

## DS 2

*Savoirs et compétences :*

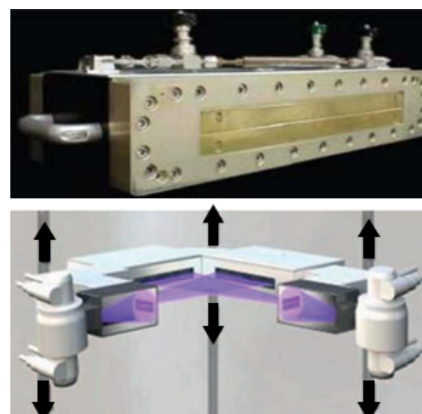
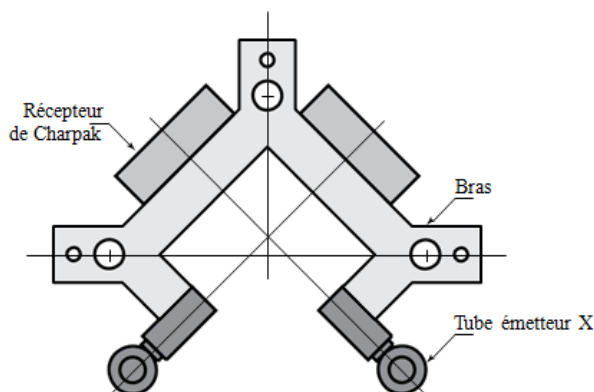
### 1 Système EOS

OS est un système d'imagerie révolutionnaire commercialisé par la société EOS imaging depuis 2007. Il permet l'acquisition simultanée de radiographies de face et de profil du corps entier (ou d'une zone anatomique localisée) avec une réduction de la dose de rayons X de l'ordre de 90 % par rapport à un système radiographique conventionnel ou un scanner. Une des originalités du système EOS est que le patient peut prendre place dans diverses positions correspondant aux situations de la vie courante, ce qui permet d'obtenir des images de son corps « en charge » et donc une visualisation plus précise d'éventuelles pathologies (scoliose, trouble de la statique...). La figure suivante présente une vue extérieure et une vue intérieure du système. On peut notamment voir une schématisation du mécanisme interne, constitué d'un bras mobile, guidé par rapport au bâti par trois colonnes verticales.



*Vues extérieure et intérieure du système.*

Comme le montre la figure suivante, le bras supporte deux chaînes d'acquisition, chacune d'entre elles étant composée d'un tube à rayons X et d'un détecteur. Les tubes émettent des rayons X en pinces très fines qui sont ensuite recueillis par les deux détecteurs issus de la technologie ayant valu le prix Nobel de Physique à Georges Charpak en 1992.



*À gauche : bras mobile vue de dessus. En haut à droite : un des deux détecteurs de Charpak. En bas à droite : émission et réception des rayons.*

Durant un balayage vertical de quelques secondes, les deux chaînes permettent de faire l'acquisition simultanée d'une image de face et d'une de profil du corps entier ou d'une zone anatomique choisie. À partir de ces images, un logiciel dédié permet de réaliser une modélisation tridimensionnelle du squelette du patient qui sera utilisée à des fins thérapeutiques.

On observe sur la schématisation présente que le système est constitué d'un bras mobile, guidé par rapport au bâti par trois colonnes verticales. La motorisation est assurée par trois chaînes de transmission constituées :

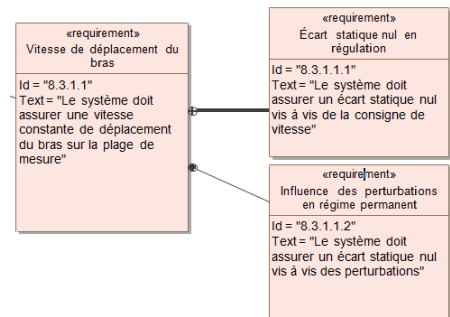
- d'un moteur électrique à courant continu commandé par l'induit;
- d'un réducteur à engrenages;
- d'une vis à billes, afin de transformer le mouvement de rotation en mouvement de translation.

Les noms et symboles des caractéristiques des différents composants seront donnés plus loin dans le sujet dans le tableau suivant.

Grandeur	Notation	Unités	Valeur numérique
<i>Moteur</i>			
Puissance maximale	$P_M$	W	255
Courant maximal	$I_M$	A	20
Vitesse de rotation nominale	$\omega_{nom}$	tr/min	3400
tension max	$u_{max}$	V	48
Inductance de l'induit	$L$	mH	4,6
Résistance	$R$	$\Omega$	2
Constante de force contre-électromotrice	$K_b$	V/(1000tr/min)	12
Constante de couple	$K_i$	N·m/A	0,12
Inertie du rotor	$J_m$	g·cm <sup>2</sup>	800
Constante de temps électrique	$\tau_e$	ms	2,3
Constante de temps mécanique	$\tau_m$	ms	8
<i>Réducteur à engrenages</i>			
Rapport de réduction	$N$ ( $N > 1$ )		5
Inertie équivalente rapportée sur l'arbre d'entrée	$J_R$	g·cm <sup>2</sup>	80
Rendement	$\eta_R$		0,85
<i>Vis à billes</i>			
Pas de la vis	$p_v$	mm	10
Inertie de la vis	$J_v$	g·cm <sup>2</sup>	600
Rendement	$\eta_v$		0,9
<i>bras mobile</i>			
Masse	$M$	kg	400

## 1.1 Présentation

**Objectif** L'objectif de cette partie est de valider l'exigence «Vitesse de déplacement du bras». Celle-ci est primordiale puisqu'elle impacte directement la qualité des acquisitions réalisées à l'aide du système.

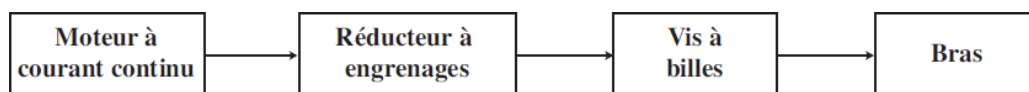


## 1.2 Détermination d'un modèle dynamique de la transmission

L'objectif est de déterminer un modèle simplifié de la motorisation complète comportant les trois chaînes de transmission de puissance. Pour cela, on déterminera dans un premier temps le modèle dynamique d'une transmission ne comportant qu'un seul moteur. Puis on déterminera le modèle dynamique équivalent d'une transmission comportant 2 moteurs. Et enfin, par extension, on déterminera celui de la motorisation complète. On analysera les caractéristiques du modèle obtenu afin de déterminer si celui-ci peut être simplifié en une fonction de transfert du premier ordre (ce qui est le cas dans de nombreuses applications comportant des moteurs électriques à courant continu).

### 1.2.1 Modélisation d'une motorisation ne comportant qu'un moteur

On considère dans cette partie que le bras mobile 1 n'est entraîné en translation par rapport au bâti 0 que par une seule chaîne de transmission de puissance.



Le moteur à courant continu est modélisé d'un point de vue électrique par la mise en série d'une bobine équivalente d'inductance  $L$ , d'une résistance équivalente de résistance  $R$  et d'une source de tension représentant la force contre-électromotrice  $e_b$ .

Les équations suivantes décrivent le comportement électrique du modèle proposé pour le moteur à courant continu :

$$\begin{aligned} u_m(t) &= L \frac{di(t)}{dt} + Ri(t) + e_b(t) \\ C_{meq}(t) &= K_i i(t) \\ e_b(t) &= K_b \omega_m(t) \end{aligned}$$

- $u_m$  : tension d'alimentation du moteur ;
- $i$  : courant d'induit ;
- $e_b$  : force contre-électromotrice ;
- $C_{meq}$  : couple moteur ;
- $\omega_m$  : vitesse de rotation de l'arbre moteur.

