Cycle 01

Modéliser le comportement linéaire et non linéaire des systèmes multiphysiques

Révisions 5 – Modélisation des SLCI

Sciences Industrielles de l'Ingénieur

PSI★ – MP

Activation 01

Système de freinage d'un TGV DUPLEX

Concours Centrale Supelec PSI 2006

Savoirs et compétences :

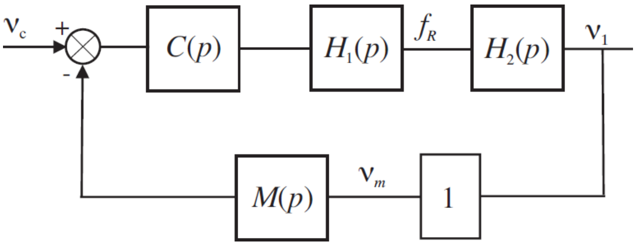
- ❐ ...

Mise en situation

L'objet de cette étude est l'analyse du système de freinage mécanique à énergie pneumatique, installé sur les TGV Duplex. Par soucis de sécurité, on souhaite en particulier éviter le blocage des roues (phénomène appelé enrayage) lors du freinage. Pour cela il est nécessaire de maîtriser la vitesse de glissement entre la roue et le rail.

Objectif L'objectif est d'étudier la loi de commande du dispositif d'anti-enrayage et plus précisément le calcul du correcteur de la boucle de régulation.

On suppose, pour la suite, que l'architecture de la boucle de régulation est représentée sur la figure suivante où v_c est la consigne de glissement.



Structure de la chaîne de régulation de glissement

On note :

- $H_1(p)$ la fonction de transfert de l'actionneur de freinage (vérin pneumatique + électrovalve);
- $H_2(p)$ la fonction de transfert de la roue au freinage;
- $C(p)$ le correcteur de la boucle de régulation;
- $M(p)$ la fonction de transfert de la chaîne de mesure du glissement,cette chaîne comporte un filtre destiné à limiter l'impact des bruits de mesure;
- v_m : glissement estimé.

On adoptera pour la suite : $H_1(p) = \dfrac{2000}{1+0,1p+0,01p^2}$ et $M(p) = \dfrac{1}{1+0,05p}$.

Pour une vitesse de train $V_T = 200\,\text{km}\,\text{h}^{-1}$, le cahier des charges est résumé par les données du tableau suivant et les données numériques utilisées sont données ci-dessous. Enfin, les problèmes liés à l'évolution de la vitesse V_T ne font pas l'objet de cette étude.

On a $M = 8200\,\text{kg}$, $V_T = 200\,\text{km}\,\text{h}^{-1}$, $I/r^2 = 400\,\text{kg}$, $g = 10\,\text{m}\,\text{s}^{-2}$.

Marges de stabilité, performances en boucle ouverte	
Pulsation de coupure à 0 dB	$\omega_c \simeq 1\,\text{rad}\,\text{s}^{-1}$
Marge de phase	$\Delta\varphi \geq 60°$ au point de fonctionnement nominal B
Stabilité quel que soit le point de fonctionnement sur la caractéristique $\mu = f(v)$	
Réponse à un échelon de consigne de glissement	
Écart en régime permanent	Nul
Temps du 1er maximum	$t_m \leq 3.5\,\text{s}$
Dépassement	$D \simeq 18\,\%$
Réponse à une variation en échelon de l'adhérence	
Écart en régime permanent	Nul
Temps de réponse	$t_r \leq 9\,\text{s}$

Cahier des charges de la boucle de régulation de glissement pour $V_T = 200\,\text{km}\,\text{h}^{-1}$

Analyse des réponses fréquentielles en boucle ouverte

On donne la fonction de transfert entre le glissement relatif et la force de freinage : $\dfrac{v_1(p)}{F_R(p)} = \dfrac{45\cdot 10^{-6}}{p}$.

Question 1 *En prenant $C(p) = 1$, compléter par le tracé asymptotique le diagramme de Bode de la fonction de transfert en boucle ouverte fourni en annexe 3 en justifiant le tracé sur la copie (document réponse à joindre obligatoirement avec la copie). Pour la suite, vous pourrez adopter sans aucune justification le diagramme de Bode de l'annexe 3.*

Correction

Synthèse du régulateur de la boucle de régulation

On décide d'implémenter un régulateur de type P.I. dont la fonction de transfert est : $C(p) = K_r\left(1 + \dfrac{1}{T_i p}\right)$.

Question 2 *Calculer la valeur que doit prendre l'argument $C(p)$ de afin d'assurer la marge de phase imposée par le cahier des charges à la pulsation de coupure ω_c souhaitée.*

Correction

Question 3 *Calculer la valeur minimale, T_{imin}, que l'on peut conférer à la constante T_i de l'action intégrale du régulateur.*

Correction

Question 4 *En adoptant $T_i = T_{imin}$, déterminer alors le gain K_r du régulateur permettant de satisfaire la pulsation de coupure et la marge de phase souhaitées.*

Correction

Question 5 *Le système étant bouclé par le régulateur dimensionné à la question précédente, déterminer la marge de gain. Conclure sur les marges de stabilité obtenues.*

Correction

Vérification du cahier des charges vis-à-vis de la consigne de glissement

Le correcteur de la boucle de régulation du dispositif d'anti-enrayage a été déterminé à partir de considérations sur la réponse fréquentielle en boucle ouverte (pulsation de coupure à 0 dB et marge de phase). Aussi l'objectif de cette partie est de vérifier que le correcteur déterminé permet de satisfaire le cahier des charges. Cette vérification concerne d'une part les performances vis-à-vis des variations de la consigne de glissement : temps du 1er maximum, dépassement, écart en régime permanent et d'autre part la réponse vis-à-vis des variations d'adhérence.

