Cycle 01

Modéliser le comportement linéaire et non linéaire des systèmes multiphysiques

Révisions 3 – Modélisation par fonction de transfert et schéma-blocs

Sciences Industrielles de l'Ingénieur

PSI⋆ – MP

1 Définitions

Définition — Fonction de transfert – Transmittance.
Soit un système linéaire continu linéaire invariant dont on note le signal d'entrée e et le signal de sortie s, régit par une équation différentielle à coefficient constants. Dans le domaine de Laplace et sous les conditions de Heaviside, on définit la fonction de transfert du système par la fonction H telle que :

$$H(p) = \frac{S(p)}{E(p)} = \frac{\sum\limits_{i=0}^{m} b_i p^i}{\sum\limits_{i=0}^{n} a_i p^i} = \frac{N(p)}{D(p)}.$$

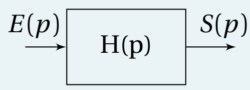
Définition — Classe, ordre, pôles et zéros.
$H(p)$ est une fonction rationnelle en p. En factorisant le numérateur et le dénominateur, $H(p)$ peut s'écrire sous cette forme :

$$H(p) = \frac{N(p)}{D(p)} = K \frac{(p-z_1)(p-z_2)...(p-z_m)}{p^\alpha (p-p_1)(p-p_2)...(p-p_n)}$$

- Les z_i sont les **zéros** de la fonction de transfert (réels ou complexes).
- Les p_i sont les **pôles** de la fonction de transfert (réels ou complexes).
- **Le degré de $D(p)$ est appelé ordre n du système ($n \geq m$ pour les systèmes physiques).**
- L'équation $D(p) = 0$ est appelée équation caractéristique.
- Le facteur constant K est appelé gain du système.
- S'il existe une (ou des) racines nulles d'ordre α de $D(p)$, un terme p^α apparaît au dénominateur. α **est la classe (ou type) de la fonction de transfert**. Il correspond au nombre d'intégrations pures du système.

Définition — Modélisation d'un bloc.

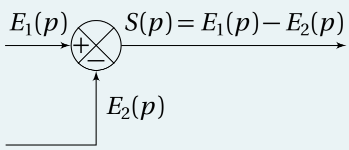
Soit un système d'entrée $E(p)$, de sortie $S(p)$, caractérisé par une fonction de transfert $H(p)$. Ce système est alors représenté par le schéma bloc ci-contre. La relation entrée – sortie du système se met alors sous la forme :



$$S(p) = E(p) \cdot H(p).$$

Définition — Modélisation d'un comparateur.

Soit l'équation $S(p) = E_1(p) - E_2(p)$. Cette équation se traduit par le schéma ci-contre.



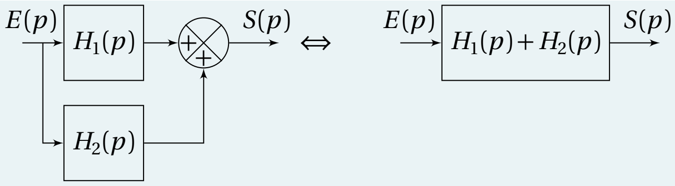
2 Algèbre de blocs

!

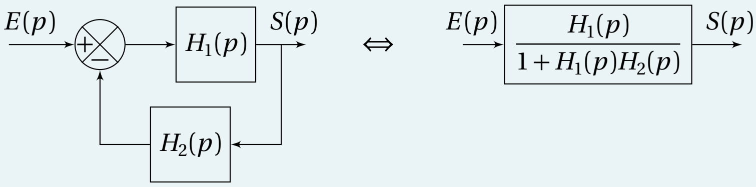
Pour modifier un schéma-blocs, il faut s'assurer que lorsque on modifie une partie du schéma, les grandeurs d'entrée et de sortie sont identiques avant et après la transformation.

Résultat — Blocs en série.

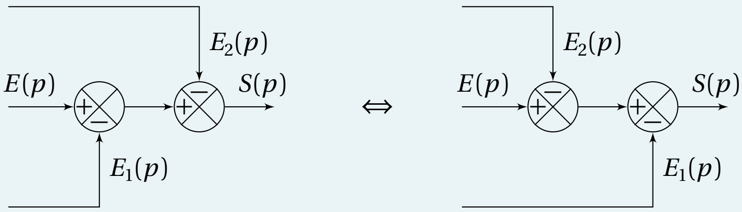
Résultat — Blocs en parallèle.



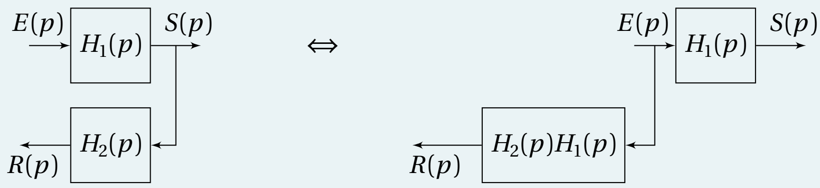
Résultat — Réduction de boucle – À MAITRISER PARFAITEMENT.



Résultat — Comparateurs en série.



Résultat — Point de prélèvement.

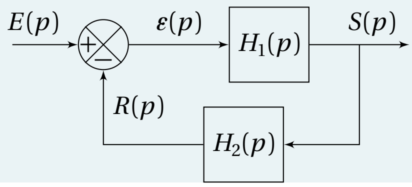


3 Fonctions usuelles

Définition — Fonction de transfert en boucle fermée – FTBF.

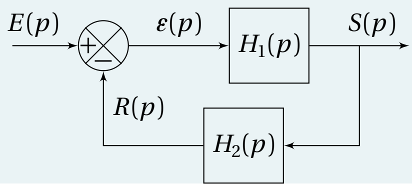
Formule de Black

$$H(p) = \frac{S(p)}{E(p)} = \frac{H_1(p)}{1+H_1(p)H_2(p)}$$



Définition — Fonction de transfert en boucle ouverte – FTBO.

$$\text{FTBO}(p) = \frac{R(p)}{\varepsilon(p)} = H_1(p)H_2(p)$$



Définition — Théorème de superposition.

Soit un système d'entrées E_1 et E_2 et de sortie S. On note $H_1 = \dfrac{S}{E_1}$ lorsque E_2 est nulle et $H_2 = \dfrac{S}{E_2}$ lorsque E_1 est nulle. En superposant, on a alors : $S = H_1E_1 + H_2E_2$.