

Colle 01



RobuROC 6 : Plate-forme d'exploration tout terrain

CCMP PSI 2009

Savoirs et compétences :

- Res2.C6 : stabilité des SLCI : position des pôles dans le plan complexe
- Res2.C7 : stabilité des SLCI : marges de stabilité (de gain et de phase)

Présentation

Les déplacements de la plate-forme sont contrôlés de la manière suivante :

- au niveau de chacun des 6 moteurs, des boucles de vitesse assurent l'asservissement dit « bas niveau » ;
- à partir d'informations sur la position absolue de la plate-forme via le système GPS par exemple, un asservissement en position de la plate-forme peut être mis en place (asservissement dit « haut niveau »).

Objectif Déterminer les paramètres de réglage de chacune des boucles d'asservissement en vitesse de la plate-forme par rapport au sol.

Hypothèses et modélisation

Afin de régler l'asservissement en vitesse de la plate-forme par rapport au sol :

- un déplacement en ligne droite de la plate-forme est considéré (consigne de vitesse $V_C(t)$, les paramètres angulaires de lacet, tangage et roulis restent nuls) ; le contact entre chaque pneumatique et le sol est considéré avec roulement sans glissement ;
- pour la modélisation du fonctionnement des moteurs, nous supposons un équi-répartition de la charge extérieure sur chacun des six moteurs. Ainsi, pour une vitesse $V(t)$ de la plate-forme, les six moteurs tourneront à la même vitesse $\Omega_{Mot}(t)$. Ils seront alimentés par une même tension de commande $U(t)$ et devront fournir un même couple moteur $C_{Mot}(t)$;
- les efforts de perturbations (action mécanique de la pesanteur sur une pente...) seront répartis sur chacun des axes des six moteurs et seront donc modélisés par un même couple de perturbation équivalent $C_{equ}(t)$ appliqué sur chacun des axes moteurs ;
- les caractéristiques inertielles de la plate-forme seront représentées au niveau de chaque axe moteur par un moment d'inertie équivalent $\frac{J_{eq}}{6}$;
- le comportement individuel d'un des six moteurs peut donc être approché par celui d'un moteur à courant continu avec les équations électromécaniques suivantes : $U(t) = E(t) + rI(t) + L \frac{dI(t)}{dt}$

(équation électrique), $\frac{J_{eq}}{6} \frac{d\Omega_{Mot}(t)}{dt} = C_{Mot}(t) - C_{equ}(t)$ (équation mécanique), $E(t) = k_e \Omega_{Mot}(t)$ et $C_{Mot}(t) = k_c I(t)$ (équations de couplage).

Symbole	Désignation	Valeur, unités
$U(t)$	Tension d'alimentation d'un moteur	[V]
$E(t)$	Tension contre électromotrice dans un moteur	[V]
$I(t)$	Intensité dans un moteur	[A]
$V(t)$	Vitesse de déplacement de la plate-forme	[m/s]
$\Omega_{Mot}(t)$	Vitesse de rotation de chacun des six moteurs	[rad/s]
$C_{Mot}(t)$	Couple moteur appliqué par chacun des six moteurs	[Nm]
$C_{equ}(t)$	Couple de perturbation équivalent appliqué à chacun des six axes moteurs	[Nm]
r	Résistance de l'induit d'un moteur	2,2 Ω
L	Inductance de l'induit d'un moteur	4,62 mH
k_e	Constante de vitesse d'un moteur	0,12 V/(rad/s)
k_c	Constante de couple d'un moteur	0,12 Nm/A
J_{equ}	Inertie équivalente de la plate-forme ramenée sur l'axe d'un des six moteurs	14,4 $\cdot 10^{-3}$ kg.m ²

Description de l'asservissement en vitesse de la plate-forme par rapport au sol

Pour une vitesse de consigne $V_C(t)$ [m/s], les micro-contrôleurs de pilotage génèrent une vitesse de rotation de consigne à appliquer à chaque moteur $\Omega_{C_{Mot}}(t)$ [rad/s] qui est convertie en une tension de consigne $U_C(t)$ [V]. Un capteur de vitesse monté sur l'axe de chaque moteur fournit une tension mesurée $U_m(t)$ [V], image de la vitesse de rotation réelle $\Omega_{Mot}(t)$. Un correcteur (défini par la suite) adapte le signal écart entre la tension de consigne et la tension mesurée, ce qui permet après amplification de définir la tension d'alimentation $U(t)$ à appliquer aux moteurs. La vitesse réelle de la plate-forme $V(t)$ est déterminée à partir de $\Omega_{Mot}(t)$ en l'absence de glissement.

