AGITATEUR MEDICAL

ANALYSE FONCTIONNELLE

Q1 – Fonctions d'adaptation *(Fonctions de contraintes)*

Fa1 : Etre d'une manipulation aisée pour l'utilisateur.

Fa2 : Assurer la compatibilité des matériaux du dispositif avec le milieu ambiant (atmosphère de la salle blanche).

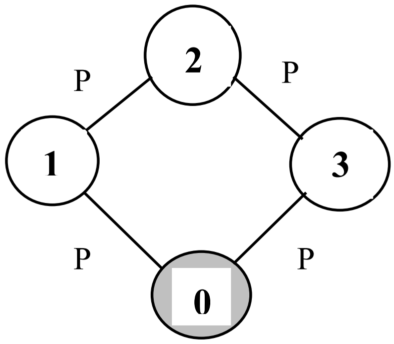
Fa3 : Faciliter les branchements entre les tuyauteries et le dispositif, et opter pour des tuyauteries souples autorisant les mouvements d'agitation.

Fa4 : Minimiser l'encombrement du dispositif afin d'assurer son intégration sous la hotte à flux laminaire.

ETUDE MECANIQUE DE L'AGITATEUR

MODELISATION

Q2 – Degré d'hyperstatisme du modèle proposé



Le modèle proposé est un système 4 barres.

Sa mobilité cinématique vaut $m_c = 1$,
l'entrée étant la rotation de l'excentrique **1**.

Le nombre total d'inconnues cinématiques vaut $N_C = 4$.

Grâce à la relation de la mobilité, on en déduit le degré d'hyperstatisme :

$h = m_c + 6 - N_C \Rightarrow$ ***h = 3*** **Système hyperstatique d'ordre 3**

Q3 – Q4 – Nouveau modèle rendant le système isostatique – Degré de mobilité

Il suffit de substituer aux liaisons pivot L_{21} et L_{32} des liaisons **rotules**.

Alors $N_C = 8$.

De toute évidence $m_c = 2$ mobilité utile $m_u = 1$ Rotation de l'excentrique **1**.
mobilité interne $m_i = 1$ Rotation propre de la bielle **2** / (A,B)

Degré d'hyperstatisme : $h = m_c + 6 - N_C \Rightarrow$ ***h = 0*** **Système isostatique**

CINEMATIQUE GRAPHIQUE

Q5 – Etude cinématique en 2D

Les liaisons entre les solides étant des pivots d'axes parallèles à $(O_1, \vec{z})$, chacun des solides a donc un mouvement plan sur plan parallèle au plan de référence $(O_1, \vec{x}, \vec{y})$, par conséquent on traite la cinématique en 2D.

AGITATEUR MEDICAL

Q6 – Construction graphique de $\vec{V}_{G_C,3/0}$ (*Voir le Document Réponse page suivante*)

- On construit $\vec{V}_{O_2,1/0}$ sachant que : $\vec{V}_{O_2,1/0} = \vec{\Omega}_{1/0} \wedge \overrightarrow{O_1O_2}$, avec $\omega_{1/0} = -12\ rd/s$

$\vec{V}_{O_2,2/0} = \vec{V}_{O_2,1/0}$ avec : $\left\|\vec{V}_{O_2,2/0}\right\| = 300\ mm/s \rightarrow$ graphiquement : *30 mm.*

- On construit $\vec{V}_{B,3/0}$ sachant que :

  $*$ $\vec{V}_{B,3/0} \perp \overrightarrow{O_3B}$, en effet : $\vec{V}_{B,3/0} = \vec{\Omega}_{3/0} \wedge \overrightarrow{O_3B}$

  $*$ $\vec{V}_{B,3/0} = \vec{V}_{B,2/0}$

  $*$ On exploite l'**équiprojectivité** du champ des vitesses de la bielle **2** dans son mouvement plan par rapport au bâti **0** :

$$\vec{V}_{B,2/0} \cdot \overrightarrow{BO_2} = \vec{V}_{O_2,2/0} \cdot \overrightarrow{BO_2} \quad \Leftrightarrow \quad \overrightarrow{BK} = \overrightarrow{O_2H}$$

- On trace le triangle des vitesses du bras **3** dans son mouvement par rapport au bâti **0** , ce qui permet de trouver graphiquement $\vec{V}_{A,3/0}$.

On constate que : $\left\|\overrightarrow{O_3G_C}\right\| = \left\|\overrightarrow{O_3A}\right\|$,

par conséquent on construit $\vec{V}_{G_C,3/0}$ tel que $\vec{V}_{G_C,3/0} \perp \overrightarrow{O_3G_C}$

Sur l'épure, à $\left\|\vec{V}_{G_C,3/0}\right\| \rightarrow$ *40 mm* , par conséquent : $\boxed{\left\|\vec{V}_{G_C,3/0}\right\| = 400\,mm/s}$

