ELEMENTS DE CORRECTION DE CCP MP 2010

Question 1

a) Le cahier des charges impose une production de 20000L/j, à raison de bidons de 5L, cela représente donc : 20000/5=4000 Bidons/jours

b) Le tableau 1 donne alors : **m**x**n**x**c**=10x5x5=250 Bidons/palettes
Il faut donc produire :4000/250=16 palettes/jours

c) Sur une production de 8h, on a donc seulement 30mn à consacrer par palette.
Le temps de transfert étant de 2mn, il ne reste donc que 28mn pour la remplir.

d) Pour 250 bidons, cela représente alors 1680s/250=6.72s/bidon.

Question 2-1

Cas 2

Nous avons une accélération constante, nous avons ainsi : $\theta(t_1) = \frac{1}{2}.\dot{\omega}_{\max}.t_1^2 = 18,375°$

La phase de décélération produite quant à elle la même variation, il reste donc, pour la phase à vitesse constante maxi : $d_2 = \frac{90° - 18,375°.2}{\omega_{\max}} = \frac{53,25°}{105°/s} = 0,51s$

Cas3

Nous n'avons dans ce cas pas de phase à vitesse constante, chaque phase d'accélération ne produit que 15°/2=7,5°, d'où : $t_1 = \sqrt{\frac{2.7,5°}{\dot{\omega}_{\max}}} = 0,22s$

On complète alors le tableau :

Cas	Axe	Amplitude	d_1=t_1	d_2=t_2-t_1	d_3=d_1	Ti
1	A1	45°	0,35	0,08	0,35	0,78
2	A2	90°	0,35	0,51	0,35	1,21
3	A3	15°	0,22	0	0,22	0,44

Question 2-2

L'ordre des mouvements et les temps correspondants sont les suivants :

$P_0 \rightarrow P_1 \rightarrow P_2 \rightarrow$ prise $\rightarrow P_1 \rightarrow P_i \rightarrow P_j \rightarrow$ dépose $\rightarrow P_i \rightarrow P_0$

0,8 0,5 0,1 0,5 1,2 0,5 0,1 0,5 0,8 soit un total de 5s

Question 2-3

Les opération s'effectuant en série et à flux tendu, c'est le temps le plus important qui conditionne la ligne, or tp_2=6s, tp_3=3s, tp_6=5s.
Un bidon arrive donc toutes les 6s au robot ce qui lui laisse le temps de le palettiser et de revenir en place en P_0.
Il n'y a donc pas de stock sur la ligne et le temps d'attente à l'étape 2 est donc nul.

Question 2-4

Pendant le changement de palette, les bidons ne sont plus chargés et s'accumulent donc à raison de 1 toutes les 6s.
En 2mn, on a donc 120/6=20 bidons de stockés, soit $\underline{Q_{max}=20}$

D'après la figure 1, nous savons que les bidons sont disposés suivant leur longueur.
Nous avons donc une longueurs stockée de 20xd_1=2400mm<4000mm
La capacité de stockage est donc suffisante.

Question 2-5

On ne récupère que 6-5=1s par transfert, il faut donc 120 bidons transférés pour regagner les 120s de perdues, soit 120x5s=600s, soit $\underline{t_3=10mn.}$

Ayant alors chargé 120 bidons, il en reste alors 250-120=130 à charger.
On a donc t_4=130x5=<u>10mn 50s</u>.

Question 2-6

Le temps de cycle est donné par $t_3+t_4+t_5$=<u>22mn 50s</u><30mn, la fonction est donc <u>validée</u>.

Question 3-1

a) On isole 8, le Bilan des Actions Mécaniques Extérieures donne alors :
-action de 4 sur 8 en O_9
-action de 7 sur 8 en O_8

Le système étant soumis à deux glisseurs, ils sont donc directement opposés suivant la ligne d'action, on pose donc : $\overrightarrow{R_{48}} = R_{48}.\overrightarrow{x_3} = -\overrightarrow{R_{78}}$

On isole alors 4, le BAME donne alors : $\left(O_9, \overrightarrow{R_{84}}\right); \left(O_4, \vec{P}\right); \left(O_{10}, \overrightarrow{R_{34}}\right)$

Le Théorème de la Résultante Statique fournit alors :

$$\overrightarrow{R_{84}} + \vec{P} + \overrightarrow{R_{34}} = \vec{0}$$
$$\overrightarrow{x_3} : -R_{48} + 0 + X_{34} = 0$$
$$\overrightarrow{z_3} : 0 - P + Y_{34} = 0$$

