Révisions 5 – Modélisation des systèmes linéaires – Domaine fréquentiel

Sciences

Étude dynamique d'un train d'atterrissage

D'après ressources de Florestan Mathurin http://florestan.mathurin. free.fr

Savoirs et compétences :

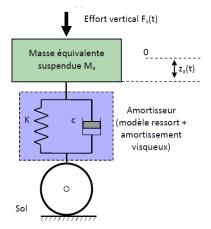
Présentation générale système

L'amortisseur de train d'atterrissage d'avion est un système qui doit principalement amortir l'impact de l'avion à l'atterrissage mais qui doit aussi filtrer les sollicitations (pour les passagers, les équipements) imposées par les irrégularités du sol lorsque l'avion est en phase de roulage sur la piste.

L'objectif du travail est de montrer que le respect du cahier des charges à l'impact lors du dimensionnement de l'amortisseur est peu compatible avec les performances requises au roulage.

Étude en phase d'impact

On s'intéresse au comportement du train d'atterrissage lorsque l'avion est en phase d'atterrissage. On considère que le train d'atterrissage dans cette phase de fonctionnement subit un impact modélisé par un effort vertical $F_{\nu}(t)$.



La modélisation simplifiée de l'avion avec son amortisseur est donnée sur la figure de gauche. À partir de cette modélisation, on obtient la fonction de transfert qui lie la hauteur $z_a(t)$ de l'avion à l'effort de l'impact $F_v(t)$ au moment de l'impact:

$$H_1(p) = \frac{Z_a(p)}{F_v(p)} = \frac{1}{K + c \, p + M_e \, p^2}$$

Avec:

- $Z_a(p)$: transformée de Laplace de $z_a(t)$;
- $F_{\nu}(p)$: transformée de Laplace de $F_{\nu}(t)$;
- M_e : masse équivalente suspendue;
- *K* : raideur du ressort;
- *c* : coefficient d'amortissement visqueux;
- $F_v(t)$ sera modélisé par une impulsion :
- $F_v(t) = nM_e g \delta(t)$ avec n facteur de charge.

Exigences 1.4: le système doit absorber l'énergie cinétique verticale de l'avion.

Critères:

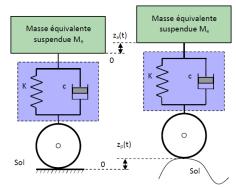
- le facteur de charge $n = \frac{F_v}{M_e g}$ doit être inférieur à 1,2 pour une masse $M_e = 100000$ kg;
- la course de l'atterrisseur z_a doit être inférieure à 500 mm.

Question 1 Donner l'ordre de la fonction de transfert $H_1(p)$ puis l'expression du gain statique G_0 et de la pulsation propre ω_0 en fonction de K et M_e . Donner ensuite $F_{\nu}(p)$, transformée de Laplace de $F_{\nu}(t)$.

Question 2 Le corps humain peut tolérer au mieux des sollicitations verticales autour de 1.6 Hz. On choisit donc $\omega_0 = 2\pi 1, 6 \simeq 10 \, \text{rad} \, \text{s}^{-1}$. Calculer les valeurs numériques de K, G_0 et de $F_v(p)$ (on prendra $g \simeq 10 \,\mathrm{m \, s^{-2}}$).

Question 3 On souahite retenir une valeur de a permettant d'obtenir le régime critique en réponse indicielle. Déterminer cette valeur de a.

Étude en phase de filtrage des irrégularités de la piste





La modélisation simplifiée de l'avion avec son amortisseur dans cette phase de vie est donnée sur la figure de gauche. À partir de cette modélisation, on obtient la fonction de transfert qui lie la hauteur $z_a(t)$ de l'avion à la hauteur des aspérités du sol $z_p(t)$:

$$H_2(p) = \frac{Z_a(p)}{Z_p(p)} = \frac{K + c p}{K + c p + M_e p^2}.$$

Avec:

- $Z_a(p)$: transformée de Laplace de $Z_a(t)$;
- $Z_p(p)$: transformée de Laplace de $z_p(t)$;
- M_e : masse équivalente suspendue;
- *K* : raideur du ressort;
- *c* : coefficient d'amortissement visqueux.

Question 4 *Mettre la fonction de transfert H*₂(p) *sous* forme canonique et donner l'expression correspondante de ses paramètres (gain statique k, constante de temps τ du numérateur, coefficient d'amortissement z et pulsation propre non amortie ω_0). Montrer que $H_2(p)$ peut se mettre sous la forme $\frac{Z_a(p)}{Z_p(p)} = \frac{1+0,2p}{(1+0,1p)^2}$.

Modéliser sous Xcos le système ci-dessous en utilisant une entrée sinusoïdale (amplitude : 10 mm, pulsation : variable formelle wm, déphasage: 0 rad).