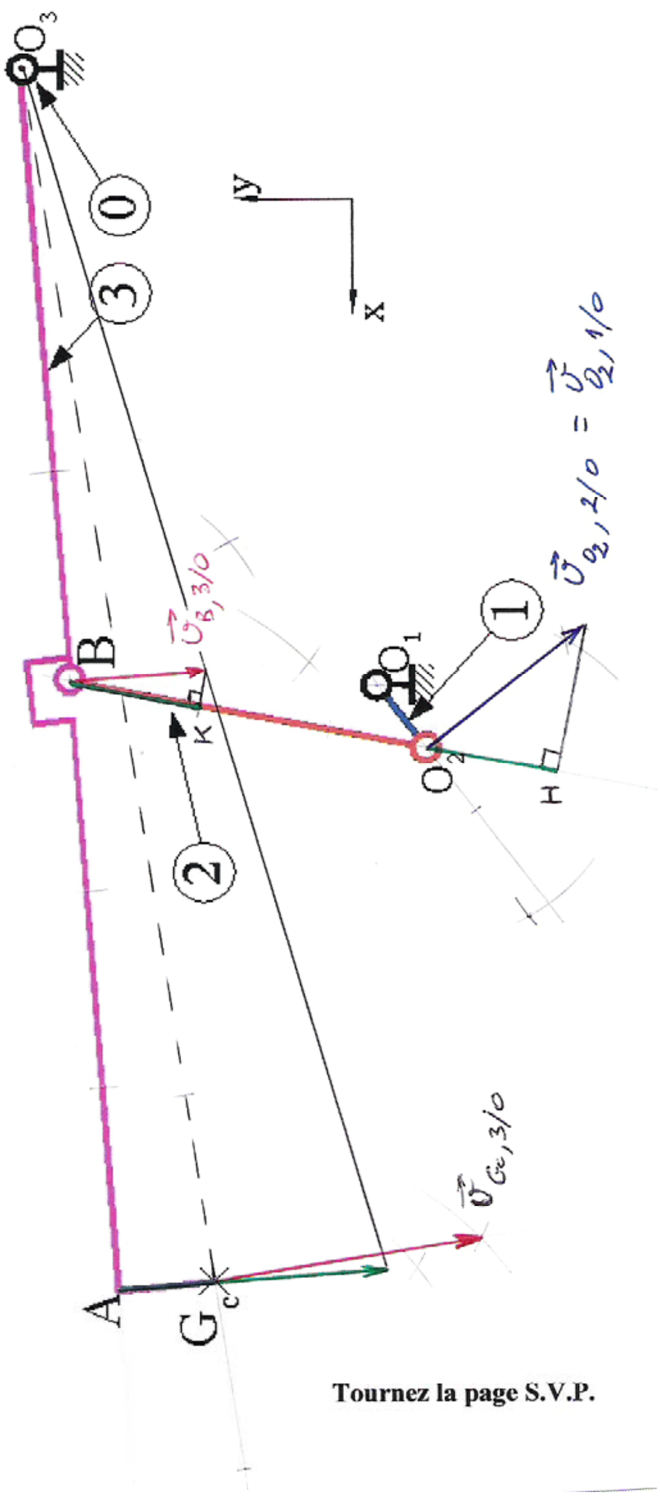
AGITATEUR MEDICAL

DOCUMENT REPONSE

Question 6 :

échelle cinématique :
1mm correspond à 10 mm/s

$\|\overrightarrow{V_{G_c,3/0}}\| =$ 400 mm/s



Tournez la page S.V.P.

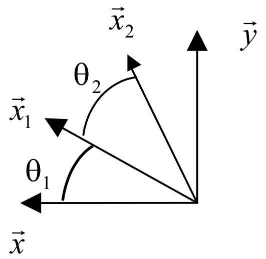
AGITATEUR MEDICAL

CINEMATIQUE ANALYTIQUE

Q7 – Détermination de la loi d'entrée-sortie du modèle du mécanisme

- a – Fermeture géométrique

$$\overrightarrow{O_1O_2}+\overrightarrow{O_2B}+\overrightarrow{BO_3}+\overrightarrow{O_3O_1}=\vec{0} \quad \Leftrightarrow \quad e\cdot\vec{x}_1+b\cdot\vec{x}_2-L\cdot\vec{x}_3+c\cdot\vec{x}-d\cdot\vec{y}=\vec{0} \qquad (\mathrm{I})$$



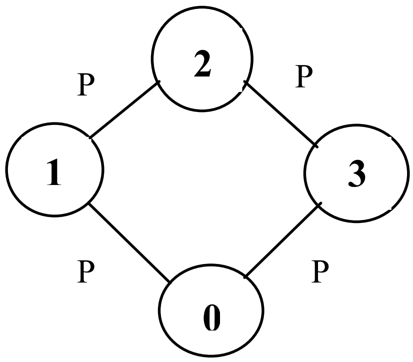
$$(I) \Leftrightarrow \begin{cases} e\cdot C\theta_1+b\cdot C(\theta_1+\theta_2)-L\cdot C\theta_3+c=0 & (a)\\ e\cdot S\theta_1+b\cdot S(\theta_1+\theta_2)-L\cdot S\theta_3-d=0 & (b)\end{cases}$$

Légende : $C = cos$; $S = sin$

Nota : *Je ferais personnellement, une figure plane dans une vue selon* $\underline{-\vec{z}}$ *, ce qui autorise une analyse plus conventionnelle.*

- b – Fermeture cinématique

Les vecteurs sont exprimés par leurs composantes dans la base $(\vec{x},\vec{y},\vec{z})$



- $\underline{\{V_{1/0}\}_{O_1}=\begin{Bmatrix}0 & 0\\ 0 & 0\\ \omega_{1/0} & 0\end{Bmatrix}_{O_1}}$ avec $\omega_{1/0}=\dot{\theta}_1$

- $\{V_{2/1}\}_{O_2}=\begin{Bmatrix}0 & 0\\ 0 & 0\\ \omega_{2/1} & 0\end{Bmatrix}_{O_2}$ avec $\omega_{2/1}=\dot{\theta}_2$

Or $\vec{V}_{O_1,2/1}=\vec{V}_{O_2,2/1}+\overrightarrow{O_1O_2}\wedge\vec{\Omega}_{2/1} \quad \Rightarrow \quad \underline{\{V_{2/1}\}_{O_1}=\begin{Bmatrix}0 & e\cdot\omega_{2/1}\cdot S\theta_1\\ 0 & -e\cdot\omega_{2/1}\cdot C\theta_1\\ \omega_{2/1} & 0\end{Bmatrix}_{O_1}}$

- $\{V_{3/2}\}_{B}=\begin{Bmatrix}0 & 0\\ 0 & 0\\ \omega_{3/2} & 0\end{Bmatrix}_{B}$ avec $\omega_{3/2}=-\dot{\theta}$

AGITATEUR MEDICAL

Or $\vec{V}_{O_1,3/2} = \vec{V}_{B,3/2} + \overrightarrow{O_1B} \wedge \vec{\Omega}_{3/2} \quad \Rightarrow$

$$\{V_{3/2}\}_{O_1} = \begin{Bmatrix} 0 & [e \cdot S\theta_1 + b \cdot S(\theta_1 + \theta_2)] \cdot \omega_{3/2} \\ 0 & -[e \cdot C\theta_1 + b \cdot C(\theta_1 + \theta_2)] \cdot \omega_{3/2} \\ \omega_{3/2} & 0 \end{Bmatrix}_{O_1}$$

- $\{V_{3/0}\}_{O_3} = \begin{Bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ \omega_{3/0} & 0 \end{Bmatrix}_{O_3}$ avec $\omega_{3/0} = \dot{\theta}_3 \quad \Rightarrow \quad \{V_{3/0}\}_{O_1} = \begin{Bmatrix} 0 & d \cdot \omega_{3/0} \\ 0 & c \cdot \omega_{3/0} \\ \omega_{3/0} & 0 \end{Bmatrix}_{O_1}$

Fermeture de la boucle :

$$\{V_{0/3}\}_Q + \{V_{3/2}\}_Q + \{V_{2/1}\}_Q + \{V_{1/0}\}_Q = \{0\} \qquad (II)$$

$$(II) \Leftrightarrow \begin{cases} -\omega_{3/0} + \omega_{3/2} + \omega_{2/1} + \omega_{1/0} = 0 & (1) \\ -d \cdot \omega_{3/0} + [e \cdot S\theta_1 + b \cdot S(\theta_1 + \theta_2)] \cdot \omega_{3/2} + e \cdot \omega_{2/1} \cdot S\theta_1 = 0 & (2) \\ -c \cdot \omega_{3/0} - [e \cdot C\theta_1 + b \cdot C(\theta_1 + \theta_2)] \cdot \omega_{3/2} - e \cdot \omega_{2/1} \cdot C\theta_1 = 0 & (3) \end{cases}$$

Remarque : On constate que le rang du système d'équations scalaires cinématiques vaut $r_c = 3$, or le nombre total d'inconnues cinématiques est $N_C = 4$; on retrouve donc la mobilité cinématique $m_c = 1$ et le degré d'hyperstatisme $h = m_c + 6 - N_C = 3$.