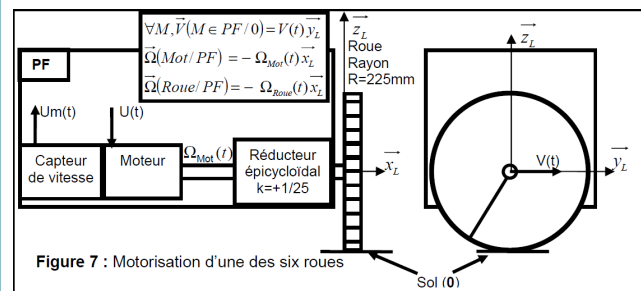
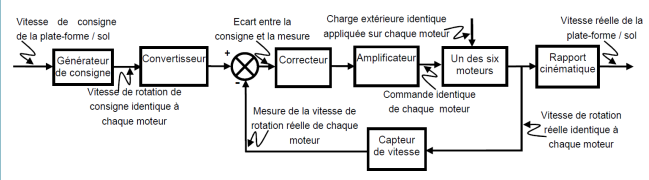


Figure 7 : Motorisation d'une des six roues



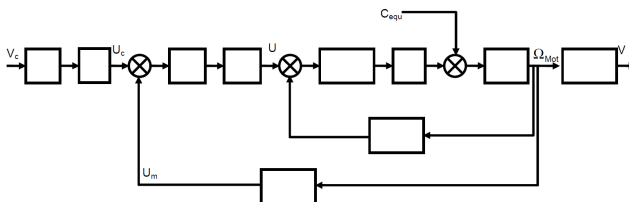
Blocs	Fonctions de transfert
Générateur de consigne	K_G (à déterminer)
Convertisseur	K_{conv} (à déterminer)
Correcteur	$C(p)$ (réglé par la suite)
Amplificateur	$K_A = 20$ sans unité
Capteur de vitesse	$K_{Capt} = 5 \cdot 10^{-3}$ V/(rad/s)
Rapport cinématique	K_R (à déterminer)

Cahier des charges à respecter

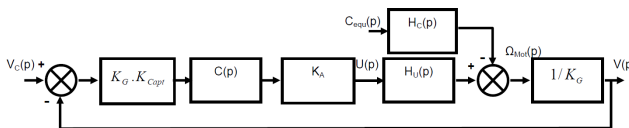
Fonction	Critères	Niveaux
Asservir en vitesse la plate-forme par rapport au sol	STABILITE	
	• Marge de gain	MG= 6dB mini
	• Marge de phase	Mp= 45° mini
	PRECISION	
en poursuite	• Erreur statique à un échelon de vitesse	Nulle
	en régulation	
	• Influence d'un échelon en couple de perturbation en régime permanent	Nulle
	RAPIDITE	
	• Temps de réponse à 5% (à une entrée en échelon de vitesse)	0,5 secondes

Question 1 Déterminer les valeurs numériques et unités des gains associés au générateur de consigne (noté K_G), au rapport cinématique (K_R) et au convertisseur (K_{conv}) en sachant, que lorsque la vitesse réelle de la plate-forme $V(t)$ est égale à la vitesse de consigne de la plate-forme $V_C(t)$, l'écart $\varepsilon(t)$ doit être nul.

Question 2 Compléter le schéma-blocs en y faisant figurer les fonctions de transfert sous forme littérale dans le domaine de Laplace avec des conditions initiales nulles, ainsi que les signes des sommateurs.



À partir de la modélisation des blocs, un schéma bloc à retour unitaire est tracé.



$H_U(p)$ et $H_C(p)$ sont les fonctions de transfert caractéristiques d'un des six moteurs. Nous retiendrons :

$$H_U(p) = \frac{K_U}{(1 + T_1 p)(1 + T_2 p)} \quad \text{et} \quad H_C(p) = \frac{K_C \left(1 + \frac{L}{r} p\right)}{(1 + T_1 p)(1 + T_2 p)}$$

