

# TD 1

## Tête de découpe de tissus– Corrigé

Concours CCINP MP 2018.

B2-07

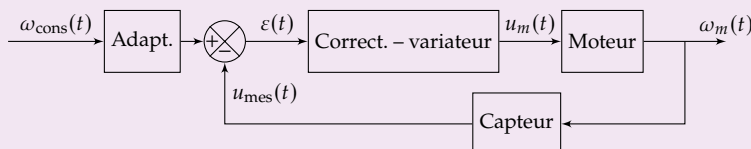
### Modélisation du comportement du moteur de coupe

#### Objectif

Modéliser la chaîne d'asservissement en vitesse du moteur afin de déterminer les paramètres du correcteur permettant de respecter l'exigence 1.2.2.1 (figure 1).

**Question 1** Compléter le schéma-blocs fonctionnel en indiquant dans les blocs le nom des composants (moteur, adaptateur, correcteur-variateur, capteur-conditionneur) et les paramètres qui transitent entre les blocs.

#### Correction



**Question 2** On note  $K_a$  le gain de l'adaptateur et  $K_c$  le gain du capteur. Quelle doit être la relation entre  $K_a$  et  $K_c$  pour que l'écart soit nul lorsque la vitesse du moteur est égale à la vitesse de consigne ?

#### Correction

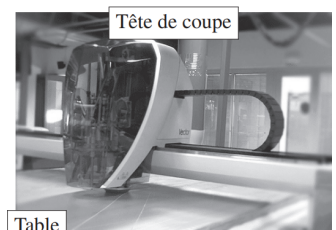
On a  $\varepsilon(t) = K_a \omega_{\text{cons}}(t) - K_c \omega_m(t)$ .  
Pour que  $\varepsilon(t)$  soit nul lorsque  $\omega_{\text{cons}}(t) = \omega_m(t)$ , il faut que  $K_a = K_c$ .

**Question 3** Transformer les quatre équations dans le domaine de Laplace en supposant les conditions initiales nulles.

#### Correction

On a  $U_m(p) = RI(p) + LpI(p) + E(p)$ ,  $Jp\Omega_m(p) = C_m(p) + C_r(p)$ ,  $C_m(p) = k_c I(p)$ ,  $E(p) = k_e \Omega_m(p)$ .

**Question 4** En supposant le couple résistant nul,  $c_r(t) = 0$ , donner la forme canonique



Table

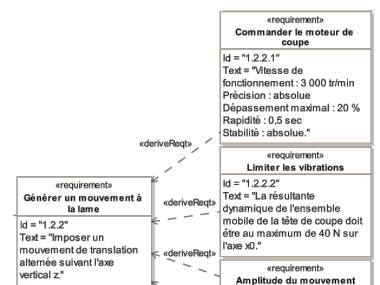


FIGURE 1 – Exigence 1.2.2.1

de la fonction de transfert sous la forme  $H_m(p) = \frac{K}{1 + \frac{2\xi}{\omega_0}p + \frac{p^2}{\omega_0^2}}$ . On exprimera les constantes en fonction de  $R, L, k_e, k_c$  et  $J$ .

### Correction

On a  $U_m(p) = RI(p) + LpI(p) + E(p) = \frac{C_m(p)}{k_c}(R + Lp) + k_e\Omega_m(p) = Jp\frac{\Omega_m(p)}{k_c}(R + Lp) + k_e\Omega_m(p)$ .

On a donc  $U_m(p) = \Omega_m(p)\left(\frac{Jp}{k_c}(R + Lp) + k_e\right)$  et  $H_m(p) = \frac{1}{\frac{JL}{k_c}p^2 + \frac{JR}{k_c}p + k_e} =$

$$\frac{\frac{1}{k_e}}{\frac{JL}{k_c k_e}p^2 + \frac{JR}{k_c k_e}p + 1}.$$

Par identification, on a donc  $K = \frac{1}{k_e}$ ,  $\omega_0 = \sqrt{\frac{k_c k_e}{JL}}$  et  $\frac{2\xi}{\omega_0} = \frac{JR}{k_c k_e}$  soit  $\xi = \frac{JR}{2k_c k_e} \sqrt{\frac{k_c k_e}{JL}} = \frac{R\sqrt{J}}{2\sqrt{Lk_c k_e}}$ .

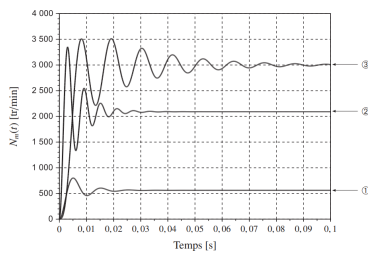


FIGURE 2 – Évolutions simulées de  $\omega_m(t)$ .

## Optimisation des performances de l'asservissement en vitesse du moteur

### Objectif

Analyser les performances de l'asservissement en vitesse du moteur afin de concevoir un correcteur permettant de vérifier l'exigence 1.2.2.1.