- c – Loi d'entrée-sortie

Il est préférable de reprendre la fermeture géométrique, on déduit du système des équations scalaires :

$$(a) : \quad b \cdot C(\theta_1 + \theta_2) = L \cdot C\theta_3 - e \cdot C\theta_1 - c$$

$$(b) : \quad b \cdot S(\theta_1 + \theta_2) = L \cdot S\theta_3 - e \cdot S\theta_1 + d$$

On élève chacune de ces expressions au carré :

$$b^2 \cdot C^2(\theta_1 + \theta_2) = L^2 \cdot C^2\theta_3 + e^2 \cdot C^2\theta_1 + c^2 - 2eL \cdot C\theta_1 \cdot C\theta_3 - 2cL \cdot C\theta_3 + 2ec \cdot C\theta_1$$

$$b^2 \cdot S^2(\theta_1 + \theta_2) = L^2 \cdot S^2\theta_3 + e^2 \cdot S^2\theta_1 + d^2 - 2eL \cdot S\theta_1 \cdot S\theta_3 + 2dL \cdot S\theta_3 - 2ed \cdot S\theta_1$$

AGITATEUR MEDICAL

On additionne membre à membre :

$$b^2 = L^2 + e^2 + c^2 + d^2 - 2eL\cdot C(\theta_1 - \theta_3) + 2L\cdot(d\cdot S\theta_3 - c\cdot C\theta_3) - 2e\cdot(d\cdot S\theta_1 - c\cdot C\theta_1)$$

On dérive cette relation par rapport au temps :

$$0 = 0 + eL\cdot(\dot\theta_1 - \dot\theta_3)\cdot S(\theta_1 - \theta_3) + L\cdot\dot\theta_3\cdot(d\cdot C\theta_3 + c\cdot S\theta_3) - e\cdot\dot\theta_1\cdot(d\cdot C\theta_1 + c\cdot S\theta_1)$$

$$L\cdot[e\cdot S(\theta_1 - \theta_3) - d\cdot C\theta_3 - c\cdot S\theta_3]\cdot\dot\theta_3 = e\cdot[L\cdot S(\theta_1 - \theta_3)\ c\cdot S\theta_1 - d\cdot C\theta_1]\cdot\dot\theta_1$$

$$\boxed{\frac{\dot\theta_3}{\dot\theta_1} = \frac{e}{L}\cdot\frac{L\cdot\sin(\theta_1 - \theta_3) - c\cdot\sin\theta_1 - d\cdot\cos\theta_1}{e\cdot\sin(\theta_1 - \theta_3) - d\cdot\cos\theta_3 - c\cdot\sin\theta_3}}$$

Q8 – Loi d'entrée-sortie approchée

$\theta_3 \in [-7° ; 7°]$, on fait les approximations suivantes : $\cos\theta_3 \approx 1$ et $\sin\theta_3 \approx 0$ et on a alors : $\sin(\theta_1 - \theta_3) \approx \sin\theta_1$

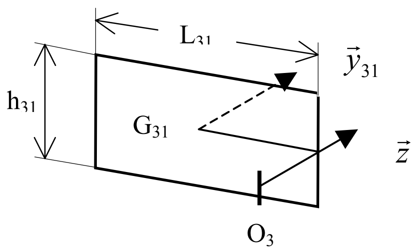
$$\boxed{\frac{\dot\theta_3}{\dot\theta_1} = \frac{e}{L}\cdot\frac{(L-c)\cdot\sin\theta_1 - d\cdot\cos\theta_1}{e\cdot\sin\theta_1 - d}}$$

Nota : *L'expression simplifiée dans l'énoncé présente une erreur de signe .*

DYNAMIQUE

Q9 – Expression littérale approchée du moment d'inertie I_{O3z} de l'ensemble {1}

Plaque (1)



$$I^1_{O3z} = I^1_{G31y31} + m_{31}\cdot\left(\frac{L_{31}}{2}\right)^2 \text{ Théo. de Huyghens}$$

$$I^1_{O3z} = \frac{m_{31}}{12}\left(L_{31}^2 + h_{31}^2\right) + m_{31}\cdot\left(\frac{L_{31}}{2}\right)^2$$

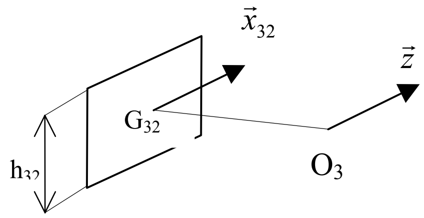
$$I^1_{O3z} = \frac{m_{31}}{12}\left(4\cdot L_{31}^2 + h_{31}^2\right)$$

$$I^1_{O3z} = \frac{m_{31}}{3}L_{31}^2\left(1 + \frac{h_{31}^2}{4\cdot L_{31}^2}\right) \quad \text{or} \quad \frac{h_{31}^2}{4\cdot L_{31}^2} < \frac{1}{36} << 1 \quad \text{donc} \quad \boxed{I^1_{O3z} \approx \frac{m_{31}}{3}L_{31}^2}$$

AGITATEUR MEDICAL

<u>Plaque (2)</u>

Hypothèses : $e_3 << h_{32}$; $G_{32}O_3 \approx L_{31}$



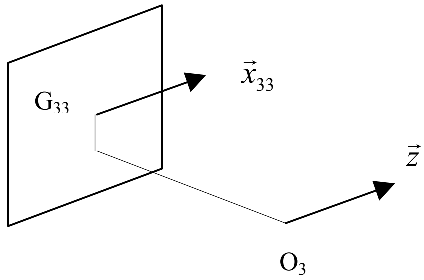
$I^2_{O3z} = I^2_{G32x32} + m_{32} \cdot L^2_{31}$ Théo. de Huyghens

$$I^2_{O3z} = \frac{m_{32}}{12} \cdot \left(h^2_{32} + e^2_3\right) + m_{32} \cdot L^2_{31} \approx \frac{m_{32}}{12} \cdot h^2_{32} + m_{32} \cdot L^2_{31}$$

$$I^2_{O3z} = m_{32} \cdot L^2_{32} \cdot \left(1 + \frac{h^2_{32}}{12 \cdot L^2_{31}}\right)$$

