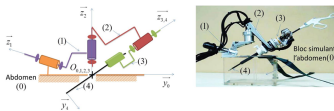


## Colle 1



## Micromanipulateur compact pour la chirurgie endoscopique

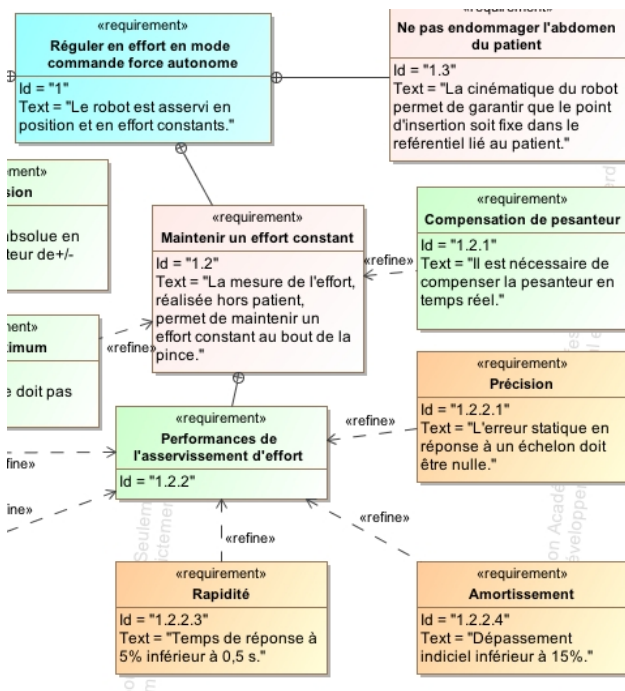
Mines Ponts 2016

Savoirs et compétences :  
Schéma-blocs et ordre 21 Micromanipulateur compact pour la chirurgie endoscopique (MC<sup>2</sup>E)

## 1.1 Présentation générale

L'objet de cette étude est un robot appelé MC<sup>2</sup>E utilisé en chirurgie endoscopique. Ce type de robots médico-chirurgicaux est équipé de capteurs (caméra, capteur d'efforts...) permettant de maîtriser les interactions avec des environnements souvent déformables et difficilement modélisables comme le corps humain.

La figure suivante décrit les principales exigences auxquelles est soumis le MC<sup>2</sup>E.

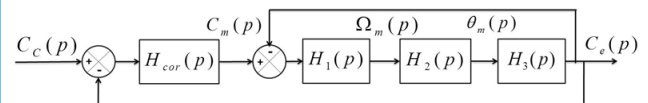


Objectif Modéliser l'asservissement en effort.

L'équation de mouvement est définie par l'équation différentielle suivante :  $J \frac{d^2 \theta_m(t)}{dt^2} = C_m(t) - C_e(t)$  avec :

- $J$ , inertie équivalente à l'ensemble en mouvement, ramenée sur l'arbre moteur ;
- $C_e(t)$ , couple regroupant l'ensemble des couples extérieurs ramenés à l'arbre moteur, notamment fonction de la raideur du ressort.

On notera  $\theta_m(p)$ ,  $\Omega_m(p)$ ,  $C_m(p)$  et  $C_e(p)$  les transformées de Laplace des grandeurs de l'équation de mouvement. On pose  $C_e(t) = K_{C\theta} \theta_m(t)$  où  $K_{C\theta}$  est une constante positive. On a de plus  $\frac{d\theta_m(t)}{dt} = \omega_m(t)$ . La régulation se met alors sous la forme du schéma-blocs à retour unitaire simplifié que l'on admettra :



Modèle simplifié du montage du capteur d'effort.

Avec :

- $C_e(p)$ , couple de sortie mesuré par le capteur d'effort situé sur le MC<sup>2</sup>E ;
- $C_c(p)$ , couple de consigne ;
- $C_m(p)$ , couple moteur ;
- $H_{cor}(p)$ , fonction de transfert du correcteur.

