

## Colle 01



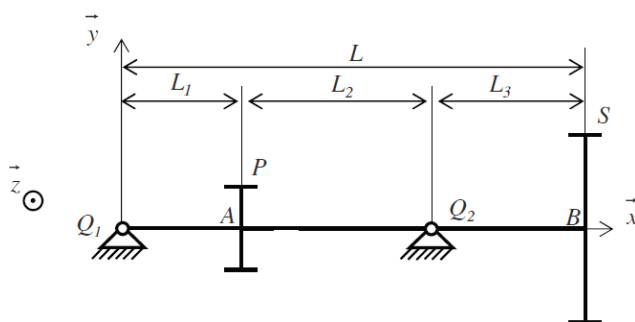
## Système d'entraînement d'une broche de fraisage

SIB 2007

Savoirs et compétences :

## Mise en situation

La figure au verso illustre la cinématique permettant la rotation d'une broche de fraisage sur un centre d'usinage multiaxes. On s'intéresse en particulier à l'arbre intermédiaire 2. Celui-ci est modélisé par une poutre de diamètre  $D$  et de longueur utile  $L$ . Les variations de diamètres seront négligées.



Les points A et B sont les centres d'inertie géométriques des sections droites contenant respectivement les points P et S. En considérant la composante  $A_{32}$  des efforts de la roue sur la vis dans le sens  $\vec{x}$  positif, les torseurs des actions mécaniques extérieures qui s'exercent sur l'arbre intermédiaire 2, dans la base  $(\vec{x}, \vec{y}, \vec{z})$ , sont :

$$\{\mathcal{T}(4 \rightarrow 2)\}_1 = \begin{Bmatrix} X_{Q1} & 0 \\ Y_{Q1} & 0 \\ Z_{Q1} & 0 \end{Bmatrix}_{Q1}, \quad \{\mathcal{T}(4 \rightarrow 2)\}_2 = \begin{Bmatrix} X_{Q2} & 0 \\ Y_{Q2} & 0 \\ Z_{Q2} & 0 \end{Bmatrix}_{Q2}$$

$$\{\mathcal{T}(3 \rightarrow 2)\}_P = \begin{Bmatrix} A_{32} & 0 \\ -R_{32} & 0 \\ T_{32} & 0 \end{Bmatrix}_P, \quad \{\mathcal{T}(1 \rightarrow 2)\}_S = \begin{Bmatrix} 0 & 0 \\ -R_{12} & 0 \\ -T_{12} & 0 \end{Bmatrix}_S$$

**Question 1** Proposer une méthode permettant de déterminer l'expression du torseur des efforts intérieurs au centre d'inertie de chaque section droite.

**Question 2** Mettre en œuvre cette méthode pour déterminer le torseur de cohésion.

**Question 3** Tracer les diagrammes des sollicitations en fonction de l'abscisse du centre d'inertie de la section droite.