$\dfrac{h^2_{32}}{12 \cdot L^2_{31}} < \dfrac{1}{432} << 1$ donc $\boxed{I^2_{O3z} \approx m_{32} \cdot L^2_{32}}$

<u>Plaque (3)</u>



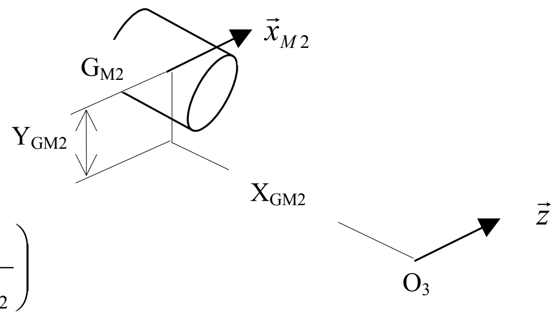
$I^3_{O3z} = I^3_{G33x33} + m_{33} \cdot \left(x^2 + y^2\right)$

Dans l'expression de I^3_{G33x33} on néglige le terme en e_3^2 devant celui en h^2_{33} ; de même dans $m_{33} \cdot \left(x^2 + y^2\right)$ on néglige le terme en y^2 devant celui en x^2.

Il vient donc : $\boxed{I^3_{O3z} \approx m_{33} \cdot d^2_{33}}$, en effet : $x \# d_{33}$.

<u>Cylindre (M_2)</u>

$$I^{M2}_{O3z} = \frac{m_2}{12}\left(3 \cdot \frac{D^2_{M2}}{4} + h^2_{M2}\right) + m_2 \cdot \left(x^2_{GM2} + y^2_{GM2}\right)$$



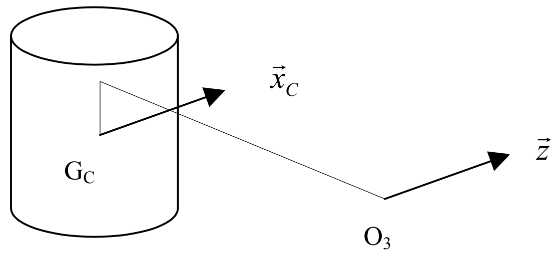
$$I^{M2}_{O3z} = m_2 \cdot x^2_{GM2} \cdot \left(1 + \frac{y^2_{GM2}}{x^2_{GM2}} + \frac{D^2_{M2}}{16 \cdot x^2_{GM2}} + \frac{h^2_{M2}}{12 \cdot x^2_{GM2}}\right)$$

$$1 + \frac{y^2_{GM2}}{x^2_{GM2}} + \frac{D^2_{M2}}{16 \cdot x^2_{GM2}} + \frac{h^2_{M2}}{12 \cdot x^2_{GM2}} \approx 1 + \frac{1}{25} + \frac{1}{16 \cdot 25} + \frac{1}{12 \cdot 9}$$

On fait donc l'approximation suivante : $\boxed{I^{M2}_{O3z} = m_2 \cdot x^2_{GM2}}$

AGITATEUR MEDICAL

Ensemble ©



$$I_{O3z}^{C} = \frac{m_{cr}}{12}\left(3\cdot\frac{D_{cr}^2}{4}+h_{cr}^2\right)+m_{cr}\cdot\left(x_{Gc}^2+y_{Gc}^2\right)$$

$$I_{O3z}^{C} = m_{cr}\cdot x_{Gc}^2\cdot\left(1+\frac{y_{Gc}^2}{x_{Gc}^2}+\frac{D_{cr}^2}{16\cdot x_{Gc}^2}+\frac{h_{cr}^2}{12\cdot x_{Gc}^2}\right)$$

$$1+\frac{y_{Gc}^2}{x_{Gc}^2}+\frac{D_{cr}^2}{16\cdot x_{Gc}^2}+\frac{h_{cr}^2}{12\cdot x_{Gc}^2} < 1+\frac{1}{13^2}+\frac{1}{16\cdot 16}+\frac{1}{12\cdot 25}$$

On fait donc l'approximation suivante : $\boxed{I_{O3z}^{C} \approx m_{cr}\cdot x_{Gc}^2}$

Conclusion : $I_{O3z} = 2\cdot I_{O3z}^{1} + I_{O3z}^{2} + I_{O3z}^{3} + I_{O3z}^{M2} + I_{O3z}^{C}$

$$\boxed{I_{O3z} \approx \frac{2}{3}\cdot m_{31}\cdot L_{31}^2 + m_{32}\cdot L_{31}^2 + m_{33}\cdot d_{33}^2 + m_2\cdot x_{G_{M2}}^2 + m_{cr}\cdot x_{Gc}^2}$$

<u>Q10 – Expression littérale du couple moteur C_m</u>

On applique le théorème de l'énergie cinétique à l'ensemble {1} :

$$\frac{d}{dt}E_C\left(\{1\}/R_0\right) = P(\bar{1}\to 1/R_0) + P_{\text{int}}$$

<u>Actions mécaniques extérieures à l'ensemble {1} :</u>

- Action du stator de M1 sur le rotor : couple de moment $C_m(t)\cdot\vec{z}$

  $\Rightarrow$ Puissance galiléenne : $\underline{P(Sta.\to Rot./R_0) = C_m\cdot\dot{\theta}_1}$

- Actions de liaison de **<u>0</u>** sur **<u>3</u>** et de **<u>0</u>** sur **<u>1</u>** (Hyp. : liaisons parfaites)

  $\Rightarrow$ Puissance galiléenne : $\underline{P(0\to 3/R_0) = 0}$

  $\underline{P(0\to 1/R_0) = 0}$

- Action de la pesanteur sur l'ensemble {1}

  Puissance galiléenne

  $P\left(pes.\to 1/R_0\right) = -mg\cdot\vec{y}\cdot\vec{V}_{G,\{1\}/R_0} = -mg\cdot\vec{y}\cdot x_G\cdot\dot{\theta}_3\cdot\vec{y}_3 = -mg\cdot x_G\cdot\dot{\theta}_3\cdot\cos\theta_3$

AGITATEUR MEDICAL

Hyp. : θ_3 voisin de zéro $\Rightarrow$ $\cos\theta_3 \approx 1$

$$\Rightarrow \underline{P(pes. \to 1/R_0) = -mg \cdot x_G \cdot \dot{\theta}_3}$$

Conclusion : $\underline{P(\overline{1} \to 1/R_0) = C_m \cdot \dot{\theta}_1 - mg \cdot x_G \cdot \dot{\theta}_3}$

Actions mécaniques intérieures à l'ensemble {1} ou puissance des actions mutuelles de liaison

