

Colle



Asservissement par traitement d'image d'une plateforme Hexapode

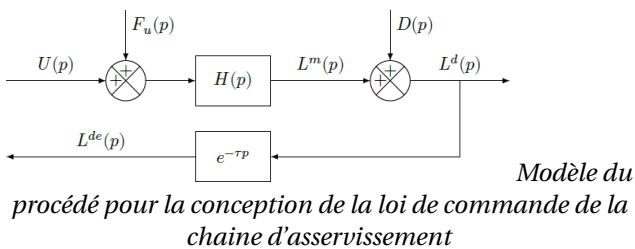
Concours Centrale Supélec PSI 2016
Savoirs et compétences :

□ ...

Mise en situation

Objectif En vue d'asservir la position de la colonne vertébrale à une position de référence, une structure de commande à partir de l'estimation de la position réelle est mise en place. Après la définition des modèles nécessaires à la synthèse des lois de commande, l'objet de cette partie est de concevoir le régulateur de cette architecture de commande.

Pour la synthèse des régulateurs de la boucle externe, on adopte le modèle du procédé représenté par le schéma-blocs de la figure suivante.

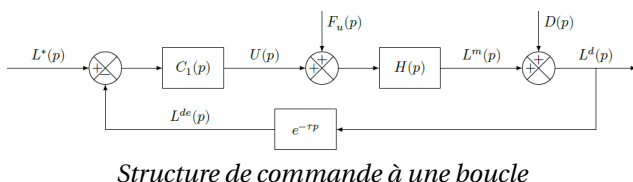


La chaîne de motorisation est modélisée par la fonction de transfert $H(p) = \frac{L_m(p)}{U(p)} = \frac{0,5}{p(1 + 0,01p)}$, la chaîne d'acquisition et le système de traitement d'images sont modélisés en temps continu comme un retard pur $\tau = 0,04s$. Pour la chaîne d'asservissement, le cahier des charges partiel suivant, caractérisé par une pulsation de coupure en boucle ouverte et une marge de phase fixées a priori, est rappelé :

- pulsation de coupure ω_c à 0 dB en boucle ouverte $\omega_c = 60 \text{ rad s}^{-1}$;
- marge de phase $\Delta\varphi \geq 45^\circ$.

Analyse d'une structure mono-boucle

Une solution simple est d'envisager, dans un premier temps, une structure de commande réalisée directement à partir de l'estimation $L^{de}(t)$ de la position réelle de l'axe considéré. Cette structure, dont le correcteur est noté $C_1(p)$ et la consigne $L^*(p)$, est représentée par le schéma de la figure suivante.



En raison de la présence de bruits de mesure (signaux non représentés sur les schémas fournis), il n'est pas souhaitable d'introduire d'action dérivée dans le régulateur de cette boucle. Seuls des correcteurs de type proportionnel intégral seront envisagés.

Question 1 La figure en toute fin de document montre le diagramme de Bode de la fonction $H(p)$. Tracer directement sur cette figure le diagramme de Bode (tracés réels des module et phase) de la fonction de transfert en boucle ouverte non corrigée (soit en prenant $C_1(p) = 1$).

Question 2 Au regard des tracés de la question précédente et des performances souhaitées par le cahier des charges :

- compte tenu de la pulsation de coupure et de la marge de phase souhaitées, déterminer les deux contraintes (sur le module et l'argument) que le correcteur $C_1(j\omega)$ doit vérifier pour les deux cas : procédé sans retard pur et procédé avec la présence du retard pur τ ;
- en argumentant la réponse à l'aide du tracé des allures des diagrammes de Bode (directement sur la copie) d'un correcteur de type proportionnel intégral $C_1(p) = K_1 \left(1 + \frac{1}{T_{i1}p} \right)$, justifier qu'un correcteur de ce type :
 - ne permet pas d'atteindre les performances exigées en présence du retard de mesure ;
 - peut être toutefois envisagé en absence du retard dans la chaîne de mesure.