Le Théorème du Moment Statique en O_{10} fournit alors :

$$\overrightarrow{M}(\overrightarrow{R_{84}})+\overrightarrow{M}(\vec{P})+\overrightarrow{M}(\overrightarrow{R_{34}})=\vec{0}$$

$$\overrightarrow{O_{10}O_9}\wedge -R_{48}.\overrightarrow{x_3}+\overrightarrow{O_{10}O_4}\wedge -P.\overrightarrow{z_4}+\vec{0}=\vec{0}$$

$$500.\left(\cos 40.\overrightarrow{x_3}+\sin 40.\overrightarrow{z_3}\right)\wedge -R_{48}.\overrightarrow{x_3}+500.\cos 40.\overrightarrow{x_3}\wedge -P.\overrightarrow{z_4}=\vec{0}$$

$$\overrightarrow{y_3}:-500.R_{48}.\sin 40+500.P.\cos 40=0$$

Nous avons ainsi : $\boxed{\begin{array}{l} R_{84}=-\dfrac{P}{\tan 40} \\ X_{34}=R_{48}=\dfrac{P}{\tan 40} \quad ; \quad Y_{34}=P \end{array}}$

b) On isole l'ensemble [3+4], le BAME nous donne :
-action de 8 sur 4 en O_9,
-action du poids en O_4,
-action de la pivot en O_3,
-couple de freinage

Le TMS en O_3 permet alors d'écrire :

$$\overrightarrow{M}(\overrightarrow{R_{84}})+\overrightarrow{M}(\vec{P})+\overrightarrow{M_{O_3}}+M_{f_3}.\overrightarrow{y_3}=\vec{0}$$

$$\overrightarrow{O_3O_9}\wedge\frac{-P}{\tan 40}.\overrightarrow{x_3}+\overrightarrow{O_3O_4}\wedge -P.\overrightarrow{z_3}+(L_{O_3}.\overrightarrow{x_3}+N_{O_3}.\overrightarrow{z_3})+M_{f_3}.\overrightarrow{y_3}=\vec{0}$$

$$\overrightarrow{y_3}:-500.\sin 40.\frac{P}{\tan 40}+P.(1350+500.\cos 40)+M_{f_3}=0$$

Soit : $\boxed{M_{f_3}=-1350.P=-675N.m}$

Question 3-2

Grâce au réducteur, le couple de freinage disponible en sortie est de 5x200=1000N.m>675Nm. La fonction est donc assurée convenablement.

Question 3-3

a) On isole 7, le BAME fournit alors :
- action de 8 sur 7 en O_8, $\overrightarrow{R_{87}}=\dfrac{P}{\tan 40}.\overrightarrow{x_3}$
-action de la pivot en O_3,
-action de 6 sur 7 en O_7, $\overrightarrow{R_{67}}=Z_{67}.\overrightarrow{z_3}$.

Le TMS en O_3 donne :

$$\overrightarrow{M}(\overrightarrow{R_{87}})+\overrightarrow{M_{O_3}}+\overrightarrow{M}(\overrightarrow{R_{67}})=\vec{0}$$

$$\overrightarrow{O_3O_8}\wedge\frac{P}{\tan 40}.\overrightarrow{x_3}+(L_{O_3}.\overrightarrow{x_3}+N_{O_3}.\overrightarrow{z_3})+\overrightarrow{O_3O_7}\wedge Z_{67}.\overrightarrow{z_3}=\vec{0}$$

$$500.(\cos 40.\overrightarrow{x_3}+\sin 40.\overrightarrow{z_3})\wedge\frac{P}{\tan 40}.\overrightarrow{x_3}+(L_{O_3}.\overrightarrow{x_3}+N_{O_3}.\overrightarrow{z_3})+500.(-\cos 30.\overrightarrow{x_3}+\sin 30.\overrightarrow{z_3})\wedge Z_{67}.\overrightarrow{z_3}=\vec{0}$$

$$\overrightarrow{y_3}:500.\cos 40.\frac{P}{\tan 40}+500.\cos 30.Z_{67}=0$$

Soit : $\boxed{Z_{67}=-\frac{\cos 40}{\cos 30}.P}$

On isole alors le système [2+3+4+7+8], le BAME donne :
-action du poids en O_4,
-action de la pivot en O_2,
-action de 6 sur 7 en O_7,
-couple de freinage $M_{f_2}.\overrightarrow{y_2}$

