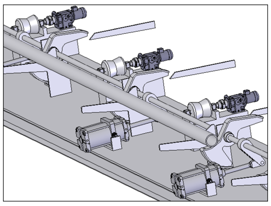
TD 02



Banc d'épreuve hydraulique

CCP – PSI – 2010

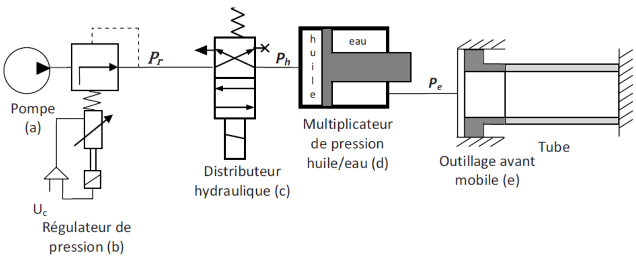
Savoirs et compétences :

Présentation

Vallourec & Mannesmann Tubes (V&M Tubes), entreprise du groupe Vallourec, est le leader mondial dans la production de tubes en acier sans soudure laminés à chaud.

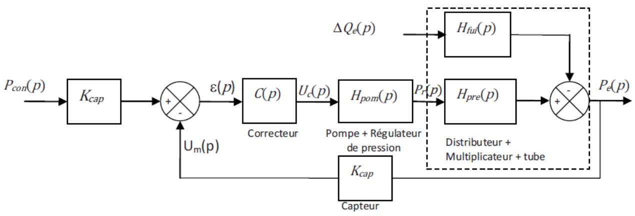
Afin de valider la caractéristique de tenue en pression des tubes, ceux-ci sont soumis à une pression hydraulique donnée durant un temps spécifié. Ces paramètres dépendent de la taille des tubes et de leur future utilisation.

Un schéma hydraulique simplifié est donné figure suivante :



Mise en place d'un asservissement de pression.

Pour limiter l'erreur statique due aux fuites, on envisage d'asservir la pression d'eau dans le tube. L'objectif est ici de proposer un réglage du correcteur pour répondre aux critères du cahier des charges. La pression d'eau à l'intérieur du tube est mesurée par un capteur de pression. Le schéma-blocs de l'asservissement est défini ci-dessous.



- $P_{con}(p)$: pression de consigne d'eau dans le tube (Pa) ;
- $P_e(p)$: pression d'eau dans le tube (Pa) ;
- $U_c(p)$: tension de commande du régulateur de pression (V) ;
- $P_r(p)$: pression d'huile régulée (Pa) ;
- $\Delta Q_e(p)$: débit de fuite (m^3/s) ;
- $U_m(p)$: tension de mesure du capteur (V).

Hypothèses :

- quels que soient les résultats précédents, l'ensemble de mise sous pression {tube + distributeur + multiplicateur de pression} est défini par les transmittances suivantes : $H_{\text{pre}}(p)=\dfrac{K_m}{1+T_1 p}$ et $H_{\text{fui}}(p)=\dfrac{K_f}{1+T_1 p}$ avec $K_m=3,24$; $K_f=2.55\,10^{10}\,\text{Pa}/(\text{m}^3/\text{s})$; $T_1=10\,\text{s}$;
- l'ensemble {pompe+régulateur de pression} est modélisé par la fonction de transfert : $H_{\text{pom}}(p)=\dfrac{K_{\text{pom}}}{1+T_2 p}$ avec $K_{\text{pom}}=1.234\,10^7\,\text{Pa/V}$; $T_2=5\,\text{s}$;
- le capteur est modélisé par un gain pur : $K_{\text{cap}}=2.5\,10^{-8}\,\text{V/Pa}$.

La pression de consigne est de $P_{\text{con}}=800\,\text{bars}$ et les débits de fuite sont estimés à $\Delta Q_e=5\,10^{-4}\,\text{m}^3/\text{s}$.

