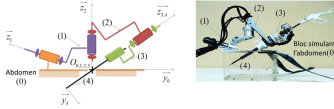


Colle 1



Micromanipulateur compact pour la chirurgie endoscopique

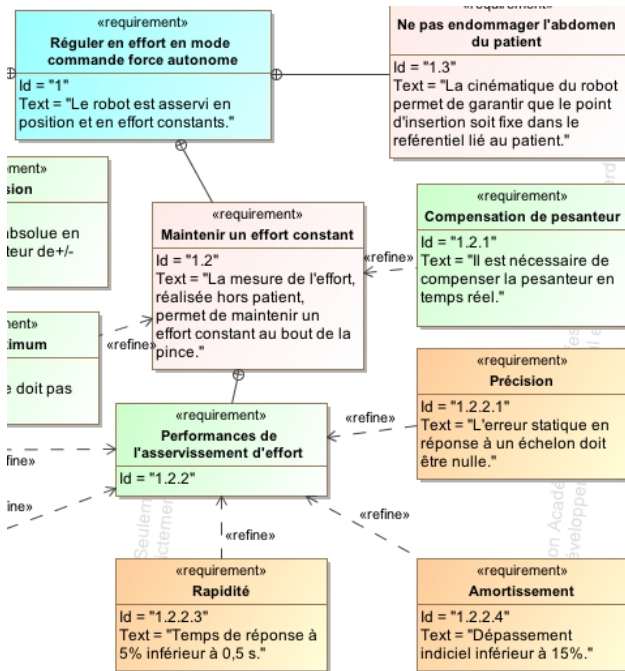
Mines Ponts 2016

Savoirs et compétences :
Schéma-blocs et ordre 21 Micromanipulateur compact pour la chirurgie endoscopique (MC²E)

1.1 Présentation générale

L'objet de cette étude est un robot appelé MC²E utilisé en chirurgie endoscopique. Ce type de robots médico-chirurgicaux est équipé de capteurs (caméra, capteur d'efforts...) permettant de maîtriser les interactions avec des environnements souvent déformables et difficilement modélisables comme le corps humain.

La figure suivante décrit les principales exigences auxquelles est soumis le MC²E.



1.2 Validation des performances de l'asservissement d'effort

Modèle de connaissance de l'asservissement

Objectif Modéliser l'asservissement en effort.

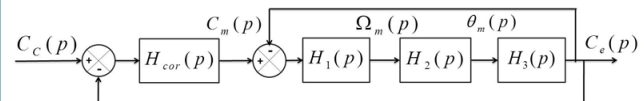
L'équation de mouvement est définie par l'équation

différentielle suivante : $J \frac{d^2 \theta_m(t)}{dt^2} = C_m(t) - C_e(t)$ avec :

- J , inertie équivalente à l'ensemble en mouvement, ramenée sur l'arbre moteur;
- $C_e(t)$, couple regroupant l'ensemble des couples extérieurs ramenés à l'arbre moteur, notamment

fonction de la raideur du ressort.

On notera $\theta_m(p)$, $\Omega_m(p)$, $C_m(p)$ et $C_e(p)$ les transformées de Laplace des grandeurs de l'équation de mouvement. On pose $C_e(t) = K_{C\theta} \theta_m(t)$ où $K_{C\theta}$ est une constante positive. On a de plus $\frac{d\theta_m(t)}{dt} = \omega_m(t)$. La régulation se met alors sous la forme du schéma-blocs à retour unitaire simplifié que l'on admettra :



Modèle simplifié du montage du capteur d'effort.

Avec :

- $C_e(p)$, couple de sortie mesuré par le capteur d'effort situé sur le MC²E;
- $C_c(p)$, couple de consigne;
- $C_m(p)$, couple moteur;
- $H_{cor}(p)$, fonction de transfert du correcteur.

Dans un premier temps, on prendra $H_{cor}(p) = 1$.

Question 1 Transformer les trois équations dans le domaine de Laplace.