L'hypothèse liaisons parfaites $\Rightarrow$ $\underline{P_{int} = 0}$

Le mouvement de l'ensemble $\{1\}/R_0$ étant une rotation d'axe fixe $(O_3, \vec{z})$, il vient :

$$\underline{E_C(\{1\}/R_0) = \frac{1}{2} \cdot I_{O3z} \cdot \dot{\theta}_3^2}$$

T.E.C. : $I_{O3z} \cdot \dot{\theta}_3 \cdot \ddot{\theta}_3 = C_m \cdot \dot{\theta}_1 - mg \cdot x_G \cdot \dot{\theta}_3$

$$\boxed{C_m = \frac{1}{\dot{\theta}_1} \cdot \left(I_{O3z} \cdot \ddot{\theta}_3 + mg \cdot x_G\right) \cdot \dot{\theta}_3}$$

Q11 – Tableau des valeurs du couple moteur C_m à différents instants

On exploite, à cet effet les courbes représentatives de $\dot{\theta}_3$ et du produit $\dot{\theta}_3 \cdot \ddot{\theta}_3$ en fonction du temps, fournies en annexe.

$$C_m \approx 0{,}05 \cdot \dot{\theta}_3 \cdot \ddot{\theta}_3 + 1 \cdot \dot{\theta}_3$$

t (s)	$\dot{\theta}_3$ (rd.s^{-1})	$\dot{\theta}_3 \cdot \ddot{\theta}_3$ (rd^2.s^{-3})	**C_m (N.m)**
0,1	*- 1,6*	*5*	***-1,35***
0,15	*- 1,4*	*- 14*	***- 2,1***
0,25	*0*	*0*	***0***
0,35	*1,4*	*14*	***2,1***

Q12 – Fonctionnement du moteur M1

M1 fonctionne dans les quadrants : **1** en **MOTEUR**

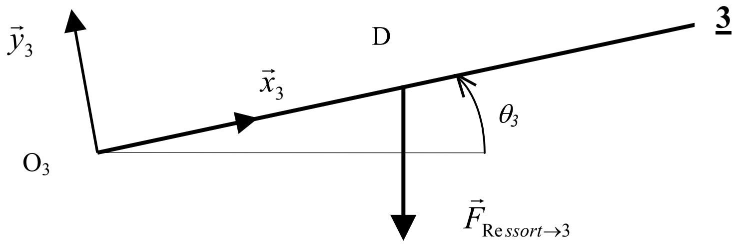
4 en **FREIN**

AGITATEUR MEDICAL

Q13 – Présence du ressort – Nouvelle expression du couple moteur C_m

Nouvelle action mécanique extérieure à l'ensemble {1} : Action du ressort

Cas $\theta_3 > 0$ Vue suivant $(-\vec{z})$

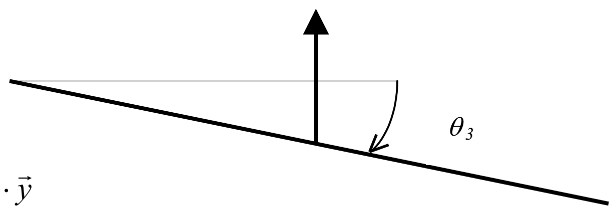


$$\vec{F}_{Ressort\to 3} = -\ k\cdot x_D\cdot\sin\theta_3\cdot\vec{y} \approx -k\cdot x_D\cdot\theta_3\cdot\vec{y}$$

$$\vec{V}_{D,3/0} = \vec{\Omega}_{3/0}\wedge\overrightarrow{O_3D} = \dot{\theta}_3\cdot\vec{z}\wedge x_D\cdot\vec{x}_3 = x_D\cdot\dot{\theta}_3\cdot\vec{y}_3 \approx x_D\cdot\dot{\theta}_3\cdot\vec{y}$$

Puissance de l'action du ressort : $P(ressort\to 3/R_0) = -k\cdot x_D^2\cdot\theta_3\cdot\dot{\theta}_3$

Cas $\theta_3 > 0$ Vue suivant $(-\vec{z})$



$$\vec{F}_{Ressort\to 3} = k\cdot x_D\cdot|\sin\theta_3|\cdot\vec{y}$$

Or $|\sin\theta_3| = -\sin\theta_3 \Rightarrow \vec{F}_{Ressort\to 3} = -\ k\cdot x_D\cdot\sin\theta_3\cdot\vec{y} \approx -k\cdot x_D\cdot\theta_3\cdot\vec{y}$

Conclusion : $\forall$ le signe de θ_3 la puissance de l'action du ressort vaut :
$P(ressort\to 3/R_0) = -k\cdot x_D^2\cdot\theta_3\cdot\dot{\theta}_3$

Le théorème de l'énergie cinétique appliqué à l'ensemble {1} donne :

$$I_{O3z}\cdot\dot{\theta}_3\cdot\ddot{\theta}_3 = C_m\cdot\dot{\theta}_1 - mg\cdot x_G\cdot\dot{\theta}_3 - k\cdot x_D^2\cdot\theta_3\cdot\dot{\theta}_3$$

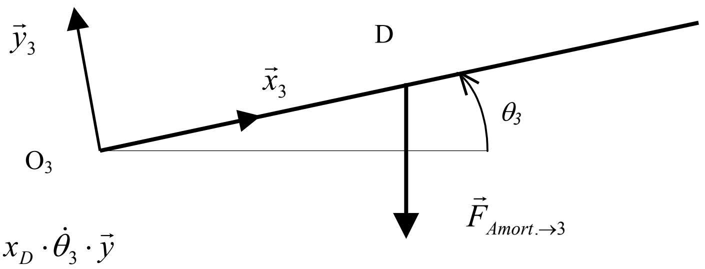
On en déduit : $\boxed{C_m = \frac{1}{\dot{\theta}_1}\cdot\left(I_{O3z}\cdot\ddot{\theta}_3 + mg\cdot x_G + k\cdot x_D^2\cdot\theta_3\right)\cdot\dot{\theta}_3}$

Q14 – Bénéfices apportés par le ressort

AUCUN ,
la machine M1 fonctionne toujours en **FREIN** quand $\theta_3\downarrow$ et en **MOTEUR** quand $\theta_3\uparrow$.
De plus le couple maxi est sensiblement le même.

