

Etude d'un simulateur de route MTS

A – AUTOMATIQUE

Travail préliminaire : conversion des grandeurs en USI

$$rr = 53 \text{ N/mm} = 53 \cdot 10^3 \text{ N/m}$$

$$fv = 0,0091 \text{ N.s/mm} = 9,1 \text{ N.s/m}$$

$$Q_{\max i} = 684 \text{ lpm} = 0,0114 \text{ m}^3/\text{s}$$

$$\text{Course du piston} = 0,381 \text{ m}$$

$$\text{Section utile piston} = 17,95 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2$$

$$k_{\text{cap}} = \frac{10}{0,381} \text{ V/m} = 26,25 \text{ V/m}$$

A.1 Modélisation du vérin avec servovalve

A.1.1 Approche simplifiée

A.1.1.1
$$Q1(t) = S \cdot \frac{dy(t)}{dt} \quad (1)$$

A.1.1.2
$$Q2(t) = -S \cdot \frac{dy(t)}{dt} \quad (\text{à chaque instant, } Q1 = -Q2)$$

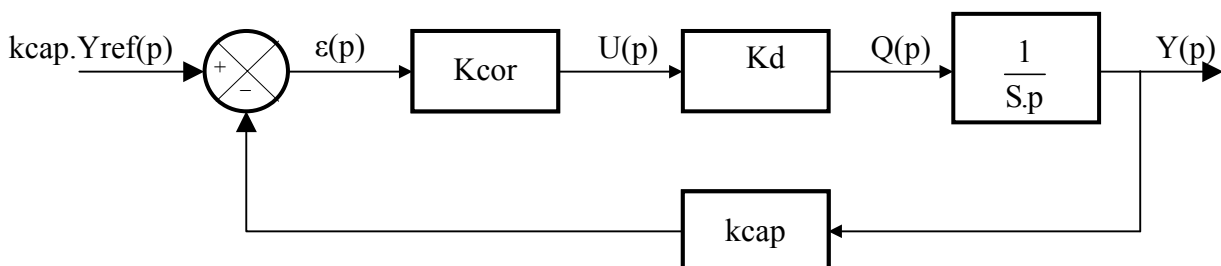
A.1.1.3
$$V_{\max i} = \frac{Q1_{\max i}}{S} = \frac{0,0114}{17,95 \cdot 10^{-4}} \quad \text{soit} \quad V_{\max i} = 6,35 \text{ m/s}$$

A.1.1.4 Transformée de Laplace de l'équation (1) : $Q1(p) = S \cdot p \cdot Y(p)$

D'où
$$Fv(p) = \frac{Y(p)}{Q(p)} = \frac{1}{S \cdot p}$$

A.1.1.5 Régulateur proportionnel de position

A.1.1.5.1



A.1.1.5.2 La FTBO est de classe C1, donc $\varepsilon_s = 0$.

$$\text{A.1.1.5.3} \quad \frac{Y(p)}{k_{\text{cap}} \cdot Y_{\text{ref}}(p)} = \frac{\frac{K_{\text{cor}} \cdot K_d}{S \cdot p}}{1 + \frac{K_{\text{cor}} \cdot K_d \cdot k_{\text{cap}}}{S \cdot p}} = \frac{K_{\text{cor}} \cdot K_d}{S \cdot p + K_{\text{cor}} \cdot K_d \cdot k_{\text{cap}}}$$

$$\text{D'où} \quad \boxed{\frac{Y(p)}{k_{\text{cap}} \cdot Y_{\text{ref}}(p)} = \frac{\frac{1}{k_{\text{cap}}}}{1 + \frac{S}{K_{\text{cor}} \cdot K_d \cdot k_{\text{cap}}} p}}$$

$$\text{A.1.1.5.4} \quad \text{Gain statique} = \frac{1}{k_{\text{cap}}}$$

$$\text{On cherche } K_{\text{cor}} \text{ tq } G_{\text{dB}}(2\pi f) = 20 \cdot \log \frac{1}{k_{\text{cap}}} - 3$$

$$\text{Soit } 20 \cdot \log \frac{1}{k_{\text{cap}}} - 20 \cdot \log \sqrt{1 + \left(\frac{S \cdot 2\pi \cdot f}{K_{\text{cor}} \cdot K_d \cdot k_{\text{cap}}} \right)^2} = 20 \cdot \log \frac{1}{k_{\text{cap}}} - 3$$

$$\text{ou } \frac{S \cdot 2\pi \cdot f}{K_{\text{cor}} \cdot K_d \cdot k_{\text{cap}}} = \sqrt{10^{0,3} - 1} \approx 1$$

$$\text{ou } K_{\text{cor}} = \frac{S \cdot 2\pi \cdot f}{K_d \cdot k_{\text{cap}}} = \frac{17,95 \cdot 10^{-4} \cdot 2\pi \cdot 50}{0,0114 \cdot 26,25} \quad \text{soit} \quad \boxed{K_{\text{cor}} = 1,88}$$

A.1.2 Amélioration du modèle

$$\text{A.1.2.1} \quad \text{Le fluide étant en réalité compressible, on a :} \quad Q_1(t) = S \cdot \frac{dy(t)}{dt} + \Delta Q$$

$$\text{Avec } \Delta Q = -\frac{\Delta V}{\Delta t} = \frac{V}{B} \cdot \frac{\Delta P}{\Delta t}$$

$$\text{Pour une petite variation : } \frac{\Delta P}{\Delta t} \rightarrow \frac{dP}{dt}, \text{ d'où finalement } \boxed{Q_1(t) = S \cdot \frac{dy(t)}{dt} + \frac{V_1}{B} \cdot \frac{dP_1(t)}{dt}} \quad (2)$$

$$\text{A.1.2.2} \quad \text{De la même manière, on trouve } \boxed{Q_2(t) = -S \cdot \frac{dy(t)}{dt} + \frac{V_2}{B} \cdot \frac{dP_2(t)}{dt}} \quad (3)$$

$$\text{A.1.2.3} \quad \boxed{F(t) = S \cdot (P_1(t) - P_2(t))} \quad (4)$$

A.1.2.4 Transformée de Laplace des équations (2), (3), et (4) :

$$(2) \text{ devient } Q_1(p) = S \cdot p \cdot Y(p) + \frac{V_1}{B} \cdot p \cdot P_1(p)$$

$$(3) \text{ devient } Q_2(p) = -S \cdot p \cdot Y(p) + \frac{V_2}{B} \cdot p \cdot P_2(p)$$

$$(4) \text{ devient } F(p) = S \cdot (P_1(p) - P_2(p))$$

D'où $C(p) = S$ $A1(p) = \frac{B}{V1.p}$ $B1(p) = \frac{S.B}{V1}$ $A2(p) = \frac{B}{V2.p}$ $B2(p) = \frac{S.B}{V2}$

A.1.2.5 Compte tenu des simplifications d'écriture, si l'on fait (2)-(3), on obtient :

$$2.Q(p) = 2.S.p.Y(p) + \frac{V}{B}.p.P(p) \quad \text{soit} \quad P(p) = \frac{2.B}{V.p}Q(p) - \frac{2.S.B}{V}Y(p)$$

D'où finalement $A(p) = \frac{2.B}{V.p}$ et $B(p) = \frac{2.S.B}{V}$

A.2 Modélisation de la charge + actionneur (entrée U, sortie F)

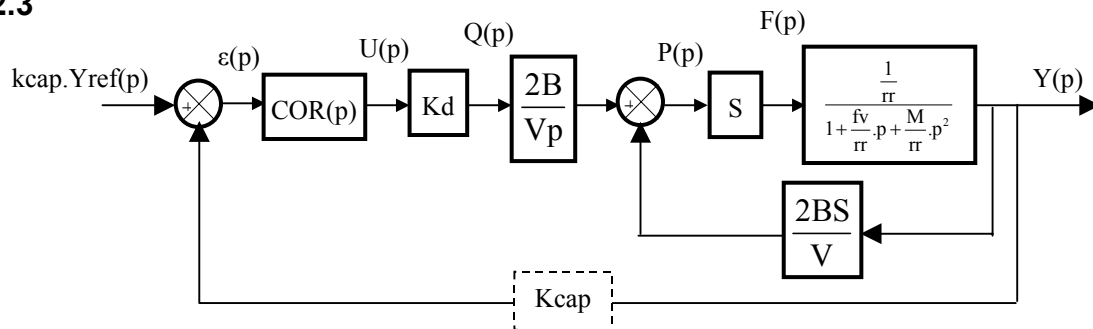
A.2.1 On isole l'ensemble mobile du train avant et on applique le théorème de la résultante dynamique. Il vient :

$$F(t) - rr.y(t) - fv.\frac{dy(t)}{dt} = M.\frac{d^2y(t)}{dt^2} \quad (5)$$

A.2.2 Transformée de Laplace de (5) : $F(p) - rr.Y(p) - fv.p.Y(p) = M.p^2.Y(p)$

D'où $\frac{Y(p)}{F(p)} = \frac{\frac{1}{rr}}{1 + \frac{fv}{rr}.p + \frac{M}{rr}.p^2}$

A.2.3



Remarques :

(1) Le gain du capteur a l'air d'avoir malencontreusement disparu dans la boucle de retour dans cette question d'après la description de l'équation de bouclage.

