Activation

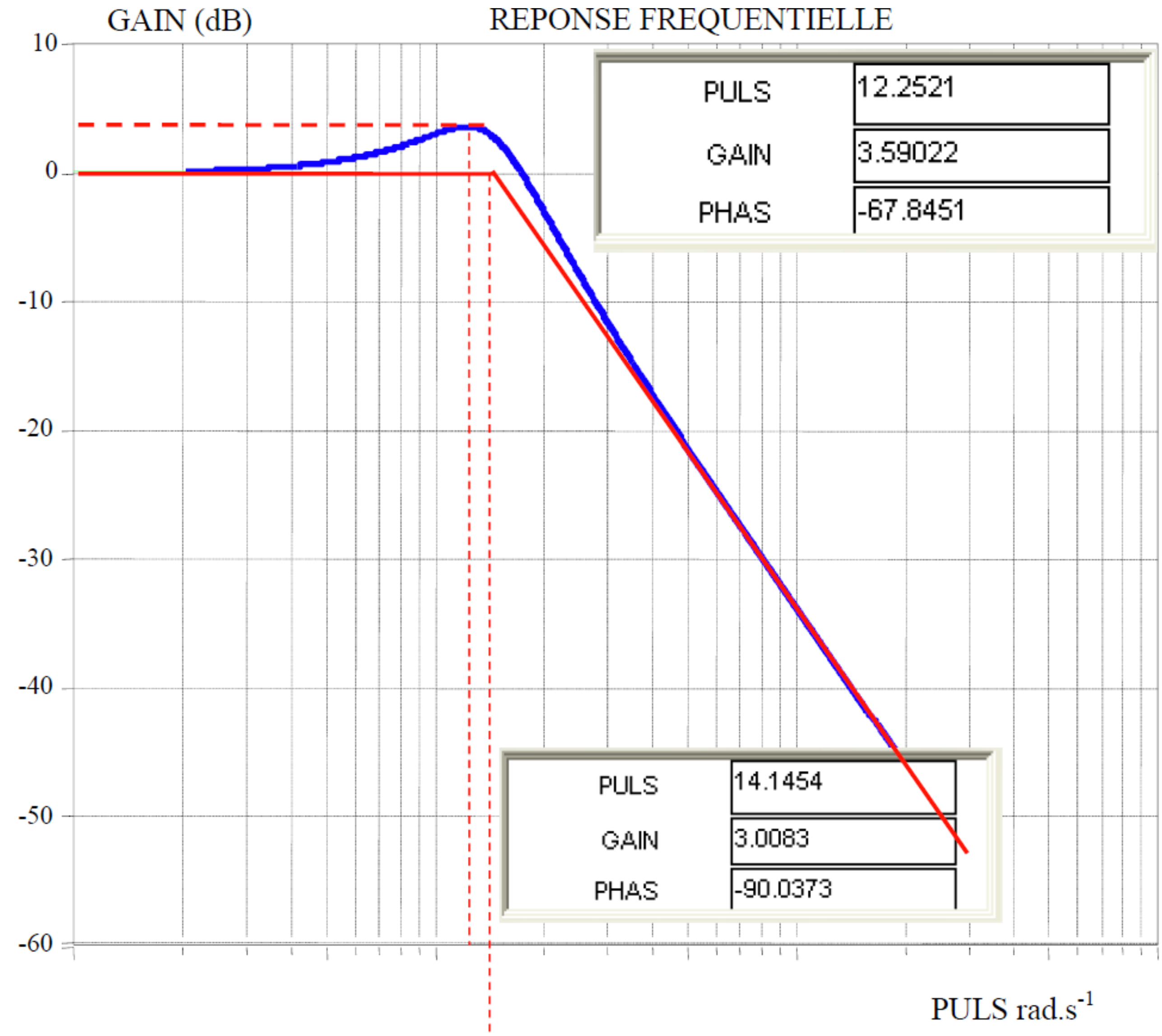
Activation

