l'Ingénieur

# Modéliser les systèmes asservis dans le but de prévoir leur comportement

Chapitre 2 – Rapidité des systèmes

TD 02



#### Système de distribution

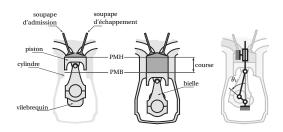
**Editions Vuibert** 

#### Savoirs et compétences :

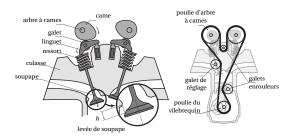
Le schéma-blocs du système est mis en place. Le modèle est alors affiné pour présenter un comportement plus proche du réel. Les grandeurs caractérisant les performances du modèle sont alors déterminées et les résultats sont comparés aux exigences du cahier des charges.

#### Analyser le moteur et son système de distribution – Pour information

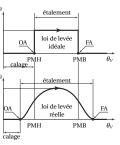
La figure suivante présente le moteur dans les deux positions extrêmes du piston, appelées point mort haut (PMH) et point mort bas (PMB). Le mouvement du piston dans sa chambre de combustion (ou cylindre) est transmis sous forme de rotation à l'arbre moteur (ou vilebrequin, angle de rotation  $\theta_V$ ) par l'intermédiaire d'une bielle. Le système de distribution simplifié comporte une soupape d'admission et une soupape d'échappement qui permettent respectivement d'assurer le remplissage du cylindre en mélange carburé puis l'évacuation des gaz après combustion.

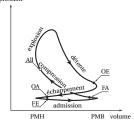


Le **système de distribution** pilote l'évolution de la section de passage du mélange carburé en définissant la levée de la soupape « h » en fonction de l'angle de rotation du vilebrequin  $\theta_V$ . Dans un système de distribution classique une came vient actionner un linguet par l'intermédiaire d'un galet, ce qui permet le déplacement de la soupape. La synchronisation de la rotation du vilebrequin et des arbres à cames est assurée par un système de type poulie-courroie.



Pour la soupape d'admission la loi de levée idéale est définie figure suivante, avec des instants d'ouverture et de fermeture qui correspondent aux positions extrêmes (PMH ou PMB) du piston.





(a) Loi de levée de la soupape d'admission

(b) Cycle du moteur quatre temps

La prise en compte de l'inertie des gaz, de leurs temps d'inflammation, des échanges thermiques ont contraint à mettre en place une loi de levée réelle qui diffère sensiblement de la loi idéale. L'ouverture de la soupape est en avance par rapport à sa position théorique et la fermeture en retard. Le terme « étalement » de la loi de levée désigne la plage durant laquelle la soupape est ouverte tandis que le terme « calage » désigne la position de cette zone par rapport à l'angle de rotation du vilebrequin.

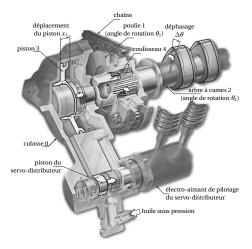
On peut se contenter d'introduire un déphasage constant entre l'arbre à cames et le vilebrequin. Ce calage « moyen » permet d'obtenir des performances et une consommation honorables, mais la course à la performance a amené les constructeurs à se tourner vers des systèmes de distribution à calage variable, c'est-à-dire susceptibles d'optimiser en permanence le calage en fonction du régime moteur et des autres paramètres influents.

La figure ci-après illustre le fonctionnement du système de déphasage pour un des deux arbres à cames du moteur étudié.

Le système de distribution à calage variable est installé entre la poulie (1), entraînée par la chaîne de distribution, et l'arbre à cames (2), qui ne sont donc plus solidaires comme dans un système de distribution classique. Un système électro-hydraulique (servo-distributeur) permet de commander le déplacement  $x_3$  du piston (3) par rapport à la culasse (0), ce qui impose un déplacement longitudinal au coulisseau (4). Celui-ci est relié à la poulie (1) par des cannelures hélicoïdales et à l'arbre à cames (2) par des cannelures droites. Cette cinématique particulière permet de transformer le déplacement  $x_3$  du piston en un déphasage  $\Delta\theta$  entre l'angle  $\theta_1$  et l'angle  $\theta_2$ , représentant respectivement les positions angulaires par rapport à la culasse (0) de la poulie (1) et de l'arbre à cames (2).