On rappelle que le cahier des charges concernant le réglage de la pression de test est le suivant :

Stabilité :	marge de phase de 60° marge de gain de 12 dB
Rapidité :	temps d'établissement $t_e<40\,\text{s}$
Précision :	erreur statique < 5% soit pour une consigne de 800 bars : erreur statique due à la consigne : $\varepsilon_{\text{con}}<5\%$ erreur statique due à la perturbation $\varepsilon_{\text{pert}}<40\,\text{bars}$
Amortissement :	pas de dépassement

Dans le cas d'un système bouclé convenablement amorti, on pourra utiliser, sans aucune justification, la relation : $t_e\,\omega_{0\,\text{dB}}=3$ où $\omega_{0\,\text{dB}}$ désigne la pulsation de coupure à 0 dB en boucle ouverte et t_e le temps d'établissement en boucle fermée vis-à-vis d'un échelon de consigne :

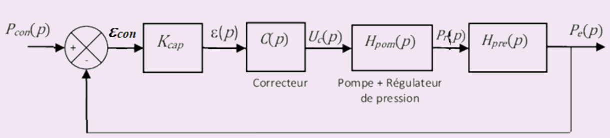
- $t_e=t_m$, temps du 1er maximum si le dépassement est supérieur à 5% ;
- $t_e=t_R$, temps de réponse à 5% si le dépassement est nul ou inférieur à 5%.

Correction proportionnelle

On envisage tout d'abord un correcteur de type proportionnel : $C(p)=K_p$.

Question 1 *Transformer le schéma-blocs pour se ramener à un système à retour unitaire.*

Correction



Question 2 *Déterminer, en fonction de K_p, ε_{con} définie comme l'erreur statique pour une entrée consigne P_{con} de type échelon, dans le cas où le débit de fuite est nul.*

Correction Dans ce cas, le système est de classe 0. L'erreur statique est donc de $\varepsilon_{\text{con}}=\dfrac{P_{\text{con}}}{1+K_{\text{cap}}K_pK_mK_{\text{pom}}}$.

Question 3 *Proposer un réglage de K_p pour limiter ε_{con} à la valeur spécifiée dans le cahier des charges.*

Correction Pour que l'erreur soit inférieure à 5% :

$$\frac{P_{\text{con}}}{1+K_{\text{cap}}K_pK_mK_{\text{pom}}}<0,05P_{\text{con}}$$
$$\Leftrightarrow 1<0,05\left(1+K_{\text{cap}}K_pK_mK_{\text{pom}}\right)$$
$$\Leftrightarrow \frac{0,95}{0,05K_{\text{cap}}K_mK_{\text{pom}}}<K_p.$$ On a donc $K_p>19$.

Question 4 *Dans le cas où la consigne de pression est nulle, déterminer en fonction de K_p ε_{pert} définie comme l'erreur statique pour une perturbation ΔQ_e de type échelon, dans le cas où la consigne de pression est nulle.*

Correction Dans ce cas, on a toujours un système dont la BO est de classe 1 et : $\varepsilon_{\text{pert}}=\dfrac{\Delta Q_eK_f}{1+K_{\text{cap}}K_pK_mK_{\text{pom}}}$.

Question 5 *Proposer un réglage de K_p pour limiter ε_{pert} à la valeur spécifiée au cahier des charges.*

Correction Pour $\Delta Q_e=5\,10^{-4}\text{m}^3/\text{s}$ on souhaite $\varepsilon_{\text{pert}}<40\,\text{bars}$. En conséquence, $\dfrac{\Delta Q_eK_f}{1+K_{\text{cap}}K_pK_mK_{\text{pom}}}<40\Leftrightarrow \dfrac{\Delta Q_eK_f-40}{40K_{\text{cap}}K_mK_{\text{pom}}}<K_p$. On a donc $K_p>2,19$.

Question 6 *Proposer un réglage de K_p pour vérifier le critère d'amortissement.*

Correction Pour avoir aucun dépassement, il est nécessaire que, si la FTBF du système est d'ordre 2, on ait $\xi\geq 1$. (Si la FTBF est d'ordre 1, il n'y aura pas de dépassement, si la FTBF est d'ordre supérieur à 2 il n'y a pas de résultat connu.)

