

Applications

Applications

Savoirs et compétences :

- ☐ Res1.C4.SF1 : Proposer la démarche de réglage d'un correcteur proportionnel, proportionnel intégral et à avance de phase

Correcteur proportionnel

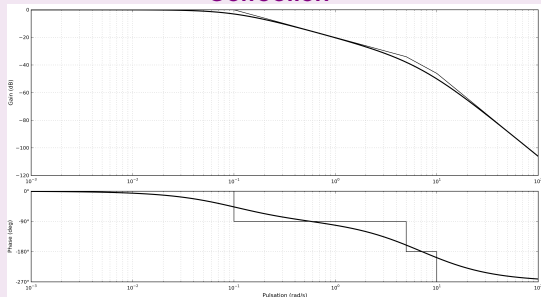
Soit un système de fonction de transfert $G(p) = \frac{1}{(1+10p)(1+0,1p)(1+0,2p)}$ placé dans une boucle à retour unitaire.

Question 1 Calculer la précision du système ε_s pour une entrée échelon unitaire.

Correction Le système est de classe 0. L'entrée est de type échelon. $K_{BO} = 1$. L'écart statique est de $\frac{1}{1+1} = \frac{1}{2}$.

Question 2 Tracer dans le diagramme de Bode la fonction de transfert en boucle ouverte du système.

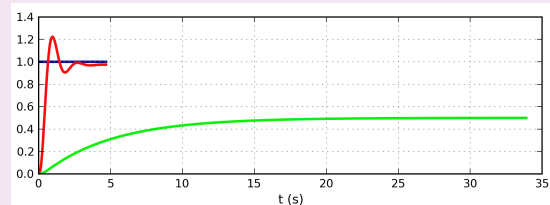
Correction



Question 3 Déterminer K pour avoir une marge de phase de 45° . Indiquer alors la valeur de la marge de gain. Indiquer la valeur de l'écart statique.

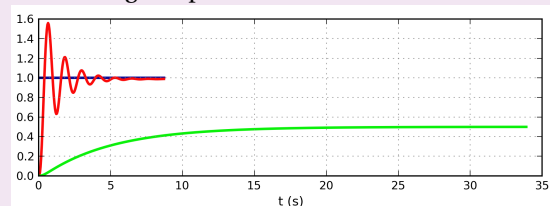
Correction

- On résout $\varphi(\omega) = -135^\circ$: $\varphi(\omega) = -\arctan 10\omega - \arctan 0,1\omega - \arctan 0,2\omega$.
 $\varphi(\omega) = -135^\circ \Leftrightarrow \omega = 2.95 \text{ rad s}^{-1}$ (solveur Excel).
- Calculons $G_{dB}(\omega) = -20 \log(\sqrt{1+10^2\omega^2}) - 20 \log(\sqrt{1+0,1^2\omega^2}) - 20 \log(\sqrt{1+0,2^2\omega^2}) = -31 \text{ dB}$. Il faut donc augmenter le gain de 31 dB soit $K_P = 10^{31/20} = 35,48$.
- On a alors un écart statique de $\frac{1}{1+35,48} = 0,027$.
- Pour déterminer la marge de gain, il faut résoudre $\varphi(\omega) = -180^\circ$. On obtient $\omega = 7.17 \text{ rad/s}$ et $M_G = 12 \text{ dB}$.



Question 4 Déterminer K pour avoir une marge de gain de 6 dB. Indiquer alors la valeur de l'écart statique.

- Correction**
- On commence par résoudre $\varphi(\omega) = -180^\circ$. On obtient $\omega = 7.17 \text{ rad/s}$ et $M_G = 44 \text{ dB}$.
 - Il faut augmenter le gain de 38 dB soit $20 \log K_P = 38 \Rightarrow K_P = 10^{38/20} = 79$.
 - On a alors un écart statique de $\frac{1}{1+79} = 0,0125$.
 - La marge de phase est alors de 19° .



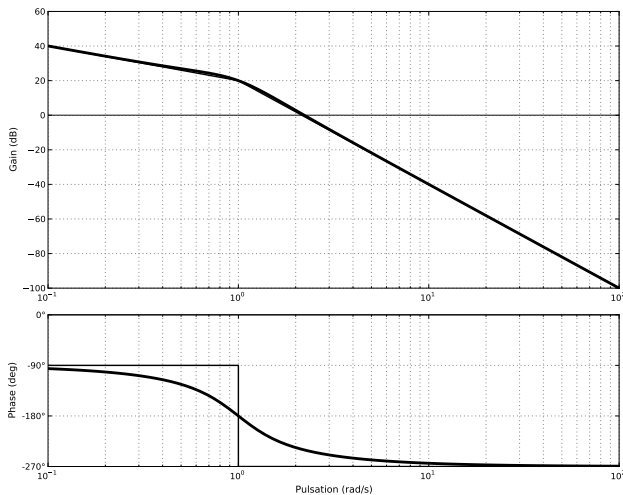
- $\varepsilon_s = \frac{1}{2}$.
- .
- $\omega_{-135^\circ} = 2.95 \text{ rad/s}$.
- $\omega_{0\text{dB}} = 7.17 \text{ rad/s}$ et $M_G = 38 \text{ dB}$ soit $K_P = 79$.

