

# Application 0

## Dynamique du véhicule – Véhicule à trois roues Clever– Corrigé

Le Cleverest un démonstrateur technologique développé par un tissu d'industriels européens.

Il se présente comme un véhicule à trois roues pouvant embarquer deux personnes assises en tandem. Il adopte une architecture pendulaire, c'est-à-dire qu'il se penche dans les virages (cf. Figure 3). Le déplacement du centre de gravité qui en résulte lui confère une grande stabilité malgré une faible largeur du véhicule (légèrement inférieure à 1 m, contre 60 à 75 cm pour une moto, et 1,5 m pour une petite voiture). Cette étroitesse se veut une réponse aux problèmes d'encombrement dans les villes mais permet aussi une surface frontale moins importante que sur une voiture conventionnelle et donc des pertes aérodynamiques réduites. En outre, les sensations de conduite sont semblables à celle d'une moto mais avec un pilotage, à l'aide d'un volant, propre à un véhicule à 4 roues. Le moteur est un monocylindre à gaz naturel qui a été développé par l'IFP et dont les performances permettent d'atteindre une vitesse de pointe de 100 km h<sup>-1</sup> avec une accélération en phase avec les attentes pour un véhicule urbain.

N°	Fonction de service
FS 1	Permettre à l'utilisateur de se déplacer sur le sol
FS 2	Rester insensible aux perturbations de la route
FS 3	S'insérer facilement dans le trafic
FS 4	Respecter la réglementation en vigueur
FS 5	Contribuer au respect de l'environnement
FS 6	Résister au milieu ambiant
FS 7	Utiliser les énergies disponibles et ne pas trop consommer
FS 8	Être confortable

Du point de vue de l'architecture cinématique (cf. Figure 3), le groupe motopropulseur est placé à l'arrière. À l'avant, l'habitacle repose sur une roue de moto et pivote par rapport au bloc arrière autour d'une liaison pilotée angulairement par le biais de deux vérins hydrauliques. L'inclinaison est contrôlée par un ordinateur de bord en fonction de l'angle au volant et de la vitesse. Le Tableau Figure 4 regroupe les caractéristiques techniques annoncées par l'équipe de développement.

### Validation de la fonction technique « Modifier l'inclinaison de l'habitacle »

#### Objectif

Dans cette partie, on s'intéresse à la fonction technique « Modifier l'inclinaison de l'habitacle » qui a été proposée pour assurer les fonctions de service FS1 «Permettre à l'utilisateur de se déplacer sur le sol » et FS3 « S'insérer facilement dans le trafic » du Tableau Figure 2 donné en introduction. Ce choix doit en effet permettre de garantir la stabilité du Clever dans les virages tout en permettant une faible largeur du véhicule afin de s'insérer dans la circulation.

On donne ci-dessous deux extraits du cahier des charges relatifs aux fonctions de service FS1 et FS3.

Concours Banque PT – SIA 2013.

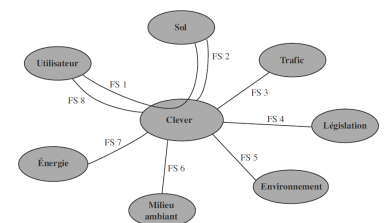
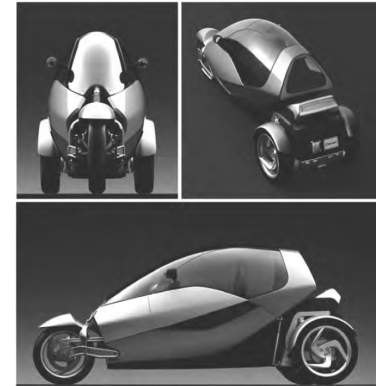


FIGURE 1 – Diagramme partiel des interacteurs dans la phase d'utilisation normale

FIGURE 2 – Caractérisation partielle des fonctions de service

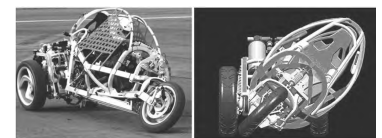


FIGURE 3 – Vue de la cinématique pendulaire

Type de véhicule	inclinable à 3 roues
Disposition des sièges	en tandem
Longueur hors tout	3 m
Largeur hors tout	1 m
Hauteur hors tout	1,35 m
Poids à vide	395 kg
Châssis	aluminium
Carrosserie	matériau synthétique
Moteur	monocylindre à gaz naturel de 213 cm <sup>3</sup>
Puissance maxi	20 Ch DIN (soit 15 kW) à 9000 tr/min
Couple maxi	16 Nm à 6500 tr/min
Vitesse maxi	100 km/h
Accélération	0-60 km/h en un temps inférieur à 7 s
Autonomie	100 km