Par ailleurs, le théorème de l'énergie cinétique appliqué à l'ensemble  $E = \{\text{bras 1, rotor du moteur, vis 3, réducteur}\}$  permet d'écrire que :

$$J_{eq} \frac{d\omega_m(t)}{dt} = C_{meq}(t) + C_{Req}(t).$$

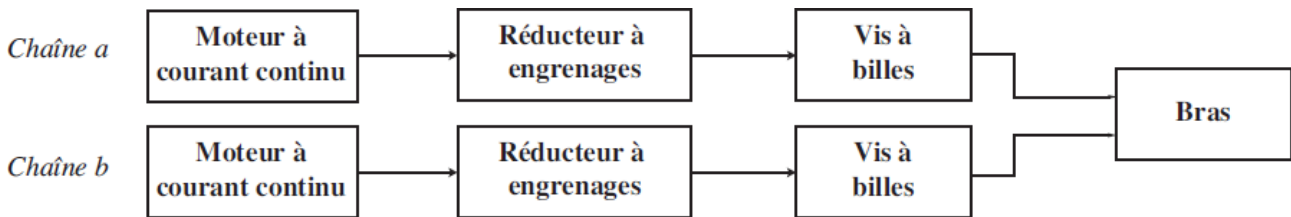
**Question 1** Appliquer la transformée de Laplace aux équations précédentes en supposant que les conditions initiales sont nulles et compléter le schéma-bloc. Puis, déterminer les fonctions de transfert  $H_m(p)$  et  $H_c(p)$  associées aux deux entrées  $U_m(p)$  et  $C_{req}(p)$  de telle sorte que :

$$\Omega_m(p) = H_m(p)U_m(p) + H_c(p)C_{req}(p).$$

Il n'est pas utile à ce stade de l'étude de déterminer la forme canonique des fonctions de transfert, mais une écriture sous la forme  $\frac{N(p)}{D(p)}$  (où  $N(p)$  et  $D(p)$  sont deux polynômes) est attendue.

### 1.2.2 Modélisation d'une motorisation comportant deux chaînes de transmission

Nous allons dans cette partie décrire le comportement obtenu avec l'association de deux chaînes de transmission en parallèle.



Motorisation comportant deux chaînes de transmission de puissance.

On considère les équations suivantes décrivant le comportement dynamique des deux chaînes. Les indices  $a$  et  $b$  évoquent respectivement les moteurs des chaînes  $a$  et  $b$ .

Les équations concernant le moteur  $a$  sont :

$$(1) \begin{cases} u_{ma}(t) = L_a \frac{di_a(t)}{dt} + R_a i_a(t) + e_{ba}(t) \\ C_{ma}(t) = K_{ia} i_a(t) \\ e_{ba}(t) = K_{ba} \omega_m(t) \end{cases}$$

Les équations concernant le moteur  $b$  sont :

$$(2) \begin{cases} u_{mb}(t) = L_b \frac{di_b(t)}{dt} + R_b i_b(t) + e_{bb}(t) \\ C_{mb}(t) = K_{ib} i_b(t) \\ e_{bb}(t) = K_{bb} \omega_m(t) \end{cases}$$

Les deux chaînes de transmission étant reliées au même bras mobile 1 en translation par rapport au bâti, les deux moteurs tournent à la même vitesse. L'équation traduisant le comportement mécanique est alors :

$$(3) \quad J_{eq2} \frac{d\omega_m(t)}{dt} = C_{ma}(t) + C_{mb}(t) + C_{Req2}(t).$$

**Question 2** Appliquer la transformée de Laplace aux équations (1), (2) et (3) en supposant que les conditions initiales sont nulles et compléter le schéma-blocs.

**Question 3** En considérant que les deux moteurs sont identiques ( $L_a = L_b$ ,  $R_a = R_b$ , ...), déterminer les fonctions de transfert  $H_{ma}$ ,  $H_{mb}$  et  $H_{C2}$  associées aux trois entrées  $U_{ma}$ ,  $U_{mb}$  et  $C_{Req2}$  de telle sorte que :

$$\Omega_m(p) = H_{ma}(p)U_{ma}(p) + H_{mb}(p)U_{mb}(p) + H_{C2}(p)C_{Req2}(p).$$

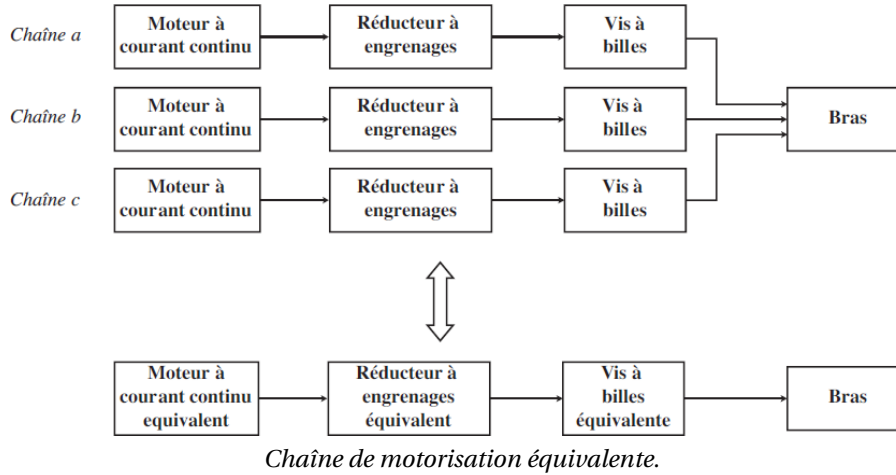
Il n'est pas utile à ce stade de l'étude de déterminer la forme canonique des fonctions de transfert, mais une écriture sous la forme (où  $N(p)$  et  $D(p)$  sont deux polynômes) est attendue.

**Question 4** En considérant que les 2 moteurs sont alimentés par la même tension  $u_m(t)$ , montrer, dans un premier temps, que l'équation précédente peut se mettre sous la forme de l'équation suivante correspondant à une motorisation comportant un unique moteur équivalent, puis déterminer les caractéristiques équivalentes  $K_{i2}$ ,  $K_{b2}$ ,  $J_{eq2}$ ,  $R_2$ ,  $L_2$  de ce moteur équivalent ?

$$\Omega_m(p) = H_{eq2m}(p)U_m(p) + H_{Ceq2m}(p)C_{Req2}(p)$$

### 1.2.3 Modélisation et analyse du comportement de la motorisation complète

On considère dans cette partie la motorisation comportant les trois chaînes de transmission de puissance.



**Question 5** En utilisant les résultats obtenus à la question précédente, donner par analogie les expressions des coefficients  $K_{i3}$ ,  $K_{b3}$ ,  $J_{eq3}$ ,  $R_3$ ,  $L_3$  de la motorisation équivalente ne comportant qu'une seule chaîne (moteur, réducteur, liaison hélicoïdale) correspondant à l'équation suivante :

$$\Omega_m(p) = H_{eq3m}(p)U_m(p) + H_{Ceq3m}(p)C_{Req3}(p)$$

**Question 6** Déterminer les formes canoniques des fonctions de transfert  $H_{eq3m}(p)$  et  $H_{Ceq3m}(p)$  et donner les expressions des termes  $a$ ,  $b$ ,  $K_m$ ,  $K_C$ ,  $\tau_C$  tels que :

$$H_{eq3m}(p) = K_m \frac{1}{ap^2 + bp + 1} \text{ et } H_{Ceq3m}(p) = K_C \frac{1 + \tau_C p}{ap^2 + bp + 1}.$$

**Question 7** Déterminer la valeur numérique de  $K_{b3}$  en  $V.s.rad^{-1}$ .

**Question 8** Déterminer la valeur numérique de  $J_{eq3}$  en  $kg.m^2$ . Quelle est, en pourcent, la proportion provenant de la totalité des inerties des trois réducteurs, des trois vis et de la masse du bras dans cette valeur.

