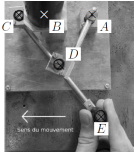


## TD 1



## Téléchirurgie robotisée au contact d'organes mobiles

CCP – PSI 2015

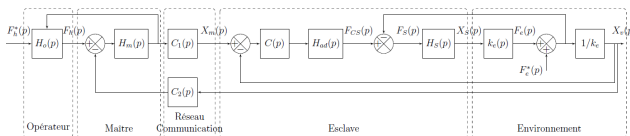
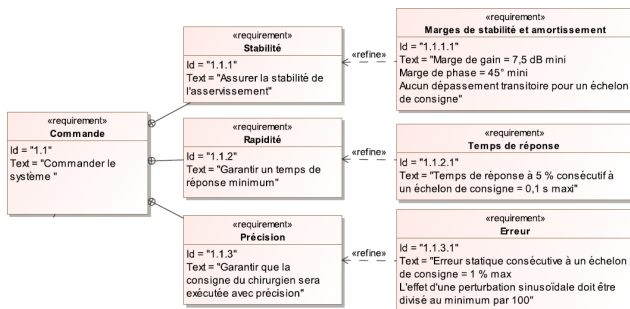
## Savoirs et compétences :

- ☐ Res1.C4 : Correction
- ☐ Res1.C4.SF1 : Proposer la démarche de réglage d'un correcteur proportionnel, proportionnel intégral
- ☐ Con.C2 : Correction d'un système asservi

## Présentation

## Réalisation de la commande de l'esclave

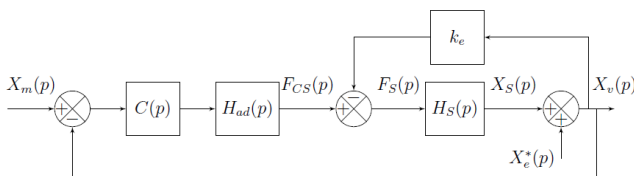
**Objectif** Concevoir la commande du dispositif esclave de façon à satisfaire l'ensemble des exigences incluses dans l'exigence « Commande » (id 1.1).



## Modélisation et étude des performances du système sans correction

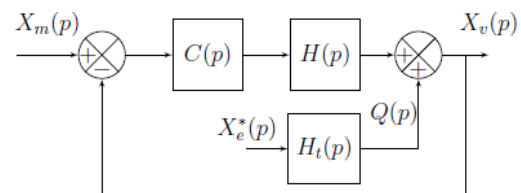
**Objectif** Identifier les performances non satisfaites afin de choisir un correcteur adapté.

La modélisation permettant de relier la consigne  $x_m(t)$  issue du dispositif maître au déplacement  $x_v(t)$  de l'organe terminal est représentée par le schéma-blocs suivant.



- $H_{ad}(p) = k_a = 1 \text{ Nm}^{-1}$  permet d'adapter la consigne position en consigne force;
- $H_S(p) = \frac{X_S(p)}{F_S(p)} = \frac{k_S}{p(m_S + b_S)}$  avec  $k_S = 1 \text{ mN}^{-1}$ ,  $m_S = 0,152 \text{ kg}$  et  $b_S = 1,426 \text{ Nsm}^{-1}$ ;
- $k_e = 200 \text{ N m}^{-1}$ .

**Question 1** Simplifier le schéma bloc précédant pour lui donner la forme illustrée par la figure suivante. Exprimer  $H_t(p)$  et  $H(p)$  en fonction de  $k_e$ ,  $k_a$  et  $H_S(p)$ .



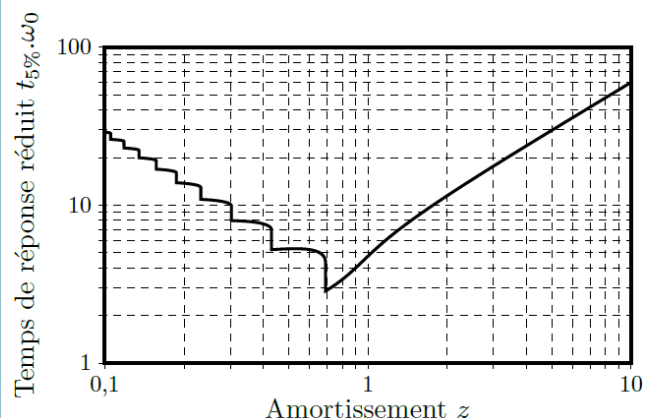
Pour la suite du problème, on prendra :  $H(p) = \frac{1}{m_S p^2 + b_S p + k_e}$ .

