

## TD 6



## La robotique au service du handicap

Centrale Supélec – PSI 2010

## Savoirs et compétences :

- ☐ Res1.C4.SF1 : Proposer la démarche de réglage d'un correcteur proportionnel, proportionnel intégral
- ☐ Con.C2 : Correction d'un système asservi

## Présentation

Le correcteur choisi est de type proportionnel-intégral (P.I.) de fonction de transfert :  $C(p) = K \left( 1 + \frac{1}{T_i p} \right)$ . On adopte sans aucune justification que  $T_i = 0,3$  ms. Le diagramme de Bode de la fonction de transfert en boucle ouverte non corrigée :

$$H(p) = \frac{0,0326p \left( 1 + \frac{2 \times 0,08}{463}p + \frac{p^2}{463^2} \right)}{\left( 1 + \frac{p}{122} \right) \left( 1 + \frac{2 \times 0,09}{464}p + \frac{p^2}{464^2} \right) \left( 1 + \frac{p}{10^3} \right) \left( 1 + \frac{p}{10^4} \right)}$$

est donné en fin de document.  $i_{\text{mes}}(t)$  est la mesure du courant du moteur et  $u(t)$  la tension d'alimentation. Ce tracé pourra être utilisé sans aucune justification.

## Synthèse du régulateur PI de la boucle de courant

**Question 1** Compléter le diagramme de Bode par le tracé des diagrammes asymptotiques de la fonction  $H(p)$ .

**Question 2** En adoptant  $K = 1$ , tracer le diagramme de Bode (module et phase) de  $C(p)$  : diagrammes asymptotiques et allures des tracés réels avec les valeurs prises aux points caractéristiques.

**Question 3** En déduire les tracés asymptotiques et les allures des tracés réels du diagramme de Bode de la fonction de transfert en boucle ouverte corrigée (on différenciera les tracés par des couleurs différentes). Déterminer, sans calcul supplémentaire, la pulsation  $\omega_1$  telle que la phase de la fonction de transfert en boucle ouverte est égale à  $-135^\circ$  et la valeur numérique du gain statique.

**Question 4** Déterminer alors la valeur du gain  $K$  permettant d'assurer une marge de phase de  $45^\circ$ .

On considère maintenant le système corrigé avec le correcteur  $C(p)$  qui vient d'être déterminé.

**Question 5** Déterminer un ordre de grandeur de la marge de gain obtenue et conclure sur la stabilité du système en boucle fermée.

**Question 6** Déterminer l'écart statique  $\Delta i_0 = \lim_{t \rightarrow +\infty} (i_c(t) - i_{\text{mes}}(t))$  en boucle fermée en réponse à un échelon de consigne  $i_c(t) = I_0 \Gamma(t)$  d'amplitude  $I_0$  et l'exprimer sous la forme  $\Delta i_0 = k I_0$  en précisant la valeur numérique de  $k$ .