**Question 9** À partir des valeurs numériques du tableau donné précédemment, montrer que l'on peut factoriser le dénominateur de  $H_{eq3m}$  sur le corps des réels. Déterminer alors les expressions des constantes de temps  $\tau_1$  et  $\tau_2$  telles que :  $ap^2 + bp + 1 = (1 + \tau_1 p)(1 + \tau_2 p)$ . Une résolution numérique donne :  $\tau_1 \simeq 0.0025s$  et  $\tau_2 \simeq 0.012s$ . Peut-on considérer l'un des modes comme dominant ?

### 1.3 Asservissement et détermination du correcteur

Les calculs suivants sont menés en considérant le modèle équivalent qui vient d'être déterminé. À partir de ce point, quels que soient les résultats obtenus précédemment, on conservera les notations  $K_m$ ,  $K_C$ ,  $\tau_1$ ,  $\tau_2$  et  $\tau_C$  pour les caractéristiques des fonctions de transfert du modèle équivalent aux trois chaînes de transmission de puissance. On prendra donc :

$$H_{eq3m}(p) = \frac{K_m}{(1 + \tau_1 p)(1 + \tau_2 p)} \text{ et } H_{Ceq3m}(p) = \frac{K_C (1 + \tau_C p)}{(1 + \tau_1 p)(1 + \tau_2 p)}$$

avec  $K_m = 8 \text{ rad.s}^{-1} \text{ V}^{-1}$ ,  $\tau_1 \simeq 0.0025s$  et  $\tau_2 \simeq 0.012s$ . Les valeurs numériques de  $K_C$  et  $\tau_C$  ne sont pas utiles pour les problématiques abordées dans cette partie.

Pour répondre au cahier des charges défini par le tableau suivant, on réalise un asservissement de la vitesse de rotation des vis. Le schéma-blocs correspondant est celui donné ci-après, avec les grandeurs physiques suivantes :

- $v_c(t)$  : vitesse de consigne du bras mobile 1 ;
- $u_c(t)$  : tension de consigne ;
- $e(t)$  : écart en tension ;
- $\Omega_v(t)$  : vitesse de rotation d'une vis  $3_k$  ;
- $v(t)$  : vitesse du bras mobile 1 ;
- $m(t)$  : mesure de la vitesse de rotation d'une vis  $3_k$ .

Critère	Valeur	Variabilité
Temps de réponse à 5%	0.75 s	max
Marge de phase	65 °	min
Marge de gain	8 dB	min
Écart statique en régulation	0 ms <sup>-1</sup>	

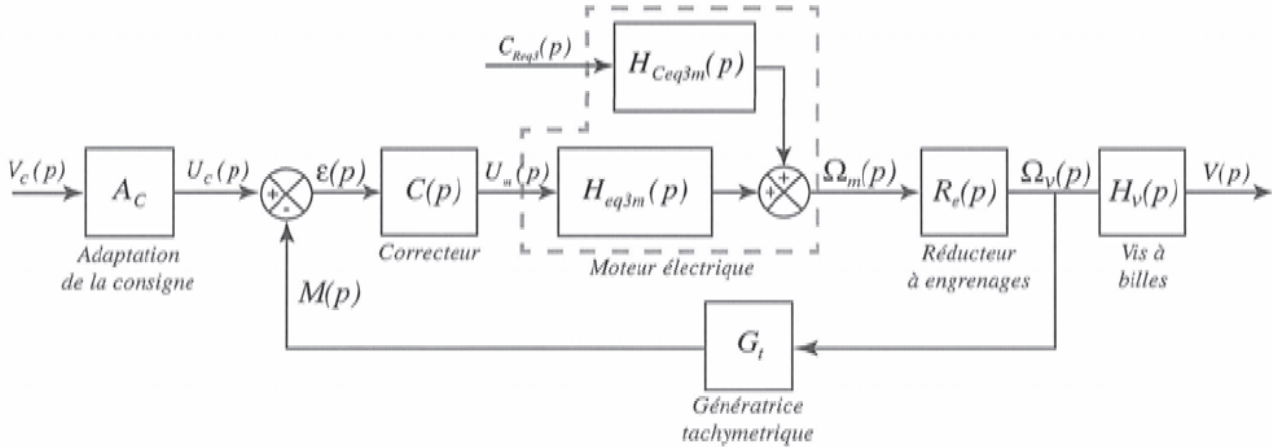


Schéma d'asservissement de la vitesse des vis 3k.

Le capteur est une génératrice tachymétrique fixée sur l'axe de rotation d'une des trois vis. On considérera que la dynamique de ce capteur est très grande par rapport aux constantes de temps de la chaîne directe. Sa fonction de transfert sera donc modélisée par un gain pur  $G_t = 0.1 \text{ Vrad}^{-1} \text{ s}$ .

**Question 10** Donner les expressions des fonctions de transfert  $R_e(p)$  et  $H_v(p)$  en fonction des caractéristiques des réducteurs et de la vis du tableau page 2.

**Question 11** Quelle doit être la valeur numérique du gain  $A_c$  pour que l'écart de tension  $\varepsilon(t)$  ait un sens ?

**Question 12** Expliquer pourquoi il n'est pas possible de vérifier toutes les exigences du cahier des charges en utilisant un correcteur proportionnel.

On choisit un correcteur de type intégrateur :  $C(p) = \frac{K_{cor}}{p}$ .

**Question 13** Déterminer la fonction de transfert en boucle ouverte  $FTBO(p)$  telle que :  $M(p) = FTBO(p)\varepsilon(p)$ .

**Question 14** On donne sur le document réponse le diagramme de Bode de la phase de la fonction de transfert  $FTBO(p)$ . En considérant  $K_{cor}$  unitaire, tracer le diagramme de Bode asymptotique du gain de  $FTBO(p)$ .