(2) Il a deux fois la même question dans le A.2.3 et le A.2.4.

A.2.4

$$\frac{Y(p)}{U(p)} = Kd.\frac{2.B}{V.p} \cdot \frac{\frac{S}{rr}}{1 + \frac{fv}{rr}.p + \frac{M}{rr}.p^2} = \frac{\frac{2.B.S.Kd}{V.rr.p}}{1 + \frac{2.S^2.B}{V.rr} + \frac{fv}{rr}.p + \frac{M}{rr}.p^2}$$

Soit sous forme canonique

$$\frac{Y(p)}{U(p)} = \frac{\frac{2.B.S.Kd}{V.r.(1 + \frac{2.B.S^2}{V.r})}}{p \cdot \left(1 + \frac{fv}{r.(1 + \frac{2.B.S^2}{V.r})} \cdot p + \frac{M}{r.(1 + \frac{2.B.S^2}{V.r})} \cdot p^2 \right)}$$

A.2.5 Mise en évidence de la raideur hydraulique rh

A.2.5.1 $F(p) = -C(p).B(p).Y(p)$ d'où $rh = -\frac{F(p)}{Y(p)} = C(p).B(p)$

ce qui conduit à $\boxed{rh = \frac{2.B.S^2}{V}}$

A.2.5.2

$$\frac{Y(p)}{U(p)} = \frac{\frac{rh.Kd}{S.r.(1 + \frac{rh}{r})}}{p \cdot \left(1 + \frac{fv}{r.(1 + \frac{rh}{r})} \cdot p + \frac{M}{r.(1 + \frac{rh}{r})} \cdot p^2 \right)}$$

A.2.5.3 $rh = \frac{2.B.S^2}{S \cdot \frac{1}{2} \text{ course}} = \frac{2.10000.10^5.(17,95.10^{-4})^2}{17,95.10^{-4} \cdot \frac{0,381}{2}}$ soit $\boxed{rh = 1,88.10^7 \text{ N.m}^{-1}}$ $\gg rr = 53.10^3$

On a donc pouvoir considérer $\frac{rh}{rr} \gg 1$

A.2.5.4

$$G(p) = \frac{Y(p)}{U(p)} = \frac{\frac{Kd}{S}}{p \cdot \left(1 + \frac{fv}{rh} \cdot p + \frac{M}{rh} \cdot p^2 \right)} \quad (6)$$

A.2.5.5

$$\frac{Y(p)}{U(p)} = \frac{\frac{0,0114}{17,95.10^{-4}}}{p \cdot \left(1 + \frac{9,1}{1,88.10^7} \cdot p + \frac{65}{1,88.10^7} \cdot p^2 \right)}$$

soit $G(p) = \frac{Y(p)}{U(p)} = \frac{6,35}{p \cdot (1 + 4,8.10^{-7} \cdot p + 3,46.10^{-6} \cdot p^2)} \quad (6')$

A.3 Etude de la stabilité

A.3.1 Equation caractéristique : $1 + FTBO = 0$, c'est-à-dire ici : $1 + Kcor.G(p).kcap = 0$

soit $1 + \frac{\frac{K_{cor}.K_d.k_{cap}}{S}}{p \cdot \left(1 + \frac{f_v}{r_h} \cdot p + \frac{M}{r_h} \cdot p^2\right)} = 0$ ou encore $\boxed{\frac{K_{cor}.K_d.k_{cap}}{S} + p + \frac{f_v}{r_h} \cdot p^2 + \frac{M}{r_h} \cdot p^3 = 0} \quad (7)$

Et finalement sous forme canonique :

$$\boxed{1 + \frac{S}{K_{cor}.K_d.k_{cap}} \cdot p + \frac{S.f_v}{K_{cor}.K_d.k_{cap}.r_h} \cdot p^2 + \frac{S.M}{K_{cor}.K_d.k_{cap}.r_h} \cdot p^3 = 0}$$

A.3.2 Etude de la stabilité

A.3.2.1 Tableau de ROUTH (à partir de l'équation (7)) :

p^3	$\frac{M}{r_h}$	1	0
p^2	$\frac{f_v}{r_h}$	$\frac{K_{cor}.K_d.k_{cap}}{S}$	0
p^1	$A = 1 - \frac{M.K_{cor}.K_d.k_{cap}}{f_v.S}$	0	
p^0	$B = \frac{K_{cor}.K_d.k_{cap}}{S}$		

Calcul des coefficients A et B :

$$A = \frac{\frac{f_v}{r_h} \cdot 1 - \frac{M}{r_h} \cdot \frac{K_{cor}.K_d.k_{cap}}{S}}{\frac{f_v}{r_h}} \quad \text{et} \quad B = \frac{A \cdot \frac{K_{cor}.K_d.k_{cap}}{S} - \frac{f_v}{r_h} \cdot 0}{A}$$

Critère de ROUTH : Le système sera stable si tous les coefficients de la première colonne sont de même signe. On a donc deux conditions de stabilité :

$$A \geq 0 \Leftrightarrow K_{cor} \leq \frac{f_v.S}{M.K_d.k_{cap}}$$

$$\text{et } B \geq 0 \Leftrightarrow K_{cor} \geq 0$$

D'où finalement : $\boxed{0 \leq K_{cor} \leq \frac{f_v.S}{M.K_d.k_{cap}}}$

A.3.2.2 $0 \leq K_{cor} \leq \frac{9,1.17,95.10^{-4}}{65.0,0114.26,25}$ soit $\boxed{0 \leq K_{cor} \leq 8,4.10^{-4}}$

A.3.3 « second ordre de G(p) » = $\frac{1}{1 + 4,8.10^{-7} \cdot p + 3,46.10^{-6} \cdot p^2}$

Par identification : $\frac{1}{\omega_0^2} = 3,46.10^{-6} \rightarrow \boxed{\omega_0 = 538 \text{ rad/s}}$

$$\frac{2.m}{\omega_0} = 4,8.10^{-7} \rightarrow \boxed{m = 1,3.10^{-4}}$$

La valeur de m est très faible, il va y avoir un phénomène de résonance important autour de la pulsation de résonance quasi égale à la pulsation naturelle dans ce cas.

