

TD 1

Mobilité assistée à l'aide d'une canne robotisée ★ – Sujet

Concours CCP – PSI 2018.

Présentation du prototype de canne robotisée étudié

L'objectif de cette canne est de prendre en charge une partie des efforts normaux supportés par une jambe handicapée.

Le prototype de canne robotisée envisagé conserve une forme longiligne, un point d'appui au sol ainsi qu'un encombrement et un poids réduits. La canne robotisée, dont la structure mécanique est présentée en 1, se compose d'un axe linéaire motorisé et d'une roue motorisée située à son extrémité.

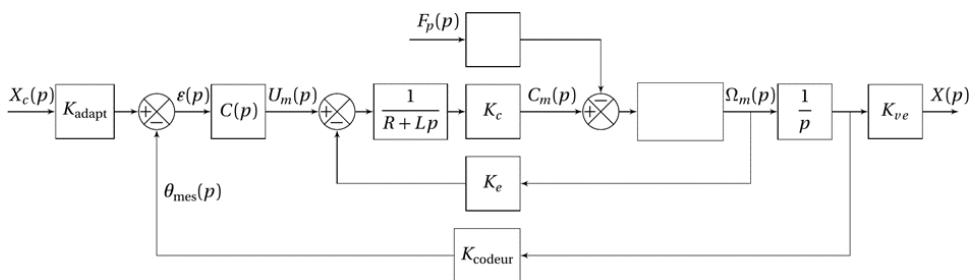
Les deux degrés de mobilité, rendus possibles par cette structure, permettent de suivre la marche d'un sujet et lui offre un point d'appui. L'avantage est d'éviter aux utilisateurs la manipulation de la canne (levée et positionnement) pendant la marche, la roue restant toujours en contact avec le sol.

Étude de l'exigence 3.1.6.2 « Commande de l'axe linéaire »

Le maintien d'une hauteur constante lors de la phase d'appui revient finalement à asservir en position le déplacement $x(t)$ de la canne supérieure 3 par rapport à la canne inférieure 2.

Le modèle causal retenu pour l'étude du comportement de l'axe linéaire perturbé est représenté par le schéma-blocs ci-dessous. Dans ce modèle, on note :

- ▶ $X_c(p)$ la transformée de Laplace de la consigne de déplacement $x_c(t)$ en mètre,
- ▶ $X(p)$ la transformée de Laplace du déplacement $x(t)$ en mètre,
- ▶ $F_p(p)$ la transformée de Laplace de l'effort exercé par le patient sur la canne $F_p(t)$ en N,
- ▶ $\Omega_m(p)$ la transformée de Laplace de la vitesse de rotation du moteur $\omega_m(t)$ en rad/s,
- ▶ $C_m(p)$ la transformée de Laplace du couple moteur $C_m(t)$ en N m,
- ▶ $C(p)$ la fonction de transfert du bloc correcteur.



Modèle comportemental

Afin de proposer une modélisation simplifiée de la chaîne d'énergie de l'axe linéaire, une simulation du modèle précédent en boucle ouverte, non perturbé, a été réalisée. Le document réponse présente la réponse fréquentielle du système en boucle ouverte à l'aide du diagramme de Bode (courbe de gain $G_{BO}(\omega)$ et courbe de phase $\varphi_{BO}(\omega)$).

C1-02

C2-04

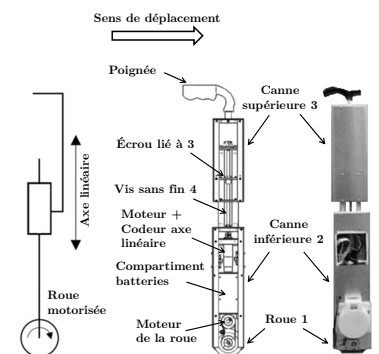
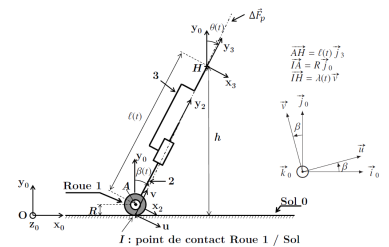
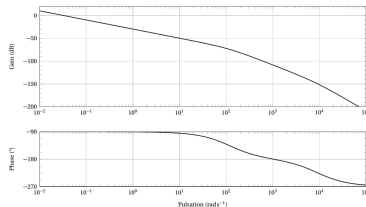


