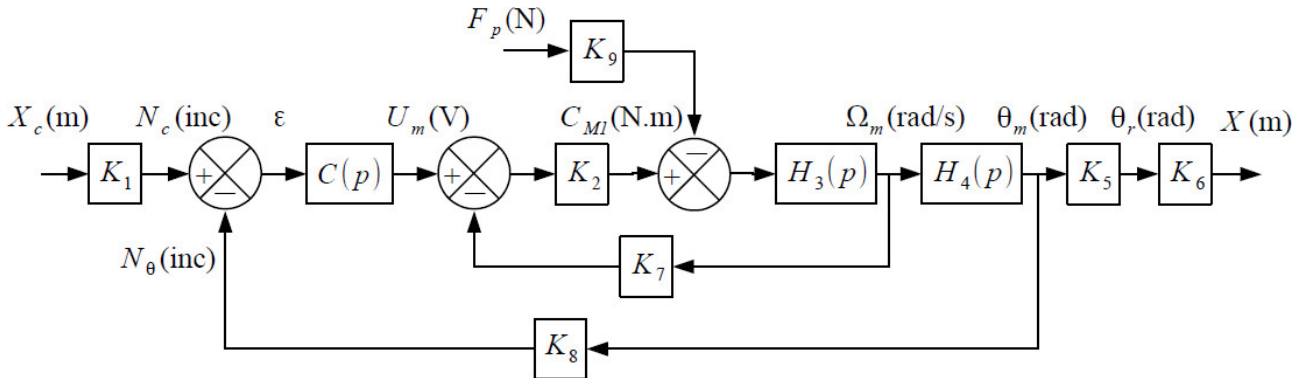


Éléments de modélisation

On propose alors une modélisation par schéma-blocs dans la figure suivante.



Le moteur à courant continu est régi par les équations suivantes : $u_m(t) = e(t) + Ri(t)$, $e(t) = k_e \omega_m(t)$ et $C_{M1}(t) = k_t i(t)$.

Une étude dynamique a mené à l'équation suivante :

$$(M + m) r \rho_1 \dot{\omega}_m(t) = \frac{C_{M1}(t)}{\rho_1 r} - F_p(t)$$

avec : M la masse du chariot et m la masse du support de pied, $\rho_1 = \frac{1}{10}$ le rapport de réduction du réducteur, $r = 46.1 \text{ mm}$ le rayon de la poulie du transmetteur poulie-courroie, $C_{M1}(t)$ le couple délivré par le moteur et $F_p(t)$ l'effort délivré par le patient sur le support 3.

Le codeur incrémental possède 500 fentes équiréparties. Deux émetteurs-récepteurs positionnés en quadrature permettent de mesurer l'information.

Question 1 À partir des équations proposées, déterminer les fonctions de transfert K_1 , K_2 , $H_3(p)$, $H_4(p)$, K_5 , K_6 , K_7 , K_8 et K_9 .

Correction

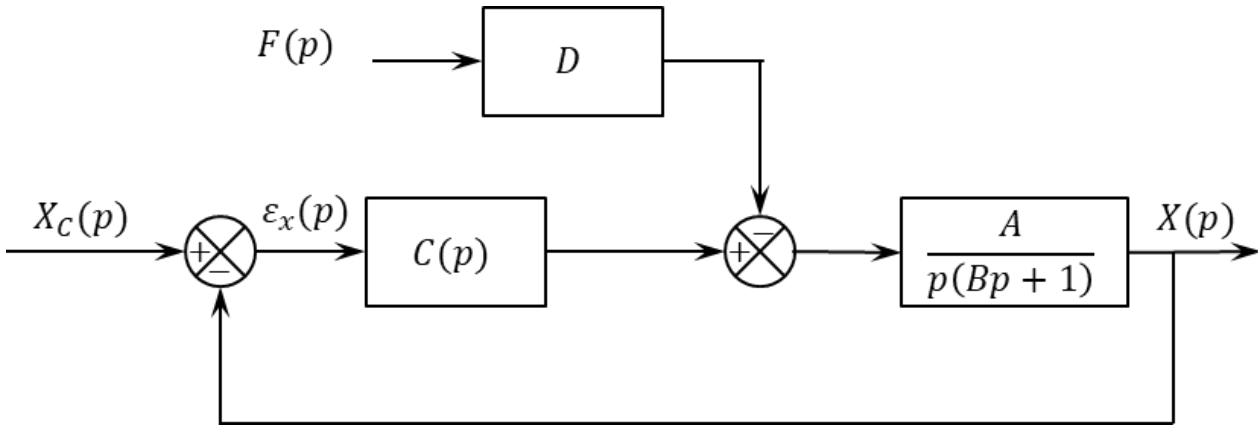
On a :

