

DS 1

Bateau support de ROV

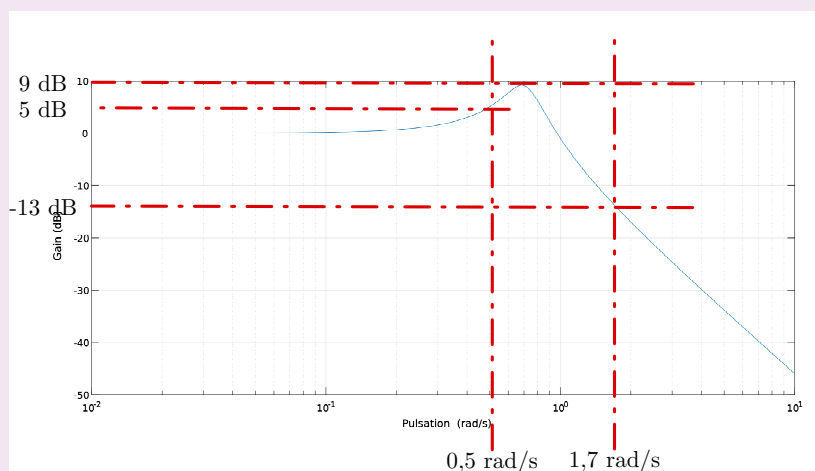
Concours Centrale Supélec – MP 2019

1 Introduction

2 Étude de l'effet de la houle sur les mouvements du ROV au début de l'étape 1

Objectif Vérifier si le bateau support est capable de limiter suffisamment les effets de la houle.**Question 1** Rappeler la définition du gain en décibel. En déduire la valeur en décibel traduisant l'exigence Id 1.1.**Correction** La définition du gain en décibel de la fonction de transfert $B(j\omega)$ est $G_{dB}(\omega) = 20 \log \left| \frac{Y_s(j\omega)}{Y_{vague}(j\omega)} \right|$.
L'exigence Id 1.1 impose une amplitude maximale du ROV de 1 m pour 5 m de houle soit :

$$G_{dB}(\omega) < 20 \log \frac{1}{5} \approx -14 \text{ dB} \quad \forall \omega \in [0,5; 1,7] \text{ rad/s.}$$

Le tracé du gain de $B(p)$ dans le plan de Bode est donné Figure A du document réponse.**Question 2** En faisant apparaître le domaine d'utilisation du système sur la Figure A, montrer que le système ne répond pas à l'exigence d'atténuation d'une houle de 5 m. Répondre entièrement à cette question sur le document réponse.**Correction** On observe un phénomène de résonance, le système amplifie la houle entre 0,5 et 1 rad/s et l'atténue à une valeur maximale de 13-14 dB pour 1,7 rad/s. Le système ne répond donc pas à l'exigence d'atténuation d'une houle de 5 m.

2.1 Conclusion

L'analyse du comportement du bateau sous l'effet de la houle montre que les conditions ne sont pas réunies pour travailler par une houle de 5 m. La société TravOcéan doit donc répondre à la problématique suivante : *comment*

assurer le transfert du ROV entre le bateau support et l'océan dans les conditions définies par la norme « Cranes and Submersibles Lifting Appliances » pour une amplitude de houle de 5 m en toute sécurité pour l'environnement, les opérateurs et le matériel?

3 Transfert du ROV : étude de l'actionneur de mise à l'eau

Objectif Vérifier le dimensionnement du vérin de la grue portique permettant la mise à l'eau du ROV en respectant la norme « Cranes and Submersibles Lifting Appliances ».

Question 3 Déterminer la loi entrée sortie $x = f(\theta, r, l, \delta)$ par une fermeture géométrique à partir des données du schéma cinématique.

Correction On effectue une fermeture géométrique sur la chaîne fermée de solides 0-1-2-3-0. On obtient :

$$\begin{aligned}\vec{AB} + \vec{BC} + \vec{CA} &= \vec{0}, \\ x\vec{u} - r\vec{j} - l\vec{x}_0 &= \vec{0}.\end{aligned}$$

On projette la dernière équation dans le repère \mathcal{R}_0 et on obtient :

$$\begin{aligned}x \cos \psi + r \sin(\theta + \delta) - l &= 0, \\ x \sin \psi - r \cos(\theta + \delta) &= 0.\end{aligned}$$

On obtient :

$$x = \sqrt{(r \sin(\theta + \delta) - l)^2 + r^2 \cos^2(\theta + \delta)} = \sqrt{r^2 + l^2 - 2lr \sin(\theta + \delta)}.$$

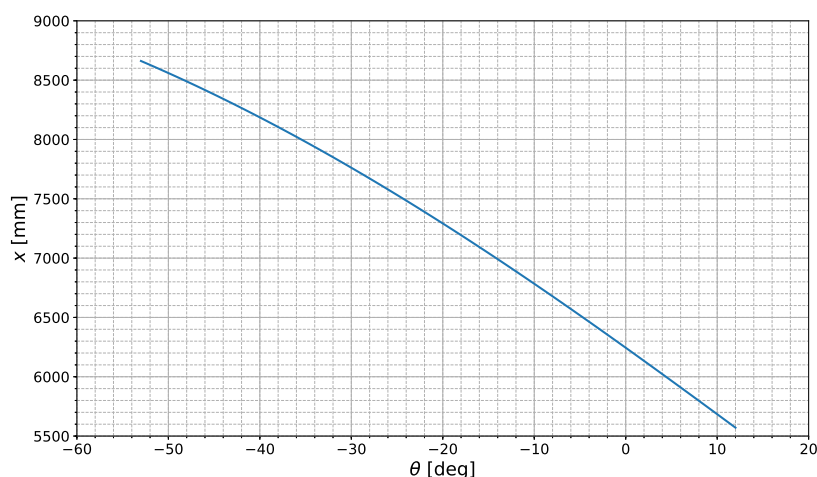
Question 4 En déduire, en justifiant les calculs, l'expression littérale et la valeur numérique de la course c du vérin.

