Colle 3

Moto de trial électrique

E3A MP 2016

Savoirs et compétences :

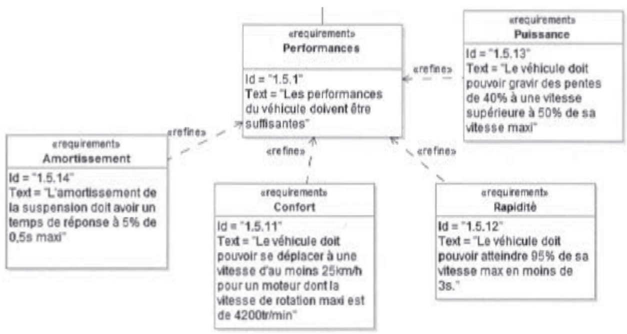
Mise en situation

Présentation

La motorisation électrique fait désormais partie intégrante du paysage des deux-roues motorisés. À l'image de l'industrie automobile, la propulsion électrique est le nouveau cheval de bataille de nombreux constructeurs de 2 roues, voire l'unique alternative aux soucis de pollution qu'elle soit chimique ou sonore. La culture d'entreprise d'Electric-Motion est essentiellement tournée vers l'électrique.

À l'heure actuelle l'offre moto électrique est réduite et les gammes sont plus que restreintes. Electric-Motion étend la gamme des possibilités offertes aux amateurs de 2 roues en proposant un modèle trial aux adeptes de « green motorcycle ».

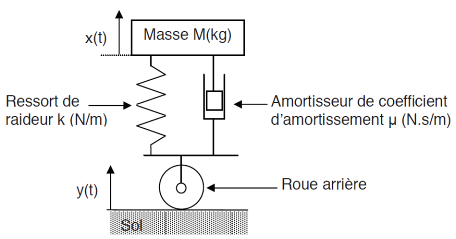
Extrait des exigences fonctionnelles



Vérification des performances de la suspension

Objectif Justifier le choix par le constructeur de l'amortisseur arrière et de son réglage.

La figure ci-dessous représente le modèle retenu pour l'amortisseur.



On suppose que l'origine de $x(t)$ correspond à la situation où la moto roule avec un pilote dessus, en l'absence de défaut de la route. $y(t)$ caractérise le profil de la route. L'équation de la résultante dynamique appliquée à la masse donne donc :

$$M\ddot{x}(t) = -k\left(x(t)-y(t)\right) - \mu\left(\dot{x}(t)-\dot{y}(t)\right).$$

On notera $f(t)$ en temporel et $F(p)$ sa transformée dans le domaine de Laplace.

Question 1 *Exprimer la fonction de transfert de l'amortisseur $H(p)=\dfrac{X(p)}{Y(p)}$ sous forme canonique.*

Pour la suite, on néglige le terme en p du numérateur.

Question 2 *Déterminer la pulsation propre du système ω_0, le gain K_a et le facteur d'amortissement z en fonction de M, k et μ.*

Lors de l'étude de l'équilibre de la moto, la masse de l'ensemble est répartie équitablement entre la roue avant et la roue arrière. On donne la masse $M = 70\,\text{kg}$ de l'ensemble comprenant la moitié de la masse moto+pilote, et la raideur du ressort $k = 70\,000\,\text{N/m}$.

Question 3 *Choisir le coefficient d'amortissement μ pour avoir un temps de réponse à 5% minimal.*

Influence de la pente sur la vitesse maximale de la moto

Le pilote demande une consigne en tension U_c au moteur à l'aide de la poignée d'accélérateur (comprise entre 0 et 48V). Le moteur va donc créer sur la poulie P_1 un couple C_m. On souhaite connaître la vitesse à laquelle peut aller la moto en fonction de la pente. On aura donc, une consigne $u_c(t)$ en volt et une réponse $\omega_m(t)$ en rad/s.

