# CI 3 – CIN : ÉTUDE DU COMPORTEMENT CINÉMATIQUE DES SYSTÈMES

CHAPITRE 7 – TORSEURS

TRAVAUX DIRIGÉS

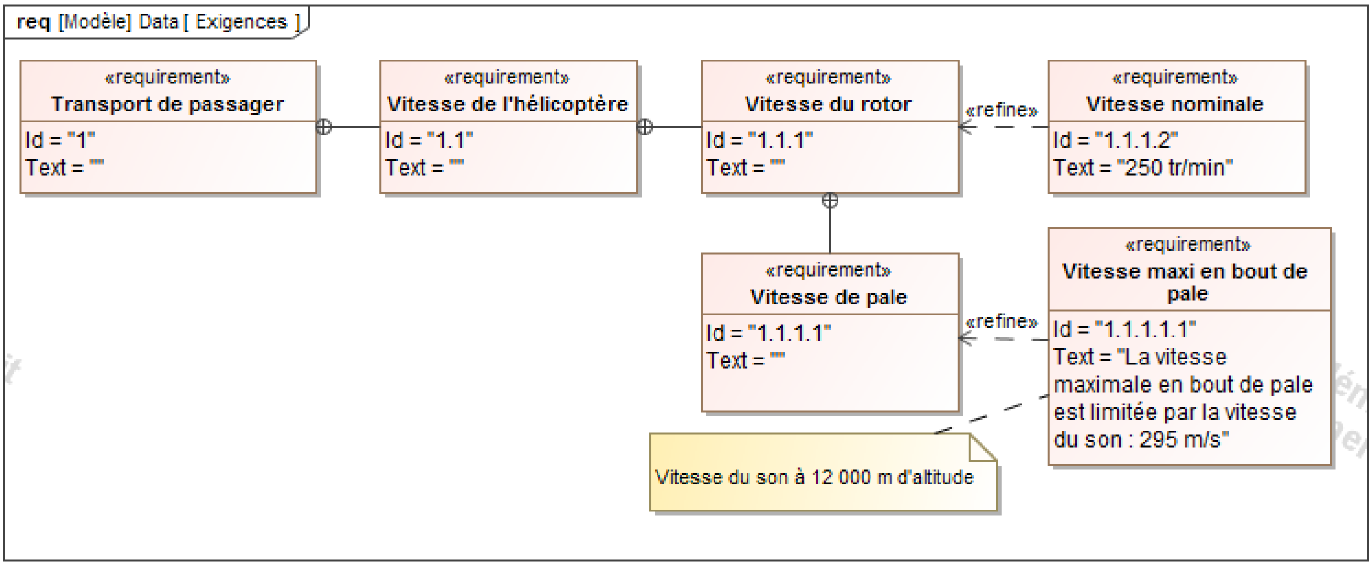
*D'après ressources ? ? ?*

## 1 Pales d'hélicoptères

### 1.1 Mise en situation

L'hélicoptère est un giravion dont la sustentation est assurée par un rotor primaire équipé de pales. Un rotor secondaire (ou rotor de queue, lui aussi équipé de pales) permet à l'hélicoptère de ne pas tourner sur lui même. Ces rotors sont entraînés par une ou deux turbines suivant les hélicoptères, par l'intermédiaire d'une boîte de vitesse.

En vol, les rotors tournent à une vitesse de rotation fixe. La modification de l'inclinaison des pales permet à elle seule une accélération, un décélération, un changement d'altitude ou de direction de l'hélicoptère.



## 1.2 Cinématique analytique

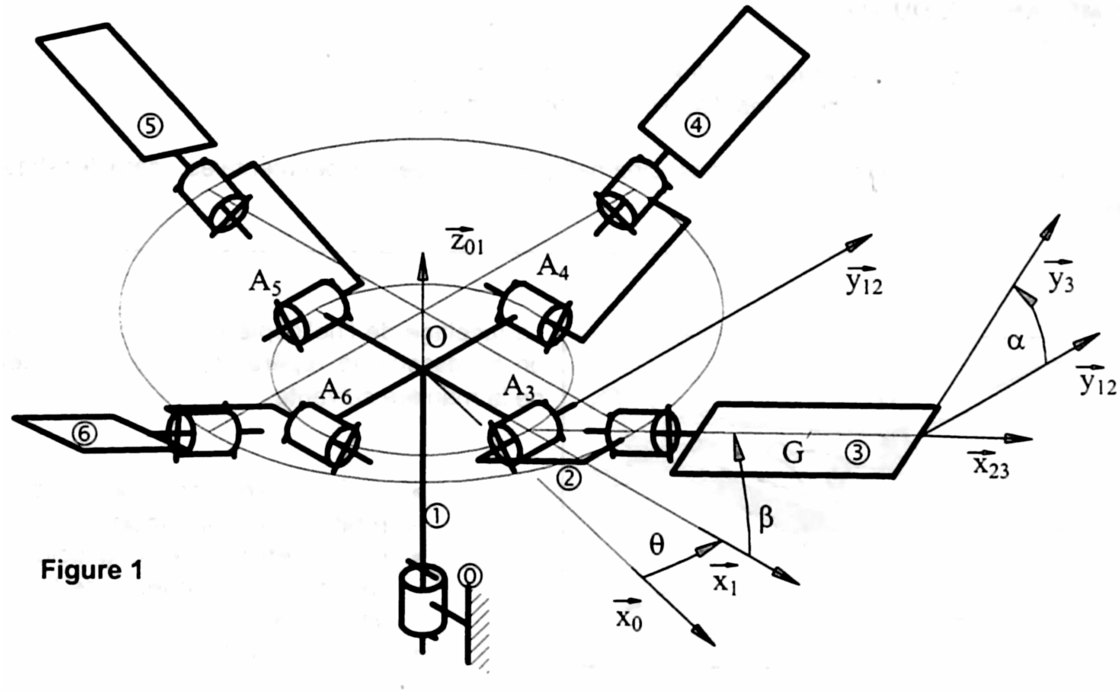



Figure 1

Le fuselage de l'hélicoptère est repéré par $S_0$ et on lui associe le repère $\mathcal{R}_0(O,\overrightarrow{x_0},\overrightarrow{y_0},\overrightarrow{z_{01}})$ défini de la manière suivante :

