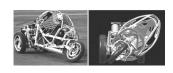
Modéliser les systèmes asservis dans le but de prévoir leur comportement

Chapitre 2 – Rapidité des systèmes

Sciences Industrielles de

l'Ingénieur

Colle 5



Véhicule Clever

Concours Banque PT SIA 2013

Savoirs et compétences :

Mise en situation

Le Clever, présenté sur la Figure 1, est un démonstrateur technologique développé par un tissu d'industriels européens – dont BMW, l'Institut Français du Pétrole (IFP) et de nombreux équipementiers – grâce au financement de l'Union Européenne. Clever est la contraction de Compact Low Emission VEhiclefor uRban tRansportation (véhicule compacte à faibles émissions pour le transport urbain) car, avec une consommation de seulement 2.5 L/100km, il s'annonce très écologique. Les premiers prototypes ont vu le jour en 2006. Ce type de véhicule pourrait être un des prochains commercialisés par BMW si le prix de vente peut être ramené sous la barre des 10 000 euros.





Figure 1 -Véhicule à trois roues Clever

Validation des critères principaux de la fonction technique « Transmettre la puissance mécanique »

Objectif L'objectif de cette partie est de vérifier l'aptitude de la chaine d'énergie choisie par le constructeur à valider certains critères de la fonction technique « Transmettre la puissance mécanique » qui a été proposée pour assurer la fonction technique FT1 « Modifier l'inclinaison de l'habitacle ». Pour cela, on mettra en place un modèle de comportement suffisamment pertinent pour appréhender les caractéristiques principales du comportement du système réel.

Fonction tech-	Critères d'appré- ciation	Niveau
nique		450 \ . 450
Transmettre la	Amplitude de	−45° à +45°
puissance	mouvement	
mécanique	Vitesse de rota-	de –45° à +45° en
	tion	1.5 s
Contrôler le mouvement de l'habitacle	Ć	1
	Écart statique	nul
	Écart de traînage	0°
	Temps de ré-	$\leq 0.1 \mathrm{s}$
	ponse à 5%	
	Marge de phase	comprise entre
		45°et 50°

Description du système d'inclinaison de l'habitacle

Le système d'inclinaison de l'habitacle est assuré par un système constitué:

- d'un calculateur qui détermine le mouvement et la position à donner à l'habitacle en fonction des conditions d'utilisation;
- d'un système hydro-mécanique de transmission de puissance et d'adaptation de mouvement;
- d'un système de contrôle de l'inclinaison de l'habitacle.

La chaîne de transmission de puissance et d'adaptation de mouvement est composée (Figure II.1) :

- d'une pompe à engrenages actionnée par le moteur à gaz via un système de poulies/courroie;
- d'un circuit hydraulique;
- de 2 vérins hydrauliques simple effet;
- d'un système mécanique d'adaptation de mouvement afin de transformer le mouvement de translation des tiges des vérins en rotation de l'habitacle.

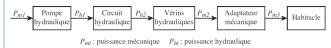


Figure II.1 - Chaîne de transmission de puissance

Les deux vérins hydrauliques transforment la puissance hydraulique venant du servo-distributeur afin d'incliner l'habitacle. Ceux-ci sont disposés entre l'habitacle et le châssis du module arrière de propulsion. Le calculateur autorise ou non, l'alimentation en huile de l'un des vérins provoquant la sortie de tige, pendant que l'huile s'évacue de l'autre vérin. Ainsi l'habitacle s'incline du coté



opposé au vérin alimenté. Lorsque l'habitacle est en position centrale, les tiges de vérin sont en position médiane.

Détermination du gain statique du servo-distributeur

L'orientation de l'habitacle est contrôlée par un asservissement de la position angulaire. L'architecture de cet asservissement est représentée par le schéma-bloc de la Figure II.3.

Le temps de réponse du servo-distributeur est suffisamment faible pour que l'on puisse modéliser son comportement par un gain pur noté K_s . Le comportement du capteur est supposé linéaire dans la gamme d'utilisation qui nous intéresse ici. On pose : $H_c(p) = C$ avec C = 1 V/rad.