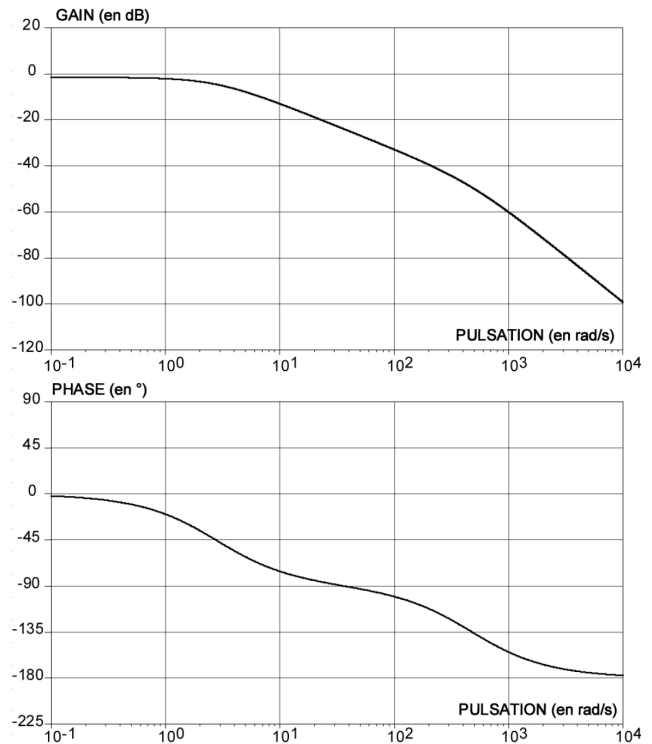
avec $K_U = 8,3 \text{ rad s}^{-1} \text{ V}^{-1}$, $K_C = 152,7 \text{ rad s}^{-1} \text{ N}^{-1} \text{ m}^{-1}$, $T_1 = 2,1 \text{ ms}$ et $T_2 = 0,36 \text{ s}$.

Étude des performances sans correction : $C(p) = 1$

Nous distinguerons dans la suite :

- l'étude en poursuite : le couple de perturbation équivalent $C_{equ}(t)$ est nul. $V_C(t)$ varie ;
- l'étude en régulation : la vitesse de consigne de la plate-forme $V_C(t)$ est nulle. $C_{equ}(t)$ varie.

Les diagrammes de Bode de la Fonction de Transfert en Boucle Ouverte FTBO(p) non corrigée sont fournis ci-dessous pour $C(p) = 1$.



Question 3 Le système étudié est-il stable théoriquement ? Justifier vos réponses.

Question 4 Étudier l'aptitude du système sans correction à respecter les critères de précision. Vous déterminerez notamment les expressions littérales de l'erreur statique en poursuite pour une consigne de vitesse de la plate-forme $V_C(t)$ en échelon d'amplitude V_{CO} : $V_C(t) = V_{CO} u(t)$ (avec $u(t)$ l'échelon unitaire) et de l'influence en régulation d'une perturbation $C_{equ}(t)$ en échelon d'amplitude C_0 , sur la vitesse réelle $V(t)$ de la plate-forme en régime permanent.

Étude des performances avec un correcteur de fonction de transfert $C(p) = \frac{K_I}{p}$

Question 5 Indiquer quelle est la nature de la correction effectuée par ce correcteur (ou désignation du correcteur) ? Indiquer pour quelle(s) raison(s) principale(s) ce correcteur a été choisi. Valider ce choix vis à vis du cahier des charges. Sans calcul, donner l'influence de ce correcteur sur les autres performances attendues.

Reprenons le diagramme de Bode de la Fonction de Transfert en Boucle Ouverte FTBO(p) non corrigée

Question 6 Tracer les diagrammes de Bode du correcteur avec $K_I = 1 \text{ s}^{-1}$. Déterminer alors la valeur de K_I maximale notée $K_{I \max}$ permettant de respecter les marges de stabilité énoncées dans le cahier des charges.

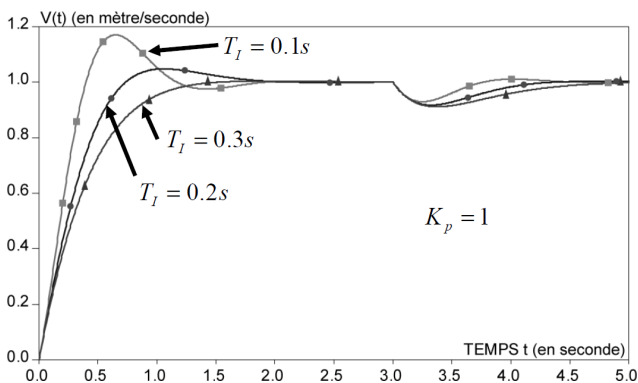
Afin d'évaluer analytiquement le temps de réponse à 5%, il est proposé d'adopter une modélisation simplifiée du comportement du moteur en conservant uniquement le mode associé au pôle « dominant ». On donne $T_{5\% \min} \omega_0 = 3$ avec ω_0 la pulsation propre non amortie d'un système fondamental du second ordre.

Question 7 En analysant les valeurs numériques des pôles de la fonction de transfert du moteur en poursuite $H_U(p)$, préciser quel est le pôle dominant et proposer alors un modèle simplifié de la fonction de transfert $H_U(p)$. Déterminer alors la valeur numérique de K_I notée $K_{I5\%}$ minimisant le temps de réponse à 5% pour une entrée échelon en poursuite. Calculer alors la valeur approchée du temps de réponse à 5% minimale $T_{5\% \text{ mini}}$ et comparer la au cahier des charges.

