

## Activation

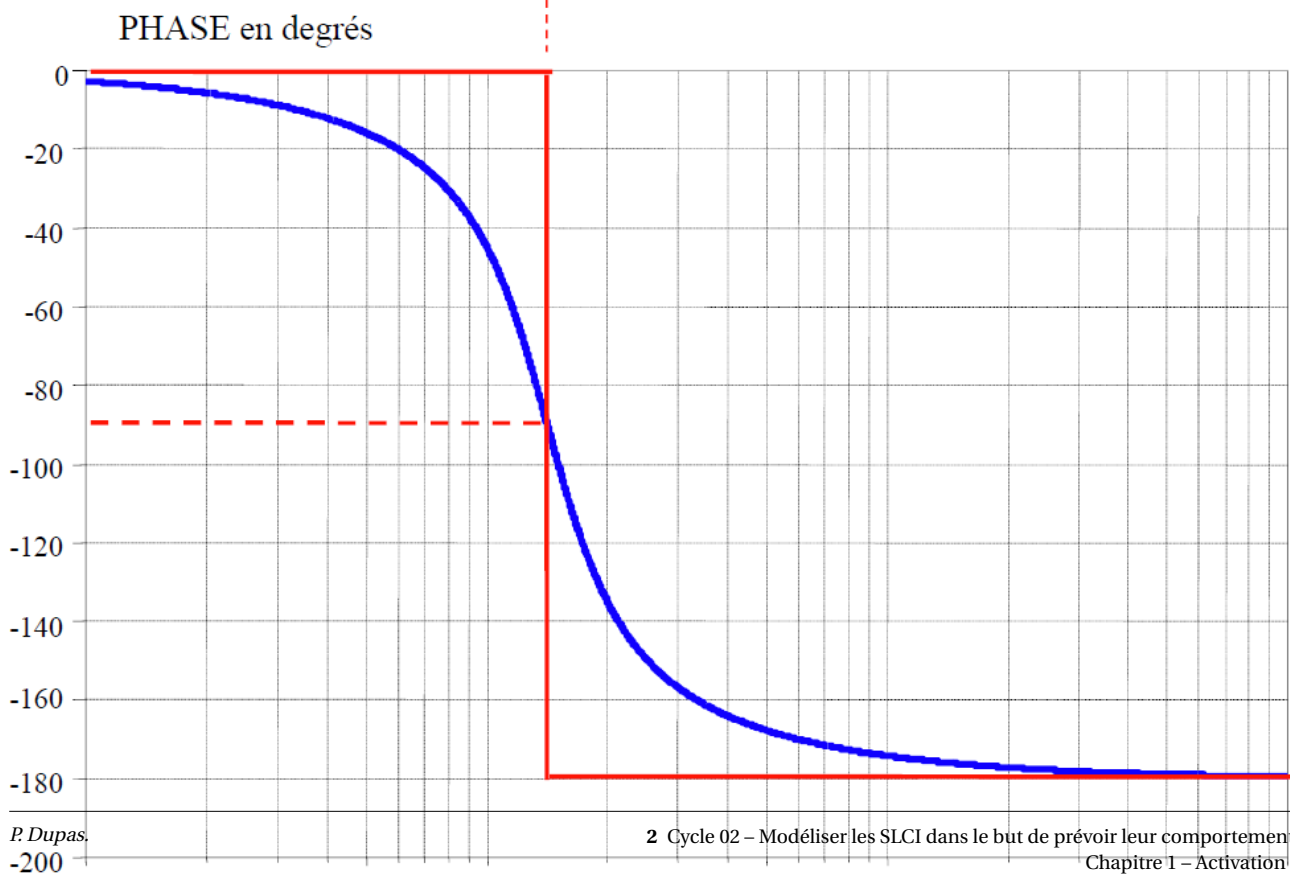
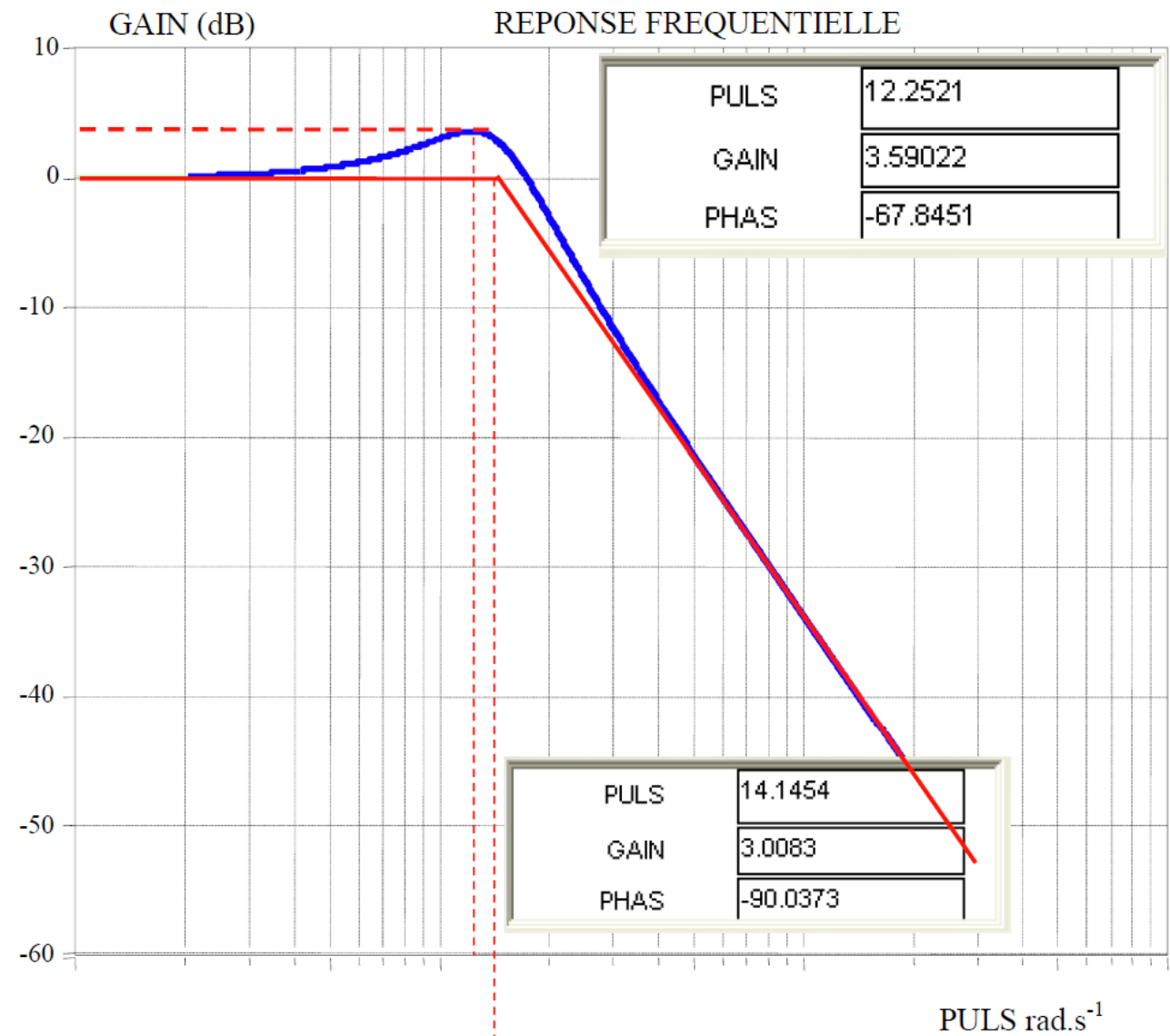
### Activation

