## Modéliser les systèmes asservis dans le but de prévoir leur comportement

Chapitre 3 – Précision des systèmes

Industrielles de

l'Ingénieur

**Sciences** 

TD 01



## Fauteuil dynamique de cinéma

Concours Centrale-Supélec TSI 2015

Savoirs et compétences :

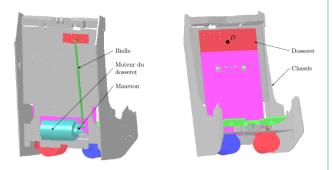
## Présentation du système

Ce concept a été inventé au Canada en 2008, et s'est étendu à toute l'Amérique du Nord avant de traverser l'Atlantique pour proposer un cinéma dynamique avec une quantité d'effets spéciaux et spatiaux. Le fauteuil dynamique de cinéma est principalement destiné à l'industrie du divertissement et de la simulation.

#### Mise en situation

Le siège dynamique est constitué:

- du dosseret qui permet d'agir directement sur la tête du spectateur afin d'amplifier la sensation d'accélération (via l'oreille interne);
- de l'assise du siège qui permet d'obtenir un mouvement de tangage et un mouvement de roulis du spectateur.



Dosseret

Les trois motorisations (une pour le dosseret et deux pour l'assise) sont composées chacune d'un moteur à courant continu à aimants permanents et d'un réducteur de vitesse. Chaque moteur est alimenté par un variateur de vitesse dont la structure de puissance est un hacheul. Un capteur de courant interne au variateur est utilisé par ce dernier pour réaliser un asservissement de courant, donc implicitement de couple. Une génératrice tachymétrique accouplée à l'axe de chaque moteur est utilisée par le variateur correspondant pour réaliser un asservissement de vitesse. Un codeur incrémental accouplé aussi sur l'axe de chaque moteur est utilisé par une carte à base de microcontrôleur pour réaliser un asservissement de position, une sortie analogique de cette carte étant reliée à l'entrée de consigne du variateur de vitesse.

### Exigence fonctionnelle « amplifier la sensation d'accélération »

Objectif Proposer un modèle de comportement des éléments réalisant l'exigence fonctionnelle « amplifier la sensation d'accélération » puis valider les performances attendues listées par le cahier des charges (tableau)

Exigence	Critères d'appré-	Niveau
	ciation	
Amplifier	Précision statique	
la sen-	de la boucle d'as-	
sation	servissement de	
d'accéléra-	position	
tion		
	Erreur statique de	< 1%
	position	
	Erreur statique de	< 1%
	traînage	
	Erreur statique d'ac-	< 1%
	célération	
	Rapidité pour	
	un échelon de	
	consigne d'accélé-	
	ration	
	Temps de montée	< 5 ms
	de 0 à 100% de la	
	consigne	
	Dépassement	< 20%

Extrait du cahier des charges associé à l'exigence fonctionnelle « Amplifier la sensation d'accélération » réalisée par le dosseret

#### Notations et hypothèses

Le schéma-blocs modélisant l'asservissement de position du dosseret est fourni figure ci-dessous.

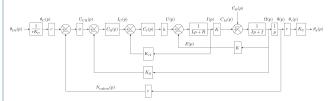


Schéma-blocs de l'asservissement du dosseret



Correcteur de courant :  $C_I(p) = k_2 \left(1 + \frac{1}{T_2 p}\right)$  avec  $k_2 = \left| \right|$  a été effectuée (figure suivante) et ce pour un échelon uni-

Correcteur de vitesse :  $C_{\Omega}(p) = k_1 \left(1 + \frac{1}{T_{i} p}\right)$  avec  $k_i =$ 

## Hypothèse(s)

- La période d'échantillonnage est suffisamment faible pour être négligeable devant la dynamique globale du système et les différentes variables sont donc toutes considérées comme des fonctions continues du temps.
- Le temps de réponse du hacheur est considéré négligeable dans l'étude.
- · Les conditions de Heaviside sont vérifiées.

#### 0.1 Comportement de l'ensemble variateur et moteur du dosseret

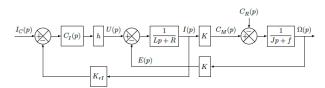
Objectif Valider un modèle simplifié de l'asservissement de position de l'axe moteur afin d'analyser les paramètres influant sur la précision et proposer une amélioration du système.

Pour cela, il faut:

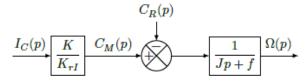
- établir un modèle simplifié de l'asservissement de courant;
- établir un modèle simplifié de l'asservissement de vitesse;
- · analyser la précision de l'asservissement de position.

#### Modélisation de l'asservissement du courant

L'étude suivante consiste à vérifier la validité de la simplification du modèle de la boucle d'asservissement du courant (passage du modèle initial au modèle simplifié).



Modèle initial de la boucle d'asservissement de courant.



Modèle simplifié de la boucle d'asservissement de courant.