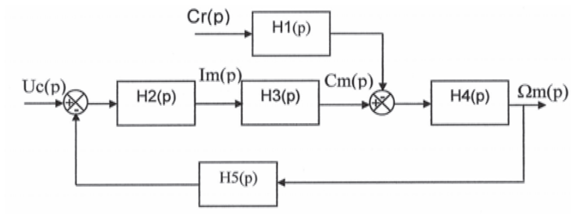
On se placera dans différents cas :

- sur le plat : $C_r = 0\,\text{Nm}$;
- sur une faible pente (20%) : $C_r = 110\,\text{Nm}$;
- sur une forte pente (40%) : $C_r = 210\,\text{Nm}$.

Hypothèses :

- on suppose que les roues de la moto restent en contact avec le sol, sans glisser ;
- on appelle l'ensemble Σ={Moto + Pilote + roueAV + roueAR + Arbre intermédiaire+ Rotor}.

Le schéma-blocs suivant modélise la commande en vitesse du moteur :



En appliquant le théorème de l'énergie cinétique, on obtient : $J_{eq}\dot{\omega}_m(t) = C_r(t)K_1K_2 + C_m(t)$.

Question 4 *En déduire les fonctions de transfert $H4(p)$ et $H1(p)$ littéralement.*

Pour la suite du sujet, on prendra $J_{eq} = 0,1 kg.m^2$. On assimile ce moteur brushless à un moteur à courant continu. Les équations du comportement du moteur sont donc : $u_c(t) = R_m i_m(t) + L_m \dfrac{di_m(t)}{dt} + e(t)$, $e(t) = K_e \omega_m(t)$, $C_m(t) = K_m i_m(t)$.

Question 5 *En déduire les fonctions de transfert : $H_2(p)$, $H_3(p)$ et $H_5(p)$.*

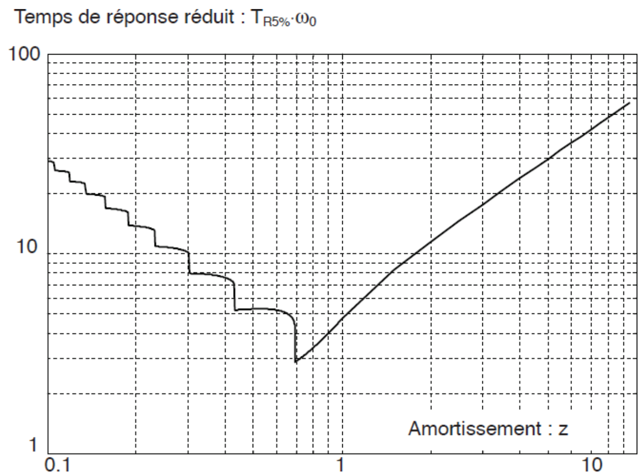
Question 6 *Montrer que l'on peut écrire $\Omega_m(p)$ sous la forme : $\Omega_m(p) = H_u(p)U_c(p) - H_{Cr}(p)Cr(p)$. Pour cela, expliciter $H_{cr}(p)$ et $H_u(p)$ en fonction des $H_1(p)$, $H_2(p)$, $\ldots H_5(p)$.*

Question 7 *Dans le cas où $Cr(p) = 0$, déterminer la fonction de transfert du moteur en Boucle Fermée $H_U(p) = \dfrac{\Omega_m(p)}{U_c(p)}$ sous la forme $H_u(p) = \dfrac{K_v}{1 + \dfrac{2z}{\omega_0}p + \dfrac{p^2}{\omega_0^2}}$.*

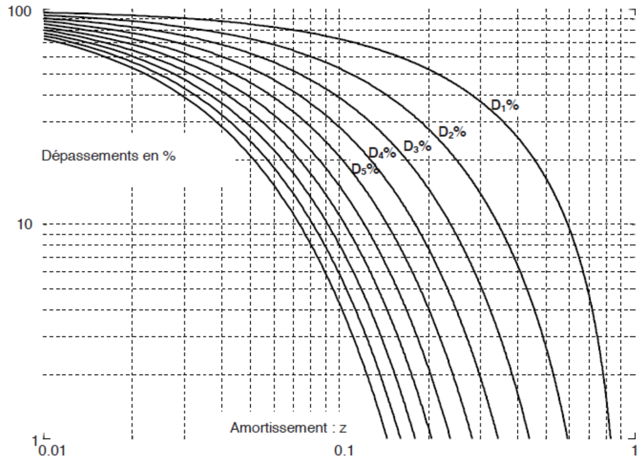
Question 8 *Calculer les valeur littérales de Kv, z et ω_0, puis faire l'application numérique.*

Pour la suite on prendra des valeurs suivantes : $z = 0,8$ et $\omega_0 = 1.55$ rad/s.