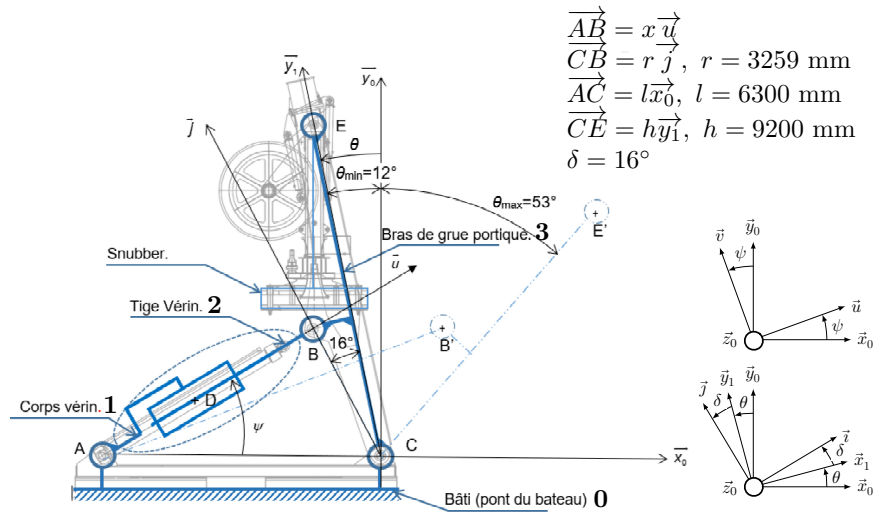
Correction Remarque : erreur dans l'énoncé, les signes des angles sont inversés. Selon les figures, le portique se déplace entre -53° et $+12^\circ$.

La course du vérin est $c = x_{\max} - x_{\min} = x(\theta = -52^\circ) - x(\theta = +12^\circ)$ donc :

$$c \approx 3091 \text{ mm}.$$

Ci-dessous le tracé issu de la fermeture géométrique sur la plage $[-53^\circ; +12^\circ]$ et la Figure 6 modifiée (angles et données géométriques, $d = h$).

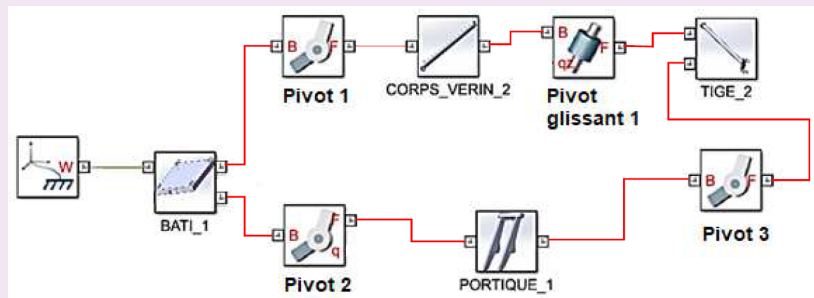




La simulation avec une analyse géométrique à l'aide du modèle multiphysique complet a permis d'obtenir la courbe donnée sur la ??.

Question 5 À partir de la ?? et du schéma cinématique ??, relier les composants du modèle de simulation multiphysique de la grue portique sur la Figure B du document réponse. Quel(s) ensemble(s) n'ont pas été modélisés ? Répondre entièrement à cette question sur le document réponse.

Correction Les ensembles non modélisés sont la poulie de grue, le câble ombilical, le snubber et le ROV (leur poids sera appliqué au portique pour tenir compte de leur effet).



Question 6 À partir de la courbe de simulation, déterminer la course du vérin notée c . Comparer le résultat à celui obtenu à la question 4.

Correction Graphiquement, on lit : $c \approx 8655 - 5600 = 3065 \text{ mm}$, ce qui correspond, aux erreurs de lecture près, à la course calculée par fermeture géométrique.

Question 7 Déterminer l'expression de la résultante de l'effort de la tige du vérin sur le bras de la grue portique, noté $\vec{F}_{\text{tige} \rightarrow \text{bras}}$. Pour cela, justifier que $\vec{F}_{\text{tige} \rightarrow \text{bras}} = F_{\text{tige} \rightarrow \text{bras}} \vec{u}$. Déterminer ensuite $F_{\text{tige} \rightarrow \text{bras}}$ en fonction de θ , ψ , des paramètres dimensionnels h (erreur de notation $h = d$), r et δ et des données associées aux actions mécaniques en précisant le ou les systèmes isolés et le ou les théorèmes employés.

Correction Le système de solides est une chaîne fermée. On cherche l'effort de la tige du vérin 2 sur la bras 3.

1. On isole {1;2} (le vérin), qui est soumis à deux glisseurs (deux liaisons rotule en 3d en A et en B). L'effort de 3 sur 2 est donc colinéaires à \vec{AB} donc à \vec{u} . Ainsi :

$$\{\mathcal{T}_{3 \rightarrow 2}\} = \left\{ \begin{array}{c} F_{32} \vec{u} \\ 0 \end{array} \right\}_B$$

2. On isole 3 soumis à :

- l'action mécanique transmissible par la liaison rotule entre **2** et **3** $\{\mathcal{T}_{2 \rightarrow 3}\} = -\{\mathcal{T}_{3 \rightarrow 2}\} = \left\{ \begin{matrix} F_{23} \vec{u} \\ 0 \end{matrix} \right\}_B$,
- l'action mécanique transmissible par la liaison rotule entre **0** et **3** $\{\mathcal{T}_{0 \rightarrow 3}\} = \left\{ \begin{matrix} X_{03} \vec{x}_0 + Y_{03} \vec{y}_0 + Z_{03} \vec{z}_0 \\ L_{03} \vec{x}_0 + M_{03} \vec{y}_0 \end{matrix} \right\}_C$,
- l'action du ROV sur **3** $\{\mathcal{T}_{ROV \rightarrow 3}\} = \left\{ \begin{matrix} -Mg \vec{y}_0 \\ 0 \end{matrix} \right\}_E$,