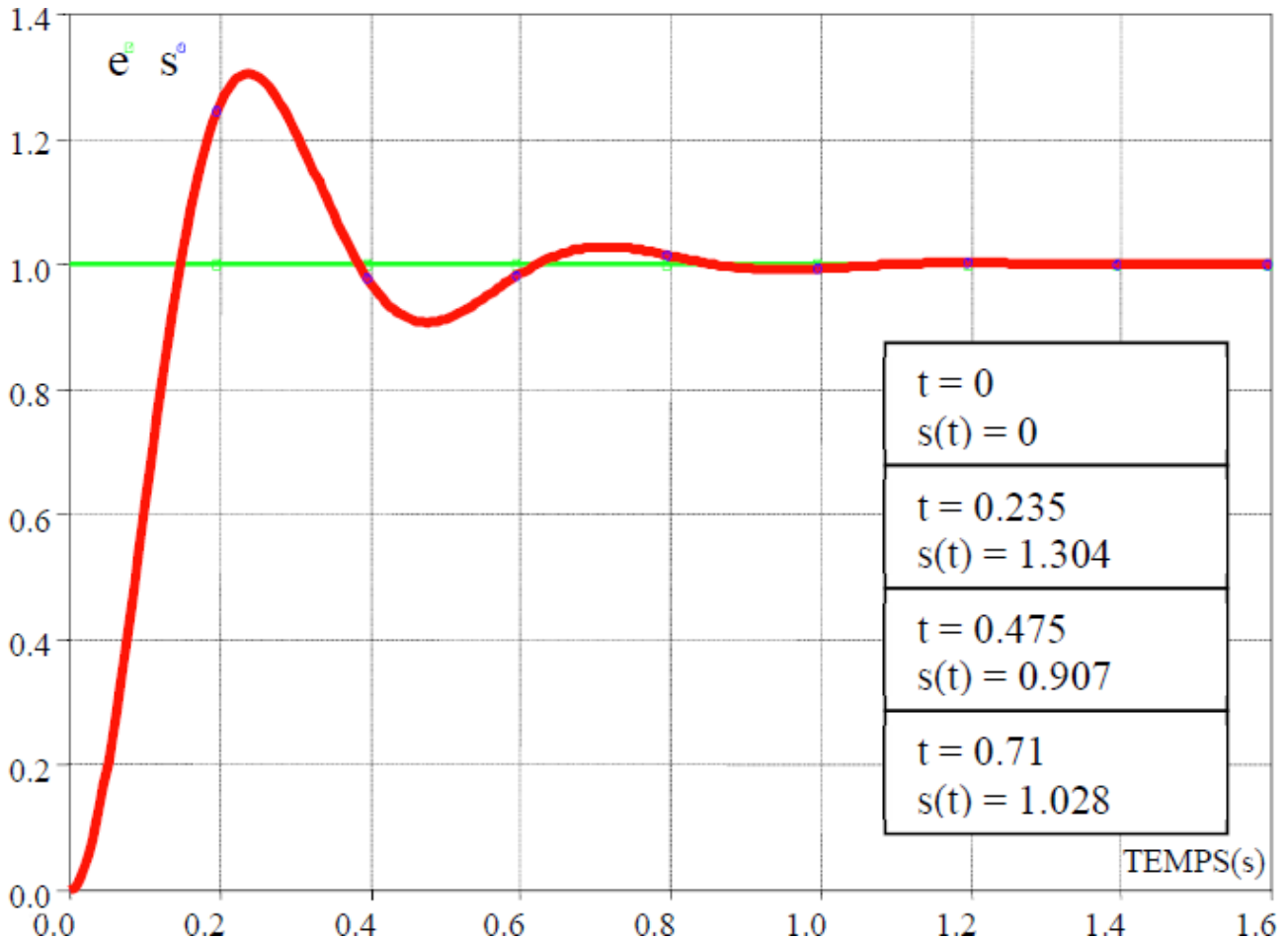
*Patrick Dupas*, <http://patrick.dupas.chez-alice.fr/>.