Structure de commande adaptée à un système avec retard

Pour remédier au problème mis en évidence à la question précédente, il est envisagé d'utiliser une structure de commande adaptée aux systèmes comportant des retards. La figure suivante montre deux structures de commande correspondant d'une part au schéma réel (a) représentant la réalisation de la commande ($X(p)$ est la transformée de Laplace d'une grandeur $x(t)$ interne au régulateur), d'autre part un schéma fictif (b).

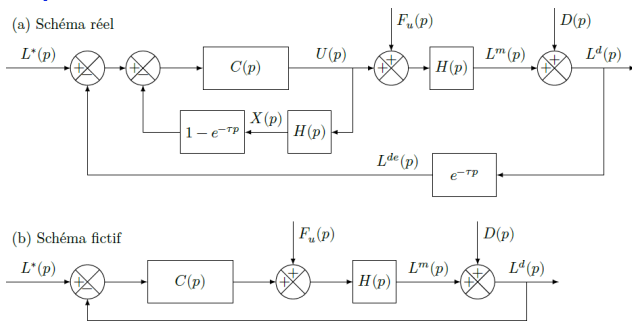


Figure 3 – Structure de commande adaptée aux systèmes à retard

Question 3 En utilisant le schéma fictif (b) et le diagramme de Bode de la figure B du document réponse, déterminer le correcteur de type proportionnel intégral $C(p) = K \left(1 + \frac{1}{T_i p} \right)$ permettant d'assurer les performances exprimées par le cahier des charges partiel. Pour concevoir ce régulateur, la démarche suivante pourra être suivie :

- déterminer la condition en phase, soit $\arg(C(j\omega))$, que doit vérifier le correcteur au regard de la marge de phase souhaitée. En déduire alors la valeur numérique du temps d'action intégrale T_i ;
- pour la valeur de T_i obtenue, déterminer alors la valeur du gain K permettant d'assurer le cahier des charges partiel.

Question 4 Pour une consigne nulle $L^*(t)$, une perturbation en sortie nulle $d(t) = 0$ et un échelon de perturbation en entrée $f_u(t) = F_0 h(t)$ où $h(t)$ est l'échelon d'Heaviside :

- déterminer la valeur en régime permanent de la grandeur de commande $\lim_{t \rightarrow \infty} u(t)$ (ce calcul sera effectué en utilisant la structure de la figure 3(a)) ;
- compte tenu de la forme de $H(p)$, en déduire alors le comportement de la grandeur $x(t)$ lorsque t tend vers l'infini ;
- au regard de ce comportement, discuter alors des performances de cette structure de commande et conclure quant à sa pertinence sur l'asservissement de l'Hexapode.

Analyse d'une structure de commande à deux boucles

Pour remédier au problème mis en évidence à la question précédente, il est envisagé une structure à deux boucles définies ainsi :

- une boucle interne réalisée à partir de la mesure de la position non déformée de l'axe $L^m(t)$ permet d'asservir cette grandeur à une consigne de référence $L^{m*}(t)$. Le calcul du correcteur de la boucle interne est hors du cadre de cette étude, et on note $T(p) = \frac{L^m(p)}{L^{m*}(p)}$ la fonction de transfert en boucle fermée de la boucle interne ;
- la boucle externe, réalisée à partir de la grandeur estimée $L^{de}(t)$.

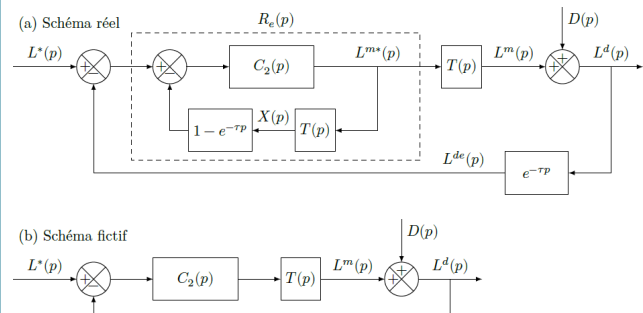
La nouvelle structure de commande est représentée par le schéma de la figure suivante où la représentation de

la boucle interne est limitée à sa fonction de transfert en boucle fermée $T(p)$ où :

