

## Colle 3



## Moto de trial électrique

E3A MP

## Savoirs et compétences :

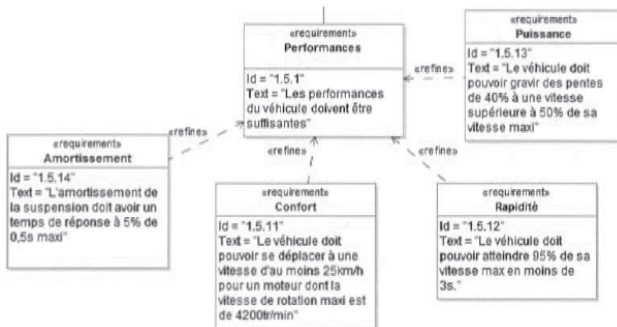
## Mise en situation

## Présentation

La motorisation électrique fait désormais partie intégrante du paysage des deux-roues motorisés. À l'image de l'industrie automobile, la propulsion électrique est le nouveau cheval de bataille de nombreux constructeurs de 2 roues, voire l'unique alternative aux soucis de pollution qu'elle soit chimique ou sonore. La culture d'entreprise d'Electric-Motion est essentiellement tournée vers l'électrique.

À l'heure actuelle l'offre moto électrique est réduite et les gammes sont plus que restreintes. Electric-Motion étend la gamme des possibilités offertes aux amateurs de 2 roues en proposant un modèle trial aux adeptes de « green motorcycle ».

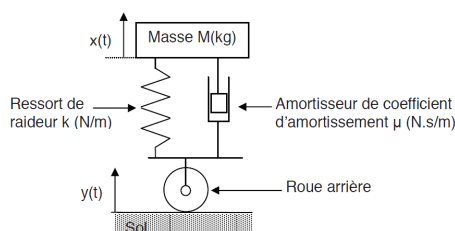
## Extrait des exigences fonctionnelles



## Vérification des performances de la suspension

**Objectif** Justifier le choix par le constructeur de l'amortisseur arrière et de son réglage.

La figure ci-dessous représente le modèle retenu pour l'amortisseur.



On suppose que l'origine de  $x(t)$  correspond à la situation où la moto roule avec un pilote dessus, en l'absence de défaut de la route.  $y(t)$  caractérise le profil de la route. L'équation de la résultante dynamique appliquée à la masse donne donc :

$$M \ddot{x}(t) = -k(x(t) - y(t)) - \mu(\dot{x}(t) - \dot{y}(t)).$$

On notera  $f(t)$  en temporel et  $F(p)$  sa transformée dans le domaine de Laplace.

**Question 1** Exprimer la fonction de transfert de l'amortisseur  $H(p) = \frac{X(p)}{Y(p)}$  sous forme canonique.

Pour la suite, on néglige le terme en  $p$  du numérateur.

**Question 2** Déterminer la pulsation propre du système  $\omega_0$ , le gain  $K_a$  et le facteur d'amortissement  $z$  en fonction de  $M$ ,  $k$  et  $\mu$ .

Lors de l'étude de l'équilibre de la moto, la masse de l'ensemble est répartie équitablement entre la roue avant et la roue arrière. On donne la masse  $M = 70 \text{ kg}$  de l'ensemble comprenant la moitié de la masse moto+pilote, et la raideur du ressort  $k = 70\,000 \text{ N/m}$ .

**Question 3** Choisir le coefficient d'amortissement  $\mu$  pour avoir un temps de réponse à 5% minimal.

## Influence de la pente sur la vitesse maximale de la moto

Le pilote demande une consigne en tension  $U_c$  au moteur à l'aide de la poignée d'accélérateur (comprise entre 0 et 48V). Le moteur va donc créer sur la poulie  $P_1$  un couple  $C_m$ . On souhaite connaître la vitesse à laquelle peut aller la moto en fonction de la pente. On aura donc, une consigne  $u_c(t)$  en volt et une réponse  $\omega_m(t)$  en rad/s.