FIGURE 4 – Caractéristiques techniques

Fonction de service	Critères d'appréciation	Niveau
FS1 Permettre à l'utilisateur de se déplacer sur le sol	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Renversement du véhicule pour une vitesse de 55 km/h dans un virage de rayon de courbure 20 m</li> <li>• Glissement du véhicule pour une vitesse de 55 km/h dans un virage de rayon de courbure 20 m</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Interdit</li> <li>• Interdit</li> </ul>
Fonction de service	Critères d'appréciation	Niveau
FS3 S'insérer facilement dans la circulation	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Largeur hors tout du véhicule</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• &lt; 1 m</li> </ul>

## Conditions de non renversement et d'adhérence

On se propose maintenant d'étudier l'influence du mécanisme d'inclinaison de l'habitacle du Clever sur la stabilité de celui-ci dans les virages. En particulier, on va montrer que cette technologie pendulaire lui permet d'avoir une largeur faible, comparée à une voiture qui n'est pas équipée de cette technologie, tout en assurant un non renversement à vitesse élevée.

Le mécanisme d'inclinaison peut être décrit globalement par la Figure 5. Le groupe motopropulseur, comportant entre autres le moteur et les roues arrière, reste en permanence perpendiculaire au sol. La partie avant, constituée de l'habitacle et de la roue avant, peut au contraire s'incliner dans les virages grâce à un mécanisme hydraulique qui sera étudié ultérieurement dans le sujet. Les deux parties du Clever sont reliées par une liaison pivot d'axe parallèle au sol, schématisée sur la Figure 5.

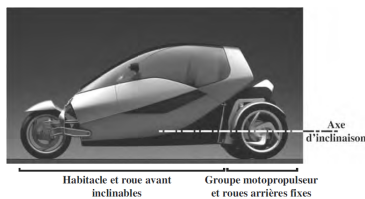


FIGURE 5 – Présentation du mécanisme d'inclinaison

Pour simplifier l'étude, on ne s'intéresse pas dans un premier temps à la roue avant, ce qui permet de se ramener au système schématisé sur la Figure 6. On donne les caractéristiques géométriques et cinématiques suivantes :

- ▶ la route **R** est munie du repère  $\mathcal{R}_g = (O; \vec{x}_g, \vec{y}_g, \vec{z}_g)$ . Le référentiel associé est supposé galiléen;
- ▶ le groupe motopropulseur **0** est animé d'un mouvement de rotation par rapport au sol dont le centre instantané de rotation est *O*. Le rayon de courbure de la trajectoire du point *C* dans  $\mathcal{R}_g$  est  $R_C$ . Le repère lié à **0** est  $\mathcal{R}_0 = (O; \vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$  tel que  $\vec{z}_0 = \vec{z}_g$  et on note  $\theta = (\vec{x}_g, \vec{x}_0) = (\vec{y}_g, \vec{y}_0)$ . On a donc  $OC = R_C \vec{x}_0$ . On remarquera bien que  $\mathcal{R}_0$  est mobile par rapport à  $\mathcal{R}_g$ ;
- ▶ l'habitacle **1** est liée au groupe **0** par une liaison pivot d'axe  $(C, \vec{y}_0)$ . Le repère lié  $\mathcal{R}_1 = (C; \vec{x}_1, \vec{y}_1, \vec{z}_1)$  est tel que  $\vec{y}_1 = \vec{y}_0$ . On note  $\alpha = (\vec{x}_0, \vec{x}_1) = (\vec{z}_0, \vec{z}_1)$  l'angle d'inclinaison du système pendulaire. Le centre de gravité de **1** est *G* tel que  $\vec{CG} = e \vec{z}_1$  et sa masse est *m*. On note  $I_G(1)$  son opérateur d'inertie en *G*. On considérera que c'est un solide de forme quelconque dont la matrice est donnée dans la base  $\mathcal{B}_0$ .
- ▶ les roues arrière **2** et **3** sont liées au groupe **0** par des liaisons pivots d'axe  $(C, \vec{x}_0)$ .
- ▶ les contacts entre les roues **2** et **3** et la route **R** ont lieu en *A* et *B* définis par  $\vec{CA} = \frac{\ell}{2} \vec{x}_0 - r \vec{z}_0$  et  $\vec{CB} = -\frac{\ell}{2} \vec{x}_0 - r \vec{z}_0$ , *r* désignant le rayon des roues et  $\ell$  la voie arrière du véhicule. Les contacts sont modélisés par des liaisons sphère-plan de centres *A* et *B* et de normale  $\vec{z}_0$ . Le contact dans ces liaisons se fait avec frottement et le coefficient de frottement est noté *f* (on supposera pour simplifier que les coefficients de frottement et d'adhérence sont identiques). Les actions