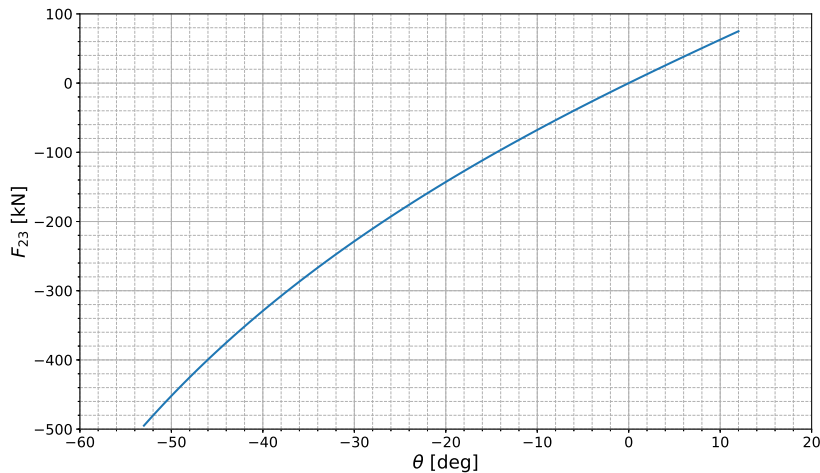
On applique le TMS en C pour ne pas faire apparaître les inconnues de liaison entre **0** et **3**.

$$\begin{aligned} \vec{CB} \wedge F_{23} \vec{u} + \vec{CE} \wedge -Mg \vec{y}_0 &= \vec{0}, \\ r \vec{j} \wedge F_{23} \vec{u} + h \vec{y}_1 \wedge -Mg \vec{y}_0 &= \vec{0}, \\ -r F_{23} \cos(\delta + \theta - \psi) \vec{z}_0 + h Mg \sin \theta \vec{z}_0 &= \vec{0}. \end{aligned}$$

On trouve :

$$F_{23} = \frac{h Mg \sin \theta}{r \cos(\delta + \theta - \psi)}.$$

Ci-dessous le tracé de l'effort F_{23} en fonction de l'angle θ avec les signes corrigés (qui est un peu différente de la Figure 8 du sujet).



Question 8 Déterminer la pression d'alimentation théorique maximale du vérin nécessaire pour assurer le maintien du portique dans la position la plus défavorable. Est-elle compatible avec le circuit hydraulique ?

Correction Pour un effort « en poussant » (soit dans le sens de la sortie de la tige), la pression d'huile nécessaire est :

$$p = \frac{|F_{23}|}{S_{\text{sortie}}} = \frac{|F_{23}|}{\pi D^2/4}.$$

De même pour un effort « de retenue » (soit dans le sens de la rentrée de la tige) :

$$p = \frac{|F_{23}|}{S_{\text{sortie}}} = \frac{|F_{23}|}{\pi(D^2 - d^2)/4}.$$

Selon la Figure 8 du sujet, l'effort (en valeur absolue) est maximal pour $\theta = 53^\circ$ ($\theta = -53^\circ$), soit en rentrée de tige avec $|F_{23\max}| \approx 425$ kN, soit $p_{\max} = 180$ bar.

Question 9 Conclure sur le choix du vérin à partir des résultats des questions précédentes.

Correction La pression maximale est atteinte dans le premier cas étudié ($\theta = -53^\circ$) et elle est inférieure à la pression maximale que peut délivrer le circuit hydraulique (attention, les effets dynamiques sont négligés ici). D'autre part, la course nécessaire (3100 mm) est inférieure à la course maximale du vérin (3800 mm). Donc le choix du vérin est validé suivant deux critères, géométrique et statique.

L'étude précédente a été faite dans la phase de transfert du ROV, celui-ci étant accroché au snubber. Une démarche similaire de dimensionnement du vérin a montré que le résultat de la question 8 reste valable lors de la phase de descente, le ROV étant accroché au câble.

4 Étude du système de compensation de houle PHC (Passiv Heave Compensator)

Objectif Dimensionner un système passif de compensation de la houle et tester sa conformité aux exigences du cahier des charges.

Question 10 Faire l'inventaire des actions mécaniques extérieures qui s'exercent sur le système matériel défini par $\Sigma = \{\text{ROV} + \text{snubber} + \text{Piston vérin} + \text{Poulie mobile}\}$. Écrire la condition d'équilibre du système matériel Σ en donnant l'expression de P_{E0} en fonction de M , g , P_{atm} et A . On fera l'hypothèse que le câble entre les poulies fixe et mobile reste horizontal.

Correction On isole l'ensemble Σ . On dresse un bilan des AM extérieures :

- action de pesanteur $\rightarrow \text{ROV}$ ($-Mg \vec{y}_0$);
 - action mécanique due à la différence de pression sur les 2 surfaces actives du vérin ($A(P_{E0} - P_{\text{atm}}) \vec{y}_0$);
 - tension dans le câble ou action du treuil sur le câble (effort horizontal);
 - action mécanique transmissible par la liaison entre le piston et le corps (effort horizontal).
- On applique le TRS en projection suivant \vec{y}_0 . On obtient :

$$-Mg + A(P_{E0} - P_{\text{atm}}) = 0.$$

Question 11 L'équilibre de la membrane permet d'obtenir l'égalité $P_{E0} = P_{G0} = 180 \text{ bar}$. En déduire la valeur de A .

Correction Si on néglige P_{atm} devant la pression P_{E0} , on obtient :

$$S = \frac{Mg}{P_{E0}} = \frac{Mg}{P_{G0}} \approx 14249 \text{ mm}^2.$$

Question 12 En utilisant la relation obtenue à la question 10, déterminer l'équation, notée (3), issue du théorème de la résultante dynamique appliqué à Σ en projection sur \vec{y}_0 sous la forme :

$$\alpha \frac{d^2 y_{\text{ROV}}(t)}{dt^2} + \beta \left(\frac{dy_{\text{ROV}}(t)}{dt} - \frac{dy_h(t)}{dt} \right) = \gamma \Delta p_E(t). \quad (1)$$

Exprimer α , β et γ en fonction de A , M et c .

Correction On isole l'ensemble Σ . On dresse un bilan des AM extérieures :

- action de pesanteur $\rightarrow \text{ROV}$ ($-Mg \vec{y}_0$);
- action mécanique due à la différence de pression sur les 2 surfaces actives du vérin ($A(p_E(t) - P_{\text{atm}}) \vec{y}_0$);
- tension dans le câble (effort horizontal);
- tension dans le câble ou action du treuil sur le câble (effort horizontal);
- action mécanique transmissible par la liaison entre le piston et le corps (effort horizontal);
- force d'amortissement linéaire dans le vérin $-c(\dot{y}_{\text{ROV}}(t) - \dot{y}_h(t)) \vec{y}_0$.

