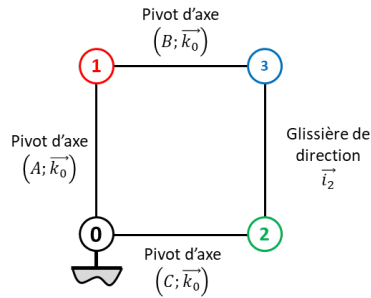


Pompe oscillante ★

C2-06

Question 1 Tracer le graphe des liaisons.



Question 2 Exprimer $\lambda(t)$ en fonction de $\theta(t)$.

En réalisant une fermeture géométrique, on a $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CA} = \overrightarrow{0} \Leftrightarrow R\vec{i}_1 - \lambda(t)\vec{i}_2 + H\vec{j}_0 = \overrightarrow{0}$.

En projetant cette expression dans le repère \mathcal{R}_0 , on a $R(\cos \theta(t)\vec{i}_0 + \sin \theta(t)\vec{j}_0) - \lambda(t)(\cos \varphi(t)\vec{i}_0 + \sin \varphi(t)\vec{j}_0) + H\vec{j}_0 = \overrightarrow{0}$.

On obtient alors les équations scalaires suivantes :
$$\begin{cases} R \cos \theta(t) - \lambda(t) \cos \varphi(t) = 0 \\ R \sin \theta(t) - \lambda(t) \sin \varphi(t) + H = 0 \end{cases}$$

On cherche à supprimer $\varphi(t)$, on va donc isoler la variable :
$$\begin{cases} \lambda(t) \cos \varphi(t) = R \cos \theta(t) \\ \lambda(t) \sin \varphi(t) = R \sin \theta(t) + H \end{cases}$$

$\Rightarrow \begin{cases} \lambda(t)^2 \cos^2 \varphi(t) = R^2 \cos^2 \theta(t) \\ \lambda(t)^2 \sin^2 \varphi(t) = (R \sin \theta(t) + H)^2 \end{cases}$. En sommant les expressions, on a : $\lambda(t)^2 = R^2 \cos^2 \theta(t) + (R \sin \theta(t) + H)^2$.

Au final, $\lambda(t)^2 = R^2 + H^2 + 2HR \sin \theta(t)$ et

$\lambda(t) = \pm \sqrt{R^2 + H^2 + 2HR \sin \theta(t)}$.

Question 3 Exprimer $\dot{\lambda}(t)$ en fonction de $\dot{\theta}(t)$.

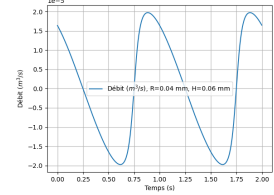
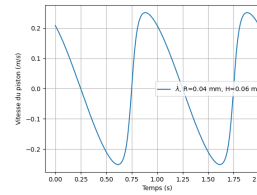
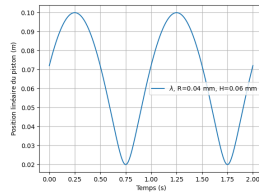
En dérivant l'expression obtenue à la question précédente, on obtient

$$\dot{\lambda}(t) = \frac{1}{2} (-2HR\dot{\theta}(t) \cos \theta(t)) (R^2 + H^2 + 2HR \sin \theta(t))^{-\frac{1}{2}}.$$

Question 4 Exprimer le débit instantané de la pompe.

On note q le débit instantané de la pompe. On a $q(t) = S\dot{\lambda}(t)$ avec S la section du piston 3.

Question 5 En utilisant Python, donner le débit instantané de la pompe pour un tour de pompe pour un piston de diamètre $D = 10$ mm.



```

1  #!/usr/bin/env python
2  # -*- coding: utf-8 -*-
3
4  """13_TransfoMouvement.py"""
5
6  __author__ = "Xavier Pessoles"
7  __email__ = "xpessoles@lamartin.fr"
8
9  import numpy as np
10 import matplotlib.pyplot as plt
11 import math as m
12
13 R = 0.04 # m
14 H = 0.06 # m
15 D = 10e-3 # 10 mm
16
17 w = 60 # tours /min
18 w = w*2*m.pi/60 # rad/s
19
20 def calc_lambda(theta):
21     res = R*R+H*H+2*H*R*np.sin(theta)
22
23     return np.sqrt(res)
24
25 def calc_lambdap(theta):
26     res = -H*R*w*np.cos(theta)*np.power(R*R+H*H+2*H*R*np.sin(theta), -0.5)
27     return np.sqrt(res)
28
29 def calc_lambdap_bis(les_t, les_lambda):
30     les_lambda_p = []
31     for i in range(len(les_t)-1):
32         les_lambda_p.append((les_lambda[i+1]-les_lambda[i])/(les_t[i+1]-les_t[i]))
33
34     return les_lambda_p
35
36 def plot_lambda():
37     les_t = np.linspace(0,2,1000)
38     les_theta = w*les_t
39     les_lambda = calc_lambda(les_theta)
40     plt.grid()
41     plt.xlabel("Temps (s)")
42     plt.ylabel("Position linéaire du piston ($m$)")
43     plt.plot(les_t, les_lambda, label=str("\lambda$, R=")+str(R)+" mm, "+str("H=")+str(H)+" mm")
44     plt.legend()
45     plt.show()
46
47 def plot_lambdap():
48     les_t = np.linspace(0,2,1000)

```

```

49 les_theta = w*les_t
50 les_lambda = calc_lambda(les_theta)
51 les_lambdap = calc_lambdap(les_theta)
52 plt.grid()
53 plt.xlabel("Temps (s)")
54 plt.ylabel("Vitesse du piston ($m/s$)")
55 #plt.plot(les_t, les_lambdap, label=str("${dot{\\lambda}}$, R=")+str(R)+" mm,
    "+str("H=")+str(H)+" mm")
56
57 les_lambdap_bis = calc_lambdap_bis(les_t, les_lambda)
58 plt.plot(les_t[:-1], les_lambdap_bis, label=str("${dot{\\lambda}}$, R=")+str(R)
    +" mm, "+str("H=")+str(H)+" mm")
59
60 plt.legend()
61 plt.show()
62
63 def plot_debit():
64     les_t = np.linspace(0,2,1000)
65     les_theta = w*les_t
66     les_lambda = calc_lambda(les_theta)
67     les_lambdap = calc_lambdap(les_theta)
68     plt.grid()
69     plt.xlabel("Temps (s)")
70     plt.ylabel("Débit ($m^3/s$)")
71     #plt.plot(les_t, les_lambdap, label=str("${dot{\\lambda}}$, R=")+str(R)+" mm,
        "+str("H=")+str(H)+" mm")
72
73     les_lambdap_bis = calc_lambdap_bis(les_t, les_lambda)
74     for i in range(len(les_lambdap_bis)):
75         les_lambdap_bis[i]=les_lambdap_bis[i]*np.pi*D*D/4
76
77     plt.plot(les_t[:-1], les_lambdap_bis, label=str("Débit ($m^3/s$), R=")+str(R)
        +" mm, "+str("H=")+str(H)+" mm")
78
79     plt.legend()
80     plt.show()
81
82 #plot_lambda()
83 #plot_lambdap()
84 plot_debit()

```