

Application 01 – Corrigé

Application

Savoirs et compétences :

□ ...

Mise en situation

Objectif Valider Req 1.1.1.

Le moteur à courant continu

Modélisation de l'asservissement en vitesse

Question 1 Quelle solution technologique peut-on utiliser pour le capteur situé en boucle de retour ? Comment déterminer la valeur du gain K_{Adapt} ?

Correction Il s'agit de réaliser un asservissement en fréquence de rotation. On pourrait utiliser une génératrice tachymétrique.

Afin d'avoir un asservissement précis ($\varepsilon(p) = 0$ lorsque $\Omega_c(p) = \Omega(p)$), on prend $K_{\text{Adapt}} = K_{\text{Capt}}$.

Hypothèse 1 : on considère que $C_r(p) = 0$ et $\Omega_c(p) \neq 0$.

Question 2 Déterminer la fonction de transfert en boucle fermée $H_m(p) = (\Omega_m(p))/U(p)$ puis la fonction de transfert en boucle fermée $H_1(p) = (\Omega_m(p))/(\Omega_c(p))$. On considère que $C(p) = K_p$, K_p étant constant. Mettre $H_1(p)$ sous la forme $K_1/(1 + \tau_1 p)$ où on explicitera les valeurs de K_1 et τ_1 .

Correction

$$H_m(p) = \frac{\Omega_m(p)}{U(p)} = \frac{\frac{K}{RI_{\text{eq}}p}}{1 + \frac{K^2}{RI_{\text{eq}}p}} = \frac{K}{RI_{\text{eq}}p + K^2} = \frac{1/K}{1 + \frac{RI_{\text{eq}}}{K^2}p}$$

$$H_1(p) = \frac{\Omega_m(p)}{\Omega_c(p)} = K_{\text{Adapt}} \frac{\frac{K}{RI_{\text{eq}}p + K^2} C(p)}{1 + \frac{K}{RI_{\text{eq}}p + K^2} C(p) K_{\text{Capt}}} = \frac{K_{\text{Adapt}} K C(p)}{RI_{\text{eq}}p + K^2 + K C(p) K_{\text{Capt}}}$$

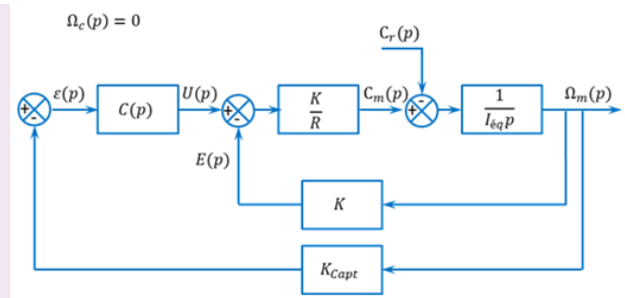
$$H_1(p) = \frac{K_{\text{Adapt}} K K_p}{RI_{\text{eq}}p + K^2 + K K_p K_{\text{Capt}}} = \frac{\frac{K_{\text{Adapt}} K_p}{K + K_p K_{\text{Capt}}}}{\frac{RI_{\text{eq}}}{K^2 + K K_p K_{\text{Capt}}} p + 1} = \frac{K_1}{1 + \tau_1 p}$$

Soit par identification : $K_1 = \frac{K_{\text{Adapt}} K_p}{K + K_p K_{\text{Capt}}}$ et $\tau_1 = \frac{RI_{\text{eq}}}{K^2 + K K_p K_{\text{Capt}}}$.

Hypothèse 2 : on considère que $\Omega_c(p) = 0$ et que $C_r(p) \neq 0$.

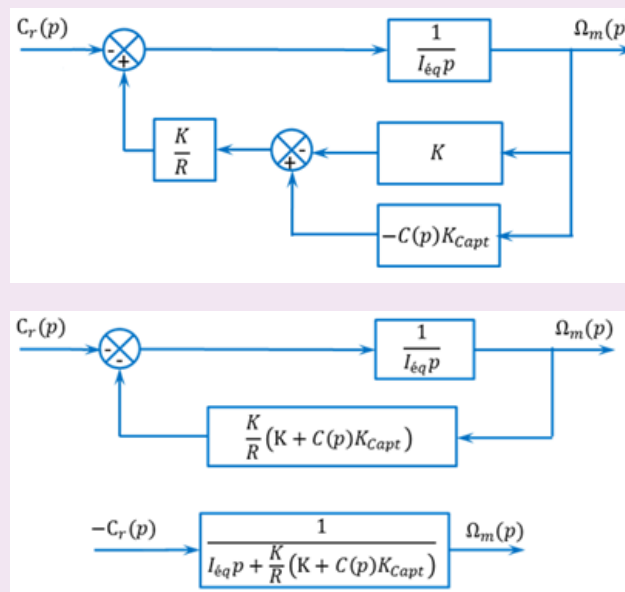
Question 3 Retracer sur la copie le schéma bloc en tenant compte de ces hypothèses.

Correction



Question 4 Déterminer la fonction de transfert en boucle fermée $H_2(p) = (\Omega_m(p))/(C_r(p))$. On considère que $C(p) = K_P$, K_P étant constante. Mettre $H_2(p)$ sous la forme $-K_2/(1 + \tau_2 p)$ où on explicitera les valeurs de K_2 et τ_2 .

