Modéliser les systèmes asservis dans le but de prévoir leur comportement

Synthèse - Prédiction du comportement des systèmes

TD Synthèse



Banc d'épreuve hdyraulique

CCP - PSI - 2010

Savoirs et compétences :

Présentation

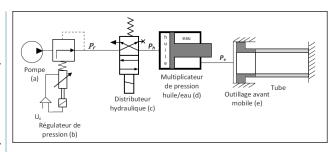
Vallourec & Mannesmann Tubes (V&M Tubes), entreprise du groupe Vallourec, est le leader mondial dans la production de tubes en acier sans soudure laminés à chaud. L'entreprise exploite des tuberies équipées des installations les plus modernes : quatre en France, quatre en Allemagne, trois aux USA et au Brésil et une ligne de finition en Chine. Les tubes sans soudure en acier produits par V&M Tubes couvrent une très large gamme tant sur le plan dimensionnel que dans la nature des matériaux. Le site de V&M Tubes situé à Aulnoye-Aymeries, qui produit des tubes de 114 mm à 508 mm de diamètre pour des longueurs variant de 4,40 à 14,20 m possède un banc spécifique de test de pression hydraulique pour valider la qualité des produits finis exigée par certains clients. C'est le fonctionnement de ce banc conçu par M&T Tubes qui fait l'objet de cette étude.

Afin de valider la caractéristique de tenue en pression des tubes, ceux-ci sont soumis à une pression hydraulique donnée durant un temps spécifié. Ces paramètres dépendent de la taille des tubes et de leur future utilisation.

Analyse de la fonction technique « mettre le tube sous pression »

La finalité de la mise sous pression est de vérifier la résistance du tube pour une pression maximale imposée par le client. Le cahier des charges impose un écart statique en pression inférieur à 5% et aucun dépassement. Les objectifs de cette partie sont de modéliser le système de mise sous pression afin de vérifier le respect de ce cahier des charges et au besoin de proposer des modifications de la commande pour pallier les écarts observés.

Un schéma hydraulique simplifié est donné figure suivante:



- Le fluide injecté dans le tube est de l'eau sous pres-
- Dans un premier temps, l'opérateur règle la tension consigne Uc de mise sous pression par l'intermédiaire d'un potentiomètre (non représenté), une plage de tension de 0 à 2.5 V correspondant à une consigne de pression d'eau comprise entre 0 et 1000 bars.
- La pompe (a) fournit de l'huile dont la pression est réglée par un régulateur de pression (b) piloté par cette tension consigne U_c .
- Un distributeur hydraulique (c) pilote la montée d'un multiplicateur de pression huile/eau (d); Ph désigne la pression d'huile en entrée et P_e la pression d'eau en sortie.
- L'eau est injectée par l'outillage avant (e) dans le tube. Sa pression est mesurée par un capteur de pression de gain $K_{cap} = 2.5 \cdot 10^{-3} \text{V/bars}$ (non représenté).

Mise en place du modèle

1

On supposera donc que la pression en sortie du régulateur est constante, égale à P_r .

Le distributeur hydraulique fournit un débit d'huile défini par l'équation : $Q_h(t) = K_r \cdot \sqrt{P_r(t) - P_h(t)}$, avec K_r constante en m³.Pa^{-1/2}, avec :

- $P_r(t)$: pression en entrée du distributeur (sortie du régulateur);
- $P_h(t)$: pression en sortie du distributeur.

Le multiplicateur, représenté ci-dessous, se compose d'un piston, de masse M, en translation par rapport au bâti, séparant les chambres C_e et C_h comportant respectivement de l'eau et de l'huile sous pression. On note :

• $Q_e(t)$: le débit volumique d'eau en sortie du multiplicateur;

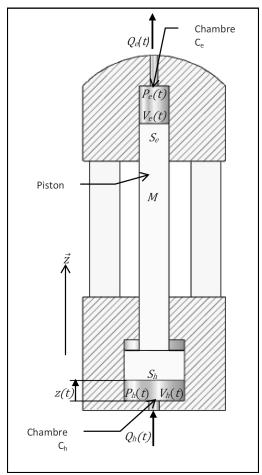


- $Q_h(t)$: le débit volumique d'huile en entrée du multiplicateur;
- $P_e(t)$: la pression d'eau dans C_e ;
- $P_h(t)$: la pression d'huile dans C_h ;
- z(t): la position du piston;
- $V_e(t)$: le volume de C_e ;
- $V_h(t)$: le volume de C_h ;
- g: l'accélération de pesanteur;
- \overrightarrow{z} : le vecteur vertical unitaire ascendant.