Le TMS en O_2 donne :

$$\overrightarrow{O_2O_4}\wedge\vec{P}+(L_{O_3}.\overrightarrow{x_3}+N_{O_3}.\overrightarrow{z_3})+M_{f_2}.\overrightarrow{y_2}+\overrightarrow{O_2O_7}\wedge Z_{67}.\overrightarrow{z_3}=\vec{0}$$

$$((1350+500\cos 40).\overrightarrow{x_3}+1250.\overrightarrow{z_3})\wedge -P.\overrightarrow{z_3}+(L_{O_3}.\overrightarrow{x_3}+N_{O_3}.\overrightarrow{z_3})+M_{f_2}.\overrightarrow{y_2}+(-500.\cos 30.\overrightarrow{x_3}+(1250+500.\sin 30).\overrightarrow{z_3})\wedge Z_{67}.\overrightarrow{z_3}=\vec{0}$$

$$\overrightarrow{y_3}:(1350+500.\cos 40).P+M_{f_2}+500.\cos 30.(-\frac{\cos 40}{\cos 30}.P)=0$$

Soit : $\boxed{M_{f_2}=M_{f_3}=-1350P=-675N.m}$

La fonction freinage est donc validée.

Question 4-1

La zone problématique est l'arc de cercle en haut de la zone d'évolution.
Le cas critique correspond à la hauteur maximale des bidons sur les palettes, nous avons le tableau :

Type de bidon	$H_{max}=H_{bid}+0.5xd3+200$ (mm)
5l	1905
10l	1820
20l	1775
40l	2000

Le cas le plus défavorable est donc obtenu pour les bidons de 40L.

Question 4-2

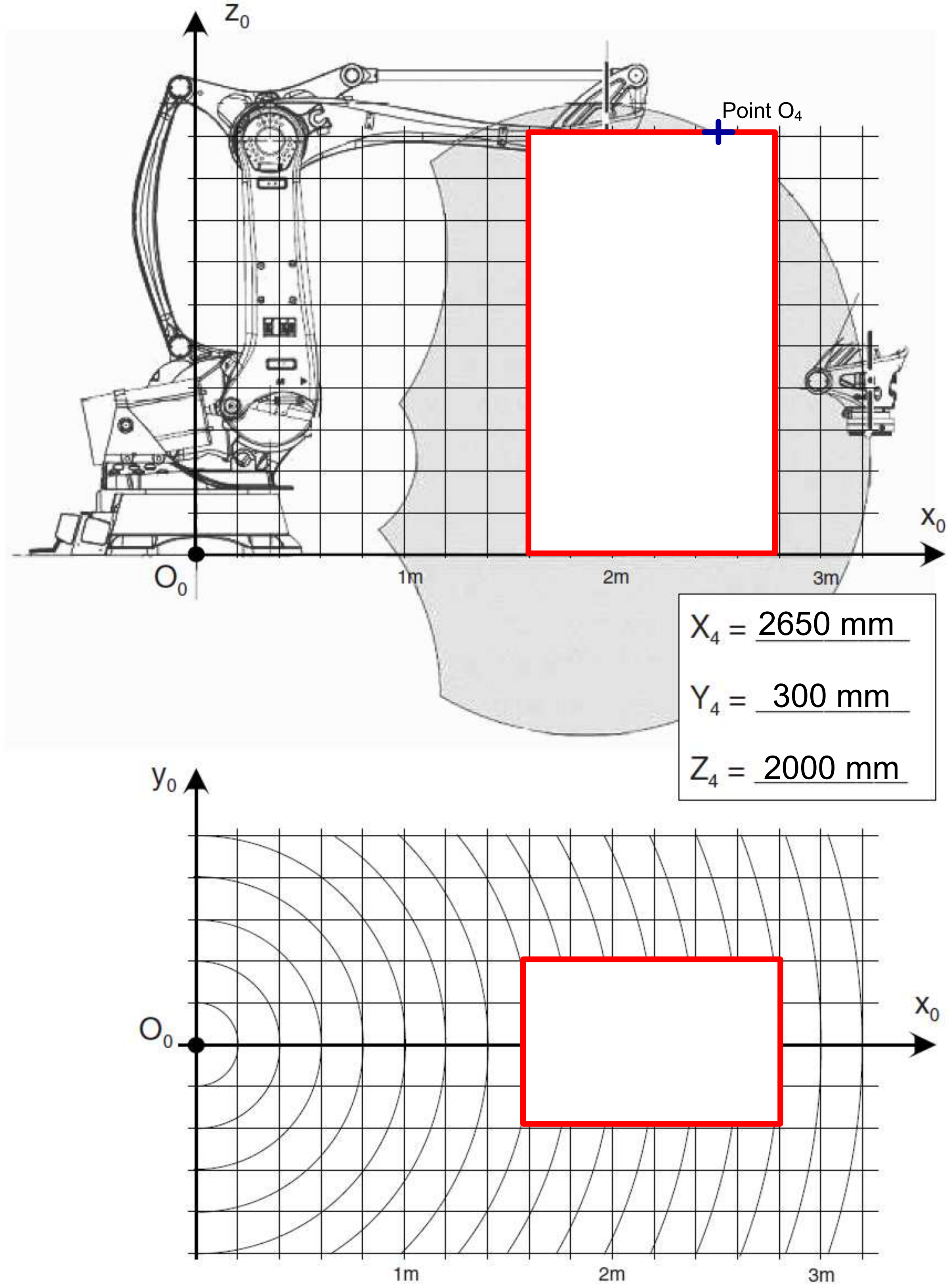


Figure 17 : *Étude de l'accessibilité du robot*

La valeur respecte le cahier des charges.

