Modéliser le comportement des systèmes mécaniques dans le but d'établir une loi de comportement ou de déterminer des actions mécaniques en utilisant les méthodes énergétiques

Chapitre 1 - Approche énergétique

Sciences
Industrielles de

l'Ingénieur

TD

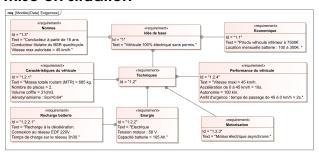


Renault Twizy - A TERMINER

Concours Mines Ponts – PSI 2017 Savoirs et compétences :

- Mod2.C18.SF1 : Déterminer l'énergie cinétique d'un solide, ou d'un ensemble de solides, dans son mouvement par rapport à un autre solide.
- Res1.C1.SF1 : Proposer une démarche permettant la détermination de la loi de mouvement.

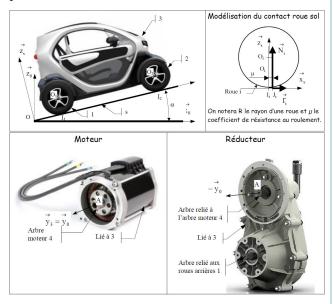
Mise en situation



Choix du motoréducteur

Objectif Mettre en place un modèle permettant de choisir un ensemble moto-réducteur afin d'obtenir les exigences d'accélération et de vitesse.

On donne le paramétrage et les données nécessaires pour cette modélisation.



Hypothèses générales:

- le vecteur z

 o est vertical ascendant et on notera g
 l'accélération de la pesanteur;
- le repère $(O, \overrightarrow{x_0}, \overrightarrow{y_0}, \overrightarrow{z_0})$ est galiléen; Le centre de gravité de l'ensemble voiture et charges est supposé rester dans le plan de symétrie de la voiture $(O, \overrightarrow{z_s}, \overrightarrow{x_s})$;

- toutes les liaisons sont supposées parfaites à l'exception du contact roue sol;
- les roues roulent sans glisser sur le sol en *I*_i;
- le coefficient de résistance au roulement μ est identique pour tous les contacts roue sol : $\mu = 3e 3m$. On pose $\overrightarrow{I_1} \overrightarrow{J_1} = \mu \overrightarrow{x_s}$, avec $\mu > 0$ si le déplacement du véhicule est suivant $+\overrightarrow{x_s}$;
- les frottements de l'air sur le véhicule seront négligés; seules les roues arrière sont motrices.

Actions mécaniques Le torseur des actions mécaniques du sol sur un ensemble, avant ou arrière, de

roues est :
$$\{\mathscr{F}(s \to i)\}\ = \left\{\begin{array}{c} T_i \overrightarrow{x_s} + N_i \overrightarrow{z_s} \\ \overrightarrow{0} \end{array}\right\}_{J_i} \text{ avec } J_i \in$$

 $(O, \overrightarrow{x_s}, \overrightarrow{y_s})$ et i=1 (roues arrières) ou 2 (roues avants). Le moteur permet d'appliquer un couple en 3 et 4 tel que

$$\{\mathscr{F}(3\to 4)\} = \left\{ \begin{array}{c} \overrightarrow{0} \\ C_m \overrightarrow{y_0} \end{array} \right\}_{-}.$$

Masses et inerties :

- le moment d'inertie du rotor moteur autour de son axe $(A, \overrightarrow{y_0})$: $J_m = 6 \times 10^{-3} \text{ kg m}^2$;
- le moment d'inertie d'une roue autour de son axe $(O_i, \overrightarrow{y_0}): J_R = 0.1 \text{ kgm}^2;$
- la masse du véhicule en charge : $m = 685 \,\mathrm{kg}$;
- le centre de gravité du véhicule en charge sera noté
 G:
- les autres inerties seront négligées.

Grandeurs cinématiques : Soit ω_m la vitesse de rotation de l'arbre moteur 4 par rapport à 3, ω_{13} la vitesse de rotation des roues arrière 1 par rapport à 3 et ω_{23} la vitesse de rotation des roues avant 2 par rapport à 3.

On notera r le rapport de transmission du réducteur tel que $\omega_m = r \omega_{13}$. On appellera $\overrightarrow{V(G \in 3/0)} = \overrightarrow{V}_{3/0} = v \overrightarrow{x_s}$ la vitesse du véhicule. Les roues ont un rayon $R = 280 \, \mathrm{mm}$.

