

Activation 01



Système de freinage d'un TGV DUPLEX

Concours Centrale Supélec PSI 2006

Savoirs et compétences :

□ ...

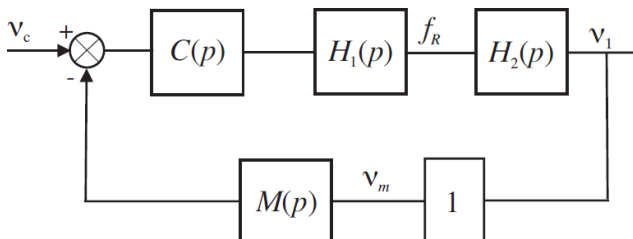
Mise en situation

Objectif L'objectif est d'étudier la loi de commande du dispositif d'anti-enrayage et plus précisément le calcul du correcteur de la boucle de régulation en vue de satisfaire un cahier des charges qui sera exprimé par la suite.

La réalisation de la régulation de glissement ne peut être effectuée directement, en particulier la seule mesure généralement disponible est celle de la vitesse, aussi la vitesse est obtenue par estimation. En « pratique », la mise en place de la chaîne de régulation du dispositif d'anti-enrayage du système de freinage est conçue de la façon suivante :

- elle est réalisée au travers de l'asservissement des vitesses des roues à une consigne de référence obtenue à partir de ;
- la commande de l'actionneur est non linéaire, de type tout ou rien ;
- les algorithmes implémentés visent à optimiser le point de fonctionnement en vue de minimiser la distance de freinage. Cependant, dans le cadre de cette étude, on supposera que :
- les vitesses sont directement accessibles à la mesure, éventuellement entachées d'une erreur ;
- la régulation peut se ramener directement à celle du glissement ;
- le comportement de l'actionneur et de sa « commande rapprochée » est modélisé par une fonction de transfert linéaire correspondant à un comportement « moyen ».

On suppose, pour la suite, que l'architecture de la boucle de régulation est représentée sur la figure suivante où v_c est la consigne de glissement.



On note :

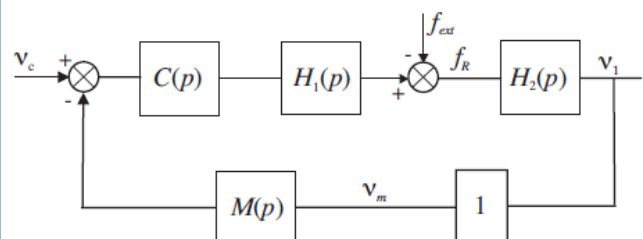
- $H_1(p)$ la fonction de transfert de l'actionneur de freinage (vérin pneumatique + électrovalve) ;
- $H_2(p)$ la fonction de transfert de la roue au freinage ;
- $C(p)$ le correcteur de la boucle de régulation ;
- $M(p)$ la fonction de transfert de la chaîne de mesure du glissement obtenu à partir des vitesses V_T et V_R , cette chaîne comporte un filtre destiné à limiter l'impact des bruits de mesure ;
- v_m : glissement estimé à partir de V_T et de V_R .

On adoptera pour la suite : $H_1(p) = \frac{2000}{1 + 0,1p + 0,01p^2}$ et

$$M(p) = \frac{1}{1 + 0,05p}.$$

Pour une vitesse $V_T = 200 \text{ km h}^{-1}$, le cahier des charges est résumé par les données du tableau 1 et les données numériques utilisées sont données ci-dessous. Enfin, les problèmes liés à l'évolution de la vitesse V_T ne font pas l'objet de cette étude.

On a $M = 8200 \text{ kg}$, $V_T = 200 \text{ km h}^{-1}$, $I/r^2 = 400 \text{ kg}$, $g = 10 \text{ ms}^{-2}$.