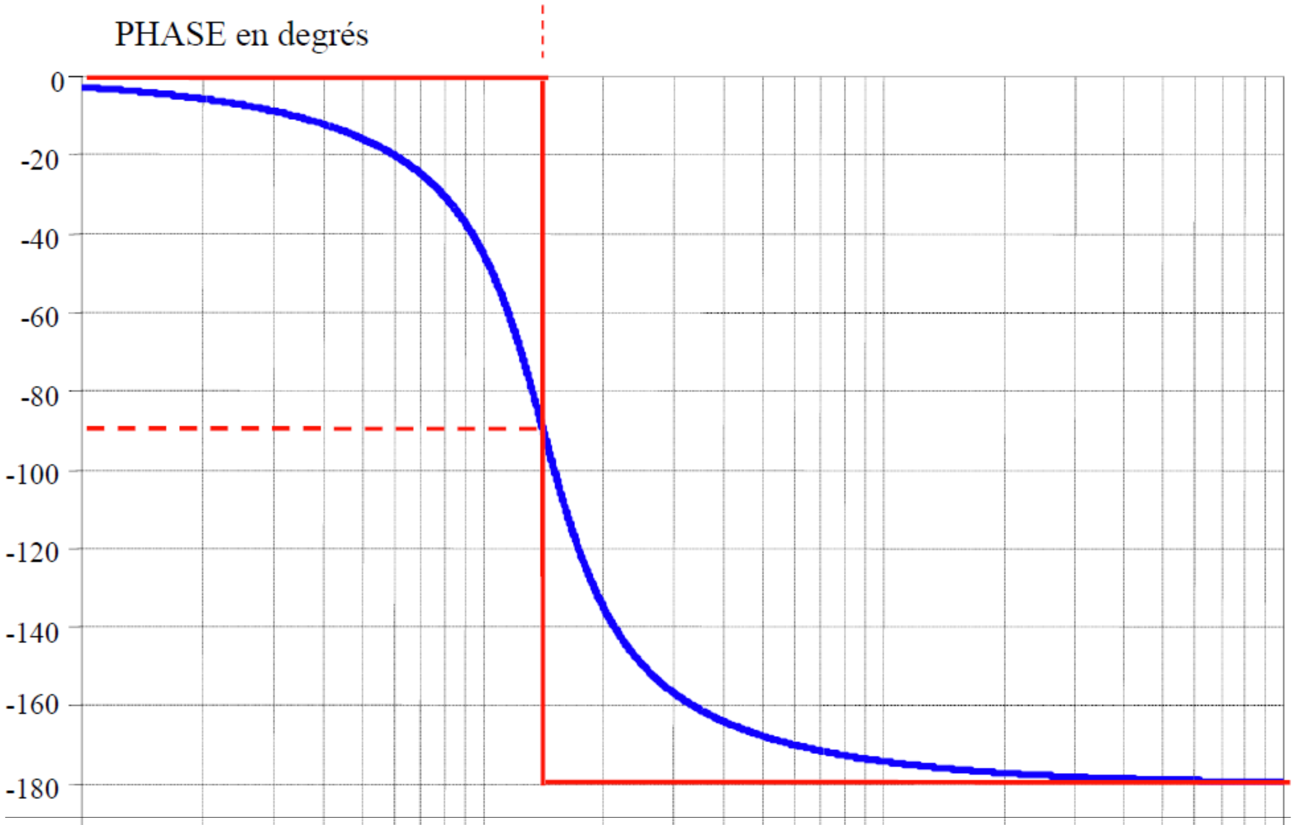
Patrick Dupas, `http://patrick.dupas.chez-alice.fr/`.

