

TD 01



Assistance pour le maniement de charges dans l'industrie

Concours Centrale Supélec TSI 2017

Savoirs et compétences :

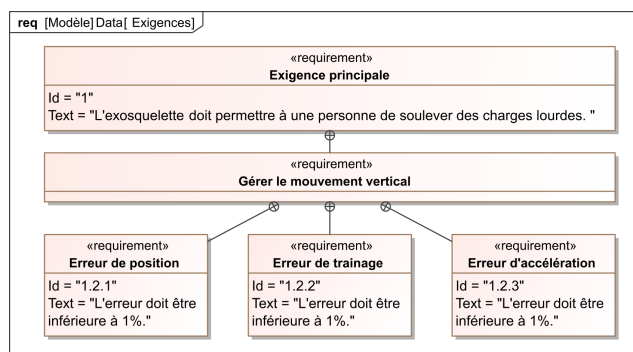
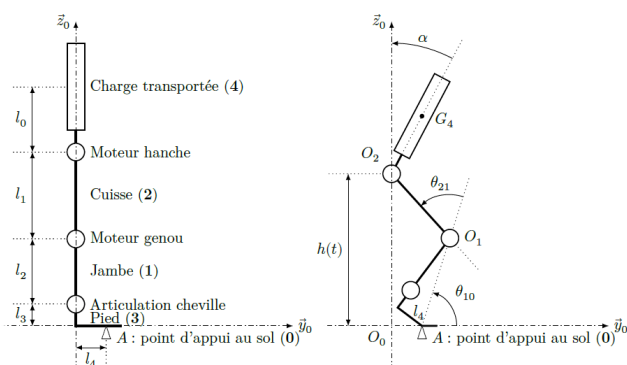
- Mod2.C4 : calcul symbolique;
- Mod2.C7.SF1 : analyser ou établir le schéma-bloc du système;
- Res2.C10 : précision des SLCI : erreur en régime permanent;
- Res2.C10.SF1 : déterminer l'erreur en régime permanent vis-à-vis d'une entrée en échelon ou en rampe (consigne ou perturbation).

Mise en situation

L'exosquelette est un appareil qui apporte à un être humain des capacités qu'il ne possède pas ou qu'il a perdues à cause d'un accident. Ce type d'appareil peut permettre à une personne de soulever des charges lourdes et diminuer considérablement les efforts à fournir sans la moindre fatigue. Après avoir revêtu un exosquelette adapté à sa morphologie et à sa taille, l'utilisateur peut faire ses mouvements en bénéficiant d'une grande fluidité.



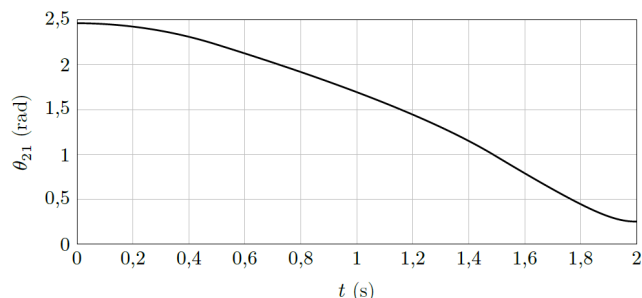
On donne dans la figure ci-dessous, la modélisation cinématique retenue dans le but de simuler le comportement de l'exosquelette.



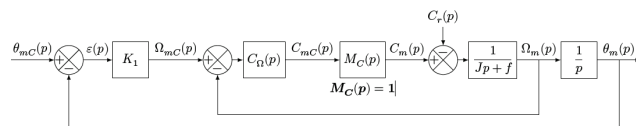
Gestion du mouvement vertical

Objectif Déterminer les réglages de la commande asservie des moteurs genou droit et gauche permettant d'assurer un mouvement vertical ne déséquilibrant pas le porteur de l'exosquelette puis valider les performances attendues listées par le cahier des charges.