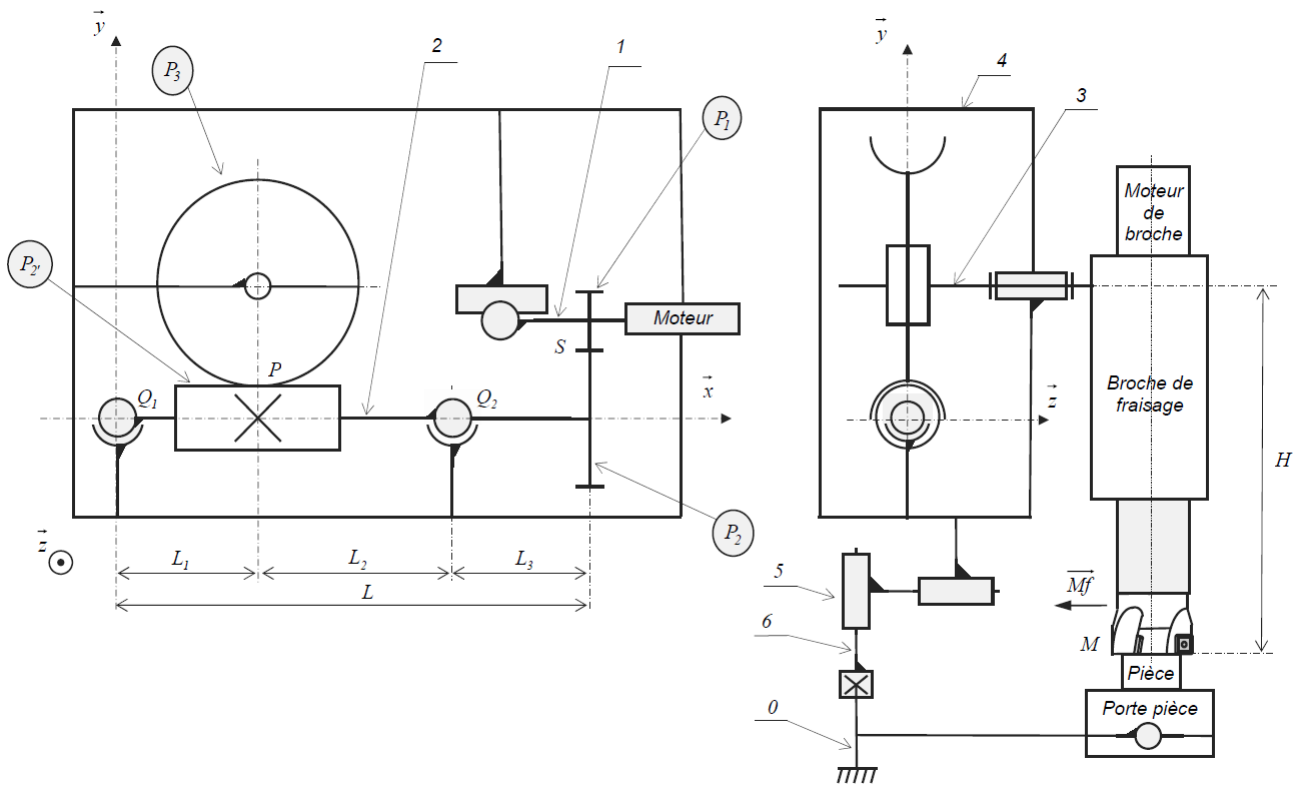
## Torsion de l'arbre intermédiaire 2

Le module de Coulomb du matériau utilisé est :  $G = 80\,000 \text{ MPa}$ .

**Question 4** Déterminer l'expression, en fonction de  $T_{12}$ ,  $d_2$ ,  $G$ ,  $L_2$ ,  $L_3$  et  $\theta_{\text{lim}}$ , du diamètre minimum  $D_{\text{min}}$  de l'arbre 2, pour que le déphasage  $\theta$  des sections passant par le point P et par le point S soit inférieur à la valeur limite  $\theta_{\text{lim}}$ .

**Question 5** Dans le système étudié, le constructeur souhaite  $\theta_{\text{lim}} = 0,1^\circ$ . Donner la valeur numérique de  $D_{\text{min}}$ .

**Question 6** Du fait de l'existence de ce déphasage de sections et vis-à-vis du système étudié, quelle est le meilleur emplacement pour positionner le capteur de position. Doit-on le positionner sur le moteur ou sur la broche elle-même ? Justifier brièvement votre réponse.



### Réponse 19

On considère l'action de la partie droite sur la partie gauche

⇒ Tronçon Q<sub>2</sub>B

$$\{T_{coh(d \rightarrow g)}\} = \{T_{1 \rightarrow 2}\} \text{ et } \vec{M}_{G,1 \rightarrow 2} = \vec{M}_{S,1 \rightarrow 2} + \overline{GS} \wedge \vec{R}_{1 \rightarrow 2}$$

$$\vec{M}_{G,1 \rightarrow 2} = \begin{pmatrix} L-x \\ \frac{d_2}{2} \\ 0 \end{pmatrix} \wedge \begin{pmatrix} 0 \\ -R_{12} \\ -T_{12} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\frac{d_2}{2} \cdot T_{12} \\ (L-x) \cdot T_{12} \\ -(L-x) \cdot R_{12} \end{pmatrix}$$