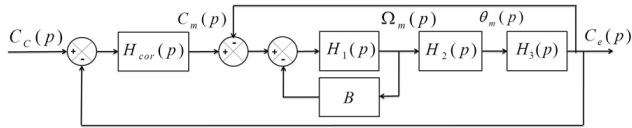
Dans un premier temps, on prendra  $H_{cor}(p) = 1$ .

**Question 1** Déterminer les expressions des fonctions de transfert  $H_1(p)$ ,  $H_2(p)$  et  $H_3(p)$ .

**Question 2** Donner l'expression de la fonction de transfert en boucle fermée  $H_{BF}(p)$  de l'asservissement d'effort.

**Question 3** Quel sera le comportement de cet asservissement en réponse à un échelon d'amplitude  $C_0$  ? Conclure.

Pour remédier au problème ainsi mis en évidence, le concepteur a choisi de mettre en place une boucle interne numérique, dite tachymétrique, de gain  $B$ . On s'intéresse ici à la définition analytique de  $B$ . Le schéma-blocs modifié est donné figure suivante.



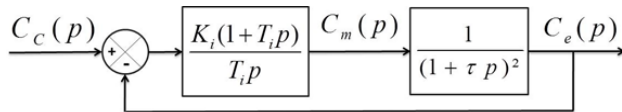
Régulation avec retour tachymétrique

On règle  $B$  de telle façon que, pour  $H_{cor}(p) = 1$ , la fonction de transfert en boucle ouverte, notée  $H_{BO}(p)$ , puisse être mise sous la forme suivante :  $H_{BO}(p) = \frac{1}{(1 + \tau p)^2}$ .

**Question 4** Donner l'expression analytique du gain  $B$ , en fonction de  $J$  et  $K_{C\theta}$ , permettant d'obtenir cette forme de fonction de transfert. En déduire l'expression analytique de la constante de temps  $\tau$ .

Les exigences du cahier des charges sont données plus haut (exigences 1.2.2.1, 1.2.2.3 et 1.2.2.4).

Afin de répondre à ces exigences, on choisit un correcteur proportionnel-intégral de gain  $K_i$  et de constante de temps  $T_i$ . Le schéma-blocs de la régulation se met sous la forme de la figure qui suit.



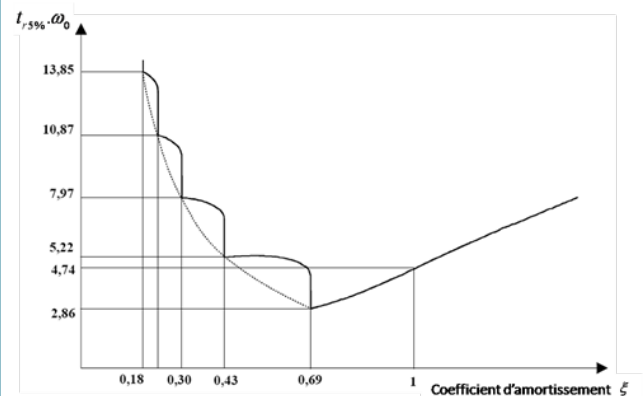
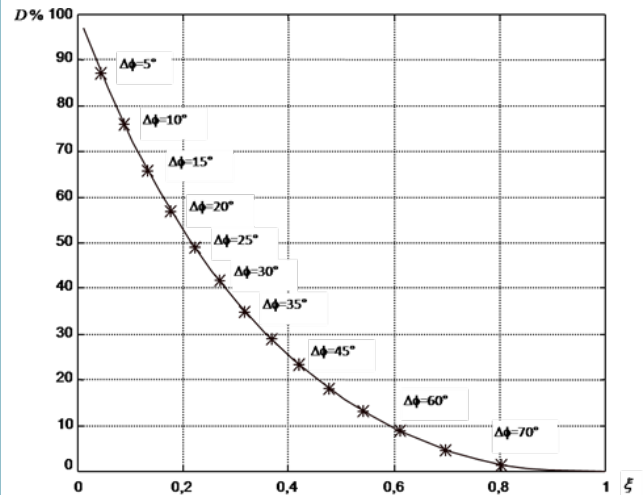
Régulation avec correcteur PI.

