Automate d'exploration de l'hémostase ★

C2-09

Pas de corrigé pour cet exercice.

Le principe de la chronométrie consiste à mesurer la variation de l'amplitude d'oscillation d'une bille placée dans la cuvette de mesure (figure 1).

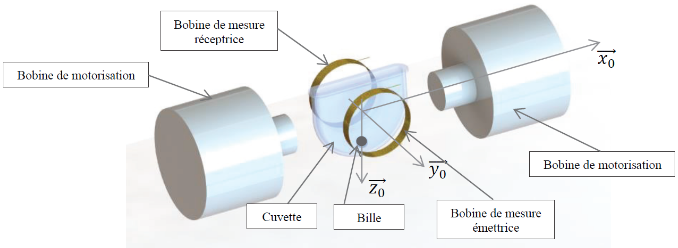

FIGURE 1 – Ensemble cuvette + bille avec bobines motrices et bobines de mesure

La bille, roulant sans glisser sur le fond cylindrique de la cuvette, est mise en mouvement par un champ magnétique variable induit par deux bobines motrices placées de part et d'autre de la tête de mesure. L'amplitude des oscillations est mesurée par deux autres bobines, l'une émettrice, l'autre réceptrice. Après amplification du signal mesuré, on obtient un signal quasi-sinusoïdal, reflet de l'oscillation de la bille. A viscosité constante, on obtient un balancement pendulaire constant de la bille. Quand la viscosité augmente (phénomène de coagulation), l'amplitude d'oscillation de la bille varie. Pour chaque mesure, le champ magnétique est ajusté en fonction de la viscosité initiale du milieu et du type de test.

Le schéma de calcul est donné figure 2.

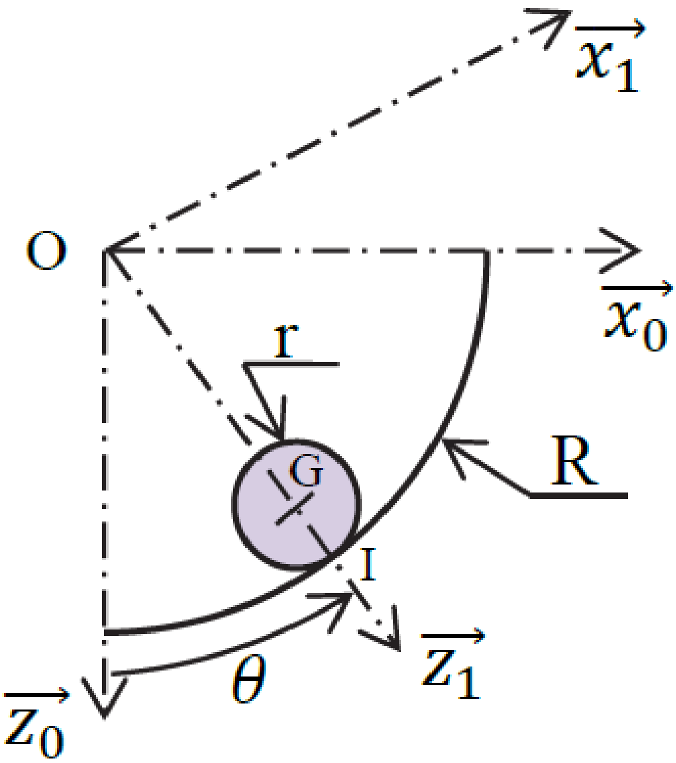

FIGURE 2 – Bille en contact avec le rail de la cuvette

Hypothèses :

- la bille de masse m, de centre de masse G, de rayon r, roule sans glisser sur un rail circulaire de rayon R dans le plan $\left(O, \overrightarrow{x_0}, \overrightarrow{y_0}\right)$;
- I est le point de contact entre la bille et le rail circulaire ;
- la position de la bille sur le rail est repérée par : $\theta = \left(\overrightarrow{z_0}, \overrightarrow{z_1}\right) = \left(\overrightarrow{x_0}, \overrightarrow{x_1}\right)$.

On note :

- $\{\mathcal{T}(\text{rail} \longrightarrow \text{bille})\} = \left\{\begin{array}{c} -N_I\overrightarrow{z_1} + T_I\overrightarrow{x_1} \\ \overrightarrow{0} \end{array}\right\}_I$, le torseur associé à l'action mécanique du rail sur la bille ;
- f le coefficient d'adhérence au contact bille/cuvette : $f = 0,1$;
- $\{\mathcal{T}(\text{bob} \longrightarrow \text{bille})\} = \left\{\begin{array}{c} \overrightarrow{F}(\text{bob} \longrightarrow \text{bille}) = F(t)\overrightarrow{x_0} \\ \overrightarrow{0} \end{array}\right\}_G$, le torseur associé à l'effort résultant des deux bobines de motorisation sur la bille, avec $F(t) = F_0 \sin\left(\omega_{\text{bob}}(t)\right)$;
- $\{\mathcal{T}(\text{fluide} \longrightarrow \text{bille})\} = \left\{\begin{array}{c} \overrightarrow{F}(\text{fluide} \longrightarrow \text{bille}) = -f_v\overrightarrow{V(G, \text{bille}/0)} \\ \overrightarrow{0} \end{array}\right\}_G$, le torseur associé à l'action du fluide sur la bille induite par la viscosité. On se place dans l'hypothèse simplificatrice d'un écoulement laminaire pour lequel le modèle de Stokes est applicable : le coefficient de frottement visqueux vaut alors $f_v = 6\pi r\eta$ où η est la viscosité du sang qui varie lors de la coagulation ;
- $\{\mathcal{T}(g \longrightarrow \text{bille})\} = \left\{\begin{array}{c} mg\overrightarrow{z_0} \\ \overrightarrow{0} \end{array}\right\}_G$, le torseur associé à l'action de la pesanteur sur la bille ;
- $\{\mathcal{V}(\text{bille}/0)\} = \left\{\begin{array}{c} \overrightarrow{\Omega(\text{bille}/0)} = \omega_b\overrightarrow{y_0} \\ \overrightarrow{V(G, \text{bille}/0)} = v\overrightarrow{x_1} \end{array}\right\}_G$, le torseur cinématique de la bille par rapport au rail 0 ;
- $J = \dfrac{2}{5}mr^2$, le moment d'inertie de la bille autour de l'axe $\left(G, \overrightarrow{y_0}\right)$;
- $R = ||\overrightarrow{OI}||$, le rayon du rail, $r = ||\overrightarrow{GI}||$, le rayon de la bille.

On notera $F(p)$ la transformée de Laplace de la fonction $f(t)$ où p représente la variable de Laplace.

Question 1 En exprimant la condition de roulement sans glissement en I, déterminer ω_b et v, les composantes du torseur cinématique en G de la bille par rapport au rail 0, en fonction de $\dot{\theta}$, r et R.

Question 2 En justifiant clairement la démarche et les théorèmes utilisés : montrer que les efforts normal N_I et tangentiel T_I du rail sur la bille sont liés à l'angle θ par les équations suivantes : $N_I = F(t)\sin\theta + mg\cos\theta + m(R-r)\dot{\theta}^2$ et $T_I = \dfrac{2}{5}m(r-R)\ddot{\theta}$.

Question 3 En justifiant clairement la démarche et les théorèmes utilisés, montrer que $\dfrac{7}{5}m(r-R)\ddot{\theta} + f_v(r-R)\dot{\theta} + mg\sin\theta = F(t)\cos\theta$.

Corrigé voir .