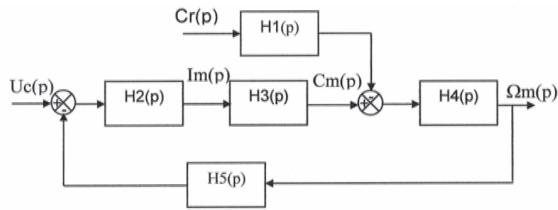
On se placera dans différents cas :

- sur le plat :  $C_r = 0 \text{ Nm}$ ;
- sur une faible pente (20%) :  $C_r = 110 \text{ Nm}$ ;
- sur une forte pente (40%) :  $C_r = 210 \text{ Nm}$ .

Hypothèses :

- on suppose que les roues de la moto restent en contact avec le sol, sans glisser;
- on appelle l'ensemble  $\Sigma = \{\text{Moto} + \text{Pilote} + \text{roueAV} + \text{roueAR} + \text{Arbre intermédiaire} + \text{Rotor}\}$ .

Le schéma-blocs suivant modélise la commande en vitesse du moteur :



En appliquant le théorème de l'énergie cinétique, on obtient :  $J_{eq} \dot{\omega}_m(t) = C_r(t) K_1 K_2 + C_m(t)$ .

**Question 4** En déduire les fonctions de transfert  $H4(p)$  et  $H1(p)$  littéralement.

Pour la suite du sujet, on prendra  $J_{eq} = 0,1 \text{ kg.m}^2$ . On assimile ce moteur brushless à un moteur à courant continu. Les équations du comportement du moteur sont donc :  $u_m(t) = R_m i_m(t) + L_m \frac{di_m(t)}{dt} + e(t)$ ,  $e(t) = K_e \omega_m(t)$ ,  $C_m(t) = K_m i(t)$ .

**Question 5** En déduire les fonctions de transfert :  $H2(p)$ ,  $H3(p)$  et  $H5(p)$ .

**Question 6** Montrer que l'on peut écrire  $\Omega_m(p)$  sous la forme :  $\Omega_m(p) = H_u(p) U_c(p) - H_{Cr}(p) C_r(p)$ . Pour cela, expliciter  $H_{Cr}(p)$  et  $H_u(p)$  en fonction des  $H1(p)$ ,  $H2(p)$ , ...  $H5(p)$ .

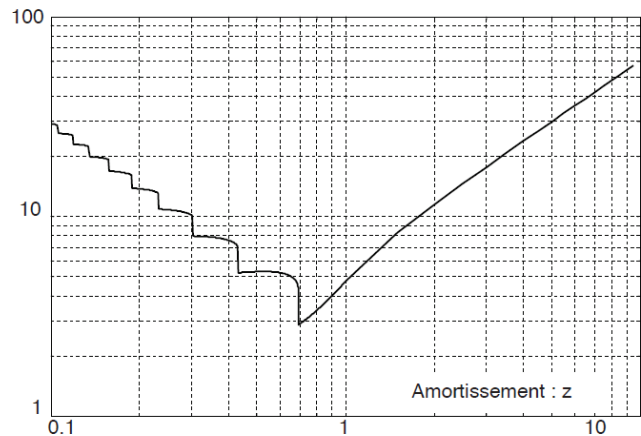
**Question 7** Dans le cas où  $C_r(p) = 0$ , déterminer la fonction de transfert du moteur en Boucle Fermée  $H_U(p) = \frac{\Omega_m(p)}{U_c(p)}$  sous la forme  $H_u(p) = \frac{K_v}{1 + \frac{2z}{\omega_0} p + \frac{p^2}{\omega_0^2}}$ .

**Question 8** Calculer les valeurs littérales de  $K_v$ ,  $z$  et  $\omega_0$ , puis faire l'application numérique.

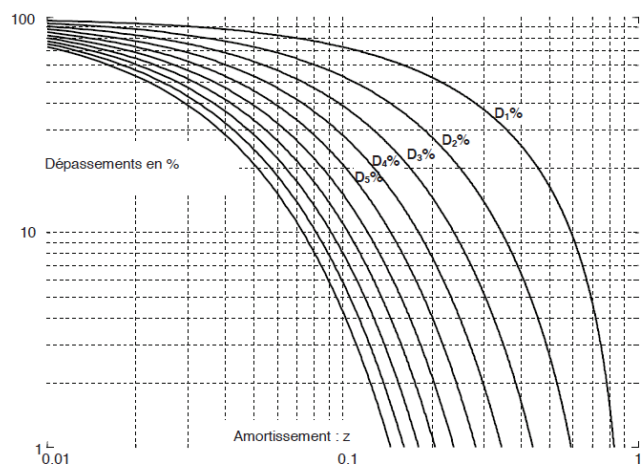
Pour la suite on prendra des valeurs suivantes :  $z = 0,8$  et  $\omega_0 = 1,55 \text{ rad/s}$ .