Correction



On a donc :
$$H_2(p) = \frac{\Omega_m(p)}{C_r(p)} = -\frac{1}{\frac{K}{R}(K + K_P K_{Capt}) + I_{eq} p} = -\frac{\frac{R}{K(K + K_P K_{Capt})}}{1 + \frac{R I_{eq}}{K(K + K_P K_{Capt})} p} = -\frac{K_2}{1 + \tau_2 p}$$
 Soit par identification :
$$K_2 = \frac{R}{K(K + K_P K_{Capt})} \text{ et } \tau_2 = \tau_1 = \frac{R I_{eq}}{K(K + K_P K_{Capt})}.$$

Hypothèse 3 : on considère maintenant que $\Omega_c(p) \neq 0$ et que $C_r(p) \neq 0$.

Question 5 En utilisant le théorème de superposition, exprimer $\Omega_m(p)$ en fonction de $H_1(p)$, $H_2(p)$, $\Omega_c(p)$ et $C_r(p)$.

Correction Par superposition on a : $\Omega_m(p) = H_1(p)\Omega_c(p) + H_2(p)C_r(p)$.

À une fréquence de rotation de 350 min^{-1} en sortie de BTP correspond une consigne de fréquence de rotation du moteur de 1928 min^{-1} soit environ 202 rad/s . Le couple résistant ramené à l'arbre moteur est évalué à 990 Nm . On soumet donc le système à un échelon de consigne d'amplitude 202 rad/s et à un couple résistant de 990 Nm .

Question 6 Après avoir exprimé la consigne $\Omega_c(p)$ puis le couple résistant $C_r(p)$, calculer sous forme littérale l'écart statique du système. Conclure vis-à-vis du cahier des charges.

Correction On a, pour des échelons de consignes : $\Omega_c(p) = \frac{\Omega_{c0}}{p}$ avec $\Omega_{c0} = 202 \text{ rad/s}$ et $C_r(p) = \frac{C_{r0}}{p}$ avec $C_{r0} = 990 \text{ Nm}$.

L'écart statique ε_S s'écrit en sortie du comparateur :

$$\varepsilon_S = \lim_{t \rightarrow \infty} \varepsilon(t) = \lim_{p \rightarrow 0} p \varepsilon(p) = \lim_{p \rightarrow 0} p (K_{\text{Adapt}} \Omega_c(p) - K_{\text{Capt}} \Omega_m(p)) = \lim_{p \rightarrow 0} (p (K_{\text{Adapt}} \Omega_c(p) - K_{\text{Capt}} H_1(p) \Omega_c(p) - K_{\text{Capt}} H_2(p) C_r(p)))$$

$$\varepsilon_S = \lim_{p \rightarrow 0} p \left(K_{\text{Adapt}} \frac{\Omega_{c0}}{p} - K_{\text{Capt}} K_1 \frac{\Omega_{c0}}{p} + K_{\text{Capt}} K_2 \frac{C_{r0}}{p} \right)$$

$$\varepsilon_S = (K_{\text{Adapt}} - K_{\text{Capt}} K_1) \Omega_{c0} + K_{\text{Capt}} K_2 C_{r0}$$

L'écart statique ne pourra pas être nul (exigence 1.1.1 du cahier des charges non vérifiée).

Question 7 Quel intérêt peut présenter l'utilisation d'un correcteur intégral de gain K_I de la forme $C(p) = K_I/p$?

Correction En choisissant $K_{\text{Adapt}} = K_{\text{Capt}}$, l'écart statique pourra être réduit à condition d'avoir un gain K_p important $K_1 \rightarrow 1$ et $K_2 \rightarrow 0$, mais pas trop pour ne pas rendre le système instable. Avec un correcteur intégral, le système devient de classe 1 et l'écart statique est annulé.

Question 8 En conclusion, en utilisant le correcteur précédent, l'asservissement proposé permet-il de tenir la consigne de vitesse lorsqu'un couple résistant est appliqué à l'arbre de sortie de la BTP ? L'exigence 1.1.1 est-elle vérifiée ?

Correction En reprenant le raisonnement de la question **, et en remplaçant $C(p)$ par K_I/p dans les expressions

$$\text{de } H_1(p) \text{ et } H_2(p) : \lim_{p \rightarrow 0} H_1(p) = \lim_{p \rightarrow 0} K_{\text{Adapt}} \frac{\frac{K}{R I_{\text{eq}} p + K^2} \frac{K_I}{p}}{1 + \frac{K}{R I_{\text{eq}} p + K^2} \frac{K_I}{p} K_{\text{Capt}}} = \frac{K_{\text{Adapt}}}{K_{\text{Capt}}}$$

$$\lim_{p \rightarrow 0} H_2(p) = \lim_{p \rightarrow 0} - \frac{1}{\frac{K}{R} \left(K + \frac{K_I}{p} K_{\text{Capt}} \right) + I_{\text{eq}} p} = 0$$

$$\varepsilon_S = \lim_{p \rightarrow 0} p (K_{\text{Adapt}} \Omega_c(p) - K_{\text{Capt}} H_1(p) \Omega_c(p) - K_{\text{Capt}} H_2(p) C_r(p))$$

$$\varepsilon_S = \lim_{p \rightarrow 0} K_{\text{Adapt}} \Omega_{c0} - K_{\text{Capt}} K_{\text{Adapt}} / K_{\text{Capt}} \Omega_{c0} - K_{\text{Capt}} 0 C_{r0} = 0$$

Dans ce cas, l'application d'un couple perturbateur n'a donc pas d'influence sur l'écart statique. La fréquence de rotation du rotor peut être temporairement impactée, mais au bout d'un laps de temps, l'écart statique tend vers 0. L'exigence 1.1.1 est donc vérifiée.