Cahier des charges de la boucle de régulation de glissement pour $V_T = 200 \text{ km h}^{-1}$

Analyse des réponses fréquentielles en boucle ouverte

On donne la fonction de transfert entre le glissement relatif et la force de freinage :

$$\frac{v_1(p)}{F_R(p)} = \frac{1}{g M f'(v_0)} \frac{1}{1 + \frac{I V_{T0}}{r^2 g M f'(v_0)} p} = \frac{K}{1 + \tau p}.$$

Question 1 En utilisant la relation précédente, préciser la fonction de transfert $H_2(p)$ autour du point de fonctionnement sous forme numérique.

Correction

Question 2 En prenant $C(p) = 1$, compléter par le tracé asymptotique le diagramme de Bode de la fonction de transfert en boucle ouverte fourni en annexe 3 en justifiant le tracé sur la copie (document réponse à joindre obligatoirement avec la copie). Pour la suite, vous pourrez adopter sans aucune justification le diagramme de Bode de l'annexe 3.

Correction

Synthèse du régulateur de la boucle de régulation

On décide d'implémenter un régulateur de type P.I. dont la fonction de transfert est : $C(p) = K_r \left(1 + \frac{1}{T_i p} \right)$.

Question 3 Calculer la valeur que doit prendre l'argument $C(p)$ de afin d'assurer la marge de phase imposée par le cahier des charges à la pulsation de coupure ω_c souhaitée.

Correction

Question 4 Calculer la valeur minimale, T_{imin} , que l'on peut conférer à la constante T_i de l'action intégrale du régulateur.

Correction

Question 5 En adoptant $T_i = T_{imin}$, déterminer alors le gain K_r du régulateur permettant de satisfaire la pulsation de coupure et la marge de phase souhaitées.

Correction

Question 6 Le système étant bouclé par le régulateur dimensionné à la question précédente, déterminer la marge de gain. Conclure sur les marges de stabilité obtenues.

Correction

Vérification du cahier des charges vis-à-vis de la consigne de glissement

Le correcteur de la boucle de régulation du dispositif d'anti-enrayage a été déterminé à partir de considérations sur la réponse fréquentielle en boucle ouverte (pulsation de coupure à 0 dB et marge de phase). Aussi l'objectif de cette partie est de vérifier que le correcteur déterminé permet de satisfaire le cahier des charges. Cette vérification concerne d'une part les performances vis-à-vis des variations de la consigne de glissement : temps du 1^{er} maximum, dépassement, écart en régime permanent et d'autre part la réponse vis-à-vis des variations d'adhérence.

Au regard de la réponse fréquentielle en boucle fermée $F(p) = \frac{v_1(p)}{v_c(p)}$, on décide de modéliser la transmittance correspondante par la fonction suivante : $F(p) = \frac{v_1(p)}{v_c(p)} =$

$$\frac{K_f (1 + \tau_1 p)}{(1 + \tau_2 p)^2 \left(1 + \frac{2\xi}{\omega_0} p + \frac{p^2}{\omega_0^2} \right)}$$

On supposera sans aucune justification que $\omega_0 > \frac{1}{\tau_2}$.

Question 7 En examinant les diagrammes de Bode fournis en annexe 4 de la fonction de transfert en boucle fermée $F(p)$, justifier l'expression adoptée et compléter les diagrammes fournis par leur tracé asymptotique (document réponse à joindre obligatoirement avec la copie). Une tolérance sera admise pour les brisures, mais il est demandé d'assurer une très bonne concordance pour les comportements en haute fréquence et en basse fréquence.

Correction

Question 8 Proposer les valeurs numériques pour les différents paramètres associés à cette fonction de transfert.

Correction

Question 9 En justifiant votre réponse, montrer que l'on peut approcher la fonction de transfert $F(p)$ par la forme suivante : $F(p) = \frac{v_1(p)}{v_c(p)} = \frac{K_f (1 + \tau_1 p)}{(1 + \tau_2 p)^2}$.