Le frottement visqueux dans le vérin a tendance à ralentir le mouvement de la tige du vérin et il est proportionnel à la vitesse de translation de la tige du vérin par rapport au bateau (mouvement de translation, cette vitesse peut être écrite en tout point) : $\vec{V}_{M, \text{tige}/\text{bateau}} = \vec{V}_{M, \text{tige}/0} - \vec{V}_{M, \text{bateau}/0} = (\dot{y}_{\text{ROV}}(t) - \dot{y}_h(t)) \vec{y}_0$.

De plus, l'accélération du système isolé est $\Gamma_{M, \Sigma/0} = \ddot{y}_{\text{ROV}}(t)$.

On applique le principe fondamentale de la dynamique au système Σ en projection suivant \vec{y}_0 . On obtient :

$$-Mg + S(P_{E0} + \Delta p_E(t) - P_{\text{atm}}) - c(\dot{y}_{\text{ROV}}(t) - \dot{y}_h(t)) = M \ddot{y}_{\text{ROV}}(t).$$

En utilisant la condition d'équilibre $-Mg + S(P_{E0} - P_{\text{atm}}) = 0$, on obtient :

$$S \Delta p_E(t) = M \ddot{y}_{\text{ROV}}(t) + c(\dot{y}_{\text{ROV}}(t) - \dot{y}_h(t)),$$

avec $\gamma = S$, $\alpha = M$ et $\beta = c$.

L'hypothèse du fluide incompressible se traduit par $\frac{d\Delta p_E(t)}{dt} = 0$.

Question 13 Réécrire l'équation (1) en tenant compte de cette hypothèse. Après avoir appliqué les transformées de Laplace aux équations (1) et (2) et en considérant les conditions initiales nulles aux équations précédentes, déterminer l'équation, notée (4), sous la forme :

$$\Delta P_E(p) = K_1(1 + \tau_1 p)(Y_h(p) - Y_{\text{ROV}}(p)). \quad (2)$$

Exprimer K_1 et τ_1 en fonction de A , V_{G0} , r , C_{qR} et P_{G0} .

Correction On écrit les équations (1) et (2) dans le domaine de Laplace en tenant compte de l'hypothèse de fluide incompressible :

$$Sp(Y_h(p) - Y_{\text{ROV}}(p)) + C_{qR}(\Delta P_G(p) - \Delta P_E(p)) = 0, \quad (3)$$

$$\frac{r P_{G0} C_{qR}}{V_{G0}}(\Delta P_E(p) - \Delta P_G(p)) = p \Delta P_G(p). \quad (4)$$

L'équation (2) donne :

$$\begin{aligned} \Delta P_G(p) \left(p + \frac{r P_{G0} C_{qR}}{V_{G0}} \right) &= \frac{r P_{G0} C_{qR}}{V_{G0}} \Delta P_E(p), \\ \Delta P_G(p) &= \frac{r P_{G0} C_{qR}}{p V_{G0} + r P_{G0} C_{qR}} \Delta P_E(p). \end{aligned}$$

En remplaçant dans (1), on obtient :

$$Sp(Y_h(p) - Y_{\text{ROV}}(p)) + C_{qR} \left(\frac{r P_{G0} C_{qR}}{p V_{G0} + r P_{G0} C_{qR}} \Delta P_E(p) - \Delta P_E(p) \right) = 0,$$

$$Sp(Y_h(p) - Y_{\text{ROV}}(p)) = C_{qR} \left(1 - \frac{r P_{G0} C_{qR}}{p V_{G0} + r P_{G0} C_{qR}} \right) \Delta P_E(p),$$

$$\Delta P_E(p) = \frac{Sp}{C_{qR}} \frac{p V_{G0} + r P_{G0} C_{qR}}{p V_{G0}} (Y_h(p) - Y_{\text{ROV}}(p)),$$

$$\Delta P_E(p) = \frac{S}{C_{qR}} \frac{r P_{G0} C_{qR}}{V_{G0}} \left(\frac{V_{G0}}{r P_{G0} C_{qR}} p + 1 \right) (Y_h(p) - Y_{\text{ROV}}(p)).$$

Enfin, on obtient :

$$\Delta P_E(p) = \frac{S r P_{G0}}{V_{G0}} \left(\frac{V_{G0}}{r P_{G0} C_{qR}} p + 1 \right) (Y_h(p) - Y_{\text{ROV}}(p)).$$

Par identification :

$$K_1 = \frac{S r P_{G0}}{V_{G0}} \text{ et } \tau = \frac{V_{G0}}{r P_{G0} C_{qR}}.$$

Question 14 Appliquer les transformées de Laplace, en considérant les conditions initiales nulles à l'équation (3) et à l'équation (4). Donner la fonction de transfert : $H(p) = \frac{Y_{\text{ROV}}(p)}{Y_h(p)} = \frac{1 + \tau p}{1 + \frac{2\zeta}{\omega_0} p + \frac{p^2}{\omega_0^2}}$. Exprimer ω_0 , ζ et τ en fonction de α , β , γ , K_1 et τ_1 .

Correction La transformée de Laplace de (3) est :

$$\alpha p^2 Y_{\text{ROV}}(p) + \beta p (Y_{\text{ROV}}(p) - Y_h(p)) = \gamma \Delta P_E(p).$$

En utilisant (4), on obtient :

$$\begin{aligned} \alpha p^2 Y_{\text{ROV}}(p) + \beta p (Y_{\text{ROV}}(p) - Y_h(p)) &= \gamma K_1 (\tau_1 p + 1) (Y_h(p) - Y_{\text{ROV}}(p)), \\ (\alpha p^2 + \beta p + \gamma K_1 (\tau_1 p + 1)) Y_{\text{ROV}}(p) &= (\gamma K_1 (\tau_1 p + 1) + \beta p) Y_h(p). \end{aligned}$$

On obtient :

$$\begin{aligned} H(p) &= \frac{\gamma K_1 (\tau_1 p + 1) + \beta p}{\alpha p^2 + \beta p + \gamma K_1 (\tau_1 p + 1)}, \\ H(p) &= \frac{\gamma K_1 + (\gamma K_1 \tau_1 + \beta) p}{\alpha p^2 + (\beta + \gamma K_1 \tau_1) p + K_1 \gamma}. \end{aligned}$$