Question 9 *De quel ordre est ce système ? Calculer le temps de réponse à 5% et la valeur du premier dépassement de ce système à l'aide des abaques fournis ci-dessous. Conclure vis-à-vis des exigences fonctionnelles.*



Dépassements relatifs d'un second ordre pseudo-périodique : D_k%

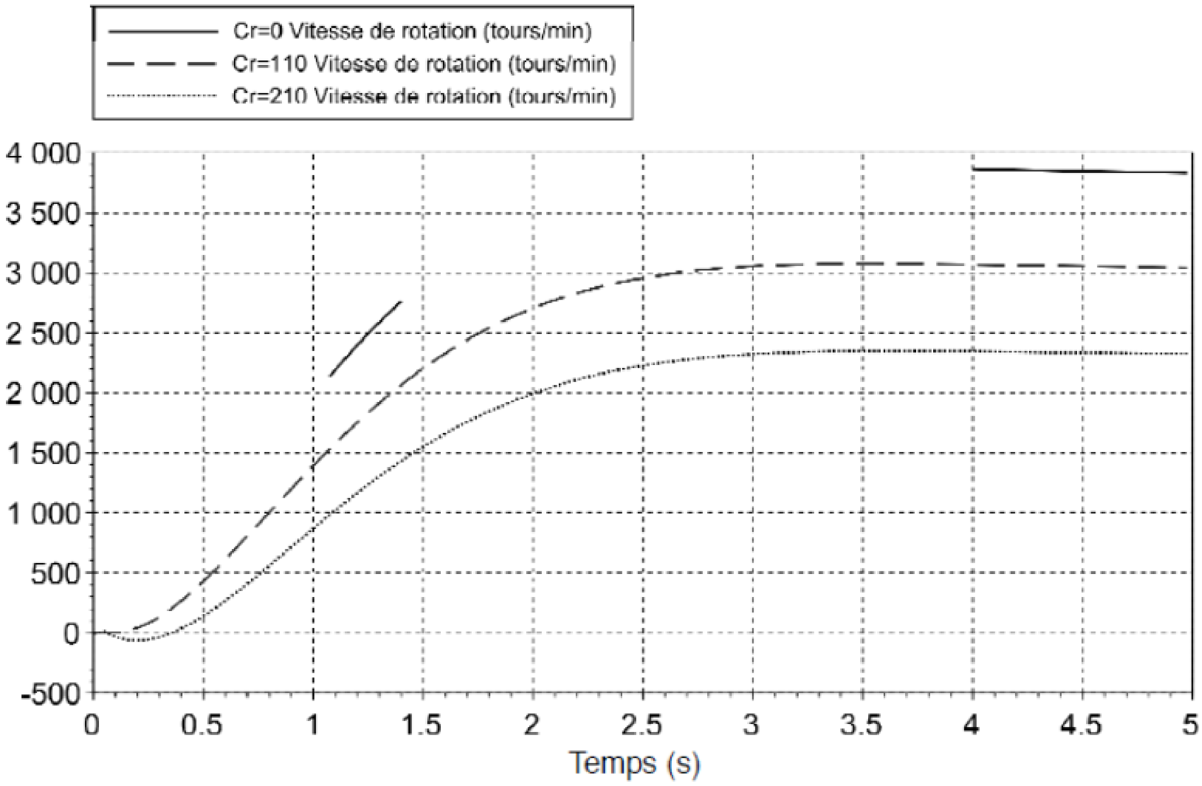


On rappelle la relation de la pseudo-période T d'une réponse indicielle d'un système de second ordre : $T = \dfrac{2\pi}{\omega_0\sqrt{1-z^2}}$.

Question 10 *Compléter sur le document réponse la courbe de réponse en vitesse pour un $Cr = 0$ Nm en indiquant sur la courbe les tangentes, le temps du 1er dépassement, le premier dépassement, et le $Tr_{5\%}$.*

On a sur la courbe du document réponse, la réponse à un échelon de commande (accélérateur à fond) de la moto qui roule à plat et pour 2 pentes différentes (20% et 40%).

