Question 11. Modèle de la machine à courant continu :

D'après la loi des mailles, on a : $\boxed{u(t) = R \cdot i(t) + L \cdot \frac{di(t)}{dt} + e(t)}$

Question 12. Détermination de l'inertie équivalente aux solides 6 et 7 ramenée sur l'arbre 7 :

On détermine l'énergie cinétique de l'ensemble 7 par rapport à 0 : $\boxed{E_c(7/0) = \frac{1}{2} \cdot I_7 \cdot \omega(7/0)^2}$

De même pour l'énergie cinétique de l'ensemble 6 par rapport à 0 : $E_c(6/0) = \frac{1}{2} \cdot I_6 \cdot \omega(6/0)^2$

Or : $\frac{\omega(6/0)}{\omega(7/0)} = \frac{Z_7}{Z_6}$ donc $\boxed{E_c(6/0) = \frac{1}{2} \cdot I_6 \cdot \omega(6/0)^2 = \frac{1}{2} \cdot I_6 \cdot \frac{Z_7^2}{Z_6^2} \cdot \omega(7/0)^2}$

On calcule l'énergie cinétique de l'ensemble {6+7} par rapport à 0 :

$$\boxed{E_c(6+7/0) = E_c(6/0) + E_c(7/0) = \frac{1}{2} \cdot \left(I_6 \cdot \frac{Z_7^2}{Z_6^2} + I_7\right) \cdot \omega(7/0)^2}$$

Cette énergie cinétique peut s'écrire, en utilisant l'inertie équivalente aux solides 6 et 7 (notée I_{67}) ramenée sur l'arbre 7 : $E_c(6+7/0) = \frac{1}{2} \cdot I_{67} \cdot \omega(7/0)^2$

Par identification, l'inertie équivalente aux solides 6 et 7 ramenée sur l'arbre 7 s'écrit : $\boxed{I_{67} = I_6 \cdot \frac{Z_7^2}{Z_6^2} + I_7}$

Question 13. En utilisant le théorème du moment dynamique appliqué à l'arbre en rotation en un point de l'axe et en projection sur l'axe moteur :

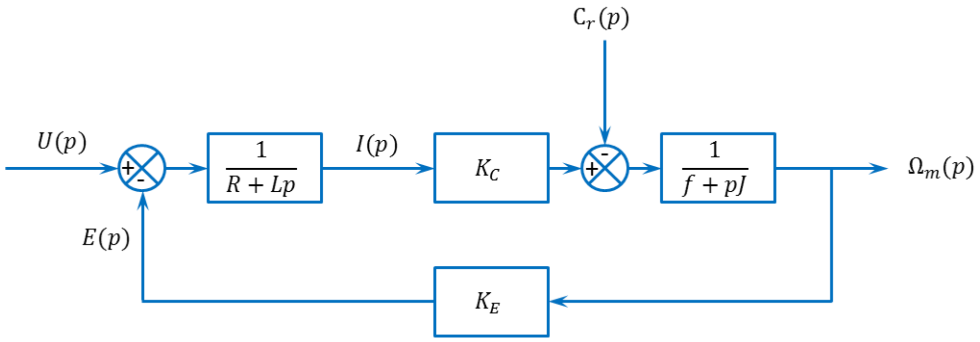
$$\boxed{c_m(t) - c_r(t) - f \cdot \omega_m(t) = I_{eq} \cdot \frac{d\omega_m(t)}{dt}}$$

Question 14. Les conditions de Heaviside étant considérées comme vérifiées, les équations s'écrivent dans le domaine de Laplace :

$\boxed{U(p) = R \cdot I(p) + L \cdot p \cdot I(p) + E(p)}$ $\boxed{C_m(p) = K_c \cdot I(p)}$

$\boxed{C_m(p) - C_r(p) - f.\Omega_m(p) = I_{eq} \cdot p \cdot \Omega_m(p)}$ $\boxed{E(p) = K \cdot \Omega_m(p)}$

Le schéma bloc associé au moteur à courant continu se complète ainsi :



Question 15. On peut-on utiliser en boucle de retour une $\boxed{\text{génératrice tachymétrique}}$ pour mesurer la vitesse. Pour avoir la sortie qui tend vers la consigne en régime établi, on doit prendre $\boxed{K_{Adapt} = K_{Capt}}$.

