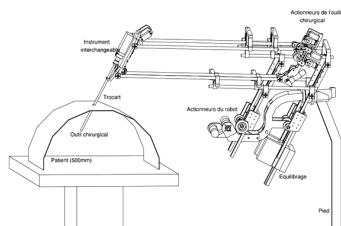


TD 01



Robot pour la chirurgie endoscopique

Banque PT – SIA – 2005

Savoirs et compétences :

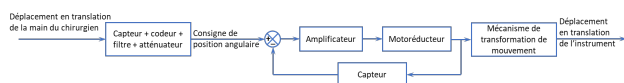
- Res2.C6 : stabilité des SLCI : position des pôles dans le plan complexe
- Res2.C7 : stabilité des SLCI : marges de stabilité (de gain et de phase)

Présentation

On s'intéresse au robot de chirurgie endoscopique « Endoxirob ». Il est nécessaire de permettre à l'instrument chirurgical de se mouvoir avec des performances dynamiques comparables ou meilleures que celles réalisées par un chirurgien humain. L'étude est effectuée uniquement pour l'axe « d'élévation » selon \vec{Z}_1 .

Req.	Exigence	Niveaux
1	Vitesse de translation nominale	$> 0,1 \text{ m s}^{-1}$
2	Temps t_1 pour atteindre la vitesse nominale	100 ms maximum
3	Précision – Écart statique	$< 0,2 \text{ mm}$
4	Précision – Retard de traînage pour une rampe de $0,1 \text{ m s}^{-1}$	$< 0,1 \text{ s}$
5	Stabilité – Dépassement	Aucun
6	Stabilité – Marge de phase	45°
7	Rapidité – Bande passante à -3 dB pour la partie mécanique	4 Hz

La figure suivante présente le schéma-blocs de l'axe d'élévation (selon \vec{Z}_1) du dispositif de commande de l'instrument chirurgical.



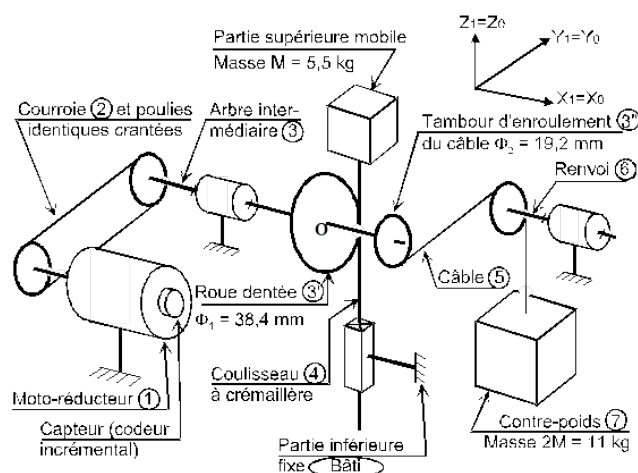
La console permet de capter le déplacement de la main, de le coder, de le corriger éventuellement afin d'élaborer la consigne de position angulaire du rotor moteur. La position angulaire est ensuite transformée en position linéaire de l'instrument par un mécanisme de transformation de mouvement à crémaillère.

La figure suivante présente de façon simplifiée, la chaîne cinématique de l'axe d'élévation :

- l'actionneur est un moto-réducteur (1) à courant continu Gammatic n° RH-8D-6006; le premier étage de transmission du mouvement se fait par une courroie crantée (2) qui s'enroule sur des poulies de même diamètre pour entraîner l'arbre intermédiaire (3);
- une roue dentée (3') de diamètre primitif $\Phi_1 = 38,4 \text{ mm}$ solidaire de l'arbre intermédiaire (3) engrène avec une crémaillère (4) solidaire de la partie supérieure mobile du robot;

- cette crémaillère est en liaison glissière d'axe \vec{Z}_1 par rapport à la partie inférieure du robot considérée comme fixe dans cette partie du sujet, et notée « Bâti ».

Pour équilibrer le poids de la partie supérieure (coulisseau compris) de masse $M = 5,5 \text{ kg}$, les ingénieurs ont placé un contre-poids (7) de masse $2M = 11 \text{ kg}$ tiré par un câble qui s'enroule sur un tambour (3'') de diamètre $\Phi_2 = \frac{\Phi}{2} = 19,2 \text{ mm}$ solidaire de l'arbre intermédiaire (3).