Étude des performances avec un correcteur proportionnel intégral $C(p) = K_p \left(1 + \frac{1}{T_I p} \right)$

Le correcteur est remplacé par un correcteur proportionnel intégral. Des réponses temporelles du système corrigé sont tracées ci-dessous avec :

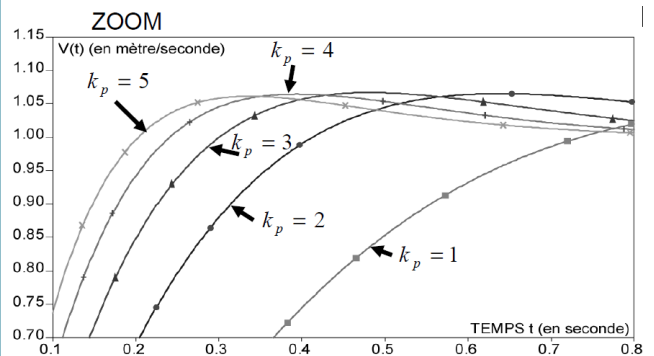
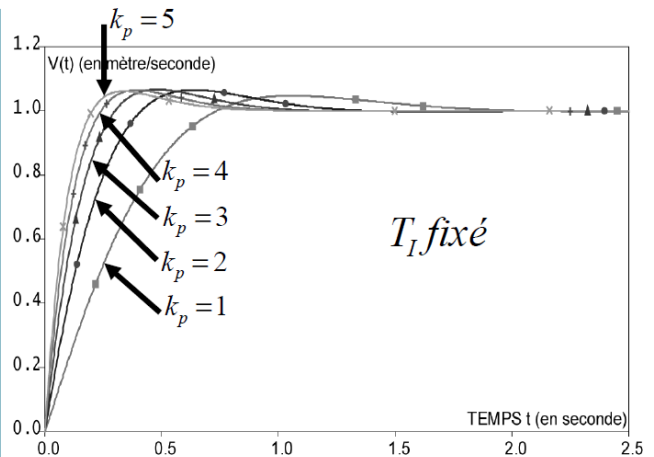
- une consigne de vitesse unitaire de la plate-forme $V_c(t) = u(t)$ (avec $u(t)$ l'échelon unitaire) ;
- une perturbation sous la forme d'un échelon unitaire retardé de 5 secondes $C_{\text{equ}}(t) = u(t-5)$;
- un gain du correcteur $K_p = 1$;
- différentes valeurs de T_I .



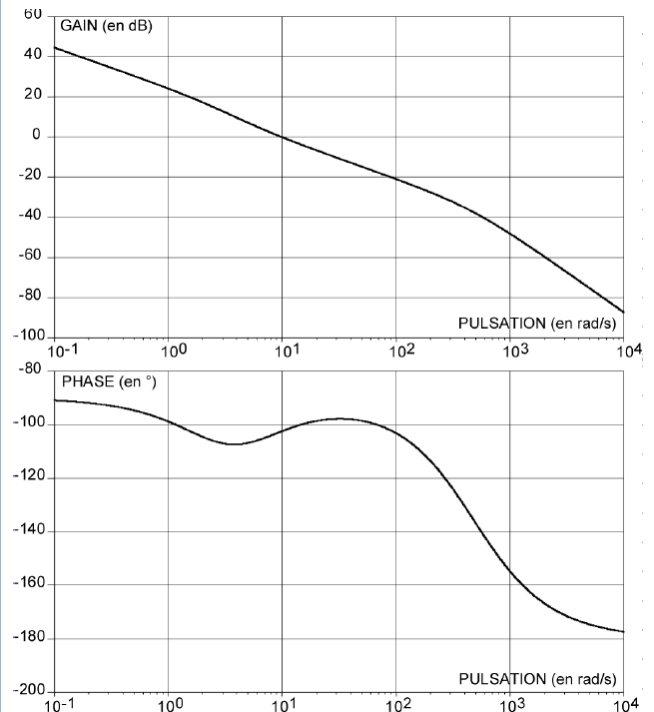
Question 8 Parmi les différentes valeurs de T_I , choisir celle qui assure le temps de réponse à 5% le plus faible.

La valeur de T_I déterminée à la question précédente est retenue pour le réglage du correcteur proportionnel intégral. Il s'agit alors de choisir le gain du correcteur K_p à partir des simulations proposées.

Question 9 Parmi les différentes valeurs de K_p , choisir la valeur qui assure un temps de réponse à 5% au plus près de la valeur fournie dans le cahier des charges.



Avec le couple de valeurs (T_I et K_p) obtenu, la réponse fréquentielle du système en boucle ouverte a été tracée sur la figure suivante.



Question 10 Conclure quant à la capacité de ce correcteur à respecter tous les critères du cahier des charges.