#### *Savoirs et compétences :*

#### Identification de la FTBF et de la FTBO – Etude de la stabilité

Un système a fait l'objet d'essais temporel et harmoniques.





**Question 1** En utilisant la réponse temporelle, identifier la fonction de transfert du système

**Correction** Le premier dépassement a une valeur de 30,4%. On a  $D\% = e^{-\frac{\pi\xi}{\sqrt{1-\xi^2}}} \Rightarrow \ln D = -\frac{\pi\xi}{\sqrt{1-\xi^2}} \Rightarrow$   
 $(\sqrt{1-\xi^2}) = -\frac{\pi\xi}{\ln D} \Rightarrow 1-\xi^2 = \frac{\pi^2\xi^2}{(\ln D)^2} \Rightarrow 1 = \xi^2 \left(1 + \frac{\pi^2}{(\ln D)^2}\right) \Rightarrow \xi^2 = \frac{1}{1 + \frac{\pi^2}{(\ln D)^2}} \Rightarrow \xi = 0,35.$   
 La pseudo-période est de 0.475 s. On a  $T_p = \frac{2\pi}{\omega_0\sqrt{1-\xi^2}} \Leftrightarrow \omega_0 = \frac{2\pi}{T_p\sqrt{1-\xi^2}}$  et  $\omega_0 = 14.15 \text{ rad s}^{-1}.$   
 On a donc  $K = 1$ ,  $\xi = 0,35$  et  $\omega_0 = 14.15 \text{ rad s}^{-1}.$