**Vérification des exigences sans correction :**  
 $C(p) = 1$

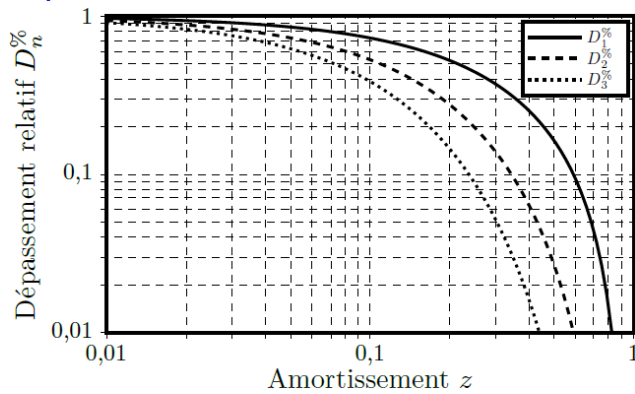
**Question 2** Déterminer la fonction de transfert en boucle fermée (avec une perturbation nulle :  $X_e^*(p) = 0$ ) :

$F_{BFI}(p) = \frac{X_v(p)}{X_m(p)}$ , puis la mettre sous forme canonique de façon à identifier les paramètres caractéristiques : gain statique ( $K$ ), pulsation propre ( $\omega_0$ ) et coefficient d'amortissement ( $z$ ). Faire l'application numérique.

**Question 3** En vous aidant des abaques de la figure suivante, vérifier les exigences « stabilité » (uniquement l'amortissement), « rapidité » et « précision » (uniquement l'erreur statique).



(a) Abaque du temps de réponse réduit



(b) Abaque des dépassements relatifs

**Modélisation et étude des performances du système avec correction intégrale :**  $C(p) = \frac{K_i}{p}$

**Objectif** Vérifier la capacité d'une correction intégrale à atteindre les exigences.

**Question 4** Les résultats d'une simulation pour un gain  $K_i = 100$  sont donnés sur les figures suivantes. Vérifier les exigences « stabilité », « rapidité », « précision » (uniquement l'erreur statique).

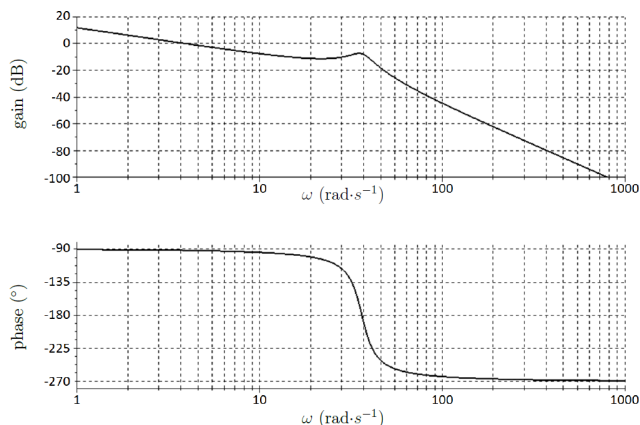
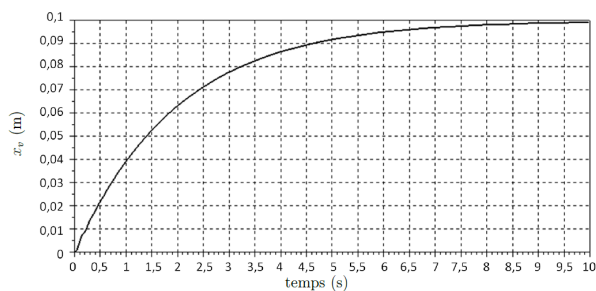


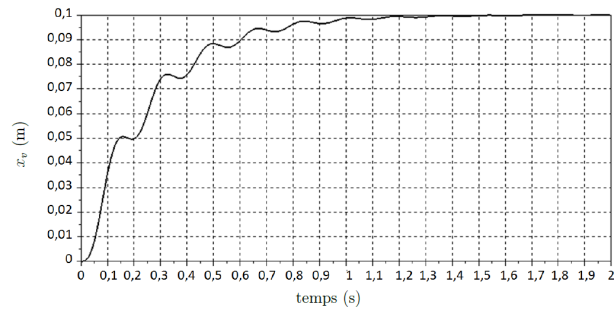
Diagramme de Bode de la fonction de transfert en boucle ouverte pour  $K_i = 100$



