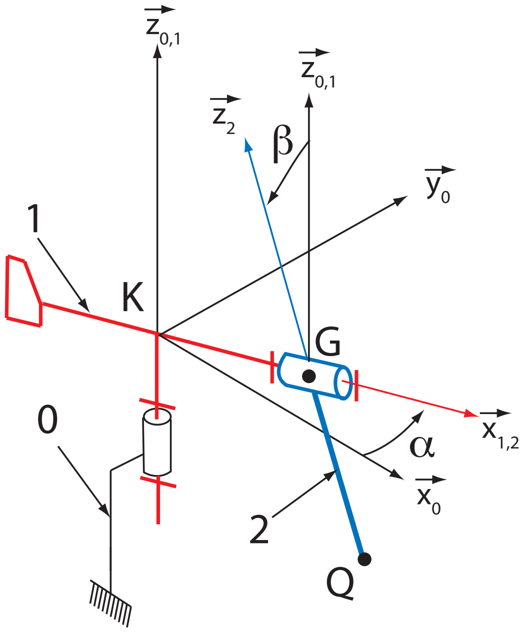
Application 0
Assistance pour le maniement de charges dans l'industrie – Sujet

Émilien Durif.

On s'intéresse au cours de cet exercice à une éolienne bipale telle que représentée sur la figure ci-dessous.



Ce mécanisme est composé de trois ensembles en mouvement relatif que l'on décrit à l'aide de 4 solides.On cherche à dimensionner l'actionneur permettant l'orientation de l'éolienne lorsque les effets dynamiques d'un défaut de balourd sont prépondérants. On suppose donc que seule l'action mécanique due au moteur agissant entre 0 et 1 pour créer un couple C_m selon la direction $\overrightarrow{z_0}$.

L'éolienne est composée de :

- un support **0**, auquel on associe un repère $R_0 = \left(K; \overrightarrow{x_0}, \overrightarrow{y_0}, \overrightarrow{z_0}\right)$;
- une girouette **1** (de centre d'inertie K) en liaison pivot d'axe $\left(K, \overrightarrow{z_{0,1}}\right)$ avec le support **0**. On lui associe un repère $R_1 = \left(K; \overrightarrow{x_1}, \overrightarrow{y_1}, \overrightarrow{z_{0,1}}\right)$ et on pose $\alpha = \left(\overrightarrow{x_0}, \overrightarrow{x_1}\right)$. On note J son moment d'inertie par rapport à l'axe $\left(K, \overrightarrow{z_1}\right)$: $J = I_{\left(K, \overrightarrow{z_1}\right)}(1)$;
- une hélice **2**, en liaison pivot d'axe $\left(K, \overrightarrow{x_{1,2}}\right)$ avec **1**. On lui associe un repère $R_2 = \left(K; \overrightarrow{x_{1,2}}, \overrightarrow{y_2}, \overrightarrow{z_2}\right)$ choisi tel que $\overrightarrow{x_2} = \overrightarrow{x_1}$ et on pose $\beta = \left(\overrightarrow{y_1}, \overrightarrow{y_2}\right)$. On note M sa masse, G son centre d'inertie situé sur l'axe de rotation et on pose $\overrightarrow{KG} = a\,\overrightarrow{x_1}$. On donne la matrice de l'opérateur d'inertie au point G :

$$\overline{\overline{I}}_G(2) = \begin{pmatrix} A & 0 & 0 \\ 0 & B & 0 \\ 0 & 0 & C \end{pmatrix}_{\left(\overrightarrow{x_2}, \overrightarrow{y_2}, \overrightarrow{z_2}\right)}.$$

- on modélise enfin un déséquilibre possible de l'hélice en rotation par un balourd **3** assimilé à une masse ponctuelle m au point Q. On pose $\overrightarrow{GQ} = -b\overrightarrow{z_2}$.

Question 1 Tracer le graphe de structure de l'éolienne.

