_{\mathscr{R}_0} = \dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left[H\overrightarrow{j_1} + R\overrightarrow{i_1} + L\overrightarrow{i_2}\right]_{\mathscr{R}_0}$.

Calculons :

- $\dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left[\overrightarrow{j_0}\right]_{\mathscr{R}_0} = \overrightarrow{0}$;
- $\dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left[\overrightarrow{i_1}\right]_{\mathscr{R}_0} = \overrightarrow{\Omega(1/0)} \wedge \overrightarrow{i_1} = \dot{\theta}\overrightarrow{j_1} \wedge \overrightarrow{i_1} = -\dot{\theta}\overrightarrow{k_1}$;
- $\dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left[\overrightarrow{i_2}\right]_{\mathscr{R}_0} = \overrightarrow{\Omega(2/0)}\wedge\overrightarrow{i_2} = \left(\dot{\theta}\overrightarrow{j_1} + \dot{\varphi}\overrightarrow{k_2}\right)\wedge\overrightarrow{i_2} = \dot{\theta}\overrightarrow{j_1}\wedge\overrightarrow{i_2}+\dot{\varphi}\overrightarrow{k_2}\wedge\overrightarrow{i_2} = -\dot{\theta}\cos\varphi\overrightarrow{k_1}+ \dot{\varphi}\overrightarrow{j_2}$.

On a donc $\overrightarrow{V(C,2/0)} = -R\dot{\theta}\overrightarrow{k_1} + L\left(-\dot{\theta}\cos\varphi\overrightarrow{k_1} + \dot{\varphi}\overrightarrow{j_2}\right)$.

Calcul de $\overrightarrow{\Gamma(C,2/0)}$ **:**

$\overrightarrow{\Gamma(C,2/0)} = \dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left[\overrightarrow{V(C,2/0)}\right]_{\mathscr{R}_0}$

$= \dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left[L\dot{\varphi}\overrightarrow{j_2} - \dot{\theta}\left(R\overrightarrow{k_1} + L\cos\varphi\overrightarrow{k_1}\right)\right]_{\mathscr{R}_0}$.

Calculons :

- $\dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left[\overrightarrow{j_2}\right]_{\mathscr{R}_0} = \overrightarrow{\Omega(2/0)}\wedge\overrightarrow{j_2} = \left(\dot{\theta}\overrightarrow{j_1} + \dot{\varphi}\overrightarrow{k_1}\right)\wedge\overrightarrow{j_2} = \dot{\theta}\overrightarrow{j_1}\wedge\overrightarrow{j_2}+\dot{\varphi}\overrightarrow{k_1}\wedge\overrightarrow{j_2} = \dot{\theta}\sin\varphi\overrightarrow{k_1} - \dot{\varphi}\overrightarrow{i_2}$.
- $\dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left[\overrightarrow{k_1}\right]_{\mathscr{R}_0} = \dot{\theta}\overrightarrow{i_1}$.

Avec les hypothèses, on a $\overrightarrow{\Gamma(C,2/0)} = L\dot{\varphi}\left(\dot{\theta}\sin\varphi\overrightarrow{k_1} - \dot{\varphi}\overrightarrow{i_2}\right) - \dot{\theta}\left(R\dot{\theta}\overrightarrow{i_1} + L\cos\varphi\dot{\theta}\overrightarrow{i_1} - L\dot{\varphi}\sin\varphi\overrightarrow{k_1}\right)$.

Calculons $\overrightarrow{\delta(C,2/0)}$

C est le centre d'inertie du solide 2 ; donc d'une part, $\overrightarrow{\delta(C,2/0)} = \dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left[\overrightarrow{\sigma(C,2/0)}\right]_{\mathscr{R}_0}$.

D'autre part, $\overrightarrow{\sigma(C,2/0)} = I_C(2)\overrightarrow{\Omega(2/0)}$.

Or $\overrightarrow{\Omega(2/0)} = \dot{\theta}\overrightarrow{j_1} + \dot{\varphi}\overrightarrow{k_2} = \dot{\theta}\left(\cos\varphi\overrightarrow{j_2} + \sin\varphi\overrightarrow{i_2}\right) + \dot{\varphi}\overrightarrow{k_2}$.

$$\overrightarrow{\sigma(C,2/0)} = \begin{pmatrix} A_2 & 0 & 0 \\ 0 & B_2 & 0 \\ 0 & 0 & C_2 \end{pmatrix}_{\mathscr{B}_2} \begin{pmatrix} \dot{\theta}\sin\varphi \\ \dot{\theta}\cos\varphi \\ \dot{\varphi} \end{pmatrix}_{\mathscr{B}_2} = \begin{pmatrix} \dot{\theta}A_2\sin\varphi \\ \dot{\theta}B_2\cos\varphi \\ C_2\dot{\varphi} \end{pmatrix}_{\mathscr{B}_2}.$$

Question 2 Déterminer $\overrightarrow{\delta(A,1+2/0)} \cdot \overrightarrow{j_0}$