On a donc, avec un débit de fuite nul, $\dfrac{P_e(p)}{P_{con}(p)}=$

$$\frac{K_{\text{cap}}K_p\dfrac{K_{\text{pom}}}{1+T_2p}\dfrac{K_m}{1+T_1p}}{1+K_{\text{cap}}K_p\dfrac{K_{\text{pom}}}{1+T_2p}\dfrac{K_m}{1+T_1p}}=\frac{K_{\text{cap}}K_pK_{\text{pom}}K_m}{(1+T_1p)(1+T_2p)+K_{\text{cap}}K_pK_{\text{pom}}K_m}=\frac{K_{\text{cap}}K_pK_{\text{pom}}K_m}{(T_1+T_2)p+T_1T_2p^2+1+K_{\text{cap}}K_pK_{\text{pom}}K_m}.$$

On a alors : $\omega_0=\sqrt{\dfrac{1+K_{\text{cap}}K_pK_{\text{pom}}K_m}{T_1T_2}}$ et $\xi=\dfrac{1}{2}\dfrac{T_1+T_2}{\sqrt{T_1T_2\left(1+K_{\text{cap}}K_pK_{\text{pom}}K_m\right)}}$.

En conséquence, $\xi>1\Leftrightarrow\dfrac{(T_1+T_2)^2-4T_1T_2}{4T_1T_2K_{\text{cap}}K_{\text{pom}}K_m}>K_p$ et donc $K_p<0,125$.

Question 7 *À partir des résultats des questions précédentes, conclure quant au choix d'un correcteur proportionnel.*

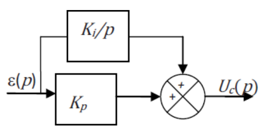
Correction On a donc :

- $K_p>19$;
- $K_p>2,19$;
- $K_p<0,125$.

Les 3 conditions sont incompatibles. Un autre correcteur doit être envisagé.

Correction proportionnelle intégrale

On se propose de corriger le système avec le correcteur défini sur le schéma-blocs ci-dessous :



Question 8 *Déterminer la fonction de transfert $C(p)$ de ce correcteur.*

Correction On a $C(p)=\dfrac{K_i}{p}+K_p=\dfrac{K_i+K_pp}{p}=\dfrac{K_i}{p}\left(1+\dfrac{K_p}{K_i}p\right)$.

Question 9 *Tracer l'allure de son diagramme de Bode en fonction des coefficients K_i et K_p.*

Correction

Question 10 *Quelle est l'influence d'un tel correcteur sur la précision et la stabilité ? Justifier.*

Correction L'intégrateur va permettre d'annuler l'erreur (du à la consigne et à la perturbation). De plus, suivant le positionnement du correcteur, le déphasage de -90°présent en basse fréquence peut déstabiliser le système.

Question 11 *Quelle valeur faut-il donner à $\omega_{0\,\text{dB}}$ pour répondre au critère de rapidité du cahier des charges ?*

Correction On souhaite que $t_e < 40\,\text{s} \Leftrightarrow \dfrac{3}{\omega_{0\,\text{dB}}} < 40 \Leftrightarrow \dfrac{3}{40} < \omega_{0\,\text{dB}}$ et donc $\omega_{0\,\text{dB}} > 0.075\,\text{rad}\,\text{s}^{-1}$.