Colle 01 –
Corrigé

RobuROC 6 : Plate-forme d'exploration tout terrain

CCMP PSI 2009

Savoirs et compétences :

- Res2.C6 : stabilité des SLCI : position des pôles dans le plan complexe
- Res2.C7 : stabilité des SLCI : marges de stabilité (de gain et de phase)

Présentation

Les déplacements de la plate-forme sont contrôlés de la manière suivante :

- au niveau de chacun des 6 moteurs, des boucles de vitesse assurent l'asservissement dit « bas niveau » ;
- à partir d'informations sur la position absolue de la plate-forme via le système GPS par exemple, un asservissement en position de la plate-forme peut être mis en place (asservissement dit « haut niveau »).

Objectif Déterminer les paramètres de réglage de chacune des boucles d'asservissement en vitesse de la plate-forme par rapport au sol.

Hypothèses et modélisation

Afin de régler l'asservissement en vitesse de la plate-forme par rapport au sol :

- un déplacement en ligne droite de la plate-forme est considéré (consigne de vitesse $V_C(t)$, les paramètres angulaires de lacet, tangage et roulis restent nuls) ; le contact entre chaque pneumatique et le sol est considéré avec roulement sans glissement ;
- pour la modélisation du fonctionnement des moteurs, nous supposons une équi-répartition de la charge extérieure sur chacun des six moteurs. Ainsi, pour une vitesse $V(t)$ de la plate-forme, les six moteurs tourneront à la même vitesse $\Omega_{Mot}(t)$. Ils seront alimentés par une même tension de commande $U(t)$ et devront fournir un même couple moteur $C_{Mot}(t)$;
- les efforts de perturbations (action mécanique de la pesanteur sur une pente...) seront répartis sur chacun des axes des six moteurs et seront donc modélisés par un même couple de perturbation équivalent $C_{equ}(t)$ appliqué sur chacun des axes moteurs ;
- les caractéristiques inertielles de la plate-forme seront représentées au niveau de chaque axe moteur par un moment d'inertie équivalent $\frac{J_{eq}}{6}$;
- le comportement individuel d'un des six moteurs peut donc être approché par celui d'un moteur à courant continu avec les équations électromécaniques suivantes : $U(t) = E(t) + rI(t) + L \frac{dI(t)}{dt}$

(équation électrique), $\frac{J_{eq}}{6} \frac{d\Omega_{Mot}(t)}{dt} = C_{Mot}(t) - C_{equ}(t)$ (équation mécanique), $E(t) = k_e \Omega_{Mot}(t)$ et $C_{Mot}(t) = k_c I(t)$ (équations de couplage).

Symbole	Désignation	Valeur, unités
$U(t)$	Tension d'alimentation d'un moteur	[V]
$E(t)$	Tension contre électromotrice dans un moteur	[V]
$I(t)$	Intensité dans un moteur	[A]
$V(t)$	Vitesse de déplacement de la plate-forme	[m/s]
$\Omega_{Mot}(t)$	Vitesse de rotation de chacun des six moteurs	[rad/s]
$C_{Mot}(t)$	Couple moteur appliqué par chacun des six moteurs	[Nm]
$C_{equ}(t)$	Couple de perturbation équivalent appliqué à chacun des six axes moteurs	[Nm]
r	Résistance de l'induit d'un moteur	2,2 Ω
L	Inductance de l'induit d'un moteur	4,62 mH
k_e	Constante de vitesse d'un moteur	0,12 V/(rad/s)
k_c	Constante de couple d'un moteur	0,12 Nm/A
J_{eq}	Inertie équivalente de la plate-forme ramenée sur l'axe d'un des six moteurs	14,4 $\cdot 10^{-3}$ kg.m ²

Description de l'asservissement en vitesse de la plate-forme par rapport au sol

Pour une vitesse de consigne $V_C(t)$ [m/s], les micro-contrôleurs de pilotage génèrent une vitesse de rotation de consigne à appliquer à chaque moteur $\Omega_{C_{Mot}}(t)$ [rad/s] qui est convertie en une tension de consigne $U_C(t)$ [V]. Un capteur de vitesse monté sur l'axe de chaque moteur fournit une tension mesurée $U_m(t)$ [V], image de la vitesse de rotation réelle $\Omega_{Mot}(t)$. Un correcteur (défini par la suite) adapte le signal écart entre la tension de consigne et la tension mesurée, ce qui permet après amplification de définir la tension d'alimentation $U(t)$ à appliquer aux moteurs. La vitesse réelle de la plate-forme $V(t)$ est déterminée à partir de $\Omega_{Mot}(t)$ en l'absence de glissement.