**Question 2** En utilisant la réponse fréquentielle, identifier à nouveau la fonction de transfert du système.

**Correction** On observe une réponse harmonique constituée d'une asymptote horizontale quand  $\omega$  tend vers 0 et d'une asymptote de pente  $-40 \text{ dB/decade}$ . Il en résulte qu'on peut modéliser le système par un second ordre.  
 Lorsque  $\omega$  tend vers 0, le gain est nul; donc  $K = 1$ .  
 L'intersection des asymptotes a lieu pour  $\omega_0 = 14.14 \text{ rad s}^{-1}.$   
 À la résonance, on mesure un gain de  $20\log A_{\max} = 3.59 \text{ dB} \Rightarrow A_{\max} = 1,51$ . On a donc  $A_{\max} = \frac{1}{2\xi\sqrt{1-\xi^2}}$   
 $\Leftrightarrow 2\xi\sqrt{1-\xi^2}A_{\max} = 1 \Rightarrow 4\xi^2(1-\xi^2)A_{\max}^2 = 1 \Rightarrow 4\xi^2A_{\max}^2 - 4\xi^4A_{\max}^2 - 1 = 0 \Rightarrow \xi^4 - \xi^2 + \frac{1}{4A_{\max}^2} = 0$ . En posant  $\xi^2 = X$ ,  
 $X^2 - X + \frac{1}{4A_{\max}^2} = 0$ . On a alors  $\Delta = 1 - \frac{1}{A_{\max}^2}$  et  $X_{1,2} = \frac{1 \pm \sqrt{\Delta}}{2} \simeq \frac{1 \pm 0,75}{2}$ . On a donc  $X_1 = 0,125$ ,  $X_2 = 0,875$  et  
 $\xi_1 = 0,35$ ,  $\xi_2 = 0,94$ . Étant donné qu'il existe une résonance, on prend  $\xi = 0,35$ .  
 On a donc  $K = 1$ ,  $\xi = 0,35$  et  $\omega_0 = 14.15 \text{ rad s}^{-1}$  et  $F(p) = \frac{1}{1 + 0,05p + 0,005p^2}.$

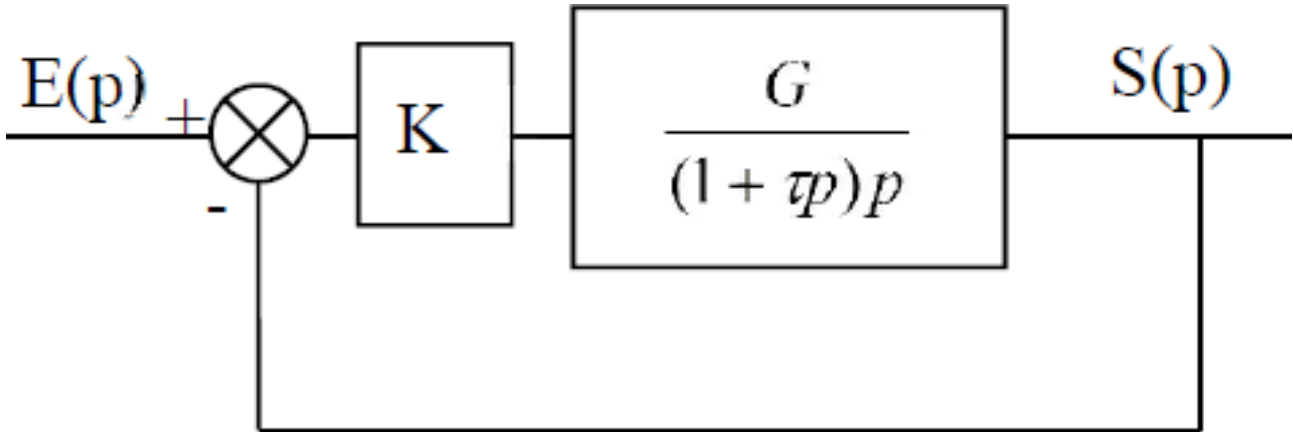
**Question 3** Conclure.

**Correction** On retrouve les mêmes coefficients.

**Question 4** Caractériser la stabilité à partir des éléments de la FTBF.

**Correction** On a un système du second ordre. Le système est stable.

On donne le schéma bloc suivant :



**Question 5** Justifier la forme du schéma-blocs retenu pour modéliser la FTBO qui sera notée  $H(p)$ .

**Correction** On a  $H(p) = \frac{S(p)}{E(p)} = \frac{\frac{KG}{(1+\tau p)p}}{1 + \frac{KG}{(1+\tau p)p}} = \frac{1}{\frac{\tau}{KG}p^2 + \frac{p}{KG} + 1}$ .

