

Application

Application

Savoirs et compétences :

Modélisation par schéma-blocs

Méthode Dans le cas où vous ne savez pas comment démarrer, vous pouvez suivre la méthode suivante.

1. Identifier la grandeur physique d'entrée et la grandeur physique de sortie.
2. Lorsqu'une équation lie deux grandeurs physiques, réaliser le schéma-blocs associé à l'équation.
3. Lorsqu'une équation lie trois grandeurs physiques, réaliser le schéma-blocs associé à l'équation en utilisant un comparateur.
4. Relier les blocs en commençant par l'entrée. Inverser les blocs si nécessaire.

Modélisation du moteur à courant continu

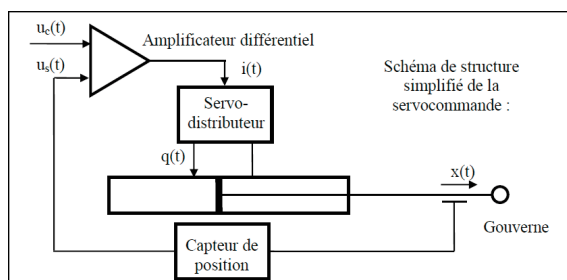
On donne les équations du moteur à courant continu :

- $u(t) = e(t) + Ri(t)L \frac{di(t)}{dt}$;
- $e(t) = K\omega(t)$;
- $c(t) = Ki(t)$;
- $c(t) - c_r(t) - f\omega(t) = J \frac{d\omega(t)}{dt}$.

Question 1 Réaliser le schéma-blocs.

Question 2 Exprimer $\Omega(p)$ en fonction de $U(p)$ et $C_r(p)$.

Modélisation d'une servo commande



Les différentes équations temporelles qui modélisent le fonctionnement d'une servocommande sont :

- un amplificateur différentiel défini par : $u_c(t) = \frac{i(t)}{K_a} + u_s(t)$;
- débit dans le vérin dans le cas d'une hypothèse de fluide incompressible $q(t) = S \cdot \frac{dx(t)}{dt}$;
- capteur de position : $u_s(t) = K_c \cdot x(t)$;
- le servo-distributeur est un composant de la chaîne de commande conçu pour fournir un débit hydraulique $q(t)$ proportionnel au courant de commande $i(t)$. (Attention, valable uniquement en régime permanent.) Le constructeur fournit sa fonction de transfert :

$$F(p) = \frac{Q(p)}{I(p)} = \frac{K_d}{1 + Tp}$$

où K_d est le gain du servo-distributeur et T sa constante de temps.

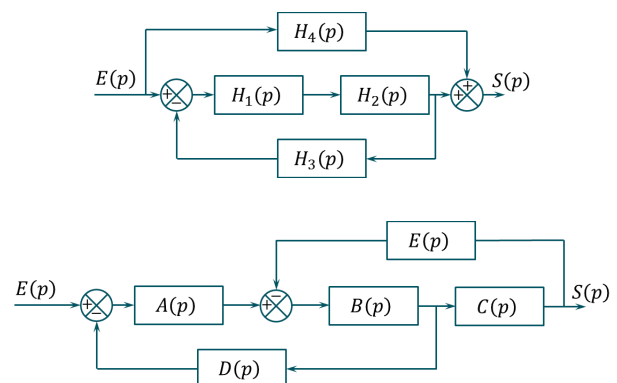
Question 1 Réaliser le schéma-blocs.

Question 2 Déterminer la fonction de transfert en boucle fermée.

Réduction de schéma-blocs

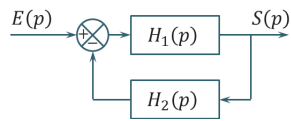
D'après ressources de V. Reydellet.

Question Réduire les schéma-blocs suivants.

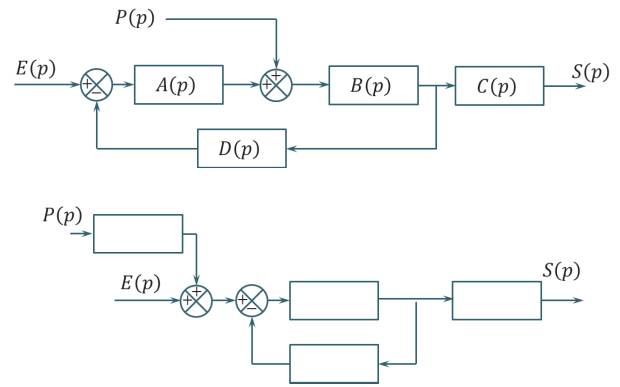


Transformation de schéma-blocs

Question Transformer le schéma-bloc suivant pour obtenir un schéma-blocs à retour unitaire.