Le constructeur du moto-réducteur donne les caractéristiques mécaniques en sortie du réducteur ce qui permet de considérer le moto-réducteur comme un « moteur qui tourne lentement avec un couple élevé » :

- puissance nominale en sortie du réducteur : $P_{\text{nom}} = 8,6 \text{ W}$;
- couple nominal en sortie du réducteur : $C_{\text{nom}} = 1,4 \text{ Nm}$;
- couple de maintien en sortie du réducteur : $C_{\text{maint}} = 1,5 \text{ Nm}$;
- couple maxi en sortie du réducteur : $C_{\text{max}} = 2,7 \text{ Nm}$;
- vitesse nominale en sortie du réducteur : $N_{\text{nom}} = 60 \text{ tr min}^{-1}$;
- vitesse maxi en sortie du réducteur : $N_{\text{max}} = 100 \text{ tr min}^{-1}$;
- moment d'inertie total ramené à l'arbre de sortie du réducteur : $J_1 = 3,70 \times 10^{-3} \text{ kg m}^2$;
- capteur de position : codeur 360 incréments par tour monté sur le rotor du moteur;

- rapport de réduction : 50 (n'interviendra que dans le calcul de la résolution du capteur).

Évaluation de la fonction de transfert du moto-réducteur

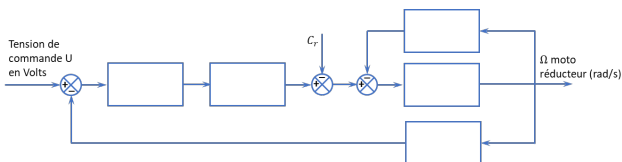
Le constructeur donne les caractéristiques électromécaniques exprimées à la sortie du réducteur. On rappelle les équations temporelles : $u(t) = Ri(t) + L \frac{di(t)}{dt} + e(t)$, $e(t) = k_e \omega_{\text{red}}(t)$, $C_{\text{red}}(t) = k_c i(t)$, $C_{\text{red}}(t) \sim C_r \sim f_v \omega_{\text{red}}(t) = J_{\text{équ}} \frac{d\omega_{\text{red}}(t)}{dt}$.

Avec :

- $u(t)$ tension appliquée aux bornes de l'induit
- $i(t)$ intensité du courant traversant l'induit
- $e(t)$ force électromotrice induite par la rotation du moteur, évaluée à la sortie du réducteur ;
- $\omega_{\text{red}}(t)$ vitesse de rotation à la sortie du réducteur ;
- $C_{\text{red}}(t)$ couple moteur ramené à la sortie du réducteur ;
- $R = 10 \Omega$: résistance de l'induit ;
- $L = 2,2 \text{ mH}$ inductance de l'induit ;
- $k_c = 2,1 \text{ N mA}^{-1}$ constante de couple évaluée à la sortie du réducteur ;
- $k_e = 2,1 \text{ V s rad}^{-1}$ constante de f.e.m évaluée à la sortie du réducteur ;
- $C_r = 0,2 \text{ N m}$ couple résistant induit par les frottements secs, ramené à la sortie du réducteur
- $f_v = 0,04 \text{ N m s rad}^{-1}$ coefficient de frottement visqueux équivalent à toutes les pièces en mouvement, ramené à la sortie du réducteur
- $J_{\text{équ}} = 7 \times 10^{-3} \text{ kg m}^2$ moment d'inertie équivalent à toutes les pièces en mouvement, ramené à la sortie du réducteur.

Les transformées de Laplace des fonctions $u(t)$, $i(t)$, $e(t)$, $\omega_{\text{red}}(t)$, $C_{\text{red}}(t)$ sont respectivement $U(p)$, $I(p)$, $E(p)$, $\Omega_{\text{red}}(p)$ et $C_{\text{red}}(p)$. On considère toutes les conditions initiales nulles.

Question 1 Transformer les équations temporelles ci-dessus. Remplir sous forme littérale les blocs du schéma suivant. Exprimer les grandeurs physiques entre chaque bloc.

