Modéliser les systèmes asservis dans le but de prévoir leur comportement

Chapitre 2 – Rapidité des systèmes

Sciences Industrielles de

l'Ingénieur

Colle 02

Robot MIR: Machine d'inspection des réacteurs rapides

D'après concours E3A MP - 2012

Savoirs et compétences :

Mise en situation

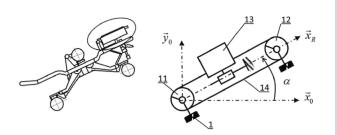
Le robot MIR développé pour la vérification des cuves de Superphenix doit être adapté pour le contrôle d'une nouvelle génération de réacteurs à neutrons rapides.

L'objectif du robot MIR est de :

- · assurer le contrôle surfacique télévisuel des soudures des deux cuves et des zones adjacentes;
- assurer le contrôle volumique par ultrasons des soudures de la cuve principale et des zones adjacentes. Une possibilité était offerte d'effectuer ce contrôle sur la cuve de sécurité:
- mesurer en permanence la distance entre les deux

Étude de la fonction Ft12 : Déplacer le transducteur à vitesse constante

Objectif Qualifier la précision statique du système et définir les améliorations à apporter.



L'objectif de cette partie est de dimensionner le correcteur nécessaire au respect d'un écart statique nul, et ceci malgré le caractère variable de l'angle α .

Le transducteur est en liaison glissière de direction $\overrightarrow{x_r}$, avec le corps 1 du robot MIR. La chaîne d'énergie est composée entre autre, d'un actionneur rotatif qui exerce un couple c(t) sur le pignon 11, qui est en liaison pivot, supposée parfaite, avec le robot MIR. Un système poulies (11 et 12) et courroie crantée 14 impose le mouvement de translation au transducteur 13.

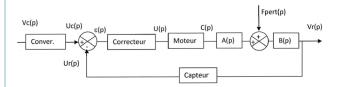
Le comportement dynamique du système est régit par l'équation suivante :

$$M_{eq} \frac{\mathrm{d} v_r(t)}{\mathrm{d} t} = \delta c(t) + \beta v_r(t) + \gamma g u(t)$$

avec u(t) échelon unitaire.

On cherche à garantir une vitesse de translation du transducteur 13 égale à la valeur de consigne indépendamment de l'angle α .

Pour cela, on réalise le système bouclé suivant :

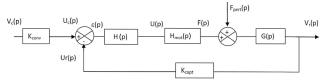


1 En supposant des conditions initiales nulles, exprimer les fonctions de transfert A(p) et B(p) en fonction entre autres de δ , β et M_{eq} .

Le capteur est modélisé par un gain pur de valeur K_{capt} .

Question 2 En supposant une perturbation nulle, quelle doit être la valeur du gain K_{conv} du convertisseur modélisé par un gain pur, afin que l'écart $\varepsilon(t)$ soit nul quand la valeur de la vitesse réelle $v_r(t)$ est égale à la valeur de la consigne $v_c(t)$.

On adopte pour la suite la modélisation suivante :



Avec
$$H_{\text{mot}}(p) = \frac{K_m}{1 + \tau_m p}$$
, $G(p) = \frac{K}{1 + \tau p}$ et $H(p) = K_{\text{cor}}$ fonction de transfert du correcteur.

Question 3 Exprimer les deux fonctions de transfert :
$$H_1(p) = \left(\frac{V_r(p)}{V_c(p)}\right)_{F_{pert}(p)=0}$$
 et $H_2(p) = \left(\frac{V_r(p)}{F_{pert}(p)}\right)_{V_c(p)=0}$ en

fonction des gains K_{conv} , K_{cor} , et K_{capt} ainsi que des fonctions de transfert $H_{mot}(p)$ et G(p).

Question 4 En supposant que $K_{cor} = 1$ et en indiquant les valeurs remarquables, tracer les diagrammes asymptotiques dans le plan de Bode de la fonction de transfert en



boucle ouverte $\frac{U_r(p)}{\varepsilon(p)}$ en utilisant les valeurs numériques suivantes : $K_m = 0.1 \, \mathrm{N \, V^{-1}}$, $\tau_m = 0.01 \, \mathrm{s}$, $K_{\mathrm{capt}} = 50 \, \mathrm{V \, s \, m^{-1}}$, $K = 200 \, \mathrm{m \, s^{-1} \, N^{-1}}$, $\tau = 1 \, \mathrm{s}$.

Question 5 Déterminer le gain en décibel de la fonction de transfert en boucle ouverte (courbe réelle) pour la pulsation de 100 rad s^{-1} .

On formule l'hypothèse simplificatrice suivante : la phase de la fonction de transfert en boucle ouverte pour une pulsation de 100 rad/s est de -135° .

Question 6 On souhaite une marge de gain 12 dB et un marge de phase de 45°, en utilisant le résultat de la question précédente, déterminer la valeur numérique correspondante de K_{cor} . Commenter la valeur de la marge de gain obtenue?

Question 7 On impose une vitesse constante en entrée de valeur v_0 ($v_c(t) = v_0.u(t)$) avec u(t) fonction échelon unitaire de Heaviside. Exprimer l'écart statique en régime permanent en tenant compte de la perturbation (en fonction de l'angle α , de la valeur de K_{cor} et des données).

On souhaite obtenir une vitesse de translation indépendante de l'inclinaison. Pour toute la suite du sujet, on installe un correcteur intégral du type $\frac{K_c}{p}$, placé au début de la chaîne d'action.