À ce stade de l'étude, le modèle de comportement du fluide correspond à un comportement incompressible. L'équation caractérisant le comportement du vérin est alors : $q(t) = S\dot{\lambda}(t)$ où :

- *S* représente la section utile du vérin en sortie de tige (diamètre 32 mm);
- *q* est le débit en entrée de vérin;
- $\dot{\lambda}(t) = \frac{d\lambda(t)}{dt}$ est la vitesse de translation de la tige du vérin par rapport au corps.

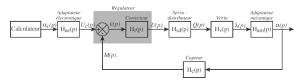


Figure II.3 – Architecture générale du contrôle de l'orientation de l'habitacle

Détermination du gain du servo-distributeur

On considère le schéma-bloc du Cahier Réponses.

Question 1 Donner l'expression de la fonction de transfert du vérin $H_{V1}(p)$ (telle que $\lambda(p) = H_{V1}(p)Q(p)$). Proposer une fonction de transfert de l'adaptateur électroniquer $H_{ae}(p)$ afin d'assurer l'asservissement angulaire de l'habitacle. Compléter le schéma-bloc associé à la modélisation actuelle du système.

Question 2 Déterminer la fonction de transfert en boucle fermée FTBF₁ (telle que $\alpha(p) = FTBF_1(p)\alpha_c(p)$) du système bouclé. Mettre FTBF₁(p) sous la forme $\frac{K_1}{1+\tau_1 p}$ en précisant les expressions de K_1 et de τ_1 .

Question 3 À partir du critère de temps de réponse à $5\%(t_{r5\%})$ du système, déterminer l'expression puis la valeur numérique minimale du gain du servo-distributeur.

Analyse des caractéristiques prévues par le modèle

On cherche ici à déterminer les caractéristiques de la régulation de la position angulaire de l'habitacle prévu par le modèle construit précédemment.

Question 4 Déterminer l'écart de traînage ε_{tr} prévu par le modèle actuel. Le critère de précision statique est-il satisfait?

On place un intégrateur dans le régulateur. On a alors : $H_r(p) = \frac{1}{n}$.

Question 5 La précision statique et l'écart de traînage sont-il satisfaits?

Question 6 Donner la valeur de la marge de phase. Conclure.

Modélisation du comportement dynamique

L'hypothèse d'incompressibilité formulée dans la partie précédente conduit à un modèle purement cinématique qui ne tient pas compte des effets dynamiques. On choisit d'utiliser un modèle de fluide compressible pour affiner l'analyse du comportement dynamique. L'étude est réalisée en considérant le véhicule Clever à l'arrêt en vue d'effectuer des premiers tests.

Modélisation du comportement du vérin avec fluide compressible

La compressibilité du fluide étant prise en compte dans le modèle, l'évolution du débit est une fonction du déplacement mais aussi de la pression sous la forme de la relation (1). L'effort exercé par le vérin en sortie de tige est décrit par la relation (2).

$$q(t) = S\dot{\lambda}(t) + \frac{V_0}{B}\dot{p}_r(t)$$
 (1) $F_V(t) = Sp_r(t)$ (2)

où:

- $p_r(t)$: pression utile dans le vérin;
- V_0 : volume caractéristique moyen de fluide contenu dans le vérin et les durites, $V_0 = 2.5 \times 10^5 \,\mathrm{m}^3$;
- B: coefficient de compressibilité du fluide, B = 109 Pa;
- $F_{\nu}(t)$: effort développé par le vérin en sortie de tige;
- S : section utile du vérin en sortie de tige.

On a de plus $F_{\nu}(t) + k_g \lambda(t) = m_{\rm eq} \ddot{\lambda}(t)$ avec $m_{\rm eq}$ la masse équivalente du système, k_g une constante, $\lambda(t)$ le déploiement des vérins.

Question 7 Appliquer la transformation de Laplace aux équations précédentes et compléter le schéma-blocs.

Analyse du comportement global

Objectif L'objectif de cette partie est d'analyser le comportement décrit par le modèle de fluide compressible. Afin de valider le modèle établi, on se propose d'étudier le comportement en boucle fermée de la chaîne fonctionnelle de commande du vérin.

Question 8 Donner l'expression de la fonction de transfert en boucle fermée du vérin H_{V2} (telle que $\lambda(p) = H_{V2}(p)Q(p)$) et préciser les expressions des coefficients K_V et ω_V de sa forme canonique : $H_{V2}(p) = \frac{K_V}{\binom{n^2}{2}}$.