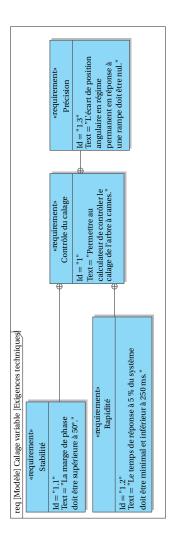
Le calculateur du véhicule détermine le calage optimal (et donc le déphasage  $\Delta\theta$  correspondant) en fonction du régime du moteur et des autres paramètres influents. L'électro-aimant du servo-distributeur est alors actionné par un courant électrique de commande, généré par une électronique de contrôle qui corrige le déphasage de l'arbre à cames en fonction de la consigne générée par le calculateur et des mesures des positions angulaires du vilebrequin  $\theta_V$  et de l'arbre à cames  $\theta_2$ . Ces mesures sont réalisées par deux capteurs de position angulaire (non représentés sur la photo-schéma) et les angles  $\theta_1$  et  $\theta_2$  s'en déduisent aisément.





#### Cahier des charges

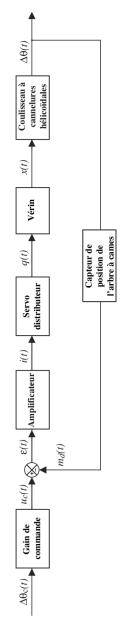
Objectif L'objectif de cette étude est de définir l'architecture du système de commande et de déterminer les valeurs numériques de certaines caractéristiques afin d'obtenir un asservissement en poursuite du déphasage compatible avec le cahier des charges.



### Modéliser le contrôle du système de déphasage

On rappelle que l'actionneur utilisé pour réaliser le déphasage  $\Delta\theta$  de l'arbre à cames est un vérin hydraulique double-effet piloté par un servo-distributeur. La consigne de déphasage  $\Delta\theta_c$  à obtenir est calculée à partir de diverses informations provenant de capteurs de position angulaire implantés sur le vilebrequin (mesure de  $\theta_V$ ) et sur l'arbre à cames (mesure de  $\theta_2$ ), de capteurs thermiques implantés à différents endroits dans le moteur et du capteur d'enfoncement de la pédale d'accélération.

Afin de simplifier la suite de l'étude, on supposera que la position angulaire du vilebrequin  $\theta_{\nu}(t)$  est nulle, ce qui revient à étudier directement le déphasage de l'arbre à cames. Le schéma-blocs simplifié est donné ci-dessous.



On considère que les capteurs de mesure des positions angulaires  $\theta_{\nu}(t)$  du vilebrequin et  $\theta_{2}(t)$  de l'arbre



à cames sont assimilables à des gains purs de même valeur C. Le gain de commande est identique au gain du capteur mesurant la position angulaire de l'arbre à cames. Le gain de l'amplificateur est supposé unitaire. Le gain associé au coulisseau à cannelures hélicoïdales est noté  $K_c$ . Le servo-distributeur est modélisé par un gain pur noté  $K_e$ . On considérera les valeurs numériques suivantes : C = 10 V/rad,  $K_e = 6.4 \times 10^{-5} \, \text{m}^3 \, \text{s}^{-1} \, \text{A}^{-1}$  et  $K_c = 18 \, \text{rad/m}$ .

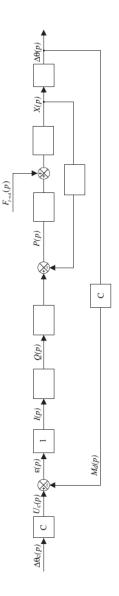
#### Analyser le comportement dynamique en prenant en compte la compressibilité du fluide

Pour analyser l'influence de la compressibilité du fluide et les fuites dans la partie hydraulique sur le comportement dynamique global du système, il est nécessaire de prendre en compte l'effort résistant exercé par le coulisseau à cannelures hélicoïdales sur le piston du vérin. Cette grandeur physique correspond à une perturbation.

Dans un premier temps, les fuites ne sont pas introduites dans la modélisation. On admet alors que les équations simplifiées traduisant le comportement du vérin en prenant en compte la compressibilité du fluide sont :

- **pour l'aspect hydraulique**,  $q(t) = S\dot{x}(t) + \frac{V}{B}\dot{p}(t)$  où V est le volume moyen de la chambre du vérin (48 cm³), S est la surface utile du piston (9.6 cm²), B est le coefficient de compressibilité de l'huile, de valeur  $1500 \times 10^6$  Pa, x(t) le déplacement axial du piston du vérin, q(t) le débit à l'entrée du vérin et p(t) est la pression utile dans le vérin;
- pour l'aspect dynamique,  $M\ddot{x}(t) = Sp(t) + F_{1\rightarrow 4}(t)$  où M est la masse des parties mobiles en translation, de valeur 0.5 kg et  $F_{1\rightarrow 4}(t)$  est la force exercée par la poulie sur le coulisseau.