FIGURE 1 – Schéma cinématique et photographie du prototype de canne robotisée





Question 1 À partir du diagramme de Bode, proposer un modèle de comportement du système en boucle ouverte. Soit $H_{BO,1}(p)$ cette fonction de transfert, donner sa forme canonique factorisée. Soient T_1 et T_2 , telles que $T_1 < T_2$, les constantes de temps introduites et K_{BO} le gain de $H_{BO,1}(p)$, préciser les valeurs numériques et unités de T_1 , T_2 et K_{BO} . Vous laisserez apparaître les traits de construction nécessaires à l'identification du modèle sur le document réponse.

Lors d'une marche saine à allure rapide la cadence moyenne est de 113 pas par minute.

Question 2 Déterminer la fréquence moyenne en Hz de la marche saine à allure rapide.

Pour la suite, on considérera que la fréquence maximale de déplacement de l'axe linéaire de la canne (liée au mouvement de la marche) est fixée à $F_{MAX} = 4$ Hz. On propose alors en première approximation une modélisation du comportement du système en boucle ouverte par une fonction de transfert $H_{BO}(p)$ de la forme $H_{BO}(p) = K_{BO}/p$ avec $K_{BO} = 1/30$.

Question 3 Justifier, à l'aide de la réponse fréquentielle du système en boucle ouverte, la validité de cette modélisation approchée.

Correction proportionnelle

Pour la suite, on modélise le comportement du système en boucle ouverte par $H_{BO}(p) = K_{BO}/p$ avec $K_{BO} = 1/30$. On considère un correcteur à action proportionnelle tel que $C(p) = K_{corr} = 1$.

Le schéma-blocs du système non perturbé correspond alors à celui de la figure 2.

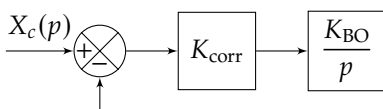


FIGURE 2 – Schéma-bloc simplifié du système non perturbé avec $C(p) = K_{corr}$

Question 4 Déterminer l'expression de $H_{BF}(p) = X(p)/X_c(p)$, la fonction de transfert en boucle fermée de la modélisation de la 2. Déterminer les paramètres caractéristiques de $H_{BF}(p)$ et en déduire les performances de cette modélisation pour $C(p) = K_{corr} = 1$. Conclure vis-à-vis des performances d'asservissement de l'axe linéaire.

On se propose de modifier la valeur de K_{corr} de manière à vérifier l'exigence de rapidité de l'asservissement.

Question 5 Déterminer la valeur numérique à donner à K_{corr} pour assurer le temps de réponse à 5 % lié à l'exigence de rapidité de l'asservissement de l'axe linéaire.

La figure 3 donne l'évolution de la réponse temporelle $x(t)$ du système réel non perturbé à un échelon en déplacement de valeur finale $X_c = 10$ mm, pour une correction proportionnelle $K_{corr} = 1500$.

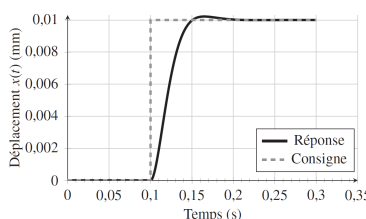


FIGURE 3 – Évolution de la réponse temporelle $x(t)$ du système réel non perturbé à un échelon de valeur $X_c = 10$ mm, pour $K_{corr} = 1500$

Question 6 L'évolution de la réponse du système est-elle cohérente avec le comportement du modèle retenu ? Justifier. Quelle modification faudrait-il apporter au modèle approché pour retrouver cette forme de réponse temporelle ?

Pour la suite, on modélise la fonction de transfert en boucle ouverte du système par $H_{BO}(p) = \frac{1}{p} \cdot \frac{K_{BO}}{1 + \tau_{BO}p}$ avec $K_{BO} = 1/30$ (unité en s^{-1}) et $\tau_{BO} = 9$ ms.