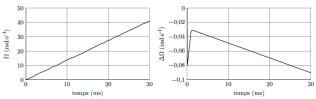
Pour le modèle initial lorsque  $C_R$  (p) =0, la fonction de transfert s'écrit:

$$\frac{\Omega(p)}{I_c(p)} = \frac{K k_2 h T_2 p + K k_2 h}{T_2 \text{LJ} p^3 + (T_2 (Lf + RJ) + k_2 h k_{\text{rl}} T_2 J) p + (T_2 (Rf + RJ) + k_2 h k_{\text{rl}} T_2 J) p}$$

À l'aide d'un logiciel de simulation, une comparaison du comportement de la vitesse en sortie des deux modèles | de type échelon.

2

taire de consigne de courant appliqué en entrée.



Vitesse de l'axe moteur pour le modèle initial ( $\Omega_{initial}$ )

Écart entre le modèle initial et le modèle simplifié pour la vitesse de l'axe moteur  $(\Delta\Omega\!=\!\Omega_{\rm initial}\!-\!\Omega_{\rm simplifie})$ 

**Question** 1 Pour chacun des deux modèles (initial et simplifié), quelle est la valeur finale de  $\Omega(t)$  lorsque  $i_c(t)$  est un échelon unitaire? À l'aide de ces résultats et des relevés issus de la simulation dans le régime transitoire, conclure quant à la validité de la simplification du modèle sachant que chaque sollicitation du dosseret a une durée d'environ 30 ms.

#### Modélisation de l'asservissement de vitesse

L'étude suivante consiste à obtenir un modèle simplifié de la boucle d'asservissement de vitesse (figure suivante) au regard des réglages effectués et de l'influence d'une perturbation de type échelon sur le dosseret. En effet, vu la courte durée des sollicitations, la perturbation sur le dosseret, dont l'origine peut être une action du spectateur sur ses muscles cervicaux, peut être modélisée par un échelon.

Modèle de la boucle d'asservissement de vitesse

**Question** 2 Exprimer la fonction de transfert de la boucle de vitesse  $H_{\Omega}(p) = \Omega(p)/U_{C\Omega}(p)$ , lorsque  $C_R(p) = 0$ . On précise que  $C_{\Omega}(p) = k_1 \left(1 + \frac{1}{T_1 p}\right)$ . Le résultat sera mis sous une forme canonique

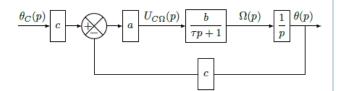
**Question** 3  $T_1$  étant égal à J/f, montrer alors que la fonction de transfert en boucle fermée peut se mettre sous la forme  $\frac{b}{\tau p+1}$ . Calculer les valeurs numériques des termes b et  $\tau$ .

Question 4 En déduire, à l'aide de la figure précédente, quant à l'action, en régime permanent, du correcteur proportionnel et intégral sur les effets d'une perturbation  $c_R(t)$ 



## Modélisation de la boucle d'asservissement de position

Après toutes les simplifications précédentes, est obtenu le modèle de la figure suivante où seul le comportement en réponse à la consigne  $\theta_{\rm C}$  est abordé.



Modèle simplifié de la boucle d'asservissement de position

**Question 5** Exprimer la fonction de transfert  $\theta(p)/\theta_C(p)$ . Déterminer ensuite la valeur numérique de a pour avoir un facteur d'amortissement égal à 0,7. Justifier le choix de ce facteur d'amortissement. (Pour ce calcul et les calculs suivants prendre  $b=63 \, \mathrm{rad} \cdot \mathrm{s}^{-1} \cdot \mathrm{V}^{-1}$ ,  $\tau=2.2 \, \mathrm{ms}$ ,  $c=40 \, \mathrm{rad}^{-1}$ )

**Question** 6 Tracer le diagramme de Bode de la fonction de le fonction de transfert en boucle ouverte. Quel que soit le résultat de la partie précédente, on prendra a = 0.1 V.

#### Analyse de la précision du système

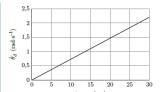
Un aspect important pour la simulation sensorielle du siège dynamique est la capacité du système à reproduire fidèlement la consigne de position issue du programme de simulation sensorielle du siège dynamique. Dans un premier temps, l'étude se limite à la précision statique en utilisant le modèle défini à la figure précédente. L'erreur représente la différence entre l'entrée  $\theta_C(t)$  et la sortie  $\theta(t)$  et est définie par la variable  $\mu(t) = \theta_C(t) - \theta(t)$ .

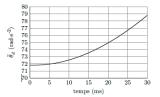
**Question** 7 Exprimer dans un premier temps  $\mu(p)$  en fonction de  $\theta_C(p)$ , puis déterminer de façon littérale et numérique l'erreur de position  $\mu_p$ , l'erreur de trainage  $\mu_v$  et l'erreur en accélération  $\mu_a$ . Conclure quant à la précision statique du système suite aux différentes consignes  $\theta_C(p)$  de type échelon, rampe et accélération.