La demande de mouvement de l'utilisateur de l'exosquelette se traduit par une consigne de vitesse de type trapézoïdal pour le mouvement vertical. À l'aide du modèle articulaire inverse cette demande se traduit finalement en consigne de position des axes moteur genou gauche et droit. Cette consigne de position du moteur représentée à la figure suivante montre des parties qui peuvent être approchées par des constantes, des rampes et des paraboles.



Le premier modèle défini figure suivante est adopté pour chaque axe.



Notations :

- $\theta_{mC}(p)$ consigne de position de l'axe moteur (variable temporelle : $\theta_{mC}(t)$ en rad) ;
- $\theta_m(p)$ position de l'axe moteur (variable temporelle : $\theta_m(t)$ en rad) ;
- $C_{mC}(p)$ consigne de couple moteur (variable temporelle : $c_{mC}(t)$ en Nm) ;
- $C_m(p)$ couple moteur (variable temporelle : $c_m(t)$ en Nm) ;
- $C_r(p)$ couple résistant perturbateur (variable temporelle : $c_r(t)$ en Nm) ;
- K_1 gain proportionnel du correcteur de l'asservissement de position (en s^{-1}) ;

- $\Omega_{mC}(p)$ consigne de vitesse de l'axe moteur (variable temporelle : $\Omega_{mC}(t)$ en rad s^{-1});
- $\Omega_m(p)$ vitesse de l'axe moteur (variable temporelle : $\Omega_m(t)$ en rad s^{-1});
- $C_\Omega(p)$ correcteur de l'asservissement de vitesse;
- $M_C(p)$ modélise la boucle d'asservissement en couple de la machine électrique, considérée parfaite au vu de sa dynamique par rapport aux autres boucles : $M_C(p) = 1$;
- J moment d'inertie de l'ensemble en mouvement, rapporté au niveau de l'axe moteur;
- f coefficient de frottements visqueux équivalent pour l'ensemble en mouvement.

Le correcteur est de la forme : $C_\Omega(p) = K_2 \left(\frac{Jp + f}{Jp} \right)$.

En utilisant le schéma-blocs précédent, on peut constater que :

- l'écart est défini par la variable $\varepsilon(t) = \theta_{mC}(t) - \theta_m(t)$;
- l'erreur entre l'entrée et la sortie est définie par la variable $\mu(t) = \theta_{mC}(t) - \theta_m(t)$.

Étant donné que le modèle utilisé est à retour unitaire, l'écart $\varepsilon(t)$ est égal à l'erreur $\mu(t)$.

Hypothèse(s) Le couple résistant évolue lentement au regard de la dynamique de l'asservissement, ce qui permet de considérer pour la suite de l'étude $C_r(p) = 0$.

Question 1 Déterminer la grandeur physique de la consigne et la grandeur physique asservie à partir du modèle multiphysique présenté plus bas et préciser leurs unités de base dans le système international d'unités (SI).

Question 2 Exprimer $H_\Omega(p) = \frac{\Omega_m(p)}{\Omega_{mC}(p)}$ en fonction de J , K_2 et p .

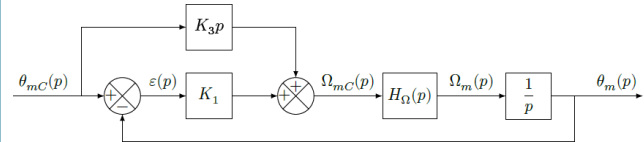
Question 3 Exprimer $\varepsilon(p)$ en fonction de $\theta_{mC}(p)$, $H_\Omega(p)$, K_1 et p .

Méthode On peut définir l'erreur de position ε_p par $\varepsilon_p = \lim_{t \rightarrow +\infty} \varepsilon(t) = \lim_{p \rightarrow 0} p \varepsilon(p)$ avec $\theta_{mC}(p) = \frac{1}{p}$ (entrée échelon).

Question 4 Déterminer l'erreur de position ε_p puis l'erreur de traînage ε_v . Conclure sur la valeur de K_1 pour satisfaire à l'exigence d'erreur en traînage.