**Question 9** De quel ordre est ce système ? Calculer le temps de réponse à 5% et la valeur du premier dépassement de ce système à l'aide des abaques fournis ci-dessous. Conclure vis-à-vis des exigences fonctionnelles.

Temps de réponse réduit :  $T_{R5\%} \cdot \omega_0$



Dépassements relatifs d'un second ordre pseudo-périodique :  $D_k\%$

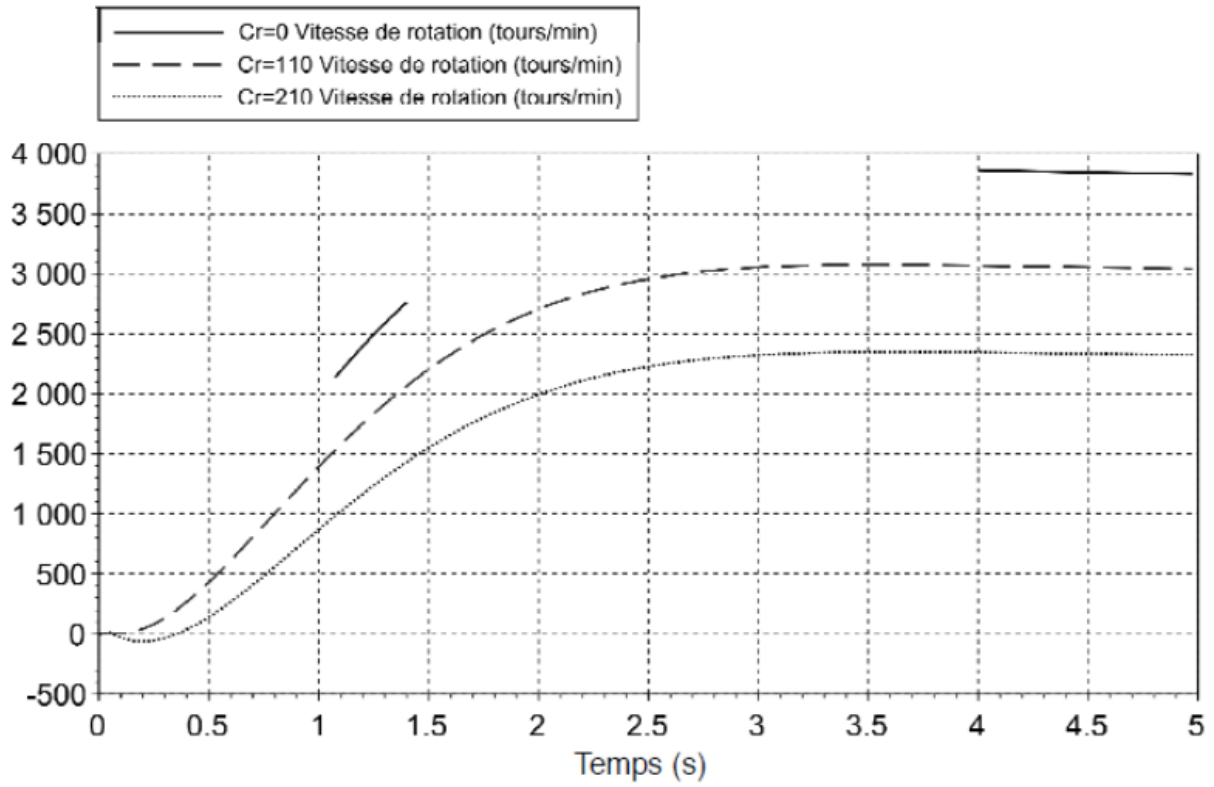


On rappelle la relation de la pseudo-période  $T$  d'une réponse indicielle d'un système de second ordre :  $T = \frac{2\pi}{\omega_0 \sqrt{1-z^2}}$ .

