

# Colle 0

## Pompe à chaleur à compresseur Scroll – Corrigé

XENS – PSI – 2018.

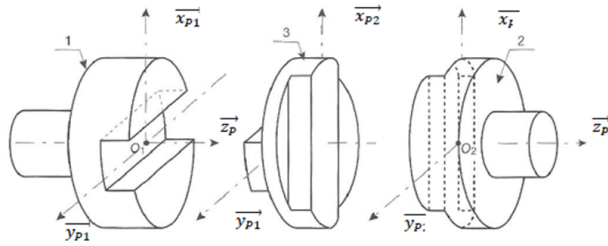
### Présentation

Le compresseur Scroll utilise deux spirales de géométrie identique emboîtées l'une dans l'autre. L'une des spirales est fixe tandis que la seconde est mobile et mise en mouvement grâce à un arbre muni d'un excentrique.

### Etude préliminaire d'un joint de Oldham

Le joint de Oldham est un accouplement utilisé en général entre 2 axes parallèles mais non-coaxiaux. La figure ci-après en donne les constituants de principe :

- un arbre d'entrée (noté 1) pouvant tourner autour de l'axe  $(O_1, \vec{z}_{p1})$  par rapport à un bâti ;
- un arbre de sortie (noté 2) pouvant tourner autour de l'axe  $(O_2, \vec{z}_{p2})$  par rapport à un bâti ;
- une pièce intermédiaire appelée en général « noix » ou « croix » (notée 3).

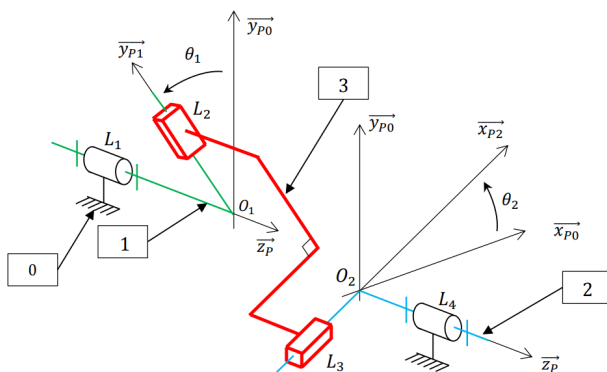


La transmission de la rotation de l'arbre 1 à l'arbre 2 est rendue possible par les caractéristiques des liaisons avec la noix 3 : il est nécessaire d'avoir deux glissières orthogonales au niveau de la noix. Ainsi, on retrouve :

- une glissière de direction  $\vec{y}_{p1}$  entre 1 et 3 ;
- une glissière de direction  $\vec{x}_{p2}$  entre 3 et 2.

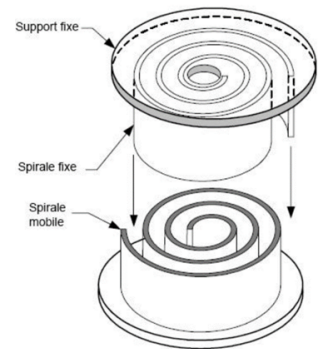
Ces 2 glissières sont par construction constamment orthogonales.

La figure ci-après représente le paramétrage de ce même joint de Oldham avec  $\mathcal{B}_0 (\vec{x}_{p0}, \vec{y}_{p0}, \vec{z}_{p0})$  la base fixe liée au bâti 0.



Paramétrage :

- $\vec{O_1O_2} = -e\vec{x}_{p0} + h\vec{z}_0$  ;
- $\vec{L_1O_1} = l_1\vec{z}_p$  ;
- $\vec{O_1L_2} = \lambda_2\vec{y}_{p1}$  ;
- $\vec{O_2L_4} = l_2\vec{z}_p$  ;
- $\vec{L_3O_2} = \lambda_2\vec{x}_{p2}$ .



Les liaisons entre le bâti 0 et les pièces 1 et 2 sont toutes deux des liaisons pivots d'axes respectifs  $(L_1, \vec{z}_p)$  et  $(L_4, \vec{z}_p)$ .

