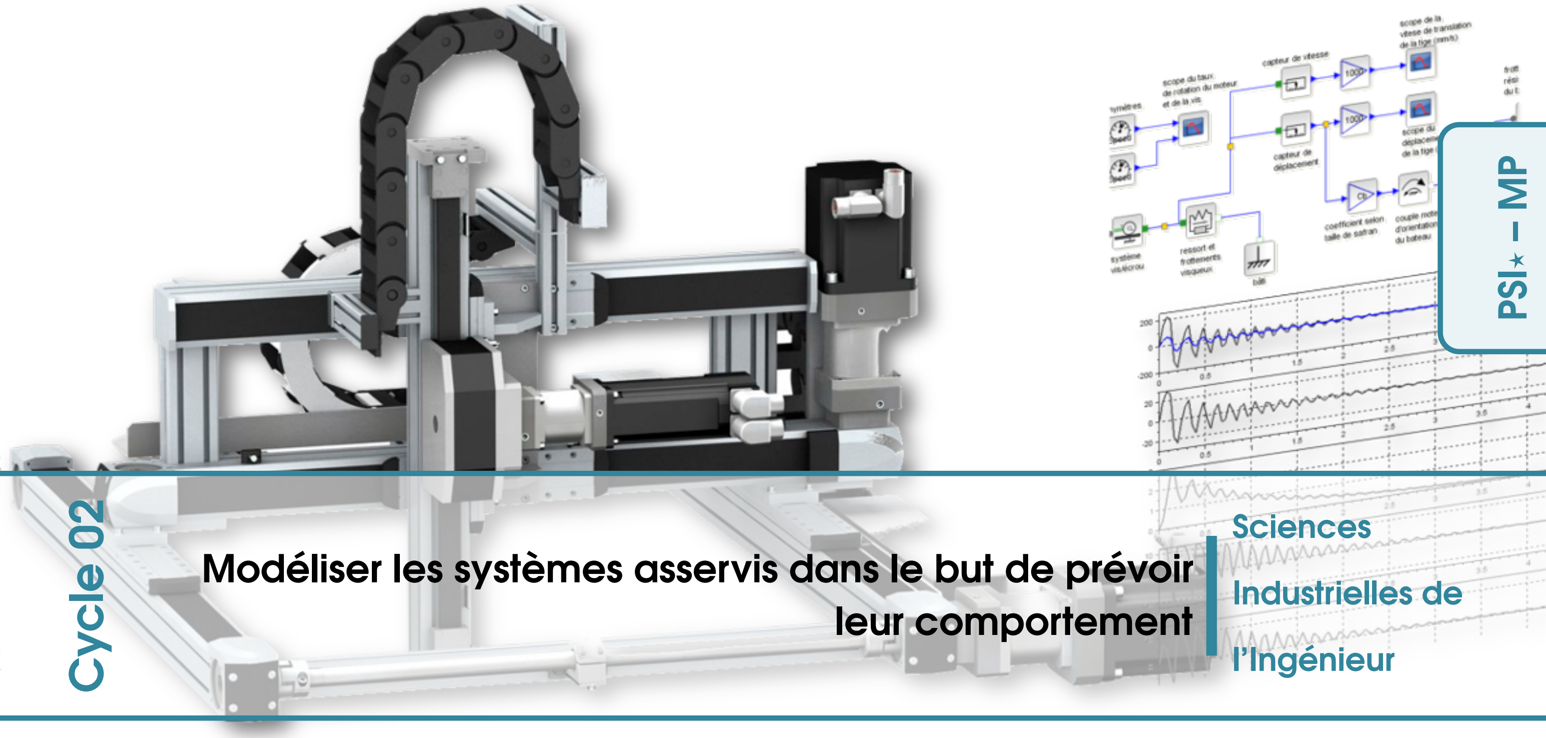


PSI⋆ – MP

Cycle 02

Modéliser les systèmes asservis dans le but de prévoir leur comportement

Sciences Industrielles de l'Ingénieur

Chapitre 3

Précision des systèmes

Cours

Savoirs et compétences :

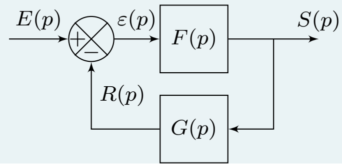
- *Res2.C10 : précision des SLCI : erreur en régime permanent*
- *Res2.C11 : précision des SLCI : influence de la classe de la fonction de transfert en boucle ouverte*
- *Res2.C10.SF1 : déterminer l'erreur en régime permanent vis-à-vis d'une entrée en échelon ou en rampe (consigne ou perturbation)*
- *Res2.C11.SF1 : relier la précision aux caractéristiques fréquentielles*

1 Système non perturbé

Définition La précision est l'écart entre la valeur de consigne et la valeur de la sortie. Pour caractériser la précision d'un système, on s'intéresse généralement à l'écart en régime permanent.