Donc :

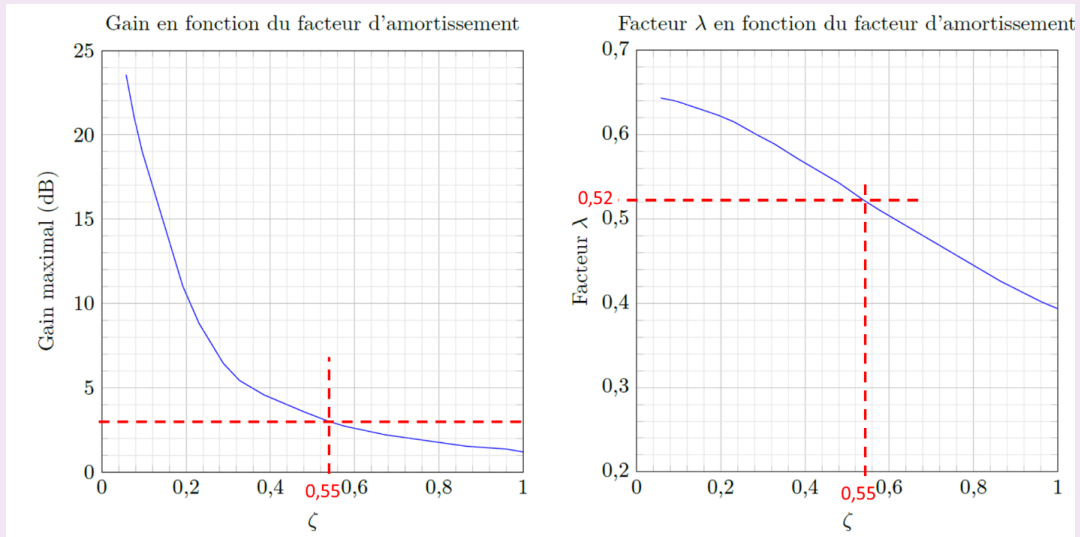
$$H(p) = \frac{1 + \frac{\gamma K_1 \tau_1 + \beta}{K_1 \gamma} p}{1 + \frac{\beta + \gamma K_1 \tau_1}{K_1 \gamma} p + \frac{\alpha}{K_1 \gamma} p^2}.$$

Par identification, on obtient :

$$\tau = \tau_1 + \frac{\beta}{\gamma K_1} ; \omega_n = \sqrt{\frac{\gamma K_1}{\alpha}} ; \zeta = \frac{1}{2} \frac{\beta + \gamma K_1 \tau_1}{\sqrt{\alpha \gamma K_1}}.$$

DS 1

Question 15 En utilisant la méthode de dimensionnement du compensateur PHC, calculer les valeurs de ζ , $\lambda(\zeta)$, ω_0 et V_{G0} pour ce réglage.



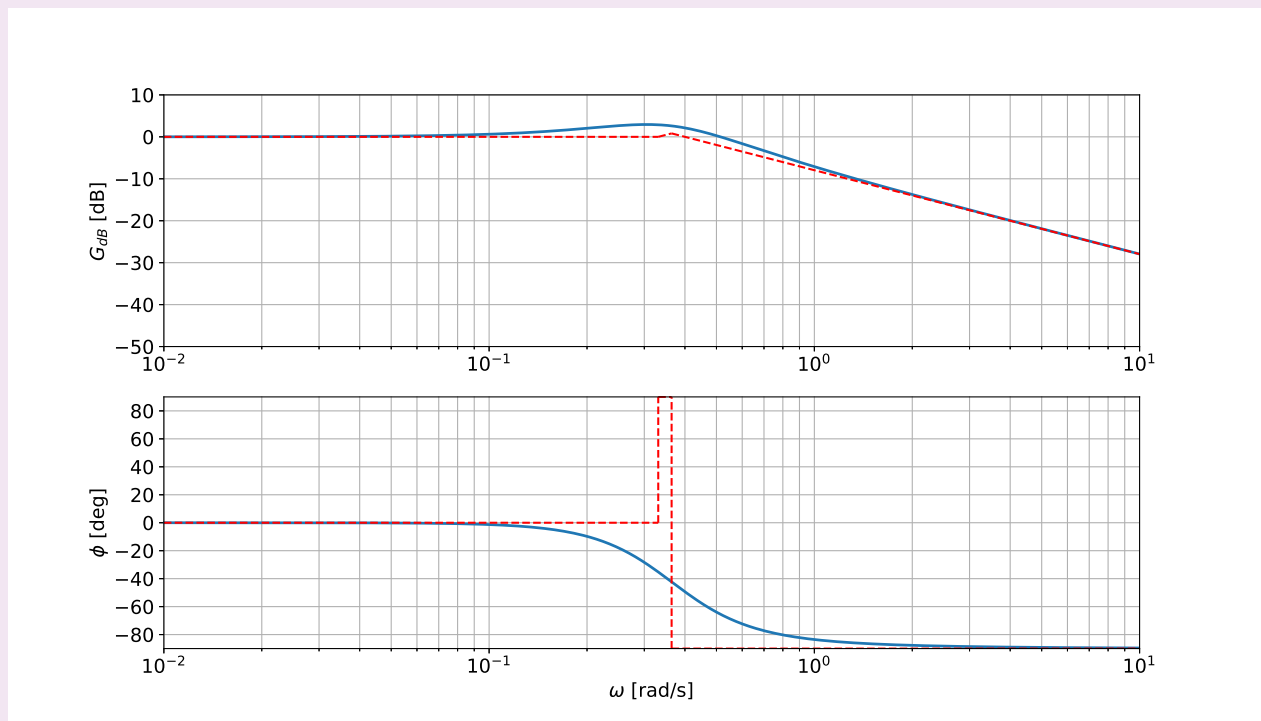
Correction Par lecture graphique : $\zeta = 0,55$ et $\lambda(\zeta) = 0,52$, soit $\omega_n = \lambda(\zeta) \cdot \omega_c = 0,364$ rad/s, et :

$$V_{G0} = \frac{rA}{M} \left(\frac{1}{\omega_n} \right)^2 (Mg + P_{\text{atm}}A) = 1,56 \text{ m}^3.$$

Question 16 Tracer en vert, sur la Figure C du document réponse, le diagramme asymptotique du gain de la fonction de transfert du compensateur PHC, $H(p) = \frac{Y_{\text{ROV}}(p)}{Y_h(p)}$, en faisant apparaître ses caractéristiques. Tracer en bleu, sur la même Figure, l'allure du gain réel du compensateur. Préciser la valeur du gain maximal. Répondre entièrement à cette question sur le document réponse.