**Question 1** Représenter la figure plane de calcul reliant la base  $\mathcal{B}_1 (\vec{x}_{p1}, \vec{y}_{p1}, \vec{z}_{p0})$  à la base  $\mathcal{B}_0$  ainsi que celle reliant la base  $\mathcal{B}_2 (\vec{x}_{p2}, \vec{y}_{p2}, \vec{z}_{p0})$  à la base  $\mathcal{B}_0$ . Exprimer  $\vec{y}_{p1}$  et  $\vec{x}_{p2}$  dans la base  $\mathcal{B}_0$  en fonction respectivement de  $\theta_1$  et  $\theta_2$ .

**Question 2** Étant donnée l'orthogonalité entre  $\vec{y}_{p1}$  et  $\vec{x}_{p2}$ , montrer que  $\sin(\theta_2 - \theta_1) = 0$ .

On note  $\dot{\theta}_1 = \omega_1$  et  $\dot{\theta}_2 = \omega_2$ .

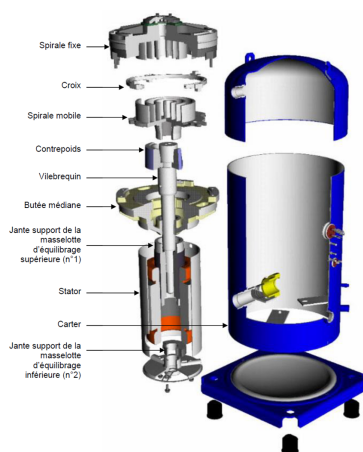
**Question 3** Justifier, à partir du résultat précédent, que l'accouplement en rotation par joint de Oldham soit qualifié de « homocinétique en rotation », c'est-à-dire que le rapport de transmission entre la vitesse de rotation de 1 par rapport à 0,  $\omega_1$ , et celle de 2 par rapport à 0,  $\omega_2$ , est constant dans le temps.

**Question 4** Calculer le degré d'hyperstatisme de ce modèle d'accouplement à partir des grandeurs cinématiques.

Afin de baisser l'hyperstatisme de l'accouplement, une version alternative est proposée en remplaçant les liaisons  $L_2$  et  $L_3$  par des liaisons pivot-glissant toujours d'axes respectifs  $(O_1, \vec{y}_{p1})$  et  $(O_2, \vec{x}_{p2})$ .

**Question 5** Vérifier, à partir d'une analyse basée sur les grandeurs statiques, que le degré d'hyperstatisme a bien diminué suite à cette modification.

**Question 6** Proposer une modification permettant de rendre le système isostatique en conservant sa fonctionnalité.

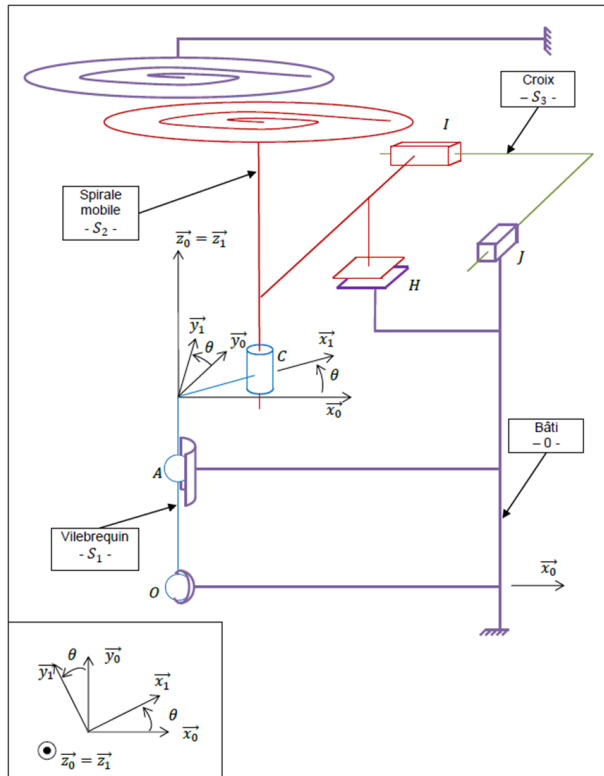


## Etude cinématique du compresseur Scroll complet

La vue éclatée présentée sur la figure suivante permet d'identifier les différents composants du compresseur :

