

Colle 01

Colle 01

Savoirs et compétences :

On considère la fonction de transfert en boucle ouverte d'un système : $G(p) = \frac{2}{(10p+1)^3}$.

Question 1 Tracer les diagrammes de bode de $G(p)$.

Question 2 Tracer la marge de gain et la marge de phase.

On place ce système dans une boucle de régulation à retour unitaire en le précédant d'un correcteur proportionnel $C(p) = K$.

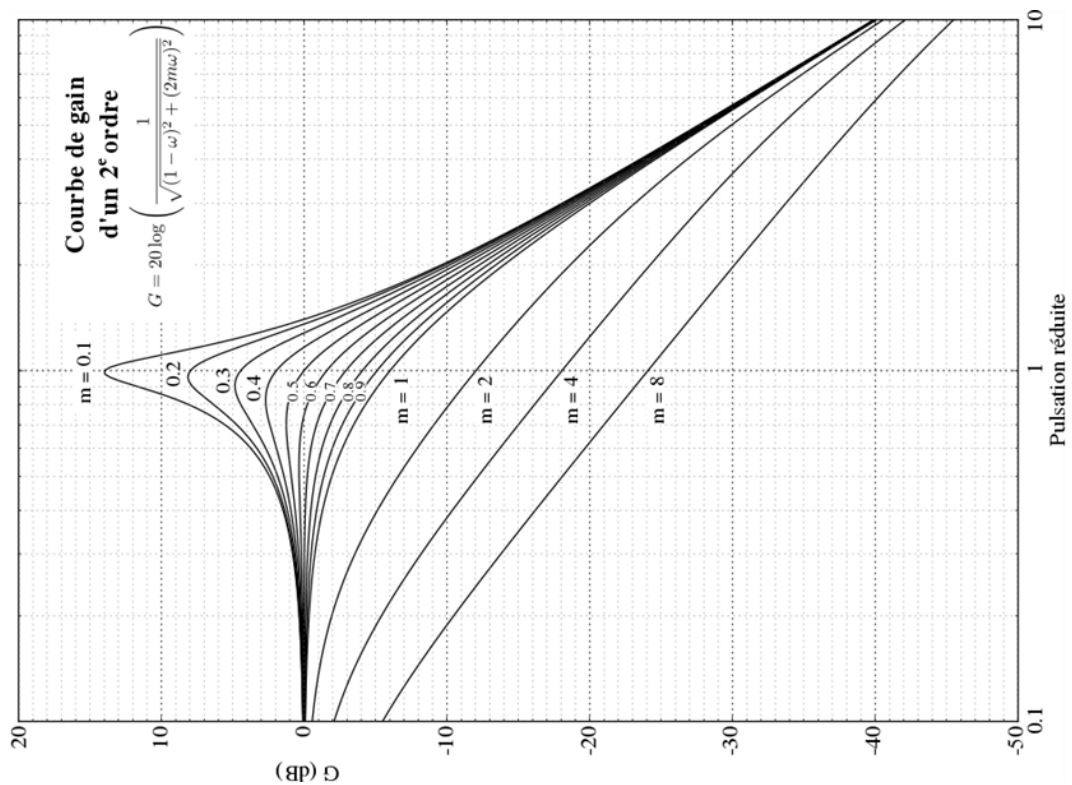
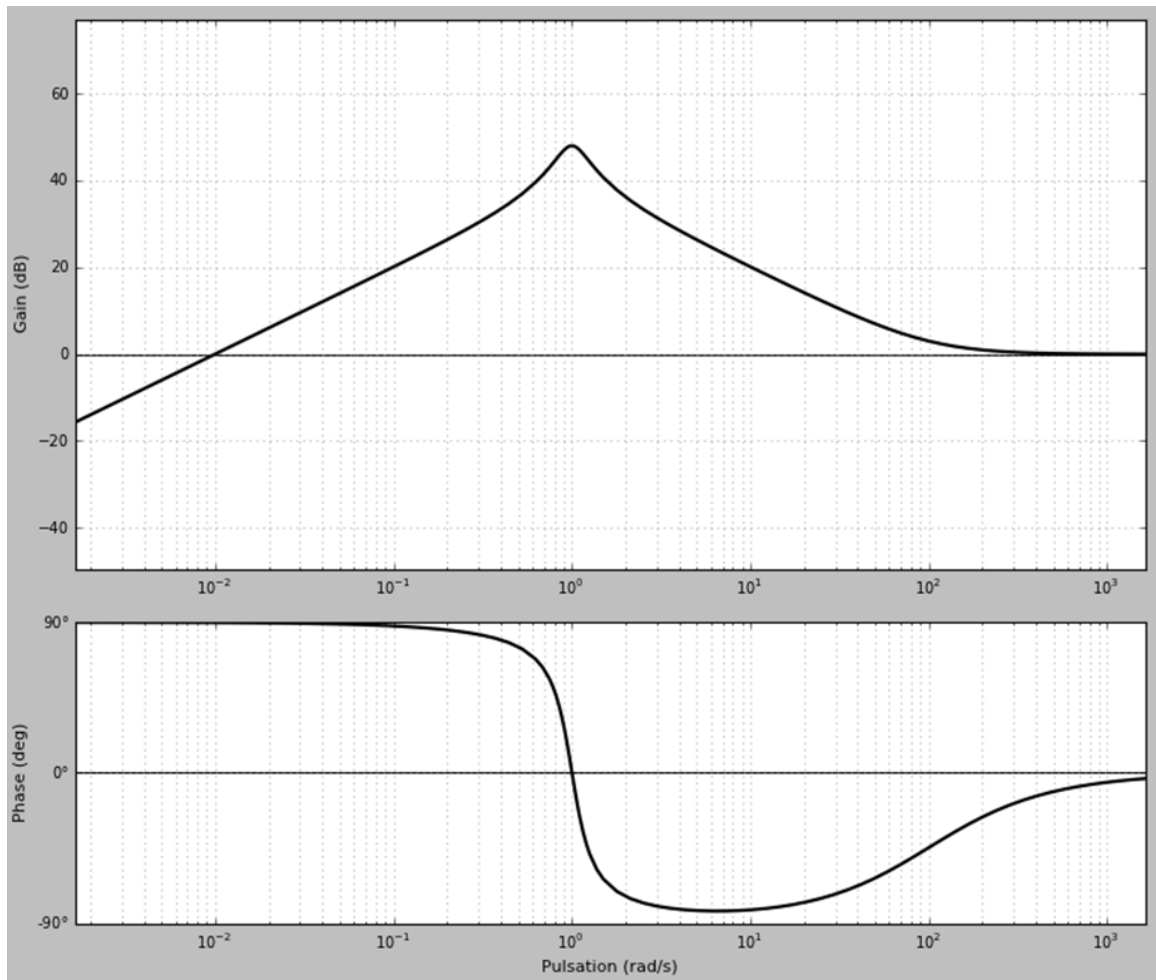
Question 3 Calculer la valeur de K de manière à obtenir une marge de phase supérieure ou égale à 45° .