Question 7 Quelle valeur maximale de K_{corr} , notée K_{corr}^{MAX} , permet de vérifier les critères de précision et de dépassement de l'asservissement de l'axe linéaire ?

Question 8 Déterminer la valeur du temps de réponse à 5 %, $t_{r5\%}$ de ce modèle pour $K_{\text{corr}} = K_{\text{corr}}^{\text{MAX}}$ à partir de l'abaque du temps de réponse réduit donné ci-dessous.

La figure 4 donne les évolutions des réponses temporelles $x(t)$ du système réel avec prise en compte de la perturbation (F_p constante et égale à 175 N) à un échelon en déplacement de valeur finale $X_c = 10$ mm, pour une correction proportionnelle $K_{\text{corr}} = 1500$ et pour $K = K_{\text{corr}}^{\text{MAX}}$.

Question 9 Conclure sur les capacités de la correction à action proportionnelle pure vis-à-vis des performances à atteindre.

Correction avec action proportionnelle et intégrale généralisée – correcteur PI généralisé

Le correcteur finalement retenu est un correcteur avec action proportionnelle et intégrale généralisée. La fonction de transfert $C(p)$ prend alors la forme suivante :

$$C(p) = K_{\text{corr}} \cdot \frac{1 + T_d p}{p} \text{ avec } K_{\text{corr}} \gg 1 \text{ et } T_d < 1 \text{ s.}$$

On donne dans le document réponse le diagramme de Bode (courbe de Gain et de Phase) du système en boucle ouverte avec correcteur PI Généralisé pour $K_{\text{corr}} = 1000$ et $T_d = 0,2$ s.

Question 10 Représenter sur le document réponse les marges de Gain M_G et de Phase M_ϕ du système corrigé.

Avec cette correction, le système est précis mais les valeurs des marges de gain et de phase sont telles que le système n'est pas assez rapide. Il est donc nécessaire d'augmenter la valeur de K_{corr} , tout en conservant $T_d = 0,2$ s, de manière à augmenter la bande passante du système et ainsi se rapprocher des valeurs limites de marge de Gain et de Phase autorisées.

Question 11 En déduire la valeur maximale à donner au gain K_{corr} , en conservant $T_d = 0,2$ s, afin de respecter les performances en stabilité de l'asservissement de l'axe linéaire tout en augmentant au maximum la bande passante du système.

Les figures 5 donnent la réponse temporelle à un échelon de consigne $X_c = 10$ mm du système simulé, perturbé et corrigé du déplacement $x(t)$ (en mm) ainsi que l'évolution de l'intensité simulée (en Ampères) circulant au sein du moteur.

Question 12 Conclure sur les performances du système perturbé vis-à-vis des exigences de l'asservissement de l'axe linéaire. Commenter l'évolution de l'intensité simulée avec les caractéristiques de la carte de commande du moteur.

Synthèse – Étude de l'exigence 3.1 « Assistance de la marche »

L'objectif de cette synthèse est de vérifier que les paramètres d'asservissement mis finalement en place sur la commande de l'axe linéaire et sur la commande de la roue permettent d'atteindre les performances de l'exigence 3.1 « Assistance de la marche ».

La 6 donne les évolutions de la hauteur de main mesurées lors d'une marche assistée avec le prototype de canne à la vitesse $V = 0,22$ m/s.

La courbe grise en trait continu correspond au cas où l'axe linéaire est sans correction

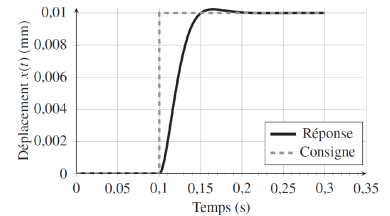
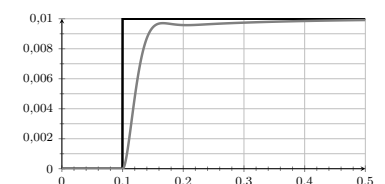
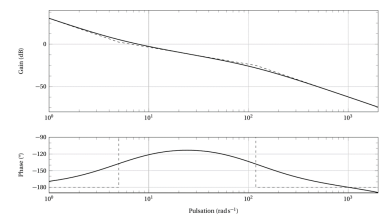
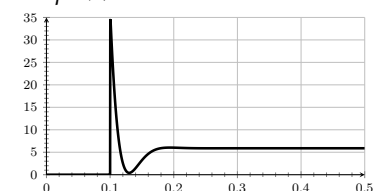