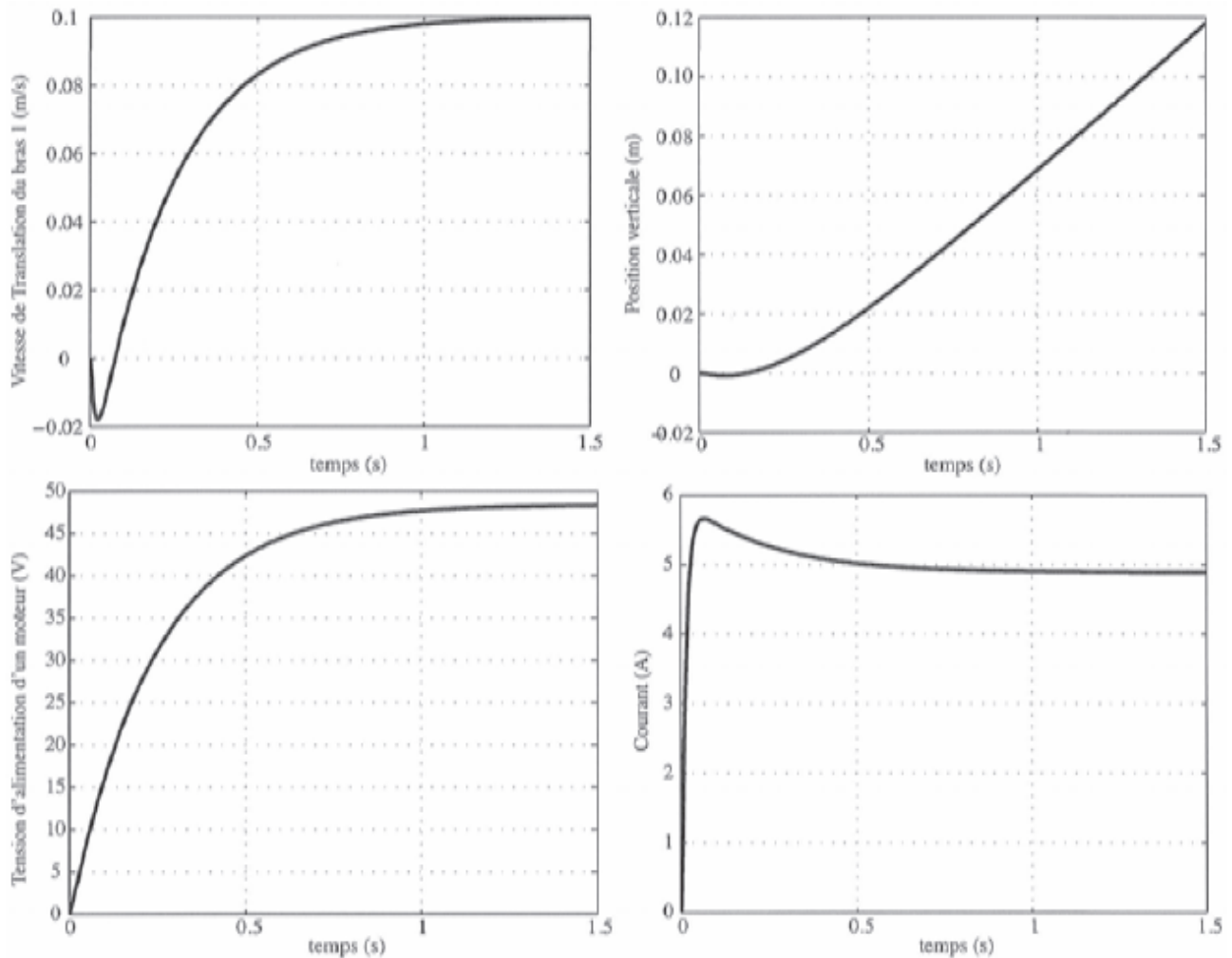
**Question 15** Par analogie avec un système du premier ordre de temps de réponse  $T_{R5\%} = 0.75 \text{ s}$ , déterminer la valeur de la pulsation à 0 dB souhaitée. Déterminer la valeur minimale du gain  $K_{cor}$  qui permet de respecter ce critère. Quelles sont alors les marges de phase et de gain ?

## 1.4 Validation du système de commande

Afin de valider le système de commande, il est nécessaire de réaliser dans un premier temps des simulations des évolutions dans le domaine temporel de certaines grandeurs physiques. Pour réaliser cette simulation, il est nécessaire d'introduire la valeur numérique du couple résistant équivalent rapporté sur l'arbre moteur.

**Question 16** Déterminer la valeur numérique du couple résistant  $C_{Req3}$  rapporté sur l'arbre moteur.

Une simulation a permis d'obtenir les évolutions temporelles de la vitesse et de la position du bras 1, de la tension d'alimentation d'un moteur et de l'intensité du courant le traversant, en réponse à une consigne en vitesse de  $10 \text{ cm s}^{-1}$  et d'un couple résistant constant déterminé à la question précédente



Évolutions temporelles de la vitesse et de la position du bras 1 (en haut), de la tension d'alimentation d'un moteur et de l'intensité du courant le traversant (en bas).

**Question 17** Valider les différents éléments du cahier des charges ainsi que les caractéristiques limites du moteur précisées dans le tableau de la page 2.

**Question 18** Expliquer, en 5 lignes maximum, la forme de la courbe donnant l'évolution de la vitesse du bras 1 en fonction du temps au voisinage de 0. Quel élément sur le système réel faut-il prévoir afin d'éviter ce comportement?



## 2 Banc d'épreuve hydraulique

### 2.1 Présentation

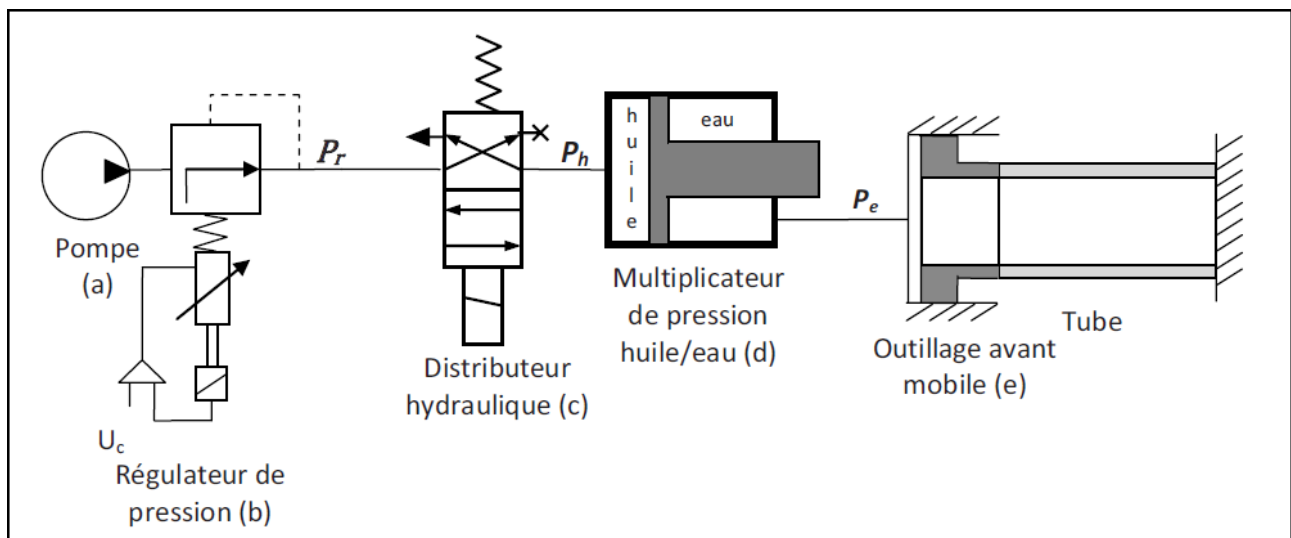
Vallourec & Mannesmann Tubes (V&M Tubes), entreprise du groupe Vallourec, est le leader mondial dans la production de tubes en acier sans soudure laminés à chaud. L'entreprise exploite des tuberies équipées des installations les plus modernes : quatre en France, quatre en Allemagne, trois aux USA et au Brésil et une ligne de finition en Chine. Les tubes sans soudure en acier produits par V&M Tubes couvrent une très large gamme tant sur le plan dimensionnel que dans la nature des matériaux. Le site de V&M Tubes situé à Aulnoye-Aymeries, qui produit des tubes de 114 mm à 508 mm de diamètre pour des longueurs variant de 4,40 à 14,20 m possède un banc spécifique de test de pression hydraulique pour valider la qualité des produits finis exigée par certains clients. C'est le fonctionnement de ce banc conçu par M&T Tubes qui fait l'objet de cette étude.

Afin de valider la caractéristique de tenue en pression des tubes, ceux-ci sont soumis à une pression hydraulique donnée durant un temps spécifié. Ces paramètres dépendent de la taille des tubes et de leur future utilisation.