Attention à bien s'assurer que, lors d'une mesure expérimentale par exemple, les grandeurs de consigne et de sortie sont bien de la même unité (et qualifient bien la même grandeur physique).

Pour un système non perturbé dont le schéma-blocs est celui donné ci-contre, on caractérise l'écart en régime permanent par :



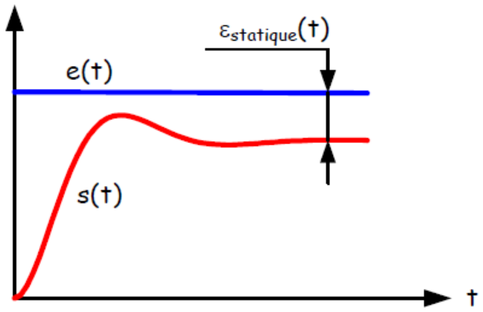
$$\varepsilon_{\text{permanent}} = \lim_{t \to +\infty} \varepsilon(t) \iff \varepsilon_{\text{permanent}} = \lim_{p \to 0} p\varepsilon(p)$$

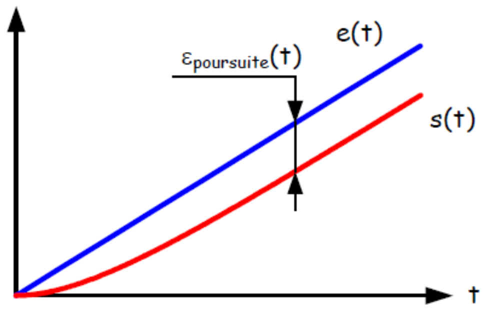
Définition Un système est précis pour une entrée lorsque $\varepsilon_{\text{permanent}} = 0$.

Définition ˜

Le nom de l'écart dépend de l'entrée avec lequel le système est sollicité :

- écart statique, système sollicité par une entrée échelon : $e(t) = E_0$ et $E(p) = \dfrac{E_0}{p}$;
- écart en vitesse ou en poursuite, système sollicité par une rampe : $e(t) = V\,t$ et $E(p) = \dfrac{V}{p^2}$;
- écart en accélération : système sollicité par une parabole, $e(t) = At^2$ et $E(p) = \dfrac{A}{p^3}$.





Petit développement ...

Calculons l'écart statique pour le système précédent. On a : $\varepsilon(p) = E(p) - R(p) = E(p) - \varepsilon(p)F(p)G(p)$. En conséquences, $\varepsilon(p) = E(p) - \varepsilon(p)F(p)G(p) \iff \varepsilon(p)\big(1 + F(p)G(p)\big) = E(p) \iff \varepsilon(p) = \dfrac{E(p)}{1 + F(p)G(p)}$.

Résultat

$$\varepsilon(p) = \frac{E(p)}{1 + \text{FTBO}(p)}$$

Poursuivons ...

On a $\text{FTBO}(p) = \dfrac{K_{BO}\left(1 + a_1 p + ... + a_m p^m\right)}{p^\alpha \left(1 + b_1 p + ... + b_n p^n\right)}$ avec $m < n$.

FTBO de classe nulle

- Pour une entrée échelon : $\varepsilon_{\text{permanent}} = \lim\limits_{p \to 0} p \dfrac{E_0}{p} \dfrac{1}{1 + \text{FTBO}(p)} = \dfrac{E_0}{1 + K_{BO}}$.
- Pour une entrée de type rampe : $\varepsilon_{\text{permanent}} = \lim\limits_{p \to 0} p \dfrac{V}{p^2} \dfrac{1}{1 + \text{FTBO}(p)} = +\infty$.
- Pour une entrée de type parabole : $\varepsilon_{\text{permanent}} = \lim\limits_{p \to 0} p \dfrac{A}{p^3} \dfrac{1}{1 + \text{FTBO}(p)} = +\infty$.

FTBO de classe 1

- Pour une entrée échelon : $\varepsilon_{\text{permanent}} = \lim\limits_{p \to 0} p \dfrac{E_0}{p} \dfrac{1}{1 + \dfrac{K_{BO}\left(1 + a_1 p + ... + a_m p^m\right)}{p\left(1 + b_1 p + ... + b_n p^n\right)}} = 0$.

