TD 1
Banc d'épreuve hydraulique – Corrigé

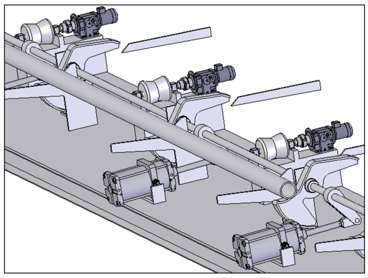
CCP – PSI – 2010.

Présentation

C1-02

C2-04

Mise en place d'un asservissement de pression.

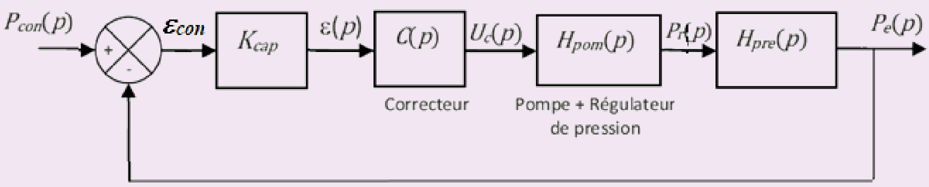


Correction proportionnelle

On envisage tout d'abord un correcteur de type proportionnel : $C(p) = K_p$.

Question 1 Transformer le schéma-blocs pour se ramener à un système à retour unitaire.

Correction



Question 2 Déterminer, en fonction de K_p , ε_{con} définie comme l'erreur statique pour une entrée consigne P_{con} de type échelon, dans le cas où le débit de fuite est nul.

Correction

Dans ce cas, le système est de classe 0. L'erreur statique est donc de $\varepsilon_{\text{con}} = \dfrac{P_{\text{con}}}{1+K_{\text{cap}}K_pK_mK_{\text{pom}}}$.

Question 3 Proposer un réglage de K_p pour limiter ε_{con} à la valeur spécifiée dans le cahier des charges.

Correction

Pour que l'erreur soit inférieure à 5% :

$\dfrac{P_{\text{con}}}{1+K_{\text{cap}}K_pK_mK_{\text{pom}}} < 0,05P_{\text{con}}$

$\Leftrightarrow 1 < 0,05\left(1+K_{\text{cap}}K_pK_mK_{\text{pom}}\right)$

$\Leftrightarrow \dfrac{0,95}{0,05K_{\text{cap}}K_mK_{\text{pom}}} < K_p$. On a donc $K_p > 19$.

Question 4 Dans le cas où la consigne de pression est nulle, déterminer en fonction de K_p $\varepsilon_{\text{pert}}$ définie comme l'erreur statique pour une perturbation ΔQ_e de type échelon, dans le cas où la consigne de pression est nulle.

Correction

Dans ce cas, on a toujours un système dont la BO est de classe 1 et : $\varepsilon_{\text{pert}} = \dfrac{\Delta Q_e K_f}{1 + K_{\text{cap}} K_p K_m K_{\text{pom}}}$.

Question 5 Proposer un réglage de K_p pour limiter $\varepsilon_{\text{pert}}$ à la valeur spécifiée au cahier des charges.

Correction

Pour $\Delta Q_e = 5\,10^{-4}\text{m}^3/\text{s}$ on souhaite $\varepsilon_{\text{pert}} < 40\,\text{bars}$. En conséquence, $\dfrac{\Delta Q_e K_f}{1 + K_{\text{cap}} K_p K_m K_{\text{pom}}} < 40 \Leftrightarrow \dfrac{\Delta Q_e K_f - 40}{40 K_{\text{cap}} K_m K_{\text{pom}}} < K_p$. On a donc $K_p > 2,19$.

Question 6 Proposer un réglage de K_p pour vérifier le critère d'amortissement.

Correction

Pour avoir aucun dépassement, il est nécessaire que, si la FTBF du système est d'ordre 2, on ait $\xi \geq 1$. (Si la FTBF est d'ordre 1, il n'y aura pas de dépassement, si la FTBF est d'ordre supérieur à 2 il n'y a pas de résultat connu.)

On a donc, avec un débit de fuite nul, $\dfrac{P_e(p)}{P_{con}(p)} = \dfrac{K_{\text{cap}} K_p \dfrac{K_{\text{pom}}}{1+T_2 p} \dfrac{K_m}{1+T_1 p}}{1 + K_{\text{cap}} K_p \dfrac{K_{\text{pom}}}{1+T_2 p} \dfrac{K_m}{1+T_1 p}}$

$= \dfrac{K_{\text{cap}} K_p K_{\text{pom}} K_m}{(1+T_1 p)(1+T_2 p) + K_{\text{cap}} K_p K_{\text{pom}} K_m}$

$= \dfrac{K_{\text{cap}} K_p K_{\text{pom}} K_m}{(T_1 + T_2)\, p + T_1 T_2 p^2 + 1 + K_{\text{cap}} K_p K_{\text{pom}} K_m}$.

On a alors : $\omega_0 = \sqrt{\dfrac{1 + K_{\text{cap}} K_p K_{\text{pom}} K_m}{T_1 T_2}}$ et

$\xi = \dfrac{1}{2} \dfrac{T_1 + T_2}{\sqrt{T_1 T_2 \left(1 + K_{\text{cap}} K_p K_{\text{pom}} K_m\right)}}$.

En conséquence, $\xi > 1 \Leftrightarrow \dfrac{(T_1 + T_2)^2 - 4 T_1 T_2}{4 T_1 T_2 K_{\text{cap}} K_{\text{pom}} K_m} > K_p$ et donc $K_p < 0,125$.

Question 7 À partir des résultats des questions précédentes, conclure quant au choix d'un correcteur proportionnel.