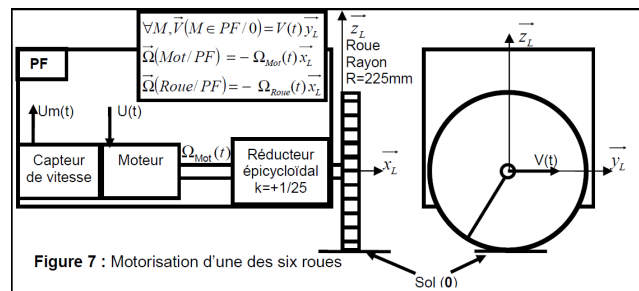
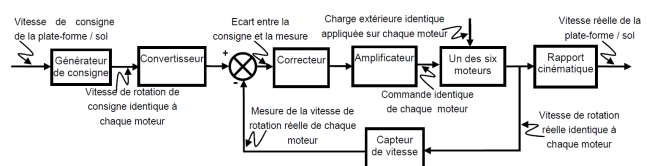


Figure 7 : Motorisation d'une des six roues



Blocs	Fonctions de transfert
Générateur de consigne	K_G (à déterminer)
Convertisseur	K_{conv} (à déterminer)
Correcteur	$C(p)$ (réglé par la suite)
Amplificateur	$K_A = 20$ sans unité
Capteur de vitesse	$K_{Capt} = 5 \cdot 10^{-3}$ V/(rad/s)
Rapport cinématique	K_R (à déterminer)

Cahier des charges à respecter

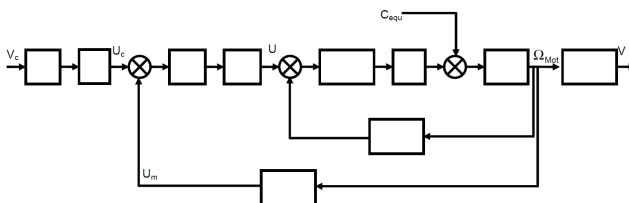
Fonction	Critères	Niveaux
Asservir en vitesse la plate-forme par rapport au sol	STABILITE	
	• Marge de gain	MG= 6dB mini
	• Marge de phase	Mp= 45° mini
	PRECISION	
	en poursuite • Erreur statique à un échelon de vitesse	Nulle
en régulation	• Influence d'un échelon en couple de perturbation en régime permanent	Nulle
	RAPIDITE	
	• Temps de réponse à 5% (à une entrée en échelon de vitesse)	0,5 secondes

Question 1 Déterminer les valeurs numériques et unités des gains associés au générateur de consigne (noté K_G), au rapport cinématique (K_R) et au convertisseur (K_{conv}) en sachant, que lorsque la vitesse réelle de la plateforme $V(t)$ est égale à la vitesse de consigne de la plateforme $V_c(t)$, l'écart $\varepsilon(t)$ doit être nul.

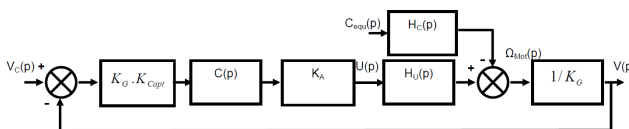
Correction

Question 2 Compléter le schéma-blocs en y faisant figurer les fonctions de transfert sous forme littérale dans le domaine de Laplace avec des conditions initiales nulles, ainsi que les signes des sommateurs.

Correction



À partir de la modélisation des blocs, un schéma bloc à retour unitaire est tracé.



$H_U(p)$ et $H_C(p)$ sont les fonctions de transfert caractéristiques d'un des six moteurs. Nous retiendrons :

$$H_U(p) = \frac{K_U}{(1 + T_1 p)(1 + T_2 p)} \text{ et } H_C(p) = \frac{K_C \left(1 + \frac{L}{r} p\right)}{(1 + T_1 p)(1 + T_2 p)}$$

avec $K_U = 8,3 \text{ rad s}^{-1} \text{ V}^{-1}$, $K_C = 152,7 \text{ rad s}^{-1} \text{ N}^{-1} \text{ m}^{-1}$, $T_1 = 2,1 \text{ ms}$ et $T_2 = 0,36 \text{ s}$.