- Pour une entrée de type rampe : $\varepsilon_{\text{permanent}} = \lim\limits_{p \to 0} p \dfrac{V}{p^2} \dfrac{1}{1+\dfrac{K_{BO}\left(1+a_1 p+...+a_m p^m\right)}{p\left(1+b_1 p+...+b_n p^n\right)}} = \dfrac{V}{K_{BO}}$.
- Pour une entrée de type parabole : $\varepsilon_{\text{permanent}} = \lim\limits_{p \to 0} p \dfrac{A}{p^3} \dfrac{1}{1+\dfrac{K_{BO}\left(1+a_1 p+...+a_m p^m\right)}{p\left(1+b_1 p+...+b_n p^n\right)}} = +\infty$.

FTBO de classe 2

- Pour une entrée échelon : $\varepsilon_{\text{permanent}} = \lim\limits_{p \to 0} p \dfrac{E_0}{p} \dfrac{1}{1+\dfrac{K_{BO}\left(1+a_1 p+...+a_m p^m\right)}{p^2\left(1+b_1 p+...+b_n p^n\right)}} = 0$.
- Pour une entrée de type rampe : $\varepsilon_{\text{permanent}} = \lim\limits_{p \to 0} p \dfrac{V}{p^2} \dfrac{1}{1+\dfrac{K_{BO}\left(1+a_1 p+...+a_m p^m\right)}{p^2\left(1+b_1 p+...+b_n p^n\right)}} = 0$.
- Pour une entrée de type parabole : $\varepsilon_{\text{permanent}} = \lim\limits_{p \to 0} p \dfrac{A}{p^3} \dfrac{1}{1+\dfrac{K_{BO}\left(1+a_1 p+...+a_m p^m\right)}{p^2\left(1+b_1 p+...+b_n p^n\right)}} = \dfrac{A}{K_{BO}}$.

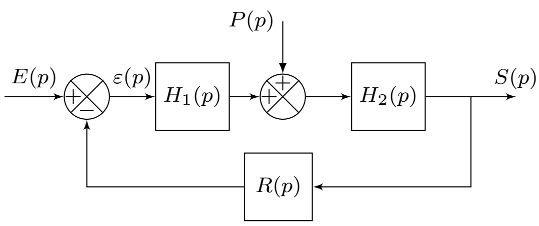
Résultat

Classe	Consigne échelon $e(t)=E_0$ $E(p)=\dfrac{E_0}{p}$	Consigne en rampe $e(t)=Vt$ $E(p)=\dfrac{V}{p^2}$	Consigne parabolique $e(t)=At^2$ $E(p)=\dfrac{A}{p^3}$
0	$\varepsilon_S=\dfrac{E_0}{1+K_{BO}}$	$\varepsilon_V=+\infty$	$\varepsilon_A=+\infty$
1	$\varepsilon_S=0$	$\varepsilon_V=\dfrac{V}{K_{BO}}$	$\varepsilon_A=+\infty$
2	$\varepsilon_S=0$	$\varepsilon_V=0$	$\varepsilon_A=\dfrac{A}{K_{BO}}$

R L'écart statique est nul si la boucle ouverte comprend au moins une intégration. À défaut, l'augmentation du gain statique de la boucle ouverte provoque une amélioration de la précision.

2 Système perturbé

Soit le schéma-blocs suivant :



L'écart est caractérisé par le soustracteur principal, c'est-à-dire celui situé le plus à gauche du schéma-blocs.

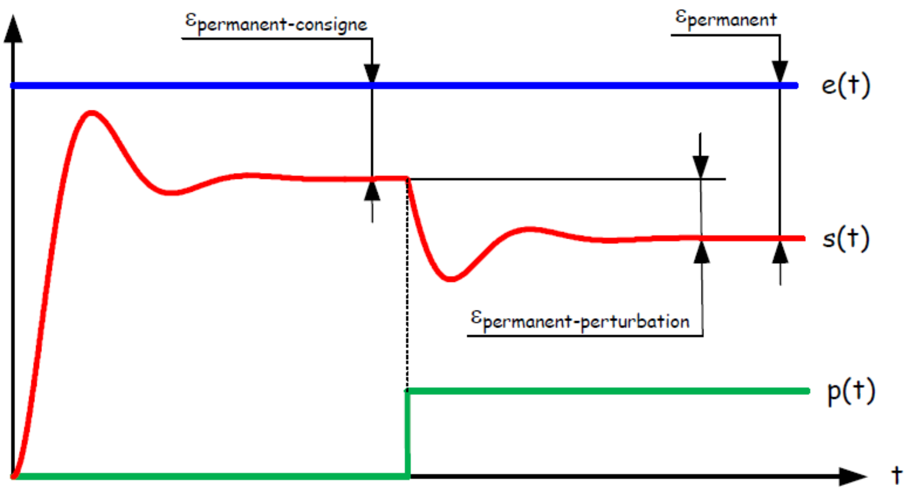
Par lecture directe, on a : $\varepsilon(p) = E(p) - R(p)S(p) = E(p) - R(p)\left(H_2(p)\left(P(p)+\varepsilon(p)H_1(p)\right)\right) \Longleftrightarrow \varepsilon(p) = E(p) -$