A.3.4 $G(p)$ est le produit d'un second ordre (identifié ci-dessus), d'une intégration et d'un gain. Pour ω_0 , la phase vaudra donc la somme des phases des trois éléments, soit respectivement -90° , -90° , et 0° .

$$\text{Soit } \boxed{\phi(\omega_0) = \arg(G(j\omega_0)) = -180^\circ}$$

$$\text{A.3.5} \quad \text{FTBOC}(p) = K_{\text{cor}} \cdot G(p) \cdot k_{\text{cap}} = \frac{K_{\text{cor}} \cdot K_d \cdot k_{\text{cap}}}{S} \cdot \frac{1}{p \cdot \left(1 + \frac{f_v}{r_h} \cdot p + \frac{M}{r_h} \cdot p^2\right)}$$

$$\text{d'où } |\text{FTBOC}(j\omega)| = \frac{K_{\text{cor}} \cdot K_d \cdot k_{\text{cap}}}{S} \cdot \frac{1}{\omega \cdot \sqrt{\left(1 - \frac{M}{r_h} \cdot \omega^2\right)^2 + \left(\frac{f_v}{r_h} \cdot \omega\right)^2}}$$

Ici, pour $\omega_\pi = \omega_0 = 538 \text{ rad/s}$, et pour une valeur de K_{cor} particulière que l'on va déterminer, on doit avoir $|\text{FTBOC}(j\omega_\pi)| = 1$.

$$\text{Soit à résoudre : } \frac{K_{\text{cor}} \cdot K_d \cdot k_{\text{cap}}}{S} = \omega_\pi \cdot \sqrt{\left(1 - \frac{M}{r_h} \cdot \omega_\pi^2\right)^2 + \left(\frac{f_v}{r_h} \cdot \omega_\pi\right)^2}$$

$$\text{On trouve } K_{\text{cor}} = \frac{S}{K_d \cdot k_{\text{cap}}} \cdot \omega_\pi \cdot \sqrt{\left(1 - \frac{M}{r_h} \cdot \omega_\pi^2\right)^2 + \left(\frac{f_v}{r_h} \cdot \omega_\pi\right)^2}$$

$$\text{Avec } \omega_\pi = \omega_0 = \sqrt{\frac{r_h}{M}} \quad \text{d'où } K_{\text{cor}} = \frac{S}{K_d \cdot k_{\text{cap}}} \cdot \sqrt{\frac{r_h}{M}} \cdot \sqrt{\left(\frac{f_v}{r_h}\right)^2 \cdot \frac{r_h}{M}} \quad \text{puis } \boxed{K_{\text{cor}} = \frac{S \cdot f_v}{M \cdot k_{\text{cap}} \cdot K_d}}$$

On retrouve bien le résultat précédent.

A.4 Correction

$$\text{A.4.1} \quad \text{FTBOC}(p) = \frac{0,0001 \cdot 6,35 \cdot 26,25}{p \cdot (1 + 4,8 \cdot 10^{-7} \cdot p + 3,46 \cdot 10^{-6} \cdot p^2)} = \frac{0,017}{p \cdot (1 + 4,8 \cdot 10^{-7} \cdot p + 3,46 \cdot 10^{-6} \cdot p^2)}$$

Diagramme asymptotique :

Asymptote à -20 dB/dec de 0 à ω_0 passant par $20 \log 0,017$ pour $\omega = 1 \text{ rad/s}$.

Asymptote à -60 dB/dec de ω_0 à $+\infty$ coupant l'asymptote précédente pour $\omega = \omega_0$.

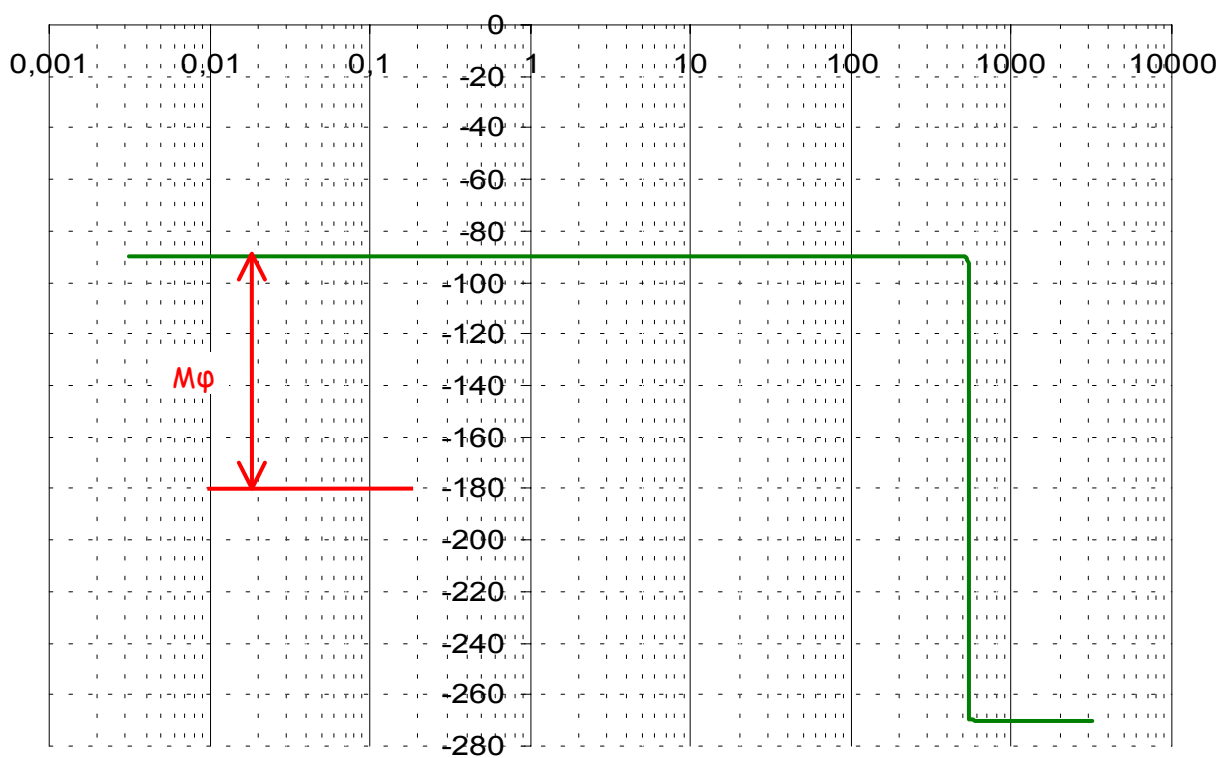
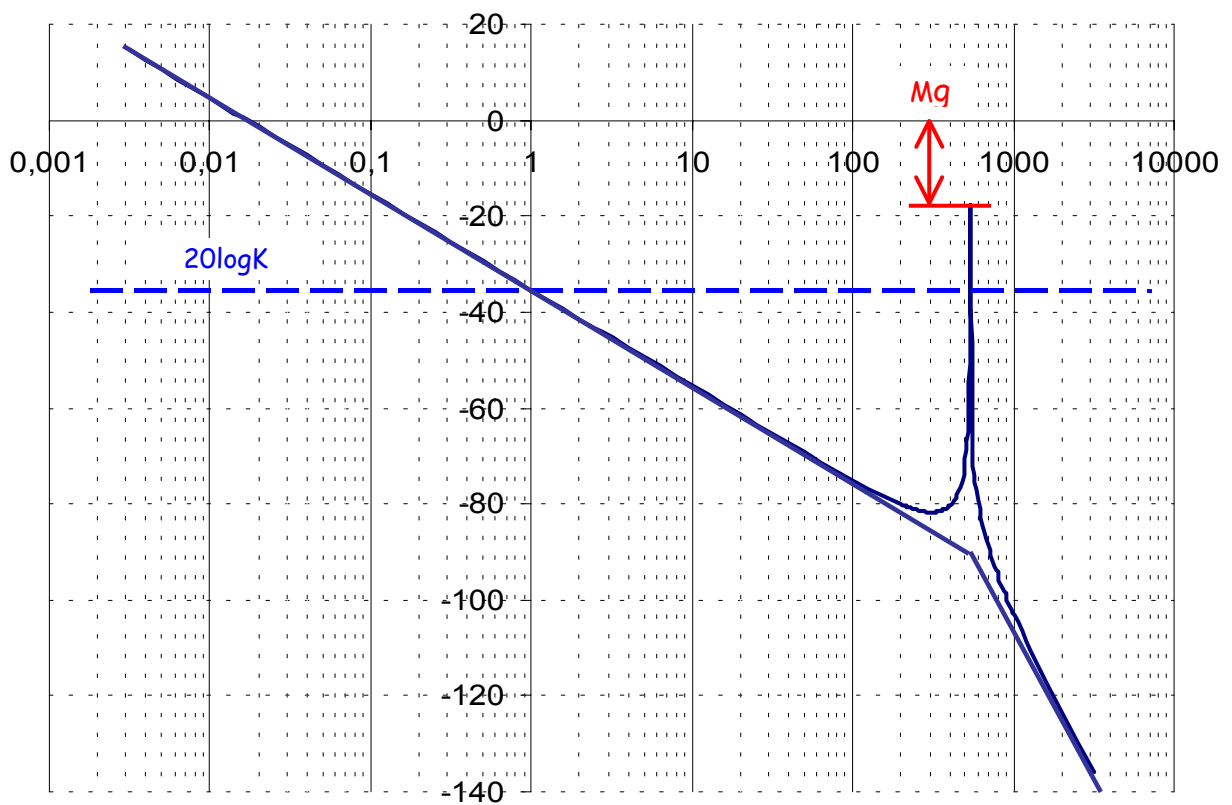
Valeurs remarquables pour le diagramme de Bode complet :

$$K = 0,017 \rightarrow 20 \cdot \log K = -35,4 \text{ dB}$$

$$\omega_0 = 537,6 \text{ rad/s} \rightarrow \log \omega_0 = 2,73$$

$$m = 1,3 \cdot 10^{-4} \Rightarrow \omega_r = \omega_0 \sqrt{1 - 2 \cdot m^2} \approx \omega_0$$

$$\Rightarrow |\text{FTBOC}(j\omega_r)|_{\text{dB}} = 20 \cdot \log \frac{K}{2 \cdot m \cdot \sqrt{1 - m^2}} - 20 \cdot \log \omega_r = -18,3 \text{ dB}$$