Correction

On donne la réponse temporelle vis-à-vis de la consigne de glissement : $f(t) = \left(\frac{\tau_2 - \tau_1}{\tau_2^3} t + \frac{\tau_1}{\tau_2^2} \right) e^{-\frac{t}{\tau_2}} h(t)$.

Question 10 Calculer le temps du 1^{er} maximum et en déduire le dépassement en réponse à une variation en échelon de la consigne de glissement relatif $v_c(t) = v_{c0} u(t)$ où $u(t)$ désigne l'échelon unité.

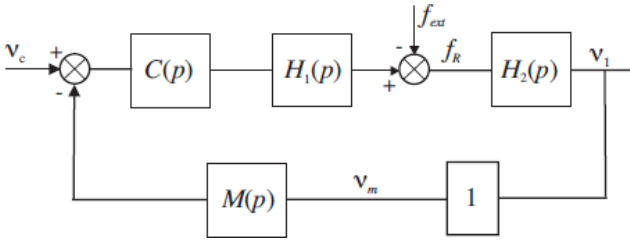
Correction

Question 11 Vérifier le cahier des charges en réponse à une variation en échelon de la consigne de glissement relatif.

Correction

Analyse des performances temporelles en réponse à des variations d'adhérence

La variation d'adhérence peut être modélisée en première approximation comme une force perturbatrice externe additive. On admet que cette modélisation conduit au schéma bloc représenté sur la figure ci-dessous.



On se propose dans cette partie d'évaluer les performances de la chaîne de régulation de freinage vis-à-vis de cette perturbation.

Question 12 Déterminer la fonction de transfert $F_2(p) = \frac{v_1(p)}{F_{ext}(p)}$ entre le glissement et la force de perturbation que vous explicitez en fonction des différentes transmittances de la boucle de régulation. En expliquant soigneusement votre démarche, montrer que le module de la réponse fréquentielle, notée $\|F_2(j\omega)\|$, de cette fonction peut être approché par la relation : $\|F_2(j\omega)\| = \min \left[\|H_2(j\omega)\|; \frac{1}{\|C(j\omega)H_1(j\omega)M(j\omega)\|} \right]$.

Correction

Question 13 L'annexe 5 comporte le tracé de la fonction $\frac{1}{\|C(j\omega)H_1(j\omega)M(j\omega)\|}$, tracer directement sur cette annexe (document réponse à joindre obligatoirement avec la copie) le diagramme asymptotique de la fonction $\|H_2(j\omega)\|$.

Correction

Question 14

Correction

Question 15 En déduire la forme du tracé asymptotique de la fonction $\|F_2(j\omega)\|$. En analysant les brisures de ce dia-

gramme et en supposant que le système bouclé est stable, donner directement sous forme numérique, l'expression de la fonction de transfert $F_2(p)$ entre le glissement et la perturbation due à la variation d'adhérence.

Correction

Question 16 Préciser les pôles de la fonction $F_2(p)$ déterminée à la question précédente et en justifiant votre réponse proposer une fonction approchée de cette fonction sous la forme : $F_2(p) = \frac{K_2 p}{1 + T p}$.

Correction

Question 17 En utilisant cette fonction de transfert, donner l'expression de l'évolution temporelle du glissement relatif $v_1(t)$ en réponse à une variation en échelon de la force perturbatrice $F_{ext} = F_0 u(t)$, où $u(t)$ représente l'échelon unité et avec $F_0 = 2000 \text{ N}$.

Correction

Question 18 Tracer l'allure de l'évolution temporelle du glissement relatif $v_1(t)$ en précisant la valeur initiale $v_1(0)$. En vous référant à des fonctions ou des résultats connus, déterminer un ordre de grandeur du temps de réponse t_r à partir duquel le glissement reste en dessous de 5 % de la valeur initiale $v_1(0)$ (valeurs à considérer en valeur absolue).

Correction

Question 19 Conclure sur les performances obtenues vis-à-vis des exigences du cahier des charges en réponse à des variations de l'adhérence.

Correction