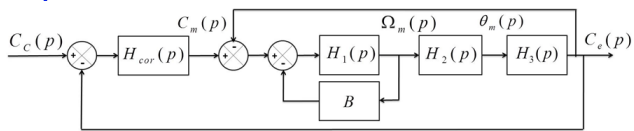
Question 2 Déterminer les expressions des fonctions de transfert $H_1(p)$, $H_2(p)$ et $H_3(p)$.

Question 3 Donner l'expression de la fonction de transfert en boucle fermée $F(p) = \frac{C_e(p)}{C_m(p)}$, la mettre sous forme canonique et retracer le schéma-blocs.

Question 4 Donner l'expression de la fonction de transfert en boucle fermée $H_{BF}(p) = \frac{C_e(p)}{C_c(p)}$, la mettre sous forme canonique et retracer le schéma-blocs.

Question 5 Ne pas traiter – Quel sera le comportement de cet asservissement en réponse à un échelon d'amplitude C_0 ? Conclure.

Pour remédier au problème ainsi mis en évidence, le concepteur a choisi de mettre en place une boucle interne numérique, dite tachymétrique, de gain B . On s'intéresse ici à la définition analytique de B . Le schéma-blocs modifié est donné figure suivante.



Régulation avec retour tachymétrique

On règle B de telle façon que, pour $H_{cor}(p) = 1$, la fonction de transfert en boucle ouverte, notée $H_{BO}(p)$, puisse être mise sous la forme suivante : $H_{BO1}(p) = \frac{1}{(1 + \tau p)^2}$.

Question 6 On note $\varepsilon(p)$ le signal de sortie du premier comparateur. Donner l'expression de la fonction de trans-

fert en boucle fermée $H_{BO2}(p) = \frac{C_e(p)}{\varepsilon(p)}$ et la mettre sous forme canonique.

Question 7 Donner l'expression analytique du gain B, en fonction de J et $K_{C\theta}$, permettant d'identifier $H_{BO2}(p)$ et $H_{BO1}(p)$. En déduire l'expression analytique de la constante de temps τ .

Question 8 Donner l'expression analytique du gain B, en fonction de J et $K_{C\theta}$, permettant d'obtenir cette forme de fonction de transfert. En déduire l'expression analytique de la constante de temps τ .

Question 2.

D'après l'équation de mouvement, $Jp\Omega_m(p) = C_m(p) - C_e(p)$. On a donc $H_1(p) = \frac{1}{Jp}$.
On a $p\theta_m(p) = \Omega_m(p)$; donc $H_2(p) = \frac{1}{p}$.
Enfin, $C_e(p) = K_{C\theta}\theta_m(p)$ et donc $H_3(p) = K_{C\theta}$.

Question 3.

On a dans un premier temps $\frac{C_e(p)}{C_m(p)} = F(p) = \frac{H_1(p)H_2(p)H_3(p)}{1+H_1(p)H_2(p)H_3(p)} = \frac{\frac{1}{Jp^2}K_{C\theta}}{1+\frac{1}{Jp^2}K_{C\theta}} = \frac{K_{C\theta}}{Jp^2+K_{C\theta}}$.
Dans un second temps, $H_{BF}(p) = \frac{\frac{K_{C\theta}}{Jp^2+K_{C\theta}}H_{cor}(p)}{1+\frac{K_{C\theta}}{Jp^2+K_{C\theta}}H_{cor}(p)} = \frac{K_{C\theta}H_{cor}(p)}{Jp^2+K_{C\theta}+K_{C\theta}H_{cor}(p)}$.
Avec $H_{cor}(p) = 1$: $H_{BF}(p) = \frac{K_{C\theta}}{Jp^2+2K_{C\theta}} = \frac{\frac{1}{2}}{\frac{J}{2K_{C\theta}}p^2+1}$.

Question 4.

On peut mettre la fonction précédente sous forme canonique. On a : $H_{BF}(p) = \frac{\frac{1}{2}}{\frac{J}{2K_{C\theta}}p^2+1}$. Il s'agit d'un système du second ordre avec un coefficient d'amortissement nul. On a alors un oscillateur harmonique et la réponse du système à un échelon d'amplitude C_0 est une sinusoïde (d'amplitude C_0 et de moyenne $\frac{C_0}{2}$).
Un mouvement sinusoïdal est surement incompatible avec l'asservissement d'un axe sur un robot chirurgical.