**Question 10** Compléter sur le document réponse la courbe de réponse en vitesse pour un  $C_r = 0 \text{ Nm}$  en indiquant sur la courbe les tangentes, le temps du 1<sup>er</sup> dépassement, le premier dépassement, et le  $T_{R5\%}$ .

On a sur la courbe du document réponse, la réponse à un échelon de commande (accélérateur à fond) de la moto qui roule à plat et pour 2 pentes différentes (20% et 40%).

**Question 11** Le temps d'accélération est-il changé ? Sur quelle valeur influence ce changement de pente ? Conclure vis-à-vis des exigences fonctionnelles.



**Question 12.**

On suppose classiquement que les conditions initiales sont nulles. Plus précisément :

$$y(0) = 0; \quad x(0) = 0 \text{ et } \dot{x}(0) = 0$$

$$\begin{aligned} Mp^2 X(p) &= -k(X(p) - Y(p)) - \mu p(X(p) - Y(p)) \\ (Mp^2 + \mu p + k) X(p) &= (\mu p + k) Y(p) \end{aligned}$$

$$H(p) = \frac{1 + \frac{\mu}{k}p}{1 + \frac{\mu}{k}p + \frac{M}{k}p^2}$$

Pour la suite on conservera donc :

$$H(p) = \frac{1}{1 + \frac{\mu}{k}p + \frac{M}{k}p^2} \quad (1)$$

**Question 13.**

Par identification on extrait de (1) :

$$K_a = 1; \quad \omega_0 = \sqrt{\frac{k}{M}} \text{ et } z = \frac{\mu}{2\sqrt{kM}}$$

**Question 14.**

Avec ce modèle de second ordre le temps de réponse minimal est obtenu pour

$$z = \frac{\sqrt{2}}{2} \text{ soit :}$$

$$\mu = \sqrt{2kM} = \sqrt{2 \times 70\,000 \times 70} \simeq 3130,5 \text{ kg} \cdot \text{s}^{-1}$$

**Question 16.**

$$H_1(p) = -K_1 K_2; \quad H_4(p) = \frac{1}{J_{eq} \cdot p}$$

**Question 17.**

$$H_5(p) = H_3(p) = K; \quad H_2(p) = \frac{1}{R_m + p \cdot L_m}$$

**Question 18.**

On applique ici le théorème de superposition :

$$\Omega_m(p) = \frac{\Omega_m(p)}{U_c(p)} \Big|_{C_r(p)=0} U_c(p) + \frac{\Omega_m(p)}{C_r(p)} \Big|_{U_c(p)=0} C_r(p)$$

$$H_U(p) = \frac{\Omega_m(p)}{U_c(p)} \Big|_{C_r(p)=0} = \frac{H_2 H_3 H_4}{1 + H_2 H_3 H_4 H_5}$$

$$H_{C_r}(p) = - \frac{\Omega_m(p)}{C_r(p)} \Big|_{U_c(p)=0} = \frac{H_1 H_4}{1 + H_2 H_3 H_4 H_5}$$

Question 19.

$$H_U(p) = \frac{\Omega_m(p)}{U_c(p)} \Big|_{C_r(p)=0} = \frac{\frac{K}{R_m + pL_m} \cdot \frac{1}{J_{eq} \cdot p}}{1 + \frac{K^2}{R_m + pL_m} \cdot \frac{1}{J_{eq} \cdot p}} = \frac{K}{K^2 + (R_m + pL_m) J_{eq} \cdot p}$$

$$H_U(p) = \frac{\frac{1}{K}}{1 + \frac{R_m J_{eq}}{K^2} \cdot p + \frac{J_{eq} L_m}{K^2} \cdot p^2}$$

Question 20.

$$K_v = \frac{1}{K}; \omega_0 = \frac{K}{\sqrt{J_{eq} L_m}}; z = \frac{R_m}{2K} \sqrt{\frac{J_{eq}}{L_m}}$$

$$K_v \simeq \frac{1}{0,12} \simeq 8,3 \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1} \cdot \text{V}^{-1}$$

$$\omega_0 \simeq \frac{0,12}{\sqrt{0,1 \times 60 \cdot 10^{-3}}} \simeq 1,6 \text{ rad/s}$$

$$z \simeq \frac{0,15}{2 \times 0,12} \sqrt{\frac{0,1}{60 \cdot 10^{-3}}} \simeq 0,8$$

Question 21.