A.4.2 On lit sur le graphe : $\log \omega_1 = -1,75 \rightarrow \omega_1 = 0,018 \text{ rad/s}$

Ou par le calcul, détermination numérique de la pulsation de coupure à 0dB :

$$|FTBOC|_{dB} = 0dB \Leftrightarrow |FTBOC(j\omega)| = 1 \Leftrightarrow \left(\frac{Kcor.Kcap.Kd}{S} \right)^2 = \omega^2 \left(\left(1 - \frac{M}{r_h} \omega^2 \right)^2 + \left(\frac{F_v}{r_h} \right)^2 \omega^2 \right)$$

$$\text{d'où } 2,78.10^{-4} = \omega^2 (1 - 6,91.10^{-6} \omega^2 + 1,2.10^{-11} \omega^4)$$

la résolution conduit à $\boxed{\omega_1 = 0,0167 rad.s^{-1}}$

A.4.3 Pour $|FTBOC|_{dB} = 0dB$, on mesure sur le graphe : $\boxed{M\phi = 90^\circ}$

$$\text{Ou par le calcul : } \varphi(j\omega_1) = 0 - \frac{\pi}{2} - \arctg\left(\frac{4,84.10^{-7} \omega_1}{1 - 3,46.10^{-6} \omega_1^2} \right) = -90^\circ$$

$$\text{puis } M\varphi = -90 - (-180) = 90^\circ$$

A.4.4 Pour $\phi = -180^\circ$, on mesure sur le graphe : $\boxed{Mg = 18,3dB}$

Ou par le calcul : Pour calculer la marge de gain, il faut calculer le gain pour la pulsation

$$\text{correspondant à } \phi = -180^\circ. \text{ Il s'agit ici de } \omega = \omega_0 = \sqrt{\frac{r_h}{M}}$$

$$\text{d'où } |FTBOC(j\omega_0)| = \frac{Kcor.Kcap.Kd.M}{S.F_v} = 0,119 = -18,5dB$$

$$\textbf{A.4.5} \quad \text{Calcul de la FTBF : } FTBF(p) = \frac{Kcor.G(p)}{1 + Kcor.G(p).Kcap}$$

$$FTBF(p) = \frac{Kcor.Kd}{S.p \left(1 + \frac{F_v}{r_h} p + \frac{M}{r_h} p^2 \right) + Kcor.Kd.Kcap} \quad \text{d'où le gain statique } K = \frac{1}{Kcap}$$

Soit ω_c la pulsation de coupure à -3dB, ω_c doit vérifier :

$$20.Log|FTBF(j\omega_c)| = 20.log\left(\frac{1}{Kcap} \right) - 3 \Leftrightarrow Log|FTBF(j\omega_c)| = \log\left(\frac{1}{1,4125.Kcap} \right)$$

$$\Leftrightarrow |FTBF(j\omega_c)| = \frac{1}{1,4125.Kcap}$$

on arrive finalement à l'équation

$$\left(\frac{S.\omega_c}{Kcor.Kd} \left(1 - \frac{M}{r_h} \omega_c^2 \right) \right)^2 + \left(Kcap - \frac{S.F_v}{Kcor.Kd.r_h} \omega_c^2 \right)^2 = 2.Kcap^2$$

$$\text{soit sous forme numérique : } (1574,56\omega_c(1 - 3,46.10^{-6}\omega_c^2))^2 + (26,25 - 7,62.10^{-4}\omega_c^2)^2 = 1377,78$$

$$\text{on trouve finalement } \omega_c = 1,667.10^{-2} rad.s^{-1} \text{ d'où } \boxed{f_c = 2,65.10^{-3} Hz \quad (< 50Hz)}$$

A.4.6 Le cahier des charges n'est donc pas respecté pour la valeur de la Bande Passante, ni pour l'erreur de position en réponse à une rampe (une seule intégration dans la chaîne directe).

A.4.7 Mise en œuvre d'un filtre**A.4.7.1** On lit sur le graphe pour $\phi = -160^\circ$ ($M\phi = 20^\circ$) :

$$20.\log K\text{cor}_{\text{supplémentaire}} = 82,5\text{dB} \rightarrow K\text{cor}_{\text{sup}} = 13335$$

$$\text{Donc } K\text{cor}_{\text{nouveau}} = K\text{cor}_{\text{précédent}} \cdot K\text{cor}_{\text{sup}} = 13335 \cdot 0,0001 \rightarrow \boxed{K\text{cor}_{\text{nouv}} = 1,33}$$

A.4.7.2 Mesure de la BP à -3dB du système en boucle fermée

$$\textbf{A.4.7.2.1} \quad G_s = \frac{1}{k\text{cap}} \rightarrow \boxed{G_{s_{\text{dB}}} = 20.\log \frac{1}{k\text{cap}}} \Rightarrow G_{s_{\text{dB}}} = 20.\log \frac{1}{26,25} \quad \boxed{G_{s_{\text{dB}}} = -28,4\text{dB}}$$

$$\textbf{A.4.7.2.2} \quad \text{On relève sur le graphe : BP à -3dB} = 436,5 \text{ rad/s, soit } \boxed{BP_{-3\text{dB}} = 69,5\text{Hz}}$$

A.4.7.2.3 Cette Bande Passante est supérieure à la limite de 50 Hz du cahier des charges, celui-ci est donc bien respecté en ce qui concerne la Bande Passante. Mais l'erreur de position en réponse à une rampe n'est toujours pas nulle, donc le cahier des charges n'est globalement pas respecté.

A.5 Précision**A.5.1** D'après le schéma-bloc :

$$\varepsilon(p) = k\text{cap}.Y_{\text{ref}}(p) - k\text{cap}.Y(p) = k\text{cap}.Y_{\text{ref}}(p) - k\text{cap}.G(p).K\text{cor}.\varepsilon(p)$$

$$\text{d'où } \boxed{\varepsilon(p) = \frac{k\text{cap}.Y_{\text{ref}}(p)}{1 + k\text{cap}.G(p).K\text{cor}}}$$

En régime permanent et en réponse à un échelon unitaire : $k\text{cap}.Y_{\text{ref}}(p) = \frac{1}{p}$, on a :

$$\varepsilon_p(t) \text{ en RP} = \lim_{t \rightarrow \infty} \varepsilon_p(t) = \lim_{p \rightarrow 0} p.\varepsilon_p(p) = \lim_{p \rightarrow 0} \frac{1}{1 + k\text{cap}.G(p).K\text{cor}} \quad \text{soit } \boxed{\varepsilon_p = 0}$$

Ce qui était prévisible étant donné la présence d'une intégration dans la chaîne directe.

