TD 0
Quille pendulaire – Sujet

Concours Commun Mines Ponts 2014.

C1-05

C2-08

Mise en situation

Les actions de l'air et de l'eau permettent au voilier d'avancer mais provoquent aussi son inclinaison autour de l'axe longitudinal $\overrightarrow{z_N}$. C'est le phénomène de gîte. Pour contrebalancer ce mouvement et éviter que le voilier ne se couche sur l'eau, la quille joue le rôle de contrepoids.

Une évolution récente des voiliers de course océanique a été de les doter d'une quille pendulaire. Cette quille est en liaison pivot d'axe $\left(O, \overrightarrow{z}_N\right)$ avec la coque du navire et peut être orientée d'un côté ou de l'autre du navire. Une fois l'orientation désirée obtenue, tout mouvement dans la liaison pivot est supprimé par le blocage en rotation de celle-ci.

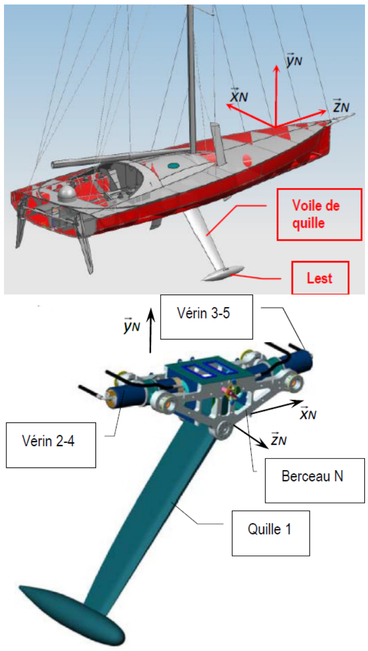


Figure 1 – Modèle volumique 3D

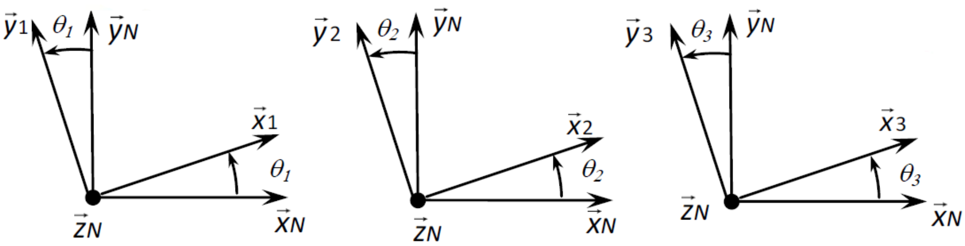
Objectif

L'objectif est de déterminer la puissance utile au déplacement de la quille et de la comparer à celle installée par le constructeur.

Hypothèses

- Les liaisons sont toutes parfaites.
- Le bateau est à l'arrêt et son repère R_N est galiléen.
- Lors de la commande de basculement de la quille, les vérins sont alimentés de telle sorte que : $F_{h2} > 0$ et $F_{h3} = 0$. Le vérin 2–4 est alors moteur et le vérin 3–5 est libre (F_{h2} désigne l'action hydraulique sur la tige du vérin 2 ; on a donc $-F_{h2}$ qui agit sur 4).
- Le mouvement du fluide dans les diverses canalisations s'accompagne d'un phénomène de frottement visqueux défini. L'eau exerce sur le voile de quille une action hydrodynamique.

Le modèle de calcul est donné dans les figures ci-contre.



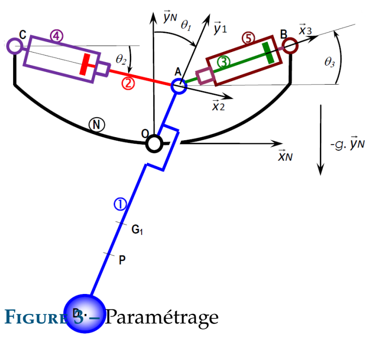


Figure 3 – Paramétrage

Figure 2 – Modèle 2D

Données géométriques, massiques et inertielles $\overrightarrow{OA} = R\overrightarrow{y_1}$; $\overrightarrow{CA} = x_{24}(t)\overrightarrow{x_2}$; $\overrightarrow{AB} = x_{35}(t)\overrightarrow{x_3}$,