Question Modifier le schéma-blocs suivant pour obtenir la forme proposée. Déterminer ensuite l'expression de $S(p)$ en fonction de $E(p)$ et $P(p)$.



Applications

Robot martien & Freinage d'Airbus

Florestan Mathurin & David Violeau

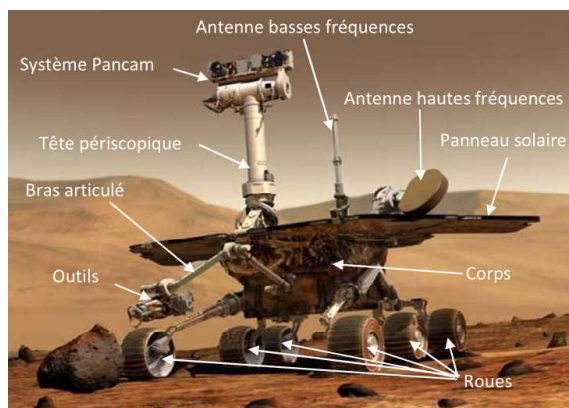
Savoirs et compétences :

Étude des performances des motoréducteurs équipant les roues d'un robot Martien

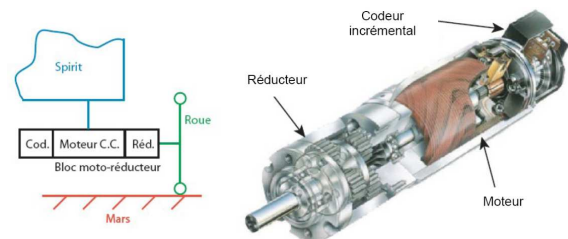
D'après concours X-ENS – PSI – 2005.

Adapté par Florestan Mathurin.

La mission Mars Exploration Rover (MER) est une Antenne basses fréquences mission spatiale confiée à la NASA. Elle a pour but Système Pancam d'explorer les sols de la planète Mars pour y Antenne hautes fréquences rechercher la présence ancienne et prolongée d'eau. Cette exploration est réalisée grâce à deux rovers Tête périscopique Panneau solaire automatiques lancées depuis Cap Canaveral. Le Bras articulé premier rover se nomme robot Spirit. Il a été lancé le 10 juin 2003 et s'est posé le 3 janvier 2004 dans le cratère Gusev. Le second rover se nomme robot Outils Corps Opportunity, il a été lancé le 8 juillet 2003 et s'est posé le 24 janvier 2004 sur Meridiani Planum.



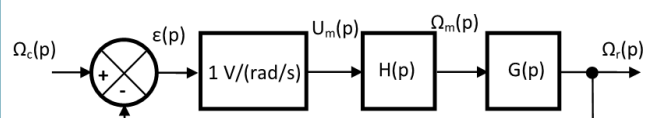
Pour faire avancer le robot, les six roues de Spirit sont équipées de motoréducteurs (le motoréducteur est un composant constitué d'un moteur, qui génère un mouvement de rotation, et d'un réducteur, qui réduit la vitesse de rotation du moteur par des engrenages) afin de faire tourner les roues. Le codeur incrémental permet de mesurer la rotation du moteur.



Les performances annoncées de la part du constructeur sont les suivantes :

Critères	Valeur
Vitesse de déplacement	1 km en moins de 2 heures
Pente du sol	+ / - 30°
Temps de réponse à 5%	< 200 ms

Le motoréducteur peut se représenter par le schéma bloc simplifié suivant :



Question 1 Déterminer le nom des composants qui réalisent les fonction $H(p)$ et $G(p)$.

Question 2 Déterminer la fonction de transfert en boucle fermée du système : $\frac{\Omega_r(p)}{\Omega_c(p)}$

On donne le modèle de connaissance du moteur courant continu du système :

$$u_m(t) = e(t) + R \cdot i(t) \quad e(t) = k_e \cdot \omega_m(t)$$

$$J \cdot \frac{d\omega_m(t)}{dt} = C_m(t) - f \cdot \omega_m(t) \quad C_m(t) = k_m \cdot i(t)$$

Avec :

- $u_m(t)$: tension du moteur ;
- $e(t)$: force contre électromotrice du moteur ;
- $i(t)$: intensité dans le moteur ;

- $C_m(t)$: couple exercé par le moteur ;
- $\omega_m(t)$: vitesse angulaire du moteur ;
- R, L, k_e, f et k_m sont constantes.

Question 3 En supposant les conditions initiales nulles (ce qui sera également supposé dans tout le reste de l'exercice), exprimer ces équations dans le domaine de Laplace.