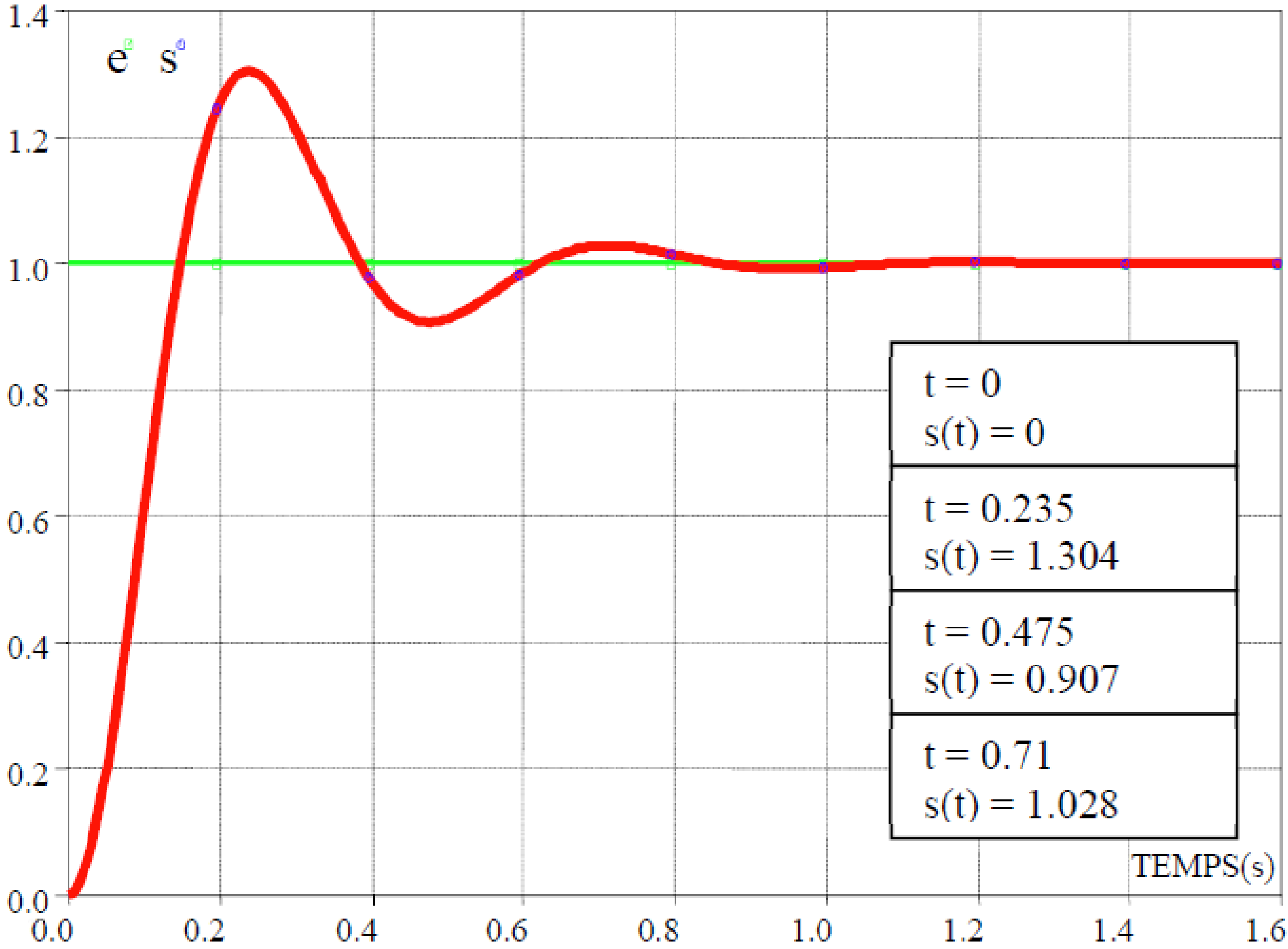
Savoirs et compétences :

Identificaiton de la FTBF et de la FTBO – Etude de la stabilité

Un système a fait l'objet d'essais temporel et harmoniques.


GAIN (dB)
REPONSE FREQUENTIELLE
PULS 12.2521
GAIN 3.59022
PHAS -67.8451
PULS 14.1454
GAIN 3.0083
PHAS -90.0373
10
0
-10
-20
-30
-40
-50
-60
PULS rad.s-1


PHASE en degrés
0
-20
-40
-60
-80
-100
-120
-140
-160
-180
-200



Question 1 *En utilisant la réponse temporelle, identifier la fonction de transfert du système*