- $T(p) = \frac{L^m(p)}{L^{m*}(p)} = \frac{1}{(1 + 0,05p)^2}$ est la fonction de transfert en boucle fermée de l'asservissement de position de l'axe non déformée (elle est ainsi la fonction de transfert de la boucle interne non représentée sur la figure) ;
- $L^{m*}(p)$ est la consigne de l'asservissement de la boucle interne ;
- l'effet de la perturbation $F_u(p)$ est réduit par la boucle interne, et son influence peut être négligée ;
- les seules perturbations se limitent alors à celles dues aux jeux, soit le signal de transformée de Laplace $D(p)$.

Pour la conception de la loi de commande :

- une approche identique à celle de la partie précédente adaptée au cas des systèmes présentant des retards est utilisée ;
- on synthétise dans ce cas un correcteur $C_2(p) = K_2 \left(1 + \frac{1}{T_{i2} p} \right)$ de type PI sans prendre en compte le retard et le régulateur $R_e(p)$ est réalisé en utilisant $C_2(p)$ selon une structure identique à celle de la figure précédente (a) ;
- le calcul du régulateur $C_2(p)$ ne fait pas partie de cette étude, on suppose cependant qu'il permet d'assurer les exigences du cahier des charges.



Modèle de commande avec une boucle interne intégrée

Question 5 En utilisant la même démarche que celle de la question précédente, déterminer la valeur de la grandeur $L^m(t)$ en régime permanent, soit $\lim_{t \rightarrow \infty} L^{m*}(t)$, en réponse à une perturbation $d(t)$ en échelon $d(t) = D_0 h(t)$. Au regard des différents éléments constitutifs de la boucle de régulation, justifier qualitativement que la réalisation du régulateur $R_e(p)$ selon le schéma de la figure 3(a) reste stable du point vue interne.

Retour sur le cahier des charges

La figure suivante montre les évolutions temporelles de la position $L^d(t)$ en réponse à une consigne en échelon $L^*(t) = L_0 h(t - 0,02)$ avec $L_0 = 10 \text{ mm}$ et à une perturbation en échelon $D^*(t) = D_0 h(t - 0,02)$ avec $D_0 = 10 \mu\text{m}$.

Question 6 Commenter ces courbes et, en justifiant le résultat obtenu, valider les exigences vérifiées. Conclure alors sur la pertinence de l'approche utilisée et sur la structure de correction retenue.