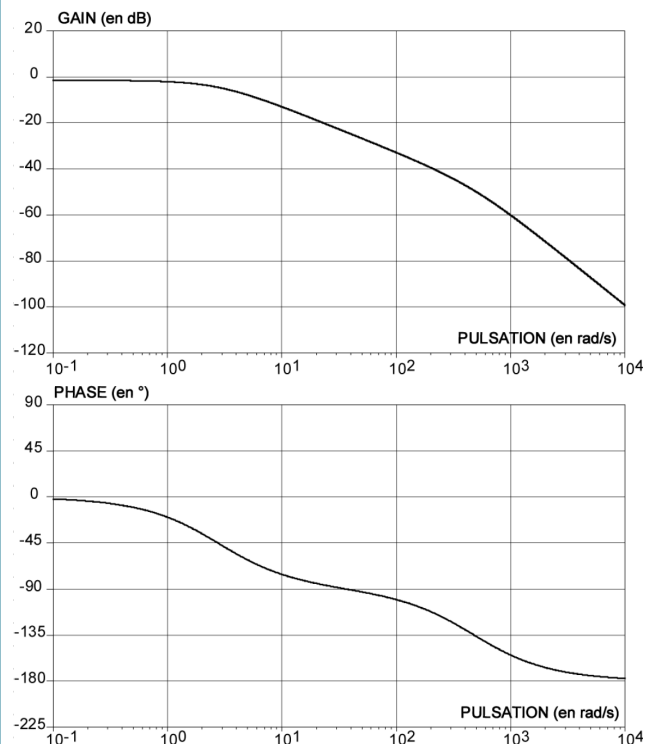
Étude des performances sans correction : $C(p) = 1$

Nous distinguerons dans la suite :

- l'étude en poursuite : le couple de perturbation équivalent $C_{equ}(t)$ est nul. $V_c(t)$ varie ;

- l'étude en régulation : la vitesse de consigne de la plate-forme $V_c(t)$ est nulle. $C_{equ}(t)$ varie.

Les diagrammes de Bode de la Fonction de Transfert en Boucle Ouverte FTBO(p) non corrigée sont fournis ci-dessous pour $C(p) = 1$.



Question 3 Le système étudié est-il stable théoriquement ? Justifier vos réponses.

Correction

Question 4 Étudier l'aptitude du système sans correction à respecter les critères de précision. Vous déterminerez notamment les expressions littérales de l'erreur statique en poursuite pour une consigne de vitesse de la plateforme $V_c(t)$ en échelon d'amplitude V_{CO} : $V_c(t) = V_{CO} u(t)$ (avec $u(t)$ l'échelon unitaire) et de l'influence en régulation d'une perturbation $C_{equ}(t)$ en échelon d'amplitude C_0 , sur la vitesse réelle $V(t)$ de la plateforme en régime permanent.

Correction

Étude des performances avec un correcteur de fonction de transfert $C(p) = \frac{K_I}{p}$

Question 5 Indiquer quelle est la nature de la correction effectuée par ce correcteur (ou désignation du correcteur) ? Indiquer pour quelle(s) raison(s) principale(s) ce correcteur a été choisi. Valider ce choix vis à vis du cahier des charges. Sans calcul, donner l'influence de ce correcteur sur les autres performances attendues.

Correction

Reprenons le diagramme de Bode de la Fonction de Transfert en Boucle Ouverte FTBO(p) non corrigée

Question 6 Tracer les diagrammes de Bode du correcteur avec $K_I = 1 \text{ s}^{-1}$. Déterminer alors la valeur de K_I maximale notée $K_{I \max}$ permettant de respecter les marges de stabilité énoncées dans le cahier des charges.

Correction

Afin d'évaluer analytiquement le temps de réponse à 5%, il est proposé d'adopter une modélisation simplifiée du comportement du moteur en conservant uniquement le mode associé au pôle « dominant ». On donne $T_{5\% \min} \omega_0 = 3$ avec ω_0 la pulsation propre non amortie d'un système fondamental du second ordre.

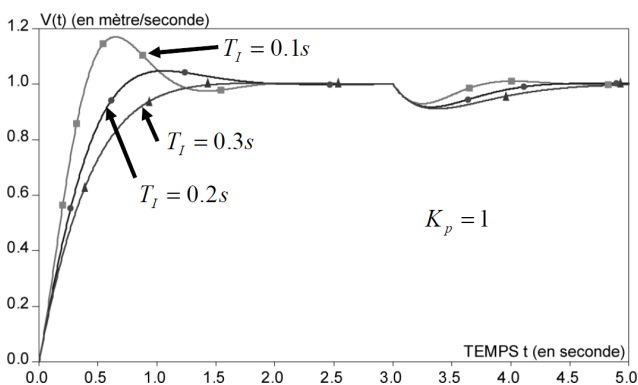
Question 7 En analysant les valeurs numériques des pôles de la fonction de transfert du moteur en poursuite $H_U(p)$, préciser quel est le pôle dominant et proposer alors un modèle simplifié de la fonction de transfert $H_U(p)$. Déterminer alors la valeur numérique de K_I notée $K_{I5\%}$ minimisant le temps de réponse à 5% pour une entrée échelon en poursuite. Calculer alors la valeur approchée du temps de réponse à 5% minimale $T_{5\% \min}$ et comparer la au cahier des charges.