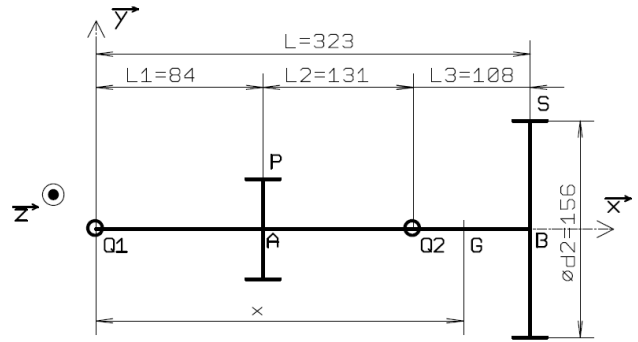
$$\text{Donc } \{T_{coh(d \rightarrow g)}\} = \begin{pmatrix} 0 & -\frac{d_2}{2} \cdot T_{12} \\ -R_{12} & (L-x) \cdot T_{12} \\ -T_{12} & -(L-x) \cdot R_{12} \end{pmatrix}_G$$

⇒ Tronçon AQ<sub>2</sub>

$$\{T_{coh(d \rightarrow g)}\} = \{T_{1 \rightarrow 2}\} + \{T^{**}_{4 \rightarrow 2}\}$$

$$\vec{M}^{**}_{G,4 \rightarrow 2} = \vec{M}^{**}_{Q_2,4 \rightarrow 2} + \overline{GQ_2} \wedge \vec{R}^{**}_{4 \rightarrow 2} = \begin{pmatrix} (L_1+L_2)-x \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \wedge \begin{pmatrix} X_{Q_2} \\ Y_{Q_2} \\ Z_{Q_2} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ -((L_1+L_2)-x) \cdot Z_{Q_2} \\ ((L_1+L_2)-x) \cdot Y_{Q_2} \end{pmatrix}$$

$$\{T_{coh(d \rightarrow g)}\} = \begin{pmatrix} X_{Q_2} & -\frac{d_2}{2} \cdot T_{12} \\ -R_{12} + Y_{Q_2} & (L-x) \cdot T_{12} - ((L_1+L_2)-x) \cdot Z_{Q_2} \\ -T_{12} + Z_{Q_2} & -(L-x) \cdot R_{12} + ((L_1+L_2)-x) \cdot Y_{Q_2} \end{pmatrix}_G$$



### Réponse 20

Diagramme du moment de torsion  $M_t$

Sur le tronçon AB le moment de torsion est constant :  $M_t = -\frac{d_2}{2} \cdot T_{12} \leq 0$

**C'est la figure 4 qui correspond au diagramme de moment de torsion  $M_t$**

Diagramme du moment de flexion  $M_{fy}$

Sur le tronçon  $Q_2B$  le moment de flexion est représenté par une droite de pente négative  $M_{fy} = (L - x) \cdot T_{12}$

Sur le tronçon  $AQ_2$  on ajoute un terme dont la représentation est une droite de pente positive :  $+(x - (L_1 + L_2)) \cdot Z_{Q_2}$

D'autre part, au point  $Q_1$  :  $\vec{M}_{Q_1,d \rightarrow g} = -\vec{M}_{Q_1,g \rightarrow d} = \vec{0}$

**C'est la figure 3 qui correspond au diagramme de moment de flexion  $M_{fy}$**

### C.2.6.1 – Torsion de l'arbre intermédiaire (2)

#### Réponse 21

1 - Diamètre minimum de l'arbre (2)

Remarques : « déphasage  $\theta$  des sections passants par le point P et par le point S » : déphasage  $\theta$  (déformation angulaire  $\theta$  ?) entre les sections de centres A et B ?

En général  $\theta$  est l'angle de déformation relative.

Étant donné la nature des sollicitations composées, torsion, traction, flexion et cisaillement, la détermination des déformations n'est absolument pas aisée, voire irréaliste.