**Question 5** Pour les courbes 1 et 2 de la figure 2, préciser, en le justifiant, la simulation qui est associée à la plus grande valeur de  $K_p$ . On pourra exprimer le coefficient d'amortissement de la FTBF ou exprimer l'écart statique.

### Correction

#### Méthode 1 – Coefficient d'amortissement

On note  $H_{BF}(p) = \frac{\omega_m(t)}{\omega_{cons}(t)}$ .

On a alors,  $H_{BF}(p) = K_c \frac{K_p \frac{K}{1 + \frac{2\xi}{\omega_0}p + \frac{p^2}{\omega_0^2}}}{1 + K_p \frac{K}{1 + \frac{2\xi}{\omega_0}p + \frac{p^2}{\omega_0^2}} K_c} = \frac{K_c K_p K}{1 + \frac{2\xi}{\omega_0}p + \frac{p^2}{\omega_0^2} + K_p K_c}$ .

On a donc  $\frac{2\xi_{BF}}{\omega_{BF}} = \frac{2\xi}{\omega_0(1 + K_p K_c)}$  et  $\omega_{BF}^2 = \omega_0^2(1 + K_p K_c)$ .

Soit  $\xi_{BF} = \frac{\xi \omega_{BF}}{\omega_0(1 + K_p K_c)} = \frac{\xi \omega_0 \sqrt{1 + K_p K_c}}{\omega_0(1 + K_p K_c)} = \frac{\xi}{\omega_0 \sqrt{1 + K_p K_c}}$ .

En conclusion, plus  $K_p$  augmente, plus le coefficient d'amortissement diminue et donc plus les pseudo oscillations deviennent grandes. La courbe 2 a donc la plus grande valeur de  $K_p$ .

#### Méthode 2 – Calcul de l'écart statique

On montre que  $\varepsilon(p) = \omega_{\text{cons}}(p)K_a \frac{1}{1 + FTBO(p)} = \frac{\omega_{\text{cons}}(p)K_a}{1 + K_p K_c \frac{K}{1 + \frac{2\xi}{\omega_0}p + \frac{p^2}{\omega_0^2}}}$ .

Pour une entrée échelon et en utilisant le théorème de la valeur finale, on a  $\varepsilon_S = \lim_{t \rightarrow +\infty} =$

$$\varepsilon(t) = \lim_{p \rightarrow 0} p \varepsilon(p) = \lim_{p \rightarrow 0} \frac{K_a}{1 + K_p K_c \frac{K}{1 + \frac{2\xi}{\omega_0}p + \frac{p^2}{\omega_0^2}}} = \frac{K_a}{1 + K_p K_c K}.$$

Lorsque  $K_p$  augmente,  $\varepsilon_S$  diminue. La courbe 2 a donc la plus grande valeur de  $K_p$ .

**Question 6** Pour chaque courbe de la figure 2, préciser, en le justifiant, si la valeur de  $K_i$  est nulle ou non.

#### Correction

On montre que  $\varepsilon(p) = \omega_{\text{cons}}(p)K_a \frac{1}{1 + FTBO(p)} = \frac{\omega_{\text{cons}}(p)K_a}{1 + \left(K_p + \frac{K_i}{p}\right) K_c \frac{K}{1 + \frac{2\xi}{\omega_0}p + \frac{p^2}{\omega_0^2}}}$ .

Pour une entrée échelon et en utilisant le théorème de la valeur finale, on a  $\varepsilon_S = \lim_{t \rightarrow +\infty} = \varepsilon(t) = \lim_{p \rightarrow 0} p \varepsilon(p) = 0$ . Ainsi, si  $K_i$  non nul,  $\varepsilon_S = 0$  (courbe 3 uniquement).

**Question 7** Déterminer les valeurs associées aux quatre critères de performances de l'exigence 1.2.2.1. Conclure sur le correcteur à adopter.

#### Correction

|           | Stabilité        | 1 <sup>er</sup> Dépassement | Erreur statique           | $T_{5\%}$                     |
|-----------|------------------|-----------------------------|---------------------------|-------------------------------|
| Exigences | Absolue          | < 20 %                      | Nulle                     | 0,5 s                         |
| Courbe 1  | Stable <b>OK</b> | $D_1 = 45\%$ <b>Pas OK</b>  | 2450 tr/min <b>Pas OK</b> | $T_{5\%} = 0,015$ s <b>OK</b> |
| Courbe 2  | Stable <b>OK</b> | $D_1 = 59\%$ <b>Pas OK</b>  | 900 tr/min <b>Pas OK</b>  | $T_{5\%} = 0,018$ s <b>OK</b> |
| Courbe 3  | Stable <b>OK</b> | $D_1 = 15\%$ <b>OK</b>      | 0 tr/min <b>OK</b>        | $T_{5\%} = 0,048$ s <b>OK</b> |