- le bâti fixe composé du carter extérieur, du stator du moteur électrique, de la butée médiane et de la spirale fixe placée en partie haute ;
- l'axe principal composé d'un vilebrequin, du rotor moteur, du contrepoids et de masselottes d'équilibrage ;
- la spirale mobile ;
- la croix.

Le schéma cinématique proposé reprend les éléments précédents en conservant les ensembles cinématiques. Les contacts entre les spirales fixe et mobile sont négligés dans cette modélisation.



Liaisons supposées parfaites :

- ▶ entre le vilebrequin  $S_1$  et le bâti 0 :
  - liaison rotule de centre  $O$  ;
  - liaison linéaire annulaire de centre  $A$  et d'axe  $\vec{Az}_0$  ;
- ▶ entre le vilebrequin  $S_1$  et la spirale mobile  $S_2$  : liaison pivot glissant d'axe  $(C, \vec{z}_0)$  ;
- ▶ entre la spirale mobile  $S_2$  et la croix  $S_3$  : liaison glissière de direction  $\vec{x}_0$  ;
- ▶ entre la croix  $S_3$  et le bâti 0 : liaison glissière de direction  $\vec{y}_0$ .

Liaison non parfaite :

- ▶ entre la spirale mobile  $S_2$  et le bâti 0 :
  - liaison appui-plan avec frottement de normale  $\vec{z}_0$ .

**Question 7** Tracer le graphe des liaisons du système tel que modélisé sur la Figure précédente en faisant apparaître chaque liaison avec ses caractéristiques.

**Question 8** Démontrer par le calcul que l'association des liaisons en  $O$  et en  $A$  entre le vilebrequin et le carter forme une liaison pivot d'axe  $(O, \vec{z}_1)$ .

**Question 9** Indiquer la valeur de l'indice de mobilité du système dans cette modélisation à partir de l'analyse du schéma cinématique. Proposer une démarche qui, sans utiliser le degré d'hyperstatisme du système, permettrait de retrouver analytiquement cette valeur.

Il est intéressant de remarquer que la croix  $S_3$  réalise un accouplement de type joint de Oldham entre la spirale mobile  $S_2$  et le bâti 0.

**Question 10** Justifier alors que la vitesse de rotation de  $S_2$  par rapport à 0 est nulle.

**Question 11** Exprimer, dans la base  $\mathcal{B}_1$ , la vitesse instantanée du point  $C$  appartenant à  $S_2$  dans son mouvement par rapport à 0. Faire l'application numérique.

Paramétrage :

- ▶  $\mathcal{R}_0(O; \vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$  est le repère associé au bâti 0 ;
- ▶  $\mathcal{R}_1(O; \vec{x}_1, \vec{y}_1, \vec{z}_1)$  est le repère associé au vilebrequin 1 :
  - la rotation de  $S_1$  par rapport à 0 est repérée par l'angle  $\theta = (\vec{x}_0, \vec{x}_1) = (\vec{y}_0, \vec{y}_1)$  ;
  - la vitesse de rotation est notée  $\omega = \dot{\theta} = 3600 \text{ tr/min}$ .
- ▶  $\vec{OA} = a\vec{z}_1$  avec  $a = 340 \text{ mm}$  ;
- ▶  $\vec{AC} = R_{\text{orb}}\vec{x}_1 + d\vec{z}_1$  avec  $R_{\text{orb}} = 8 \text{ mm}$  et  $d = 80 \text{ mm}$ .

**Question 12** Dédurre des questions précédentes le type de mouvement de la spirale mobile  $S_2$  dans son déplacement par rapport à 0 ainsi que ses qualificatifs et caractéristiques.