## Validation et optimisation de la performance simulée en accélération du dosseret

Objectif Valider la performance simulée en accélér 2 tion au regard du cahier des charges fonctionnel.

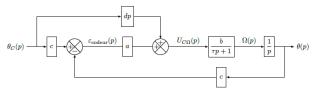
Grâce à la modélisation de la chaîne fonctionnelle réalisée précédemment, un logiciel de simulation permet d'obtenir la courbe de la vitesse angulaire maximale  $\dot{\theta}_d$  (figure 7) ainsi que celle de l'accélération angulaire maximale  $\ddot{\theta}_d$  (figure suivante) du dosseret. Ces deux courbes sont tracées sur une durée de 30 ms lors du démarrage du moteur (au-delà de ce temps le moteur atteint sa vitesse nominale).





Vitesse et accélération angulaires en fonction du temps

La figure suivante représente la structure d'une correction par anticipation qui permet d'améliorer la précision statique du système

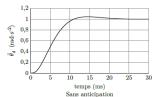


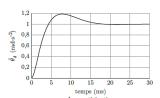
Structure avec anticipation

**Question 8** Déterminer l'erreur de position  $\mu_p$  puis l'erreur de traînage  $\mu_v$ . Conclure sur l'erreur de position au regard du cahier des charges.

**Question** 9 D'après l'erreur de traînage  $\mu_v$ . déterminée à la question précédente, calculer la valeur numérique de d qui permet d'annuler cette erreur de traînage. En prenant en compte la valeur numérique de d et de b, déterminer l'expression de l'erreur en accélération  $\mu_a$ . Calculer ensuite sa valeur numérique et conclure au regard du cahier des charges.

Un aspect important pour la simulation sensorielle du siège dynamique est la capacité du système à reproduire rapidement les consignes d'accélération. À l'aide d'une simulation, la variable accélération  $\ddot{\theta}_d$  possède les deux comportements donnés figure suivante pour la période transitoire, et ce lorsque la consigne vaut  $\theta_{\mathrm{Cd}}(t) = \frac{t^2}{2}u(t)$ .





Accélération du dosseret avec et sans anticipation

**Question 10** Conclure quant au respect du cahier des charges vis-à-vis des accélérations produites par le dosseret du siège dynamique de cinéma.

Exigence fonctionnelle « incliner le spectateur suivant l'axe de tangage et de roulis »

Objectif Valider le choix de conception permettant de transmettre l'énergie mécanique à l'assise du siège.

# Commande en simultanée des deux moteurs de l'assise du siège

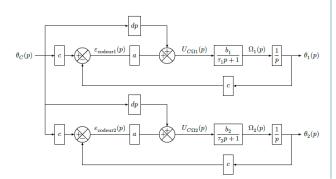
Objectif Valider le choix de conception pour la réalisation de la commande simultanée des deux moteurs de l'assise du siège.



En mode simultané (figure suivante), les consignes de vitesse de chaque variateur sont issues d'un calculateur numérique : a, d et c sont identiques. En revanche, le réglage du retour vitesse des cartes variateur est effectué à l'aide d'un potentiomètre et celui-ci peut ne pas avoir été réglé avec précision. En imposant le réglage du retour vitesse de la motorisation 1 à 5 V pour  $3000\,\mathrm{tr\,min^{-1}}$  et celui de la motorisation 2 à  $5.5\,\mathrm{V}$  pour  $3000\,\mathrm{tr\,min^{-1}}$ ,

les calculs donnent  $b_1 = 62.8 \text{ rad.s}^{-1}.V^{-1}$  et  $b_2 = 57.1 \text{ rad.s}^{-1}.V^{-1}$ . Les inerties au niveau de chaque moteur, supérieures à celle au niveau du moteur de dosseret, peuvent fluctuer en fonction de la position du spectateur.

En tenant compte d'une variation d'inertie de 10%, les calculs donnent  $\tau_1=1/366$  s et  $\tau_2=1/447$  s. On prendra a=0.09V, c=40 rad $^{-1}$  et d=0.016V rad $^{-1}$  s.

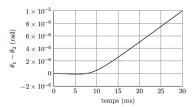


#### Commande simultanée des deux moteurs

**Question 11** En réutilisant les calculs effectués aux questions 8 et 9 et en tenant compte des différences de réglage de retour vitesse et des différences d'inertie entre les deux motorisations, exprimer la valeur finale de  $\theta_1(t) - \theta_2(t)$  lorsque la consigne  $\theta_C(t)$  est respectivement égale à u(t),  $t \cdot u(t)$  puis  $\frac{t^2}{2}u(t)$ , u(t) étant la fonction échelon unité.

La figure 12 représente le résultat d'une simulation de  $\theta_I(t)-\theta_2(t)$  pour une consigne  $\theta_C(t)=\frac{t^2}{2}U(t)$ 

**Question 12** Conclure quant à l'erreur en accélération lors de la commande simultanée.



 $\theta_1 - \theta_2$  en fonction du temps

## Éléments de correction

- 1. ...
- 2. ...
- 3