

## Activation

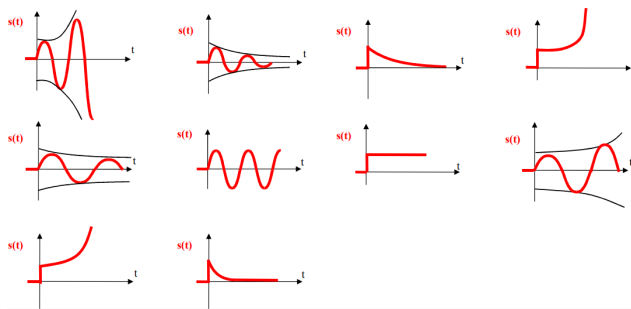
## Activation

Patrick Dupas, <http://patrick.dupas.chez-alice.fr/>.

## Savoirs et compétences :

- ☐ Res2.C6 : stabilité des SLCI : position des pôles dans le plan complexe
- ☐ Res2.C7 : stabilité des SLCI : marges de stabilité (de gain et de phase)

## Exercice 1 – Réponse impulsionnelle (entrée Dirac)



**Question** Pour chaque cas déterminer si la réponse est celle d'un système stable, instable ou juste (quasi) stable.

## Exercice 2 – Pôles de la FTBF

On donne les pôles des FTBF de plusieurs systèmes :

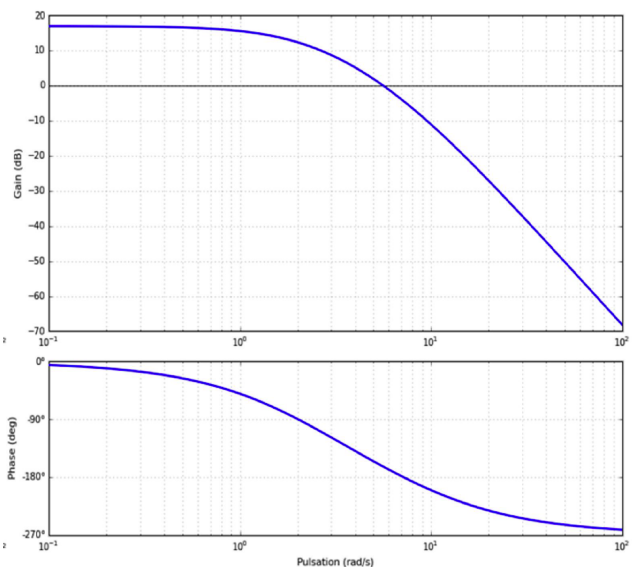
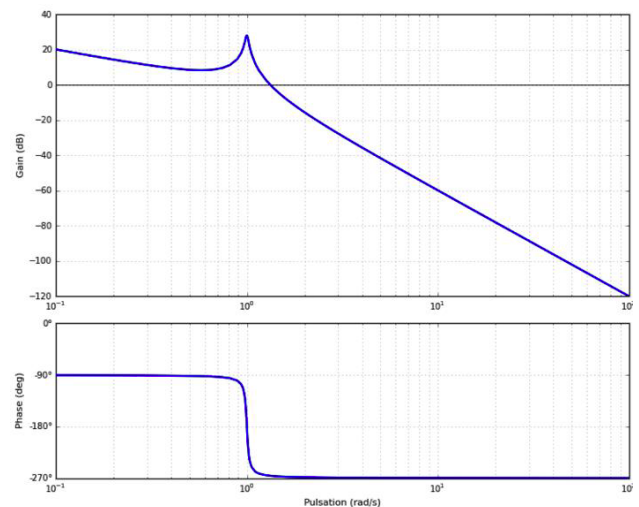
- |                                |                       |
|--------------------------------|-----------------------|
| 1. $-1, -2$ ;                  | 5. $-j, j, -1, 1$ ;   |
| 2. $-3, -2, 0$ ;               | 6. $-1, +1$ ;         |
| 3. $-2 + j, -2 - j, 2j, -2j$ ; | 7. $-1 + j, -1 - j$ ; |
| 4. $-2 + 3j, -2 - 3j, -2$ ;    | 8. $2, -1, -3$ ;      |
|                                | 9. $-6, -4, 7$ .      |

**Question** Pour chaque cas déterminer si la réponse est celle d'un système stable, instable ou juste (quasi) stable.

## Exercice 3 – Applications du critère du Revers

**Question** On donne ci-dessous les lieux de transferts de plusieurs FTBO. Déterminer, à l'aide du critère du Revers si les systèmes sont stables en BF.