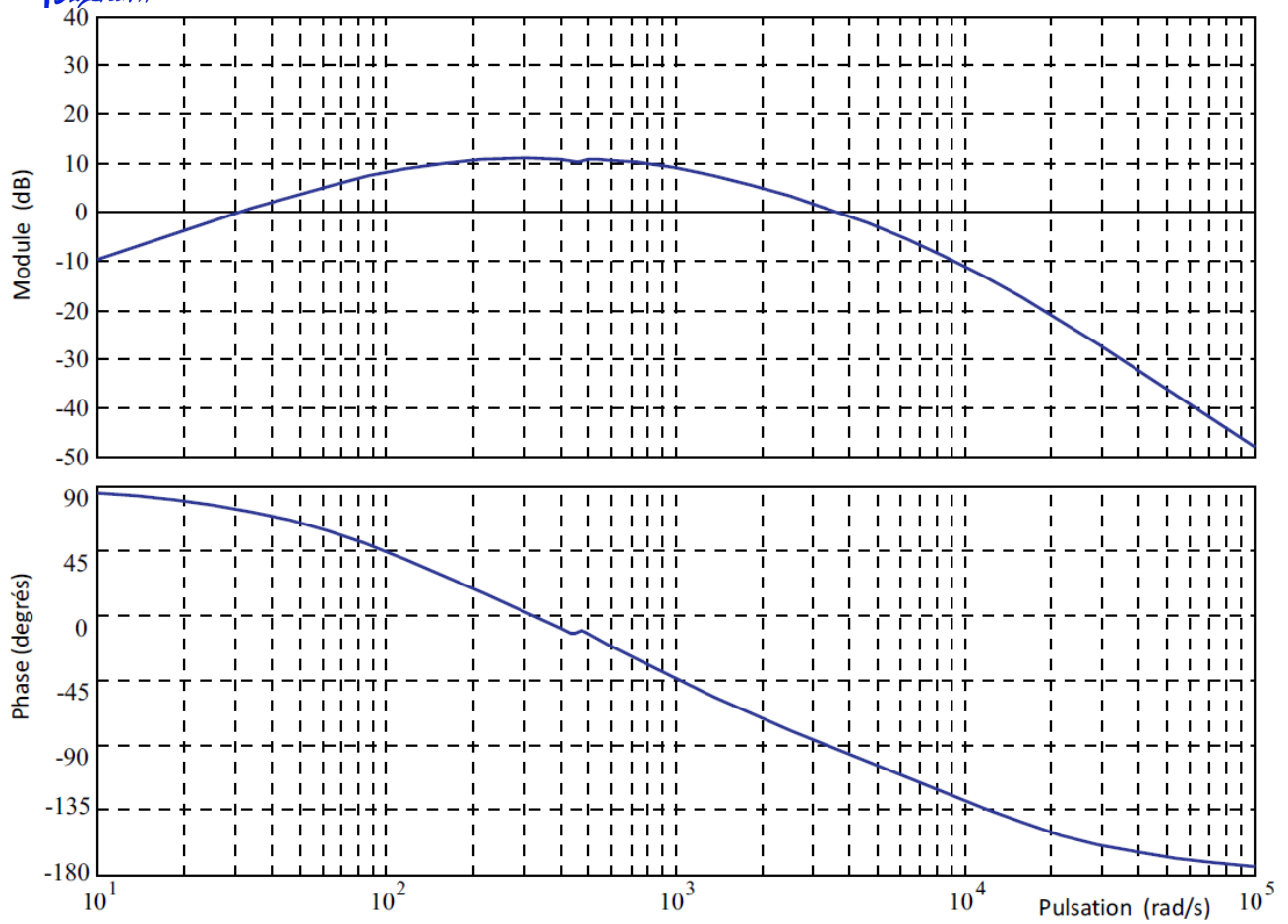
La figure 11 représente la structure de l'actionneur (la boucle de courant du moteur étant fermée) :  $i_c$  et  $i$  sont respectivement la consigne et le courant moteur,  $C_{\text{ref}}$  est le couple de référence souhaité,  $C_a$  est le couple appliqué par l'actionneur sur l'axe de l'articulation et  $G_{i_c}$  est un gain pur correspondant à la relation entre le courant et le couple  $C_a$ . On suppose pour toute cette question que le couple de référence  $C_{\text{ref}}(t)$  est constant d'amplitude  $C_{\text{ref}} = C_{\text{ref}0}$ .

**Question 7** Exprimer  $G_{i_c}$  en fonction de  $K_c$  et de  $N$ .

**Question 8** En supposant qu'en régime permanent l'erreur statique de la boucle d'asservissement de courant est nulle  $\Delta i_0 = 0$ , donner la valeur du gain  $G_0$  permettant d'assurer l'égalité des couples de référence  $C_{\text{ref}0}$  et appliqué  $C_a$ .

**Question 9** En remarquant que le gain statique du capteur de courant est de 1, montrer, en utilisant les résultats des questions précédentes, qu'en régime permanent l'erreur  $\Delta C = C_{\text{ref}} - C_a$  entre le couple de référence et le couple moteur exprimé sur l'axe de l'articulation est  $\Delta C = k_1 C_{\text{ref}0}$ . Déterminer  $k_1$  en fonction de  $k$ .