Question 16. On considère que $C_r(p) = 0$ et $\Omega_c(p) \neq 0$:

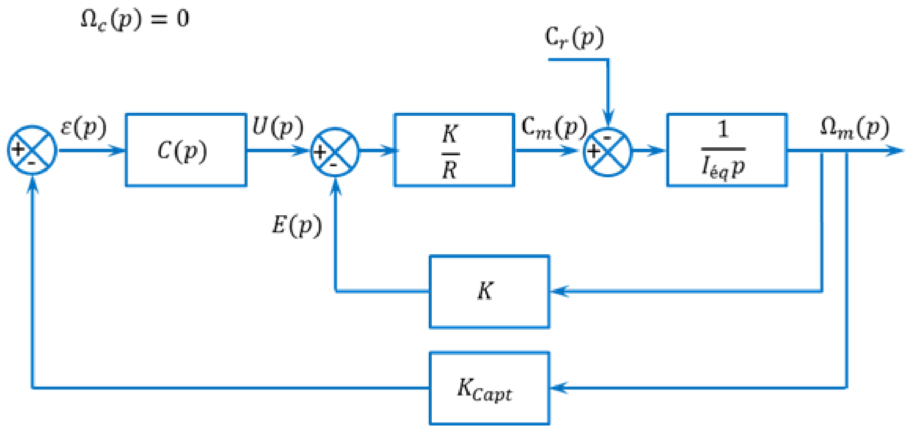
$$\boxed{H_m(p) = \frac{\Omega_m(p)}{U(p)} = \frac{\dfrac{K}{R\cdot I_{eq}\cdot p}}{1+\dfrac{K^2}{R\cdot I_{eq}\cdot p}} = \frac{K}{R\cdot I_{eq}\cdot p + K^2} = \frac{\dfrac{1}{K}}{1+\dfrac{R\cdot I_{eq}}{K^2}\cdot p}}$$

$$\boxed{H_1(p) = \frac{\Omega_m(p)}{\Omega_c(p)} = K_{Adapt}\cdot\frac{\dfrac{K}{R\cdot I_{eq}\cdot p+K^2}\cdot C(p)}{1+\dfrac{K}{R\cdot I_{eq}\cdot p+K^2}\cdot C(p)\cdot K_{Capt}} = \frac{K_{Adapt}\cdot K\cdot C(p)}{R\cdot I_{eq}\cdot p + K^2 + K\cdot C(p)\cdot K_{Capt}}}$$

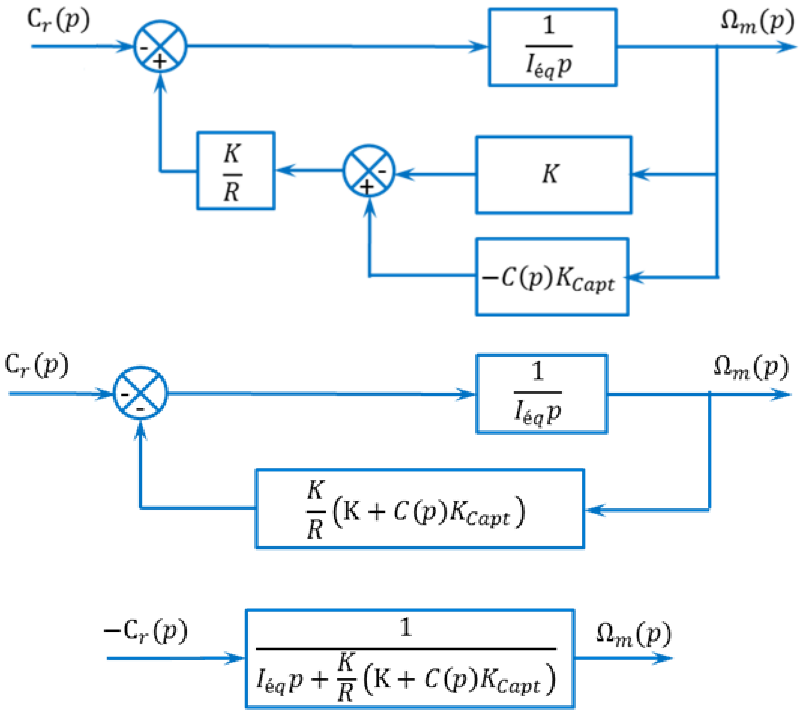
$$H_1(p) = \frac{K_{Adapt}\cdot K\cdot K_P}{R\cdot I_{eq}\cdot p + K^2 + K\cdot K_P\cdot K_{Capt}} = \frac{\dfrac{K_{Adapt}\cdot K_P}{K+K_p\cdot K_{Capt}}}{\dfrac{R\cdot I_{eq}}{K^2+K\cdot K_P\cdot K_{Capt}}\cdot p + 1} = \frac{K_1}{1+\tau_1\cdot p}$$

Soit par identification : $\boxed{K_1 = \dfrac{K_{Adapt}\cdot K_P}{K+K_P\cdot K_{Capt}}}$ et $\boxed{\tau_1 = \dfrac{R\cdot I_{eq}}{K^2+K\cdot K_P\cdot K_{Capt}}}$

Question 17. On considère que $\Omega_C(p) = 0$ et que $C_r(p) \neq 0$:



Question 18. Par simplification de schéma-blocs :