Au regard de la réponse fréquentielle en boucle fermée $F(p) = \dfrac{v_1(p)}{v_c(p)}$, on décide de modéliser la transmittance correspondante par la fonction suivante : $F(p) = \dfrac{v_1(p)}{v_c(p)} = \dfrac{K_f\left(1+\tau_1 p\right)}{\left(1+\tau_2 p\right)^2\left(1+\dfrac{2\xi}{\omega_0}p+\dfrac{p^2}{\omega_0^2}\right)}$.

On supposera sans aucune justification que $\omega_0 > \dfrac{1}{\tau_2}$.

Question 6 *En examinant les diagrammes de Bode fournis en annexe 4 de la fonction de transfert en boucle fermée $F(p)$, justifier l'expression adoptée et compléter les diagrammes fournis par leur tracé asymptotique (document réponse à joindre obligatoirement avec la copie). Une tolérance sera admise pour les brisures, mais il est demandé d'assurer une très bonne concordance pour les comportements en haute fréquence et en basse fréquence.*

Correction

Question 7 *Proposer les valeurs numériques pour les différents paramètres associés à cette fonction de transfert.*

Correction

Question 8 *En justifiant votre réponse, montrer que l'on peut approcher la fonction de transfert $F(p)$ par la forme suivante : $F(p) = \dfrac{v_1(p)}{v_c(p)} = \dfrac{K_f\left(1+\tau_1 p\right)}{\left(1+\tau_2 p\right)^2}$.*

Correction

On donne la réponse temporelle vis-à-vis de la consigne de glissement : $f(t) = \left(\dfrac{\tau_2-\tau_1}{\tau_2^3}t+\dfrac{\tau_1}{\tau_2^2}\right)e^{-\frac{t}{\tau_2}}h(t)$.

Question 9 *Calculer le temps du 1er maximum et en déduire le dépassement en réponse à une variation en échelon de la consigne de glissement relatif $v_c(t) = v_{c0}\,u(t)$ où $u(t)$ désigne l'échelon unité.*

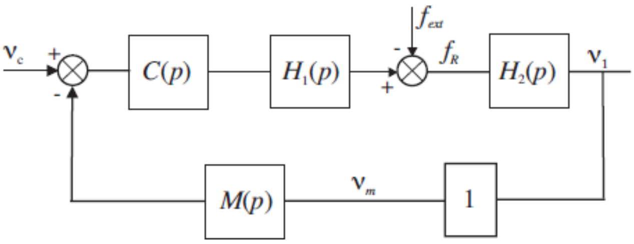
Correction

Question 10 *Vérifier le cahier des charges en réponse à une variation en échelon de la consigne de glissement relatif.*

Correction

Analyse des performances temporelles en réponse à des variations d'adhérence

La variation d'adhérence peut être modélisée en première approximation comme une force perturbatrice externe additive . On admet que cette modélisation conduit au schéma bloc représenté sur la figure ci-dessous.



On se propose dans cette partie d'évaluer les performances de la chaîne de régulation de freinage vis-à-vis de cette perturbation.

Question 11 *Déterminer la fonction de transfert $F_2(p) = \dfrac{v_1(p)}{F_{ext}(p)}$ entre le glissement et la force de perturbation que vous expliciterez en fonction des différentes transmittances de la boucle de régulation. En expliquant soigneusement votre démarche, montrer que le module de la réponse fréquentielle, notée $||F_2(j\omega)||$, de cette fonction peut être approché par la relation : $||F_2(j\omega)|| = \min\left[||H_2(j\omega)||; \dfrac{1}{||C(j\omega)H_1(j\omega)M(j\omega)||}\right]$.*

Correction

Question 12 *L'annexe 5 comporte le tracé de la fonction $\dfrac{1}{||C(j\omega)H_1(j\omega)M(j\omega)||}$, tracer directement sur cette* *annexe (document réponse à joindre obligatoirement avec la copie) le diagramme asymptotique de la fonction* $||H_2(j\omega)||$.

Correction

Question 13

Correction

Question 14 *En déduire la forme du tracé asymptotique de la fonction* $||F_2(j\omega)||$*. En analysant les brisures de ce diagramme et en supposant que le système bouclé est stable, donner directement sous forme numérique, l'expression de la fonction de transfert* $F_2(p)$ *entre le glissement et la perturbation due à la variation d'adhérence.*

Correction

Question 15 *Préciser les pôles de la fonction* $F_2(p)$ *déterminée à la question précédente et en justifiant votre réponse proposer une fonction approchée de cette fonction sous la forme :* $F_2(p)=\dfrac{K_2 p}{1+Tp}$.

Correction

Question 16 *En utilisant cette fonction de transfert, donner l'expression de l'évolution temporelle du glissement relatif* $v_1(t)$ *en réponse à une variation en échelon de la force perturbatrice* $F_{ext}=F_0 u(t)$ *, où* $u(t)$ *représente l'échelon unité et avec* $F_0=2000\,\mathrm{N}$.

Correction

Question 17 *Tracer l'allure de l'évolution temporelle du glissement relatif* $v_1(t)$ *en précisant la valeur initiale* $v_1(0)$*. En vous référant à des fonctions ou des résultats connus, déterminer un ordre de grandeur du temps de réponse* t_r *à partir duquel le glissement reste en dessous de 5 % de la valeur initiale* $v_1(0)$ *(valeurs à considérer en valeur absolue).*

Correction

Question 18 *Conclure sur les performances obtenues vis-à-vis des exigences du cahier des charges en réponse à des variations de l'adhérence.*

Correction