Système bielle manivelle ⋆

B2-13

Pas de corrigé pour cet exercice.

Il est possible de mettre la loi entrée-sortie sous la forme $\lambda(t) = \pm\sqrt{L^2 - R^2\cos^2\theta(t)} + R\sin\theta(t)$ et $\dot{\lambda}(t) = \pm\left(\dfrac{R^2\dot{\theta}(t)\cos\theta(t)\sin\theta(t)}{\sqrt{L^2 - R^2\cos^2\theta(t)}}\right) + \dot{\theta}(t)R\cos\theta(t)$. (à vérifier – voir exercice **??**).

Question 1 Donner le torseur cinématique $\{\mathscr{V}(2/0)\}$ au point B. On commence par calculer $\overrightarrow{V(B,2/0)} = \overrightarrow{V(B,2/1)} + \overrightarrow{V(B,1/0)} = \overrightarrow{V(B,1/0)}$.

- **Méthode 1 – dérivation vectorielle :** $\overrightarrow{V(B,1/0)} = \dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}[AB]_{\mathscr{R}_0} = \dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left[R\overrightarrow{i_1}\right]_{\mathscr{R}_0} = R\dot{\theta}(t)\overrightarrow{j_1}$.
- **Méthode 2 – formule de changement de point :** $\overrightarrow{V(B,1/0)} = \overrightarrow{V(A,1/0)} + \overrightarrow{BA} \wedge \overrightarrow{\Omega(1/0)} = -R\overrightarrow{i_1} \wedge \dot{\theta}t\overrightarrow{k_0} = R\dot{\theta}(t)\overrightarrow{j_1}$.

On a alors, $\{\mathscr{V}(2/0)\} = \left\{\begin{array}{c} \dot{\varphi}(t)\overrightarrow{k_0} \\ R\dot{\theta}(t)\overrightarrow{j_1} \end{array}\right\}_B$.

Question 2 Donner le torseur cinématique $\{\mathscr{V}(2/0)\}$ et au point C.

On a, $\{\mathscr{V}(2/0)\} = \left\{\begin{array}{c} \dot{\varphi}(t)\overrightarrow{k_0} \\ \dot{\lambda}(t)\overrightarrow{j_0} \end{array}\right\}_C$.

Par ailleurs, on peut remarquer que $\overrightarrow{V(C,2/0)} = \overrightarrow{V(B,2/0)} + \overrightarrow{CB} \wedge \overrightarrow{\Omega(2/0)} = R\dot{\theta}(t)\overrightarrow{j_1} + L\overrightarrow{i_2} \wedge \dot{\varphi}(t)\overrightarrow{k_0} = R\dot{\theta}(t)\overrightarrow{j_1} - L\dot{\varphi}(t)\overrightarrow{j_2}$.

On a donc nécessairement $\dot{\lambda}(t)\overrightarrow{j_0} = R\dot{\theta}(t)\overrightarrow{j_1} - L\dot{\varphi}(t)\overrightarrow{j_2}$

$\Rightarrow \dot{\lambda}(t)\overrightarrow{j_0} = R\dot{\theta}(t)\left(\cos\theta(t)\overrightarrow{j_0} - \sin\theta(t)\overrightarrow{i_0}\right) - L\dot{\varphi}(t)\left(\cos\varphi(t)\overrightarrow{j_0} - \sin\varphi(t)\overrightarrow{i_0}\right)$.

On a donc :

$$\left\{\begin{array}{l} 0 = -R\dot{\theta}(t)\sin\theta(t) + L\dot{\varphi}(t)\sin\varphi(t) \\ \dot{\lambda}(t) = R\dot{\theta}(t)\cos\theta(t) - L\dot{\varphi}(t)\cos\varphi(t) \end{array}\right.$$

$$\Rightarrow \left\{\begin{array}{l} R\dot{\theta}(t)\sin\theta(t) = L\dot{\varphi}(t)\sin\varphi(t) \\ \dot{\lambda}(t) - R\dot{\theta}(t)\cos\theta(t) = L\dot{\varphi}(t)\cos\varphi(t) \end{array}\right.$$

$$\Rightarrow \tan\varphi(t) = \dfrac{R\dot{\theta}(t)\sin\theta(t)}{\dot{\lambda}(t) - R\dot{\theta}(t)\cos\theta(t)}$$

Il resterait à supprimer $\varphi(t)$ pour (espérons-le) retomber sur la loi entrée-sortie cinématique.

Question 3 Déterminer $\overrightarrow{\Gamma(B,2/0)}$. $\overrightarrow{\Gamma(B,2/0)} = \dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left[\overrightarrow{V(B,2/0)}\right]_{\mathscr{R}_0} = \dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left[R\dot{\theta}(t)\overrightarrow{j_1}\right]_{\mathscr{R}_0} = R\ddot{\theta}(t)\overrightarrow{j_1} - R\dot{\theta}^2(t)\overrightarrow{i_1}$.

Question 4 Déterminer $\overrightarrow{\Gamma(C,2/0)}$.

$\overrightarrow{\Gamma(C,2/0)} = \dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left[\overrightarrow{V(C,2/0)}\right]_{\mathscr{R}_0} = \ddot{\lambda}(t)\overrightarrow{j_0}$.