mécaniques de la route  $R$  sur les roues **2** et **3** sont modélisées dans le plan  $(\vec{x}_0, \vec{y}_0)$  par des glisseurs en  $A$  et  $B$  de résultantes  $\overrightarrow{R(R \rightarrow 2)} = T_A \vec{x}_0 + N_A \vec{z}_0$  et  $\overrightarrow{R(R \rightarrow 3)} = T_B \vec{x}_0 + N_B \vec{z}_0$ .

Dans les questions qui suivent, mises à part la liaison entre **R** et **2** et celle entre **R** et **3**, pour lesquelles le frottement est pris en compte, toutes les liaisons sont considérées parfaites. En outre, on négligera la masse des pièces **0**, **2** et **3** devant celle de l'habitacle **1**. On note  $E = 0 \cup 1 \cup 2 \cup 3$ . L'accélération de la pesanteur est  $\vec{g} = -g \vec{z}_0$ .

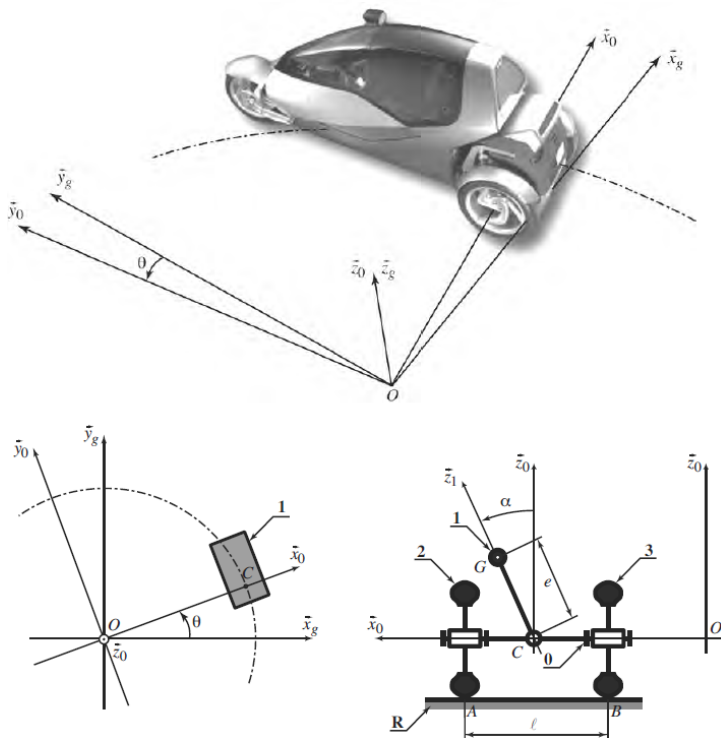
On se place dans un cas où le rayon de courbure  $R_C$  de la trajectoire du point  $C$ , ainsi que la vitesse  $V$  de ce point par rapport au référentiel  $\mathcal{R}_g$  sont constants. L'angle d'inclinaison  $\alpha$  du système pendulaire est lui aussi supposé constant.

**Question 1** Exprimer la vitesse, notée  $\overrightarrow{V(G/\mathcal{R}_g)}$ , du point  $G$  dans son mouvement par rapport à  $\mathcal{R}_g$  en fonction de  $V$ ,  $e$ ,  $R_C$  et  $\alpha$ .

**Correction**

**Question 2** Exprimer l'accélération, notée  $\overrightarrow{a(G/\mathcal{R}_g)}$ , du point  $G$  dans son mouvement par rapport à  $\mathcal{R}_g$  en fonction de  $V$ ,  $e$ ,  $R_C$  et  $\alpha$ .

**Correction**



**FIGURE 6** – Modélisation simplifiée du Clever en position inclinée

On néglige le contact entre la roue avant et le sol.

**Question 3** En rappelant que le rayon  $R_C$ , la vitesse  $V$  et l'angle  $\alpha$  sont supposés constants, calculer le moment dynamique en  $G$ , noté  $\delta(G, E/\mathcal{R}_g)$ , de l'ensemble  $E$  dans son mouvement par rapport à  $\mathcal{R}_g$ .

## Correction

**Question 4** En appliquant le principe fondamental de la dynamique à l'ensemble  $E$  dans son mouvement par rapport à  $\mathcal{R}_g$ , écrire les trois équations scalaires qui lient les actions mécaniques de contact entre le sol et les roues  $T_A$ ,  $N_A$ ,  $T_B$  et  $N_B$  aux données du problème.