Réponse temporelle de la fonction de transfert en boucle fermée pour un échelon de 10 cm et  $K_i = 100$

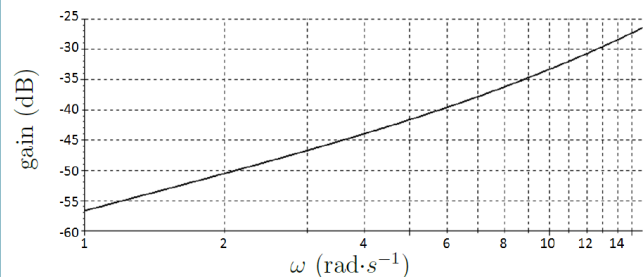
**Question 5** Pour améliorer la rapidité, il faut augmenter le gain  $K_i$ . Déterminer la valeur  $K_{imax}$  du coefficient  $K_i$  qui permet de respecter les marges de stabilité.

**Question 6** En analysant la courbe suivante, compléter le tableau du document puis conclure sur la capacité du correcteur à valider simultanément les exigences de « stabilité » et de « rapidité ».



Réponse temporelle de la fonction de transfert en boucle fermée pour un échelon de 10 cm avec le réglage  $K_{imax}$

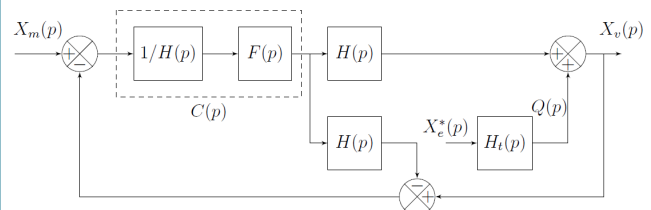
**Question 7** Le diagramme de Bode de la figure suivante représente la réponse fréquentielle (courbe de gain uniquement) de la fonction  $F_{BF2}(j\omega) = \frac{X_v(j\omega)}{X_e^*(j\omega)}$  pour  $K_i = K_{imax}$ . Quelle sera l'atténuation minimale  $[F_{BF2}(j\omega)]_{\min}$  de la perturbation  $x_e^*$  (en %) sur l'intervalle  $[1,25 \text{ rad.s}^{-1}; 12,5 \text{ rad.s}^{-1}]$ . Conclure sur la validation de l'exigence de « précision ».



**Modélisation et étude des performances du système avec correction IMC**

**Objectif** Améliorer la rapidité tout en atténuant la perturbation sinusoïdale.

Pour améliorer l'atténuation de la perturbation sinusoïdale, il est possible de changer la structure de l'asservissement et d'opter pour une correction IMC (Internal Model Corrector) dont le schéma-blocs est donné sur la figure suivante.

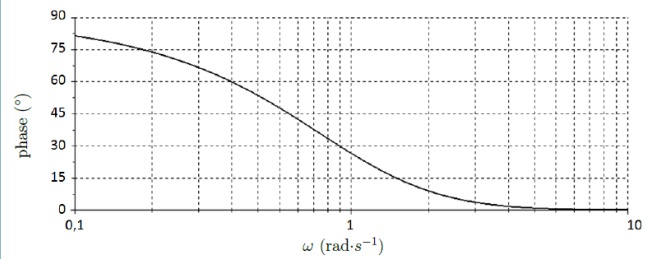
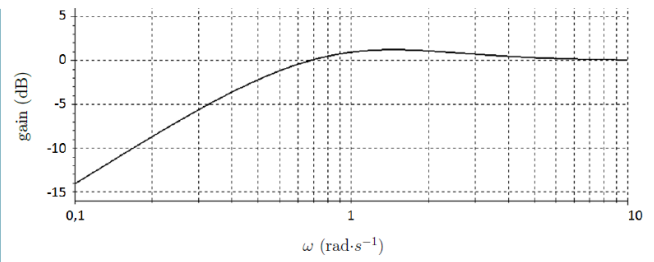


Avec  $F(p)$  la fonction de transfert d'un filtre de la forme  $F(p) = \frac{1}{(1 + Tp)^2}$  et la fonction de transfert  $H(p) = \frac{1}{m_s p^2 + b_s p + k_e}$ .