$R(p)H_2(p)P(p) - R(p)H_1(p)H_2(p)\varepsilon(p) \Longleftrightarrow \varepsilon(p)\left(1+R(p)H_1(p)H_2(p)\right) = E(p) - R(p)H_2(p)P(p) \Longleftrightarrow \varepsilon(p) = \dfrac{E(p)}{1+R(p)H_1(p)H_2(p)} - \dfrac{R(p)H_2(p)}{1+R(p)H_1(p)H_2(p)}P(p)$.

On a donc : $\varepsilon(p) = \underbrace{\dfrac{1}{1+\text{FTBO}(p)}E(p)}_{\text{Écart vis-à-vis de la consigne}} - \underbrace{\dfrac{R(p)H_2(p)}{1+\text{FTBO}(p)}P(p)}_{\text{Écart vis-à-vis de la perturbation}}$.

Résultat Il faut au moins un intégrateur en amont d'une perturbation constante pour annuler l'écart vis-à-vis de cette perturbation. Un intégrateur placé en aval n'a aucune influence.

Quand ce n'est pas le cas, un gain K_1 important en amont de la perturbation réduit toujours l'écart vis-à-vis de cette perturbation.

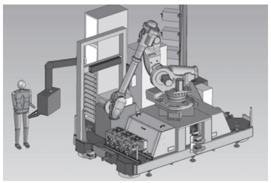


Références

[1] Frédéric Mazet, *Cours d'automatique de deuxième année, Lycée Dumont Durville, Toulon.*

[2] Florestan Mathurin, *Précision des SLCI, Lycée Bellevue, Toulouse,* `http://florestan.mathurin.free.fr/`.

Activation



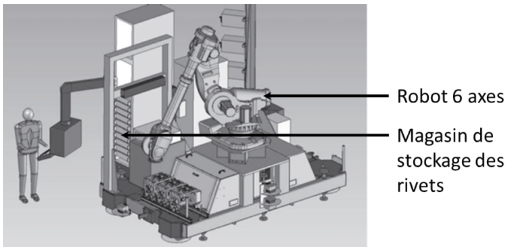
Cellule d'assemblage pour avion Falcon

D'après concours E3A – PSI 2015.

Savoirs et compétences :

Présentation

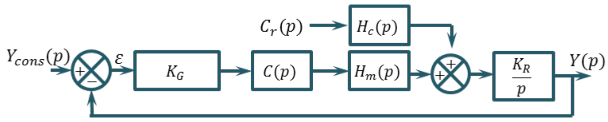
Le tronçon central du fuselage du Falcon 7X est assemblé par rivetage grâce à un robot 6 axes. Les rivets sont stockés dans des cassettes rangées verticalement. Un chariot de sélection se déplace verticalement pour déplacer une buse d'aspiration qui permettra d'acheminer les rivets contenus dans la cassette vers l'effecteur (robot). Le chariot fait l'objet de cette étude.



Objectif Vérifier que les correcteurs proposés permettent ou non d'obtenir un écart statique nul et un écart en vitesse nul.

Étude du modèle simplifié

Afin de faciliter les calculs, le schéma bloc à retour unitaire est donné figure suivante. Le couple résistant C_r dû à l'action de pesanteur est supposé constant.