Correction Diagrammes de Bode de $H(p)$. On identifie 2 pulsations caractéristiques : $\omega_1 = 1/\tau \approx 0,33$ rad/s et $\omega_n = 0,364$ rad/s. On verra apparaître un phénomène de résonance à la pulsation $\omega_r = \omega_0 \sqrt{1 - 2\zeta^2}$ car $\zeta = 0,55 < \sqrt{2}/2$. La résonance sera toutefois faible.

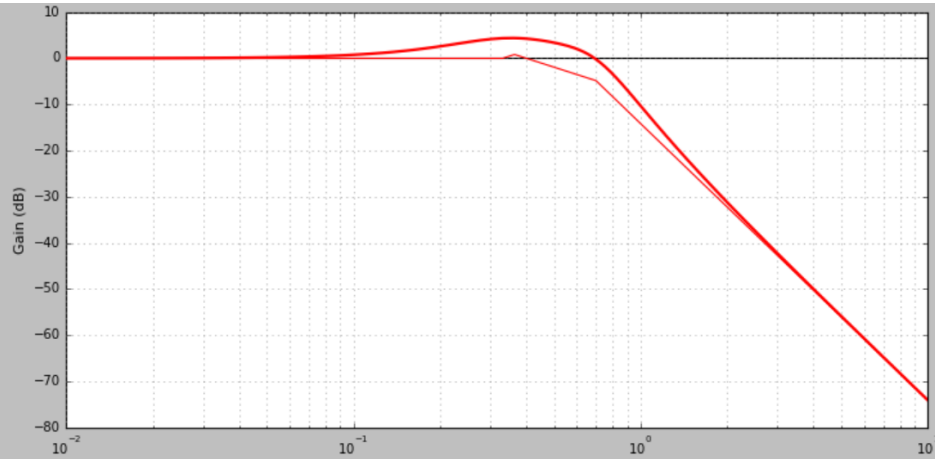
ω	BF $\omega \ll \omega_1$	MF $\omega_1 \ll \omega \ll \omega_n$	HF $\omega_n \ll \omega$
$H(j\omega)$	1	$\tau j\omega$	$\frac{\tau \omega_n^2}{j\omega}$
G_{dB}	0	$20\log \tau + 20\log \omega$	$20\log(\tau \omega_n^2) - 20\log \omega$
ϕ	0	90°	-90°



La valeur du gain maxi est de +3 dB (due au premier ordre au numérateur, l'influence du dénominateur est négligeable car la résonance est faible).

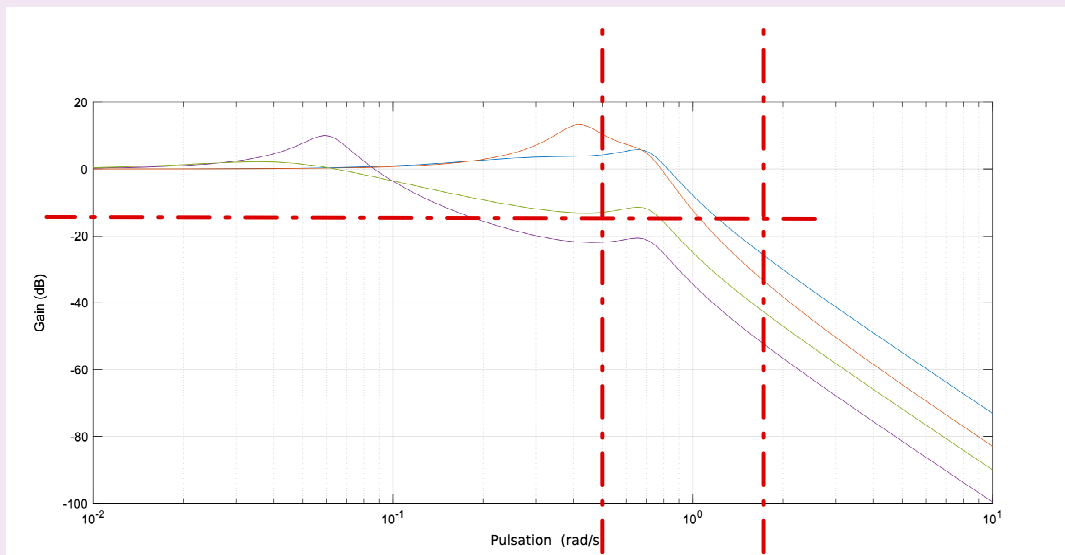
Question 17 Exprimer la fonction de transfert de l'ensemble {bateau support + ROV + PHC}, $G(p) = \frac{Y_{ROV}(p)}{Y_{vague}(p)}$ en fonction de $H(p)$ et $B(p)$. Tracer en rouge l'allure du gain du diagramme de Bode de $G(p)$ sur la Figure C. Répondre entièrement à cette question sur le document réponse.

Correction On a la relation $G(p) = B(p)H(p)$.



Question 18 Choisir, en justifiant la réponse, le réglage du compensateur adapté à l'exigence Id 1.1.

Correction Le réglage de PHC 4 est celui qui respecte le mieux l'exigence Id1.1.



Le système passif avec un réglage précis pour une pulsation de houle ne donne pas satisfaction pour tous les types de houle, le constructeur souhaite mettre en œuvre un système actif pour avoir une meilleure adaptabilité aux conditions de mer.

5 Étude du système actif de compensation de houle AHC (Active Heave Compensator)

Objectif Dimensionner un système actif de compensation de la houle et valider sa conformité aux exigences du cahier des charges.