A.5.2 En RP et en réponse à une rampe : $k\text{cap}.Y_{\text{ref}}(p) = \frac{1}{p^2}$, on a :

$$\varepsilon_v(t) \text{ en RP} = \lim_{t \rightarrow \infty} \varepsilon_v(t) = \lim_{p \rightarrow 0} p.\varepsilon_v(p) = \lim_{p \rightarrow 0} \frac{1}{p.(1 + k\text{cap}.G(p).K\text{cor})} \quad \text{soit } \boxed{\varepsilon_v = \frac{S}{k\text{cap}.K_d.K\text{cor}}}$$

A.5.3

$$\varepsilon(p) = k\text{cap}.Y_{\text{ref}}(p) - k\text{cap}.Y(p) = k\text{cap}.Y_{\text{ref}}(p) - k\text{cap}.G(p).(K\text{cor}.\varepsilon(p) + K_v.p.k\text{cap}.Y_{\text{ref}}(p))$$

$$\text{d'où } \varepsilon(p) = \frac{k\text{cap} - k\text{cap}^2.G(p).K_v.p}{1 + k\text{cap}.G(p).K\text{cor}}.Y_{\text{ref}}(p)$$

En RP et en réponse à une rampe : $k\text{cap}.Y_{\text{ref}}(p) = \frac{1}{p^2}$, on a :

$$\varepsilon_v(t) \text{ en RP} = \lim_{t \rightarrow \infty} \varepsilon_v(t) = \lim_{p \rightarrow 0} p \cdot \varepsilon_v(p) = \lim_{p \rightarrow 0} \frac{1 - k_{\text{cap}} \cdot G(p) \cdot K_v \cdot p}{p \cdot (1 + k_{\text{cap}} \cdot G(p) \cdot K_{\text{cor}})}$$

$$\varepsilon_v(t) \text{ en RP} = \lim_{p \rightarrow 0} \frac{1 - k_{\text{cap}} \cdot \frac{K_d \cdot K_v}{S}}{p \cdot (1 + k_{\text{cap}} \cdot \frac{K_d}{S \cdot p} \cdot K_{\text{cor}})} = \frac{1 - k_{\text{cap}} \cdot \frac{K_d \cdot K_v}{S}}{k_{\text{cap}} \cdot \frac{K_d}{S} \cdot K_{\text{cor}}} \quad \text{avec } \lim_{p \rightarrow 0} G(p) = \frac{K_d}{S \cdot p}$$

Soit $\boxed{\varepsilon_v = \frac{S - k_{\text{cap}} \cdot K_d \cdot K_v}{k_{\text{cap}} \cdot K_d \cdot K_{\text{cor}}}}$

A.5.4 $\varepsilon_v = 0 \Leftrightarrow \frac{S - k_{\text{cap}} \cdot K_d \cdot K_v}{k_{\text{cap}} \cdot K_d \cdot K_{\text{cor}}} = 0 \quad \text{soit} \quad \boxed{K_v = \frac{S}{k_{\text{cap}} \cdot K_d}}$

A.5.5 Une solution serait de proposer un correcteur Proportionnel et Intégral. Cela rajouterait une intégration dans la chaîne directe, ainsi il y en aurait deux et l'erreur de vitesse serait elle aussi automatiquement nulle.

B – CINEMATIQUE

B.2 Etude préliminaire

B.2.1 C'est une chaîne continue fermée. Il y a $n=5$ (4 solides + bâti), et $l = 5$ liaisons. L'étude dans le plan permet de considérer le système comme isostatique : $h=0$. Dans le cas d'une étude plane : $N_s=5 \cdot 2=10$ (2 inconnues statiques par liaison). On a alors $\boxed{h = m + N_s - 3 \cdot (n - 1)}$ soit $\boxed{0 = m + 10 - 3 \cdot (4)}$ donc $\boxed{m = 2}$

B.2.2 $\boxed{l_1 \cdot \cos \theta_1 + l_2 \cdot \cos \theta_2 = l_3 \cdot \cos \theta_3 + l_4 \cdot \cos \theta_4}$

$$\boxed{l_1 \cdot \sin \theta_1 + l_2 \cdot \sin \theta_2 = l_3 \cdot \sin \theta_3 + l_4 \cdot \sin \theta_4}$$

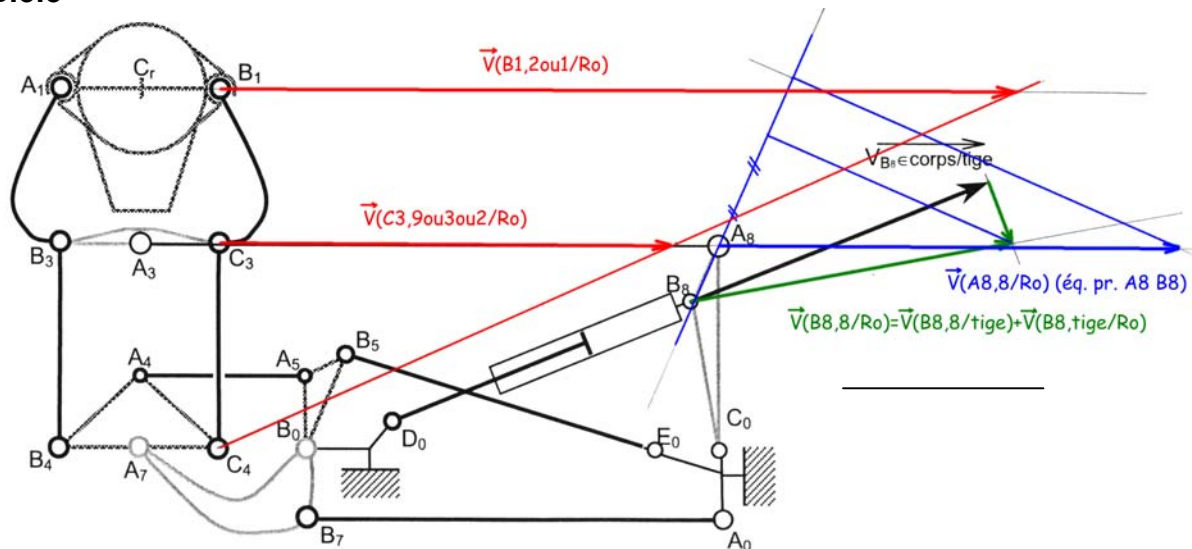
B.2.3 Il faut $\boxed{l_1 = l_3}$ et $\boxed{l_2 = l_4}$

B.2.4 Conditions : $l_1 = l_3$, $l_2 = l_4$, $\theta_1 = \theta_3$, $\theta_2 = \theta_4$, $\theta_1 = \text{cte}$, θ_2 varie.
 $\boxed{\text{Le mouvement de la barre 3 est alors un mouvement de translation circulaire.}}$

B.3 Etude cinématique liée au mouvement du vérin V1 seul

B.3.1 $\boxed{\text{Parallélogrammes } (B_4, B_3, C_3, C_4) (B_4, A_1, B_1, C_4) (A_8, C_0, A_7, A_3)}$

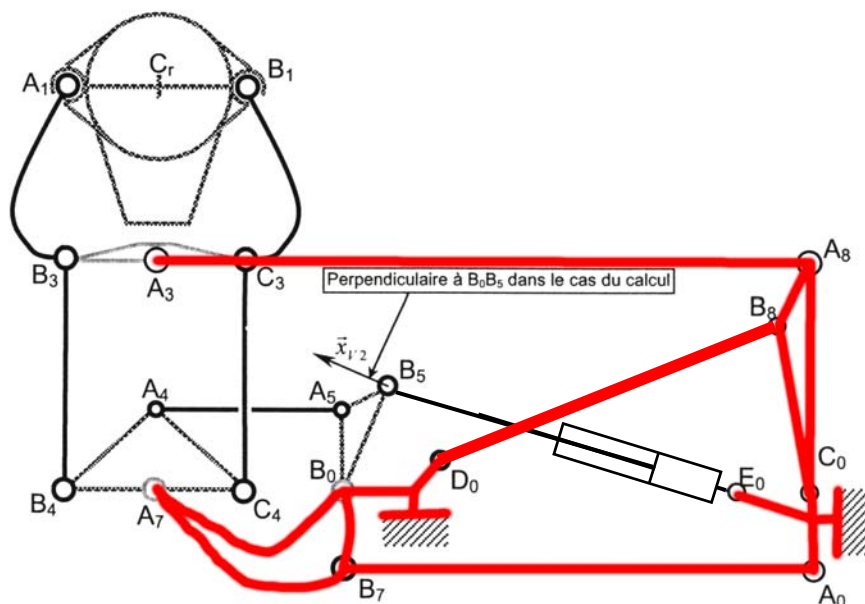
B.3.2 Le vérin V1 permet d'appliquer à la roue un mouvement de $\boxed{\text{translation}}$ $\boxed{\text{circulaire}}$ autour de la position représentée sur le schéma cinématique.