Question 11 *Le temps d'accélération est-il changé ? Sur quelle valeur influence ce changement de pente ? Conclure vis-à-vis des exigences fonctionnelles.*


Cr=0 Vitesse de rotation (tours/min)
Cr=110 Vitesse de rotation (tours/min)
Cr=210 Vitesse de rotation (tours/min)
4 000
3 500
3 000
2 500
2 000
1 500
1 000
500
0
-500
0
0.5
1
1.5
2
2.5
3
3.5
4
4.5
5
Temps (s)

Question 12.

On suppose classiquement que les conditions initiales sont nulles. Plus précisément :
$y(0) = 0$; $x(0) = 0$ et $\dot{x}(0) = 0$

$$\begin{aligned} Mp^2X(p) &= -k\left(X(p) - Y(p)\right) - \mu p\left(X(p) - Y(p)\right) \\ \left(Mp^2 + \mu p + k\right)X(p) &= \left(\mu p + k\right)Y(p) \end{aligned}$$

$$H(p) = \frac{1 + \frac{\mu}{k}p}{1 + \frac{\mu}{k}p + \frac{M}{k}p^2}$$

Pour la suite on conservera donc :

$$H(p) = \frac{1}{1 + \frac{\mu}{k}p + \frac{M}{k}p^2} \qquad (1)$$

Question 13.

Par identification on extrait de (1) :

$$K_a = 1\,;\ \omega_0 = \sqrt{\frac{k}{M}} \text{ et } z = \frac{\mu}{2\sqrt{kM}}$$

Question 14.

Avec ce modèle de second ordre le temps de réponse minimal est obtenu pour $z = \frac{\sqrt{2}}{2}$ soit :

$$\mu = \sqrt{2kM} = \sqrt{2 \times 70\,000 \times 70} \simeq 3130,5\,\mathrm{kg \cdot s^{-1}}$$

Question 16.

$$H_1(p) = -K_1K_2;\ H_4(p) = \frac{1}{J_{eq} \cdot p}$$

Question 17.

$$H_5(p) = H_3(p) = K\,;\ H_2(p) = \frac{1}{R_m + p \cdot L_m}$$

Question 18.

On applique ici le théorème de superposition :

$$\Omega_m(p) = \left.\frac{\Omega_m(p)}{U_c(p)}\right|_{C_r(p)=0} U_c(p) + \left.\frac{\Omega_m(p)}{C_r(p)}\right|_{U_c(p)=0} C_r(p)$$

$$H_U(p) = \left.\frac{\Omega_m(p)}{U_c(p)}\right|_{C_r(p)=0} = \frac{H_2H_3H_4}{1 + H_2H_3H_4H_5}$$

$$H_{C_r}(p) = -\left.\frac{\Omega_m(p)}{C_r(p)}\right|_{U_c(p)=0} = \frac{H_1H_4}{1 + H_2H_3H_4H_5}$$

Question 19.

$$H_U(p) = \left.\frac{\Omega_m(p)}{U_c(p)}\right|_{C_r(p)=0} = \frac{\dfrac{K}{R_m+pL_m}\cdot\dfrac{1}{J_{eq}\cdot p}}{1+\dfrac{K^2}{R_m+pL_m}\cdot\dfrac{1}{J_{eq}\cdot p}} = \frac{K}{K^2+(R_m+pL_m)\,J_{eq}\cdot p}$$

$$H_U(p) = \frac{\dfrac{1}{K}}{1+\dfrac{R_mJ_{eq}}{K^2}\cdot p+\dfrac{J_{eq}L_m}{K^2}\cdot p^2}$$

Question 20.

$$K_v = \frac{1}{K}\ ;\ \omega_0 = \frac{K}{\sqrt{J_{eq}L_m}}\ ;\ z = \frac{R_m}{2K}\sqrt{\frac{J_{eq}}{L_m}}$$

$$K_v \simeq \frac{1}{0,12} \simeq 8,3\,\mathrm{rad}\cdot\mathrm{s}^{-1}\cdot\mathrm{V}^{-1}$$

$$\omega_0 \simeq \frac{0,12}{\sqrt{0,1\times 60\cdot 10^{-3}}} \simeq 1,6\,\mathrm{rad/s}$$

$$z \simeq \frac{0,15}{2\times 0,12}\sqrt{\frac{0,1}{60\cdot 10^{-3}}} \simeq 0,8$$

Question 21.