Correction Le premier dépassement a une valeur de 30,4%. On a $D_{\%} = e^{-\dfrac{\pi\xi}{\sqrt{1-\xi^2}}} \Rightarrow \ln D = -\dfrac{\pi\xi}{\sqrt{1-\xi^2}} \Rightarrow \left(\sqrt{1-\xi^2}\right) = -\dfrac{\pi\xi}{\ln D} \Rightarrow 1-\xi^2 = \dfrac{\pi^2\xi^2}{(\ln D)^2} \Rightarrow 1 = \xi^2\left(1+\dfrac{\pi^2}{(\ln D)^2}\right) \Rightarrow \xi^2 = \dfrac{1}{1+\dfrac{\pi^2}{(\ln D)^2}} \Rightarrow \xi = 0,35.$

La pseudo-période est de 0.475 s. On a $T_p = \dfrac{2\pi}{\omega_0\sqrt{1-\xi^2}} \Leftrightarrow \omega_0 = \dfrac{2\pi}{T_p\sqrt{1-\xi^2}}$ et $\omega_0 = 14.15\,\text{rad}\,\text{s}^{-1}$.

On a donc $K = 1$, $\xi = 0,35$ et $\omega_0 = 14.15\,\text{rad}\,\text{s}^{-1}$.

Question 2 *En utilisant la réponse fréquentielle, identifier à nouveau la fonction de transfert du système.*

Correction On observe une réponse harmonique constituée d'une asymptote horizontale quand ω tend vers 0 et d'une asymptote de pente $-40\,\text{dB/decade}$. Il en résulte qu'on peut modéliser le système par un second ordre.

Lorsque ω tend vers 0, le gain est nul ; donc $K = 1$.

L'intersection des asymptotes a lieu pour $\omega_0 = 14.14\,\text{rad}\,\text{s}^{-1}$.

À la résonance, on mesure un gain de $20\log A_{\max} = 3.59\,\text{dB} \Rightarrow A_{\max} = 1,51$. On a donc $A_{\max} = \dfrac{1}{2\xi\sqrt{1-\xi^2}} \Leftrightarrow 2\xi\sqrt{1-\xi^2}A_{\max} = 1 \Rightarrow 4\xi^2\left(1-\xi^2\right)A_{\max}^2 = 1 \Rightarrow 4\xi^2A_{\max}^2 - 4\xi^4A_{\max}^2 - 1 = 0 \Rightarrow \xi^4 - \xi^2 + \dfrac{1}{4A_{\max}^2} = 0$. En posant $\xi^2 = X$, $X^2 - X + \dfrac{1}{4A_{\max}^2} = 0$. On a alors $\Delta = 1 - \dfrac{1}{A_{\max}^2}$ et $X_{1,2} = \dfrac{1\pm\sqrt{\Delta}}{2} \simeq \dfrac{1\pm 0,75}{2}$. On a donc $X_1 = 0,125$, $X_2 = 0,875$ et $\xi_1 = 0,35$, $\xi_2 = 0,94$. Étant donné qu'il existe une résonance, on prend $\xi = 0,35$.

On a donc $K = 1$, $\xi = 0,35$ et $\omega_0 = 14.15\,\text{rad}\,\text{s}^{-1}$ et $F(p) = \dfrac{1}{1+0,05p+0,005p^2}$.