B.3.3

Vitesse	Norme
$\vec{V}_{B_8 \in \text{corps} / \text{tige}}$	2,95 m/s
$\vec{V}_{B_8 \in 8 / \mathcal{R}_0}$	3 m/s
$\vec{V}_{A_8 \in 8 / \mathcal{R}_0}$	4,2 m/s
$\vec{V}_{C_3 \in 3 / \mathcal{R}_0}$	4,2 m/s
$\vec{V}_{B_1 \in 1 / \mathcal{R}_0}$	7,4 m/s

B.3.4

Au voisinage de la position du schéma cinématique, le système permet de simuler une translation suivant \vec{x}_0 , c'est à dire le déplacement horizontal vers l'avant (ou vers l'arrière) du véhicule.

B.4 Etude cinématique liée au mouvement du vérin V2 seul**B.4.1**

B.4.2 Parallélogrammes (A_7, A_4, A_5, B_0) (B_4, A_1, B_1, C_4)

B.4.3 Le vérin V2 impose un mouvement de rotation autour de (Cr, z_0) à la roue.

B.4.4 Le comportement simulé ici est le freinage ou l'accélération du véhicule.

B.4.5 $\vec{V}_{Cr \in 1/\mathcal{R}_0} = \vec{0}$

B.4.6 $\|\vec{V}_{B_5 \in V2/\mathcal{R}_0}\| = \|\vec{V}_{B_5 \in 5/\mathcal{R}_0}\|$

puis $\|\vec{V}_{A_5 \in 5 \text{ ou } 6/\mathcal{R}_0}\| = \|\vec{V}_{B_5 \in 5/\mathcal{R}_0}\| \cdot \frac{l_4}{l_5} = \|\vec{V}_{A_4 \in 4 \text{ ou } 6/\mathcal{R}_0}\|$

puis $\|\vec{V}_{C_4 \in 4 \text{ ou } 2/\mathcal{R}_0}\| = \|\vec{V}_{A_4 \in 4/\mathcal{R}_0}\| \cdot \frac{1}{2.l_4} = \|\vec{V}_{B_1 \in 1 \text{ ou } 2/\mathcal{R}_0}\|$

et enfin on trouve : $\|\vec{V}_{B_1 \in 1/\mathcal{R}_0}\| = \frac{1}{2.l_5} \cdot \|\vec{V}_{B_5 \in V2/\mathcal{R}_0}\|$

B.4.7 $\|\vec{V}_{B_1 \in 1/\mathcal{R}_0}\| = \frac{0,459}{2,0,289} \cdot 4,25$ soit $\|\vec{V}_{B_1 \in 1/\mathcal{R}_0}\| = 3,375 \text{ m/s}$

et $\Omega(1/\mathcal{R}_0) = 2 \cdot \frac{\|\vec{V}_{B_1 \in 1/\mathcal{R}_0}\|}{1} = 2 \cdot \frac{3,375}{0,459}$ soit $\Omega(1/\mathcal{R}_0) = 14,7 \text{ rad/s}$

C – STATIQUE

C.2 Etude statique liée au mouvement du vérin V1 seul

C.2.1 $F_{(V1 \rightarrow 8)}^{(+)} = p \cdot \pi \cdot \frac{D_{\text{int}}^2}{4}$ soit $F_{(V1 \rightarrow 8)}^{(+)} = 150 \cdot 10^5 \cdot \pi \cdot \frac{0,064^2}{4}$ $F_{(V1 \rightarrow 8)}^{(+)} = 48255 \text{ N}$

et $F_{(V1 \rightarrow 8)}^{(-)} = p \cdot \pi \cdot \frac{(D_{\text{int}}^2 - d_t^2)}{4}$ soit $F_{(V1 \rightarrow 8)}^{(+)} = 150 \cdot 10^5 \cdot \pi \cdot \frac{0,064^2 - 0,028^2}{4}$ $F_{(V1 \rightarrow 8)}^{(+)} = 39019 \text{ N}$

C.2.2 Si on isole le vérin (tige+corps), l'ensemble est soumis à deux efforts égaux et opposés, appliqués en D₀ et B₈, portés par D₀B₈ c'est à dire \vec{x}_{V1} .

C.2.3 Si on isole la barre (9), elle est soumise à deux efforts égaux et opposés, appliqués en A₃ et A₈, portés par A₃A₈ c'est à dire \vec{x}_0 .

C.2.4 On isole la bielle (8) :

$$\overrightarrow{B_8 A_8} \begin{vmatrix} a_8 \\ l_{21} - b_8 \\ 0 \end{vmatrix} \quad T_{9 \rightarrow 8} = \begin{matrix} A_8 \\ \left\{ \begin{matrix} F_{A_8} \cdot \vec{x}_o \\ \vec{0} \end{matrix} \right\}_{\mathcal{R}_o} \end{matrix} = \begin{matrix} A_8 \\ \left\{ \begin{matrix} F_{A_8} & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{matrix} \right\}_{\mathcal{R}_o} \end{matrix} = \begin{matrix} B_8 \\ \left\{ \begin{matrix} F_{A_8} & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & (b_8 - l_{21})F_{A_8} \end{matrix} \right\}_{\mathcal{R}_o} \end{matrix}$$

$$T_{V1 \rightarrow 8} = \begin{matrix} B_8 \\ \left\{ \begin{matrix} F_{V1 \rightarrow 8}^{(+)} \cdot \vec{x}_{V1} \\ \vec{0} \end{matrix} \right\}_{\mathcal{R}_o} \end{matrix} = \begin{matrix} B_8 \\ \left\{ \begin{matrix} F_{V1 \rightarrow 8}^{(+)} \cdot \cos \theta_{V1} & 0 \\ F_{V1 \rightarrow 8}^{(+)} \cdot \sin \theta_{V1} & 0 \\ 0 & 0 \end{matrix} \right\}_{\mathcal{R}_o} \end{matrix}$$

$$\overrightarrow{B_8 C_0} \begin{vmatrix} a_8 \\ -b_8 \\ 0 \end{vmatrix} \quad T_{0 \rightarrow 8} = \begin{matrix} A_8 \\ \left\{ \begin{matrix} X_{08} \cdot \vec{x}_o + Y_{08} \cdot \vec{y}_o \\ \vec{0} \end{matrix} \right\}_{\mathcal{R}_o} \end{matrix} = \begin{matrix} C_0 \\ \left\{ \begin{matrix} X_{08} & 0 \\ Y_{08} & 0 \\ 0 & 0 \end{matrix} \right\}_{\mathcal{R}_o} \end{matrix} = \begin{matrix} B_8 \\ \left\{ \begin{matrix} X_{08} & 0 \\ Y_{08} & 0 \\ 0 & a_8 \cdot Y_{08} + b_8 \cdot X_{08} \end{matrix} \right\}_{\mathcal{R}_o} \end{matrix}$$

Principe Fondamental de la Statique appliqué à (8) : $T_{9 \rightarrow 8} + T_{V1 \rightarrow 8} + T_{0 \rightarrow 8} = 0$

Soit $\begin{cases} F_{A_8} + F_{V1 \rightarrow 8}^{(+)} \cdot \cos \theta_{V1} + X_{08} = 0 & (1) \\ F_{V1 \rightarrow 8}^{(+)} \cdot \sin \theta_{V1} + Y_{08} = 0 & (2) \\ (b_8 - l_{21}) \cdot F_{A_8} + a_8 \cdot Y_{08} + b_8 \cdot X_{08} = 0 & (3) \end{cases}$

Résolution : (2) > $Y_{08} = -F_{V1 \rightarrow 8}^{(+)} \cdot \sin \theta_{V1}$

$-b_8 \cdot (1) + (3) > F_{A_8} = \frac{1}{l_{21}} \cdot (-b_8 \cdot F_{V1 \rightarrow 8}^{(+)} \cdot \cos \theta_{V1} + a_8 \cdot Y_{08})$

(1) > $X_{08} = -F_{A_8} - F_{V1 \rightarrow 8}^{(+)} \cdot \cos \theta_{V1}$

C.2.5 $Y_{08} = -48255 \cdot \sin 21,7^\circ$ $Y_{08} = -17842 \text{ N}$

$F_{A_8} = \frac{1}{0,578} \cdot (-0,4235 \cdot 48255 \cdot \cos 21,7^\circ - 0,08 \cdot 17842)$ $F_{A_8} = -35320 \text{ N}$