- $u_m(t) = e(t) + Ri(t) \Rightarrow U_m(p) = E(p) + RI(p)$ et $C_{M1}(p) = k_t I(p)$ donc $K_2 = \frac{k_t}{R}$;
- $E(p) = k_e \Omega_m(p)$ et donc $K_7 = k_e$;
- $(M + m) r \rho_1 p \Omega_m(p) = \frac{C_{M1}(p)}{\rho_1 r} - F_p(p) \Leftrightarrow (M + m) r^2 \rho_1^2 p \Omega_m(p) = C_{M1}(p) - \rho_1 r F_p(p)$ et donc $K_9 = \rho_1 r$ et $H_3(p) = \frac{1}{(M + m) r^2 \rho_1^2 p}$;
- $H_4(p)$ permet d'obtenir une position à partir d'une vitesse. Il s'agit donc d'un intégrateur et $H_4(p) = \frac{1}{p}$;
- un codeur incrémental avec 1 émetteur-récepteur permet de détecter les fentes et les « non fentes » donc ici 1000 informations par tour. Avec un second émetteur, on double la résolution soit 2000 informations pour un tour soit $K_8 = \frac{2000}{2\pi}$;
- en utilisant le réducteur et le poulie courroie, on a directement $K_5 = \rho_1$ et $K_6 = r$ (à convertir en mètres) ;
- enfin, K_1 convertit des mètres en incréments. X_c est la consigne que doit respecter X . Pour avoir un asservissement précis, il faut donc $\varepsilon = 0$ et $X = X_c$ soit $\varepsilon = 0 = K_1 X_c - K_8 \theta_m = K_1 X_c - K_8 \frac{X}{K_5 K_6}$. Au final, $K_1 = \frac{K_8}{K_5 K_6}$.

Question 2 Montrer que le schéma-blocs peut être mis sous la forme suivante. On exprimera A , B et D en fonction des paramètres du système r , ρ_1 , k_t , k_e , R , M , m et K_8 .

Correction

On montre $A = \frac{K_8}{k_e}$, $B = \frac{R(m+M)r^2\rho_1^2}{k_e k_t}$ et $D = \frac{r^2\rho_1^2 R}{K_8 k_t}$.



Pour la suite du sujet on gardera les constantes A , B et D , avec $A = 6700 \text{ m/V}$, $B = 0.01 \text{ s}$ et $D = 6 \text{ N/V}$.

Correction proportionnelle

On suppose que $C(p) = K_c$.

Question 3 Exprimer ε_x en fonction des deux entrées F_p et X_c et des constantes A , B , D et K_c .