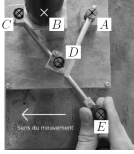
La grandeur de sortie  $X_v(p)$  peut s'exprimer par l'équation :  $X_v(p) = A(p)X_m(p) + B(p)Q(p)$  avec  $A(p) = \frac{1}{(1 + Tp)^2}$  et  $B(p) = \frac{Tp(2 + Tp)}{(1 + Tp)^2}$ .

**Question 8** Indiquer s'il faut augmenter ou diminuer la valeur de  $T$  pour améliorer le temps de réponse consécutif à un échelon de consigne  $x_m(t) = x_0$  (on prendra  $Q(p) = 0$  pour cette question). Justifier votre réponse. En déduire la valeur limite de  $T$  permettant de satisfaire l'exigence de « rapidité ».

**Question 9** Le diagramme de Bode de  $B(j\omega)$  pour  $T = 1\text{ s}$  est donné ci-après. Indiquer sur la copie s'il faut augmenter ou diminuer la valeur de  $T$  pour minimiser l'effet de la perturbation sur l'intervalle  $[1,25\text{ rad}\cdot\text{s}^{-1}; 12,5\text{ rad}\cdot\text{s}^{-1}]$ . Justifier votre réponse. En déduire la valeur limite de  $T$  permettant de satisfaire l'atténuation de la perturbation liée à l'exigence de « précision » sur cet intervalle.



## TD 1 – Corrigé



## Téléchirurgie robotisée au contact d'organes mobiles

CCP – PSI 2015

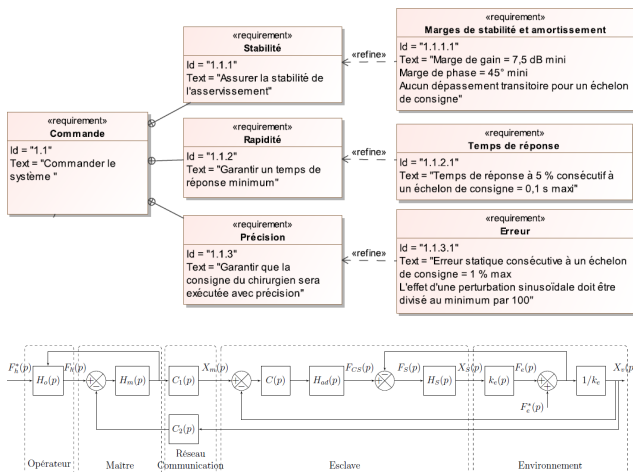
## Savoirs et compétences :

- ☐ Res1.C4 : Correction
- ☐ Res1.C4.SF1 : Proposer la démarche de réglage d'un correcteur proportionnel, proportionnel intégral
- ☐ Con.C2 : Correction d'un système asservi

## Présentation

## Réalisation de la commande de l'esclave

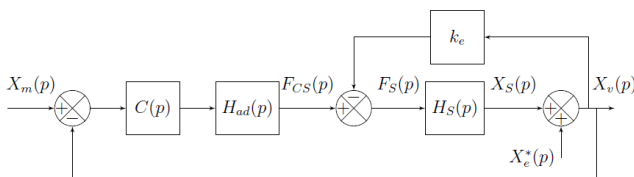
**Objectif** Concevoir la commande du dispositif esclave de façon à satisfaire l'ensemble des exigences incluses dans l'exigence « Commande » (id 1.1).



## Modélisation et étude des performances du système sans correction

**Objectif** Identifier les performances non satisfaites afin de choisir un correcteur adapté.

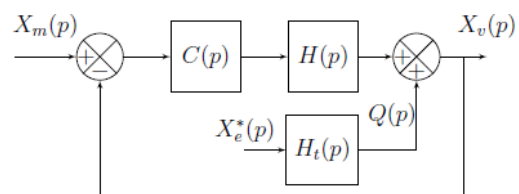
La modélisation permettant de relier la consigne  $x_m(t)$  issue du dispositif maître au déplacement  $x_v(t)$  de l'organe terminal est représentée par le schéma-blocs suivant.