**Question 10** Vérifier alors si les différentes exigences du cahier des charges de l'actionneur sont validées.



## TD 6 – Corrigé



## La robotique au service du handicap

Centrale Supélec – PSI 2010

## Savoirs et compétences :

- Res1.C4.SF1 : Proposer la démarche de réglage d'un correcteur proportionnel, proportionnel intégral
- Con.C2 : Correction d'un système asservi

## Présentation

Le correcteur choisi est de type proportionnel-intégral (P.I.) de fonction de transfert :  $C(p) = K \left( 1 + \frac{1}{T_i p} \right)$ . On adopte sans aucune justification que  $T_i = 0,3 \text{ ms}$ . Le diagramme de Bode de la fonction de transfert en boucle ouverte non corrigée :

$$H(p) = \frac{0,0326p \left( 1 + \frac{2 \times 0,08}{463} p + \frac{p^2}{463^2} \right)}{\left( 1 + \frac{p}{122} \right) \left( 1 + \frac{2 \times 0,09}{464} p + \frac{p^2}{464^2} \right) \left( 1 + \frac{p}{10^3} \right) \left( 1 + \frac{p}{10^4} \right)}$$

est donné en fin de document.  $i_{\text{mes}}(t)$  est la mesure du courant du moteur et  $u(t)$  la tension d'alimentation. Ce tracé pourra être utilisé sans aucune justification.

## Synthèse du régulateur PI de la boucle de courant

**Question 1** Compléter le diagramme de Bode par le tracé des diagrammes asymptotiques de la fonction  $H(p)$ .

## Correction

**Question 2** En adoptant  $K = 1$ , tracer le diagramme de Bode (module et phase) de  $C(p)$  : diagrammes asymptotiques et allures des tracés réels avec les valeurs prises aux points caractéristiques.

## Correction

**Question 3** En déduire les tracés asymptotiques et les allures des tracés réels du diagramme de Bode de la fonction de transfert en boucle ouverte corrigée (on différenciera les tracés par des couleurs différentes). Déterminer, sans calcul supplémentaire, la pulsation  $\omega_1$  telle que la phase de la fonction de transfert en boucle ouverte est égale à  $-135^\circ$  et la valeur numérique du gain statique.

## Correction

**Question 4** Déterminer alors la valeur du gain  $K$  permettant d'assurer une marge de phase de  $45^\circ$ .

## Correction

On considère maintenant le système corrigé avec le correcteur  $C(p)$  qui vient d'être déterminé.

**Question 5** Déterminer un ordre de grandeur de la marge de gain obtenue et conclure sur la stabilité du système en boucle fermée.

## Correction

**Question 6** Déterminer l'écart statique  $\Delta i_0 = \lim_{t \rightarrow +\infty} (i_c(t) - i_{\text{mes}}(t))$  en boucle fermée en réponse à un échelon de consigne  $i_c(t) = I_0 \Gamma(t)$  d'amplitude  $I_0$  et l'exprimer sous la forme  $\Delta i_0 = k I_0$  en précisant la valeur numérique de  $k$ .

## Correction

La figure 11 représente la structure de l'actionneur (la boucle de courant du moteur étant fermée) :  $i_c$  et  $i$  sont respectivement la consigne et le courant moteur,  $C_{\text{ref}}$  est le couple de référence souhaité,  $C_a$  est le couple appliqué par l'actionneur sur l'axe de l'articulation et  $G_{ic}$  est un gain pur correspondant à la relation entre le courant et le couple  $C_a$ . On suppose pour toute cette question que le couple de référence  $C_{\text{ref}}(t)$  est constant d'amplitude  $C_{\text{ref}} = C_{\text{ref}0}$ .

**Question 7** Exprimer  $G_{ic}$  en fonction de  $K_c$  et de  $N$ .

## Correction

**Question 8** En supposant qu'en régime permanent l'erreur statique de la boucle d'asservissement de courant est nulle  $\Delta i_0 = 0$ , donner la valeur du gain  $G_0$  permettant d'assurer l'égalité des couples de référence  $C_{\text{ref}0}$  et appliqué  $C_a$ .

## Correction

**Question 9** En remarquant que le gain statique du capteur de courant est de 1, montrer, en utilisant les résultats des questions précédentes, qu'en régime permanent l'erreur  $\Delta C = C_{ref} - C_a$  entre le couple de référence et le couple moteur exprimé sur l'axe de l'articulation est  $\Delta C = k_1 C_{ref0}$ . Déterminer  $k_1$  en fonction de  $k$ .

Correction

**Question 10** Vérifier alors si les différentes exigences<sup>1</sup> du cahier des charges de l'actionneur sont validées.

Correction