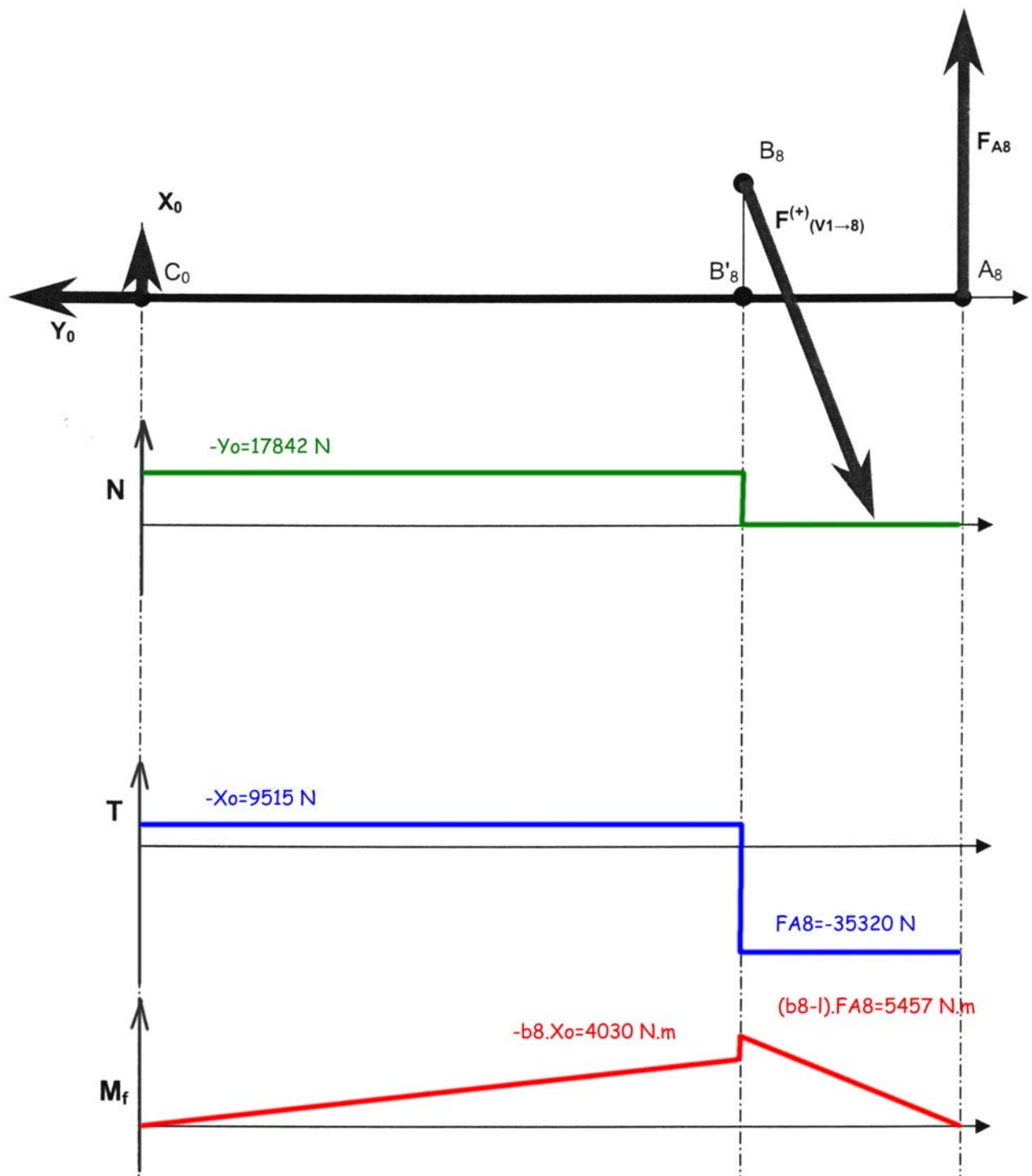
$X_{08} = 35320 - 48255 \cdot \cos 21,7^\circ$ $X_{08} = -9515 \text{ N}$

C.3 Résistance des matériaux

C.3.1

$$\overrightarrow{B'_8 B_8} \begin{vmatrix} -a_8 \\ 0 \\ 0 \end{vmatrix} \quad T_{V1 \rightarrow 8} = \begin{matrix} B_8 \\ \left\{ \begin{matrix} F_{V1 \rightarrow 8}^{(+)} \cdot \cos \theta_{V1} & 0 \\ F_{V1 \rightarrow 8}^{(+)} \cdot \sin \theta_{V1} & 0 \\ 0 & 0 \end{matrix} \right\}_{\mathcal{R}_o} \end{matrix} = \begin{matrix} B'_8 \\ \left\{ \begin{matrix} F_{V1 \rightarrow 8}^{(+)} \cdot \cos \theta_{V1} & 0 \\ F_{V1 \rightarrow 8}^{(+)} \cdot \sin \theta_{V1} & 0 \\ 0 & -a_8 \cdot F_{V1 \rightarrow 8}^{(+)} \cdot \sin \theta_{V1} \end{matrix} \right\}_{\mathcal{R}_o} \end{matrix}$$

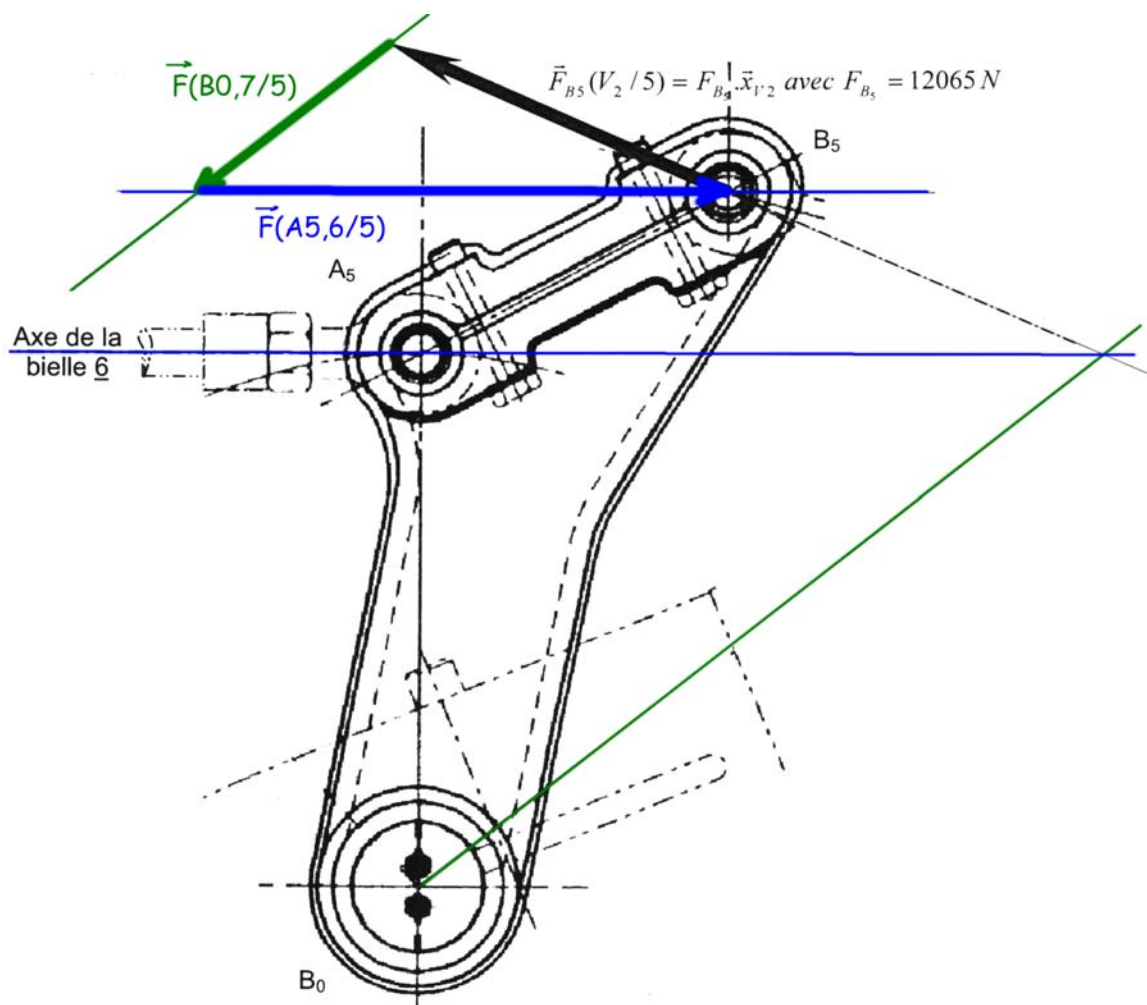
C.3.2 / C.3.3 / C.3.4



C.4 Concentration de contraintes (vérin V2 seul)

C.4.1
$$F_{(V2 \rightarrow 5)} = p \cdot \pi \cdot \frac{D_{int}^2}{4} \quad \text{soit} \quad F_{(V2 \rightarrow 5)} = 150 \cdot 10^5 \cdot \pi \cdot \frac{0,032^2}{4} \quad F_{(V2 \rightarrow 5)} = 12064 \text{ N}$$

C.4.2 La barre (6) est soumise à de la compression.