Question 4-3

D'après les données du sujet et vu la configuration du robot de la figure 6, nous avons :

$$\vec{V}(O_4/7)=\left(\frac{d\overrightarrow{O_3O_4}}{dt}\right)_7=O_3O_{10}.\omega_{23}.\overrightarrow{z_4}$$

$$\vec{V}(O_4\in 7/1)=\vec{V}(O_3\in 7/1)=\vec{V}(O_2\in 7/1)+\overrightarrow{O_3O_2}\wedge\omega_{21}.\overrightarrow{y_3}=O_2O_3.\omega_{21}.\overrightarrow{x_3}$$

$$\vec{V}(O_4\in 1/0)=\vec{V}(O_1\in 1/0)+\overrightarrow{O_4O_1}\wedge\omega_{10}.\overrightarrow{z_1}=(350+1350+500.\cos 40).\overrightarrow{x_3}\wedge\omega_{10}.\overrightarrow{z_1}$$

$$\vec{V}(O_4\in 1/0)=-(1700+500.\cos 40).\omega_{10}.\overrightarrow{y_3}$$

Question 4-4

Le poignet 4 a donc, par rapport à 1, un mouvement de translation en $\overrightarrow{z_3}$ et en $\overrightarrow{x_3}$ ainsi qu'une rotation autour de $(O_1,\overrightarrow{z_1})$, ce qui convient très bien à sa fonction de palettisation.
L'intérêt par rapport à un robot 6 axes est avant tout une question de coût car dans ce cas les rotations des axes A4, A5 et A6 sont inutiles.

Question 5-1

On isole le bidon, le BAME donne alors :
-son poids appliqué en G,
-action du poignet 4.

Le Théorème de la Résultante Dynamique nous donne alors : $\overrightarrow{R_4}+\vec{P}=M.\vec{\Gamma}(G\in 4/Rg)$

Or, $\vec{\Gamma}(G\in 4/R_g)=\left(\frac{d^2O_3O_{10}}{dt^2}\right)_0=\left(\frac{d1350.\omega_{32}.\overrightarrow{z_4}}{dt}\right)_0=1350.\dot{\omega}_{32}.\overrightarrow{z_4}$

On a ainsi, sur $\overrightarrow{z_4}: R_4=P+1{,}35.\dot{\omega}_{32}.M$

Il nous manque alors la valeur de M ou du champs de pesanteur.
Nous posons alors g=10m/s².

Nous obtenons ainsi : $R4=M.(g+1{,}35.\dot{\omega}_{32})=853N<1800N$

La fonction semble donc validée.

Question 5-2

O_1 étant fixe dans R_g, nous avons : $\overrightarrow{\delta_{O_1}}(S_1/R_g)=\left(\dfrac{d\overrightarrow{\sigma_{O_1}}(S_1/R_g)}{dt}\right)_{R_g}$

$et \quad \overrightarrow{\sigma_{O_1}}(S_1/R_g)=\overline{\overline{J}}(O_1;S_1;b).\Omega(S_1/0)$

Il vient alors : $\overrightarrow{\sigma_{O_1}}(S_1/R_g)=\begin{pmatrix} A & -F & 0\\ -F & B & 0\\ 0 & 0 & C\end{pmatrix}_{O_1\,b}.\begin{pmatrix}0\\0\\\omega_{10}\end{pmatrix}_b=\omega_{10}.C.\overrightarrow{z_1}$

Puis : $\overrightarrow{\delta_{O_1}}(S_1/R_g)=C.\dot{\omega}_{10}.\overrightarrow{z_1}$

Le TMD sur $\left(O_1,\overrightarrow{z_1}\right)$ donne alors : $\boxed{C.\dot{\omega}_{10}=M_1=200.300.\dfrac{\pi}{180}=1047N.m}$

Question 5-3

La puissance de 4,5kW et la vitesse de rotation de 3500tr/mn nous permettent de calculer le couple moteur : $C=\dfrac{P}{\omega}=\dfrac{4500}{3500.\dfrac{\pi}{30}}=12,3N.m$

En sortie de réducteur, nous avons donc : $\boxed{C_{red}=200.C=2457N.m>1047N.m}$

La puissance du moteur convient donc.