Correcteur proportionnel

D'après ressources P. Dupas.

Soit un système de fonction de transfert $G(p) = \frac{10}{p(1+p+p^2)}$ placé dans une boucle à retour unitaire. On souhaite corriger le comportement de ce système par un correcteur proportionnel. On désire une marge de phase de -45° et une marge de gain de 10 dB.

On donne le diagramme de Bode associé à cette fonction de transfert.



Question 1 Mesurer puis calculer la marge de phase.

Correction

- On cherche ω tel que $G_{dB}(\omega) = 0$ dB : $G_{dB}(\omega) = -20\log(10) - 20\log\omega - 20\log(\sqrt{(1-\omega^2)^2 + \omega^2})$
On trouve $\omega = 2.21$ rad/s et $M_\varphi = -60^\circ$. Le système est instable.

Question 2 Mesurer puis calculer la marge de gain.

Correction Pour $\varphi = -180^\circ$, on a $\omega = 1$ rad/s et $M_G = -20$ dB. Le système est instable.

Question 3 Déterminer K_p pour avoir une marge de phase de 45° . Vérifier la marge de gain.

Correction Pour $\varphi = -135^\circ$ on a $\omega = 0.62$ rad/s. On trouve un gain proportionnel de 0,54.
La marge de gain est alors de 5,35 dB ce qui est inférieur aux 10 dB demandés.

Question 4 Déterminer K_p pour avoir une marge de gain de 10 dB. Vérifier la marge de phase.

Correction Pour $\varphi = -180^\circ$ on a $\omega = 1$ rad/s. On trouve un gain proportionnel de 0,316.
La marge de phase est alors de 70° ($\omega = 0.333$ rad/s).

- $M_\varphi = -60^\circ$.
- $M_G = -20$ dB.
- $K_p = 0,54$ et $M_G = 5,35$ dB.
- $K_p = 0,316$ et $M_\varphi = 70^\circ$.

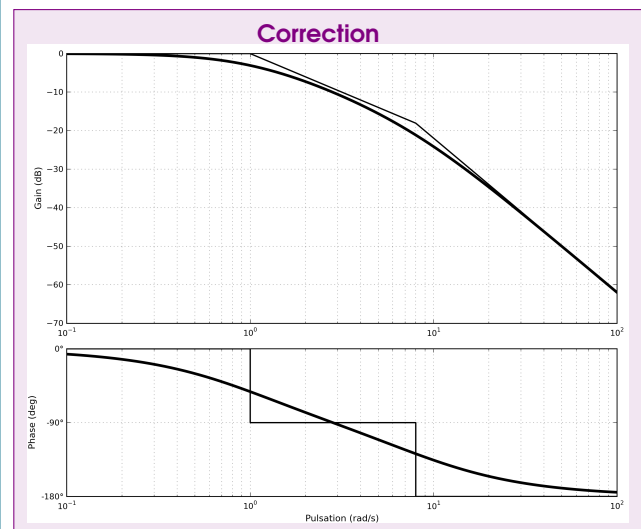
Correcteur proportionnel intégral

D'après ressources P. Dupas.

Soit un système de fonction de transfert $G(p) = \frac{1}{(p+1)(\frac{p}{8}+1)}$ placé dans une boucle à retour unitaire.

On souhaite disposer d'une marge de phase de 45° en utilisant un correcteur proportionnel intégral de la forme $C(p) = K_p \frac{1+\tau p}{\tau p}$.

Question 1 Tracer le diagramme de Bode de la boucle ouverte non corrigée.