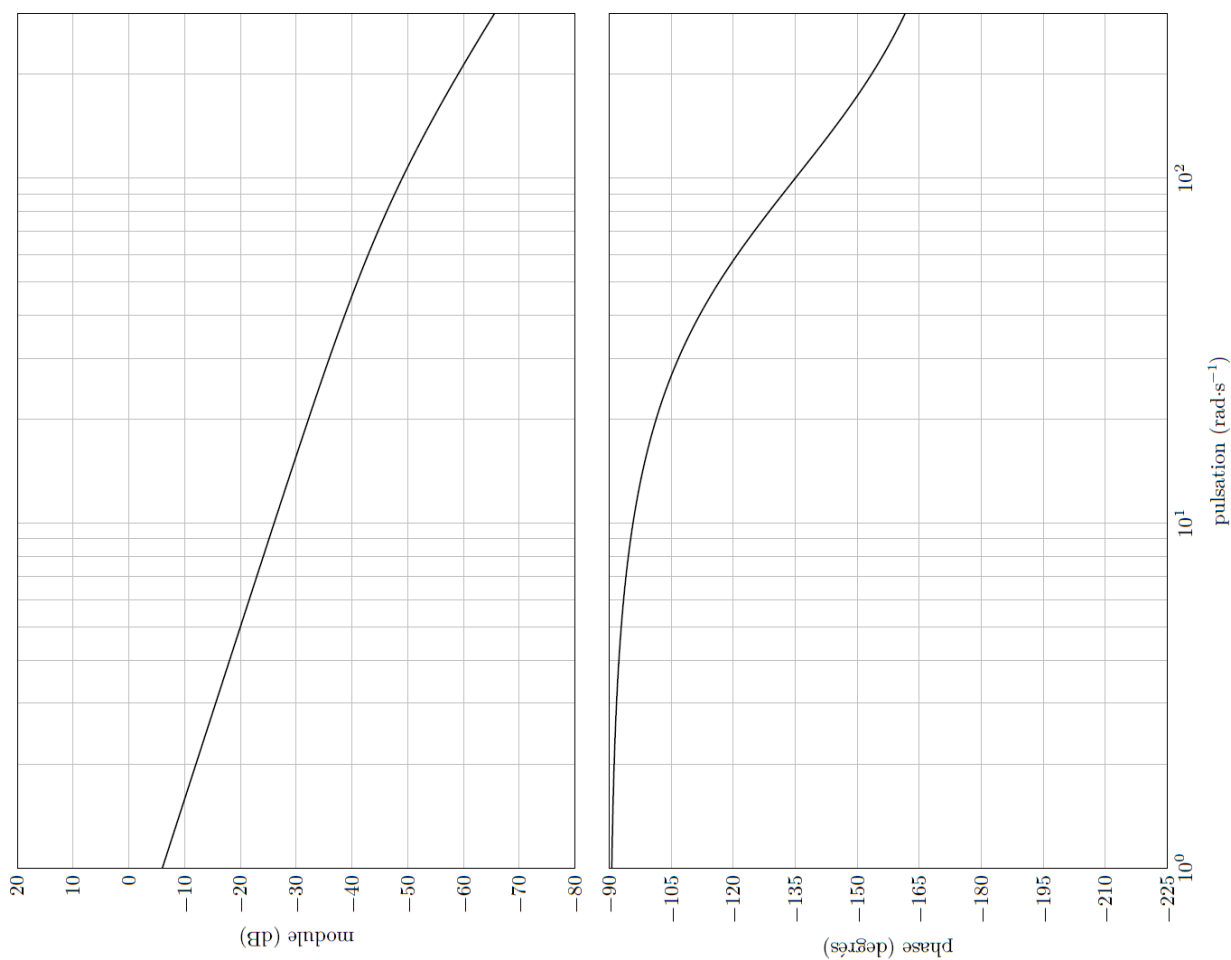
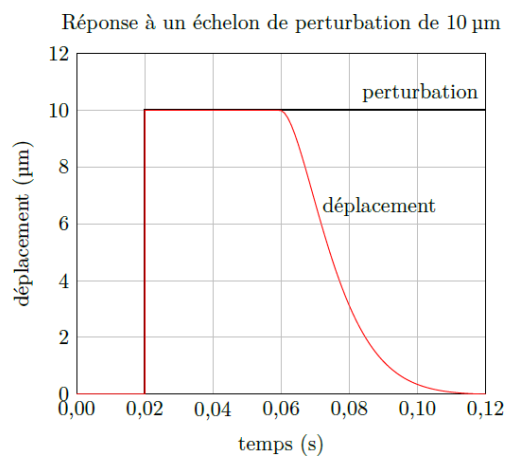
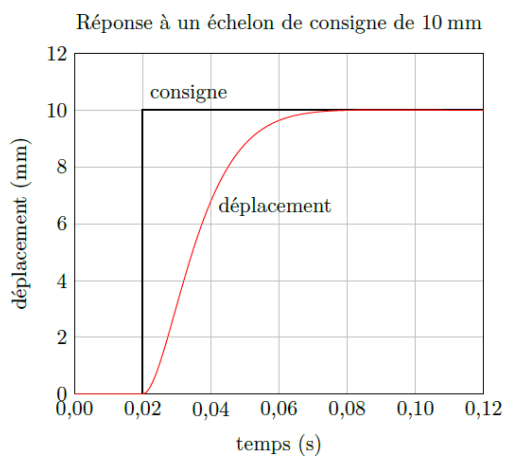