Question 8 On impose de nouveau une vitesse constante en entrée de valeur v_0 ($v_c(t) = v_0.u(t)$); exprimer l'expression du nouvel écart statique en régime permanent (en fonction de l'angle α et des données). Pouvait-on prévoir ce résultat?



Q22

Dans le domaine de Laplace :

$$\begin{split} M_{equ}pV_r(p) &= \delta C(p) + \beta V_r(p) + \frac{\gamma g}{p} \\ V_r(p) &= \frac{\delta C(p)}{-\beta + M_{equ}p} + \frac{1}{(-\beta + M_{equ}p)} \frac{\gamma g}{p} = \frac{-\frac{1}{r_p}C(p)}{\mu + M_{equ}p} + \frac{1}{\mu + M_{equ}p} \frac{-m_t sin\alpha g}{p} \\ A(p) &= \delta = -\frac{1}{r_p} \\ B(p) &= \frac{1}{-\beta + M_{equ}p} = \frac{1}{\mu + M_{equ}p} \end{split}$$

<u>Q23</u>

 $K_{conv} = K_{capt}$

$$H_{1}(p) = \frac{K_{conv}H(p)H_{mot}(p)G(p)}{1 + K_{capt}H(p)H_{mot}(p)G(p)}$$

$$H_{1}(p) = \frac{K_{conv}K_{cor}K_{m}K}{(1 + \tau_{m}p)(1 + \tau p) + K_{capt}K_{cor}K_{m}K}$$

$$H_{2}(p) = \frac{G(p)}{1 + K_{capt}H(p)H_{mot}(p)G(p)}$$

$$H_{2}(p) = \frac{K(1 + \tau p)}{(1 + \tau_{m}p)(1 + \tau p) + K_{capt}K_{cor}K_{m}K}$$

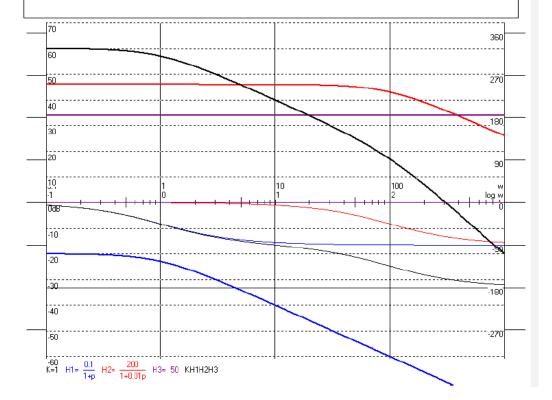


Q25

H(p)= K_{cor}

 $\frac{\textit{U}_{\textit{r}}(\textit{p})}{\textit{\varepsilon}(\textit{p})} = \frac{\textit{K}_{\textit{cor}}\textit{K}_{\textit{m}}\textit{KK}_{\textit{capt}}}{(1+\tau_{\textit{m}}.\textit{p})(1+\tau.\textit{p})} \text{ produit de 2 FT du premier ordre : pentes 0dB/decade, -20dB/decade à partir de 1 rd/s, -40dB/decade à partir de 100 rd/s}$

$$\frac{U_r(p)}{\varepsilon(p)} = \frac{1000}{(1+p)(1+0.01p)}$$



Q26

100rd/s est la 2^{ème} cassure.

Chute de 40db par rapport au gain statique : gain₁₀=60-40=20db

La valeur de la courbe réelle pour cette pulsation est 3dB en dessous de l'asymptote d'où un gain =+17dB

 ϕ_{100} =-135°

Q27

La marge de phase de 45° correspond à ω = 100rd/s (1/ τ_m)

Le gain vaut +17db. Il faut donc le baisser de 17 db pour avoir un gain nul pour cette pulsation.

Ce qui fait Kcor=10^{-17/20}=0.1414

La marge de gain est infinie car la phase n'atteint jamais les -180°.



Q28

$$\begin{split} H_1(0) &= \frac{K_{conv}K_{cor}K_mK}{1 + K_{capt}K_{cor}K_mK} \\ H_2(0) &= \frac{K}{1 + K_{capt}K_{cor}K_mK} \end{split}$$

$$v_r = \frac{K_{conv}K_{cor}K_mK}{1 + K_{capt}K_{cor}K_mK}v_0 - \frac{Km_tsin\alpha g}{1 + K_{capt}K_{cor}K_mK}$$

écart statique : Kconv. Vo - Kcapt. Vr

Q29

$$H_1(p) = \frac{K_{conv}H(p)H_{mot}(p)G(p)}{1 + K_{capt}H(p)H_{mot}(p)G(p)} \label{eq:hamiltonian}$$

$$H_1(p) = \frac{K_{conv}H(p)K_mK}{(1+\tau_mp)(1+\tau p) + K_{capt}H(p)K_mK}$$

$$H_1(p) = \frac{K_{conv}K_cK_mK}{p(1+\tau_mp)(1+\tau p) + K_{capt}K_cK_mK}$$

 $H_1(p)=1$

$$H_2(p) = \frac{G(p)}{1 + K_{capt}H(p)H_{mot}(p)G(p)}$$

$$H_2(p) = \frac{pK(1+\tau p)}{p(1+\tau_m p)(1+\tau p) + K_{capt}K_cK_mK}$$

 $H_2(0)=0$

Le gain statique vaut 1, l'erreur statique est nulle.

C'était prévisible grâce à l'intégrateur dans la chaîne directe, placé en amont du point d'entrée de la perturbation.