Question 4 Montrer que, dans le domaine de Laplace, la relation entre $\Omega_m(p)$ et $U_m(p)$ peut s'écrire sous la forme : $\frac{\Omega_m(p)}{U_m(p)} = \frac{K_m}{1 + T_m p}$ où K_m et T_m sont deux constantes à déterminer.

L'application numérique des grandeurs physiques permet de trouver la fonction suivante : $\frac{\Omega_r(p)}{\Omega_c(p)} = \frac{K}{1 + T p}$, avec $K = 1$ et $T = 0,05$ s.

Question 5 Déterminer $\omega_r(t)$ lorsque l'ordinateur du robot demande un échelon de rotation $\omega_c(t) = \omega_{c0} \cdot u(t)$. Exprimer le résultat en fonction de K et T .

Question 6 Le robot, initialement immobile, bouge selon le déplacement $x_r(t)$ tel que $\frac{d}{dt} x_r(t) = R \cdot \omega_r(t)$ où R est rayon de la roue ($R = \text{constante}$). Déterminer $X_r(p)$ en fonction de $\Omega_r(p)$.

Question 7 Toujours dans le cas où l'ordinateur du robot demande un échelon de rotation $\omega_c(t) = \omega_{c0} \cdot u(t)$, déterminer la transformée de Laplace de $X_r(p)$ et en déduire $x_r(t)$.

La vitesse angulaire que l'ordinateur du robot impose est $\omega_{c0} = 2 \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}$. Le rayon de la roue est $R = 10 \text{ cm}$.

Question 8 Déterminer le temps que met le robot à parcourir 1 km, en négligeant la fonction exponentielle présente dans $x_r(t)$. Justifier a posteriori que la fonction exponentielle était bien négligeable. Conclure quant à la capacité du robot à satisfaire la performance de vitesse de déplacement.

Système de freinage de l'A318

D'après ressources UPSTI – David Violeau.

Présentation du système

Le freinage est une des fonctions vitales d'un avion, au même titre que la propulsion ou la sustentation. C'est grâce à lui que l'avion peut s'immobiliser après l'atterrissage, circuler au sol en toute sécurité mais également s'arrêter en cas d'urgence lors d'une interruption de décollage alors que l'avion est à pleine charge de carburant et lancé à la vitesse de décollage (même si le risque est de l'ordre de 1 pour 1 million de décollages). Outre les freins, le pilote peut aussi actionner les inverseurs de poussée des moteurs et les aérofreins. On s'intéresse au système de freinage des roues de l'Airbus A318, avion commercial de 120 places et de rayon d'action de 3240 km. La vitesse de décollage est estimée à 240 km/h. Pour les atterrisseurs, on distingue (voir figure 2) :

- le train avant qui, en dehors de l'appui, est orientable ce qui lui permet d'agir sur les trajectoires au sol mais qui n'est pas équipé de freins ;
- les deux trains principaux au niveau des ailes, chacun portant deux roues freinées indépendamment.



Figure 1 : Airbus A318

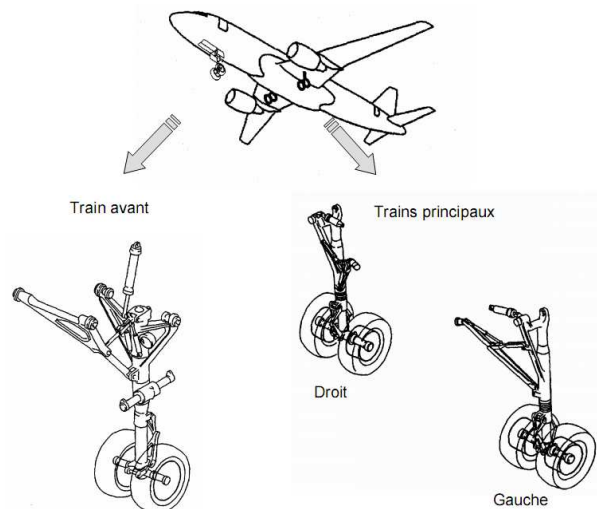


Figure 2 : Train d'atterrissage

Description fonctionnelle du système de freinage

On s'intéresse dans toute la suite du sujet uniquement au mode de décélération automatique du mode normal, qui consiste à asservir en décélération le freinage de l'avion. Bien que les variables manipulées par le BSCU soient des variables numériques, on les considérera, par la suite, comme étant analogiques. Le système est donc, sur le plan théorique, supposé linéaire, continu et invariant.