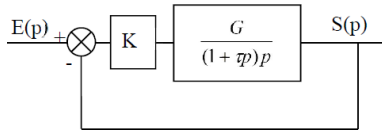
**Question** Pour les systèmes stables déterminer les marges de gain et de phase.



## Exercice 4 – Étude de la stabilité

- Objectif**
- Caractériser la stabilité d'un système à partir de la FTBO.
  - La marge de gain est supérieure à 10 dB et que la marge de phase est supérieure à 45°.

On donne le schéma bloc suivant :



On a  $K = 1$ ,  $\tau = 0,1$  et  $G = 20$ .

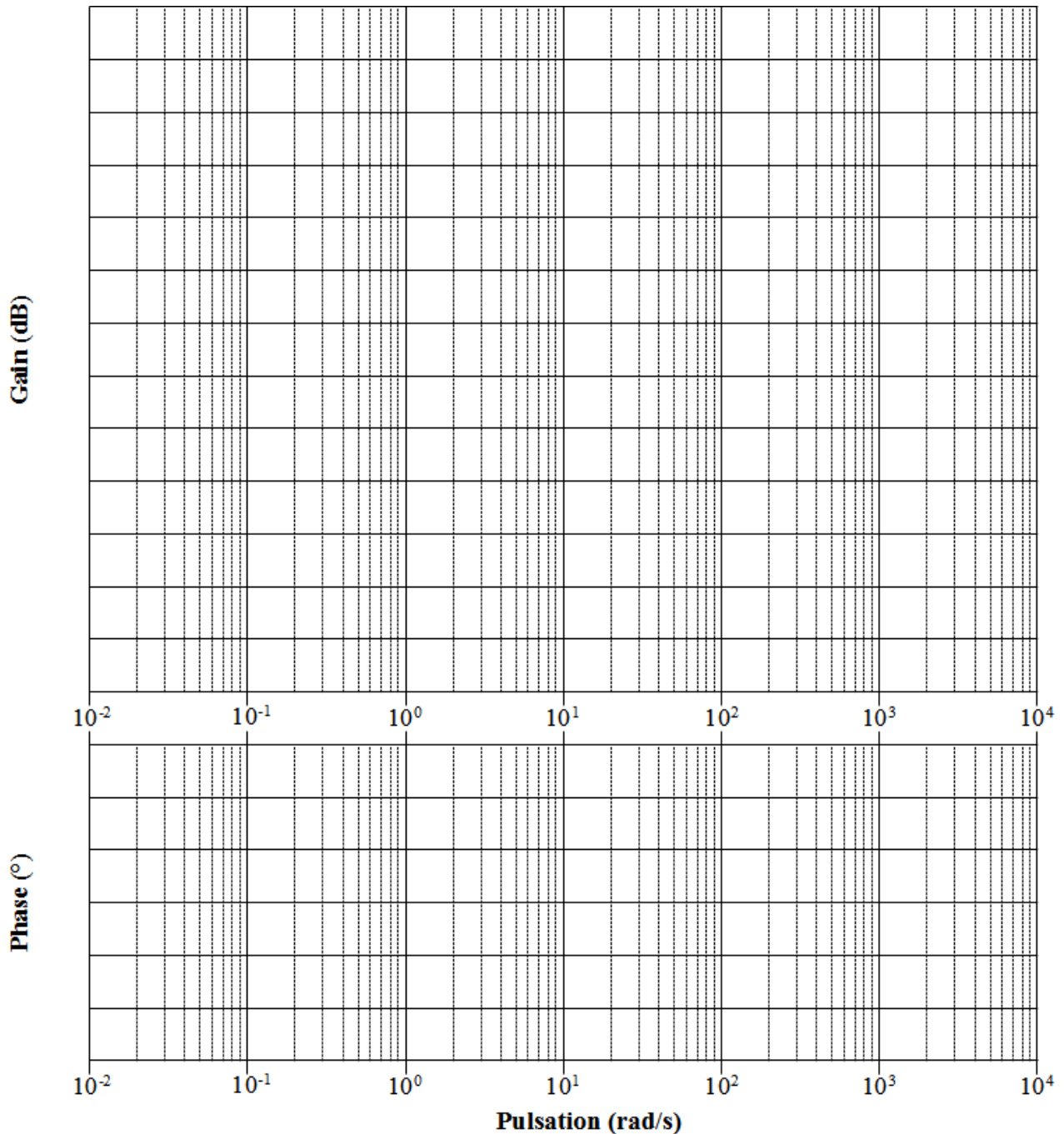
**Question 1** Déterminer l'erreur statique et l'erreur de traînage.

