

1 Systèmes d'ordre 1

Définition Les systèmes du premier ordre sont régis par une équation différentielle de la forme suivante :

$$\tau \frac{ds(t)}{dt} + s(t) = K e(t)$$

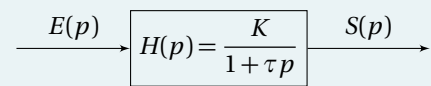
Dans le domaine de Laplace, la fonction de transfert de ce système est donc donnée par :

$$H(p) = \frac{S(p)}{E(p)} = \frac{K}{1 + \tau p}$$

On note :

- τ la constante de temps en secondes ($\tau > 0$) ;
- K le gain statique du système ($K > 0$).

Schéma-bloc d'un système du premier ordre :



Résultat — Réponse à un échelon d'un système du premier ordre.

On appelle réponse à un échelon, l'expression de la sortie s lorsque on soumet le système à un échelon d'amplitude E_0 . Lorsque $E_0 = 1$ ($1/p$ dans le domaine de Laplace) on parle de **réponse indicielle**. Ainsi, dans le domaine de Laplace :

$$S(p) = E(p)H(p) = \frac{E_0}{p} \frac{K}{1 + \tau p}.$$

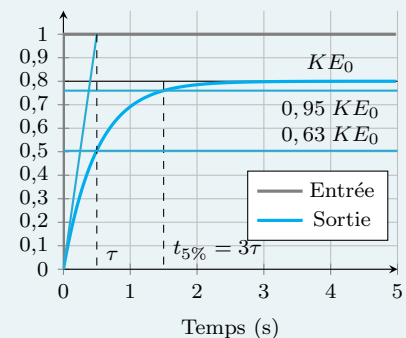
Analytiquement, on montre que $s(t) = K E_0 u(t) (1 - e^{-t/\tau})$.

Si la réponse indicielle d'un système est caractéristique d'un modèle du premier ordre (pente à l'origine non nulle et pas d'oscillation), on détermine :

- le gain à partir de l'asymptote $K E_0$;
- la constante de temps à partir de $t_{5\%}$ ou du temps pour 63 % de la valeur finale.

Les caractéristiques de la courbe sont les suivantes :

- valeur finale $s_\infty = K E_0$;
- pente à l'origine **non nulle** ;
- $t_{5\%} = 3\tau$;
- pour $t = \tau$, $s(\tau) = 0,63 s_\infty$.



Résultat — Réponse à un échelon d'un système du deuxième ordre.

On appelle réponse à une rampe, l'expression de la sortie s lorsque on soumet le système à une fonction linéaire de pente k :

$$S(p) = E(p)H(p) = \frac{k}{p^2} \frac{K}{1 + \tau p}.$$

Analytiquement, on montre que $s(t) = K k (t - \tau + \tau e^{-t/\tau}) u(t)$.

Les caractéristiques de la courbe sont les suivantes :

- pente de l'asymptote $K k$;
- $\varepsilon_v = k K \tau$;
- intersection de l'asymptote avec l'axe des abscisses : $t = \tau$.

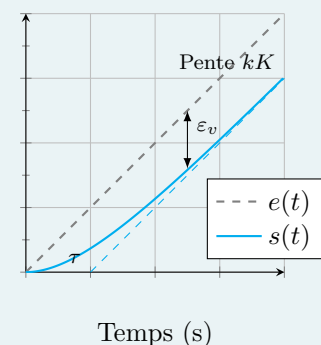


Diagramme de Bode

2 Systèmes d'ordre 2

Définition
Réponse à un échelon
Réponse à une rampe
Diagramme de Bode