**Question 5** Donner l'expression de l'erreur statique en réponse à un échelon d'amplitude  $C_0$ . Conclure vis-à-vis du cahier des charges.

On souhaite régler le correcteur pour que le système asservi ait une fonction de transfert en boucle fermée d'ordre 2 de la forme :  $\frac{K_{BF}}{1 + \frac{2\xi_{BF}}{\omega_{0BF}}p + \frac{p^2}{\omega_{0BF}^2}}$ .

**Question 6** Proposer une expression simple pour la constante de temps  $T_i$ .

**Question 7** À partir des courbes suivantes, proposer une valeur de coefficient d'amortissement et de pulsation propre.



On donne  $K_i = 1$ .

**Question 8** Les critères de performance du cahier des chartes sont-ils respectés ? Tracer l'allure de la réponse temporelle à un échelon  $C_{c0}$  en indiquant toutes les valeurs caractéristiques nécessaires.

### Question 2.

D'après l'équation de mouvement,  $Jp\Omega_m(p) = C_m(p) - C_e(p)$ . On a donc  $H_1(p) = \frac{1}{Jp}$ .  
On a  $p\theta_m(p) = \Omega_m(p)$  ; donc  $H_2(p) = \frac{1}{p}$ .  
Enfin,  $C_e(p) = K_{C\theta}\theta_m(p)$  et donc  $H_3(p) = K_{C\theta}$ .

### Question 3.

On a dans un premier temps  $\frac{C_e(p)}{C_m(p)} = F(p) = \frac{H_1(p)H_2(p)H_3(p)}{1+H_1(p)H_2(p)H_3(p)} = \frac{\frac{1}{Jp^2}K_{C\theta}}{1+\frac{1}{Jp^2}K_{C\theta}} = \frac{K_{C\theta}}{Jp^2+K_{C\theta}}$ .  
Dans un second temps,  $H_{BF}(p) = \frac{\frac{K_{C\theta}}{Jp^2+K_{C\theta}}H_{cor}(p)}{1+\frac{K_{C\theta}}{Jp^2+K_{C\theta}}H_{cor}(p)} = \frac{K_{C\theta}H_{cor}(p)}{Jp^2+K_{C\theta}+K_{C\theta}H_{cor}(p)}$ .  
Avec  $H_{cor}(p) = 1$  :  $H_{BF}(p) = \frac{K_{C\theta}}{Jp^2+2K_{C\theta}} = \frac{\frac{1}{2}}{\frac{J}{2K_{C\theta}}p^2+1}$ .

### Question 4.

On peut mettre la fonction précédente sous forme canonique. On a :  $H_{BF}(p) = \frac{\frac{1}{2}}{\frac{J}{2K_{C\theta}}p^2+1}$ . Il s'agit d'un système du second ordre avec un coefficient d'amortissement nul. On a alors un oscillateur harmonique et la réponse du système à un échelon d'amplitude  $C_0$  est une sinusoïde (d'amplitude  $C_0$  et de moyenne  $\frac{C_0}{2}$ ).  
Un mouvement sinusoïdal est surement incompatible avec l'asservissement d'un axe sur un robot chirurgical.