Figure B Diagramme de Bode de la fonction $H(p) = \frac{0,5}{p(1 + 0,01p)}$

Application 06 – Corrigé



Asservissement par traitement d'image d'une plateforme Hexapode

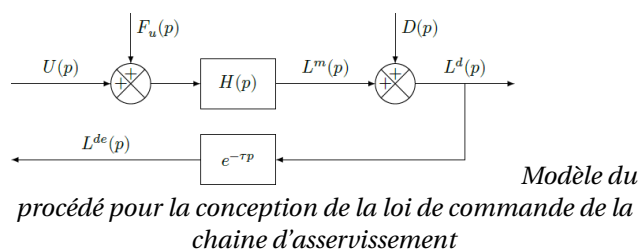
Concours Centrale Supélec PSI 2016
Savoirs et compétences :

□ ...

Mise en situation

Objectif En vue d'asservir la position de la colonne vertébrale à une position de référence, une structure de commande à partir de l'estimation de la position réelle est mise en place. Après la définition des modèles nécessaires à la synthèse des lois de commande, l'objet de cette partie est de concevoir le régulateur de cette architecture de commande.

Pour la synthèse des régulateurs de la boucle externe, on adopte le modèle du procédé représenté par le schéma-blocs de la figure suivante.



On suppose :

- qu'une première structure de commande « rapprochée » assure l'asservissement en vitesse des axes et que les caractéristiques dynamiques des six axes asservis sont identiques ;
- pour un axe donné, que les efforts dus à sa rigidité, à la charge et les couplages avec les autres axes sont modélisés sous la forme d'un signal externe perturbateur unique, ramené en entrée du procédé et dont $F_u(p)$ est la transformée de Laplace ;
- que les jeux dans les liaisons sont modélisés sous la forme d'un signal perturbateur externe, dont $D(p)$ est la transformée de Laplace, traduisant l'écart de déplacement de la position de l'axe ;
- pour l'axe considéré que $L^m(p)$, $L^d(p)$ et $L^{de}(p)$ sont respectivement les transformées de Laplace de la position non déformée, de la position de l'axe après déformation et de l'estimation de la position réelle issue de l'évaluation au moyen de l'algorithme de traitement d'images (la grandeur L^m est obtenue au moyen d'une mesure issue d'un capteur placé directement sur l'axe de l'actionneur) ;
- que $U(p)$ représente la transformée de Laplace de la grandeur de commande (homogène à une tension) de la chaîne de motorisation de l'axe considéré.

La chaîne de motorisation est modélisée par la fonction de transfert $H(p) = \frac{L_m(p)}{U(p)} = \frac{0,5}{p(1+0,01p)}$, la chaîne d'acquisition et le système de traitement d'images sont modélisés en temps continu comme un retard pur $\tau = 0,04$ s. Pour la chaîne d'asservissement, le cahier des charges partiel suivant, caractérisé par une pulsation de coupure en boucle ouverte et une marge de phase fixées a priori, est rappelé :

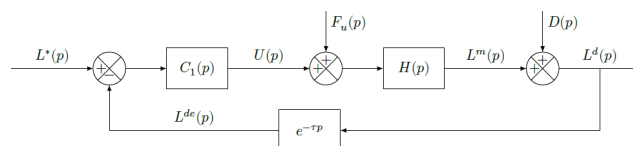
- pulsation de coupure ω_c à 0 dB en boucle ouverte $\omega_c = 60 \text{ rad s}^{-1}$;
- marge de phase $\Delta\varphi \geq 45^\circ$.

Pour la conception de la loi de commande, il s'agira :

- de montrer qu'une structure mono-boucle simple ne permet pas d'assurer le cahier des charges partiel ;
- d'analyser si une structure de commande adaptée aux systèmes à retard peut assurer les performances escomptées (permettant ainsi de s'affranchir du retard pur de la chaîne de mesure par traitement d'images) ;
- de montrer qu'une structure adaptée aux systèmes à retard complétée par une boucle interne sur la mesure de position d'un axe non déformé permet de vérifier l'ensemble du cahier des charges.

Analyse d'une structure mono-boucle

Une solution simple est d'envisager, dans un premier temps, une structure de commande réalisée directement à partir de l'estimation $L^{de}(t)$ de la position réelle de l'axe considéré. Cette structure, dont le correcteur est noté $C_1(p)$ et la consigne $L^*(p)$, est représentée par le schéma de la figure suivante.