### 2.2 Analyse de la fonction technique « mettre le tube sous pression ».

La finalité de la mise sous pression est de vérifier la résistance du tube pour une pression maximale imposée par le client. Le cahier des charges impose un écart statique en pression inférieur à 5% et aucun dépassement. Les objectifs de cette partie sont de modéliser le système de mise sous pression afin de vérifier le respect de ce cahier des charges et au besoin de proposer des modifications de la commande pour pallier les écarts observés.

Un schéma hydraulique simplifié est donné figure suivante :



- Le fluide injecté dans le tube est de l'eau sous pression.
- Dans un premier temps, l'opérateur règle la tension consigne  $U_c$  de mise sous pression par l'intermédiaire d'un potentiomètre (non représenté), une plage de tension de 0 à 2,5 V correspondant à une consigne de pression d'eau comprise entre 0 et 1000 bars.
- La pompe (a) fournit de l'huile dont la pression est réglée par un régulateur de pression (b) piloté par cette tension consigne  $U_c$ .
- Un distributeur hydraulique (c) pilote la montée d'un multiplicateur de pression huile/eau (d) ;  $P_h$  désigne la pression d'huile en entrée et  $P_e$  la pression d'eau en sortie.
- L'eau est injectée par l'outillage avant (e) dans le tube. Sa pression est mesurée par un capteur de pression de gain  $K_{cap} = 2,5 \cdot 10^{-3} \text{ V/bars}$  (non représenté).

#### 2.2.1 Mise en place du modèle

Jusqu'à la Question 24, on négligera le temps de réponse de cet ensemble face à la dynamique du distributeur, du multiplicateur de pression et de l'outillage avant de mise sous pression. On supposera donc que la pression en sortie du régulateur est constante, égale à  $P_r$ .

Le distributeur hydraulique fournit un débit d'huile défini par l'équation :  $Q_h(t) = K_r \cdot \sqrt{P_r(t) - P_h(t)}$ , avec  $K_r$  constante en  $\text{m}^3 \cdot \text{Pa}^{-1/2}$ , avec :

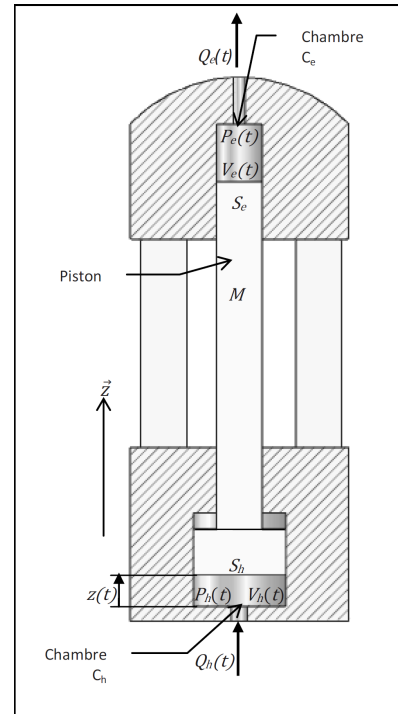
- $P_r(t)$  : pression en entrée du distributeur (sortie du régulateur) ;
- $P_h(t)$  : pression en sortie du distributeur.

Le multiplicateur, représenté ci-contre, se compose d'un piston, de masse  $M$ , en translation par rapport au bâti, séparant les chambres  $C_e$  et  $C_h$  comportant respectivement de l'eau et de l'huile sous pression. On note :

- $Q_e(t)$  : le débit volumique d'eau en sortie du multiplicateur ;
- $Q_h(t)$  : le débit volumique d'huile en entrée du multiplicateur ;
- $P_e(t)$  : la pression d'eau dans  $C_e$  ;
- $P_h(t)$  : la pression d'huile dans  $C_h$  ;
- $z(t)$  : la position du piston ;
- $V_e(t)$  : le volume de  $C_e$  ;
- $V_h(t)$  : le volume de  $C_h$  ;
- $g$  : l'accélération de pesanteur ;
- $\vec{z}$  : le vecteur vertical unitaire ascendant.

Les équations du débit sont :

$$Q_e(t) = S_e \frac{dz(t)}{dt} - \frac{V_{e0}}{B_e} \frac{dP_e(t)}{dt} \quad Q_h(t) = S_h \frac{dz(t)}{dt} + \frac{V_{h0}}{B_h} \frac{dP_h(t)}{dt}$$



Données numériques :

- |   |  |
|---|--|
| <ul style="list-style-type: none"> <li>• <math>S_e</math> : section du piston dans la chambre <math>C_e</math> = <math>397.6 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2</math> ;</li> <li>• <math>S_h</math> : section du piston dans la chambre <math>C_h</math> = <math>1288.25 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2</math> ;</li> <li>• <math>B_e</math> : module de compressibilité de l'eau = <math>2.109 \text{ Pa}</math> ;</li> </ul> | <ul style="list-style-type: none"> <li>• <math>B_h</math> : module de compressibilité de l'huile = <math>109 \text{ Pa}</math> ;</li> <li>• <math>M</math> : masse du piston = <math>668 \text{ kg}</math> ;</li> <li>• <math>f</math> : coefficient de frottement visqueux = <math>10^6 \text{ N/m/s}</math> ;</li> <li>• <math>V_{e0}</math> : volume initial de la chambre <math>C_e</math> = <math>1,2 \cdot 10^{-2} \text{ m}^3</math> ;</li> <li>• <math>V_{h0}</math> : volume initial de la chambre <math>C_h</math> = <math>3,8 \cdot 10^{-2} \text{ m}^3</math> .</li> </ul> |
|---|--|

En appliquant le théorème de la résultante dynamique selon  $\vec{z}$  sur le piston du multiplicateur, on a :

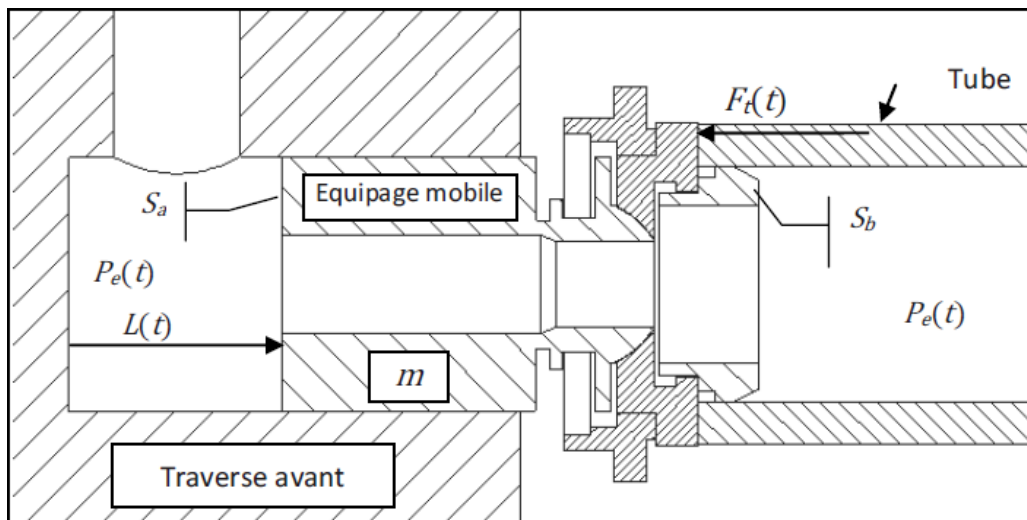
$$M\ddot{z}(t) = S_h p_h(t) - S_e p_e(t) - Mg - f\dot{z}(t).$$

**Question 19** Dédurre de la relation précédente l'équation reliant  $Z(p)$ ,  $P_e(p)$ ,  $P_h(p)$ , et  $\text{Poids}(p) = Mg/p$ , transformées de Laplace de  $z(t)$ ,  $P_e(t)$ ,  $P_h(t)$  et du poids perçu comme une perturbation. Les conditions initiales sont supposées nulles.