- Solide 1, masse M_1, centre d'inertie G_1, $\overrightarrow{OG_1} = -L_1\overrightarrow{y_1}$, $I_{G_1}(1) = \begin{pmatrix} A_1 & 0 & 0 \\ 0 & B_1 & -D_1 \\ 0 & -D_1 & C_1 \end{pmatrix}_{(\overrightarrow{x_1},\overrightarrow{y_1},\overrightarrow{z_N})}$.
- Solide 2, masse M_2, centre d'inertie G_2, $\overrightarrow{AG_2} = -L_2\overrightarrow{x_2}$, $I_{G_2}(2) = \begin{pmatrix} A_2 & 0 & 0 \\ 0 & B_2 & 0 \\ 0 & 0 & B_2 \end{pmatrix}_{(\overrightarrow{x_2},\overrightarrow{y_2},\overrightarrow{z_N})}$.
- Solide 3, masse $M_3 = M_2$, centre d'inertie G_3, $\overrightarrow{AG_3} = L_2\overrightarrow{x_3}$, $I_{G_3}(3) = \begin{pmatrix} A_3 & 0 & 0 \\ 0 & B_3 & 0 \\ 0 & 0 & B_3 \end{pmatrix}_{(\overrightarrow{x_3},\overrightarrow{y_3},\overrightarrow{z_N})}$.
- Solide 4, masse M_4, centre d'inertie C, $I_C(4) = \begin{pmatrix} A_4 & 0 & 0 \\ 0 & B_4 & 0 \\ 0 & 0 & C_4 \end{pmatrix}_{(\overrightarrow{x_2},\overrightarrow{y_2},\overrightarrow{z_N})}$.
- Solide 5, masse M_5, centre d'inertie B, $I_B(5) = \begin{pmatrix} A_5 & 0 & 0 \\ 0 & B_5 & 0 \\ 0 & 0 & C_5 \end{pmatrix}_{(\overrightarrow{x_3},\overrightarrow{y_3},\overrightarrow{z_N})}$.

Actions mécaniques

- Action de pression de l'huile sur 2 : $\{\mathcal{T}(\text{ph} \rightarrow 2)\} = \left\{ \begin{array}{c} F_{h2}\overrightarrow{x_2} \\ \overrightarrow{0} \end{array} \right\}_C$.
- Action de pression de l'huile sur 3 : $\{\mathcal{T}(\text{ph} \rightarrow 3)\} = \left\{ \begin{array}{c} -F_{h3}\overrightarrow{x_3} \\ \overrightarrow{0} \end{array} \right\}_B$.
- Action de frottement visqueux de l'huile sur 2 : $\{\mathcal{T}(\text{phf} \rightarrow 2)\} = \left\{ \begin{array}{c} -k\dfrac{\mathrm{d}x_{24}(t)}{\mathrm{d}t}\overrightarrow{x_2} \\ \overrightarrow{0} \end{array} \right\}_A$ avec $k > 0$.
- Action de frottement visqueux de l'huile sur 3 : $\{\mathcal{T}(\text{phf} \rightarrow 3)\} = \left\{ \begin{array}{c} -k\dfrac{\mathrm{d}x_{35}(t)}{\mathrm{d}t}\overrightarrow{x_3} \\ \overrightarrow{0} \end{array} \right\}_A$ avec $k > 0$.
- Action hydraudynamique de l'eau sur 1 : $\{\mathcal{T}(\text{eau} \rightarrow 1)\} = \left\{ \begin{array}{c} F_p\overrightarrow{z_1} + F_t\overrightarrow{x_1} \\ \overrightarrow{0} \end{array} \right\}_P$ avec $\overrightarrow{OP} = -h\overrightarrow{y_1}$.

On se place dans le cas où une commande en vitesse est générée à destination du vérin [2, 4]. Le vérin [3, 5] est libre. Cette commande « en trapèze de vitesse » provoque le déplacement de la quille de la position $\theta_1 = 0$ à la position $\theta_1 = 45°$ en 4 secondes, le maintien de la quille dans cette position pendant 1 seconde puis le retour à la position $\theta_1 = 0$ en 4 secondes. Les phases d'accélération et de décélération (rampes) durent 1 seconde.

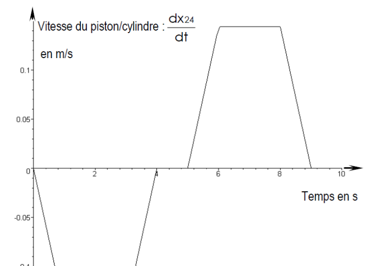


Figure A : Loi de commande « en trapèze de vitesse » du vérin [2, 4].

Un logiciel de calcul permet de tracer l'évolution temporelle des puissances mises en jeu. Ces puissances sont représentées sur la figure suivante.

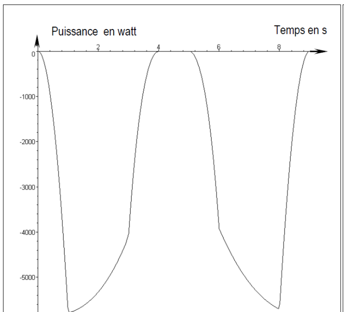


Figure B : Evolution temporelle de la puissance développée par l'ensemble des actions de frottement visqueux.

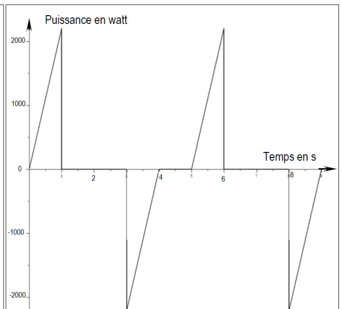


Figure C : Evolution temporelle de la dérivée de l'énergie cinétique totale.