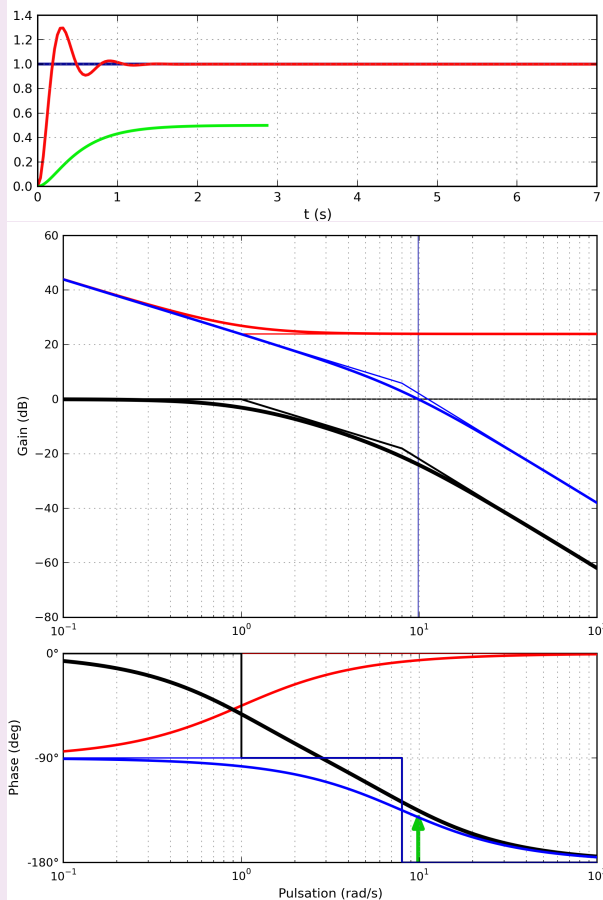
Question 2 Déterminer les paramètres du correcteur pour avoir une marge de phase de 45° .

Correction

- On résout $\varphi(\omega) = -135^\circ$: $\varphi(\omega) = -\arctan\omega - \arctan\omega/8 \Rightarrow \tan 135^\circ = \frac{\omega + \omega/8}{1 - \omega^2/8} \Leftrightarrow -1 + \omega^2/8 - 9\omega/8 = 0 \Leftrightarrow \omega^2 - 9\omega - 8 = 0$. $\Delta = 81 + 32 = 113$.
 $\omega = \frac{9 \pm \sqrt{113}}{2} = 9.82$ rad/s.
- Calculons $G_{dB}(9,82) = -23,9$ dB. Il faut donc augmenter le gain de 23,9 dB soit $K_p = 10^{23,9/20} = 15,7$.
- On choisit τ pour ne pas modifier la marge de phase. Il faut donc que le déphasage de 0° du correcteur ait lieu avant 9,82 rad/s. De manière usuelle on prend $\frac{1}{\tau} = \frac{9,82}{10} = 0,982$ rad/s.
- Au final, on a $C(p) = 15,7 \frac{1 + 0,018p}{0,018p}$.

Question 3 Tracer le diagramme de Bode du correcteur
et le diagramme de la boucle ouverte corrigée.

Correction



- 1.
2. $C(p) = 15,7 \frac{1 + 1,018p}{1,018p}$.
- 3.

Correcteur à avance de phase

Soit un système de fonction de transfert $G(p) = \frac{100}{(p+1)^2}$ placé dans une boucle à retour unitaire. On souhaite corriger ce système en utilisant un correcteur à avance de phase de la forme $C(p) = K \frac{1 + a\tau p}{1 + \tau p}$.

Question 1 Tracer le diagramme de Bode de $G(p)$.

Question 2 Corriger ce système de sorte que sa marge de phase soit égale à 45° .

Correction

- $G_{dB}(\omega) = 20 \log(100) - 20 \log(1 + \omega^2)$. $G_{dB}(\omega) = 0 \Leftrightarrow \frac{100}{1 + \omega^2} = 1 \Leftrightarrow \omega = \pm \sqrt{99} \Rightarrow \omega = 9.95 \text{ rad/s}$.
- $\varphi(\omega) = -2 \arctan \omega$ et $\varphi(9.95) = -2.94 \text{ rad} = -169^\circ$ soit une marge de phase de 11° ; le correcteur doit donc apporter un complément de phase de 34° .
- $\varphi_{\max} = \arcsin\left(\frac{a-1}{a+1}\right) \Rightarrow \sin(\varphi_{\max}) = \frac{a-1}{a+1} \Rightarrow a = \frac{\sin(\varphi_{\max}) + 1}{\sin(\varphi_{\max}) - 1} = 3,54$.
- $\tau = \frac{1}{9,95 \sqrt{3,54}} = 0.053 \text{ s}$.

Question 3 Tracer le diagramme de Bode du correcteur et le diagramme de la boucle ouverte corrigée.

- 1.
2. $C(p) = 0,53 \frac{1 + 3,54 \cdot 0,053p}{1 + 0,053p}$.
- 3.