En raison de la présence de bruits de mesure (signaux non représentés sur les schémas fournis), il n'est pas souhaitable d'introduire d'action dérivée dans le régulateur de cette boucle. Seuls des correcteurs de type proportionnel intégral seront envisagés.

Question 1 La figure en toute fin de document montre le diagramme de Bode de la fonction $H(p)$. Tracer direc-

tement sur cette figure le diagramme de Bode (tracés réels des module et phase) de la fonction de transfert en boucle ouverte non corrigée (soit en prenant $C_1(p) = 1$).

Correction

Question 2 Au regard des tracés de la question précédente et des performances souhaitées par le cahier des charges :

- compte tenu de la pulsation de coupure et de la marge de phase souhaitées, déterminer les deux contraintes (sur le module et l'argument) que le correcteur $C_1(j\omega)$ doit vérifier pour les deux cas : procédé sans retard pur et procédé avec la présence du retard pur τ ;
- en argumentant la réponse à l'aide du tracé des allures des diagrammes de Bode (directement sur la copie) d'un correcteur de type proportionnel intégral $C_1(p) = K_1 \left(1 + \frac{1}{T_{i1}p} \right)$, justifier qu'un correcteur de ce type :
 - ne permet pas d'atteindre les performances exigées en présence du retard de mesure ;
 - peut être toutefois envisagé en absence du retard dans la chaîne de mesure.

Correction

Structure de commande adaptée à un système avec retard

Pour remédier au problème mis en évidence à la question précédente, il est envisagé d'utiliser une structure de commande adaptée aux systèmes comportant des retards. La figure suivante montre deux structures de commande correspondant d'une part au schéma réel (a) représentant la réalisation de la commande ($X(p)$ est la transformée de Laplace d'une grandeur $x(t)$ interne au régulateur), d'autre part un schéma fictif (b).

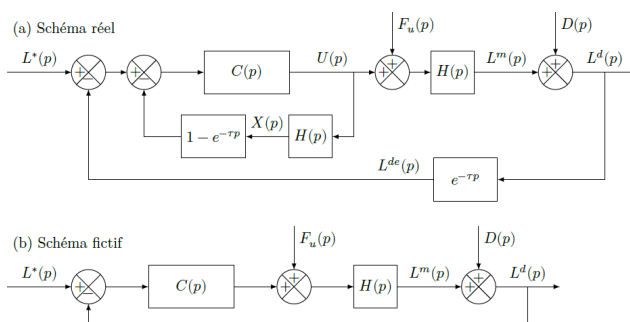


Figure 3 – Structure de commande adaptée aux systèmes à retard

Question 3 En utilisant le schéma fictif (b) et le diagramme de Bode de la figure B du document réponse, déterminer le correcteur de type proportionnel intégral $C(p) = K \left(1 + \frac{1}{T_i p} \right)$ permettant d'assurer les performances exprimées par le cahier des charges partiel. Pour concevoir ce régulateur, la démarche suivante pourra être suivie :

- déterminer la condition en phase, soit $\arg(C(j\omega))$, que doit vérifier le correcteur au regard de la marge

de phase souhaitée. En déduire alors la valeur numérique du temps d'action intégrale T_i ;

- pour la valeur de T_i obtenue, déterminer alors la valeur du gain K permettant d'assurer le cahier des charges partiel.

Correction

Question 4 Pour une consigne nulle $L^*(t)$, une perturbation en sortie nulle $d(t) = 0$ et un échelon de perturbation en entrée $f_u(t) = F_0 h(t)$ où $h(t)$ est l'échelon d'Heaviside :

- déterminer la valeur en régime permanent de la grandeur de commande $\lim_{t \rightarrow \infty} u(t)$ (ce calcul sera effectué en utilisant la structure de la figure 3(a)) ;
- compte tenu de la forme de $H(p)$, en déduire alors le comportement de la grandeur $x(t)$ lorsque t tend vers l'infini ;
- au regard de ce comportement, discuter alors des performances de cette structure de commande et conclure quant à sa pertinence sur l'asservissement de l'Hexapode.

