

## Colle 1



## Robot palettiseur Kuka

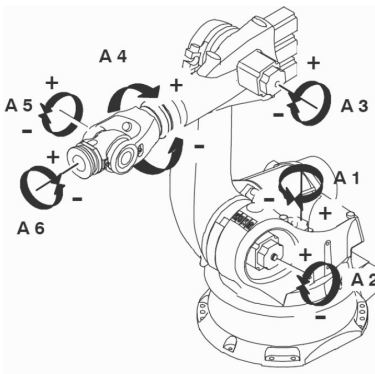
CCP MP 2010

## Savoirs et compétences :

\*\*\*\*

## Mise en situation

Le robot Kuka, objet de cette étude, a pour objectif la palettisation de bidons utilisés en agriculture biologique (compléments permettant d'améliorer les qualités nutritives des produits agricoles).



**Objectif** On s'intéresse à l'asservissement en position de l'axe A1. On souhaite s'assurer que la chaîne fonctionnelle d'asservissement permet de respecter les performances souhaitées en terme de précision, rapidité et stabilité tout en restant peu sensible aux variations de l'inertie du robot suivant la charge transportée.

L'axe A1 est mu par un servomoteur qui présente l'avantage de posséder une très faible inertie. Le comportement électromécanique de ce type de moteur est donné par les équations suivantes :  $u(t) = Ri(t) + e(t)$ ,  $e(t) = k_e \omega_m(t)$ ,  $J_e \frac{d\omega_m(t)}{dt} = c_m(t)$ ,  $c_m(t) = k_t i(t)$ .

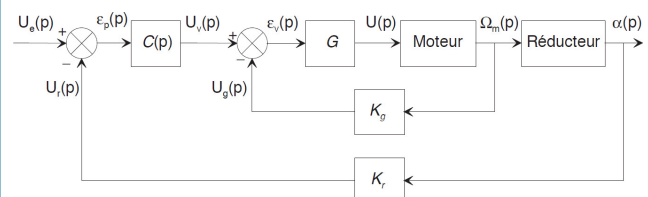
Avec  $u(t)$  la tension appliquée aux bornes du moteur,  $i(t)$  le courant d'induit,  $e(t)$  la force contre électromotrice,  $\omega_m(t)$  la vitesse de rotation du moteur,  $c_m(t)$  le couple délivré par le moteur et  $J_e$  l'inertie équivalente ramenée sur l'arbre moteur. Le réducteur retenu pour cette motorisation est un réducteur Harmonic-Drive. Les caractéristiques de l'ensemble moteur-réducteur sont les suivantes :

- $k_e = 0.2 \text{ V}/(\text{rad/s})$  : constante de force électromotrice ;
- $k_t = 0.2 \text{ Nm/A}$  : constante de couple ;
- $R = 2 \Omega$  : résistance de l'induit ;
- $N = 200$  : rapport de transmission.

L'inertie équivalente  $J_e$  ramenée sur l'arbre moteur est alors égale à :

- $J_{e,\text{mini}} = 5.25 \times 10^{-3} \text{ kgm}^2$  lorsque  $J_1 = J_{1,\text{mini}}$  ;
- $J_{e,\text{maxi}} = 9 \times 10^{-3} \text{ kgm}^2$  lorsque  $J_1 = J_{1,\text{maxi}}$ .

La chaîne fonctionnelle de l'asservissement de l'axe A1 est représentée ci-dessous. La boucle interne réalise une correction de vitesse à partir de la tension  $u_g(t)$  fournie par une génératrice tachymétrique de gain  $K_g$  montée en prise directe sur le moteur.  $G$  est le gain réglable de l'amplificateur de puissance.



La boucle externe réalise la correction de position à partir de la tension  $u_r(t)$  fournie par le capteur de position de gain  $K_r$  monté en prise directe sur l'arbre de sortie du réducteur. La fonction de transfert du correcteur est notée  $C(p)$ .