### Question 5.

On a  $H_{BO}(p) = \frac{H_{cor}(p)\frac{H_1(p)}{1+H_1(p)B}H_2(p)H_3(p)}{1+\frac{H_1(p)}{1+H_1(p)B}H_2(p)H_3(p)} = \frac{H_1(p)H_2(p)H_3(p)}{1+H_1(p)B+H_1(p)H_2(p)H_3(p)} = \frac{\frac{K_{C\theta}}{Jp^2}}{1+\frac{B}{Jp}+\frac{K_{C\theta}}{Jp^2}} = \frac{K_{C\theta}}{Jp^2+pB+K_{C\theta}} = \frac{1}{\frac{Jp^2}{K_{C\theta}}+\frac{pB}{K_{C\theta}}+1}$ .  
Par ailleurs,  $(1+\tau p)^2 = 1 + \tau^2 p^2 + 2\tau p$ .  
En identifiant,  $\tau^2 = \frac{J}{K_{C\theta}}$  et  $2\tau = \frac{B}{K_{C\theta}}$ . On a donc  $B = 2\tau K_{C\theta} = 2K_{C\theta}\sqrt{\frac{J}{K_{C\theta}}} = 2\sqrt{JK_{C\theta}}$  et  $\tau = \sqrt{\frac{J}{K_{C\theta}}}$ .

### Question 6.

On a :  $\varepsilon(p) = \frac{C_e(p)}{1+FTBO(p)} = \frac{C_0}{p} \cdot \frac{1}{1+\frac{K_i(1+T_i p)}{T_i p(1+\tau p)^2}}$ . En conséquences,  $\varepsilon_s = \lim_{t \rightarrow \infty} \varepsilon(t) = \lim_{p \rightarrow 0} p\varepsilon(p) = \lim_{p \rightarrow 0} p \frac{C_0}{p} \cdot \frac{1}{1+\frac{K_i(1+T_i p)}{T_i p(1+\tau p)^2}} = \lim_{p \rightarrow 0} C_0 \cdot \frac{1}{1+\frac{K_i(1+T_i p)}{T_i p(1+\tau p)^2}} = 0 \text{ Nm}$ .  
L'exigence 1.2.2.1 est vérifiée.

### Question 7.

On a  $\frac{\frac{K_i(1+T_i p)}{T_i p(1+\tau p)^2}}{1+\frac{K_i(1+T_i p)}{T_i p(1+\tau p)^2}} = \frac{K_i(1+T_i p)}{T_i p(1+\tau p)^2+K_i(1+T_i p)}$ . Avec  $T_i = \tau$ , on a  $\frac{K_i}{\tau p(1+\tau p)+K_i}$ . La FTBF est bien d'ordre 2.

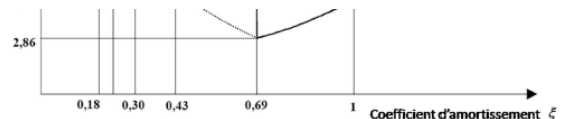


Pour avoir  $D\% \leq 15\%$  il faut  $\xi \geq 0,5$

Cependant, on trouve sur ce diagramme qu'il faut avoir  $\xi \geq 0,8$  pour avoir une marge de phase de  $70^\circ$ .

Si on souhaite obtenir le temps de réponse à 5% le plus rapide, comme  $\xi \geq 0,8 > 0,7$ , il faut prendre  $\xi$  le plus faible possible. Cela impose  $\xi = 0,8$  et comme  $\xi = \frac{1}{2\sqrt{K_i}}$  on a

alors  $K_i = \frac{1}{4\xi^2} = 0,4$ .



Pour  $\xi = 0,8$ , la lecture de l'abaque donne donc  $t_{R5\%} \cdot \omega_0 \geq 3,5$  et avec  $t_{R5\%} \leq 0,5s$  on a  $\omega_0 \geq 7 \text{ rad/s}$

Question 9.

| Critère                                 | Valeur                                                                                 |
|-----------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------|
| Dépassement                             | 2% <span style="border: 1px solid red; border-radius: 50%; padding: 2px;">1</span>     |
| Tr5%                                    | <0,5 s <span style="border: 1px solid red; border-radius: 50%; padding: 2px;">1</span> |
| Erreur statique en réponse à un échelon | 0 <span style="border: 1px solid red; border-radius: 50%; padding: 2px;">1</span>      |