AGITATEUR MEDICAL

Q15 - Présence du ressort et d'un amortisseur – Troisième expression du couple moteur



Rappel : $\vec{V}_{D,3/0} \approx x_D \cdot \dot{\theta}_3 \cdot \vec{y}$

Donc : $\vec{F}_{Amort.\to 3} = -C \cdot x_D \cdot \dot{\theta}_3 \cdot \vec{y}$

$$\Rightarrow \quad P(Amot. \to 3/R_0) = \vec{F}_{Amort.\to 3} \cdot \vec{V}_{D,3/0} = -C \cdot x_D^2 \cdot \dot{\theta}_3^2$$

Par conséquent, il vient :

$$\boxed{C_m = \frac{1}{\dot{\theta}_1} \cdot \left(I_{O3z} \cdot \ddot{\theta}_3 + mg \cdot x_G + k \cdot x_D^2 \cdot \theta_3 + C \cdot x_D^2 \cdot \dot{\theta}_3\right) \cdot \dot{\theta}_3}$$

Q16 – Choix de la solution répondant aux exigences souhaitées

Solution avec **ressort** et **amortisseur unidirectionnel** , car $\boldsymbol{C_m > 0}$ (M1 fonctionne dans le premier quadrant) et $\boldsymbol{C_{m,Max} \approx 3{,}2\ N.m}$, alors qu'avec les deux autres solutions proposées $\boldsymbol{C_{m,Max} \approx 6{,}5\ N.m}$.

ETUDE DE LA REGULATION EN TEMPERATURE DE L'ENCEINTE

Q 17 – Signification du sommateur situé en amont du bloc de transfert de la chambre

Prise en compte de la **perturbation** que représente l'énergie calorifique $\boldsymbol{q_p}$ perdue ou reçue par la chambre.

Q 18 – Identification de la F.T.B.O. (*Voir le Document Réponse page suivante*)

La réponse à l'échelon de tension :
- présente une tangente horizontale à l'origine,
- est apériodique amorti.

Par conséquent la forme proposée, fonction de transfert du **second ordre** avec pôles **réels négatifs** est pertinente.

De toute évidence $G = ½$

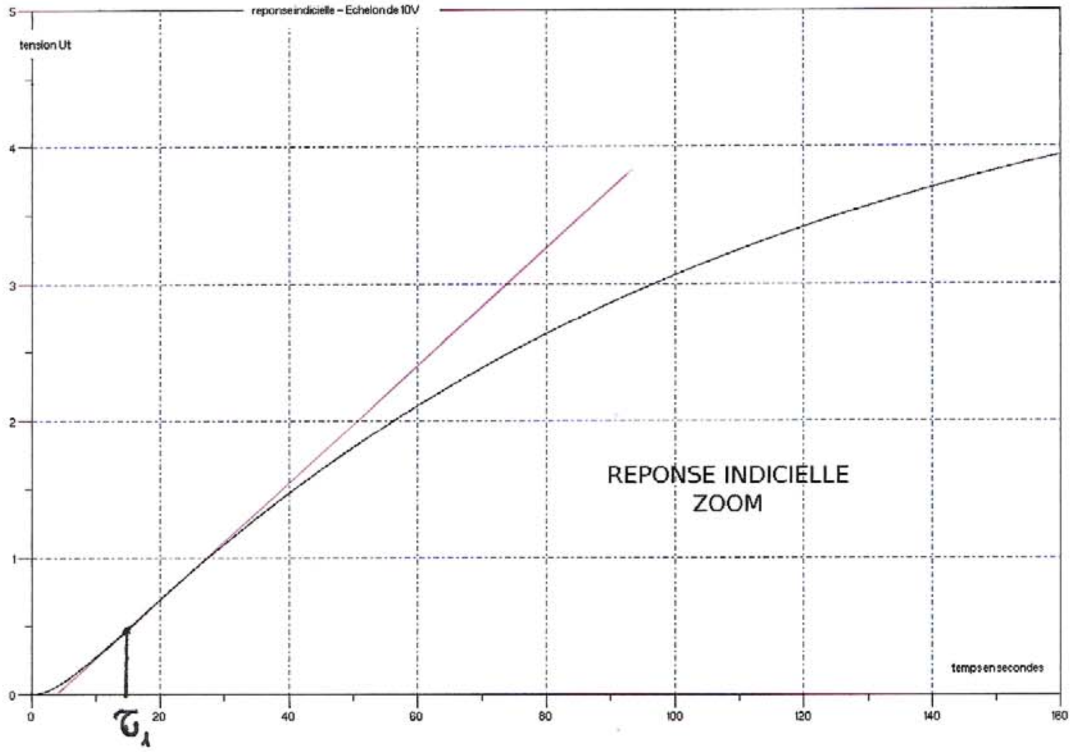
En exploitant la remarque " Si $\tau_1 << \tau_2$ on peut approximer τ_1 comme l'intersection…" on relève :

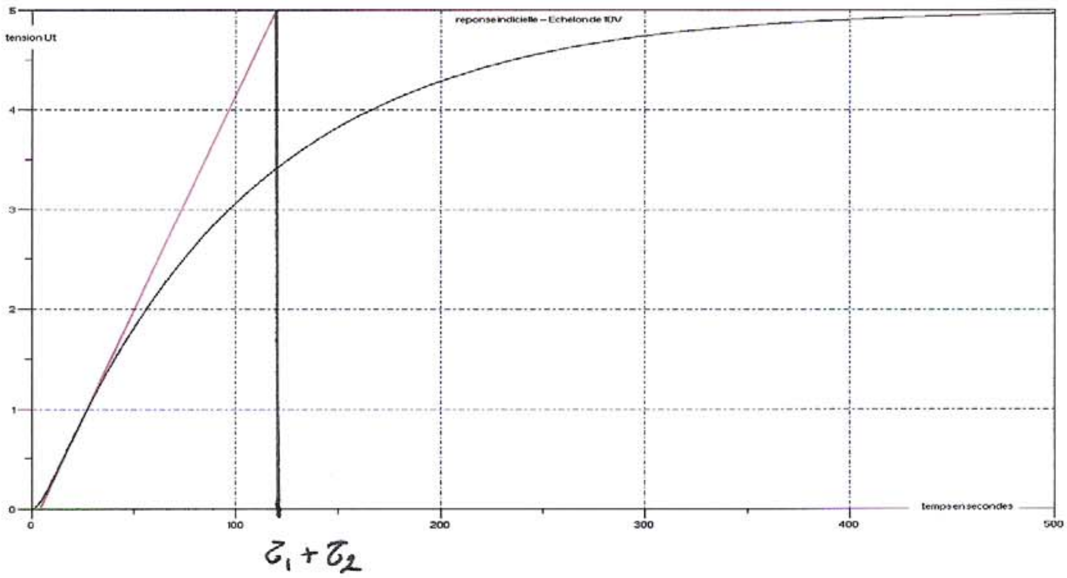
- $\tau_1 \approx 15\ s$
- $\tau_1 + \tau_2 \approx 120\ s \Rightarrow \tau_2 \approx 105\ s$

