

TD 1

Système de freinage d'un TGV DUPLEX – Corrigé

Centrale Supélec – PSI – 2006.

Présentation

Par sécurité, il est nécessaire que la distance d'arrêt d'une rame de TGV soit inférieure à 2500 m.

Lors du freinage il est indispensable que les roues du train ne se bloquent pas. Le phénomène de blocage appelé enrayage a pour effet de déformer les roues et les rails et peut entraîner le déraillement du train.

Dispositif d'anti-enrayage

L'objectif de cette partie est l'étude de la loi de commande du dispositif d'anti-enrayage et plus précisément le calcul du correcteur de la boucle de régulation en vue de satisfaire un cahier des charges qui sera exprimé par la suite.

Le glissement relatif entre la roue et le rail est noté ν et peut s'exprimer sous la forme $\nu = 1 - \frac{V_R}{V_T}$ où V_T est la vitesse de translation du train par rapport aux rails et V_R l'opposée de la vitesse du point de contact appartenant à la roue par rapport à son support (bogie).

Dans le cadre de cette étude, on supposera que :

- ▶ les vitesses V_R et V_T sont directement accessibles à la mesure, éventuellement entachées d'une erreur ;
- ▶ la régulation peut se ramener directement à celle du glissement ;
- ▶ le comportement de l'actionneur et de sa « commande rapprochée » est modélisé par une fonction de transfert linéaire correspondant à un comportement « moyen ».

On suppose, pour la suite, que l'architecture de la boucle de régulation est représentée sur la figure 1 où est la consigne de glissement.

- ▶ $H_1(p)$: fonction de transfert de l'actionneur de freinage (vérin pneumatique + électro-valve) ;
- ▶ $H_2(p)$: fonction de transfert de la roue au freinage ;
- ▶ $C(p)$: correcteur de la boucle de régulation ;
- ▶ $M(p)$: fonction de transfert de la chaîne de mesure du glissement obtenu à partir des vitesses V_T et V_R , cette chaîne comporte un filtre destiné à limiter l'impact des bruits de mesure ;
- ▶ ν_m : glissement estimé à partir de V_T et de V_R .

On adoptera pour la suite : $H_1(p) = \frac{2000}{1 + 0,1p + 0,01p^2}$, $H_2(p) = \frac{K_h}{p} = \frac{45 \cdot 10^{-6}}{p}$ et $M(p) = \frac{1}{1 + 0,05p}$.

Pour une vitesse $V_T = 200 \text{ km h}^{-1}$, le cahier des charges est résumé par les données du tableau suivant et les données numériques utilisées sont données ci-dessous. Enfin, les problèmes liés à l'évolution de la vitesse V_T ne font pas l'objet de cette étude.

C1-02

C2-04

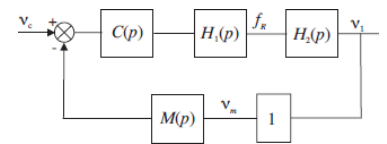
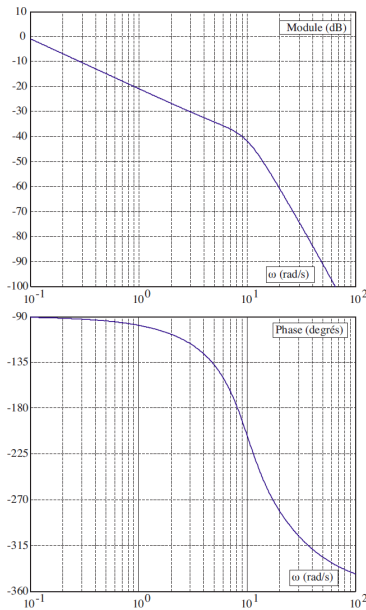


FIGURE 1 – Structure de la chaîne de régulation de glissement

Marges de stabilité, performances en boucle ouverte	
Pulsation de coupure à 0dB	$\omega_c = 1 \text{ rad/s}$
Marge de phase	$\Delta\Phi \approx 60^\circ$ au point de fonctionnement nominal B
Stabilité quel que soit le point de fonctionnement sur la caractéristique $\mu = f(\nu)$	
Réponse à un échelon de consigne de glissement	
Écart de régime permanent	Nul
Temps du 1 ^{er} maximum	$t_m \leq 3,5 \text{ s}$
Dépassement	$D \leq 18\%$
Réponse à une variation en échelon de l'adhérence	
Écart en régime permanent	Nul
Temps de réponse	$t_r \leq 2 \text{ s}$

Analyse des réponses fréquentielles en boucle ouverte

En prenant $C(p) = 1$, compléter par le tracé asymptotique le diagramme de Bode de la fonction de transfert en boucle ouverte fourni en figure suivante en justifiant le tracé.