C.4.3

Force	Norme
F_{B5}	12065 N
F_{A5}	17145 N
F_{B0}	7832 N

C.4.4 $\sigma = \frac{F}{S} = \frac{F_{A5}}{\pi \cdot R^2} = \frac{17145}{\pi \cdot 10^2}$ soit $\sigma = 54 \text{ N/mm}^2 < \sigma_e = 185 \text{ MPa}$

La limite de contrainte est respectée (mais aucun coefficient de sécurité n'a été pris en compte).

C.4.5 $\frac{d}{D} = \frac{20}{30} = 0,66$ et $\frac{r}{t} = \frac{0,2}{5} = 0,04$ d'où $K_t = 4,3$

C.4.6 $\sigma_{\max i} = K_t \cdot \sigma = 4,3 \cdot 54$ soit $\sigma_{\max i} = 232 \text{ N/mm}^2 > \sigma_e = 185 \text{ MPa}$

La limite élastique est ici dépassée, la conception est donc incorrecte.

C.4.7 Pour diminuer K_t , il suffit d'augmenter le rayon de raccordement r .
Par exemple, avec $r=1,5 \text{ mm}$, $r/t=0,3$ et $K_t=2,1$, ce qui ramène la contrainte maxi à 108 Mpa.

D – DYNAMIQUE**D.2 Dynamique : Etude du vérin V3 seul****D.2.1** Parallélogramme (A_7, A_4, A_5, B_0)

D.2.2 $\|\vec{V}_{A_7 \in 7 \text{ ou } 4 / \mathcal{R}_0}\| = \|\vec{V}_{B_7 \in V3 \text{ ou } 7 / \mathcal{R}_0}\| \cdot \frac{l_6}{l_7} = \|\vec{V}_{Cr \in 1 / \mathcal{R}_0}\|$

$\|\vec{V}_{A_7 \in 4 / \mathcal{R}_0}\| = \|\vec{V}_{Cr \in 1 / \mathcal{R}_0}\| = 0,635 \cdot \frac{0,48}{0,19} = 1,6 \text{ m/s}$

D.2.3 $\vec{u}_{Cr \in 1 / \mathcal{R}_0} = U_0 \cdot \sin\left(\frac{2\pi}{T}t\right) \cdot \vec{y}_0$

D.2.4 $\ll F_{Is} \gg = -\vec{D}_{S/\mathcal{R}_0} \cdot \vec{y}_0 = -m \cdot \vec{\Gamma}_{G_{Se}S/\mathcal{R}_0} \cdot \vec{y}_0$ avec $\vec{\Gamma}_{Cr \in 1 / \mathcal{R}_0} = -U_0 \cdot \left(\frac{2\pi}{T}\right)^2 \cdot \sin\left(\frac{2\pi}{T}t\right) \cdot \vec{y}_0$

d'où $\ll F_{Is} \gg = m \cdot U_0 \cdot \left(\frac{2\pi}{T}\right)^2 \cdot \sin\left(\frac{2\pi}{T}t\right)$

D.2.5 Théorème de la résultante dynamique : $Y_{7S} - m \cdot g = -m \cdot U_0 \cdot \left(\frac{2\pi}{T}\right)^2 \cdot \sin\left(\frac{2\pi}{T}t\right)$

D'où $Y_{7S} = m \cdot \left(g - U_0 \cdot \left(\frac{2\pi}{T}\right)^2 \cdot \sin\left(\frac{2\pi}{T}t\right)\right)$

D.2.6

$T_{S \rightarrow 7} = \begin{Bmatrix} -X_{7S} & 0 \\ -Y_{7S} & 0 \\ 0 & 0 \end{Bmatrix}_{A_7 \mathcal{R}_0}$	$T_{0 \rightarrow 7} = \begin{Bmatrix} X_{07} & 0 \\ Y_{07} & 0 \\ 0 & 0 \end{Bmatrix}_{B_0 \mathcal{R}_0}$	$T_{g \rightarrow 7} = \begin{Bmatrix} 0 & 0 \\ -m_7 \cdot g & 0 \\ 0 & 0 \end{Bmatrix}_{G_7 \mathcal{R}_0}$	$T_{V3 \rightarrow 7} = \begin{Bmatrix} X_{V3 \rightarrow 7} & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{Bmatrix}_{B_7 \mathcal{R}_0}$
---------------------------------------------------------------------------------------------------------------	-------------------------------------------------------------------------------------------------------------	--------------------------------------------------------------------------------------------------------------	-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

D.2.7 Théorème du moment dynamique en B_0 : (*Problème erreur sujet dans le signe de $B_0 B_7$*)

$$\overrightarrow{B_0 A_7} \wedge (-X_{7S} \cdot \vec{x}_0 - Y_{7S} \cdot \vec{y}_0) + \overrightarrow{B_0 G_7} \wedge (-m_7 \cdot g \cdot \vec{y}_0) + \overrightarrow{B_0 B_7} \wedge (X_{V3 \rightarrow 7} \cdot \vec{x}_0) = I_7 \cdot \ddot{\theta}_{70} \cdot \vec{z}_0$$

$$(-l_6 \cdot \vec{x}_0) \wedge (-X_{7S} \cdot \vec{x}_0 - Y_{7S} \cdot \vec{y}_0) + (-x_{7G} \cdot \vec{x}_0 - y_{7G} \cdot \vec{y}_0) \wedge (-m_7 \cdot g \cdot \vec{y}_0) + (-l_7 \cdot \vec{y}_0) \wedge (X_{V3 \rightarrow 7} \cdot \vec{x}_0) = I_7 \cdot \ddot{\theta}_{70} \cdot \vec{z}_0$$

$$l_6 \cdot Y_{7S} + x_{7G} \cdot m_7 \cdot g + l_7 \cdot X_{V3 \rightarrow 7} = I_7 \cdot \ddot{\theta}_{70} \quad \text{avec} \quad \ddot{\theta}_{70} = -\frac{\|\vec{\Gamma}_{B_7 \in V3/\mathcal{R}_0}\|}{l_7} = -\frac{\frac{l_7}{l_6} \cdot \|\vec{\Gamma}_{Cr \in 1/\mathcal{R}_0}\|}{l_7}$$

soit $l_6 \cdot Y_{7S} + x_{7G} \cdot m_7 \cdot g + l_7 \cdot X_{V3 \rightarrow 7} = -I_7 \cdot \frac{U_0}{l_6} \cdot \left(\frac{2\pi}{T}\right)^2 \cdot \sin\left(\frac{2\pi}{T}t\right)$

D.2.8 $X_{V3 \rightarrow 7} = -\frac{1}{l_7} \cdot \left[I_7 \cdot \frac{U_0}{l_6} \cdot \left(\frac{2\pi}{T}\right)^2 \cdot \sin\left(\frac{2\pi}{T}t\right) + x_{7G} \cdot m_7 \cdot g + l_6 \cdot \left(m \cdot g - m \cdot U_0 \cdot \left(\frac{2\pi}{T}\right)^2 \cdot \sin\left(\frac{2\pi}{T}t\right) \right) \right]$

soit $X_{V3 \rightarrow 7} = -\frac{1}{l_7} \cdot \left[\left(\frac{I_7}{l_6} - m \cdot l_6 \right) \cdot U_0 \cdot \left(\frac{2\pi}{T}\right)^2 \cdot \sin\left(\frac{2\pi}{T}t\right) + (x_{7G} \cdot m_7 + l_6 \cdot m) \cdot g \right]$