Question 5 Déterminer l'erreur en accélération et conclure quant au respect du cahier des charges.

Pour satisfaire l'exigence d'une erreur en accélération inférieure à 1%, le second modèle avec anticipation de la vitesse est adopté avec $H_\Omega(p) = \frac{1}{1 + Tp}$ et $T = 33 \text{ ms}$.



Question 6 Exprimer $\varepsilon(p)$ en fonction de $\theta_{mC}(p)$, T , K_1 , K_3 et p .

Le second modèle avec anticipation de la figure précédente n'a pas d'incidence sur la valeur de l'erreur de position.

Question 7 Exprimer l'erreur de traînage et déterminer la valeur de K_3 permettant d'annuler cette erreur.

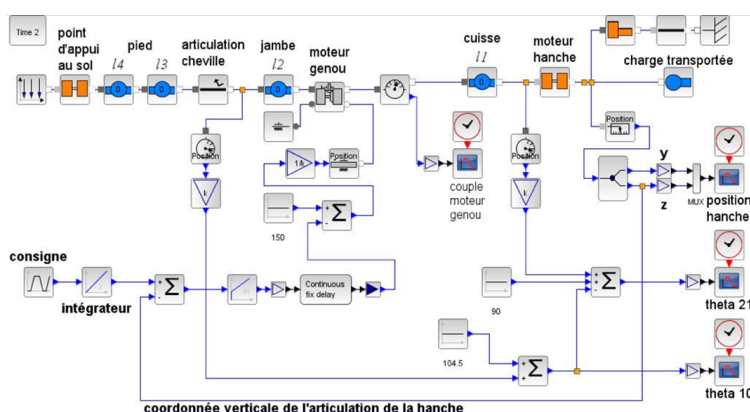
Question 8 Exprimer et déterminer l'erreur d'accélération en prenant les valeurs de K_3 et de K_1 déterminées précédemment. Conclure quant au respect du cahier des charges.

Synthèse

Question 9 En utilisant la figure ci-dessous, conclure sur les actions qui ont mené à une validation du cahier des charges.

Éléments de corrigé :

1. Asservissement en position.
2. $H_\Omega(p) = 1 / \left(\frac{Jp}{C_\Omega K_2} + 1 \right)$.
3. $\varepsilon(p) = (\theta_{mC}(p)) / \left(1 + H_\Omega(p) \frac{K_1}{p} \right)$
4. $\varepsilon(p) = 0$, $\varepsilon_v = \frac{1}{K_1}$ et $K_1 > 100$.
5. $\varepsilon_a = \infty$.
6. $\varepsilon(p) = \theta_{mC}(p) (p(1 + Tp - K_3)) / (p(1 + Tp) + K_1)$.
7. $\varepsilon_v = \frac{1 - K_3}{K_1}$, $K_3 = 1$.
8. $\varepsilon_a = \frac{33 \times 10^{-3}}{100}$. Le cahier des charges est donc validé.



Domaine du client
«requirement» Erreur de position Id = "1.2.1" Text = "L'erreur doit être inférieure à 1%."
«requirement» Erreur de traînage Id = "1.2.2" Text = "L'erreur doit être inférieure à 1%."
«requirement» Erreur d'accélération Id = "1.2.3" Text = "L'erreur doit être inférieure à 1%."

Domaine de la modélisation
Validé
$\varepsilon_p =$
$\varepsilon_v =$
$\varepsilon_a =$
Validé
$\varepsilon_p =$
$\varepsilon_v =$
$\varepsilon_a =$

Correcteur 1

Correcteur 2

Colle



Assistance pour le maniement de charges dans l'industrie

Concours Centrale Supélec TSI 2017

Savoirs et compétences :