**Question 2** Effectuer les tracés des diagrammes de Bode de la FTBO.

**Question 3** Déterminer graphiquement les marges de gains et de phase.

**Question 4** Confirmer ces résultats par le calcul.

**Question 5** Conclure par rapport au cahier des charges.



## Activation Corrigé

### Activation

Patrick Dupas, <http://patrick.dupas.chez-alice.fr/>.

#### Savoirs et compétences :

- ☐ Res2.C6 : stabilité des SLCI : position des pôles dans le plan complexe
- ☐ Res2.C7 : stabilité des SLCI : marges de stabilité (de gain et de phase)

### Exercice 1 – Réponse impulsionnelle (entrée Dirac)

**Question** Pour chaque cas déterminer si la réponse est celle d'un système stable, instable ou juste (quasi) stable.

### Exercice 2 – Pôles de la FTBF

**Question** Pour chaque cas déterminer si la réponse est celle d'un système stable, instable ou juste (quasi) stable.

### Exercice 3 – Applications du critère du Revers

**Question** On donne ci-dessous les lieux de transferts de plusieurs FTBO. Déterminer, à l'aide du critère du Revers si les systèmes sont stables en BF

**Question** Pour les systèmes stables déterminer les marges de gain et de phase.

### Exercice 4 – Étude de la stabilité

On a  $K = 1$ ,  $\tau = 0,1$  et  $G = 20$ .

**Question 1** Déterminer l'erreur statique et l'erreur de traînage.

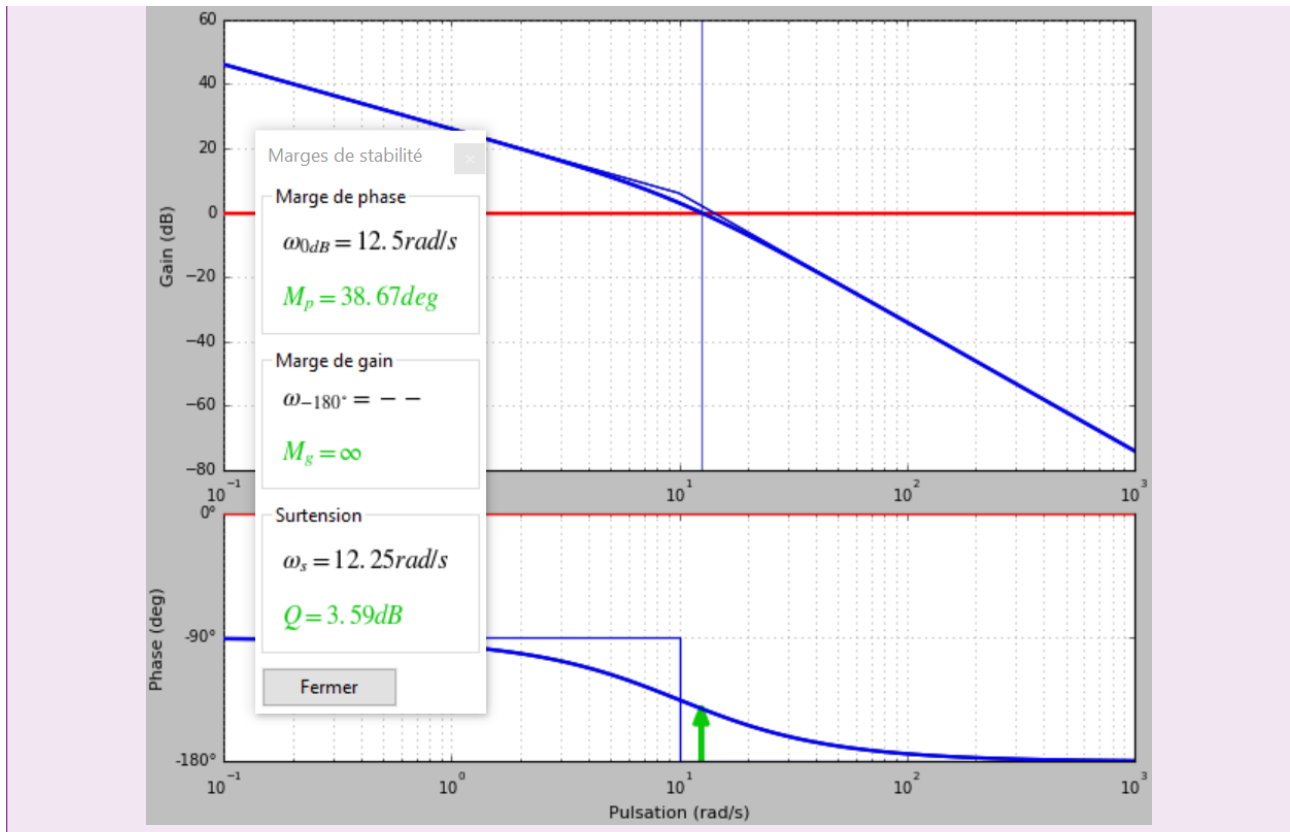
**Correction** Ici on a  $\varepsilon(p) = \frac{E(p)}{1 + FTBO(p)}$ .