L'utilisateur donne une consigne numérique $a_c(t)$ qui est comparée à la valeur numérique $a_m(t)$ fournie par l'accéléromètre, image de la décélération réelle $a(t)$. Le BSCU génère à partir de cet écart $\varepsilon(t)$, une commande $i(t)$ pour la servovalve. Celle-ci fournit alors la pression $p_h(t)$ aux freins qui entraîne alors la décélération $a(t)$ de l'avion.

Question 1 Réaliser un schéma-bloc fonctionnel de l'asservissement en décélération à partir des indications ci-dessus. On prendra $a_c(t)$ comme entrée et $a(t)$ comme sortie.

Modélisation du système de freinage

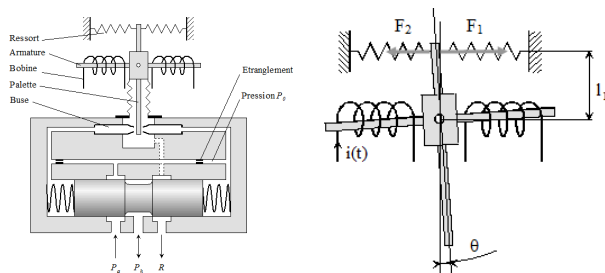
Dans cette seconde partie, on souhaite définir un modèle pour l'asservissement en décélération. Pour cela, on

propose de déterminer une fonction de transfert pour tous les constituants.

Modélisation de la servovalve

Une servovalve électrohydraulique est un appareil qui convertit une grandeur électrique (courant ou tension) en une grandeur hydraulique proportionnelle (débit ou pression). La servovalve la plus utilisée est la servovalve en débit ou pression à 2 étages. Elle est constituée de trois éléments :

- un actionneur de type moteur électrique ;
- un amplificateur hydraulique constitué d'un mécanisme buse-palette ;
- un tiroir de distribution.



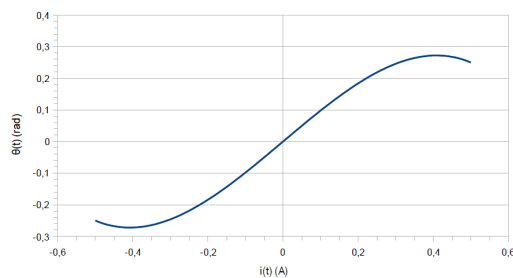
L'armature du moteur à courant continu se prolonge dans l'entrefer d'un circuit magnétique. Le passage d'un courant continu dans les deux bobines situées de part et d'autre de l'armature provoque le basculement de cette dernière d'un angle θ .

L'armature est solidaire d'une palette plongeant dans l'amplificateur hydraulique et dont l'extrémité est située entre deux buses. Le mouvement de rotation de l'ensemble armature-palette vient étrangler le débit fluide traversant l'une ou l'autre des buses. La pression différentielle ainsi créée se répercute aux deux extrémités du tiroir du distributeur et provoque son déplacement.

Ce tiroir possède trois orifices de contrôle, P_a (Alimentation), P_h (Utilisation), R (Retour à la bache). La pression P_h est proportionnelle au déplacement du tiroir compté à partir de la position zéro (position du milieu).

A titre indicatif, le diamètre d des buses est de l'ordre de quelques dixièmes de millimètres et l'écart e entre la buse et la palette de l'ordre de quelques centièmes de millimètres.

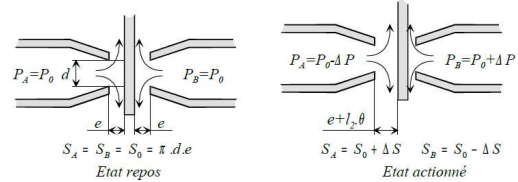
On donne ci-dessous la caractéristique reliant l'intensité $i(t)$ du moteur à l'angle $\theta(t)$ dont bascule l'armature.



Question 2 Que peut-on dire de cette caractéristique sur tout le domaine de variation de $i(t)$? Sachant que θ est

très petit (varie autour de 0), on utilise la relation suivante $\theta(t) = K_1 i(t)$. Déterminer la valeur de K_1 à partir de la courbe.

On admet que, pour le système buse-palette, la rotation d'angle θ de la palette se traduit par un accroissement ou diminution de la distance buse-palette. Les sections de fuite sont alors augmentées ou diminuées, ce qui entraîne une augmentation ou diminution des pressions P_A et P_B proportionnelle à ΔS .



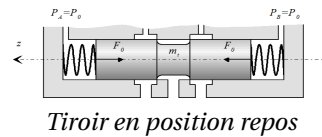
On peut alors définir les relations suivantes :

$$\Delta S(t) = K_2 \theta(t)$$

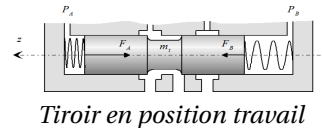
$$\Delta P(t) = K_3 \Delta S(t)$$

Cette pression différentielle permet de mettre en mouvement le tiroir de la servovalve.