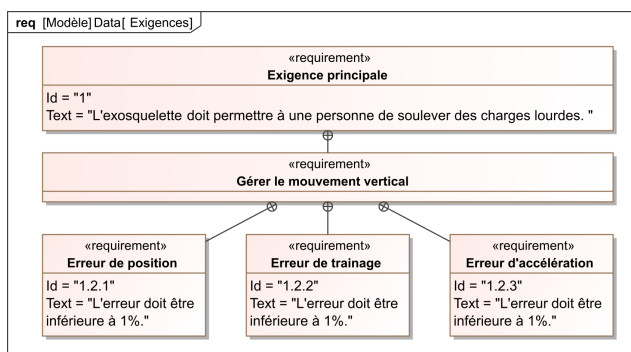
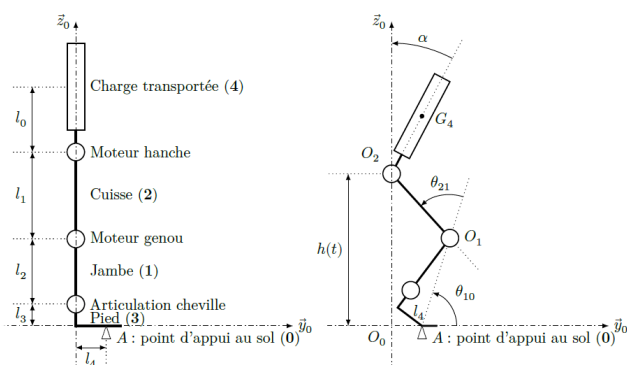
- Mod2.C4 : calcul symbolique;
- Mod2.C7.SF1 : analyser ou établir le schéma-bloc du système;
- Res2.C10 : précision des SLCI : erreur en régime permanent;
- Res2.C10.SF1 : déterminer l'erreur en régime permanent vis-à-vis d'une entrée en échelon ou en rampe (consigne ou perturbation).

Mise en situation

L'exosquelette est un appareil qui apporte à un être humain des capacités qu'il ne possède pas ou qu'il a perdues à cause d'un accident. Ce type d'appareil peut permettre à une personne de soulever des charges lourdes et diminuer considérablement les efforts à fournir sans la moindre fatigue. Après avoir revêtu un exosquelette adapté à sa morphologie et à sa taille, l'utilisateur peut faire ses mouvements en bénéficiant d'une grande fluidité.



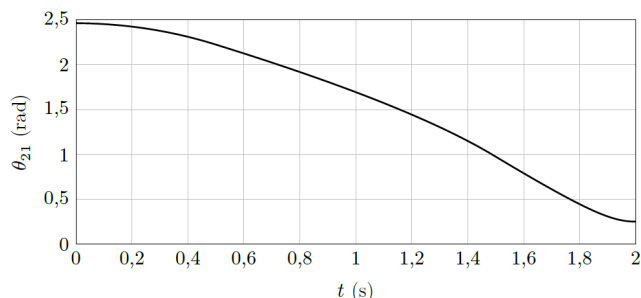
On donne dans la figure ci-dessous, la modélisation cinématique retenue dans le but de simuler le comportement de l'exosquelette.



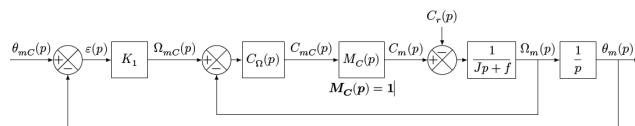
Gestion du mouvement vertical

Objectif Déterminer les réglages de la commande asservie des moteurs genou droit et gauche permettant d'assurer un mouvement vertical ne déséquilibrant pas le porteur de l'exosquelette puis valider les performances attendues listées par le cahier des charges.

La demande de mouvement de l'utilisateur de l'exosquelette se traduit par une consigne de vitesse de type trapézoïdal pour le mouvement vertical. À l'aide du modèle articulaire inverse cette demande se traduit finalement en consigne de position des axes moteur genou gauche et droit. Cette consigne de position du moteur représentée à la figure suivante montre des parties qui peuvent être approchées par des constantes, des rampes et des paraboles.



Le premier modèle défini figure suivante est adopté pour chaque axe.