Question 5.

On a $H_{BO}(p) = \frac{H_{cor}(p) \cdot \frac{H_1(p)}{1+H_1(p)B} H_2(p)H_3(p)}{1+\frac{H_1(p)}{1+H_1(p)B} H_2(p)H_3(p)} = \frac{H_1(p)H_2(p)H_3(p)}{1+H_1(p)B+H_1(p)H_2(p)H_3(p)} = \frac{\frac{K_{C\theta}}{Jp^2}}{1+\frac{B}{Jp}+\frac{K_{C\theta}}{Jp^2}} = \frac{K_{C\theta}}{Jp^2+pB+K_{C\theta}} = \frac{1}{\frac{Jp^2}{K_{C\theta}}+\frac{pB}{K_{C\theta}}+1}$.
Par ailleurs, $(1+\tau p)^2 = 1+\tau^2 p^2+2\tau p$.
En identifiant, $\tau^2 = \frac{J}{K_{C\theta}}$ et $2\tau = \frac{B}{K_{C\theta}}$. On a donc $B = 2\tau K_{C\theta} = 2K_{C\theta}\sqrt{\frac{J}{K_{C\theta}}} = 2\sqrt{JK_{C\theta}}$ et $\tau = \sqrt{\frac{J}{K_{C\theta}}}$.

Question 6.

On a : $\varepsilon(p) = \frac{C_e(p)}{1+FTBO(p)} = \frac{C_0}{p} \cdot \frac{1}{1+\frac{K_i(1+T_i p)}{T_i p(1+\tau p)^2}}$. En conséquences, $\varepsilon_s = \lim_{t \rightarrow \infty} \varepsilon(t) = \lim_{p \rightarrow 0} p\varepsilon(p) = \lim_{p \rightarrow 0} p \frac{C_0}{p} \cdot \frac{1}{1+\frac{K_i(1+T_i p)}{T_i p(1+\tau p)^2}} = \lim_{p \rightarrow 0} C_0 \cdot \frac{1}{1+\frac{K_i(1+T_i p)}{T_i p(1+\tau p)^2}} = 0 \text{ Nm}$. L'exigence 1.2.2.1 est vérifiée.

Question 7.

On a $\frac{\frac{K_i(1+T_i p)}{T_i p(1+\tau p)^2}}{1+\frac{K_i(1+T_i p)}{T_i p(1+\tau p)^2}} = \frac{K_i(1+T_i p)}{T_i p(1+\tau p)^2+K_i(1+T_i p)}$. Avec $T_i = \tau$, on a $\frac{K_i}{\tau p(1+\tau p)+K_i}$. La FTBF est bien d'ordre 2.

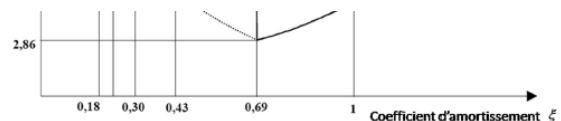


Pour avoir $D\% \leq 15\%$ il faut $\xi \geq 0,5$

Cependant, on trouve sur ce diagramme qu'il faut avoir $\xi \geq 0,8$ pour avoir une marge de phase de 70° .

Si on souhaite obtenir le temps de réponse à 5% le plus rapide, comme $\xi \geq 0,8 > 0,7$, il faut prendre ξ le plus faible possible. Cela impose $\xi = 0,8$ et comme $\xi = \frac{1}{2\sqrt{K_i}}$ on a

alors $K_i = \frac{1}{4\xi^2} = 0,4$.



Pour $\xi = 0,8$, la lecture de l'abaque donne donc $t_{R5\%} \cdot \omega_0 \geq 3,5$ et avec $t_{R5\%} \leq 0,5s$ on a $\omega_0 \geq 7 \text{ rad/s}$

Question 9.

Critère	Valeur
Dépassement	2% 1
Tr5%	<0,5 s 1
Erreur statique en réponse à un échelon	0 1