Ainsi,  $H(p)$  est un système du second ordre avec un gain unitaire, comme la fonction identifiée dans les premières questions.

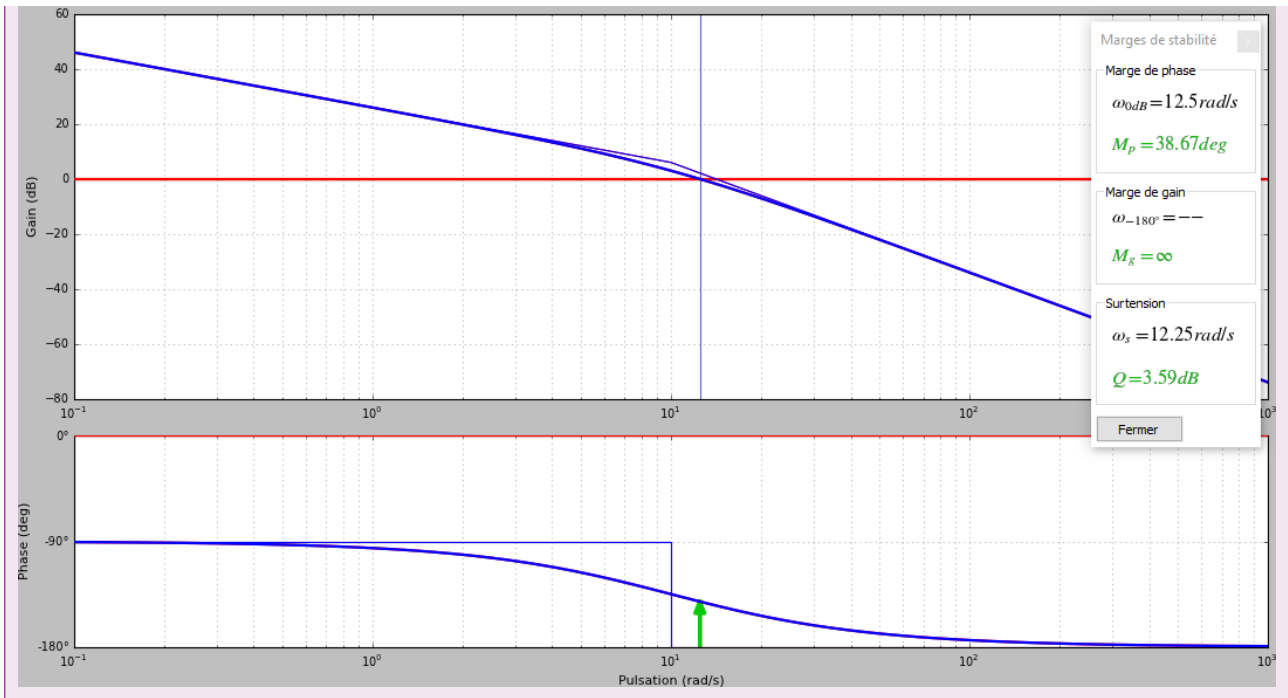
On considère le correcteur proportionnel  $K = 1$ .

**Question 6** Déterminer les valeurs de  $G$  et de  $\tau$  et en déduire  $H(p)$ .

**Correction** On a :  $\frac{1}{\frac{\tau}{G}p^2 + \frac{p}{G} + 1} = \frac{1}{1 + 0,05p + 0,005p^2}$ . En conséquences,  $G = 20$  et  $\tau/20 = 0,005 \Rightarrow \tau = 0.1$  s et  $FTBO(p) = \frac{20}{(1 + 0,1p)p}$ .

**Question 7** Effectuer les tracés des diagrammes de Bode de la FTBO.

**Correction**



Le cahier des charges impose une marge de gain de 10 dB et une marge de phase de 45°.

**Question 8** Déterminer graphiquement les marges de gains et de phase.

Correction

**Question 9** Confirmer ces résultats par le calcul.

Correction

**Question 10** Conclure par rapport au cahier des charges.

Correction

**Question 11** Déterminer graphiquement la valeur du correcteur  $K$  à placer ans la chaîne directe, afin de respecter les critères de stabilité du cahier des charges.

Correction

**Question 12** Quel sera alors le 1<sup>er</sup> dépassement pour la réponse indicielle du système?

Correction