Question 5-4

Cette fois-ci, le point de calcul n'est pas fixe, on a donc :

$$\vec{\delta}_{O_2}(S_2/R_g)=\left(\frac{d\vec{\sigma}_{O_2}(S_2/R_g)}{dt}\right)_{R_g}+m.\vec{V}(O_2/R_g)\wedge\vec{V}(G_2\in S_2/R_g)$$

Avec : $\vec{\sigma}_{O_2}(S_2/R_g)=M_2.\overrightarrow{O_2G_2}\wedge\vec{V}(O_2\in S_2/R_g)+\vec{J}_{O_2}(S_2,\vec{\Omega}_{(S_2/R_g)})$

Il convient donc de calculer chacun des termes et pour ce faire il nous faut les coordonnées du point G_2, centre de masse du système 2.

Or nous n'avons trouvé aucune donnée dans le sujet….par contre, la page 6 nous dit que « le poids de toutes les pièces est négligé », nous prenons donc m=0

Nous pouvons ainsi calculer :

$$\overrightarrow{\sigma_{O_2}}(S_2/R_g)=\vec{J}_{O_2}(S_2,\vec{\Omega}_{(S_2/R_g)})=\begin{pmatrix} A_2 & -F_2 & 0\\ -F_2 & B_2 & 0\\ 0 & 0 & C_2\end{pmatrix}_{O_2\,b_2}.\begin{pmatrix}-\omega_{10}.\sin\alpha_2\\ \omega_{21}\\ \omega_{10}.\cos\alpha_2\end{pmatrix}_{b_2}=\begin{pmatrix}-(A_2.\omega_{10}.\sin\alpha_2+F_2.\omega_{21})\\ F_2.\omega_{10}.\sin\alpha_2+B_2.\omega_{21}\\ C_2.\omega_{10}.\cos\alpha_2\end{pmatrix}_{b_2}$$

Puis il vient alors :

$$\vec{\delta}_{O_2}(S_2/R_g)=\left(\frac{d\vec{\sigma}_{O_2}(S_2/R_g)}{dt}\right)_{R_g}=\frac{d}{dt}\Big|_{b_2}\begin{pmatrix}-(A_2.\omega_{10}.\sin\alpha_2+F_2.\omega_{21})\\ F_2.\omega_{10}.\sin\alpha_2+B_2.\omega_{21}\\ C_2.\omega_{10}.\cos\alpha_2\end{pmatrix}_{b_2}+\vec{\Omega}(2/R_g)\wedge\begin{pmatrix}-(A_2.\omega_{10}.\sin\alpha_2+F_2.\omega_{21})\\ F_2.\omega_{10}.\sin\alpha_2+B_2.\omega_{21}\\ C_2.\omega_{10}.\cos\alpha_2\end{pmatrix}_{b_2}$$

$$\vec{\delta}_{O_2}(S_2/R_g)=\begin{pmatrix}A_2.\left(-\dot{\omega}_{10}.\sin\alpha_2+\omega_{10}.\omega_{20}.\cos\alpha_2\right)+F_2.\dot{\omega}_{21}\\ F_2.(\dot{\omega}_{10}.\sin\alpha_2-\omega_{10}.\omega_{20}.\cos\alpha_2)+B_2.\dot{\omega}_{21}\\ C_2.(\dot{\omega}_{10}.\cos\alpha_2+\omega_{10}.\omega_{20}.\sin\alpha_2)\end{pmatrix}_{b_2}+\begin{pmatrix}-\omega_{10}.\sin\alpha_2\\ \omega_{21}\\ \omega_{10}.\cos\alpha_2\end{pmatrix}_{b_2}\wedge\begin{pmatrix}-(A_2.\omega_{10}.\sin\alpha_2+F_2.\omega_{21})\\ F_2.\omega_{10}.\sin\alpha_2+B_2.\omega_{21}\\ C_2.\omega_{10}.\cos\alpha_2\end{pmatrix}_{b_2}$$