Question 19 Ne pas traiter – Après avoir exprimé I_{tamb} en fonction de M_{tamb} , R_{max} et R_{min} , déterminer l'inertie équivalente notée I_{eq} ramenée sur l'arbre moteur de l'ensemble $E = \{\text{tambour} + \text{poulie} + \text{ROV}\}$ lorsque le diamètre d'enroulement est égal à D_{max} . La masse du câble déroulé sera négligée devant la masse du ROV et on admet que la poulie de guidage tourne à la même vitesse angulaire que le tambour.

Correction Erreur d'énoncé

$$I_{tamb} = \frac{L}{2} \rho \pi (R_{max}^4 - R_{min}^4) \text{ avec } M_{tamb} = \rho \pi (R_{max}^2 - R_{min}^2).$$

$$\text{Soit : } I_{tamb} = \frac{L}{2} \rho \pi (R_{max}^2 - R_{min}^2)(R_{max}^2 + R_{min}^2).$$

Donc
$$I_{\text{tamb}} = \frac{1}{2} M_{\text{tamb}} (R_{\text{max}}^2 + R_{\text{min}}^2).$$

On calcule l'énergie cinétique de l'ensemble E :

$$\begin{aligned} T_{E/\mathcal{R}_0} &= T_{\text{ROV}/\mathcal{R}_0} + T_{\text{poulie}/\mathcal{R}_0} + T_{\text{tambour}/\mathcal{R}_0}, \\ T_{E/\mathcal{R}_0} &= \frac{1}{2} M_{\text{ROV}} \vec{V}_{\text{ROV}/\mathcal{R}_0}^2 + \frac{1}{2} J_{\text{poulie}} \dot{\alpha}_T^2 + \frac{1}{2} I_{\text{tamb}} \dot{\alpha}_T^2, \end{aligned}$$

avec $\vec{V}_{\text{ROV}/\mathcal{R}_0} = R_{\text{max}} k \dot{\theta}_m$ et $\dot{\alpha}_T = k \dot{\theta}_m$. On obtient :

$$T_{E/\mathcal{R}_0} = \frac{k^2}{2} (M_{\text{ROV}} R_{\text{max}}^2 + J_{\text{poulie}} + I_{\text{tamb}}) \dot{\theta}_m^2.$$

Ainsi :

$$I_{eq} = M_{\text{ROV}} k^2 R_{\text{max}}^2 + (J_{\text{poulie}} + I_{\text{tamb}}) k^2.$$

Question 20 Ne pas traiter – Déterminer l'expression du couple moteur C_m par application du théorème de l'énergie cinétique appliqué à E en phase de montée du ROV. Le bilan des puissances sera détaillé.

Correction On isole l'ensemble E et on applique le TEC :

$$\frac{dT_{E/\mathcal{R}_0}}{dt} = \sum \mathcal{P}_{\text{ext} \rightarrow E} + \sum \mathcal{P}_{\text{int}}.$$

On dresse le bilan des puissances des efforts extérieurs agissant sur E dans son mouvement par rapport au repère galiléen \mathcal{R}_0 :

- $\mathcal{P}_{\text{pes} \rightarrow \text{ROV}/\mathcal{R}_0} = -Mg R_{\text{max}} k \dot{\theta}_m$;
- $\mathcal{P}_{\text{pes} \rightarrow \text{poulie}/\mathcal{R}_0} = 0$ car le poids passe par l'axe de rotation ;
- $\mathcal{P}_{\text{pes} \rightarrow \text{tambour}/\mathcal{R}_0} = 0$ car le poids passe par l'axe de rotation ;
- $\mathcal{P}_{\text{pes} \rightarrow \text{cable}/\mathcal{R}_0} = 0$ car la masse du câble est négligeable ;
- $\mathcal{P}_{\text{mot} \rightarrow E/\mathcal{R}_0} = C_m \dot{\theta}_m$.

La puissance des inter-efforts est nulle $\mathcal{P}_{\text{int}} = 0$ car les liaisons sont parfaites.

Ainsi $I_{eq} \dot{\theta}_m \ddot{\theta}_m = C_m \dot{\theta}_m - M_{\text{ROV}} g R_{\text{max}} k \dot{\theta}_m$ et :

$$C_m = I_{eq} \ddot{\theta}_m + M_{\text{ROV}} g R_{\text{max}} k.$$

Question 21 À partir des équations données précédemment et après avoir appliqué les transformées de Laplace en considérant les conditions initiales nulles, déterminer les fonctions de transfert $H_i(p)$ ainsi que K_{adapt} définis sur le schéma bloc ?? pour que l'écart $\varepsilon(p)$ soit l'image de l'erreur $T_c(p) - T(p)$.

Correction On écrit les équations données dans le domaine de Laplace :