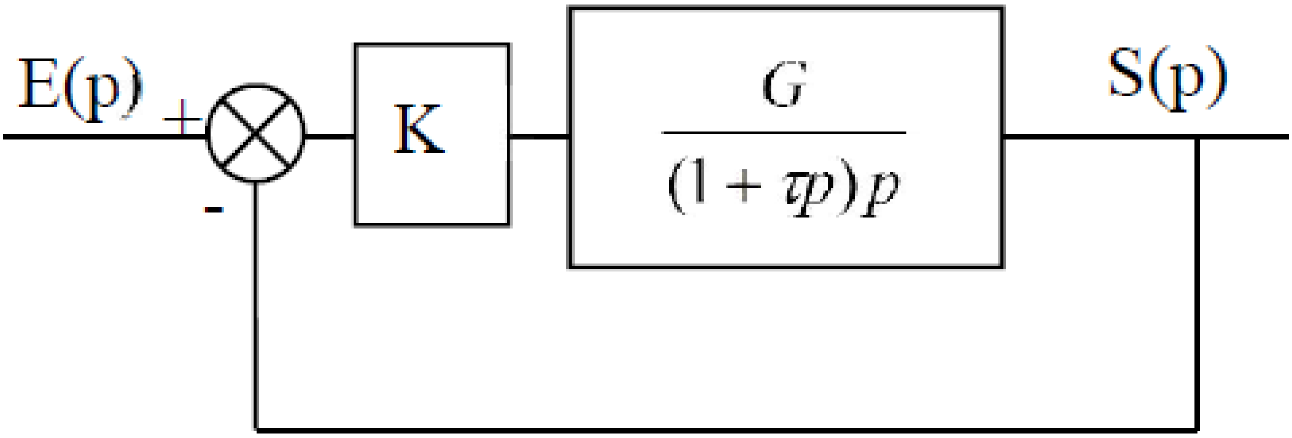
Question 3 *Conclure.*

Correction On retrouve les mêmes coefficients.

Question 4 *Caractériser la stabilité à partir des éléments de la FTBF.*

Correction On a un système du second ordre. Le système est stable.

On donne le schéma bloc suivant :



Question 5 *Justifier la forme du schéma-blocs retenu pour modéliser la FTBO qui sera notée $H(p)$.*

Correction On a $H(p)=\dfrac{S(p)}{E(p)}=\dfrac{\dfrac{KG}{(1+\tau p)\,p}}{1+\dfrac{KG}{(1+\tau p)\,p}}=\dfrac{1}{\dfrac{\tau}{KG}p^2+\dfrac{p}{KG}+1}$.

Ainsi, $H(p)$ est un système du second ordre avec un gain unitaire, comme la fonction identifiée dans les premières questions.

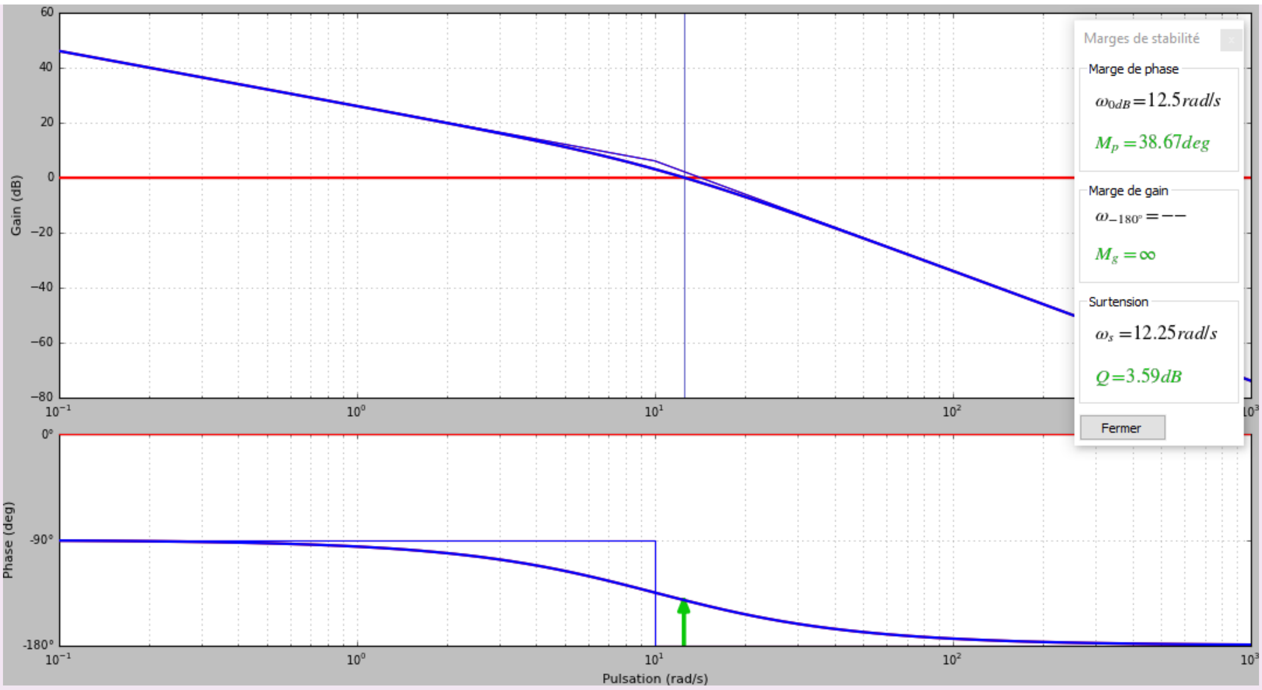
On considère le correcteur proportionnel $K=1$.