## 2.2.2 Modélisation du chariot avant

Le chariot avant comporte :

- la traverse, mise en position par un vérin hydraulique avant la mise sous pression du tube. Durant toute la durée de l'épreuve, on supposera que la traverse est immobile par rapport au bâti ;
- un équipement mobile sur lequel est monté l'outillage, en translation rectiligne par rapport à la traverse.



On note :



- $L(t)$  la position de l'équipage mobile repérée par rapport à sa position initiale;
- $V_t(t)$  le volume du tube;
- $F_t(t)$  l'effort du tube sur l'équipage mobile, avec  $F_t(t) = -rL(t)$ .

On néglige les variations de volume du tube dues à ses déformations. L'équation du débit s'écrit alors :

$$Q_e(t) = (S_a - S_b) \cdot \frac{dL(t)}{dt} + \frac{V_t}{B_e} \frac{dP_e(t)}{dt}.$$

Données numériques :

- $S_a$  et  $S_b$  : sections de l'équipage mobile côté tube et côté opposé au tube,  $S_a - S_b = 1.88 \cdot 10^{-3} \text{ m}^2$ ;
- $m$  : masse de l'ensemble mobile = 25 kg;
- $f'$  : coefficient de frottement visqueux = 10 N/m/s;
- $V_t$  : le volume du tube =  $1.34 \text{ m}^3$ ;
- $r$  : le tube est assimilé à un ressort de raideur =  $5 \cdot 10^8 \text{ N/m}$ .

L'équation du mouvement de l'équipage mobile est donnée par :

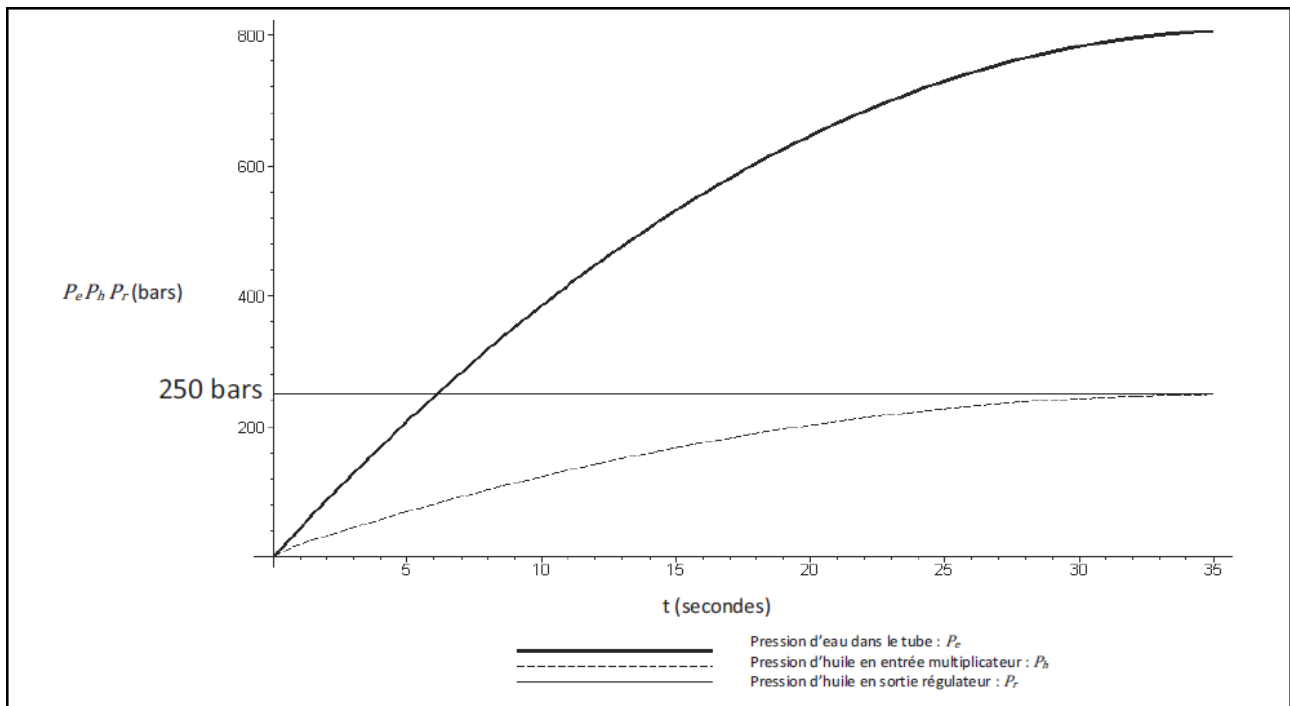
$$m \ddot{L}(t) = -rL(t) + (S_a - S_b)p_e(t) - f' \dot{L}(t).$$

**Question 20** En déduire, en tenant compte de l'équation du débit, deux équations liant  $L(p)$ ,  $P_e(p)$  et  $Q_e(p)$ , transformées de Laplace de  $L(t)$ ,  $P_e(t)$  et  $Q_e(t)$ .

Les conditions initiales sont supposées nulles.

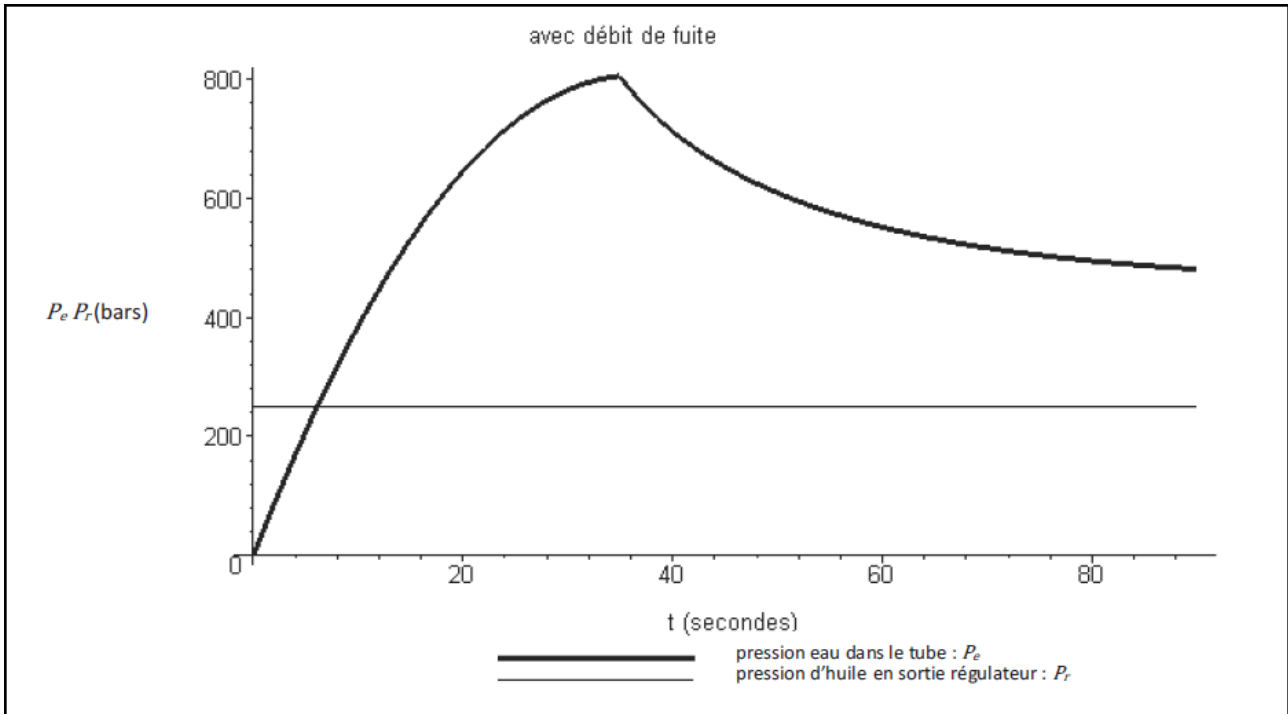
**Question 21** Sur le document réponse, compléter le schéma bloc de l'ensemble (sans le distributeur hydraulique), l'entrée étant la pression d'huile réglée  $P_r(p)$  et la sortie la pression d'épreuve dans le tube  $P_e(p)$ .