Question 2 Déterminer le théorème à utiliser pour relier C_m aux paramètres dynamiques du problème.

Question 3 Déterminer la composante suivant $\overrightarrow{z_0}$ du moment cinétique au point K de la girouette **1** dans son mouvement par rapport au support **1**, notée $\overrightarrow{\sigma(K,1/0)} \cdot \overrightarrow{z_0}$.

Question 4 Déterminer le moment cinétique $\overrightarrow{\sigma(K,2/0)}$ calculé au point K de l'hélice **2** dans son mouvement par rapport à **0**.

Question 5 Déterminer le moment cinétique $\overrightarrow{\sigma(K,3/0)}$

Question 6 Déterminer la composante suivant $\overrightarrow{z_0}$ du moment dynamique au point K de la girouette 1 dans son mouvement par rapport au support **0**, notée $\overrightarrow{z_0} \cdot \overrightarrow{\delta(K,1/0)}$.

Question 7 Déterminer la composante suivant $\overrightarrow{z_0}$ du moment dynamique $\overrightarrow{z_0} \cdot \overrightarrow{\delta(K,2/0)}$.

Question 8 Déterminer la projection du moment dynamique de 3/0 selon $\overrightarrow{z_0}$: $\overrightarrow{z_0} \cdot \overrightarrow{\delta(K,3/0)}$.

Question 9 Dans le cas d'une vitesse de rotation de l'hélice **2** ($\dot{\beta}$) constante et dans le cas où l'angle α est constant (pas de changement d'orientation de l'éolienne) déterminer l'expression du couple C_m que devrait fournir un moteur placé dans le mat (entre **0** et **1**) pour « contrer » les effets dynamiques du balourd.

Éléments de correction

1.
2. $C_m = \left(\overrightarrow{\delta(K,1/R_0)} + \overrightarrow{\delta(K,2/R_0)} + \overrightarrow{\delta(K,3/R_0)}\right) \cdot \overrightarrow{z_0}$
3. $\overrightarrow{\sigma(K,1/0)} \cdot \overrightarrow{z_0} = J\dot{\alpha}$
4. $\overrightarrow{\sigma(K,2/0)} : \overrightarrow{\sigma(K,2/0)} = \begin{pmatrix} A \cdot \dot{\beta} \\ B \cdot \dot{\alpha} \sin\beta + M \cdot a^2\dot{\alpha}\sin\beta \\ C \cdot \dot{\alpha}\cos\beta + M \cdot a^2\dot{\alpha}\cos\beta \end{pmatrix}_{(\overrightarrow{x_2},\overrightarrow{y_2},\overrightarrow{z_2})}$
5. $\overrightarrow{\sigma(K,3/0)} = m\left[ab\dot{\beta}\overrightarrow{z_2} + a^2\dot{\alpha}\overrightarrow{z_1} + b^2\dot{\beta}\overrightarrow{x}_2 + ba\dot{\alpha}\cos\beta \cdot \overrightarrow{x_1} + b^2\dot{\alpha}\sin\beta\overrightarrow{y_2}\right]$
6. $\overrightarrow{z_0} \cdot \overrightarrow{\delta(K,1/0)} = J\ddot{\alpha}$.
7. $\overrightarrow{z_0} \cdot \overrightarrow{\delta(K,2/0)} = \ddot{\alpha}\left[B\sin^2\beta + C\cos^2\beta + Ma^2\right] + 2\dot{\alpha}\dot{\beta}\cos\beta\sin\beta\,[B - C]$.
8. $\overrightarrow{z_0} \cdot \overrightarrow{\delta(K,2/0)} = m\left[ab\left(\ddot{\beta}\cos\beta - \dot{\beta}^2\sin\beta\right) + a^2\ddot{\alpha} + b^2\left(\ddot{\alpha}\sin^2\beta + 2\dot{\alpha}\dot{\beta}\sin\beta\cos\beta\right)\right]$
9. $C_m = -mab\dot{\beta}^2\sin\beta$