AGITATEUR MEDICAL

DOCUMENT REPONSE

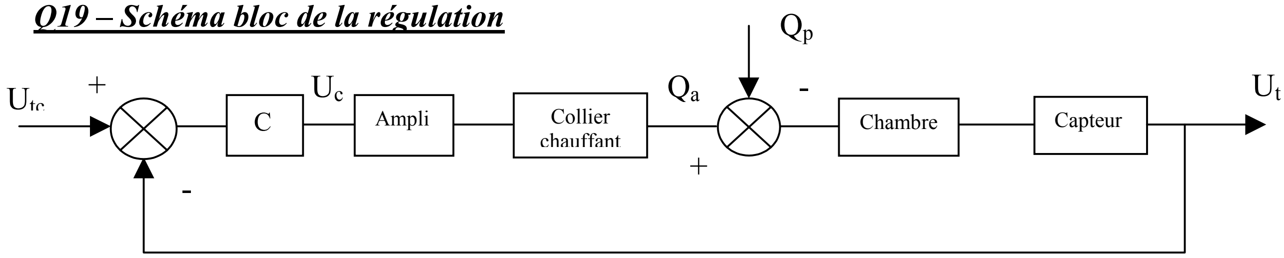
Question 18 - *Réponse indicielle et Zoom*





AGITATEUR MEDICAL

Q19 – Schéma bloc de la régulation



Q20 – Temps de réponse du système régulé

$$H_{bf}(p) = \frac{U_t(p)}{U_{tc}(p)} = \frac{H_{bo}(p)}{1+H_{bo}(p)}$$ car le retour est unitaire.

$$H_{bf}(p) = \frac{1/3}{1+\frac{105}{1,5}\cdot p+\frac{500}{1,5}\cdot p^2}$$

D'où l'on déduit :

- la pulsation propre ω_n telle que : $\omega_n^2 = \frac{1,5}{500} = 30\cdot 10^{-4} \Rightarrow \omega_n = 5,5 \,.\, 10^{-2}$ *rd/s*

- le facteur d'amortissement ξ tel que : $\frac{2\cdot\xi}{\omega_n} = 70 \Rightarrow \xi = 1,92 \# 2$

L'abaque « Temps de réponse réduit pour second ordre » retourne :

$\omega_n \,.\, t_{5\%} \approx 12 \Rightarrow$ ***t5% = 218 s*** **Incompatible** avec le cahier des charges (Montée en température rapide : *3 mn* maximum).

Q21 – Ecart de position – Ecart de traînage

Fonction de transfert de classe 0 (zéro) $\Rightarrow \begin{cases} \varepsilon_p = \frac{1}{1+G_{FTBO}} \\ \varepsilon_v = \infty \end{cases}$

$\underline{\varepsilon_p = 0,66}$ ***66 %*** **Incompatible** avec le cahier des charges.

Q22 – Diagrammes de Bode de la F.T.B.O.

On procède par superposition : $H_{bo}(j\omega) = H_1(j\omega)\cdot H_2(j\omega) = \frac{0,5}{1+j\cdot 5\omega}\cdot\frac{1}{1+j\cdot 100\omega}$

Pulsations de brisure $\omega_1 = 0,2$ *rd/s* ; $\omega_2 = 0,01$ *rd/s*

AGITATEUR MEDICAL

Qd $\omega \to 0 \quad H_{bo} \approx \frac{1}{2} \quad \Rightarrow \begin{cases} G \approx -6dB \\ \varphi \approx 0 \end{cases}$

$$\boxed{G = -6dB - 10 \cdot Log\left(1 + 25 \cdot \omega^2\right) - 10 \cdot Log\left(1 + 10^4 \cdot \omega^2\right)}$$

$$\boxed{\varphi = -Arc\tan(5 \cdot \omega) - Arc\tan(100 \cdot \omega)}$$

ω (rd/s)	0,01	0,1	1
G (dB)	- 9	- 27	- 60
φ (°)	- 48	- 115	- 169

Valeurs du gain, de la phase à différentes pulsations

Tracé des lieux asymptotiques et réels : *Voir le Document Réponse page suivante*

Q23 – Marges de gain, de phase

Marge de gain : $\underline{\boldsymbol{M_G = \infty}}$

Marge de phase : $\underline{\boldsymbol{M_\varphi = 180°}}$

Q 24 – Réglage du correcteur Proportionnel assurant la stabilité et optimisant les performances du système

Il faut écarter la solution consistant à régler K afin que le lieu de transfert en B.O. soit tangent au contour fermé à *2,3 dB* , car alors le facteur d'amortissement devient inférieur à *1*, (*0,4* pour un second ordre et le dépassement est environ de *25%)* ce qui entraînera un dépassement lors la montée en température (Non respect du C.d.C.)

On règle K de telle sorte que $\xi \geq 1$; la réponse indicielle est alors **apériodique critique** ou **apériodique amorti**.