Synthèse du régulateur de la boucle de régulation

On décide d'implémenter un régulateur de type P.I. dont la fonction de transfert est :

$$C(p) = K_R \left(1 + \frac{1}{T_i p} \right).$$

Question 1 Donner l'allure du diagramme de Bode de ce correcteur.

Question 2 Calculer la valeur que doit prendre l'argument de $C(p)$ afin d'assurer la marge de phase imposée par le cahier des charges à la pulsation de coupure ω_c souhaitée.

Question 3 Calculer la valeur minimale $T_{i\min}$, que l'on peut conférer à la constante T_i de l'action intégrale du régulateur.

Question 4 En adoptant $T_i = T_{i\min}$, déterminer alors le gain K_r du régulateur permettant de satisfaire la pulsation de coupure et la marge de phase souhaitées.

Question 5 Le système étant bouclé par le régulateur dimensionné à la question précédente, déterminer la marge de gain (avec très peu de calcul). Conclure sur les marges de stabilité obtenues.

Vérification du cahier des charges vis-à-vis de la consigne de glissement

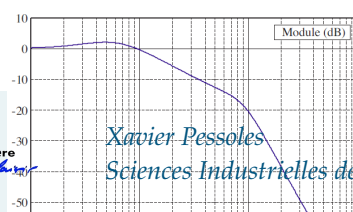
Le correcteur de la boucle de régulation du dispositif d'anti-enrayage a été déterminé à partir de considérations sur la réponse fréquentielle en boucle ouverte (pulsation de coupure à 0 dB et marge de phase). Aussi l'objectif de cette partie est de vérifier que le correcteur déterminé permet de satisfaire le cahier des charges. Cette vérification concerne d'une part les performances vis-à-vis des variations de la consigne de glissement : temps du 1^{er} maximum, dépassement, écart en régime permanent et d'autre part la réponse vis-à-vis des variations d'adhérence.

Au regard de la réponse fréquentielle en boucle fermée $F(p) = \frac{v_1(p)}{v_c(p)}$, on décide de modéliser la transmittance correspondante par la fonction suivante :

$$F(p) = \frac{v_1(p)}{v_c(p)} = \frac{K_f (1 + \tau_1 p)}{(1 + \tau_2 p)^2 \left(1 + \frac{2\xi}{\omega_0} p + \frac{p^2}{\omega_0^2} \right)}.$$

On suppose sans aucune justification que $\omega_0 > \frac{1}{\tau_2}$.

Question 6 En examinant les diagrammes de Bode fournis sur la figure suivante de la fonction de transfert en boucle fermée $F(p) = \frac{v_1(p)}{v_c(p)}$, justifier l'expression adoptée et compléter les diagrammes fournis par leur tracé asymptotique.



Question 7 Proposer les valeurs numériques pour les différents paramètres associés à cette fonction de transfert.

Question 8 En justifiant, montrer que l'on peut approcher la fonction de transfert par la forme suivante : $F(p) = \frac{K_f (1 + \tau_1 p)}{(1 + \tau_2 p)^2}$.

Objectif

Calcul de la réponse temporelle vis-à-vis de la consigne de glissement.

Question 9 En utilisant la relation ci-dessous, montrer que l'évolution temporelle de la réponse impulsionnelle $f(t)$ du système décrit par la fonction de transfert $F(p)$, peut être exprimée par la relation suivante où $y(t)$ est une fonction que vous préciserez, a et b deux constantes que vous exprimerez en fonction de K_f , τ_1 et τ_2 : $f(t) = ay(t) + b\dot{y}(t)$.
On donne $\mathcal{L} [t^n e^{-at} h(t)] = \frac{n!}{(p+a)^{n+1}}$ ($h(t)$ fonction de heaviside – échelon unité).

Question 10 À partir de cette réponse, calculer le temps du 1^{er} maximum et en déduire le dépassement en réponse à une variation en échelon de la consigne de glissement relatif $v_c(t) = v_{c0}h(t)$.

Question 11 Vérifier le cahier des charges en réponse à une variation en échelon de la consigne de glissement relatif.

Analyse des performances temporelles en réponse à des variations d'adhérence

La variation d'adhérence peut être modélisée en première approximation comme une force perturbatrice externe additive f_{ext} . On admet que cette modélisation conduit au schéma-blocs représenté sur la figure ci-dessous.