Si l'on fait l'hypothèse que l'arbre est soumis à une sollicitation de torsion pure et que les autres sollicitations ont une influence négligeable, c'est-à-dire que :

$$\left\{ \begin{matrix} T_{coh(d \rightarrow g)} \\ M_t \\ 0 \\ 0 \end{matrix} \right\} \approx \left\{ \begin{matrix} 0 \\ -\frac{d_2}{2} \cdot T_{12} \\ 0 \\ 0 \end{matrix} \right\}_G$$

Alors l'angle de déformation relatif  $\alpha$  s'exprime par  $\alpha = \frac{M_t}{G \cdot I_0}$  avec  $I_0 = \frac{\pi \cdot D^4}{32}$

$$\text{Alors } |\theta| = \int_{x=L_1}^{x=L} \alpha(x) \cdot dx = \frac{16 \cdot d_2 \cdot T_{12}}{G \cdot \pi \cdot D^4} \cdot (L_2 + L_3)$$

Le cahier des charges impose  $\theta \leq \theta_{lim}$ , c'est-à-dire  $\frac{16 \cdot d_2 \cdot T_{12}}{G \cdot \pi \cdot D^4} \cdot (L_2 + L_3) \leq \theta_{lim}$  donc  $D \geq D_{min} = \sqrt[4]{\frac{16 \cdot d_2 \cdot T_{12} \cdot (L_2 + L_3)}{G \cdot \pi \cdot \theta_{lim}}}$

$$2 - \text{Application numérique } \theta_{lim} = 0,1^\circ \approx 1,75 \cdot 10^{-3} \text{ rad donc } D_{min} = \sqrt[4]{\frac{16 \cdot 156 \cdot 1800 \cdot (131 + 108)}{80000 \cdot \pi \cdot 1,75 \cdot 10^{-3}}} = 39,52 \approx 40 \text{ mm}$$

### Réponse 22

#### Remarques concernant la résolution du capteur

La position angulaire de la broche doit être mesurée avec une précision de  $0,0001^\circ \approx 1,74533 \cdot 10^{-6} \text{ rad}$

Notons qu'une résolution angulaire de  $1,74533 \cdot 10^{-6} \text{ rad}$  revient à distinguer un oeuf de 5 centimètres à une distance approximative de 28 647 mètres ou encore que  $1,74533 \cdot 10^{-6} \cdot \text{distance (axe B, centre de la fraise)} = 1,74533 \cdot 0,4 \approx 0,7 \mu\text{m}$

Si l'on mesure la position angulaire directement sur la broche il faut utiliser un capteur délivrant  $\frac{360}{0,0001} = 36 \cdot 10^5 = 3 600 000$

impulsions par tour. Cela nécessite presque obligatoirement un multiplicateur de vitesse entre la broche et le capteur avec les jeux, vibrations qu'un tel mécanisme engendre.

Si l'on place le capteur sur le moteur il suffit d'un capteur délivrant 50 000 impulsions par tour.

Les moteurs Mitsubishi HC-RFS153 sont équipés en standard d'un codeur délivrant 131072 impulsions par tour (voir document à la fin de la correction). Il serait dommage de s'en priver. **On place donc le capteur sur le moteur.**

#### Cependant :

Étant donné les questions précédentes et les seuls éléments quantifiés à notre disposition il peut sembler que le montage du capteur directement sur la broche permette une mesure plus précise.

Pour répondre à cette question il faudrait d'autres éléments du cahier de charge et d'autres éléments de modélisation.

On doit également étudier l'incidence du placement de la transmission avec ses déformations, ses jeux et les vibrations dans la boucle d'asservissement. Cela augmente l'ordre de la FTBO et génère des retards préjudiciables à la stabilité de l'asservissement. Si l'on place la transmission dans la boucle d'asservissement il faut diminuer le gain en boucle ouverte pour assurer une stabilité suffisante, et finalement diminuer les performances de la boucle tant en précision qu'en temps de réponse et bande passante.