## Correction

**Question 5** Dédurre de ces trois relations l'expression des efforts normaux  $N_A$  et  $N_B$  en fonction de  $m$ ,  $\ell$ ,  $r$ ,  $e$ ,  $g$  et  $R_c$ ,  $\alpha$ ,  $V$ . Tous les autres paramètres étant fixés, une augmentation de la vitesse  $V$  risque-t-elle de susciter un décollement de la roue intérieure ou de la roue extérieure au virage ?

## Correction

**Question 6** Dédurre de la question précédente la condition de non renversement, écrite sous la forme d'une inéquation, qui lie le rapport  $V^2/R_c$  aux paramètres  $\ell$ ,  $r$ ,  $e$ ,  $g$  et  $\alpha$ ,  $R_c$ .

## Correction

**Question 7** Exprimer les conditions d'adhérence liant  $T_A$ ,  $T_B$ ,  $N_A$ ,  $N_B$  et  $f$ . En utilisant les équations qui avaient été montrées précédemment et en appliquant le principe fondamental de la dynamique, en déduire la condition d'adhérence, écrite sous la forme d'une inéquation, qui lie le rapport  $\frac{V^2}{R_c}$  aux paramètres  $e$ ,  $f$ ,  $g$  et  $\alpha$ ,  $R_c$ .

## Correction

### Cas d'un véhicule sans architecture pendulaire

Afin de montrer l'intérêt de l'architecture pendulaire comme solution technique à la fonction de service FS3 « S'insérer facilement dans la circulation », on imagine maintenant que le véhicule Clever n'en est pas équipé, ce qui se traduit par la condition  $\alpha = 0$ .

**Question 8** Réécrire les conditions d'adhérence et de non renversement dans ce cas particulier.

## Correction

On se propose d'étudier la configuration suivante :

- rayon d'une roue,  $r = 30$  cm, position du centre de gravité,  $e = 50$  cm ;
- accélération de la pesanteur,  $g = 9,81$  m s<sup>-2</sup> coefficient d'adhérence pneu-route,  $f = 0,8$ .

**Question 9** Calculer la valeur de la voie arrière du véhicule (largeur  $\ell$  entre les roues arrières) en dessous de laquelle le phénomène limitant la vitesse à laquelle on peut prendre un virage est le risque de renversement et non celui de dérapage. En déduire quel est le phénomène limitant dans le cas d'une voiture traditionnelle (voie de l'ordre de 1,5 m) et dans le cas d'un véhicule étroit comme le Clever (voie égale à 0,9 m) ?

Correction

**Question 10** Calculer la valeur de la vitesse maximale  $V$  à laquelle il est possible de prendre un virage de rayon de courbure  $R_c = 20$  m avec un véhicule étroit de voie  $\ell = 0,9$  m si celui-ci n'est pas inclinable. On exprimera cette vitesse en km/h. Celle-ci est-elle compatible avec la norme qui prescrit de pouvoir rouler à  $55 \text{ km h}^{-1}$  dans un virage de rayon de courbure 20 m ?

Correction

### Cas d'un véhicule à architecture pendulaire

On considère maintenant l'architecture pendulaire. L'angle  $\alpha$  peut varier dans la plage  $[-45^\circ, 45^\circ]$ .

Le graphique de la Figure 7, représente, en fonction de l'angle d'inclinaison  $\alpha$  et dans la configuration précédente (même géométrie et rayon de courbure  $R_c = 20$  m), l'évolution de vitesse maximale  $V$  en dessous de laquelle il n'y a pas renversement.

**Question 11** Commenter le signe de l'angle  $\alpha$  pour contribuer au non renversement du Clever dans la configuration de la Figure 6 (virage à gauche). Le véhicule doit-il s'incliner vers l'intérieur ou vers l'extérieur de la trajectoire (comme c'est le cas sur la Figure 6 en bas à droite) ?

Correction

**Question 12** En utilisant la Figure 7, déterminer l'angle d'inclinaison  $\alpha$  qu'il faut imposer à l'habitacle pour respecter la norme.

Correction

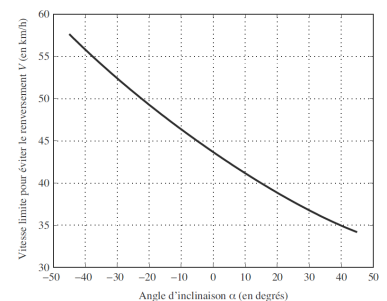


FIGURE 7 – Représentation graphique de la condition de non renversement