Pour ce modèle de deuxième ordre nous pouvons estimer le temps de réponse à 5% à l'aide de l'abaque fourni :

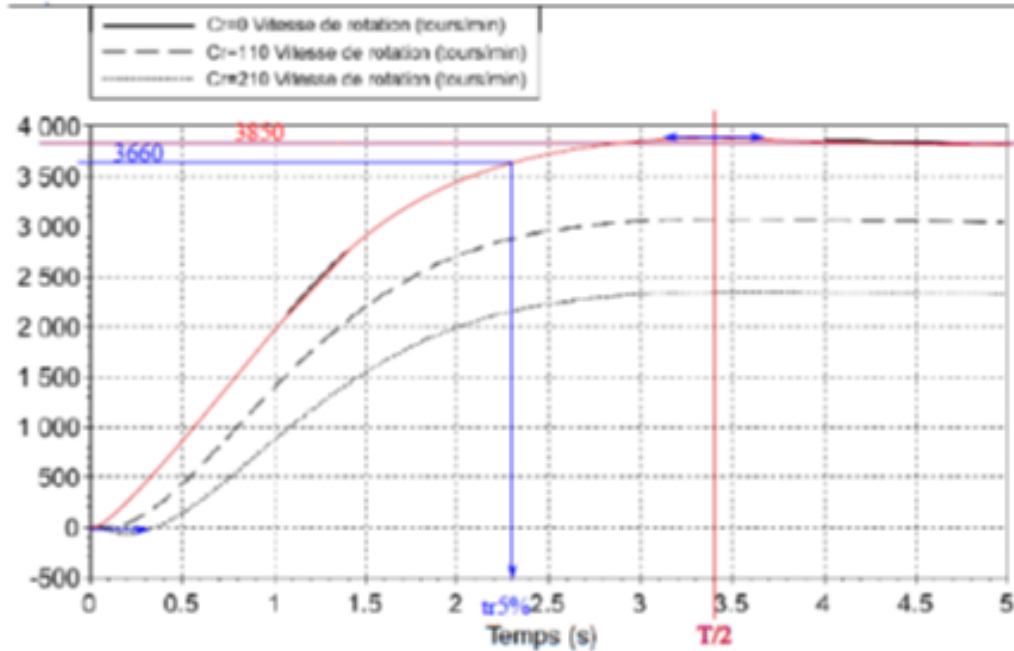
$$\omega_0 \text{tr}_{5\%} \simeq 3,5 \Rightarrow \text{tr}_{5\%} \simeq \frac{3,5}{1,55} \simeq 2,3 \text{ s}$$

$$D_{1\%}(z = 0,8) \simeq 1,5\%$$

Le  $\text{tr}_{5\%}$  estimé ici est inférieur au 3s indiqué dans le diagramme des exigences.

Question 22.

Question-38 Le temps du 1<sup>er</sup> dépassement :  $\frac{T}{2} \simeq \frac{\pi}{1,55\sqrt{1-0,8^2}} \simeq 3,4$  s ainsi que l'amplitude de ce premier dépassement :  $D_{1\%}(z = 0,8) \simeq \frac{1,5}{100} \times 3850 \simeq 58$  tr/min nous permet de placer un point... Le temps de réponse à 5% ( $0,95 \times 3850 \simeq 3660$  tr/min) permet de poser un second point. Le respect d'une tangente nulle à l'origine...



Question 23.

Le temps d'accélération — que j'interprète comme le temps du premier dépassement — ne semble pas modifié. Naturellement la vitesse maximale dépend fortement de la pente. La vitesse maximale pour une pente de 40% est d'environ 2350 tr/min ce qui, conformément au diagramme des exigences, reste supérieur au 50% de la vitesse maximale de 3850 tr/min atteint sur sol horizontal.