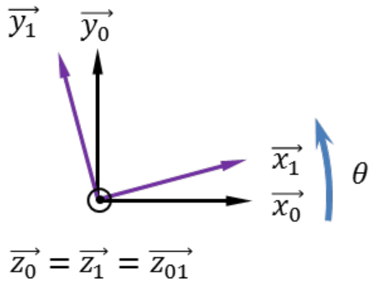
- $(O,\overrightarrow{z_{01}})$ correspond à l'axe de rotation du rotor principal ;
- $(O,\overrightarrow{x_0})$ définit l'axe longitudinal de l'appareil et est orienté de l'arrière vers l'avant ;
- $(O,\overrightarrow{y_0})$ définit l'axe transversal.

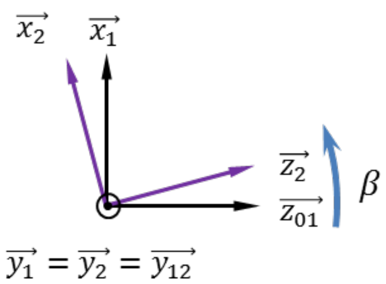
Ce rotor est constitué par :

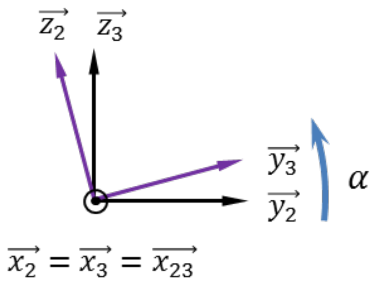
- un moyeu central $S_1$ associé au repère $\mathcal{R}_1(O,\overrightarrow{x_1},\overrightarrow{y_{12}},\overrightarrow{z_{01}})$ qui est entraîné par la boîte de vitesse (non représentée ici) ;
- quatre pales $S_3$, $S_4$, $S_5$ et $S_6$. On associe le repère $\mathcal{R}_3(A_3,\overrightarrow{x_{23}},\overrightarrow{y_3},\overrightarrow{z_3})$ à la pale $S_3$ ;
- quatre pieds de pales identiques reliant les pales au moyeu. On associe le repère $\mathcal{R}_2(A3,\overrightarrow{x_{23}},\overrightarrow{y_{12}},\overrightarrow{z_2})$ au pied de pale $S_2$.

NB : Si les repères $\mathcal{R}_i$ et $\mathcal{R}_j$ ont un vecteur de base commun (par exemple $\overrightarrow{x_i}=\overrightarrow{x_j}$ ), celui-ci est noté $\overrightarrow{x_{ij}}$.
Le mouvement de $S_1/S_0$ est une rotation d'axe $(O,\overrightarrow{z_{01}})$. On pose $\theta$ l'angle de rotation du rotor : $\theta=(\overrightarrow{x_0},\overrightarrow{x_1})$ .
Le mouvement de $S_2/S_1$ est une rotation d'axe $(A_3,\overrightarrow{y_{12}})$ . On pose $\beta$ l'angle de battement : $\beta=(\overrightarrow{x_1},\overrightarrow{x_{23}})$.
Le mouvement de $S_3/S_2$ est une rotation d'axe $(A_3,\overrightarrow{x_{23}})$. On pose $\alpha$ l'angle de pas : $\alpha=(\overrightarrow{y_{12}},\overrightarrow{y_3})$.

On pose $\overrightarrow{OA_3}=r\cdot\overrightarrow{x_1}$ et $\overrightarrow{A_3G}=a\cdot\overrightarrow{x_{23}}$ où $G$ est le centre de gravité de la pale 3 ($r$ et $a$ constants). On suppose que tous les solides sont indéformables.




**Question 1**
*Déterminer le vecteur* $\overrightarrow{V(G\in S_3/S_2)}$.

**Question 2**
*Déterminer le vecteur* $\overrightarrow{V(G\in S_2/S_1)}$.

**Question 3**
*Déterminer le vecteur* $\overrightarrow{V(G\in S_1/S_0)}$.

**Question 4**

*Déduire des questions précédentes le torseur* $\{\mathscr{V}(S_3/S_0)\}$ *au point* $G$.

On pose maintenant $\overrightarrow{V(G \in S_3/S_0)} = (a \cdot \cos\beta + r) \cdot \dot{\theta} \cdot \overrightarrow{y_{12}} - a\dot{\beta}\,\overrightarrow{z_2}$.

**Question 5**

*Exprimer l'accélération* $\overrightarrow{\Gamma(G \in S_3/S_0)}$.

**Question 6**

*La longueur des pales est, entre autre, limitée par la vitesse du son en bout de pale (Exigence 1.1.1.1.1). Pour* $\beta = 0$*, calculer la longueur maximale de la pale pour ne pas dépasser la vitesse du son. La vitesse du rotor est de* $250\ tr/min$.