Question 6 *Déterminer les valeurs de G et de τ et en déduire $H(p)$.*

Correction On a : $\dfrac{1}{\dfrac{\tau}{G}p^2+\dfrac{p}{G}+1}=\dfrac{1}{1+0,05p+0,005p^2}$. En conséquences, $G=20$ et $\tau/20=0,005 \Rightarrow \tau=0.1\,\text{s}$ et $FTBO(p)=\dfrac{20}{(1+0,1p)p}$.

Question 7 *Effectuer les tracés des diagrammes de Bode de la FTBO.*

Correction



Le cahier des charges impose une marge de gain de 10 dB et une marge de phase de 45°.

Question 8 *Déterminer graphiquement les marges de gains et de phase.*

Correction

Question 9 *Confirmer ces résultats par le calcul.*

Correction La phase ne coupe jamais l'axe des abscisses. Ainsi, La marge de gain n'est pas définie (elle est infinie). Pour déterminer la marge de phase analytiquement :

1. On cherche ω_c tel que $G_{\text{dB}}(\omega_c)=0$;
2. On calcule $\varphi(\omega_c)$;
3. La marge de phase est de $\varphi(\omega_c)-(-180)$.

Cherchons ω_c tel que $G_{\text{dB}}(\omega_c)=0$. On a $FTBO(j\omega)=\dfrac{20}{(1+0,1j\omega)j\omega}=\dfrac{20}{j\omega-0,1\omega^2}$. $20\log|FTBO(j\omega)|=20\log 20-20\log\sqrt{\omega^2+0,01\omega^4}=20\log 20-20\log\omega\sqrt{1+0,01\omega^2}$.

$G_{\text{dB}}(\omega_c)=0 \Leftrightarrow 20=\omega_c\sqrt{1+0,01\omega_c^2} \Leftrightarrow 400=\omega_c^2\left(1+0,01\omega_c^2\right)$ On pose $x=\omega_c^2$ et on a : $400=x(1+0,01x) \Leftrightarrow x^2+100x-40000=0$. On a donc $\Delta=412,3^2$ et $x_{1,2}=\dfrac{-100\pm 412,3}{2}$ on conserve la racine positive et $x_1=156,15$ et $\omega_c=12.5\,\text{rad}\,\text{s}^{-1}$.

$\varphi(\omega_c)=\arg(20)-90-\arg\left(1+0,1j\omega_c\right)=0-90-\arctan(0,1\omega_c)=0-90-51,34=-141,34°$.

La marge de phase est donc de 38,66°.

Question 10 *Conclure par rapport au cahier des charges.*

Correction Le système ne sera pas stable vis-à-vis du cahier des charges.

Question 11 *Déterminer graphiquement la valeur du correcteur K à placer ans la chaîne directe, afin de respecter les critères de stabilité du cahier des charges.*

Correction On a une phase de -135°pour $\omega=10\,\text{rad}\,\text{s}^{-1}$. Il faut donc déterminer K tel que le gain soit nul en $\omega=10\,\text{rad}\,\text{s}^{-1}$.

$20\log 20-20\log 10\sqrt{1+0,01\cdot 10^2}=20\log 20-20\log 10\sqrt{2}=3\,\text{dB}$. Il faut donc diminuer le gain de 3 dB.

On cherche donc K tel que $20\log K=-3$ et il faut prendre $K=0,7$.

Question 12 *Quel sera alors le 1er dépassement pour la réponse indicielle du système ?*

Correction Dépassement de 23%.