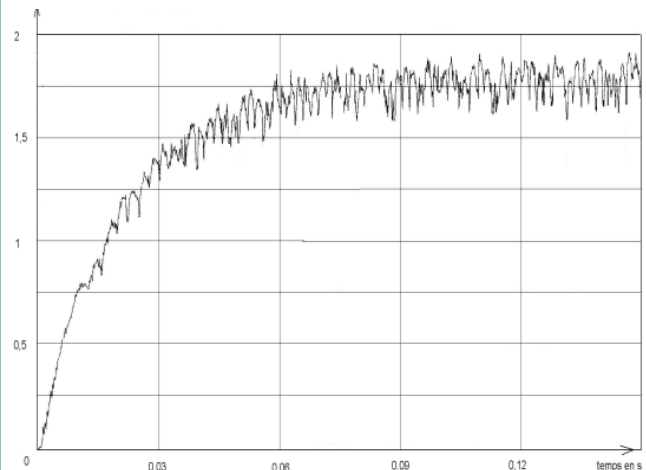


Question 2 Exprimer littéralement sous forme canonique la fonction de transfert du moto-réducteur $M(p) = \frac{\Omega_{\text{red}}(p)}{U(p)}$.

Quel que soit le résultat obtenu à la question précédente, on utilisera l'expression de $M(p)$ suivante : $M_1(p) = \frac{0,436}{1 + 14,5 \cdot 10^{-3} p + 3,1 \cdot 10^{-6} p^2}$.

Sur le système de levage non asservi c'est à dire avec le capteur de position angulaire déconnecté, on a pratiqué, un essai en charge, en donnant au moteur un échelon de tension $u(t) = 24 \text{ V}$. Avec une génératrice tachymétrique

dont le gain est de $0,166 \text{ V s rad}^{-1}$, on a tracé la courbe de tension image de $\omega_{\text{red}}(t)$.



Remarque : la partie supérieure du robot est supposée rigide pendant cet essai.

Question 3 Après avoir analysé cette courbe, expliquer pourquoi on peut négliger l'inductance L .

Question 4 Justifier analytiquement la réponse précédente à partir de l'expression de $M_1(p)$ lorsque l'on envisage une étude fréquentielle : on précisera la valeur du pôle dominant, l'autre (faisant intervenir la valeur de L) étant rejeté. *****

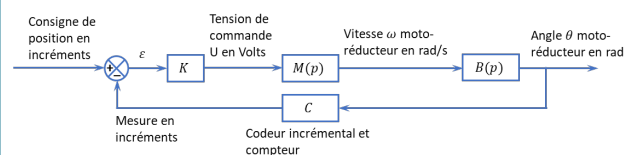
Dans la suite du problème, on néglige l'inductance L du moteur.

Question 5 Exprimer littéralement, sous forme canonique, la fonction de transfert du moto-réducteur $M_2(p) = \frac{\Omega_{\text{red}}(p)}{U(p)} = \frac{Gs}{1 + Tp}$. Donner les valeurs numériques de G et de T à partir de l'expression de $M_1(p)$ et des réponses apportées précédemment.

Question 6 Déterminer les valeurs de G et T , à partir de la courbe de tension image de $\omega_{\text{red}}(t)$ (expliquer les démarches sous la figure et comparer avec les résultats obtenus précédemment).

Respect du critère de marge de phase

La boucle d'asservissement de la position angulaire de l'arbre de sortie du réducteur est définie par le schéma-blocs figure suivante. La consigne de position en incréments est élaborée par le calculateur, à partir des informations envoyées par la console.



Le convertisseur-amplificateur K de gain k variable élabore la commande du moteur. Le codeur incrémental C placé sur le rotor du moteur a une résolution de 360 incréments par tour. Il est associé à un compteur – décompteur qui élabore la mesure de position en incréments. Le

système est discret (non continu) mais on l'assimile à un système continu car le comptage est très rapide. Le réducteur a un rapport de réduction de 50.

Question 7 Donner la fonction de transfert du bloc $B(p)$ et la valeur du coefficient du bloc C en incr./rad. Exprimer numériquement, en fonction de k , la fonction de transfert en boucle ouverte $H_O(p)$.