FIGURE 4 – Réponses temporelles $x(t)$ du système réel perturbé à un échelon en déplacement de valeur finale $X_c = 10$ mm, pour une correction proportionnelle $K_{\text{corr}} = 1500$ et pour $K = K_{\text{corr}}^{\text{MAX}}$



Déplacement (mm) en fonction du temps (s)



Intensité simulée (A) en fonction du temps (s)

($C(p) = 1$).

La courbe noire en trait pointillé correspond au cas où l'axe linéaire est corrigé (correction PI généralisée avec paramètres optimisés).

Il est à remarquer que lors de cet essai, le patient avait pour consigne de conserver sa main immobile lors du déplacement. Cette condition est difficilement vérifiable en pratique car le patient ne peut pas vraiment se concentrer sur la position de sa main pendant la marche.

Question 13 Conclure sur l'influence de la correction de l'axe linéaire sur le respect de l'exigence de maintien de la hauteur de main.

Les figures 7 et 8 donnent pour $V = 0,22$ m/s (allure normale), respectivement pour $V = 0,29$ m/s (allure rapide), le suivi du pied de la jambe gauche par la canne observé au niveau du sol et le suivi de l'orientation de la cuisse gauche (angle θ_g) par la canne (angle θ).

Question 14 Conclure sur le réglage des paramètres d'asservissement mis en place vis-à-vis des performances liées à la synchronisation de la canne avec le cycle locomoteur à différentes allures.

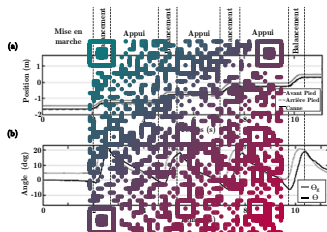


FIGURE 7 – $V = 0,22$ m/s, allure normale
– (a) : suivi du pied de la jambe gauche par la canne observé au niveau du sol
– (b) : suivi de l'orientation de la cuisse gauche (angle θ_g) par la canne (angle θ)

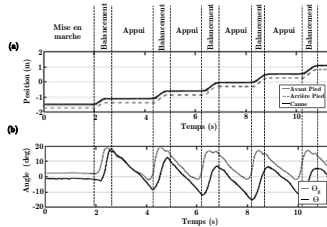


FIGURE 8 – $V = 0,29$ m/s, allure rapide –
(a) : suivi du pied de la jambe gauche par la canne observé au niveau du sol – (b) : suivi de l'orientation de la cuisse gauche (angle θ_g) par la canne (angle θ)

«requirement»	
Commande de l'axe linéaire	
Id = "3.1.6.2"	
Text = "Performances de l'asservissement :	
Précision : 5 %	
Dépassement autorisé : 5 %	
Temps de réponse : $tr_{5\%} = 60$ ms	
Stabilité :	
Marge de Gain = 45dB	
Marge de Phase = 35°.	

Annexes – Diagramme partiel des exigences

Éléments de correction

1. $H_{BO-1}(p) = K_{BO} \frac{1}{1+T_1 p} \frac{1}{1+T_2 p}$ avec $\omega_{c1} \approx 1 \times 10^4$ rad/s et $T_1 = 0,1$ ms, $\omega_{c2} \approx 1 \times 10^2$ rad/s et $T_2 = 10$ ms. $K_{BO} = 10^{-30/20} \approx 0,032$ s⁻¹.
2. 1,88 Hz.
3. .
4. $H_{BF}(p) = \frac{1}{1 + \frac{1}{K_{BO}} p}$ et $1/K_{BO} = 30$ s.
5. $K_{corr} \geq 1500$.
6. .
7. $K_{corr} \leq 1700$.
8. $tr_{5\%} \approx 38$ ms < 60 ms.
9. .
10. $M_G \approx 60$ dB et une marge de Phase $M_\phi \approx 50^\circ$.
11. $K_{corr}^{new} \approx 5620$.
12. .
13. .
14. .