En situation repos, lorsque $P_A = P_B = P_0$, le tiroir est en position milieu, $z = 0$ (cf figure ci-dessous).



En position travail, la pression différentielle se répercute aux extrémités du tiroir et provoque son déplacement.



On utilise les notations suivantes :

- m_t : masse du tiroir ;
- S_t : section du tiroir à ses extrémités ;
- F_A et F_B : efforts exercés par les deux ressorts de coefficient de raideur k_t montés de part et d'autre du tiroir du distributeur ;
- c_t : coefficient de frottement visqueux entre tiroir et cylindre.

Le principe fondamental de la dynamique appliqué au tiroir donne la relation suivante :

$$m_t \frac{d^2 z(t)}{dt^2} = -2k_t z(t) + 2S_t \Delta P(t) - c_t \frac{dz(t)}{dt}$$

Question 3 Calculer la fonction de transfert $H_t(p) = \frac{Z(p)}{\Delta P(p)}$ où $Z(p)$ et $\Delta P(p)$ sont les transformées de Laplace de $z(t)$ et $\Delta P(t)$ en précisant l'hypothèse retenue.

Question 4 Mettre cette fonction de transfert sous forme canonique et donner son ordre.

On admet pour finir que la pression d'utilisation $P_h(t)$ du fluide est proportionnelle au déplacement $z(t)$ du tiroir : $P_h(t) = K_4 z(t)$.

Question 5 À partir de toutes les informations précédentes (modélisation armature, buse/palette, tiroir...), recopier et compléter le schéma-bloc de la servovalve donné ci-dessous, en précisant les fonctions de transfert de chaque bloc (utiliser les notations algébriques).



Question 6 En déduire la fonction de transfert $S_v(p) = \frac{P_h(p)}{I(p)}$ de la servovalve.

Question 7 Montrer qu'elle peut se mettre sous la forme d'un système du second ordre :

$$S_v(p) = \frac{P_h(p)}{I(p)} = \frac{K_{sv}}{1 + \frac{2\xi p}{\omega_0} + \frac{p^2}{\omega_0^2}}$$

où on donnera les expressions littérales de K_{sv} , ξ et ω_0 .

On souhaite que la réponse à une entrée $i(t)$ de type échelon de valeur i_0 soit la plus rapide possible **sans toutefois produire de dépassement**.

Question 8 A quelle valeur de ξ correspond cette spécification ?

Question 9 Démontrer que cette condition ne peut être satisfaite que si $k_t = \frac{c_t^2}{8m_t}$.

Question 10 Montrer alors que la fonction de transfert de la servovalve peut se mettre sous la forme :

$$S_v(p) = \frac{P_h(p)}{I(p)} = \frac{K_{sv}}{(1 + T_{sv}p)^2}$$

on donnera l'expression littérale de T_{sv} .

Question 11 Déterminer la réponse indicielle $P_h(t)$ pour une entrée échelon de valeur $i(t) = i_0 u(t)$.

On rappelle que $\mathcal{L}(te^{-at}u(t)) = \frac{1}{(p+a)^2}$.

Modélisation de l'accéléromètre

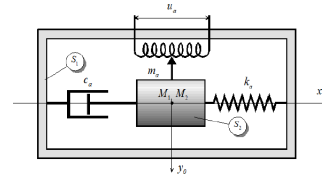
La centrale inertielle contient des accéléromètres qui permettent de mesurer les accélérations suivant les trois directions x_a, y_a, z_a d'un repère lié à l'avion.

L'accéléromètre renvoie au BSCU un signal électrique $u_a(t)$ image de l'accélération $a(t)$ suivant la direction x_a . La tension $u_a(t)$ est convertie en grandeur numérique a_m par un convertisseur analogique-numérique et rangée dans la mémoire du BSCU.

Principe de l'accéléromètre

Un accéléromètre (voir figure ci-dessous) est constitué de deux solides S_1 et S_2 :

- S_1 , le corps, est lié à l'avion,
- S_2 est lié à S_1 par l'intermédiaire d'un ressort de raideur k_a et d'un frottement visqueux de valeur c_a .



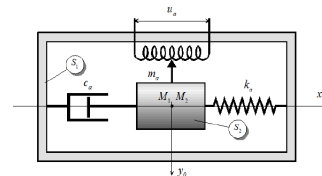
Accéléromètre en position repos

On considère (voir figure ci-dessus) deux points M_1 et M_2 appartenant respectivement à S_1 et S_2 . On note $x_1(t)$ et $x_2(t)$ leurs coordonnées dans un repère $(O, \vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$.