Les équations du débit sont :

$$Q_e(t) = S_e \frac{\mathrm{d}z(t)}{\mathrm{d}t} - \frac{V_{e0}}{B_e} \frac{\mathrm{d}P_e(t)}{\mathrm{d}t}$$

$$Q_h(t) = S_h \frac{\mathrm{d}z(t)}{\mathrm{d}t} + \frac{V_{h0}}{B_h} \frac{\mathrm{d}P_h(t)}{\mathrm{d}t}$$



Données numériques :

- S_e : section du piston dans la chambre $C_e = 397.610^{-4} \text{m}^2$;
- S_h : section du piston dans la chambre $C_h = 1288.25 \, 10^{-4} \text{m}^2$;
- B_e : module de compressibilité de l'eau = 2.109 Pa;
- B_h : module de compressibilité de l'huile = 109 Pa;
- M: masse du piston = 668 kg;
- f: coefficient de frottement visqueux = 10^6 N/m/s;
- V_{e0} : volume initial de la chambre $C_e = 1, 2.10^{-2} \,\mathrm{m}^3$;
- V_{h0} : volume initial de la chambre $C_h = 3,8.10^{-2} \,\mathrm{m}^3$. En appliquant le théorème de la résultante dynamique

 $M\ddot{z}(t) = S_h p_h(t) - S_e p_e(t) - Mg - f \dot{z}(t).$

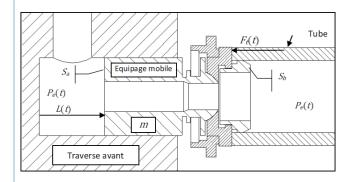
selon \overrightarrow{z} sur le piston du multiplicateur, on a :

Question 1 Déduire de la relation précédente l'équation reliant Z(p), $P_e(p)$, $P_h(p)$, et Poids(p) = Mg/p, transformées de Laplace de z(t), $P_e(t)$, $P_h(t)$ et du poids perçu comme une perturbation. Les conditions initiales sont supposées nulles.

Modélisation du chariot avant

Le chariot avant comporte :

- la traverse, mise en position par un vérin hydraulique avant la mise sous pression du tube. Durant toute la durée de l'épreuve, on supposera que la traverse est immobile par rapport au bâti;
- un équipage mobile sur lequel est monté l'outillage, en translation rectiligne par rapport à la traverse.



On note:

- *L*(*t*) la position de l'équipage mobile repérée par rapport à sa position initiale;
- $V_t(t)$ le volume du tube;
- $F_t(t)$ l'effort du tube sur l'équipage mobile, avec $F_t(t) = -r L(t)$.

On néglige les variations de volume du tube dues à ses déformations. L'équation du débit s'écrit alors :

$$Q_e(t) = (S_a - S_b) \cdot \frac{\mathrm{d}L(t)}{\mathrm{d}t} + \frac{V_t}{B_e} \frac{\mathrm{d}P_e(t)}{\mathrm{d}t}.$$

Données numériques :

2

- S_a et S_b : sections de l'équipage mobile côté tube et côté opposé au tube, $S_a S_b = 1.88 \, 10^{-3} \, \text{m}^2$;
- m: masse de l'ensemble mobile = 25 kg;
- f': coefficient de frottement visqueux = 10 N/(m/s);
- V_t : le volume du tube = 1.34 m³;
- r: le tube est assimilé à un ressort de raideur = $5 \cdot 10^8 \text{ N/m}$.

L'équation du mouvement de l'équipage mobile est donnée par :

$$m\ddot{L}(t) = -rL(t) + (S_a - S_b)p_e(t) - f'\dot{L}(t).$$

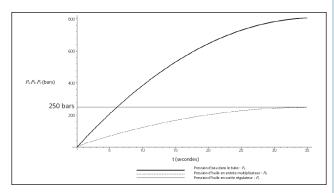
Question 2 En déduire, en tenant compte de l'équation du débit, deux équations liant L(p), $P_e(p)$ et $Q_e(p)$, transformées de Laplace de L(t), $P_e(t)$ et $Q_e(t)$.

Les conditions initiales sont supposées nulles.



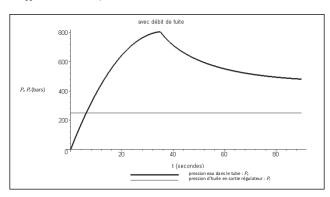
Question 3 Sur le document réponse, compléter le schéma bloc de l'ensemble (sans le distributeur hydraulique), l'entrée étant la pression d'huile régulée $P_r(p)$ et la sortie la pression d'épreuve dans le tube $P_e(p)$.

La figure suivante représente la réponse de l'ensemble de mise sous pression pour un échelon de 250 bars : P_r est la pression d'huile en sortie du régulateur, P_h la pression d'huile dans le distributeur et P_e la pression d'eau dans le tube.