Question 4 Calculer la valeur de l'écart statique en réponse à un échelon puis en réponse à une rampe.

On change le correcteur proportionnel, par un correcteur intégral de fonction de transfert $C(p) = \frac{Ki}{p}$.

Question 5 Calculer la nouvelle valeur de l'écart statique en réponse à un échelon puis en réponse à une rampe.

Question 6 Identifier la fonction de transfert à partir des diagrammes de bode.



7.7 Pour obtenir une marge de phase supérieure à 45° , il faut avoir :

$$\Delta\varphi = \pi + \varphi(\omega_{c0}) = \pi + \arg G(j\omega_{c0}) > \frac{\pi}{4}$$

soit :

$$\Delta\varphi = \pi + \arg \frac{K}{(10j\omega_{c0} + 1)^3} > \frac{\pi}{4}$$

$$\Delta\varphi = \pi - 3 \arctan 10\omega_{c0} > \frac{\pi}{4}$$

d'où :

$$\omega_{c0} < \frac{1}{10} \tan \frac{3\pi}{12} = 0,1 \text{ rad/s}$$

Calculons la valeur de K correspondant à cette pulsation de coupure à 0 dB.

On a :

$$G(\omega_{c0}) = \frac{K}{\left(\sqrt{1 + 100\omega_{c0}^2}\right)^3} = 1$$

d'où :

$$K = \left(\sqrt{1 + 100\omega_{c0}^2}\right)^3 = 2,8$$

La condition sur ω_{c0} nous imposant une limite supérieure, il en est de même pour la condition sur K .

En conclusion :

$$\Delta\varphi > 45^\circ \Rightarrow K < 2,8$$

Par ailleurs, comme :

$$t_m \approx \frac{3}{\omega_{c0}}$$

on a :

$$t_m > \frac{3}{0,1} = 30 \text{ s}$$

Le temps de montée minimal (autrement dit la meilleure rapidité possible) est donc égal à 30 s.

Calculons à présent l'erreur statique. La fonction de transfert en boucle fermée a pour expression :

$$H(p) = \frac{G(p)}{1 + G(p)} = \frac{K}{(10p + 1)^3 + K}$$

Par définition, l'erreur statique a pour expression :

$$\varepsilon_p = \lim_{p \rightarrow 0} [1 - H(p)] = 1 - \frac{K}{1 + K} = \frac{1}{1 + K}$$

On a donc :

$$K < 2,8 \Rightarrow \varepsilon_p > \frac{1}{1 + 2,8} = 0,26$$

L'erreur statique est donc obligatoirement supérieure à 26 % si on souhaite avoir une marge de phase supérieure à 45° .