Pour ce modèle de deuxième ordre nous pouvons estimer le temps de réponse à 5% à l'aide de l'abaque fourni :

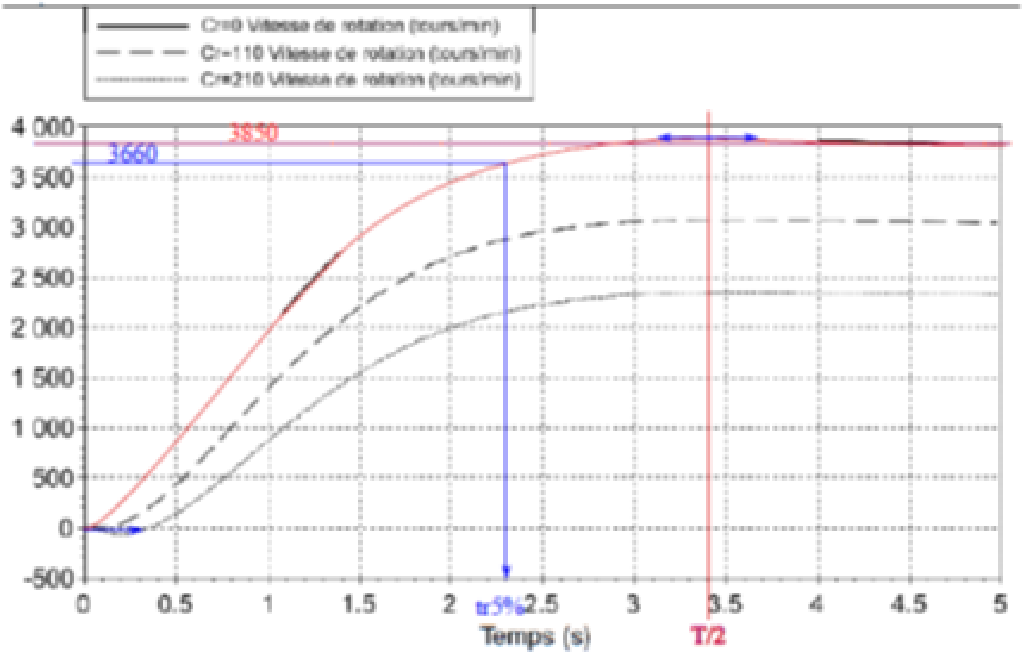
$$\omega_0 \mathrm{tr}_{5\%} \simeq 3,5 \Rightarrow \mathrm{tr}_{5\%} \simeq \frac{3,5}{1,55} \simeq 2,3\,\mathrm{s}$$

$$D_{1\%}(z=0,8) \simeq 1,5\%$$

Le $\mathrm{tr}_{5\%}$ estimé ici est inférieur au 3 s indiqué dans le diagramme des exigences.

Question 22.

Question-38 Le temps du 1er dépassement : $\dfrac{T}{2} \simeq \dfrac{\pi}{1,55\sqrt{1-0,8^2}} \simeq 3,4\,\text{s}$ ainsi que l'amplitude de ce premier dépassement : $D_{1\%}(z=0,8) \simeq \dfrac{1,5}{100} \times 3850 \simeq 58\,\text{tr/min}$ nous permet de placer un point… Le temps de réponse à 5% ($0,95 \times 3850 \simeq 3660\,\text{tr/min}$) permet de poser un second point. Le respect d'une tangente nulle à l'origine…



Question 23.

Le temps d'accélération — que j'interprète comme le temps du premier dépassement — ne semble pas modifié. Naturellement la vitesse maximale dépend fortement de la pente. La vitesse maximale pour une pente de 40% est d'environ 2350 tr/min ce qui, conformément au diagramme des exigences, reste supérieur au 50% de la vitesse maximale de 3850 tr/min atteint sur sol horizontal.