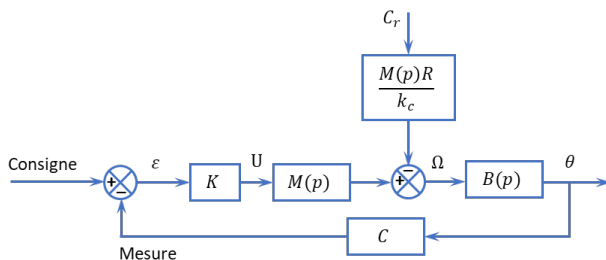
Question 8 Tracer les diagrammes de Bode du système en boucle ouverte pour $k = 1$. Le système est-il stable en boucle fermée pour cette valeur de k ? Justifier. *****

***** On a tracé sur le document réponses figure R28 le diagramme de Black du système en boucle ouverte pour $k = 1$ lorsque la valeur de L n'est pas négligée.

Question 28. : Quelle est l'influence de la prise en compte de L sur la stabilité en boucle fermée? (répondre sur le document réponses sous la figure R28). L'hypothèse consistant à négliger L est-elle vérifiée? Déterminer, et expliquer à partir de constructions faites sur le diagramme de Black document réponses figure R28, la valeur k_{45} de k qui permet d'obtenir la marge de phase de 45° spécifiée dans le cahier des charges. *****

Question 9 Calculer, pour la valeur k_{45} de k établie précédemment, l'écart statique $\varepsilon_{\text{cons}\infty}$ en incréments lorsque la consigne est un échelon de position : $\text{Cons}(t) = 1 \cdot u(t)$.

Étant donné que la perturbation C_r intervient entre deux blocs de $M(p)$, on adopte le schéma de la figure suivante pour faciliter les calculs de la question suivante.



Question 10 Calculer, pour la valeur k_{45} de k établie précédemment, l'écart statique $\varepsilon_{\text{pert}\infty}$ en incréments entre la consigne et la mesure lorsque la perturbation est l'échelon de couple résistant $C_r u(t)$ induit par les frottements secs.

Question 11 La chaîne cinématique de transmission est telle qu'il faut 150 incréments pour que la crémaillère se déplace de 1 mm, quelle est l'incidence de cet écart sur la position de l'instrument?

Question 12 Conclure par rapport aux exigences du cahier des charges. Proposer une modification du bloc K qui annulerait cet écart.

Vérification des performances de la chaîne de positionnement de l'instrument

Modélisation par schéma-blocs



Analyse du déplacement en translation de la crémaillère

Lorsque la boucle d'asservissement est bien réglée, la fonction de transfert est : $H_1(p) = \frac{\Theta(p)}{\text{Cons}(p)} = \frac{0,00035}{1 + 0,014p + 0,00017p^2}$. On rappelle que la courroie s'enroule sur des poulies de même diamètre et que la roue dentée qui engrène avec la crémaillère a un diamètre $\Phi_1 = 38,4$ mm.

Question 13 Exprimer le coefficient du bloc H_2 ; préciser l'unité.

En régime statique, la position de la crémaillère est l'image de la position de la main, aux écarts près.

Question 14 Quelle relation doit vérifier le produit P des gains des blocs C_1 , H_1 , H_2 ? Justifier. Exprimer le coefficient c_1 en incréments par mètre du bloc C_1 .

Pour augmenter la précision de l'opération chirurgicale, on désire que la crémaillère se déplace 10 fois moins que la main.

Question 15 Exprimer le nouveau coefficient c_2 du bloc C_1 ainsi que le nouveau produit P_1 .

Analyse du déplacement de l'instrument chirurgical par rapport à la crémaillère

La partie supérieure du robot est constituée par assemblage de tubes minces en fibres de carbone. On modélise cette partie par deux solides : S_0 représentant la crémaillère et les solides qui y sont liés; et S_1 représentant l'instrument chirurgical. Ces solides sont considérés en liaison glissière parfaite et reliés par un ressort de raideur k_0 et un amortisseur de coefficient f_0 , montés en parallèle comme le montre le schéma. Pour identifier la fonction de transfert $H_3(p) = \frac{D_{\text{instrum}}(p)}{D_{\text{crem}}(p)}$ de cette partie, on a imposé à la crémaillère un échelon de déplacement $d_{\text{crem}}(t) = 20 \times 10^{-3}$ m à partir de la position d'équilibre. On a tracé la courbe de déplacement $d_{\text{instrum}}(t)$ de l'instrument.

Question 16

Question 17

Question 18

Question 19

Question 20

Question 21