Notations :

- $\theta_{mC}(p)$ consigne de position de l'axe moteur (variable temporelle : $\theta_{mC}(t)$ en rad) ;
- $\theta_m(p)$ position de l'axe moteur (variable temporelle : $\theta_m(t)$ en rad) ;
- $C_{mC}(p)$ consigne de couple moteur (variable temporelle : $c_{mC}(t)$ en Nm) ;
- $C_m(p)$ couple moteur (variable temporelle : $c_m(t)$ en Nm) ;
- $C_r(p)$ couple résistant perturbateur (variable temporelle : $c_r(t)$ en Nm) ;
- K_1 gain proportionnel du correcteur de l'asservissement de position (en s^{-1}) ;

- $\Omega_{mC}(p)$ consigne de vitesse de l'axe moteur (variable temporelle : $\Omega_{mC}(t)$ en rad s^{-1});
- $\Omega_m(p)$ vitesse de l'axe moteur (variable temporelle : $\Omega_m(t)$ en rad s^{-1});
- $C_\Omega(p)$ correcteur de l'asservissement de vitesse;
- $M_C(p)$ modélise la boucle d'asservissement en couple de la machine électrique, considérée parfaite au vu de sa dynamique par rapport aux autres boucles : $M_C(p) = 1$;
- J moment d'inertie de l'ensemble en mouvement, rapporté au niveau de l'axe moteur;
- f coefficient de frottements visqueux équivalent pour l'ensemble en mouvement.

Le correcteur est de la forme : $C_\Omega(p) = K_2 \left(\frac{Jp + f}{Jp} \right)$.

En utilisant le schéma-blocs précédent, on peut constater que :

- l'écart est défini par la variable $\varepsilon(t) = \theta_{mC}(t) - \theta_m(t)$;
- l'erreur entre l'entrée et la sortie est définie par la variable $\mu(t) = \theta_{mC}(t) - \theta_m(t)$.

Étant donné que le modèle utilisé est à retour unitaire, l'écart $\varepsilon(t)$ est égal à l'erreur $\mu(t)$.

Hypothèse(s) Le couple résistant évolue lentement au regard de la dynamique de l'asservissement, ce qui permet de considérer pour la suite de l'étude $C_r(p) = 0$.

Question 10 Déterminer la grandeur physique de la consigne et la grandeur physique asservie à partir du modèle multiphysique présenté plus bas et préciser leurs unités de base dans le système international d'unités (SI).

Question 11 Exprimer $H_\Omega(p) = \frac{\Omega_m(p)}{\Omega_{mC}(p)}$ en fonction de J , K_2 et p .

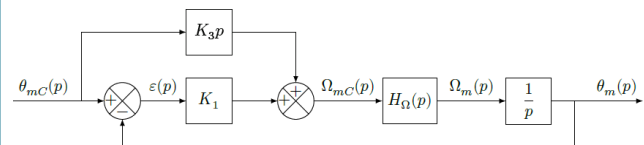
Question 12 Exprimer $\varepsilon(p)$ en fonction de $\theta_{mC}(p)$, $H_\Omega(p)$, K_1 et p .

Méthode On peut définir l'erreur de position ε_p par $\varepsilon_p = \lim_{t \rightarrow +\infty} \varepsilon(t) = \lim_{p \rightarrow 0} p \varepsilon(p)$ avec $\theta_{mC}(p) = \frac{1}{p}$ (entrée échelon).

Question 13 Déterminer l'erreur de position ε_p puis l'erreur de traînage ε_v . Conclure sur la valeur de K_1 pour satisfaire à l'exigence d'erreur en traînage.

Question 14 Déterminer l'erreur en accélération et conclure quant au respect du cahier des charges.

Pour satisfaire l'exigence d'une erreur en accélération inférieure à 1%, le second modèle avec anticipation de la vitesse est adopté avec $H_\Omega(p) = \frac{1}{1 + Tp}$ et $T = 33 \text{ ms}$.



Question 15 Exprimer $\varepsilon(p)$ en fonction de $\theta_{mC}(p)$, T , K_1 , K_3 et p .