Question 4 À partir de ces réponses temporelles, proposer une expression numérique des fonctions de transfert $P_h(p)/P_r(p)$, $P_e(p)/P_r(p)$. Justifier vos valeurs numériques.

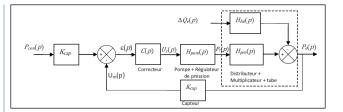
De nombreuses fuites au niveau de l'outillage avant influent sur la réponse. À cause de ces fuites, le débit d'eau en entrée du tube est $Q_e'(t) = Q_e(t) - \Delta Q_e$, ΔQ_e étant le débit de fuite, supposé constant. La suivante représente la réponse de l'ensemble de mise sous pression à un échelon de 250 bars avec fuite d'eau à partir de 35 s. Le débit de fuite est supposé pour cette étude, égal à $\Delta Q_e = 2\,10^{-3}\,\mathrm{m}^3/\mathrm{s}$.



Question 5 À partir de ces réponses temporelles, proposer une expression numérique de la fonction de transfert en régulation $\frac{P_e(p)}{\Delta Q_e(p)}$.

Mise en place d'un asservissement de pression.

Pour limiter l'erreur statique due aux fuites, on envisage d'asservir la pression d'eau dans le tube. L'objectif est ici de proposer un réglage du correcteur pour répondre aux critères du cahier des charges. La pression d'eau à l'intérieur du tube est mesurée par un capteur de pression. Le schéma-blocs de l'asservissement est défini ci-dessous.



- $P_{con}(p)$: pression de consigne d'eau dans le tube (Pa);
- $P_e(p)$: pression d'eau dans le tube (Pa);
- *U_c(p)*: tension de commande du régulateur de pression (V);
- $P_r(p)$: pression d'huile régulée (Pa);
- $\Delta Q_e(p)$: débit de fuite (m³/s);
- $U_m(p)$: tension de mesure du capteur (V).

Hypothèses:

• quels que soient les résultats précédents, l'ensemble de mise sous pression {tube + distributeur + multiplicateur de pression} est défini par les transmittances suivantes : $H_{pre}(p) = \frac{K_m}{1 + T_1 p}$

et
$$H_{fui}(p) = \frac{K_f}{1 + T_1 p}$$
 avec $K_m = 3,24$; $K_f = 2.55 \cdot 10^{10} \text{Pa/(m}^3/\text{s)}$; $T_1 = 10 \text{ s}$;

- l'ensemble {pompe+régulateur de pression} est modélisé par la fonction de transfert : $H_{pom}(p) = \frac{K_{pom}}{1 + T_2 p}$ avec $K_{pom} = 1.234 \, 10^7 \, \text{Pa/V}$; $T_2 = 5 \, \text{s}$;
- le capteur est modélisé par un gain pur : $K_{cap} = 2.510^{-8} \text{ V/Pa}$.

La pression de consigne est de $P_{con}=800$ bars et les débits de fuite sont estimés à $\Delta Q_e=5\,10^{-4}{\rm m}^3/{\rm s}$.

On rappelle que le cahier des charges concernant le réglage de la pression de test est le suivant :

Stabilité :	marge de phase de 60°
	marge de gain de 12 dB
Rapidité :	temps d'établissement $t_e < 40 \mathrm{s}$
Précision :	erreur statique < 5% soit pour une
	consigne de 800 bars :
	erreur statique due à la consigne :
	ε_{con} < 5%
	erreur statique due à la perturba-
	tion ε_{pert} < 40 bars
Amortissement:	pas de dépassement

Dans le cas d'un système bouclé convenablement amorti, on pourra utiliser, sans aucune justification, la relation : $t_e \, \omega_{0\,\mathrm{dB}} = 3$ où $\omega_{0\,\mathrm{dB}}$ désigne la pulsation de coupure à $0\,\mathrm{dB}$ en boucle ouverte et t_e le temps d'établissement en boucle fermée vis-à-vis d'un échelon de consigne :

- $t_e = t_m$, temps du 1^{er} maximum si le dépassement est supérieur à 5%;
- $t_e = t_R$, temps de réponse à 5% si le dépassement est nul ou inférieur à 5%.

On envisage tout d'abord un correcteur de type proportionnel : $C(p) = K_p$.



Question 6 Déterminer, en fonction de K_p , ε_{con} définie comme l'erreur statique pour une entrée consigne P_{con} de type échelon, dans le cas où le débit de fuite est nul.

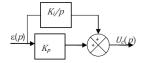
Question 7 Proposer un réglage de K_p pour limiter ε_{con} à la valeur spécifiée dans le cahier des charges.

Question 8 Dans le cas où la consigne de pression est nulle, déterminer en fonction de K_p la fonction de transfert en régulation définie par : $H_{pert}(p) = \frac{P_e(p)}{\Delta Q_e(p)}$. En déduire, en fonction de K_p , ε_{pert} définie comme l'erreur statique pour une perturbation ΔQ_e de type échelon, dans le cas où la consigne de pression est nulle.