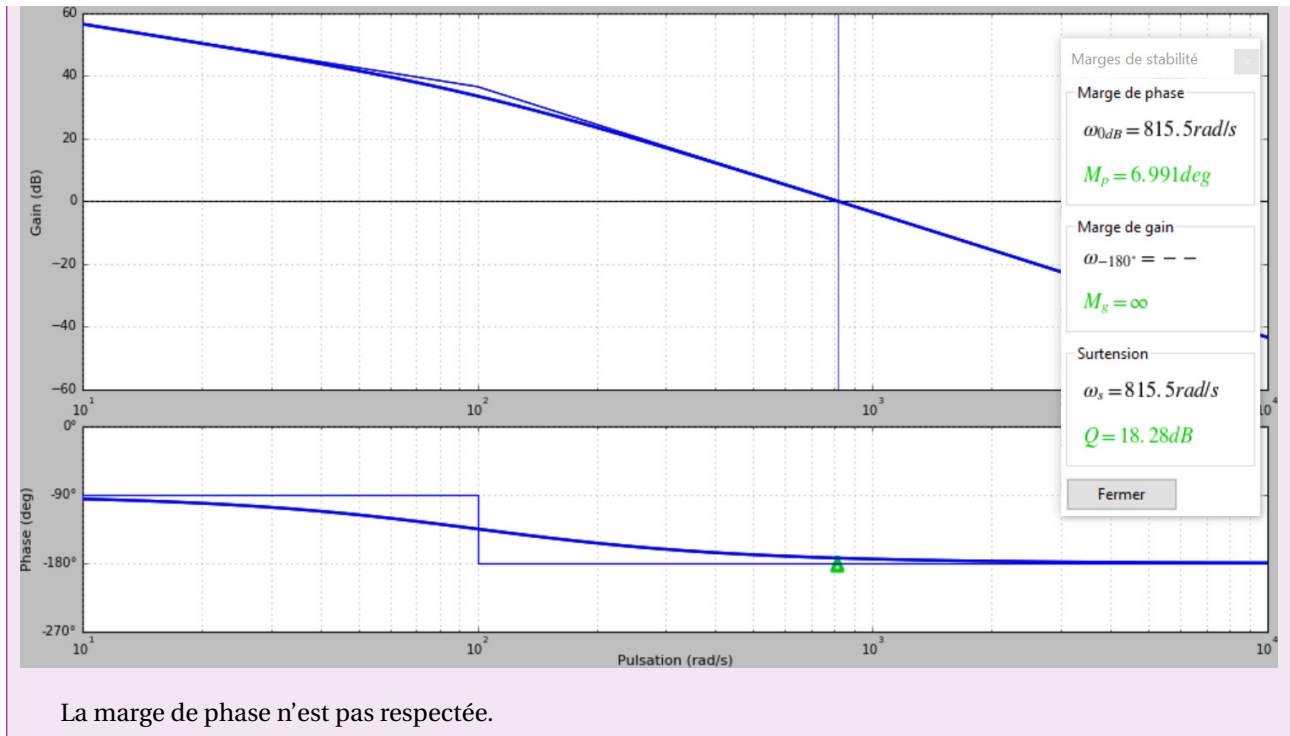
Correction

$$\begin{aligned} \text{On a } \varepsilon_x(p) &= X_C(p) - X(p) = X_C(p) - \left((C(p)\varepsilon_x(p) - F(p)D) \frac{A}{p(Bp+1)} \right) \\ \Leftrightarrow \varepsilon_x(p) \left(1 + \frac{AC(p)}{p(Bp+1)} \right) &= X_C(p) + \frac{AF(p)D}{p(Bp+1)} \\ \Leftrightarrow \varepsilon_x(p) \left(\frac{p(Bp+1) + AC(p)}{p(Bp+1)} \right) &= X_C(p) + \frac{AF(p)D}{p(Bp+1)} \Leftrightarrow \varepsilon_x(p) = \frac{p(Bp+1)}{p(Bp+1) + AC(p)} X_C(p) + \frac{AF(p)D}{p(Bp+1) + AC(p)} \\ \Leftrightarrow \varepsilon_x(p) &= \frac{p(Bp+1)}{p(Bp+1) + AK_c} X_C(p) + \frac{AD}{p(Bp+1) + AK_c} F(p) \end{aligned}$$

Question 4 Tracer le diagramme de Bode de la FTBO du système pour $K_c = 1$ et donner les marges. Le cahier des charges est-il vérifié?

Correction

$$\text{On a FTBO}(p) = \frac{A}{p(Bp+1)}.$$



Question 5 Déterminer l'écart de position ε_x en réponse à deux échelons d'intensité F_0 pour la force du patient et X_0 pour le déplacement. Conclure quant au respect du cahier des charges.

Correction

Correction proportionnelle intégrale

On suppose maintenant que $C(p) = K_i \left(1 + \frac{1}{T_i p} \right)$

Question 6 Exprimer ε_x en fonction des deux entrées F_p et X_c et des constantes A , B , D et K_i .

Correction

Question 7 Déterminer l'écart de position ε_x en réponse à deux échelons d'intensité F_0 pour la force du patient et X_0 pour le déplacement. Conclure quant au respect du cahier des charges.

Correction

Question 8 Déterminer la fonction de transfert en boucle ouverte du système $F T B O(p) = \frac{X}{\varepsilon_x}$ en supposant que $F_p = 0$.

Correction

Question 9 Déterminer la valeur T_i permettant d'assurer la marge de phase pour la pulsation au gain unité souhaitée (pulsation pour laquelle le gain en décibel est nul).

Correction

Question 10 Déterminer K_i permettant d'assurer la pulsation au gain unité souhaitée.

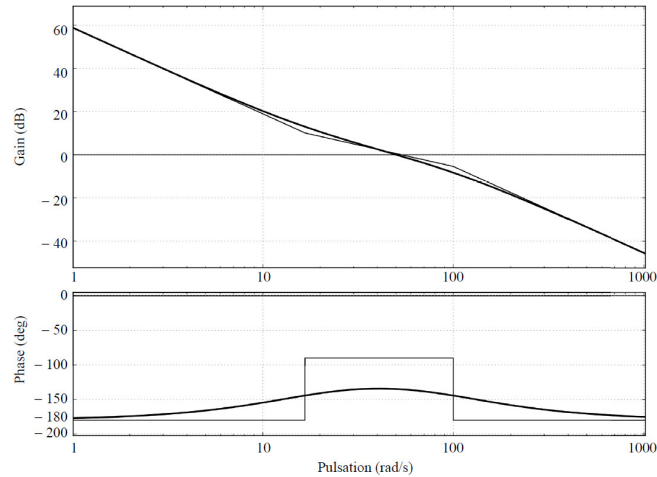
Correction

On donne sur le document réponse la réponse temporelle du système à une entrée de type échelon unitaire sur le déplacement ($F_p = 0$) ainsi que le diagramme de Bode de la FTBO.

Question 11 Conclure quant au respect du cahier des charges sur le reste des critères énoncés. Faire apparaître sur le document réponse les grandeurs mesurées.

Correction

Diagramme de Bode de la FTBO :



Réponse indicielle unitaire sur le déplacement / $F_p = 0$. Unité en mètre pour l'axe des ordonnées.