- $H_{ad}(p) = k_a = 1 \text{ Nm}^{-1}$  permet d'adapter la consigne position en consigne force;
- $H_S(p) = \frac{X_S(p)}{F_S(p)} = \frac{k_S}{p(m_S + b_S)}$  avec  $k_S = 1 \text{ mN}^{-1}$ ,  $m_S = 0,152 \text{ kg}$  et  $b_S = 1,426 \text{ Nsm}^{-1}$ ;
- $k_e = 200 \text{ N m}^{-1}$ .

**Question 1** Simplifier le schéma bloc précédant pour lui donner la forme illustrée par la figure suivante. Exprimer  $H_t(p)$  et  $H(p)$  en fonction de  $k_e$ ,  $k_a$  et  $H_S(p)$ .

## Correction



Pour la suite du problème, on prendra :  $H(p) = \frac{1}{m_S p^2 + b_S p + k_e}$ .

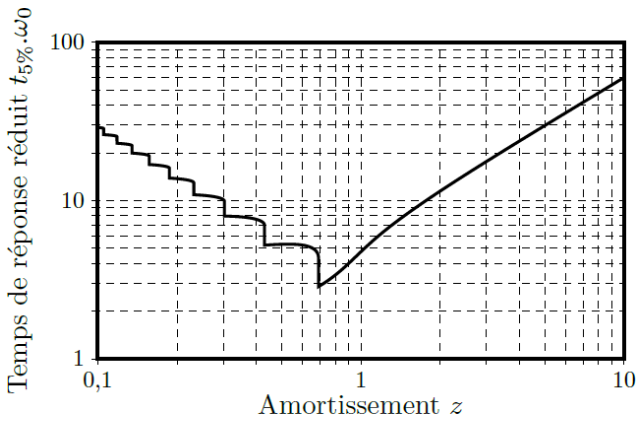
**Vérification des exigences sans correction :**  $C(p) = 1$

**Question 2** Déterminer la fonction de transfert en boucle fermée (avec une perturbation nulle :  $X_e^*(p) = 0$ ) :  $F_{BF1}(p) = \frac{X_v(p)}{X_m(p)}$ , puis la mettre sous forme canonique de façon à identifier les paramètres caractéristiques : gain statique ( $K$ ), pulsation propre ( $\omega_0$ ) et coefficient d'amortissement ( $z$ ). Faire l'application numérique.

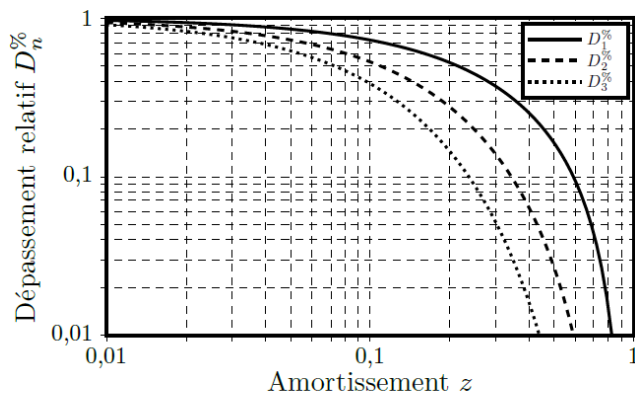
## Correction

**Question 3** En vous aidant des abaques de la figure suivante, vérifier les exigences « stabilité » (uniquement l'amortissement), « rapidité » et « précision » (uniquement l'erreur statique).

## Correction



(a) Abaque du temps de réponse réduit



(b) Abaque des dépassements relatifs

**Modélisation et étude des performances du système avec correction intégrale :**  $C(p) = \frac{K_i}{p}$

**Objectif** Vérifier la capacité d'une correction intégrale à atteindre les exigences.

**Question 4** Les résultats d'une simulation pour un gain  $K_i = 100$  sont donnés sur les figures suivantes. Vérifier les exigences « stabilité », « rapidité », « précision » (uniquement l'erreur statique).