On considère nulles les conditions initiales. En particulier, à l'état repos, M_1 et M_2 sont confondus. Quand S_1 est animé d'un mouvement de translation suivant x_0 , on note :

$$\varepsilon(t) = x_1(t) - x_2(t) \quad (1)$$

$$a(t) = \frac{d^2 x_1(t)}{dt^2} \text{ accélération de } S_1 \quad (2)$$



Accéléromètre en action

D'autre part, par application du principe fondamental de la dynamique, on a :

$$m_a \frac{d^2 x_2(t)}{dt^2} = c_a \left(\frac{dx_1(t)}{dt} - \frac{dx_2(t)}{dt} \right) + k_a (x_1(t) - x_2(t)) \quad (3)$$

avec m_a, c_a, k_a constantes.

Le solide S_2 est relié à un potentiomètre qui renvoie une tension u_a proportionnelle au déplacement ε du solide S_2 par rapport à S_1 . On note :

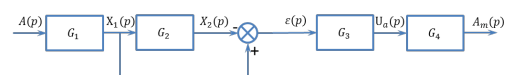
$$u_a(t) = K_p \varepsilon(t) \quad (4)$$

Finalement, le CAN (convertisseur analogique numérique) fournit la valeur a_m telle que :

$$a_m(t) = K_{CAN} u_a(t) \quad (5)$$

Question 12 Déterminer les transformées de Laplace des expressions (1) à (5).

Question 13 En déduire les transmittances G_i du schéma bloc ci-après.

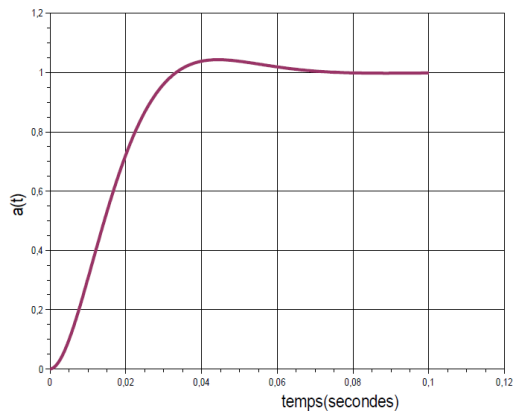


Question 14 En déduire la fonction de transfert $\frac{A_m(p)}{A(p)}$ et montrer qu'elle peut se mettre sous la forme :

$$\frac{A_m(p)}{A(p)} = \frac{K_{acc}}{1 + 2 \frac{\xi_a p}{\omega_a} + \frac{p^2}{\omega_a^2}}$$

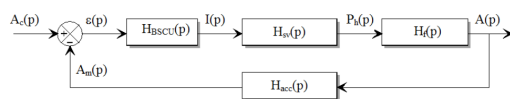
Donner les expressions de K_{acc} , ξ_a et ω_a .

Question 15 La figure ci-dessous donne la réponse indicielle (entrée unitaire) de l'accéléromètre. Identifier les valeurs des constantes K_{acc} , ξ_a et ω_a (On pourra utiliser les abaques donnés en annexe).



Étude de l'asservissement global

La boucle d'asservissement en décélération est donnée ci-après :



avec :

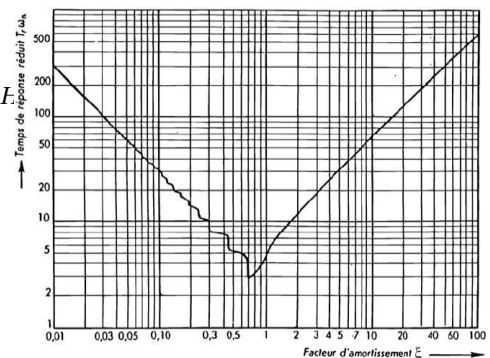
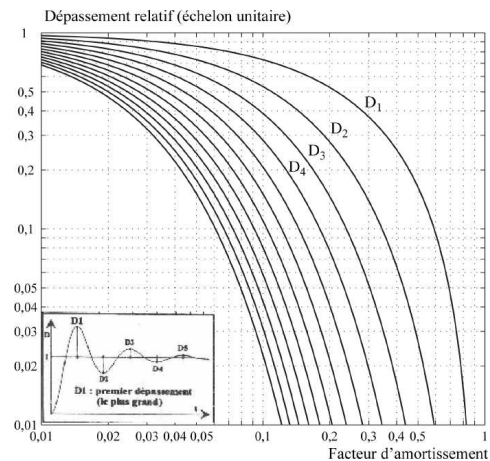
$$H_{sv}(p) = \frac{K_{sv}}{(1 + T_{sv}p)^2} \quad H_{acc}(p) = \frac{K_{acc}}{1 + \frac{2\xi_a}{\omega_a}p + \frac{p^2}{\omega_a^2}} \quad H_f(p) = K_f$$

Question 16 Exprimer sous forme canonique la fonction de transfert en boucle ouverte. En déduire l'ordre, la classe et le gain de la FTBO(p).