La figure suivante représente la réponse de l'ensemble de mise sous pression pour un échelon de 250 bars :  $P_r$  est la pression d'huile en sortie du régulateur,  $P_h$  la pression d'huile dans le distributeur et  $P_e$  la pression d'eau dans le tube.



**Question 22** À partir de ces réponses temporelles, proposer une expression numérique des fonctions de transfert  $P_h(p)/P_r(p)$ ,  $P_e(p)/P_r(p)$ . Justifier vos valeurs numériques.

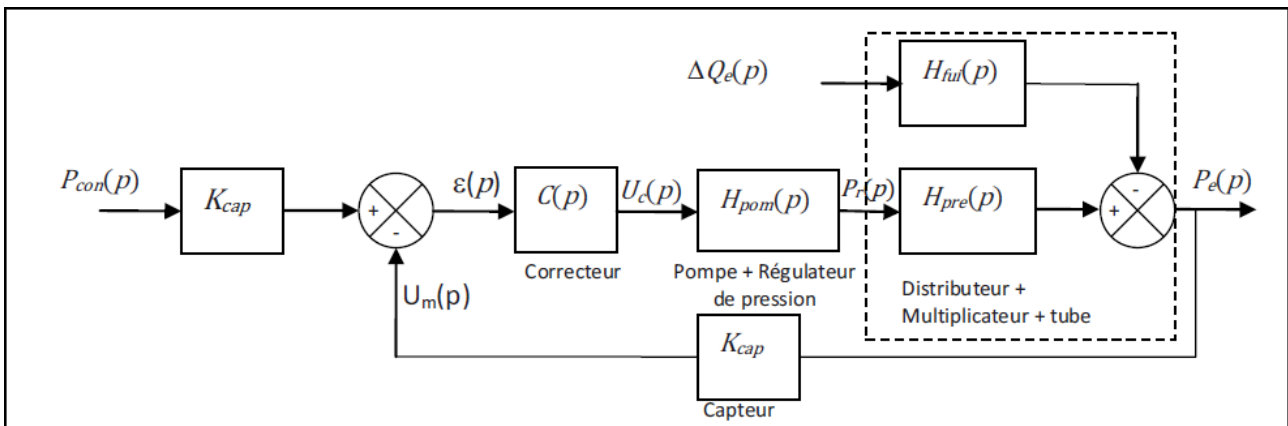
De nombreuses fuites au niveau de l'outillage avant influent sur la réponse. À cause de ces fuites, le débit d'eau en entrée du tube est  $Q'_e(t) = Q_e(t) - \Delta Q_e$ ,  $\Delta Q_e$  étant le débit de fuite, supposé constant. La suivante représente la réponse de l'ensemble de mise sous pression à un échelon de 250 bars avec fuite d'eau à partir de 35 s. Le débit de fuite est supposé pour cette étude, égal à  $\Delta Q_e = 2 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3/\text{s}$ .



**Question 23** À partir de ces réponses temporelles, proposer une expression numérique de la fonction de transfert en régulation  $\frac{P_e(p)}{\Delta Q_e(p)}$ .

### 2.3 Mise en place d'un asservissement de pression.

Pour limiter l'erreur statique due aux fuites, on envisage d'asservir la pression d'eau dans le tube. L'objectif est ici de proposer un réglage du correcteur pour répondre aux critères du cahier des charges. La pression d'eau à l'intérieur du tube est mesurée par un capteur de pression. Le schéma-blocs de l'asservissement est défini ci-dessous.



- $P_{con}(p)$  : pression de consigne d'eau dans le tube (Pa) ;
- $P_e(p)$  : pression d'eau dans le tube (Pa) ;
- $U_c(p)$  : tension de commande du régulateur de pression (V) ;
- $P_r(p)$  : pression d'huile régulée (Pa) ;
- $\Delta Q_e(p)$  : débit de fuite ( $\text{m}^3/\text{s}$ ) ;
- $U_m(p)$  : tension de mesure du capteur (V).

Hypothèses :

- quels que soient les résultats précédents, l'ensemble de mise sous pression {tube + distributeur + multiplicateur de pression} est défini par les transmittances suivantes :  $H_{pre}(p) = \frac{K_m}{1 + T_1 p}$  et  $H_{fui}(p) = \frac{K_f}{1 + T_1 p}$  avec  $K_m = 3,24$  ;  $K_f = 2.55 \cdot 10^{10} \text{Pa}/(\text{m}^3/\text{s})$  ;  $T_1 = 10 \text{s}$  ;
- l'ensemble {pompe+régulateur de pression} est modélisé par la fonction de transfert :  $H_{pom}(p) = \frac{K_{pom}}{1 + T_2 p}$  avec  $K_{pom} = 1.234 \cdot 10^7 \text{Pa/V}$  ;  $T_2 = 5 \text{s}$  ;

- le capteur est modélisé par un gain pur :  $K_{cap} = 2.5 \cdot 10^{-8} \text{ V/Pa}$ .

La pression de consigne est de  $P_{con} = 800 \text{ bars}$  et les débits de fuite sont estimés à  $\Delta Q_e = 5 \cdot 10^{-4} \text{ m}^3/\text{s}$ .

On rappelle que le cahier des charges concernant le réglage de la pression de test est le suivant :

Stabilité :	marge de phase de $60^\circ$ marge de gain de 12 dB
Rapidité :	temps d'établissement $t_e < 40 \text{ s}$
Précision :	erreur statique $< 5\%$ soit pour une consigne de 800 bars : erreur statique due à la consigne : $\varepsilon_{con} < 5\%$ erreur statique due à la perturbation $\varepsilon_{pert} < 40 \text{ bars}$
Amortissement :	pas de dépassement

Dans le cas d'un système bouclé convenablement amorti, on pourra utiliser, sans aucune justification, la relation :  $t_e \omega_{0\text{dB}} = 3$  où  $\omega_{0\text{dB}}$  désigne la pulsation de coupure à 0 dB en boucle ouverte et  $t_e$  le temps d'établissement en boucle fermée vis-à-vis d'un échelon de consigne :

- $t_e = t_m$ , temps du 1<sup>er</sup> maximum si le dépassement est supérieur à 5% ;
- $t_e = t_R$ , temps de réponse à 5% si le dépassement est nul ou inférieur à 5%.

On envisage tout d'abord un correcteur de type proportionnel :  $C(p) = K_p$ .

**Question 24** Déterminer, en fonction de  $K_p$ ,  $\varepsilon_{con}$  définie comme l'erreur statique pour une entrée consigne  $P_{con}$  de type échelon, dans le cas où le débit de fuite est nul.