Soit :

$$\boxed{\vec{\delta}_{O_2}(S_2/R_g)=\begin{pmatrix}A_2.\left(-\dot{\omega}_{10}.\sin\alpha_2+\omega_{10}.\omega_{20}.\cos\alpha_2\right)+F_2.(\dot{\omega}_{21}-\omega_{10}^2.\cos\alpha_2.\sin\alpha_2)-B_2.\omega_{21}.\omega_{10}.\cos\alpha_2+C_2.\omega_{10}.\omega_{21}.\cos\alpha_2\\ (C_2-A_2).\omega_{10}^2.\cos\alpha_2.\sin\alpha_2+F_2.(\dot{\omega}_{10}.\sin\alpha_2-\omega_{10}.(\omega_{20}+\omega_{21}).\cos\alpha_2)+B_2.\dot{\omega}_{21}\\ C_2.(\dot{\omega}_{10}.\cos\alpha_2+\omega_{10}.\omega_{20}.\sin\alpha_2)+A_2.\omega_{10}.\omega_{21}.\sin\alpha_2+F_2.(\omega_{21}^2-\omega_{10}^2.\sin^2\alpha_2-B_2.\omega_{21}.\omega_{10}.\sin\alpha_2\end{pmatrix}_{b_2}}$$

Question 5-5

Oui car le solide 2 se retrouve dans un référentiel en rotation.

Question 6-1

En utilisant le théorème de l'énergie cinétique, nous calculons : $\dfrac{d\,E_C(\Sigma/R_g)}{dt}=\Sigma P_{ext}+\Sigma P_{\text{int}}$

Soit $E_c\,(\Sigma/R_g)=E_c(1/R_g)+E_c(m/R_g)$ avec $E_c(1/R_g)=\dfrac{1}{2}\cdot J_1\cdot\omega_1^2$, $E_c(m/R_g)=\dfrac{1}{2}\cdot J_m\cdot\omega_m^2$ et $\dfrac{\omega_1}{\omega_m}=\dfrac{1}{N}$.

$$E_c(\Sigma/R_g)=\frac{1}{2}\cdot\left(J_m\cdot\omega_m^2+J_1\cdot\omega_1^2\right)=\frac{1}{2}\cdot\left(J_m\cdot\omega_m^2+J_1\cdot\left(\frac{\omega_m}{N}\right)^2\right)$$

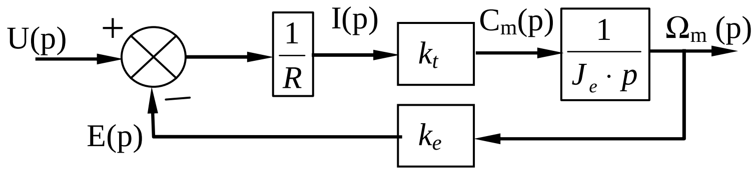
$$E_c(\Sigma/R_g)=\frac{1}{2}\cdot\left(J_m+\frac{J_1}{N^2}\right)\cdot\omega_m^2 \qquad \boxed{J_e=J_m+\frac{J_1}{N^2}}$$

Question 6-2

Avec des conditions initiales nulles :

(1)	$u(t)=R\cdot i(t)+(t)$	$U(p)=R\cdot I(p)+E(p)$
(2)	$e(t)=k_e\cdot\omega_m(t)$	$E(p)=k_e\cdot\Omega_m(p)$
(3)	$J_e\cdot\dfrac{d\omega_m(t)}{dt}=c_m(t)$	$J_e\cdot p\cdot\Omega_m(p)=C_m(p)$
(4)	$c_m(t)=k_t\cdot i(t)$	$C_m(p)=k_t\cdot I(p)$

Question 6-3



Question 6-4

$$M(p)=\frac{\frac{1}{R}\cdot k_t\cdot\frac{1}{J_e\cdot p}}{1+\frac{1}{R}\cdot k_t\cdot\frac{1}{J_e\cdot p}.k_e}\qquad M(p)=\frac{k_t}{R\cdot J_e\cdot p+k_t\cdot k_e}$$

$$\boxed{M(p)=\frac{\frac{1}{k_e}}{\frac{R\cdot J_e}{k_t\cdot k_e}\cdot p+1}}$$

Avec $M(p)=\dfrac{k_m}{\tau_m\cdot p+1}$

$$\boxed{\tau_m=\frac{R\cdot J_e}{k_t\cdot k_e}\ \text{en s}}$$

$$\boxed{k_m=\frac{1}{k_e}\ \text{en rad s}^{-1}\ \text{V}^{-1}}$$

Question 6-5

$$\tau_m=\frac{2\cdot 5{,}25\cdot 10^{-3}}{0{,}2\cdot 0{,}2}$$

τ_m = 0,2625 s

$T_{r5\%}$ = 3·τ_m = 0,7875 s

$$\omega_c=\frac{1}{\tau_m}=3{,}08\ \ rad\cdot s^{-1}$$

$$\tau_m=\frac{2\cdot 9\cdot 10^{-3}}{0{,}2\cdot 0{,}2}$$

τ_m = 0,45 s

$T_{r5\%}$ = 3·τ_m = 1,35 s

$$\omega_c=\frac{1}{\tau_m}=2{,}22\ \ rad\cdot s^{-1}$$

Question 6-6

Plus l’inertie équivalente est importante, plus le système est lent.