On a donc : $\boxed{H_2(p) = \frac{\Omega_m(p)}{C_r(p)} = -\frac{1}{\frac{K}{R}\cdot\left(K + K_P\cdot K_{Capt}\right) + I_{eq}\cdot p} = -\frac{\frac{R}{K\cdot\left(K+K_P\cdot K_{Capt}\right)}}{1+\frac{R\cdot I_{eq}}{K\cdot\left(K+K_P\cdot K_{Capt}\right)}\cdot p} = -\frac{K_2}{1+\tau_2\cdot p}}$

Soit par identification : $\boxed{K_2 = \frac{R}{K\cdot\left(K+K_P\cdot K_{Capt}\right)}}$ et $\boxed{\tau_2 = \tau_1 = \frac{R\cdot I_{eq}}{K\cdot\left(K+K_P\cdot K_{Capt}\right)}}$

Question 19. On considère que $\Omega_C(p) \neq 0$ et que $C_r(p) \neq 0$:
Par superposition on a : $\boxed{\Omega_m(p) = H_1(p)\cdot\Omega_c(p) + H_2(p)\cdot C_r(p)}$.

Question 20. On a, pour des échelons de consignes :

$\boxed{\Omega_c(p) = \frac{\Omega_{c0}}{p}}$ avec $\Omega_{c0} = 202\ rad/s$ et $\boxed{C_r(p) = \frac{C_{r0}}{p}}$ avec $C_{r0} = 990\ N\cdot m$.

L'écart statique ε_S s'écrit en sortie du comparateur :

$$\varepsilon_S = \lim_{t\to+\infty}\varepsilon(t) = \lim_{p\to 0}[p\cdot\varepsilon(p)] = \lim_{p\to 0}\left[p\cdot\left(K_{Adapt}\cdot\ \Omega_c(p) - K_{Capt}\cdot\Omega_m(p)\right)\right]$$

$$\varepsilon_S = \lim_{p\to 0}\left[p\cdot\left(K_{Adapt}\cdot\ \Omega_c(p) - K_{Capt}\cdot H_1(p)\cdot\Omega_c(p) - K_{Capt}\cdot H_2(p)\cdot C_r(p)\right)\right]$$

$$\varepsilon_S = \lim_{p\to 0}\left[p\cdot\left(K_{Adapt}\cdot\frac{\Omega_{c0}}{p} - K_{Capt}\cdot K_1\cdot\frac{\Omega_{c0}}{p} + K_{Capt}\cdot K_2\cdot\frac{C_{r0}}{p}\right)\right]$$

$$\boxed{\varepsilon_S = \left(K_{Adapt} - K_{Capt}\cdot K_1\right)\cdot\Omega_{c0} +\ K_{Capt}\cdot K_2\cdot C_{r0}}$$

L'écart statique ne pourra pas être nul ($\boxed{\text{exigence 1.1.1 du cahier des charges non vérifiée}}$).

En choisissant $K_{Adapt} = K_{Capt}$, l'écart statique pourra être réduit à condition d'avoir un gain K_P important ($K_1 \to 1$ et $K_2 \to 0$), mais pas trop pour ne pas rendre le système instable.

Question 21. Avec un correcteur intégral, $\boxed{\text{le système devient de classe C1 et l'écart statique est annulé}}$.

Question 22. En reprenant le raisonnement de la question 20, et en remplaçant $C(p)$ par K_I/p dans les expressions de $H_1(p)$ et $H_2(p)$:

$$\lim_{p\to 0} H_1(p) = \lim_{p\to 0}\left(K_{Adapt}\cdot\frac{\frac{K}{R\cdot I_{eq}\cdot p + K^2}\cdot\frac{K_I}{p}}{1+\frac{K}{R\cdot I_{eq}\cdot p + K^2}\cdot\frac{K_I}{p}\cdot K_{Capt}}\right) = \frac{K_{Adapt}}{K_{Capt}}$$

$$\lim_{p\to 0} H_2(p) = \lim_{p\to 0}\left(-\frac{1}{\frac{K}{R}\cdot\left(K+\frac{K_I}{p}\cdot K_{Capt}\right) + I_{eq}\cdot p}\right) = 0$$

$$\varepsilon_S = \lim_{p\to 0}\left[p\cdot\left(K_{Adapt}\cdot\ \Omega_c(p) - K_{Capt}\cdot H_1(p)\cdot\Omega_c(p) - K_{Capt}\cdot H_2(p)\cdot C_r(p)\right)\right]$$

$$\varepsilon_S = \lim_{p\to 0}\left(K_{Adapt}\cdot\Omega_{c0} - K_{Capt}\cdot\frac{K_{Adapt}}{K_{Capt}}\cdot\Omega_{c0} - K_{Capt}\cdot 0\cdot C_{r0}\right) = 0$$

Dans ce cas, l'application d'un couple perturbateur n'a donc pas d'influence sur l'écart statique. La fréquence de rotation du rotor peut être temporairement impactée, mais au bout d'un laps de temps, l'écart statique tend vers *0*. L'exigence 1.1.1 est donc vérifiée.