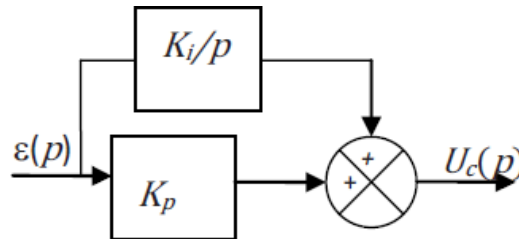
**Question 25** Proposer un réglage de  $K_p$  pour limiter  $\varepsilon_{con}$  à la valeur spécifiée dans le cahier des charges.

**Question 26** Dans le cas où la consigne de pression est nulle, déterminer en fonction de  $K_p$  la fonction de transfert en régulation définie par :  $H_{pert}(p) = \frac{P_e(p)}{\Delta Q_e(p)}$ . En déduire, en fonction de  $K_p$ ,  $\varepsilon_{pert}$  définie comme l'erreur statique pour une perturbation  $\Delta Q_e$  de type échelon, dans le cas où la consigne de pression est nulle.

**Question 27** Proposer un réglage de  $K_p$  pour limiter  $\varepsilon_{pert}$  à la valeur spécifiée au cahier des charges.

**Question 28** Proposer un réglage de  $K_p$  pour vérifier le critère d'amortissement. À partir des résultats des questions précédentes, conclure quant au choix d'un correcteur proportionnel.

On se propose de corriger le système avec le correcteur défini sur le schéma-blocs ci-dessous :



**Question 29** Déterminer la fonction de transfert  $C(p)$  de ce correcteur.

**Question 30** Tracer l'allure de son diagramme de Bode en fonction des coefficients  $K_i$  et  $K_p$ .

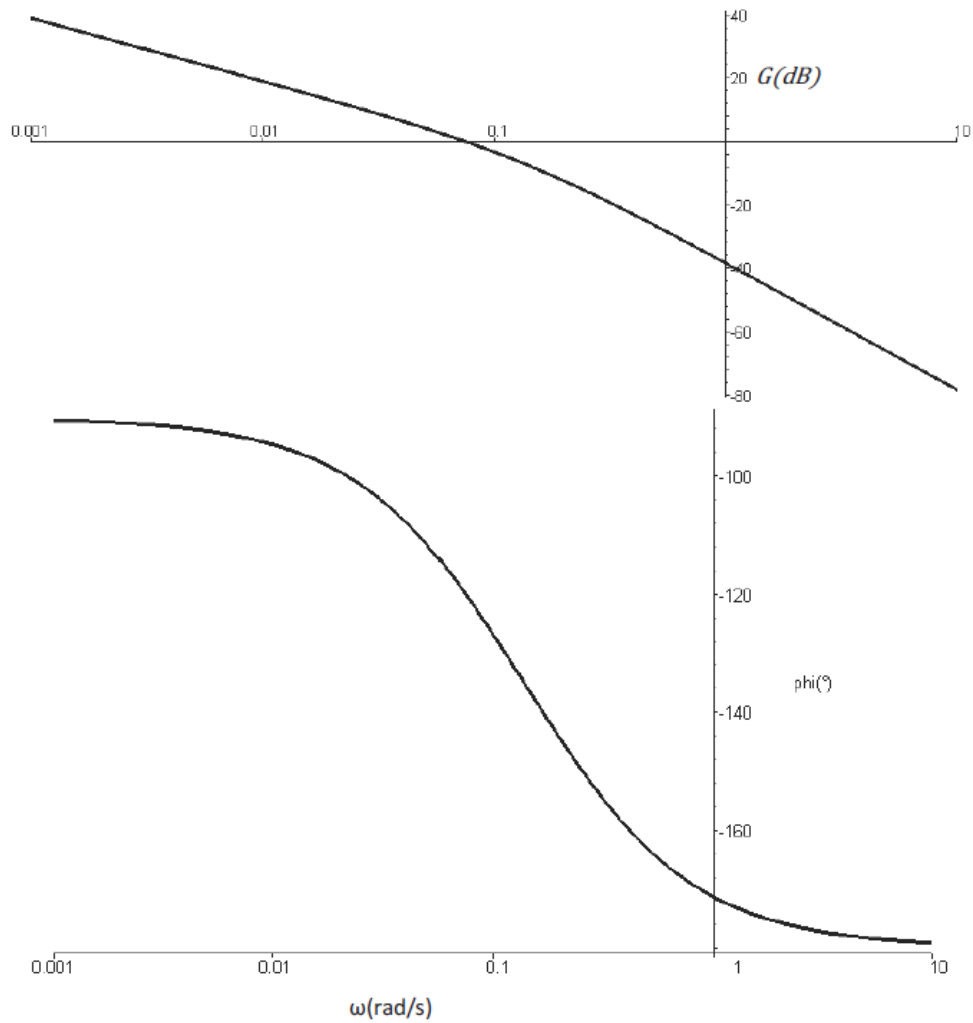
**Question 31** Quelle est l'influence d'un tel correcteur sur la précision et la stabilité ? Justifier.

**Question 32** Quelle valeur faut-il donner à  $\omega_{0\text{dB}}$  pour répondre au critère de rapidité du cahier des charges ?

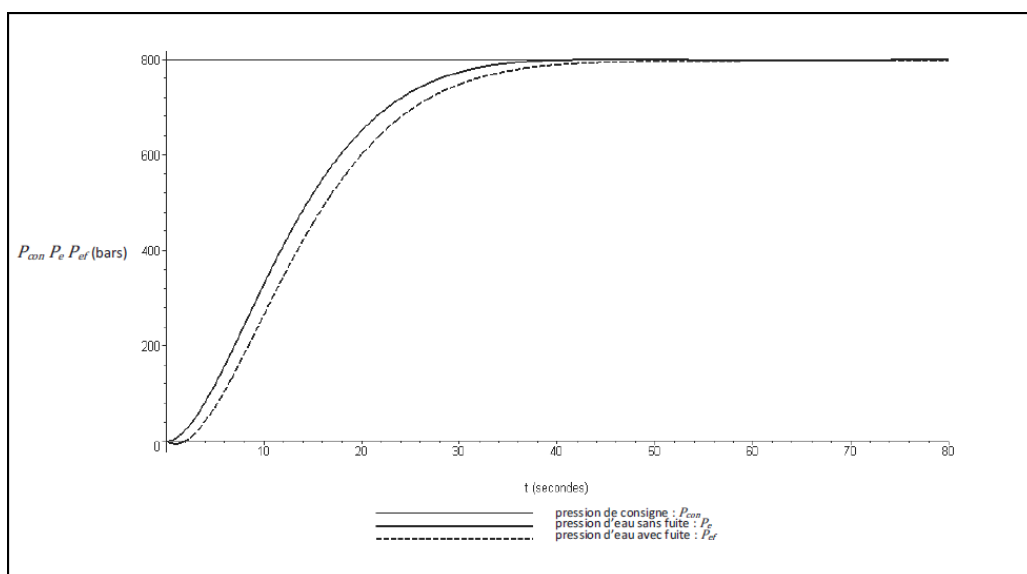
**Question 33** Déterminer alors le rapport  $T = K_p/K_i$  pour obtenir la marge de phase spécifiée dans le cahier des charges.

**Question 34** En déduire les valeurs de  $K_p$  et de  $K_i$  qui permettent de régler rapidité et marge de phase.

On donne les diagrammes de Bode en gain et en phase de la fonction de transfert en boucle ouverte corrigée avec le correcteur Proportionnel Intégral déterminé précédemment.



On donne ensuite sa réponse temporelle avec et sans débit de fuite pour une pression de consigne d'eau de 800 bars.



**Question 35** La réponse du système est-elle satisfaisante au regard du cahier des charges? Justifier.