**Correction**

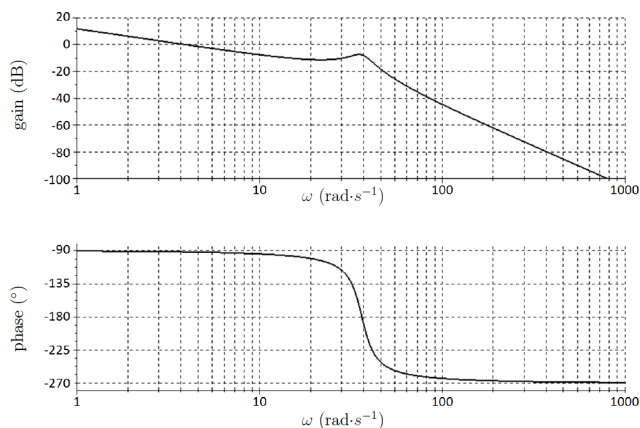
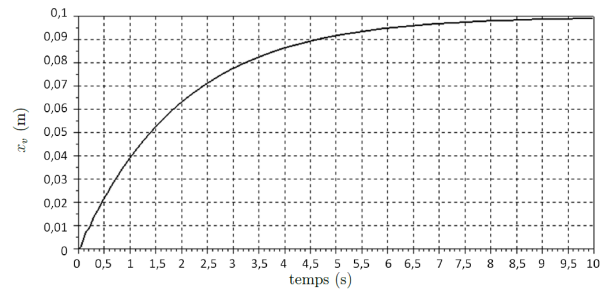


Diagramme de Bode de la fonction de transfert en boucle ouverte pour  $K_i = 100$



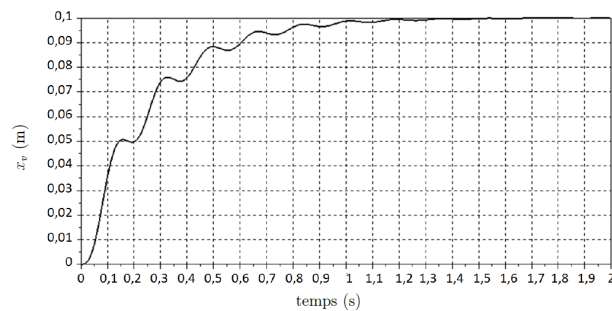
Réponse temporelle de la fonction de transfert en boucle fermée pour un échelon de 10 cm et  $K_i = 100$

**Question 5** Pour améliorer la rapidité, il faut augmenter le gain  $K_i$ . Déterminer la valeur  $K_{imax}$  du coefficient  $K_i$  qui permet de respecter les marges de stabilité.

**Correction**

**Question 6** En analysant la courbe suivante, compléter le tableau du document puis conclure sur la capacité du correcteur à valider simultanément les exigences de « stabilité » et de « rapidité ».

**Correction**

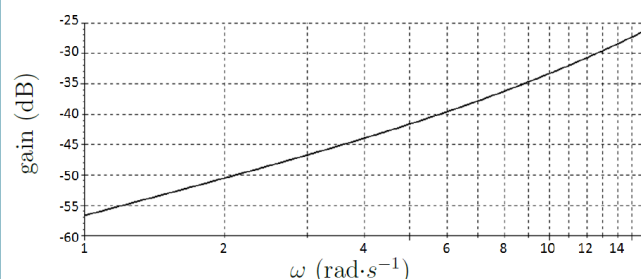


Réponse temporelle de la fonction de transfert en boucle fermée pour un échelon de 10 cm avec le réglage  $K_{imax}$

**Question 7** Le diagramme de Bode de la figure suivante représente la réponse fréquentielle (courbe de gain uniquement) de la fonction  $F_{BF2}(j\omega) = \frac{X_v(j\omega)}{X_e^*(j\omega)}$  pour  $K_i = K_{imax}$ . Quelle sera l'atténuation minimale  $|F_{BF2}(j\omega)|_{min}$  de la perturbation  $x_e^*$  (en %) sur l'intervalle  $[1,25 \text{ rad s}^{-1}; 12,5 \text{ rad s}^{-1}]$ . Conclure sur la validation de l'exigence de « précision ».

**Correction** En  $1,25 \text{ rad s}^{-1}$  l'atténuation est de  $-55 \text{ dB}$ . On a  $20 \log K = -55$  soit  $K = 0,002$  (inférieur à 1%). En  $12,5 \text{ rad s}^{-1}$  l'atténuation est de  $-30 \text{ dB}$ . On a  $20 \log K = -30$  soit  $K = 0,03$  (supérieur à 1%).

Le critère d'atténuation n'est pas vérifié sur l'ensemble de l'intervalle.