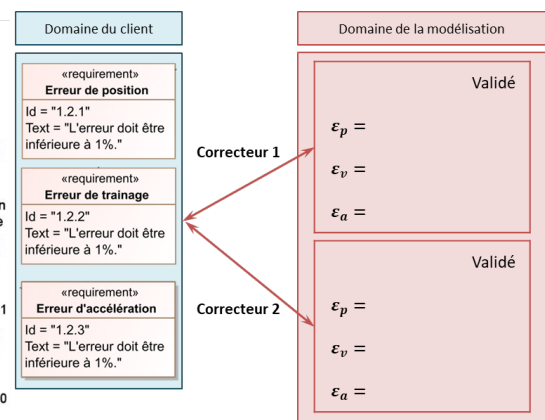
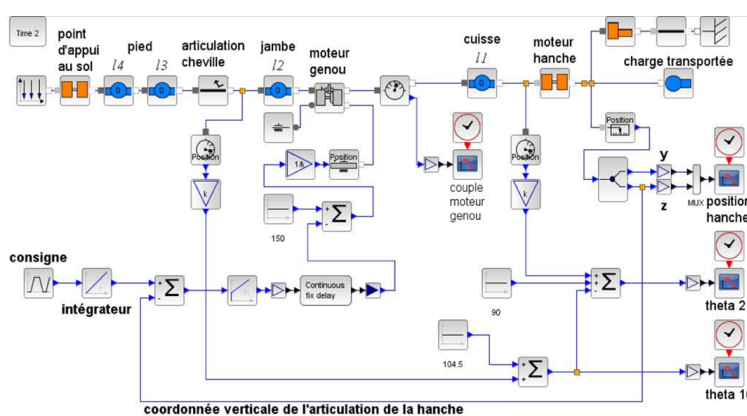
Le second modèle avec anticipation de la figure précédente n'a pas d'incidence sur la valeur de l'erreur de position.

Question 16 Exprimer l'erreur de traînage et déterminer la valeur de K_3 permettant l'annuler cette erreur.

Question 17 Exprimer et déterminer l'erreur d'accélération en prenant les valeurs de K_3 et de K_1 déterminées précédemment. Conclure quant au respect du cahier des charges.

Synthèse

Question 18 En utilisant la figure ci-dessous, conclure sur les actions qui ont mené à une validation du cahier des charges.



TD 01 – Corrigé



Assistance pour le maniement de charges dans l'industrie

Concours Centrale Supélec TSI 2017

Savoirs et compétences :

- Mod2.C4 : calcul symbolique ;
- Mod2.C7.SF1 : analyser ou établir le schéma-bloc du système ;
- Res2.C10 : précision des SLCI : erreur en régime permanent ;
- Res2.C10.SF1 : déterminer l'erreur en régime permanent vis-à-vis d'une entrée en échelon ou en rampe (consigne ou perturbation).

Mise en situation

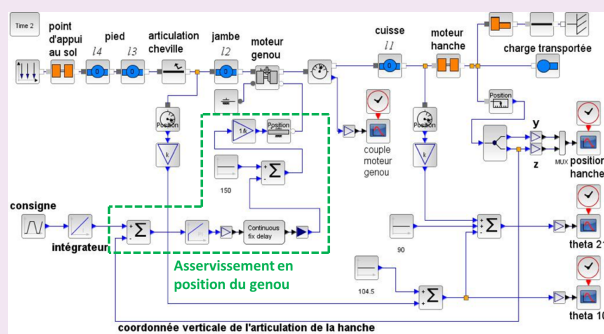
Gestion du mouvement vertical

Objectif Déterminer les réglages de la commande asservie des moteurs genou droit et gauche permettant d'assurer un mouvement vertical ne déséquilibrant pas le porteur de l'exosquelette puis valider les performances attendues listées par le cahier des charges.

Question 19 Déterminer la grandeur physique de la consigne et la grandeur physique asservie à partir du modèle multiphysique présenté plus bas et préciser leurs unités de base dans le système international d'unités (SI).

Correction

Il s'agit d'un asservissement en position.