Le gain kg de la génératrice tachymétrique
s'écrit : $k_g = \dfrac{12-0}{3600-0} \cdot \dfrac{60}{2 \cdot \pi} = 3{,}27 \cdot 10^{-3} \;\; V.rad^{-1}.s$

$$\boxed{k_g = 3{,}27 \cdot 10^{-3} \;\; V.rad^{-1}.s}$$

Question 6-7

$$H(p) = \frac{G \cdot \dfrac{k_m}{1+\tau_m \cdot p}}{1+\dfrac{G \cdot k_m \cdot k_g}{1+\tau_m \cdot p}} \qquad H(p) = \frac{G \cdot k_m}{1+\tau_m \cdot p + G \cdot k_m \cdot k_g}$$

$$\boxed{\frac{\Omega_m(p)}{U_v(p)} = H(p) = \frac{\dfrac{G \cdot k_m}{1+G \cdot k_m \cdot k_g}}{\dfrac{\tau_m}{1+G \cdot k_m \cdot k_g} \cdot p + 1}}$$

Avec : $\dfrac{\Omega_m(p)}{U_v(p)} = H(p) = \dfrac{k_m^{'}}{\tau_m^{'} \cdot p + 1}$

$$\boxed{k_m^{'} = \frac{G \cdot k_m}{1+G \cdot k_m \cdot k_g} \text{ en rad·s}^{-1}\text{·V}^{-1}}$$

et $\boxed{\tau_m^{'} = \dfrac{\tau_m}{1+G \cdot k_m \cdot k_g} \text{ en s}}$

Question 6-8

$$\lim_{G\to\infty}\left(\frac{\dfrac{G \cdot k_m}{1+G \cdot k_m \cdot k_g}}{\dfrac{\tau_m}{1+G \cdot k_m \cdot k_g} \cdot p + 1}\right) = \lim_{G\to\infty}\left(\frac{\dfrac{G \cdot k_m}{1+G \cdot k_m \cdot k_g}}{1}\right) = \lim_{G\to\infty}\left(\frac{G \cdot k_m}{1+G \cdot k_m \cdot k_g}\right) = \lim_{G\to\infty}\left(\frac{G \cdot k_m}{G \cdot k_m \cdot k_g}\right) = \frac{1}{k_g}$$

d'où $\boxed{H(p) \approx \dfrac{1}{k_g}}$

Question 6-9

On a $\frac{\omega_m(t)}{N} = \omega_r(t)$ et $\omega_r(t) = \frac{d\ \alpha_r(t)}{dt}$ avec des conditions initiales nulles

Soit $\frac{\omega_m(t)}{N} = \omega_r(t)$ $\Omega_m(p) = \frac{\Omega_r(p)}{N}$

Soit $\omega_r(t) = \frac{d\ \alpha_r(t)}{dt}$ $\Omega_r(p) = p \cdot \alpha_r(p)$

D'où

$$\boxed{R(p) = \frac{\alpha_r(p)}{\Omega_m(p)} = \frac{1}{N \cdot p}}$$

D'où $\boxed{k_a = \frac{\pi}{180} \cdot k_r}$

D'où $\boxed{k_a = 6{,}98 \cdot 10^{-2}\ V/°}$

Question 6-10

La fonction de transfert en boucle ouverte peut s'écrire : $T(p) = \frac{\frac{k_c \cdot k_m^{'} \cdot k_r}{N}}{p \cdot (1 + \tau_m^{'} \cdot p)}$

$$T(p) = \frac{k_{BO}}{p \cdot (1 + \tau_m^{'} \cdot p)}$$

$$\boxed{k_{BO} = \frac{k_c \cdot k_m^{'} \cdot k_r}{N}}$$

http://www.upsti.fr/serv3/module_formation_SLCI/co/Contenu93.html

Question 6-11

a)

La marge de phase est définie par $M_\varphi = 180° + \arg(T(j \cdot \omega_{Gain=0}))$

D'où $-45° = 180 + \arg(k_{BO}) - \arg\left(\frac{1}{j \cdot \omega}\right) - \arg\left(\frac{1}{1 + \tau_m^{'} \cdot j \cdot \omega}\right)$

$$-45° = 180 + 0° - 90° - \arctan(\tau_m^{'} \cdot \omega) \text{ soit } \omega = \omega_c = \frac{1}{\tau_m^{'}}$$