Les performances souhaitées sont les suivantes :

- pas d'écart de position ;
- écart de traînage lors d'un transfert à  $105^\circ \text{ s}^{-1}$  inférieur à  $1^\circ$  ;
- marge de phase de  $45^\circ$ .

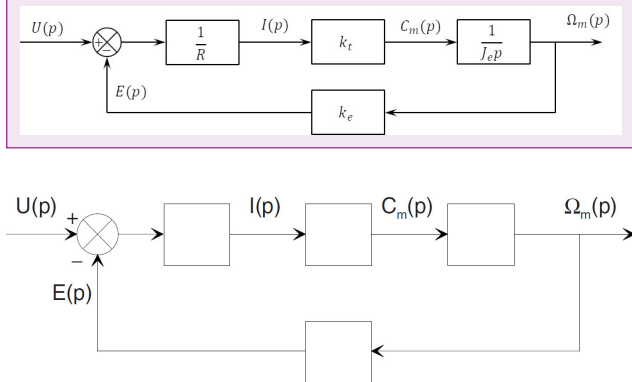
**Question 1** Déterminer les transformées de Laplace des équations du moteur en considérant nulles les conditions initiales.

## Correction

$$U(p) = RI(p) + E(p), E(p) = k_e \Omega_m(p), J_e p \Omega_m(p) = C_m(p), C_m(p) = k_t I(p).$$

**Question 2** Compléter le schéma-blocs par les transmittances manquantes.

**Correction**



**Question 3** En déduire la fonction de transfert  $M(p) = \frac{\Omega_m(p)}{U(p)}$  du moteur que l'on exprimera sous la forme canonique d'un système du premier ordre de gain  $K_m$  et de constante de temps  $\tau_m$ . Donner les expressions littérales de  $K_m$  et  $\tau_m$  et préciser leurs unités.

**Correction**

$$\text{On a } M(p) = \frac{\frac{k_t}{R J_e p}}{1 + \frac{k_t k_e}{R J_e p}} = \frac{k_t}{R J_e p + k_t k_e} = \frac{1/k_e}{\frac{R J_e}{k_t k_e} p + 1}$$

$$\text{On a } K_m = \frac{1}{k_e} \text{ (en rad/s/V), } \tau_m = \frac{R J_e}{k_t k_e} \text{ (en s).}$$

**Question 4** Calculer, suivant l'inertie  $J_e$  mini ou maxi du robot, les caractéristiques suivantes du moteur :

1. constante de temps  $\tau_m$  (mini et maxi);
2. temps de réponse à 5% (mini et maxi);
3. bande passante à -3 dB (mini et maxi).

Conclure quant à l'influence de l'inertie du robot sur les performances du moteur.

**Correction**

	$\tau_m$	$t_{5\%}$	BP -3 dB
$J_{e, \text{mini}}$			
$J_{e, \text{maxi}}$			

**Étude de la boucle de vitesse**

La tension  $u_g(t)$  en sortie de la génératrice tachymétrique varie de 0 à 12 V quand la vitesse de rotation du moteur varie de 0 à 3500 tr min<sup>-1</sup>.

**Question 5** En déduire la valeur du gain  $K_g$  de la génératrice tachymétrique (schéma-blocs du recto).

**Correction**

$$\text{On a directement, } K_g = \frac{12}{3500 \frac{2\pi}{60}} \simeq 0,03274 \text{ V s rad}^{-1}.$$

**Question 6** Déterminer, en fonction notamment de  $K_m$  et  $\tau_m$ , la fonction de transfert  $H(p) = \frac{\Omega_m(p)}{U_v(p)}$  que l'on exprimera sous la forme canonique d'un système du premier ordre de gain  $K'_m$  et de constante de temps  $\tau'_m$ . Donner les expressions littérales de  $K'_m$  et  $\tau'_m$  et préciser leurs unités.