Réaliser une étude fréquentielle à l'aide d'un lieu de Bode dans le domaine fréquentiel allant de 1 rad/s à 1000 rad/s. On doit obtenir le diagramme document réponse 1.

Question 5 Tracer le diagramme asymptotique sur le document réponse 1. Tracer le point correspondant à $\omega = 20 \, \text{rad/s}$ sur la courbe de phase.

Question 6 Donner les expressions de $H_2(p)$ lorsque ptend vers 0 puis lorsque p tend vers $+\infty$. En déduire les systèmes simples que l'on peut utiliser afin de simplifier la réponse harmonique du système pour des pulsations très faibles et très importantes.

On modélise les irrégularités de la piste par une fonction de la forme $z_p(t) = z_{p0} \sin(Fi_y(t))$ où z_{p0} est l'amplitude de ces irrégularités (ici $z_{p0} = 10 \,\mathrm{mm}$, c'est l'amplitude que l'on a utilisée pour modéliser l'entrée dans le schéma-blocs dans la simulation) et où F_i est une constante liée à la fréquence spatiale des irrégularités sur la piste (par exemple pour $F_i = 1 \text{ rad/m}$, on a une bosse tous les 6 mètres environ, ce qui correspond au changement de plaque de béton sur la piste). On considère que l'avion est animé d'une vitesse horizontale constante \dot{y}_0 telle que $\dot{y}_0 = \frac{\omega}{F_i}$ et $y(t) = \omega t/F_i$.

Question 7 Déterminer à partir du diagramme de Bode, la relation liant $z_a(t)$ à $z_n(t)$ aux très faibles vitesses. Que se passe-t-il physiquement pour les passagers?

Question 8 Vérifier ces conclusions en lançant une simulation dans le domaine temporel en prenant par exemple $\dot{y}_0 = 2.6 \,\text{km/h}$ (horizon temporel = 20 s).

Refaire l'étude fréquentielle permettant de retrouver le diagramme de Bode document réponse.

Question 9 Déterminer à l'aide de la simulation la valeur du coefficient de surtension Q ainsi que la pulsation ω_r correspondante En déduire la vitesse \dot{y}_0 de l'avion en km par h pour cette pulsation ω_r .

Question 10 Déterminer les expressions de $z_p(t)$ et de $z_a(t)$ pour la pulsation ω_r . Construire à l'aide d'un tableur les courbes de $z_p(t)$ et de $z_a(t)$. Vérifier les expressions de $z_{p}(t)$ et de $z_{a}(t)$ en comparant les courbes obtenues par Xcos et celles obtenues par le tableur.

Étude des influences des irrégularités de la piste sur le confort des passagers

L'analyse du confort des passagers ou des sollicitations structurelles de l'avion est conduite à partir de l'examen de la fonction de transfert liant l'accélération verticale $\gamma_a(t)$ de l'avion à la hauteur des aspérités de la piste.

On donne la fonction de transfert
$$\frac{\gamma_a(p)}{Z_p(p)} = H_2(p)H_3(p)$$

où : $H_2(p) = \frac{1+0,2p}{\left(1+0,1p\right)^2}$, $H_3(p) = \frac{p^2}{1+\frac{2\xi}{\omega_1}p+\frac{1}{\omega_2^2}p^2}$ avec

 $\omega_1 = 300 \, \text{rad/s} \text{ et } \xi = 0, 1.$

Question 11 Modifier le schéma-blocs précédent afin d'ajouter la fonction de transfert $H_3(p)$ puis tracer le diagramme de Bode pour un domaine fréquentiel allant de 0.1 rad/s à 10 000 rad/s. Mettre en forme les courbes résultats dans Xcos pour retrouver le diagramme document réponse 2.

Question 12 Tracer les points correspondants à $\omega =$ $1 \text{ rad/s } et \ \omega = 1800 \text{ rad/s } sur \ la \ courbe \ de \ phase \ du \ do$ cument réponse 2 ainsi que les asymptotes lorsque ω tend vers 0 et ω tend vers l'infini sur les courbes de gain et de phase.

La norme NF E904012 propose un modèle de tolérance physiologique aux vibrations verticales. Le graphe extrait de la norme permet d'identifier une « zone de mal des transports » (zone A) et une « zone d'inconfort vibratoire » (zone B).

Question 13 Identifier sur l'abaque l'accélération verticale maximale γ_{a0} que peut supporter le corps humain sollicité avec une fréquence comprise entre 4 Hz et 8 Hz pendant 30 min sans être accommodé.

Question 14 Déterminer le rapport d'amplitude maxi $mal \, rac{\gamma_{a0}}{z_{p0}}$ en décibel pour une amplitude d'aspérités de la piste de l cm.

Question 15 Conclure sur le confort des passagers pour la plage de fréquence 4 Hz à 8 Hz.