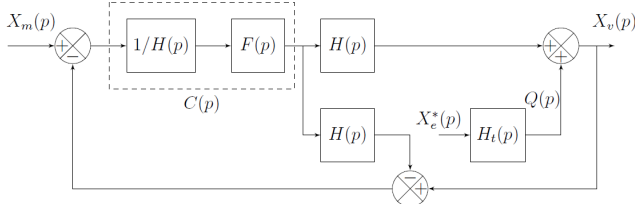


## Modélisation et étude des performances du système avec correction IMC



**Objectif** Améliorer la rapidité tout en atténuant la perturbation sinusoïdale.

Pour améliorer l'atténuation de la perturbation sinusoïdale, il est possible de changer la structure de l'asservissement et d'opter pour une correction IMC (Internal Model Corrector) dont le schéma-blocs est donné sur la figure suivante.



Avec  $F(p)$  la fonction de transfert d'un filtre de la forme  $F(p) = \frac{1}{(1+Tp)^2}$  et la fonction de transfert  $H(p) = \frac{1}{m_s p^2 + b_s p + k_e}$ .

La grandeur de sortie  $X_v(p)$  peut s'exprimer par l'équation :  $X_v(p) = A(p)X_m(p) + B(p)Q(p)$  avec  $A(p) = \frac{1}{(1+Tp)^2}$  et  $B(p) = \frac{Tp(2+Tp)}{(1+Tp)^2}$ .

**Question 8** Indiquer s'il faut augmenter ou diminuer la valeur de  $T$  pour améliorer le temps de réponse consécutif à un échelon de consigne  $x_m(t) = x_0$  (on prendra  $Q(p) = 0$  pour cette question). Justifier votre réponse. En déduire la valeur limite de  $T$  permettant de satisfaire l'exigence de « rapidité ».

**Correction** En utilisant la formulation proposée, on a  $X_v(p) = A(p)X_m(p) = \frac{X_m(p)}{(1+Tp)^2}$ .

Pour améliorer le temps de réponse du système, il faut diminuer  $T$ .

**Justification** On a  $G(p) = \frac{1}{1+T^2p^2+2Tp}$ . On a donc  $\frac{1}{\omega_0^2} = T^2$  et  $\frac{2\xi}{\omega_0} = 2T$ . On a donc  $\omega_0 = \frac{1}{T}$  et  $\xi = 1$ .

Pour  $\xi = 1$ ,  $t_{5\%}\omega_0 = 5$ . Ainsi pour réduire le temps de réponse à 5% il faut augmenter  $\omega_0$  et donc diminuer  $T$ .

Pour un temps de réponse à 5% de 0,1 s, il faut  $\omega_0 = \frac{5}{0,1} = 50 \text{ rad s}^{-1}$  et  $T = 0,02 \text{ s}$  (valeur maximale).

**Question 9** Le diagramme de Bode de  $B(j\omega)$  pour  $T = 1 \text{ s}$  est donné ci-après. Indiquer sur la copie s'il faut augmenter ou diminuer la valeur de  $T$  pour minimiser l'effet de la perturbation sur l'intervalle  $[1,25 \text{ rad s}^{-1}; 12,5 \text{ rad s}^{-1}]$ . Justifier votre réponse. En déduire la valeur limite de  $T$  permettant de satisfaire l'atténuation de la perturbation liée à l'exigence de « précision » sur cet intervalle.

**Correction** On a  $B(p) = \frac{Tp(2+Tp)}{(1+Tp)^2}$ .

Pour minimiser l'effet de la perturbation, il faut que décaler la cassure vers la droite. D'après le cahier des charges, l'effet de la perturbation doit être divisé par 100. L'atténuation en dB doit donc être de  $20 \log \frac{1}{100} = -40 \text{ dB}$ .

Il faut donc chercher  $T$  pour lequel le gain est de  $-40 \text{ dB}$ . En passant  $B(p)$  sous forme canonique et en se plaçant en basse fréquence, on a  $B(p) \simeq 2Tp$ . On a donc  $B_{dB}(\omega) = 20 \log(2T\omega)$ .

On veut  $B_{dB}(12,5) = 20 \log(2T \times 12,5) < -40$  soit  $\log(2T \times 12,5) < -2 \Rightarrow 2T \times 12,5 < e^{-2} \Rightarrow T < e^{-2}/25$  et  $T < 0,005 \text{ s}$ .