D'où $1 = \|T(j \cdot \omega)\| = k_{BO} \cdot \frac{1}{\omega_c} \cdot \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{\omega_c}{\omega_c}\right)}}$

$$\boxed{k_{BO} = \frac{\sqrt{2}}{\tau_m^{'}}}$$

b)

Avec $k_{BO} = \dfrac{k_c \cdot k_m^{'} \cdot k_r}{N}$ on obtient : $\dfrac{\sqrt{2}}{\tau_m^{'}} = \dfrac{k_c \cdot k_m^{'} \cdot k_r}{N}$ $\boxed{k_c = \dfrac{\sqrt{2} \cdot N}{\tau_m^{'} \cdot k_m^{'} \cdot k_r}}$

$$k_c = \frac{\sqrt{2} \cdot 200}{5 \cdot 10^{-3} \cdot 30 \cdot 4}$$

$\boxed{k_C = 471{,}10 \text{ sans unité}}$

c)

L'écart de position est défini par :

$\varepsilon_S = \lim\limits_{p \to 0} p \cdot \varepsilon(p) = \lim\limits_{p \to 0} p \cdot \left(U_e(p) - U_r(p)\right)$ pour $U_e(p)$ échelon d'amplitude a

$\varepsilon(p) = U_e(p) - U_r(p) = U_e(p) - T(p) \cdot \varepsilon(p)$ $\varepsilon(p) = \dfrac{1}{1+T(p)} \cdot U_e(p)$

$$\varepsilon_S = \lim_{p \to 0} p \cdot \left(\frac{1}{1+T(p)} \cdot U_e(p) \right)$$

Pour une position donnée $U_e(p) = \dfrac{\alpha_0 \cdot k_a}{p}$ soit $\varepsilon_S = \lim\limits_{p \to 0} p \cdot \left(\dfrac{1}{1+T(p)} \cdot \dfrac{\alpha_0 \cdot k_a}{p} \right)$

$\varepsilon_S = \lim\limits_{p \to 0} p \cdot \left(\dfrac{1}{1 + \dfrac{k_{BO}}{p \cdot \left(1 + \tau_m^{'} \cdot p\right)}} \cdot \dfrac{\alpha_0 \cdot k_a}{p} \right)$ soit $\varepsilon_S = \lim\limits_{p \to 0} \dfrac{\alpha_0 \cdot k_a \cdot p \cdot \left(1 + \tau_m^{'} \cdot p\right)}{p \cdot \left(1 + \tau_m^{'} \cdot p\right) + k_{BO}} = 0$

$\boxed{\varepsilon_S = 0}$

Ce résultat était prévisible car le système est de classe 1.

Question 6-12

Si nous avons une consigne de vitesse de 105°·s^{-1}. $\alpha_e(t) = a \cdot t = 105 \cdot t$

D'où $\boxed{\alpha_e(p) = \dfrac{105}{p^2}}$

Question 6-13

L'écart de trainage est défini par :

$\varepsilon_d = \lim\limits_{p \to 0} p \cdot \varepsilon(p) = \lim\limits_{p \to 0} p \cdot \left(U_e(p) - U_r(p)\right)$ pour $U_d(p)$ rampe de coefficient directeur a.

$$\varepsilon_d = \lim_{p \to 0} p \cdot \left(\frac{1}{1+T(p)} \cdot \frac{105 \cdot k_a}{p^2} \right)$$

$$\varepsilon_d = \lim_{p\to 0} p \cdot \left(\frac{1}{1+\dfrac{k_{BO}}{p\cdot\left(1+\tau_m^{'}\cdot p\right)}} \cdot \frac{105\cdot k_a}{p^2} \right)$$ soit

$$\varepsilon_d = \lim_{p\to 0} \frac{105\cdot p\cdot\left(1+\tau_m^{'}\cdot p\right)}{p\cdot\left(p\cdot\left(1+\tau_m^{'}\cdot p\right)+k_{BO}\right)} = \frac{105\cdot k_a}{k_{BO}}$$

$$\boxed{\varepsilon_d = \frac{105\cdot k_a}{k_{BO}}}$$

Avec $k_{BO} = \dfrac{\sqrt{2}}{\tau_m^{'}}$ on a $\boxed{\varepsilon_d = \dfrac{105\cdot k_a\cdot\tau_m^{'}}{\sqrt{2}}}$

$\boxed{\varepsilon_d = 0{,}025\ V}$

Si on reconstruit un schéma bloc à retour unitaire à partir du k_a proposé nous obtenons le résultat classique.

$\varepsilon_d = \dfrac{105}{k_{BO}}$ soit $\varepsilon_d = \dfrac{105\cdot\tau_m^{'}}{\sqrt{2}}$ soit 0,37 ° le cahier des charges est respecté.