Question 9 Montrer à partir des valeurs numériques des termes de ω_V et de K_V que le terme k_g peut être négligée (on rappelle : $e=0.5\,\mathrm{m}$). Ceci revient à enlever le bloc associé à ce paramètre du schéma-blocs. On conservera cette simplification dans toute la suite du sujet.

Modélisation du comportement dynamique avec prise en compte d'un débit de fuite

Pour pallier le problème de stabilité du modèle précédemment établi, une solution possible consiste à introduire un débit de fuite au niveau du vérin. Celui-ci a pour effet de réduire artificiellement le débit réel entrant dans le vérin en fonction de la pression utile. L'expression du débit est alors : $q(t) = S\dot{\lambda}(t) + \frac{V_0}{B}\dot{p}_r(t) - \delta\,p_r(t)$ où δ représente le coefficient de débit de fuite.

Question 10 Proposer une modification du schémablocs donné afin de prendre en compte le débit de fuite.

Question 11 Déterminer l'expression de la fonction de transfert H_{V3} (telle que $\lambda(p) = H_{V3}Q(p)$) associée au comportement dynamique du vérin ainsi modélisé. On donnera le résultat sous la forme suivante : $H_{V3}(p) =$

$$\frac{K_V}{p\left(1+a_1p+\frac{p^2}{\omega_V^2}\right)}$$
. Donner l'expression de a_1 en fonction de a_2 en fonction de a_1 en fonction de a_2 et déterminer l'expression du coefficient

de M_{eq} , δ et S et déterminer l'expression du coefficient d'amortissement ξ_V du second ordre en fonction de M_{eq} , δ , S, B et V_0 .

Analyse du comportement global et détermination de la valeur limite du coefficient de débit de fuite

L'objectif de cette partie est d'analyser le comportement dynamique prévu par le modèle développé précédemment. Pour cela, on considère le système modélisé par le schéma bloc de la Figure II.3.

Question 12 Déterminer la valeur numérique de ω_V .

Quels que soient les résultats obtenus précédemment, on prendra les valeurs numériques suivantes : $C=1V/\mathrm{rad},~K_S=65\times10^{-4}~\mathrm{m}^3~\mathrm{s}^{-1}~\mathrm{V}^{-1},~K_V=1.25\times10^3~\mathrm{m}^{-2}~\mathrm{s},~R=7.5~\mathrm{rad/m}.$

Question 13 Tracer le diagramme asymptotique de Bode de la fonction de transfert en boucle ouverte FTBO1 du système asservi, avec : $M(p) = FTBO_1(p)\varepsilon(p)$.

Question 14 Déterminer la valeur limite de ξ_V assurant la stabilité du modèle. À partir de l'expression de ξ_V déterminer la valeur numérique limite du coefficient de débit de fuite δ .

Validation des critères principaux de la fonction technique « Contrôler le mouvement de l'habitacle »

Objectif L'objectif de cette partie est de définir le correcteur et de déterminer les valeurs numériques de ses paramètres caractéristiques, afin d'obtenir un asservissement en poursuite du mouvement de l'habitacle validant les critères de la fonction technique FT13 « Contrôler le mouvement de l'habitacle » qui a été proposée pour assurer la fonction technique FT1 « Modifier l'inclinaison de l'habitacle ».

Synthèse des résultats obtenus précédemment

On considère le schéma-blocs de la figure III.1 avec :

$$H_C(p) = C$$
 $H_{sd}(p) = K_S$ $H_{am}(p) = R$ $H_V(p) = \frac{1}{p(1)}$

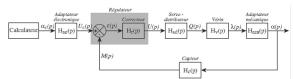


Figure III.1 - Architecture générale du contrôle de l'orientation de l'habitacle

Quels que soient les résultats obtenus précédemment, on prendra les valeurs numériques suivantes : $C=1\,\mathrm{V/rad}$ $K_S=3\times10^{-3}\,\mathrm{m^3\,s^{-1}\,V^{-1}},\,K_V=1.25\times10^3\,\mathrm{m^{-2}\,s}$ $R=7.5\,\mathrm{rad/m}$ $\omega_V=50\,\mathrm{rad\,s^{-1}},\,\xi_V=0,5.$

Le temps de réponse de l'adaptateur électronique est suffisamment faible comparativement aux temps caractéristiques des autres systèmes pour que l'on puisse modéliser son comportement temporel par un gain pur $K_{\rm ae}$.