On se propose dans cette partie d'évaluer les performances de la chaîne de régulation de freinage vis-à-vis de cette perturbation.

Question 12 Déterminer la fonction de transfert $F_2(p) = \frac{v_1(p)}{F_{\text{ext}}(p)}$ entre le glissement et la force de perturbation que vous explicitez en fonction des différentes transmittances de la boucle de régulation (On rappelle qu'en régulation on considère l'entrée principale égale à 0). En expliquant soigneusement votre démarche, montrer que le module de la réponse fréquentielle, notée $\|F_2(j\omega)\|$, de cette fonction peut être approché par la relation :

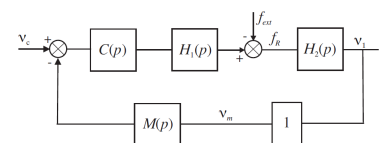
$$\|F_2(j\omega)\| = \min \left(\|H_2(j\omega)\|; \left\| \frac{1}{C(j\omega)H_1(j\omega)M(j\omega)} \right\| \right).$$

Objectif

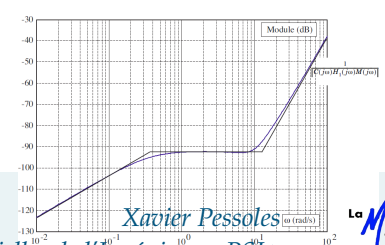
Calcul de la fonction de transfert $F_2(p)$.

On donne le tracé de la fonction $\left\| \frac{1}{C(j\omega)H_1(j\omega)M(j\omega)} \right\|$.

Question 13 Tracer le diagramme asymptotique de $\|H_2(j\omega)\|$.



Chaîne de régulation du glissement relatif



Question 14 En déduire la forme du tracé asymptotique de la fonction $||F_2(j\omega)||$. En analysant les brisures de ce diagramme et en supposant que le système bouclé est stable, donner directement sous forme numérique, l'expression de la fonction de transfert $F_2(p) = \frac{v_1(p)}{F_{\text{ext}}(p)}$ entre le glissement et la perturbation due à la variation d'adhérence.

Objectif

Calcul de l'évolution du glissement en réponse à une variation de l'adhérence.

Question 15 Préciser les pôles de la fonction $F_2(p)$ déterminée à la question précédente et en justifiant votre réponse proposer une fonction approchée de cette fonction sous la forme $F_2(p) = \frac{K_2 p}{1 + T p}$.

Question 16 En utilisant cette fonction de transfert, donner l'expression de l'évolution temporelle du glissement relatif $v_1(p)$ en réponse à une variation en échelon de la force perturbatrice $F_{\text{ext}} = F_0 h(t)$ avec $F_0 = 2000 \text{ N}$.

Question 17 Tracer l'allure de l'évolution temporelle du glissement relatif $v_1(p)$ en précisant la valeur initiale $v_1(0)$. En vous référant à des fonctions ou des résultats connus, déterminer un ordre de grandeur du temps de réponse t_r à partir duquel le glissement reste en dessous de 5 % de la valeur initiale (valeurs à considérer en valeur absolue).

Question 18 Conclure sur les performances obtenues vis-à-vis des exigences du cahier des charges en réponse à des variations de l'adhérence.

Éléments de correction

- | | |
|---|--|
| 1. . | 11. $t_m = \frac{\tau_2 \tau_1}{\tau_1 - \tau_2} = 3,3 \text{ s}$ et dépassement de 13%. |
| 2. . | 12. . |
| 3. -20° . | 13. . |
| 4. $T_i \geq 2,75$. | 14. . |
| 5. $K = 11$. | 15. $F_2(p) = -\frac{p}{(1 + 2,8p)(1 + 0,5p)}$. |
| 6. $MG = 18 \text{ dB}$ et $M\varphi = 60^\circ$. | 16. $p_1 = -0,35$ et $p_2 = -2$. $F_2(p) = \frac{p}{(1 + 1,66p)^2}$. |
| 7. . | 17. $v_1(t) = -\frac{K_2}{T} F_0 e^{-t/T} h(t)$. |
| 8. $K_f = 1$, $\tau_1 = 1/0,3$, $\tau_2 = 1/0,6$, $\omega_0 = 10 \text{ rad s}^{-1}$, $\xi < 0,7$. | |
| 9. $\frac{1 + 3,3p}{(1 + 1,66p)^2}$. | |
| 10. $f(t) = \left(\frac{\tau_2 - \tau_1}{\tau_2^3} t + \frac{\tau_1}{\tau_2^2} \right) e^{-t/\tau_2} h(t)$. | |