Question 20 Exprimer $H_{\Omega}(p) = \frac{\Omega_m(p)}{\Omega_{mC}(p)}$ en fonction de J , K_2 et p .

Correction En faisant l'hypothèse que le couple perturbateur est nul, on a : $H_{\Omega}(p) = \frac{\Omega_m(p)}{\Omega_{mC}(p)} =$

$$\frac{C_{\Omega}(p)M_C(p) \frac{1}{Jp+f}}{1 + C_{\Omega}(p)M_C(p) \frac{1}{Jp+f}}. \text{ En conséquences : } H_{\Omega}(p) = \frac{C_{\Omega}K_2}{Jp + C_{\Omega}K_2} = \frac{1}{\frac{Jp}{C_{\Omega}K_2} + 1}.$$

Question 21 Exprimer $\varepsilon(p)$ en fonction de $\theta_{mC}(p)$, $H_{\Omega}(p)$, K_1 et p .

Correction D'une part, $\varepsilon(p) = \theta_{mC}(p) - \theta_m(p)$. D'autre part, $\theta_m(p) = H_{\Omega}(p) \frac{K_1}{p} \varepsilon(p)$. Par suite, $\varepsilon(p) = \theta_{mC}(p) - H_{\Omega}(p) \frac{K_1}{p} \varepsilon(p) \Leftrightarrow \varepsilon(p) \left(1 + H_{\Omega}(p) \frac{K_1}{p} \right) = \theta_{mC}(p)$. En conséquences, $\varepsilon(p) = \frac{\theta_{mC}(p)}{1 + H_{\Omega}(p) \frac{K_1}{p}}$.

Question 22 Déterminer l'erreur de position ε_p puis l'erreur de traînage ε_v . Conclure sur la valeur de K_1 pour satisfaire à l'exigence d'erreur en traînage.

Correction On a :

$$\begin{aligned} \bullet \varepsilon_p &= \lim_{t \rightarrow \infty} \varepsilon(t) = \lim_{p \rightarrow 0} p \varepsilon(p) = \lim_{p \rightarrow 0} p \frac{1}{1 + H_{\Omega}(p) \frac{K_1}{p}} \frac{1}{p} \\ &= \lim_{p \rightarrow 0} \frac{1}{1 + \frac{1}{\frac{Jp}{C_{\Omega}K_2} + 1} \frac{K_1}{p}} = 0 \text{ (ce qui était prévisible pour un système de classe 1)}; \\ \bullet \varepsilon_v &= \lim_{t \rightarrow \infty} \dot{\varepsilon}(t) = \lim_{p \rightarrow 0} p \varepsilon(p) = \lim_{p \rightarrow 0} p \frac{1}{1 + H_{\Omega}(p) \frac{K_1}{p}} \frac{1}{p^2} \\ &= \lim_{p \rightarrow 0} \frac{1}{1 + \frac{1}{\frac{Jp}{C_{\Omega}K_2} + 1} \frac{K_1}{p}} \frac{1}{p} = \lim_{p \rightarrow 0} \frac{1}{p + \frac{1}{\frac{Jp}{C_{\Omega}K_2} + 1} K_1} = \frac{1}{K_1} \text{ (ce qui était prévisible pour un système de classe 1 et de gain } K_1 \text{ en BO)}. \end{aligned}$$

Ainsi, pour avoir une erreur de traînage inférieure à 1%, il faut $\frac{1}{K_1} < 0,01$ et $K_1 > 100$.

Question 23 Déterminer l'erreur en accélération et conclure quant au respect du cahier des charges.

Correction En raisonnant de même, on a : $\varepsilon_a = \lim_{t \rightarrow \infty} \ddot{\varepsilon}(t) = \lim_{p \rightarrow 0} p^2 \varepsilon(p) = \lim_{p \rightarrow 0} p^2 \frac{1}{1 + H_{\Omega}(p) \frac{K_1}{p}} \frac{1}{p^3} =$

$$\lim_{p \rightarrow 0} \frac{1}{1 + \frac{1}{\frac{Jp}{C_\Omega K_2} + 1} \frac{K_1}{p^2}} = 0 = \lim_{p \rightarrow 0} \frac{1}{p^2 + \frac{p}{\frac{Jp}{C_\Omega K_2} + 1} K_1} = \infty$$

(ce qui était prévisible pour un système de classe 1).