Correction

Analyse d'une structure de commande à deux boucles

Pour remédier au problème mis en évidence à la question précédente, il est envisagé une structure à deux boucles définies ainsi :

- une boucle interne réalisée à partir de la mesure de la position non déformée de l'axe $L^m(t)$ permet d'asservir cette grandeur à une consigne de référence $L^{m*}(t)$. Le calcul du correcteur de la boucle interne est hors du cadre de cette étude, et on note $T(p) = \frac{L^m(p)}{L^{m*}(p)}$ la fonction de transfert en boucle fermée de la boucle interne ;
- la boucle externe, réalisée à partir de la grandeur estimée $L^{de}(t)$.

La nouvelle structure de commande est représentée par le schéma de la figure suivante où la représentation de la boucle interne est limitée à sa fonction de transfert en boucle fermée $T(p)$ où :

- $T(p) = \frac{L^m(p)}{L^{m*}(p)} = \frac{1}{(1 + 0,05p)^2}$ est la fonction de

transfert en boucle fermée de l'asservissement de position de l'axe non déformée (elle est ainsi la fonction de transfert de la boucle interne non représentée sur la figure) ;

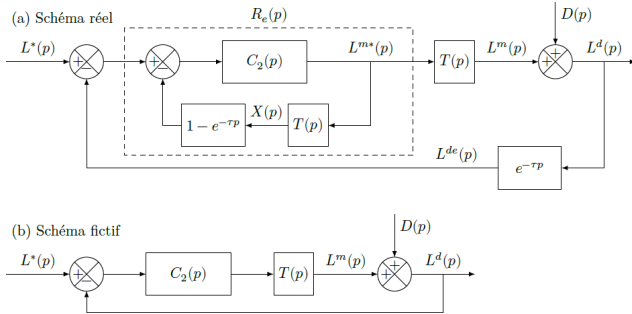
- $L^{m*}(p)$ est la consigne de l'asservissement de la boucle interne ;
- l'effet de la perturbation $F_u(p)$ est réduit par la boucle interne, et son influence peut être négligée ;
- les seules perturbations se limitent alors à celles dues aux jeux, soit le signal de transformée de Laplace $D(p)$.

Pour la conception de la loi de commande :

- une approche identique à celle de la partie précédente adaptée au cas des systèmes présentant des

retards est utilisée;

- on synthétise dans ce cas un correcteur $C_2(p) = K_2 \left(1 + \frac{1}{T_{i2}p} \right)$ de type PI sans prendre en compte le retard et le régulateur $R_e(p)$ est réalisé en utilisant $C_2(p)$ selon une structure identique à celle de la figure précédente (a);
- le calcul du régulateur $C_2(p)$ ne fait pas partie de cette étude, on suppose cependant qu'il permet d'assurer les exigences du cahier des charges.



Modèle de commande avec une boucle interne intégrée

Question 5 En utilisant la même démarche que celle de la question précédente, déterminer la valeur de la gran-

deur $L^m(t)$ en régime permanent, soit $\lim_{t \rightarrow \infty} L^{m*}(t)$, en réponse à une perturbation $d(t)$ en échelon $d(t) = D_0 h(t)$. Au regard des différents éléments constitutifs de la boucle de régulation, justifier qualitativement que la réalisation du régulateur $R_e(p)$ selon le schéma de la figure 3(a) reste stable du point vue interne.

Correction

Retour sur le cahier des charges

La figure suivante montre les évolutions temporelles de la position $L^d(t)$ en réponse à une consigne en échelon $L^*(t) = L_0 h(t - 0,02)$ avec $L_0 = 10$ mm et à une perturbation en échelon $D^*(t) = D_0 h(t - 0,02)$ avec $D_0 = 10$ μ m.

Question 6 Commenter ces courbes et, en justifiant le résultat obtenu, valider les exigences vérifiées. Conclure alors sur la pertinence de l'approche utilisée et sur la structure de correction retenue.

Correction