Question 9 Proposer un réglage de K_p pour limiter ε_{pert} à la valeur spécifiée au cahier des charges.

Question 10 Proposer un réglage de K_p pour vérifier le critère d'amortissement. Á partir des résultats des questions précédentes, conclure quant au choix d'un correcteur proportionnel.

On se propose de corriger le système avec le correcteur défini sur le schéma-blocs ci-dessous :



Question 11 Déterminer la fonction de transfert C(p) de ce correcteur.

Question 12 Tracer l'allure de son diagramme de Bode en fonction des coefficients K_i et K_p .

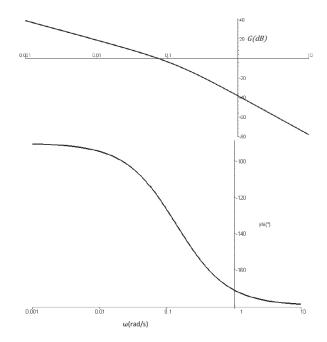
Question 13 Quelle est l'influence d'un tel correcteur sur la précision et la stabilité? Justifier.

Question 14 Quelle valeur faut-il donner à ω_{0dB} pour répondre au critère de rapidité du cahier des charges?

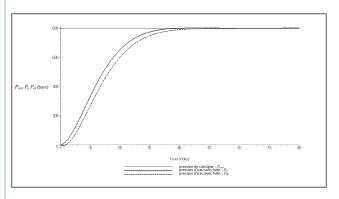
Question 15 Déterminer alors le rapport $T = K_p/K_i$ pour obtenir la marge de phase spécifiée dans le cahier des charges.

Question 16 En déduire les valeurs de K_p et de K_i qui permettent de régler rapidité et marge de phase.

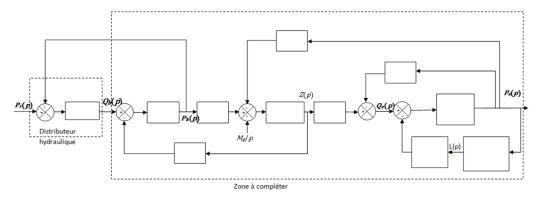
On donne les diagrammes de Bode en gain et en phase de la fonction de transfert en boucle ouverte corrigée avec le correcteur Proportionnel Intégral déterminé précédemment.



On donne ensuite sa réponse temporelle avec et sans débit de fuite pour une pression de consigne d'eau de 800 bars.



Question 17 La réponse du système est-elle satisfaisante au regard du cahier des charges? Justifier.

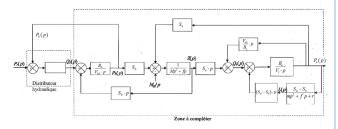




Question 2
$$Q_e(p) = (S_a - S_b) p L(p) + \frac{V_t}{B_e} p P_e(p)$$

 $m p^2 L(p) = -r L(p) + (S_a - S_b) P_e(t) - f' p L(p)$

Question 3



Question 4
$$\frac{P_h(p)}{P_r(p)} = \frac{1}{1+9.4p}$$
 et $\frac{P_h(p)}{P_r(p)} = \frac{3.2}{1+9.4p}$.

Question 5
$$\frac{P_e(p)}{\Delta Q_e(p)} = \frac{160000}{1 + 14p}$$

Question 6
$$\varepsilon_{con\%} = \frac{1}{1 + K_P + K_m + K_{pom} + K_{cap}}$$

Question 7 $K_P > 19$.

Question 8
$$\varepsilon_{pert} = \Delta Q_e \frac{K_f}{1 + K_{can} K_n K_m K_{nom}}$$

Question 9 $K_p > 2,19$

- **Question 10** $K_p < 0,125$ $\varepsilon_{con\%} < 5\% \implies K_P > 19;$ $\varepsilon_{pert} < 40 \, \text{bars} \implies K_P > 2,19;$ $\xi > 1 \implies K_p < 0,125.$

Ces trois conditions ne peuvent pas être validées simultanément avec un correcteur proportionnel.

Question 11
$$C(p) = \frac{K_i + K_p p}{p}$$
.

Question 12

Question 13 La présence d'un intégrateur dans ce correcteur, placé avant la perturbation, permet d'annuler les écarts statiques. Par contre, ce correcteur étant à retard de phase, il tend à détériorer la stabilité du système.

Question 14 $\omega_{0 dB} > 0.075 \text{ rad/s}.$

Question 15 T > 6,92.

Question 16 $K_i = 0,089 \text{ et } K_P = 0,615.$

Question 17 Bilan.