Avec :

$$H_M(p) = \frac{K_M}{(1+T_E\,p)(1+T_M\,p)} \text{ et } H_C(p) = \frac{\dfrac{\left(R+Lp\right)K_M}{K_C}}{(1+T_E\,p)(1+T_M\,p)}.$$

Question 1 *Donner l'expression de $\varepsilon(p)$.*

Question 2 *On souhaite déterminer l'erreur en position du système. Calculer l'écart statique pour $C(p) = K_p$. Pouvait-on prévoir le résultat ?*

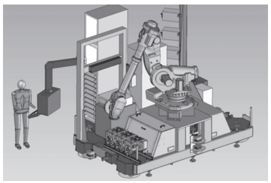
Question 3 *On souhaite déterminer l'erreur en position du système. Calculer l'écart statique pour $C(p) = \dfrac{K_i}{p}$. Pouvait-on prévoir le résultat ?*

Question 4 *On souhaite déterminer l'erreur en vitesse du système. Calculer l'erreur pour $C(p) = \dfrac{K_i}{p}$. Pouvait-on prévoir le résultat ?*

Question 5 *On souhaite déterminer l'erreur pour un entrée en position du système avec une perturbation de type rampe. Calculer l'erreur pour $C(p) = \dfrac{K_i}{p}$. Pouvait-on prévoir le résultat ?*

Activation

Corrigé



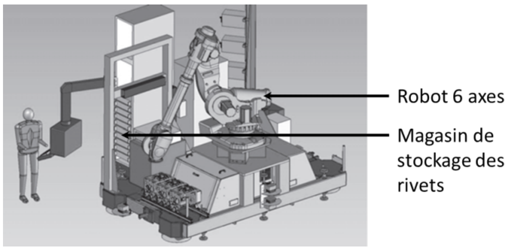
Cellule d'assemblage pour avion Falcon

D'après concours E3A – PSI 2015.

Savoirs et compétences :

Présentation

Le tronçon central du fuselage du Falcon 7X est assemblé par rivetage grâce à un robot 6 axes. Les rivets sont stockés dans des cassettes rangées verticalement. Un chariot de sélection se déplace verticalement pour déplacer une buse d'aspiration qui permettra d'acheminer les rivets contenus dans la cassette vers l'effecteur (robot). Le chariot fait l'objet de cette étude.



Objectif Vérifier que les correcteurs proposés permettent ou non d'obtenir un écart statique nul et un écart en vitesse nul.

Étude du modèle simplifié

Question 1 *Donner l'expression de $\varepsilon(p)$.*

Correction
On raisonne par superposition :
Si $C_r(p)=0$:

$$Y_1(p)=Y_{\text{cons}}(p)\dfrac{\dfrac{K_G K_{\text{Capt}} C(p) H_m(p) K_r}{p}}{1+\dfrac{K_G K_{\text{Capt}} C(p) H_m(p) K_r}{p}}$$

$$=Y_{\text{cons}}(p)\dfrac{K_G K_{\text{Capt}} C(p) H_m(p) K_r}{p+K_G K_{\text{Capt}} C(p) H_m(p) K_r}$$

$$=Y_{\text{cons}}(p)\dfrac{K_G K_{\text{Capt}} C(p) K_M K_r}{(1+T_E p)(1+T_M p)p+K_G K_{\text{Capt}} C(p) K_M K_r)}$$

.

Correction Si $Y_{\text{Cons}}(p)=0$:

$$Y_2(p)=C_r(p)\dfrac{\dfrac{H_c(p)K_r}{p}}{1+\dfrac{K_r K_G K_{\text{Capt}} C(p) H_m(p)}{p}}$$

$$=C_r(p)\dfrac{H_c(p)K_r}{p+K_r K_G K_{\text{Capt}} C(p) H_m(p)}$$

$$=C_r(p)\dfrac{\dfrac{(R+Lp)K_M K_r}{K_C}}{(1+T_E p)(1+T_M p)p+K_r K_G K_{\text{Capt}} C(p) K_M}$$

On a donc : $Y(p)=Y_1(p)+Y_2(p)$.

Question 2 *On souhaite déterminer l'erreur en position du système. Calculer l'écart statique pour $C(p)=K_p$. Pouvait-on prévoir le résultat ?*

Correction

Question 3 *On souhaite déterminer l'erreur en position du système. Calculer l'écart statique pour $C(p)=\dfrac{K_i}{p}$. Pouvait-on prévoir le résultat ?*

Correction

Question 4 *On souhaite déterminer l'erreur en vitesse du système. Calculer l'erreur pour $C(p)=\dfrac{K_i}{p}$. Pouvait-on prévoir le résultat ?*

Correction

Question 5 *On souhaite déterminer l'erreur pour un entrée en position du système avec une perturbation de type rampe. Calculer l'erreur pour $C(p)=\dfrac{K_i}{p}$. Pouvait-on prévoir le résultat ?*

Correction