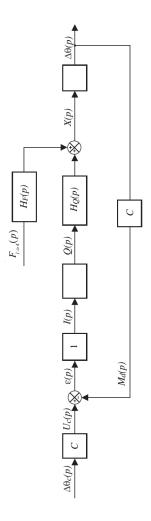
**Question** 1 Après avoir appliqué la transformée de Laplace aux différentes équations, compléter le schéma-blocs. la compressibblocs ci-après.



**Question 2** Déterminer les fonctions de transfert  $H_Q(p)$  et  $H_F(p)$  qui relient Q(p) et  $F_{1\rightarrow 4}(p)$  à X(p) par la relation  $X(p) = H_Q(p).Q(p) + H_F(p).F_{1\rightarrow 4}(p)$ , en prenant soin de mettre ces deux fonctions sous forme canonique afin d'en dégager les caractéristiques qu'on mettra en évidence, d'abord sous forme littérale puis sous forme numérique.

Le modèle du système simplifié prenant en compte la compressibilité du fluide peut se ramener au schémablocs ci-après.





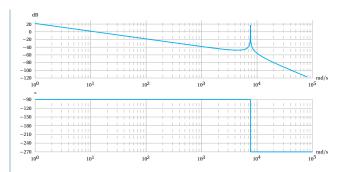
**Question 3** On calcule les racines du polynôme caractéristique de la fonction de transfert en boucle fermée du système d'entrée  $\Delta\theta_c$  (1,667·10<sup>-11</sup> $p^3$ +9,6·10<sup>-4</sup>p+1,15·10<sup>-2</sup> = 0). Deux des racines sont à parties réelles positives. Conclure quant à la pertinence du modèle vis-à-vis de l'asservissement souhaité.

# Déterminer l'influence des fuites hydrauliques

Il existe plusieurs façons de rendre le système stable. Il est possible, en particulier, d'introduire artificiellement un débit de fuite au niveau du vérin, débit supérieur aux débits de fuites internes qui sont insuffisants pour stabiliser le comportement dynamique du système. L'introduction de ce débit de fuite dans les équations traduisant le comportement du vérin conduit à la présence d'un coefficient d'amortissement  $\xi_Q$  dans la fonction de transfert  $H_Q(\mathbf{p})$ . On a alors :

$$H_Q(p) = \frac{1}{a_1 p} \frac{1}{1 + \frac{2\xi_Q}{\omega_Q} p + \frac{p^2}{\omega_Q^2}}$$
 avec  $a_1 = 9.6 \, 10^{-4} \, \text{m}^2$  et  $\omega_Q = 7589 \, \text{rad s}^{-1}$ .

En prenant  $\xi_Q = 0.001$ , on obtient le diagramme de Bode donné ci-dessous pour la Fonction de Transfert en Boucle Ouverte  $H_{BO1}(p)$ , telle que  $M_d(p) = H_{BO1}(p)U_c(p)$ .



**Question** 4 À partir du diagramme de Bode précédent, déterminer les valeurs de la marge de phase. Conclure par rapport au cahier des charges et sur l'intérêt d'introduire des fuites.

# Optimiser le comportement du système

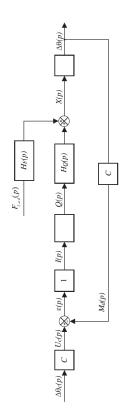
Pour toutes les phases d'accélération et de décélération du véhicule, le régime moteur n'est pas constant. Le système doit donc en permanence ajuster la valeur du déphasage. Il est alors nécessaire d'étudier la réponse du système asservi à une rampe unitaire.

**Question** 5 À partir du modèle précédent, préciser le mode dominant de la FTBO  $H_{BO2}(p)$  telle que  $M_d(p) = H_{BO2}(p)U_c(p)$ . Déterminer la bande passante de cette modélisation.

**Question** 6 Déterminer l'erreur statique en réponse à une rampe du système. Quelle doit être la classe du système en boucle ouverte pour annuler cet écart (ici la perturbation est négligée)?

**Question** 7 On modifie le schéma-blocs comme sur la figure suivante, quelle serait l'influence d'une perturbation en échelon sur la précision du système?





## Retour sur le cahier des charges

On donne les diagrammes asymptotiques de Bode de la fonction de transfert en boucle ouverte corrigée avec

un correcteur à avance de phase et la réponse du modèle final en boucle fermée à un signal de consigne linéaire par morceaux.

**Question 8** *Synthétiser la démarche d'étude et les résultats obtenus vis-à-vis du CDCF.* 