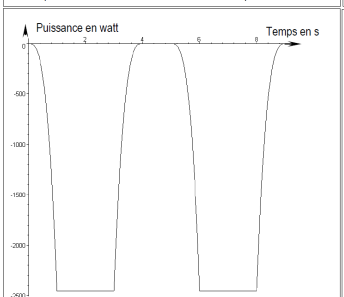


Figure D : Evolution temporelle de la puissance développée par l'ensemble des actions hydrauliques.

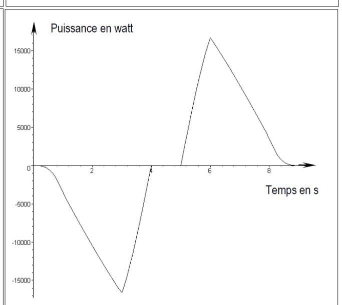


Figure E : Evolution temporelle de la puissance développée par l'ensemble des actions de pesanteur.

Question 1 Dans le but de chiffrer la valeur maximale de la puissance que doit fournir l'actionneur pour réaliser le mouvement prévu, tracer, à l'aide de la figure précédente, l'allure de l'évolution temporelle de cette puissance. Pour cela, évaluer les valeurs aux instants $t = 0\,\text{s}$, $t = 1\,\text{s}$, $t = 3\,\text{s}$ et $t = 4\,\text{s}$. Sur cet intervalle $[0, 4\,\text{s}]$, évaluer, en kW, la valeur maximale de la puissance que doit fournir l'actionneur. Expliquer pourquoi le maximum de puissance est situé sur cet intervalle.

Question 2 Le constructeur indique une puissance motrice installée sur son bateau de 30 kW. Dans les hypothèses utilisées pour constituer le modèle de calcul, indiquer ce qui peut expliquer la différence entre la valeur calculée et la valeur installée.

Éléments de correction

1. .
2. a) $\overrightarrow{V(G_1, 1/N)} = L_1\dot{\theta}_1\overrightarrow{x_1}$.
   b) $\overrightarrow{V(G_2, 2/N)} = -R\dot{\theta}_1\overrightarrow{x_1} - L_2\dot{\theta}_2\overrightarrow{y_2}$. On a aussi $\overrightarrow{V(G_2, 2/N)} = \dot{x}_{24}(t)\overrightarrow{x_2} + \dot{\theta}_2\left(x_{24}(t) - L_2\right)\overrightarrow{y_2}$.
   c) $\overrightarrow{V(G_3, 3/N)} = -R\dot{\theta}_1\overrightarrow{x_1} + L_2\dot{\theta}_3\overrightarrow{y_3}$. On a aussi $\overrightarrow{V(G_3, 3/N)} = -\dot{x}_{35}(t)\overrightarrow{x_3} + \dot{\theta}_3\left(-x_{35}(t) + L_2\right)\overrightarrow{y_3}$.
   d) $\overrightarrow{V(A, 2/4)} = \dot{x}_{24}(t)\overrightarrow{x_2}$.
3. a) $\mathscr{E}_c(1/N) = \frac{1}{2}\dot{\theta}_1^2\left(C_1 + M_1L_1^2\right)$.
   b) $\mathscr{E}_c(2/N) = \frac{1}{2}\left(B_2\dot{\theta}_2^2 + M_2\left(\dot{x}_{24}(t)^2 + \dot{\theta}_2^2\left(x_{24}(t) - L_2\right)^2\right)\right)$.
   c) $\mathscr{E}_c(4/N) = \frac{1}{2}C_4\dot{\theta}_2^2$.
4.
   - $\mathscr{P}\left(4 \overset{\text{Ph}}{\leftrightarrow} 2\right) = F_{h2}\dot{x}_{24}$;
   - $\mathscr{P}\left(4 \overset{\text{Phf}}{\leftrightarrow} 2\right) = -k\dot{x}_{24}^2(t)$;
   - $\mathscr{P}\left(3 \overset{\text{Ph}}{\leftrightarrow} 5\right) = F_h\dot{x}_{35}(t)$;
   - $\mathscr{P}\left(3 \overset{\text{Phf}}{\leftrightarrow} 5\right) = -k\dot{x}_{35}^2(t)$.
5.
   - la puissance dissipée dans les liaisons est nulle car il n'y a pas de frottements ;
   - $\mathscr{P}(\text{pes} \to 1/R_N) = -M_1gL_1\dot{\theta}_1\sin\theta_1$;
   - $\mathscr{P}(\text{pes} \to 2/R_N) = -M_2g\dot{x}_{24}(t)\sin\theta_2 - M_2g\dot{\theta}_2\left(x_{24}(t) - L_2\right)\cos\theta_2$;
   - $\mathscr{P}(\text{pes} \to 3/R_N) = -M_3g\left(-\dot{x}_{35}(t)\sin\theta_3 + \dot{\theta}_3\left(-x_{35}(t) + L_2\right)\cos\theta_3\right)$;
   - $\mathscr{P}(\text{eau} \to 1/R_N) = F_th\dot{\theta}_1$.
6. $\mathscr{P}\left(\bar{E} \to E/R_N\right) + \sum\mathscr{P}(i \leftrightarrow j) = \dfrac{\mathrm{d}\mathscr{E}_c(E/R_N)}{\mathrm{d}t}$.