Question 15 Donner l'expression de K_{ae} pour que l'écart $\varepsilon(t)$ ait un sens.

Première correction

Afin de répondre au critère du cahier des charges concernant la précision statique du système, on choisit de placer un intégrateur comme premier correcteur : $H_r(p) = \frac{K_i}{p}$.

Question 16 On donne sur le Cahier Réponses le diagramme de Bode de la fonction de transfert en boucle ouverte $FTBO_2(p)$ du système asservi pour $K_i = 1$ et telle que $M(p) = FTBO_2(p).\varepsilon(p)$. Déterminer, en expliquant clairement la méthode employée, la valeur de K_i qui permet d'obtenir la dynamique souhaitée.

On donne en annexe page 8 la définition d'un correcteur à avance de phase.

Question 17 Combien de correcteurs à avance de phase réglés pour apporter chacun 50° au maximum faudrait-il incorporer dans le régulateur pour satisfaire le critère de marge de phase du cahier des charges?

On souhaite réaliser une simulation du comportement temporel du système ainsi corrigé pour un passage de 0 à 45°de l'habitacle en 0.75 s. Le signal de consigne



est donné sur la Figure III.2. Le logiciel de simulation ne possède pas de bloc de signal d'entrée correspondant à ce type de fonction, mais il est possible d'utiliser des blocs de type « rampe » possédant les critères :

- pente de la rampe;
- instant de départ de la rampe.

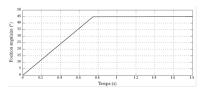


Figure III.2 - Signal de consigne pour une simulation d'une rotation de 0 à 45°en 0.75 s

Question 18 Donner les paramètres à entrer dans les 2 blocs de type « rampes » et préciser l'opération mathématique à effectuer entre les deux blocs afin d'obtenir le signal présenté sur la Figure III.2.

La réponse obtenue par la simulation est présentée sur la Figure III.3.

Question 19 Quels sont les critères non satisfaits?

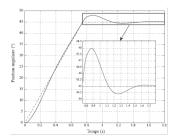


Figure III.3 - Résultat de la simulation du passage de de 0 à 45°en 0.75 s

Deuxième correction

Plusieurs réglages du correcteur précédent ont été réalisés mais aucun n'a pu apporter satisfaction quant aux différents critères du cahier des charges. Le problème de fond ici est lié au fait que la pulsation de coupure ω_V du mode de second ordre de la fonction de transfert du vérin est inférieure à la pulsation à 0 dB souhaitée pour garantir une dynamique suffisante du système bouclé. On souhaite donc augmenter la valeur de la pulsation de coupure ω_V afin de garantir au moins deux décades d'écart avec la pulsation à 0 dB de la fonction de transfert en boucle ouverte du système.

Question 20 Quelle valeur de diamètre du vérin permet de vérifier la condition précédente. Cette valeur est-elle réaliste?

On décide alors de remédier à ce problème par un filtre électronique du second ordre de type Notch de fonc-

$$H_N(p) = \frac{1 + \frac{2\xi_n}{\omega_n} p + \frac{p^2}{\omega_n^2}}{1 + \frac{2\xi_d}{\omega_d} p + \frac{p^2}{\omega_d^2}}.$$

Le réglage optimum du correcteur doit compenser parfaitement le mode de second ordre de la fonction de | teur à avance de phase.

transfert du vérin. Pour cela, on effectue un essai afin d'identifier les caractéristiques de ce mode. Aucun réglage spécifique du débit de fuite n'a été réalisé, la compensation du mode rendant inutile cette étape.

Une tension de consigne $u_e(t) = 0.02u(t)$ (avec u(t) l'échelon unitaire) est envoyée en entrée du servodistributeur. Une génératrice tachymétrique, dont le comportement est modélisé par un gain pur $K_{gt} = 2 \text{V rad}^{-1} \text{ s}$, mesure la vitesse de rotation de l'habitacle. Cette tension est notée $m_{\omega}(t)$. Le résultat de cet essai est donné sur la Figure de la question 24 du Cahier Réponses.