Question 12 *Déterminer alors le rapport $T = K_p/K_i$ pour obtenir la marge de phase spécifiée dans le cahier des charges.*

Correction On désire une marge de phase de 60°. Il faut donc que $\varphi(\omega_{0\,\text{dB}}) = -120°$. On a $FTBO(p) = \dfrac{K_i}{p}\left(1+\dfrac{K_p}{K_i}p\right)K_{\text{cap}}\dfrac{K_m}{1+T_1 p}\dfrac{K_{\text{pom}}}{1+T_2 p}$. Et donc : $\varphi(\omega) = -90 + \arctan\left(\dfrac{K_p}{K_i}\omega\right) - \arctan(T_1\omega) - \arctan(T_2\omega)$ en $\omega_{0\,\text{dB}}$ on a : $\varphi(0{,}075) = -90 + \arctan\left(\dfrac{K_p}{K_i}0{,}075\right) - 57 = -147 + \arctan\left(\dfrac{K_p}{K_i}0{,}075\right)$. On cherche donc $\dfrac{K_p}{K_i}$ tel que $-147 + \arctan\left(\dfrac{K_p}{K_i}0{,}075\right) = -120 \Rightarrow \arctan\left(\dfrac{K_p}{K_i}0{,}075\right) = 27 \Rightarrow \dfrac{K_p}{K_i}0{,}075 = 0{,}51 \Rightarrow \dfrac{K_p}{K_i} = 6{,}79$. Ainsi pour avoir une marge de phase supérieure à 60°, on doit avoir $T = \dfrac{K_p}{K_i} > 6{,}79$.

Question 13 *En déduire les valeurs de K_p et de K_i qui permettent de régler rapidité et marge de phase.*

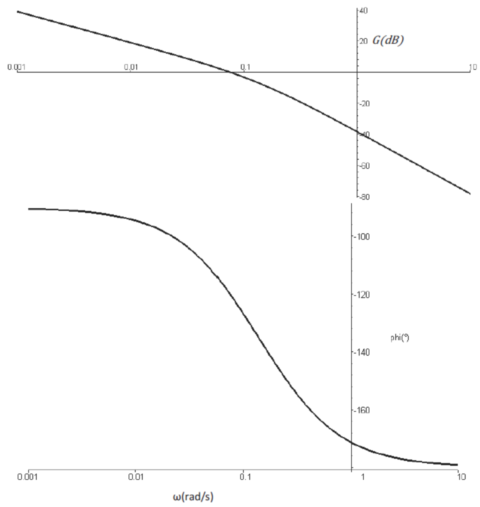
Correction On souhaite que le gain soit nul lorsque $\omega_{0\,\text{dB}} = 0.075\,\text{rad}\,\text{s}^{-1}$.

On a $G_{\text{dB}}(\omega) = 20\log\left(\sqrt{1+\dfrac{K_p^2}{K_i^2}\omega^2}\right) + 20\log K_i + 20\log\left(K_{\text{cap}}K_{\text{pom}}K_m\right) - 20\log\omega + 20\log\left(\sqrt{1+\dfrac{K_p^2}{K_i^2}\omega^2}\right) - 20\log\left(\sqrt{1+T_1^2\omega^2}\right) - 20\log\left(\sqrt{1+T_2^2\omega^2}\right)$.

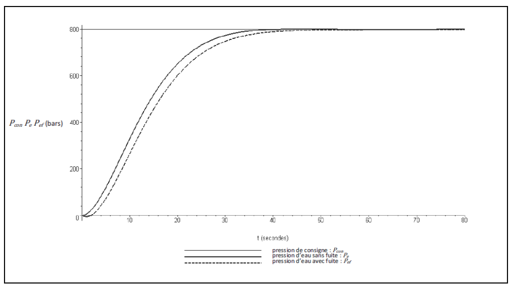
$G_{\text{dB}}(\omega_{0\,\text{dB}}) = 0 \Rightarrow K_i = 0{,}089$ et $K_p = 0{,}615$.

Bilan

On donne les diagrammes de Bode en gain et en phase de la fonction de transfert en boucle ouverte corrigée avec le correcteur Proportionnel Intégral déterminé précédemment.



On donne ensuite sa réponse temporelle avec et sans débit de fuite pour une pression de consigne d'eau de 800 bars.



Question 14 *La réponse du système est-elle satisfaisante au regard du cahier des charges ? Justifier.*

Correction