Correction

On a donc :

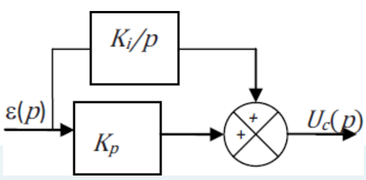
- $K_p > 19$;
- $K_p > 2,19$;
- $K_p < 0,125$.

Les 3 conditions sont incompatibles. Un autre correcteur doit être envisagé.

Correction proportionnelle intégrale

On se propose de corriger le système avec le correcteur défini sur le schéma-blocs ci-dessous :

Question 8 Déterminer la fonction de transfert $C(p)$ de ce correcteur.



Correction

On a $C(p) = \dfrac{K_i}{p} + K_p = \dfrac{K_i + K_p p}{p} = \dfrac{K_i}{p}\left(1 + \dfrac{K_p}{K_i} p\right)$.

Question 9 Tracer l'allure de son diagramme de Bode en fonction des coefficients K_i et K_p.

Correction

Question 10 Quelle est l'influence d'un tel correcteur sur la précision et la stabilité ? Justifier.

Correction

L'intégrateur va permettre d'annuler l'erreur (du à la consigne et à la perturbation). De plus, suivant le positionnement du correcteur, le déphasage de -90°présent en basse fréquence peut déstabiliser le système.

Question 11 Quelle valeur faut-il donner à $\omega_{0\,\text{dB}}$ pour répondre au critère de rapidité du cahier des charges ?

Correction

On souhaite que $t_e < 40\,\text{s} \Leftrightarrow \dfrac{3}{\omega_{0\,\text{dB}}} < 40 \Leftrightarrow \dfrac{3}{40} < \omega_{0\,\text{dB}}$ et donc $\omega_{0\,\text{dB}} > 0{,}075\,\text{rad}\,\text{s}^{-1}$.

Question 12 Déterminer alors le rapport $T = K_p/K_i$ pour obtenir la marge de phase spécifiée dans le cahier des charges.

Correction

On désire une marge de phase de 60°. Il faut donc que $\varphi\left(\omega_{0\,\text{dB}}\right) = -120°$. On a $FTBO(p) = \dfrac{K_i}{p}\left(1 + \dfrac{K_p}{K_i}p\right) K_{\text{cap}} \dfrac{K_m}{1+T_1 p} \dfrac{K_{\text{pom}}}{1+T_2 p}$. Et donc : $\varphi(\omega) = -90 + \arctan\left(\dfrac{K_p}{K_i}\omega\right) - \arctan\left(T_1\omega\right) - \arctan\left(T_2\omega\right)$ en $\omega_{0\,\text{dB}}$ on a : $\varphi(0,075) = -90 + \arctan\left(\dfrac{K_p}{K_i}0,075\right) - 57 = -147 + \arctan\left(\dfrac{K_p}{K_i}0,075\right)$. On cherche donc $\dfrac{K_p}{K_i}$ tel que $-147 + \arctan\left(\dfrac{K_p}{K_i}0,075\right) = -120 \Rightarrow \arctan\left(\dfrac{K_p}{K_i}0,075\right) = 27 \Rightarrow \dfrac{K_p}{K_i}0,075 = 0,51 \Rightarrow \dfrac{K_p}{K_i} = 6,79$. Ainsi pour avoir une marge de phase supérieure à 60°, on doit avoir $T = \dfrac{K_p}{K_i} > 6,79$.

Question 13 En déduire les valeurs de K_p et de K_i qui permettent de régler rapidité et marge de phase.

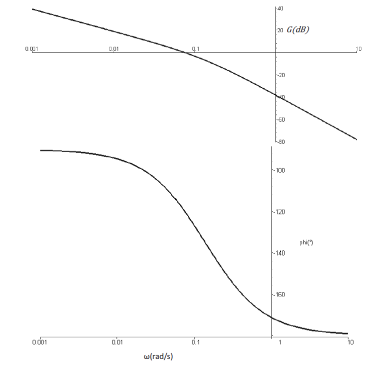
Correction

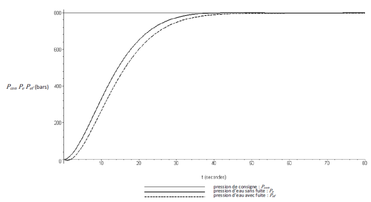
On souhaite que le gain soit nul lorsque $\omega_{0\,\text{dB}} = 0{,}075\,\text{rad}\,\text{s}^{-1}$.

On a $G_{\text{dB}}(\omega) = 20\log\left(\sqrt{1+\dfrac{K_p^2}{K_i^2}\omega^2}\right) + 20\log K_i + 20\log\left(K_{\text{cap}}K_{\text{pom}}K_m\right) - 20\log\omega + 20\log\left(\sqrt{1+\dfrac{K_p^2}{K_i^2}\omega^2}\right) - 20\log\left(\sqrt{1+T_1^2\omega^2}\right) - 20\log\left(\sqrt{1+T_2^2\omega^2}\right)$.

$G_{\text{dB}}\left(\omega_{0\,\text{dB}}\right) = 0 \Rightarrow K_i = 0,089$ et $K_p = 0,615$.

Bilan





On donne les diagrammes de Bode en gain et en phase de la fonction de transfert en boucle ouverte corrigée avec le correcteur Proportionnel Intégral déterminé précédemment.

On donne ensuite sa réponse temporelle avec et sans débit de fuite pour une pression de consigne d'eau de 800 bars.

Question 14 La réponse du système est-elle satisfaisante au regard du cahier des charges ? Justifier.

Correction