**Correction**

$$H(p) = \frac{\frac{G K_m}{1 + \tau_m p}}{1 + \frac{G K_g K_m}{1 + \tau_m p}} = \frac{G K_m}{1 + \tau_m p + G K_g K_m} = \frac{K'_m}{1 + \tau'_m p}$$

$$\text{On a } K'_m = \frac{G K_m}{1 + G K_m K_g} \text{ et } \tau'_m = \frac{\tau_m}{1 + G K_m K_g}$$

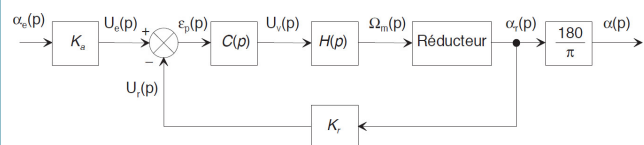
**Question 7** Montrer que, si  $G$  est très grand, on peut admettre que  $H(p) \simeq \frac{1}{K_g}$ .

**Correction**

Si  $G$  est très grand,  $K'_m$  tend vers 1 et  $\tau'_m$  tend vers 0.  
On a donc  $H(p) \simeq \frac{1}{K_g}$ .

**Étude de la boucle de précision**

La boucle de position est représentée ci-dessous.



On admet que :

- $H(p) = \frac{\Omega_m(p)}{U_v(p)} = \frac{30}{1 + 5 \cdot 10^{-3} p}$ ;
- $K_r = 4 \text{ V rad}^{-1}$  : gain du capteur de position;
- $K_a$  : gain de l'adaptateur du signal de consigne  $\alpha_e(t)$ ;
- le signal de consigne  $\alpha_e(t)$  est exprimé en degré;
- le correcteur  $C(p)$  est à action proportionnelle de gain réglable  $K_c$ .

**Question 8** Déterminer :

1. la fonction de transfert  $R(p) = \frac{\alpha_r(p)}{\Omega_m(p)}$ ;
2. le gain  $K_a$  de l'adaptateur.

**Correction**

$$\text{On a } R(p) = \frac{\alpha_r(p)}{\Omega_m(p)} = \frac{1}{N p} = \frac{1}{200 p}$$

Pour que l'asservissement soit précis, on doit avoir en régime permanent,  $\varepsilon(p) = 0$  et  $\alpha_e(p) = \alpha(p)$ . En conséquences,  $\varepsilon(p) = 0 \Leftrightarrow \alpha_e(p) K_a - \alpha_r(p) K_r = 0$   
 $\Leftrightarrow \alpha_e(p) K_a - \alpha(p) \frac{\pi}{180} K_r = 0 \Rightarrow K_a = \frac{\pi}{180} K_r$ .

**Question 9** Déterminer, en fonction notamment de  $K'_m$  et  $\tau'_m$ , la fonction de transfert en boucle ouverte  $T(p)$  que

*l'on exprimera sous forme canonique. En déduire l'expression du gain de boucle, noté  $K_{BO}$ .*

**Correction**

**Question 10** On souhaite une marge de phase de  $45^\circ$ .

1. Déterminer la valeur de  $K_{BO}$  permettant de satisfaire cette condition.
2. En déduire la valeur du gain  $K_c$  du correcteur.
3. Déterminer l'écart de position. Conclure vis-à-vis des exigences du cahier des charges.

**Correction**

On souhaite un écart de traînage inférieur à  $1^\circ$  pour

une consigne de vitesse de  $105^\circ/\text{s}$ .

**Question 11** Déterminer l'expression de  $\alpha_e(t)$  correspondant à une consigne de vitesse de  $105^\circ/\text{s}$ . En déduire  $\alpha_e(p)$ .

**Correction**

**Question 12** La valeur de  $K_{BO}$  définie question 10 permet-elle de satisfaire l'exigence de précision imposée par le cahier des charges? Conclure.

**Correction**