Choix de l'ensemble moto-réducteur Équation de mouvement du véhicule

Objectif Objectif : Déterminer l'équation de mouvement nécessaire pour choisir l'ensemble motoréducteur.

Notations:

1

• puissance extérieure des actions mécaniques du solide i sur le solide j dans le mouvement de i par rapport à $0: \mathcal{P}(i \to j/0)$;



- puissance intérieure des actions mécaniques entre le solide i et le solide j : P (i ← j);
- énergie cinétique du solide i dans son mouvement par rapport à $0 : \mathcal{E}_c(i/0)$.

Question 1 Rédiger les réponses aux questions suivantes dans le cadre prévu à cet effet du document réponse :

- écrire la forme générale du théorème de l'énergie puissance appliqué au véhicule en identifiant les différentes puissances extérieures, les différentes puissances intérieures et les énergies cinétiques des différents éléments mobiles en respectant les notations précédentes;
- déterminer explicitement les différentes puissances extérieures;
- déterminer explicitement les différentes puissances intérieures;
- déterminer explicitement les énergies cinétiques;
- en déduire une équation faisant intervenir C_m , N_1 , N_2 , v, ω_m , $\omega_{1/0}$, $\omega_{2/0}$;
- expliquer pourquoi l'équation obtenue n'est pas l'équation de mouvement du véhicule.

Question 2 À partir des théorèmes généraux de la dynamique, déterminer une équation supplémentaire qui permet simplement de déterminer $(N_1 + N_2)$. Puis avec l'équation précédente, écrire l'équation de mouvement du véhicule.

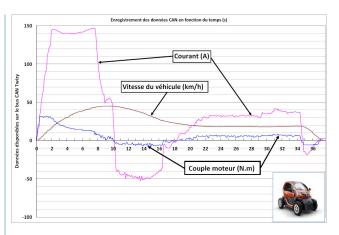
Question 3 Déterminer en énonçant les hypothèses nécessaires les relations entre (v,ω_{10}) , (v,ω_{20}) et (ω_m,ω_{10}) . Montrer que l'équation de mouvement du véhicule peut se mettre sous la forme $\frac{rC_m(t)}{R} - F_r(t) = M_{eq} \frac{dv(t)}{dt}$ avec $F_r(t)$ fonction de m, μ , g, R et α et M_{eq} fonction m, J_m , J_R , R et r.

Détermination du coefficient de résistance au roulement $\boldsymbol{\mu}$

Objectif Déterminer le coefficient de résistance au roulement μ suite à une expérimentation.

Question 4 En utilisant les résultats de l'essai routier effectué ci-dessous, il est possible de déterminer le coefficient de résistance au roulement μ . Proposer un protocole expérimental pour l'évaluer :

- justifier dans quelle phase se placer;
- définir la variable mesurée;
- définir les hypothèses nécessaires;
- énoncer les équations utilisées pour déterminer μ .



Choix du moto-réducteur

Objectif Choisir un ensemble moto-réducteur afin d'obtenir les exigences d'accélération et de vitesse.

Les courbes de l'évolution de l'accélération maximale $\frac{\mathrm{d} v(t)}{\mathrm{d} t}$ du véhicule obtenue pour 3 moteurs présélectionnés en fonction du rapport de transmission r issues de l'équation de mouvement du véhicule précédente sont fournies sur le document réponse.

Question 5 Déterminer la valeur minimale du rapport de transmission r_{mini} pour les 3 moteurs proposés qui permet d'obtenir l'accélération maximale moyenne souhaitée dans le diagramme des exigences.

Question 6 Déterminer la valeur maximale du rapport de transmission r_{max} qui permet d'obtenir au moins la vitesse maximale du véhicule souhaitée dans le diagramme des exigences.

Question 7 À partir des résultats précédents, choisir parmi les 3 moteurs proposés, celui qui respecte les exigences d'accélération et de vitesse souhaitées permettant la plus grande plage possible pour le rapport de transmission.

Validation du choix constructeur du moto-réducteur

Objectif Valider le choix du moto-réducteur fait par le constructeur.

Question 8 À partir de la vue 3D du réducteur choisi par le constructeur, compléter le schéma cinématique du document réponse, calculer son rapport de transmission $r = \frac{\omega_{4/3}}{\omega_{4/3}}$ et conclure.