Question 17 Exprimer l'écart $\varepsilon(p)$ en fonction de $a_c(p)$ et de la FTBO(p).

Question 18 En déduire l'écart en régime permanent à une entrée de type échelon d'accélération $a_c(t) = a_c u(t)$. Que peut-on dire de la performance de précision pour ce correcteur ?

Question 19 On utilise un correcteur (correcteur PI) plus évolué de fonction de transfert $H_{BSCU}(p) = K_i \frac{1 + T_i p}{p}$, déterminer à nouveau l'écart en régime permanent et conclure sur ce choix de correcteur.



Applications

Applications

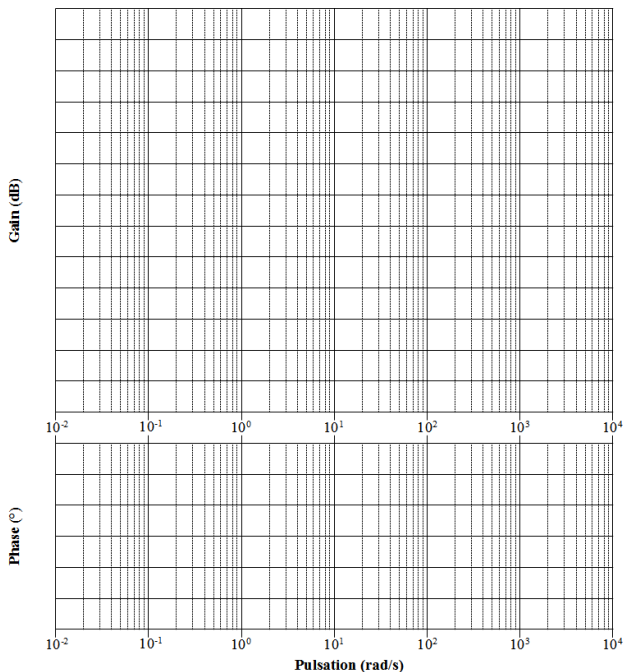
D'après Sébastien Grange

Savoirs et compétences :

Diagramme de Bode

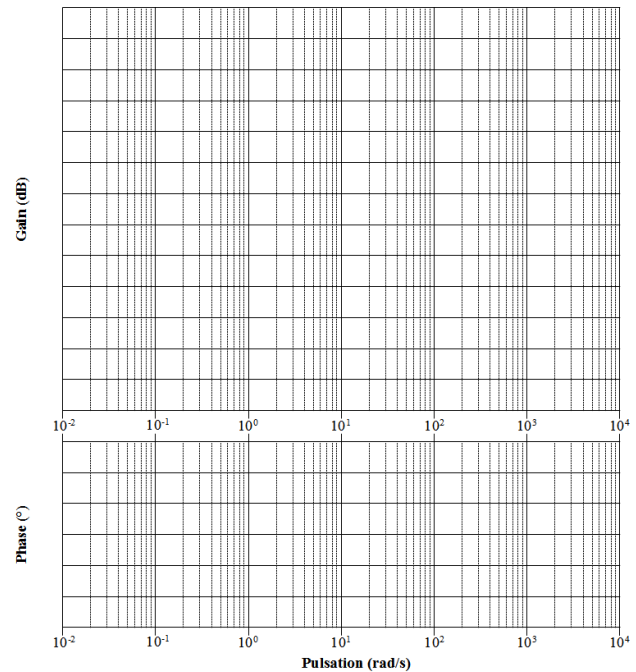
Question 1 Tracer les diagrammes de Bode réel et asymptotique de la fonction de transfert suivante :

$$H(p) = \frac{0,6}{(p + 0.025)(p^2 + 0,2p + 1)}$$

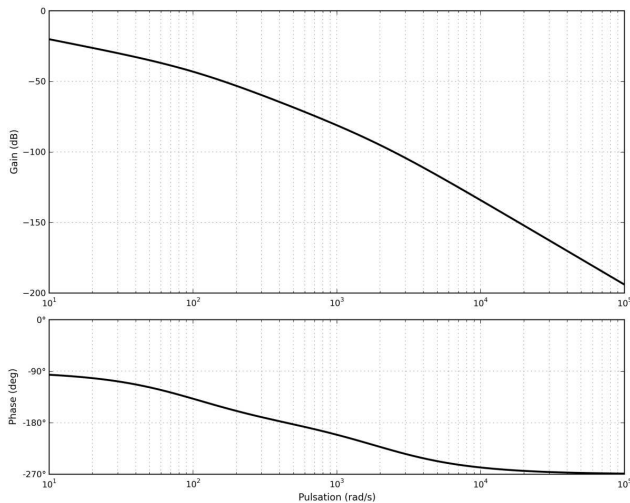


Question 2 Tracer les diagrammes de Bode réel et asymptotique de la fonction de transfert suivante :