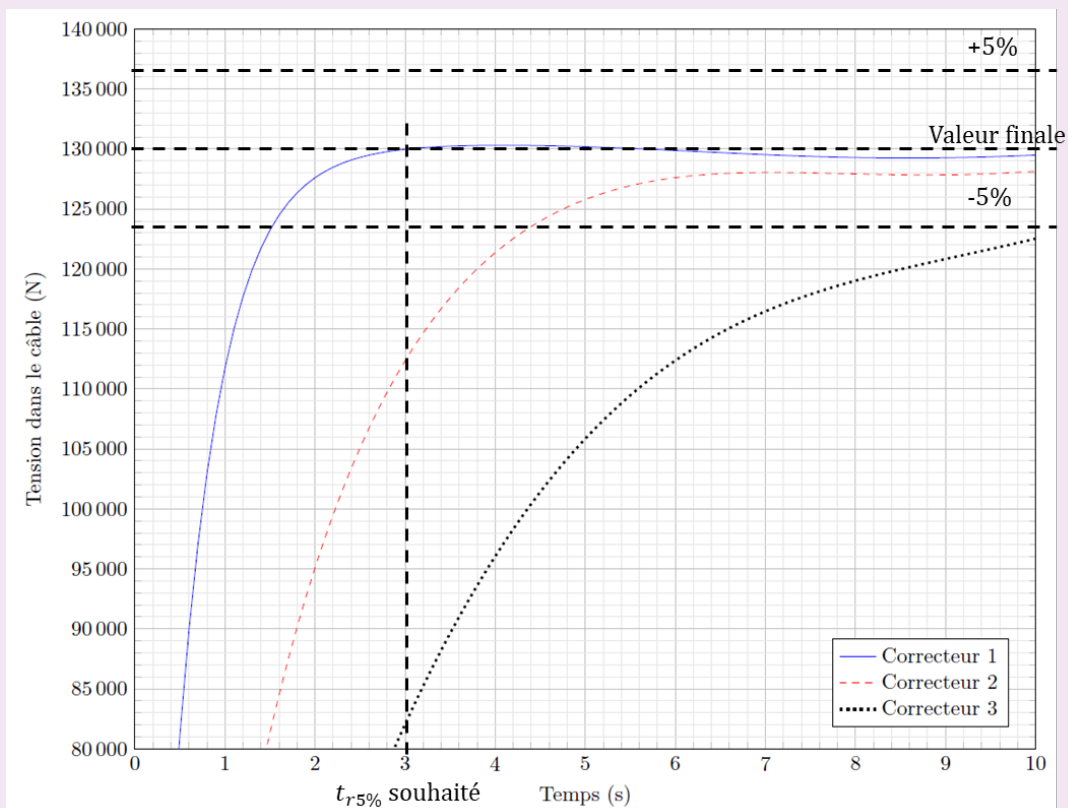
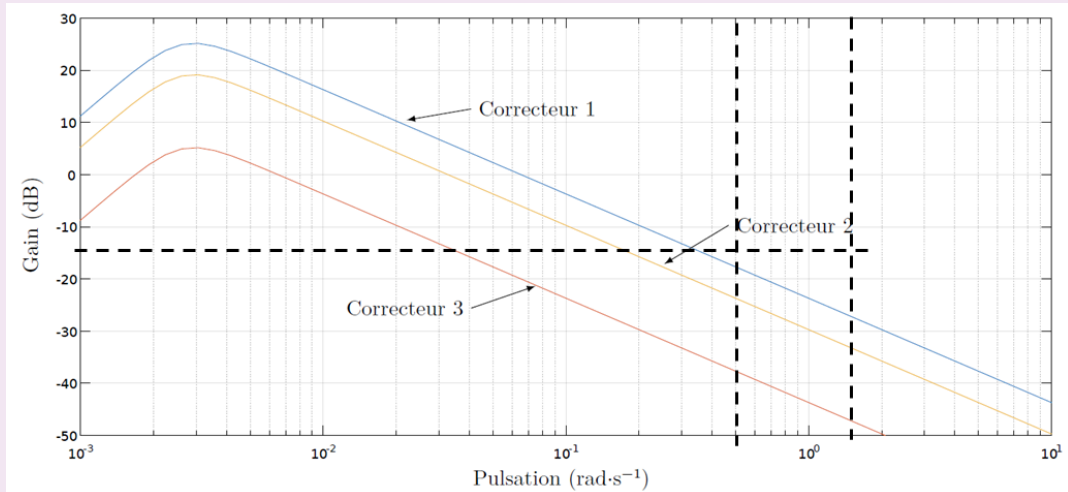
$$\begin{aligned} I_{eq} p^2 \theta_m(p) &= C_m(p) - M_{\text{ROV}} g k R_{\text{max}}, \\ Q_p(p) - Q_m(p) &= \frac{V}{\beta} p P_m(p), \\ C_m(p) &= c P_m(p), \\ Q_m(p) &= c p \theta_m(p). \end{aligned}$$

On obtient :

$$H_1(p) = \frac{\beta}{V p} \quad H_2(p) = c \quad H_3(p) = \frac{1}{J_{eq} p^2} ; \quad H_4(p) = c p.$$

De plus $K_{\text{adapt}} = K_c$.

Question 22 Par analyse des Figures ?? et ??, choisir le correcteur du système actif le plus adapté pour satisfaire à l'exigence d'atténuation de 15 dB et à l'exigence Id 1.2 du cahier des charges. Faire apparaître clairement les traits de construction sur la Figure D du document réponse. Répondre entièrement à cette question sur le document réponse.



Correction Par analyse du diagramme de Bode on voit que les trois correcteurs permettent d'atténuer de 14 dB dans la bande 0,5 rad/s à 1,7 rad/s. L'exigence Id 1.2 impose un $t_{r5\%}$ de 3 s que seul le correcteur 1 permet d'obtenir. On choisit donc le correcteur 1.

Question 23 Appliquer le théorème de la résultante dynamique au ROV en projection sur l'axe vertical ascendant et en déduire la relation entre $T(t)$, action du câble sur le ROV, la masse M_{ROV} du ROV, g , l'accélération de la pesanteur, et $\Delta\ddot{y}(t)$, l'accélération du ROV sur l'axe vertical ascendant. On pourra montrer que $M\ddot{y}(t) = -Mg + T(t) = T_0 \sin(\omega t)$.

Correction On applique le principe fondamental de la dynamique au ROV en projection suivant \vec{y}_0 , on obtient :

$$M\ddot{y}(t) = -Mg + T(t) = T_0 \sin(\omega t).$$

Question 24 Déterminer analytiquement l'expression de $\Delta y(t)$ en fonction de M_{ROV} , masse du ROV et ω , pulsation de la houle. Les constantes d'intégration seront considérées nulles et on prendra $g = 10 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$. Calculer la pulsation ω exprimée en $\text{rad} \cdot \text{s}^{-1}$ et conclure quant au respect de l'exigence Id 1.1 du cahier des charges pour cet essai.

Correction On intègre deux fois l'équation précédente et on obtient (avec constantes d'intégrations nulles) :

$$y(t) = -\frac{T_0}{M\omega^2} \sin(\omega t).$$

Soit $y_{\max} = T_0/(M\omega^2) = 5500/13000 \times (T_p/(2\pi))^2 \approx 0,97 < 1 \text{ m}$. Le cahier des charges est respecté pour cet essai.

6 Conclusion sur la problématique

Question 25 La validation des performances de l'AHC à partir de la mesure expérimentale de la ?? est-elle suffisante ? Une réponse justifiée et argumentée est attendue. Dans le cas d'une réponse négative, une démarche permettant la validation de l'exigence Id 1.1 est attendue.

Correction Pour la pulsation $\omega = 2\pi/T_p = 0,66 \text{ rad/s}$, l'atténuation de 14 dB est vérifié. Il faudrait faire d'autres essais à des fréquences comprises entre 0,5 et 1,7 rad/s pour vérifier le CdC.