Correction

Étude des performances avec un correcteur proportionnel intégral $C(p) = K_p \left(1 + \frac{1}{T_I p} \right)$

Le correcteur est remplacé par un correcteur proportionnel intégral. Des réponses temporelles du système corrigé sont tracées ci-dessous avec :

- une consigne de vitesse unitaire de la plate-forme $V_c(t) = u(t)$ (avec $u(t)$ l'échelon unitaire) ;
- une perturbation sous la forme d'un échelon unitaire retardé de 5 secondes $C_{\text{equ}}(t) = u(t-5)$;
- un gain du correcteur $K_p = 1$;
- différentes valeurs de T_I .



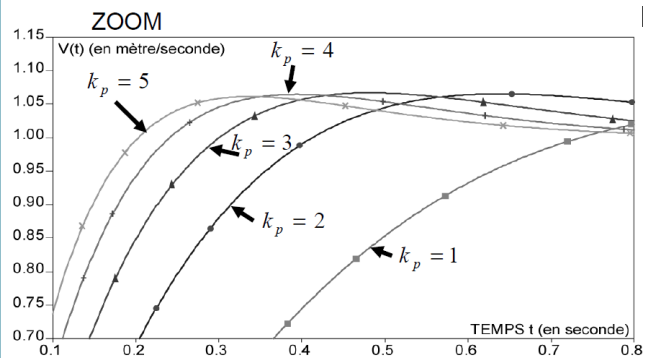
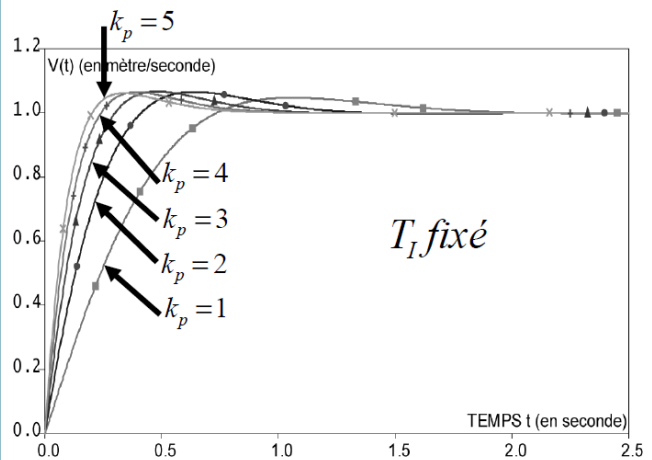
Question 8 Parmi les différentes valeurs de T_I , choisir celle qui assure le temps de réponse à 5% le plus faible.

Correction

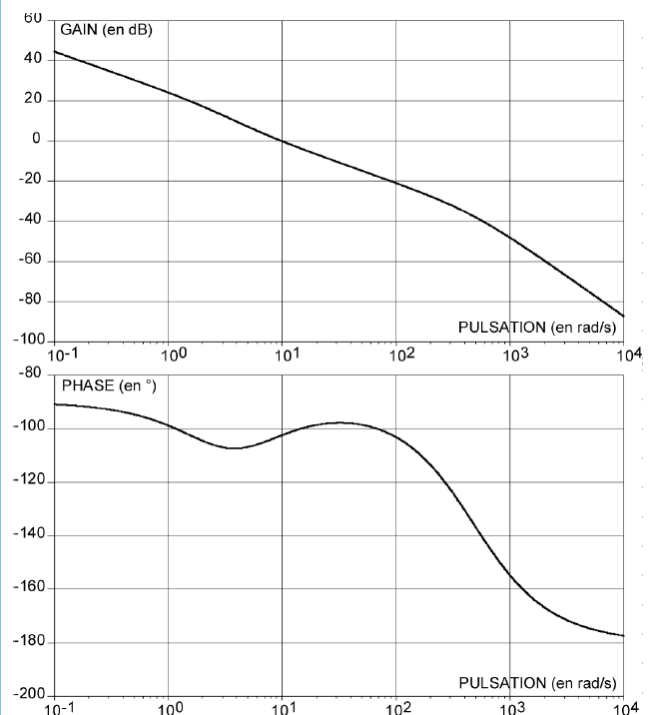
La valeur de T_I déterminée à la question précédente est retenue pour le réglage du correcteur proportionnel intégral. Il s'agit alors de choisir le gain du correcteur K_p à partir des simulations proposées.

Question 9 Parmi les différentes valeurs de K_p , choisir la valeur qui assure un temps de réponse à 5% au plus près de la valeur fournie dans le cahier des charges.

Correction



Avec le couple de valeurs (T_I et K_p) obtenu, la réponse fréquentielle du système en boucle ouverte a été tracée sur la figure suivante.



Question 10 Conclure quant à la capacité de ce correcteur à respecter tous les critères du cahier des charges.

Correction