$$H(p) = \frac{5(p + 60)}{p(p^2 + 5p + 4)}$$

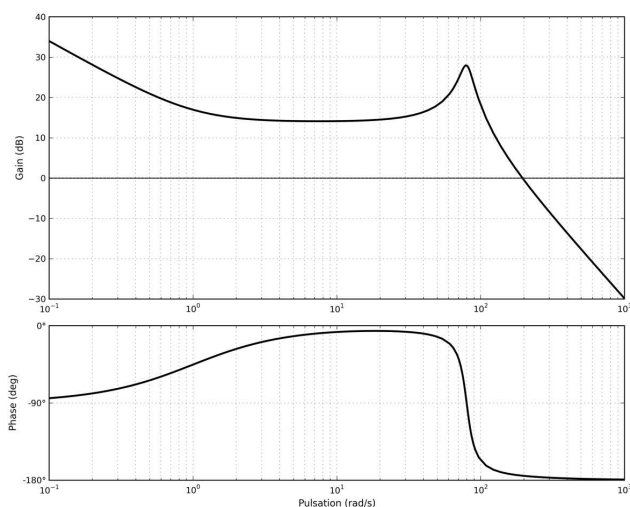


Question 3 Identifier la fonction de transfert représentée par le diagramme de Bode suivant. Vous justifierez notamment sa forme : $H(p) = \frac{K}{p(1 + T_1 p)(1 + T_2 p)}$. Donner les deux pôles dominants, en déduire une expression simplifiée de $H(p)$.



Question 4 On suppose que l'entrée du système est sinusoïdale : $e(t) = 3 \sin 300t$. Donner l'expression de la réponse en régime permanent à partir de ce même diagramme de Bode.

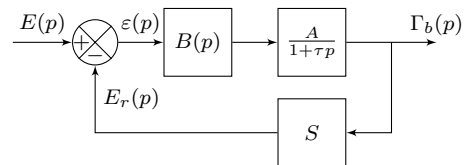
Question 5 Identifier la fonction de transfert représentée par le diagramme de Bode suivant. La calculatrice est autorisée. On rappelle que pour une fonction de transfert du 2ème ordre, on a : $\text{Max}(G_{dB}) = 20 \log \frac{K}{2\xi \sqrt{1-\xi^2}}$.



Question 6 Déterminer les marges de stabilité pour ces quatre fonctions de transfert.

Réponse fréquentielle

Un capteur d'accélération de sensibilité S est utilisé dans la chaîne de retour d'un système asservi dont l'objectif est de contrôler l'accélération d'un plateau sur lequel est fixé ce capteur. Le moteur permettant la motorisation du plateau est connu par l'intermédiaire de sa fonction de transfert.



On a $A = 100 \text{ gms}^{-2} \text{V}^{-1}$, $\tau = 0.2 \text{ s}$ et $S = 10 \cdot 10^{-3} / \text{gV} / (\text{m/s}^2)$ où g est l'accélération de pesanteur. $E(p)$ est la transformée de Laplace de $e(t)$ la tension de consigne de cet asservissement et $\Gamma_b(p)$ la transformée de l'accélération $\gamma b(t)$.

B(p) = 1

On applique à l'entrée un échelon d'amplitude E_0 égale à 0.2 V.

Question 1 Calculer la valeur de l'accélération en régime permanent. On voudrait une accélération égale à 20 g. Quelle doit être la tension de consigne ?

Question 2 La tension de consigne prend la forme suivante : $e(t) = 0,2 \sin(\omega t)$ avec $\omega t = 10 \text{ rad s}^{-1}$. Déterminer $\omega b(t)$ en régime permanent, en précisant l'amplitude et la phase.

Deuxième étude : $B(p) = \frac{1}{p}$.

Question 3 Déterminer la fonction de transfert en boucle fermée de ce système. Identifier les différents paramètres de cette fonction. Calculer l'accélération en régime permanent suite à un échelon de consigne d'amplitude 0.2 V.

Question 4 Tracer le diagramme de Bode asymptotique de cette fonction de transfert.