Ainsi, le correcteur choisi ne permet pas de vérifier le cahier des charges.

Question 24 Exprimer $\varepsilon(p)$ en fonction de $\theta_{mC}(p)$, T , K_1 , K_3 et p .

Correction En utilisant le schéma-blocs, on a :

- $\varepsilon(p) = \theta_{mC}(p) - \theta_m(p)$;
- $\Omega_{mC}(p) = K_3 p \theta_{mC}(p) + K_1 \varepsilon(p)$;
- $\theta_m(p) = \Omega_{mC}(p) \frac{1}{p} \frac{1}{1 + Tp}$.

$$\text{On a donc : } \varepsilon(p) = \theta_{mC}(p) - \Omega_{mC}(p) \frac{1}{p} \frac{1}{1 + Tp} = \theta_{mC}(p) - \left(K_3 p \theta_{mC}(p) + K_1 \varepsilon(p) \right) \frac{1}{p(1 + Tp)} = \theta_{mC}(p) - \frac{K_3 p}{p(1 + Tp)} \theta_{mC}(p) - \frac{K_1}{p(1 + Tp)} \varepsilon(p).$$

$$\text{On a alors } \varepsilon(p) \left(1 + \frac{K_1}{p(1 + Tp)} \right) = \theta_{mC}(p) \left(1 - \frac{K_3}{1 + Tp} \right)$$

$$\Leftrightarrow \varepsilon(p) \frac{p(1 + Tp) + K_1}{p(1 + Tp)} = \theta_{mC}(p) \frac{1 + Tp - K_3}{1 + Tp}$$

$$\text{Enfin, } \varepsilon(p) = \theta_{mC}(p) \frac{p(1 + Tp - K_3)}{p(1 + Tp) + K_1}.$$

Le second modèle avec anticipation de la figure précédente n'a pas d'incidence sur la valeur de l'erreur de position.

Question 25 Exprimer l'erreur de traînage et déterminer la valeur de K_3 permettant l'annuler cette erreur.

Correction $\varepsilon_v = \lim_{t \rightarrow \infty} \varepsilon(t) = \lim_{p \rightarrow 0} p \varepsilon(p) = \lim_{p \rightarrow 0} p \frac{p(1 + Tp - K_3)}{p(1 + Tp) + K_1} \frac{1}{p^2} = \lim_{p \rightarrow 0} \frac{(1 + Tp - K_3)}{p(1 + Tp) + K_1} = \frac{1 - K_3}{K_1}.$

Au final, pour annuler l'erreur de traînage, on doit avoir $K_3 = 1$.

Question 26 Exprimer et déterminer l'erreur d'accélération en prenant les valeurs de K_3 et de K_1 déterminées précédemment. Conclure quant au respect du cahier des charges.

On a :

Correction $\varepsilon_a = \lim_{t \rightarrow \infty} \varepsilon(t) = \lim_{p \rightarrow 0} p \varepsilon(p) = \lim_{p \rightarrow 0} p \frac{p(1 + Tp - K_3)}{p(1 + Tp) + K_1} \frac{1}{p^3} = \lim_{p \rightarrow 0} \frac{(1 + Tp - K_3)}{p(1 + Tp) + K_1} \frac{1}{p}.$ En prenant $K_3 = 1$ et $K_1 = 100$, on obtient : $\varepsilon_a = \frac{T}{p(1 + Tp) + 100} = \frac{33 \times 10^{-3}}{100}$. L'erreur est donc de 33×10^{-5} . Le cahier des charges est donc validé.

Synthèse

Question 27 En utilisant la figure ci-dessous, conclure sur les actions qui ont mené à une validation du cahier des charges.