Question 21 Compléter sur le Cahier Réponses le schéma-blocs représentant cet essai et déterminer la fonction de transfert H_{essai} telle que : $M_{\Omega}(p) = H_{essai}(p)U_e(p)$.

Question 22 En vous aidant du graphe de la Figure III.4, déterminer les valeurs numériques expérimentales de ω_{ν} et ξ_v à partir de la courbe obtenue expérimentalement tracée sur le Cahier Réponses.

Question 23 Quels inconvénients sur le comportement réel du système peuvent découler de cette méthode consistant à vouloir compenser le mode de second ordre de la fonction de transfert du vérin par ce type de filtre électronique?

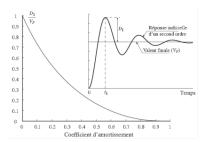


Figure III.4 - Évolution du premier dépassement relatif à la valeur finale en fonction du coefficient d'amortissement (pour une fonction de transfert du second ordre)

On suppose par la suite que le numérateur du filtre Notch compense parfaitement le mode de second ordre de la fonction de transfert du vérin. On adopte les caractéristiques suivantes pour le dénominateur :

- $\omega_d = 1000 \,\text{rad}\,\text{s}^{-1}$; $\xi_d = 1$.

Afin de satisfaire le critère de précision statique du cahier des charges on place un premier correcteur de type intégrateur non unitaire de fonction de transfert :

$$H_{\text{cor2}}(p) = \frac{K_{\Omega}}{p}.$$

La valeur de K_{Ω} est déterminée afin d'obtenir une pulsation à 0 dB de la fonction de transfert en boucle ouverte de 65 rad s⁻¹. Le diagramme de Bode de cette fonction de transfert est donné sur la Figure III.5. On complète le régulateur par un correcteur à avance de phase de fonction de transfert : $H_{\rm av}(p) = K_{\rm av} \frac{1 + a_{\rm av} \tau_{\rm av} p}{1 + \tau_{\rm av} p}$ avec $a_{\rm av} > 1$.

de transfert :
$$H_{av}(p) = K_{av} \frac{1 + a_{av} \tau_{av} p}{1 + \tau_{av} p}$$
 avec $a_{av} > 1$.

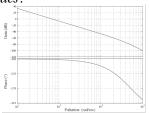
On donne en annexe page 8 la définition d'un correc-



Question 24 Déterminer les valeurs approximatives des paramètres a_{av} , τ_{av} et K_{av} qui permettent de satisfaire le critère de marge de phase du cahier des charges tout en conservant une pulsation à 0 dB de 65 rad s⁻¹.

Le régulateur étant a priori optimisé, on réalise un essai de validation du comportement temporel de l'inclinaison de l'habitacle, le véhicule étant à l'arrêt. Le calculateur envoie un signal de consigne représentant l'évolution de la position angulaire souhaitée (de 0 à 45° en 0.75 s). La tension délivrée par le capteur angulaire est récupérée par un convertisseur analogique-numérique afin de tracer sur un ordinateur l'évolution temporelle de l'inclinaison de l'habitacle mesurée en degrés. Les deux courbes sont données sur la Figure III.6.

Question 25 Quels sont les critères du cahier des charges validés?



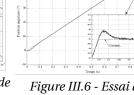


Figure III.5 - Diagramme de Bode de la Fonction de Transfert en Boucle Ouverte après correction Intégrale

Figure III.6 - Essai de validation : passage de 0 à 45° en 0.75 s

Annexe : Caractéristiques fréquentielles d'un correcteur à avance de phase

Sur la figure sont précisés les diagrammes de Bode d'un correcteur à avance de phase de fonction de transfert : $H_{\rm av}(p) = K_{\rm av} \frac{1+a_{\rm av}\tau_{\rm av}p}{1+\tau_{\rm av}p}$ avec $a_{\rm av}>1$. La phase maximum φ_m est reliée au paramètre $a_{\rm av}$ par la relation suivante : $\varphi_m = \frac{a_{\rm av}-1}{a_{\rm av}+1}$.

