

## 1 Systèmes d'ordre 1

**Définition** Les systèmes du premier ordre sont régis par une équation différentielle de la forme suivante :

$$\tau \frac{ds(t)}{dt} + s(t) = K e(t)$$

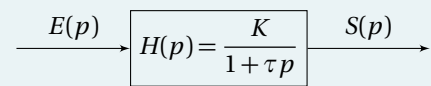
Dans le domaine de Laplace, la fonction de transfert de ce système est donc donnée par :

$$H(p) = \frac{S(p)}{E(p)} = \frac{K}{1 + \tau p}$$

On note :

- $\tau$  la constante de temps en secondes ( $\tau > 0$ ) ;
- $K$  le gain statique du système ( $K > 0$ ).

Schéma-bloc d'un système du premier ordre :



**Résultat — Réponse à un échelon d'un système du premier ordre.**

On appelle réponse à un échelon, l'expression de la sortie  $s$  lorsque on soumet le système à un échelon d'amplitude  $E_0$ . Lorsque  $E_0 = 1$  ( $1/p$  dans le domaine de Laplace) on parle de **réponse indicielle**. Ainsi, dans le domaine de Laplace :

$$S(p) = E(p)H(p) = \frac{E_0}{p} \frac{K}{1 + \tau p}.$$

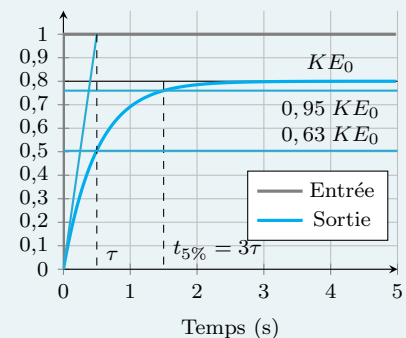
Analytiquement, on montre que  $s(t) = K E_0 u(t) (1 - e^{-t/\tau})$ .

Si la réponse indicielle d'un système est caractéristique d'un modèle du premier ordre (pente à l'origine non nulle et pas d'oscillation), on détermine :

- le gain à partir de l'asymptote  $K E_0$  ;
- la constante de temps à partir de  $t_{5\%}$  ou du temps pour 63 % de la valeur finale.

Les caractéristiques de la courbe sont les suivantes :

- valeur finale  $s_\infty = K E_0$  ;
- pente à l'origine **non nulle** ;
- $t_{5\%} = 3\tau$  ;
- pour  $t = \tau$ ,  $s(\tau) = 0,63 s_\infty$ .



**Résultat — Réponse à un échelon d'un système du deuxième ordre.**

On appelle réponse à une rampe, l'expression de la sortie  $s$  lorsque on soumet le système à une fonction linéaire de pente  $k$  :

$$S(p) = E(p)H(p) = \frac{k}{p^2} \frac{K}{1 + \tau p}.$$

Analytiquement, on montre que  $s(t) = K k (t - \tau + \tau e^{-t/\tau}) u(t)$ .

Les caractéristiques de la courbe sont les suivantes :

- pente de l'asymptote  $K k$  ;
- $\varepsilon_v = k K \tau$  ;
- intersection de l'asymptote avec l'axe des abscisses :  $t = \tau$ .

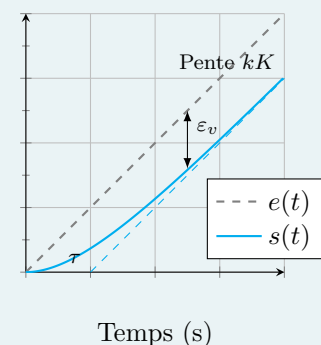


Diagramme de Bode

## 2 Systèmes d'ordre 2

Définition  
Réponse à un échelon  
Réponse à une rampe  
Diagramme de Bode