$$\text{Erreur statique (entrée échelon) : } \varepsilon_s = \lim_{t \rightarrow +\infty} \varepsilon(t) = \lim_{p \rightarrow 0} p \varepsilon(p) = \lim_{p \rightarrow 0} p \frac{1}{p} \frac{1}{1 + \frac{20}{(1+0,1p)p}} = 0$$

$$\text{Erreur trainage (entrée rampe) : } \varepsilon_t = \lim_{t \rightarrow +\infty} \varepsilon(t) = \lim_{p \rightarrow 0} p \varepsilon(p) = \lim_{p \rightarrow 0} p \frac{1}{p^2} \frac{1}{1 + \frac{20}{(1+0,1p)p}} = 1/20$$

**Question 2** Effectuer les tracés des diagrammes de Bode de la FTBO.

**Correction**



**Question 3** Déterminer graphiquement les marges de gains et de phase.

**Correction**

**Question 4** Confirmer ces résultats par le calcul.

**Correction**

La phase ne coupe jamais l'axe des abscisses. Ainsi, La marge de gain n'est pas définie (elle est infinie). Pour déterminer la marge de phase analytiquement :

1. On cherche  $\omega_c$  tel que  $G_{dB}(\omega_c) = 0$ ;
2. On calcule  $\varphi(\omega_c)$ ;
3. La marge de phase est de  $\varphi(\omega_c) - (-180)$ .

Cherchons  $\omega_c$  tel que  $G_{dB}(\omega_c) = 0$ . On a  $FTBO(j\omega) = \frac{20}{(1+0,1j\omega)j\omega} = \frac{20}{j\omega-0,1\omega^2}$ .  $20\log|FTBO(j\omega)| = 20\log 20 - 20\log \sqrt{\omega^2 + 0,01\omega^4} = 20\log 20 - 20\log \omega \sqrt{1+0,01\omega^2}$ .

$G_{dB}(\omega_c) = 0 \Leftrightarrow 20 = \omega_c \sqrt{1+0,01\omega_c^2} \Leftrightarrow 400 = \omega_c^2 (1+0,01\omega_c^2)$  On pose  $x = \omega_c^2$  et on a :  $400 = x(1+0,01x) \Leftrightarrow x^2 + 100x - 40000 = 0$ . On a donc  $\Delta = 412,3^2$  et  $x_{1,2} = \frac{-100 \pm 412,3}{2}$  on conserve la racine positive et  $x_1 = 156,15$  et  $\omega_c = 12,5 \text{ rad s}^{-1}$ .

$\varphi(\omega_c) = \arg(20) - 90 - \arg(1+0,1j\omega_c) = 0 - 90 - \arctan(0,1\omega_c) = 0 - 90 - 51,34 = -141,34^\circ$ .

La marge de phase est donc de  $38,66^\circ$ .

**Question 5** Conclure par rapport au cahier des charges.

**Correction** Le système ne sera pas stable vis-à-vis du cahier des charges.

Pour  $\tau = 0,005$