$$H_{bo}(\omega) = \frac{0{,}5 \cdot K}{1 + 105 \cdot p + 500 \cdot p^2}$$

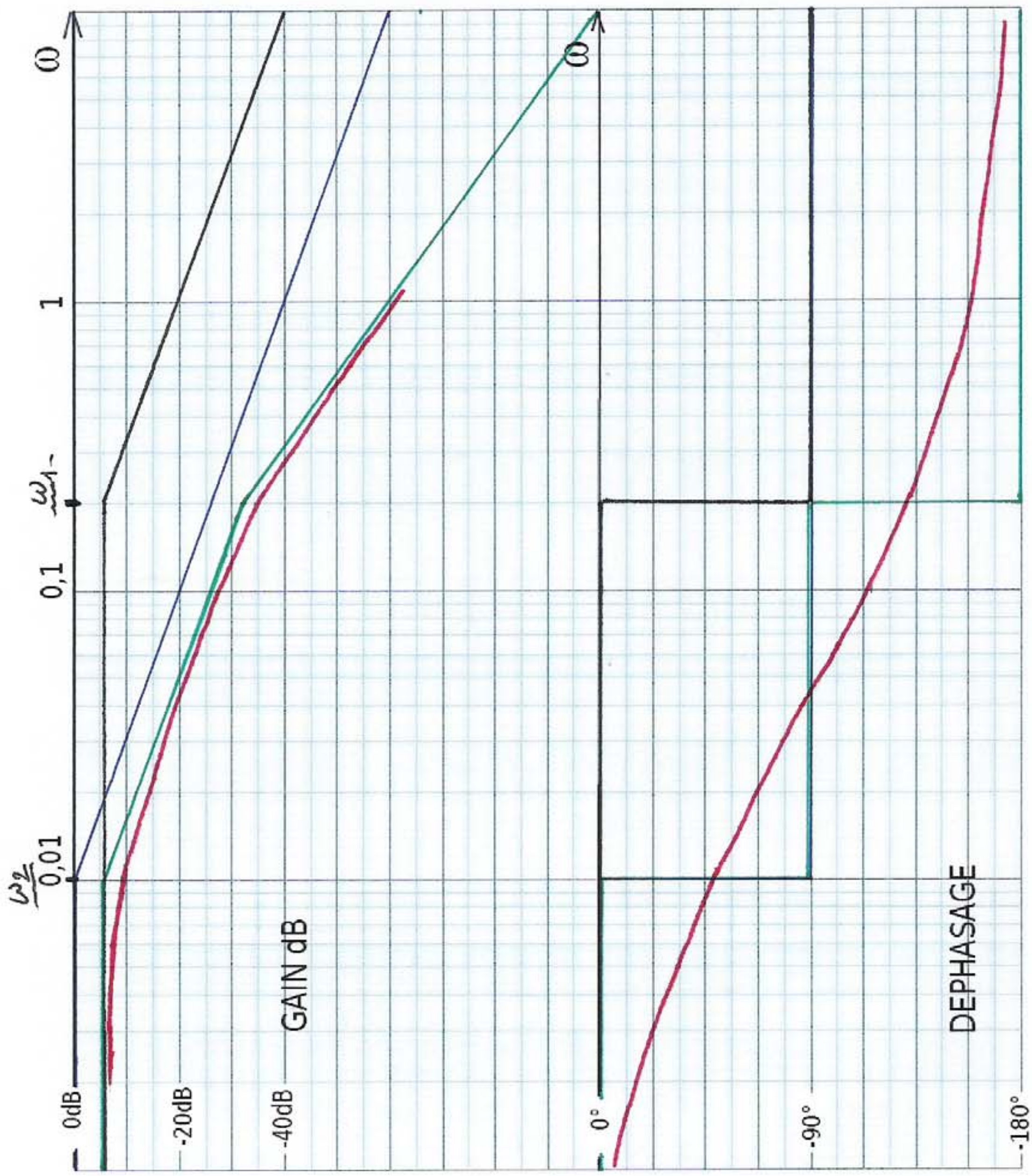
$$H_{bf}(p) = \frac{U_t(p)}{U_{tc}(p)} = \frac{H_{bo}(p)}{1 + H_{bo}(p)}$$ car le retour est unitaire.

AGITATEUR MEDICAL

$$H_{bf}(p) = \frac{\dfrac{0,5 \cdot K}{1 + 0,5 \cdot K}}{1 + \dfrac{105}{1 + 0,5 \cdot K}\, p + \dfrac{500}{1 + 0,5 \cdot K}\, p^2}$$

DOCUMENT REPONSE

Question 22 : *Tracé de Bode*



Tournez la page S.V.P.

AGITATEUR MEDICAL

Pulsation propre : $\omega_n = \sqrt{\dfrac{1+0{,}5\cdot K}{500}}$

Facteur d'amortissement, il est tel que : $\dfrac{2\cdot\xi}{\omega_n}=\dfrac{105}{1+0{,}5\cdot K}$,

$$\Rightarrow \ \xi = \frac{105}{2\cdot\sqrt{500}\cdot\sqrt{1+0{,}5\cdot K}}$$

Condition de **non dépassement** : $\xi \geq 1 \quad \Leftrightarrow \quad K \leq 9{,}02$

On choisit ***K = 9*** alors ***ξ ≈ 1*** la réponse indicielle est **apériodique critique**.

Par conséquent, sur le diagramme de Black, **on translate** le lieu de transfert en B.O. **dans la direction verticale** de *20 Log 9* , c'est-à-dire d'environ ***19 dB*** .

Q 25 – Eléments de performances, temps de réponse à 5 % , écarts de position et de traînage

Voir le Document Réponse à la dernière page (Courbe repérée H_{bo2})

La marge de gain est inchangée : $M_G = \infty$

On relève : $M_\varphi = 90°$ **La stabilité est assurée**.

Pulsation propre : $\omega_n = \sqrt{\dfrac{1+0{,}5\cdot 9}{500}} = \sqrt{\dfrac{5{,}5}{500}} \approx 0{,}1 \quad rd/s$

L'abaque « Temps de réponse réduit pour second ordre » retourne :

$\omega_n . t_{5\%} \approx 5 \ \Rightarrow \ t_{5\%} = 50\ s$ **Compatible** avec le cahier des charges (Montée en température rapide : *3 mn* maximum).

Fonction de transfert de classe 0 (zéro) $\Rightarrow \begin{cases} \varepsilon_p = \dfrac{1}{1+G_{FTBO}} \\ \\ \varepsilon_v = \infty \end{cases}$

$\varepsilon_p = 0{,}55$ ***55 %*** **Incompatible** avec le cahier des charges.

Q26 – Tension en entrée de l'amplificateur, tension d'alimentation du collier chauffant lorsque l'échelon de tension de consigne U_{tc} est de 5 V

A 17° C correspond $U_c = 0\ V$, donc $U_t = 0\ V$.

Si $U_{tc} = 5\ V \ \Rightarrow \ U_c = 45\ V$. ($U_c = K.\varepsilon$)

Alors $U_a = 450\ V$ Il y aura **saturation de l'ampli** et donc augmentation du temps de réponse.

AGITATEUR MEDICAL

Q 27 – Choix d'un correcteur à action P.I. – Réglage de ce correcteur

$$C(p) = \frac{K}{T_i p}(1 + T_i p)$$

Le réglage du correcteur se fait **par compensation du pôle le plus lent**. Méthode qui consiste à choisir la constante de temps T_i du correcteur égale **à la constante de temps la plus grande** du système à corriger. On réglera le gain K du correcteur afin que **la réponse indicielle ne présente pas de dépassement** (on choisit $\xi = 1$). Le choix de T_i devant satisfaire le C.d.C. (Montée en température rapide : *3 mn* maximum).

La F.T.B.O. s'écrit alors : $H_{bo}(\omega) = \dfrac{0{,}5 \cdot K}{T_i \cdot p + 500 \cdot p^2}$

La F.T.B.F. s'écrit alors : $H_{bf}(\omega) = \dfrac{1}{1 + \dfrac{T_i}{0{,}5 \cdot K} \cdot p + \dfrac{500}{0{,}5 \cdot K} \cdot p^2}$

La pulsation propre (non amortie) vaut alors : $\omega_n = \dfrac{1}{10} \cdot \sqrt{\dfrac{K}{10}}$

Le facteur d'amortissement vaut alors : $\xi = \dfrac{T_i}{10 \cdot \sqrt{10 \cdot K}}$

On choisit $\boldsymbol{\xi = 1}$ la réponse indicielle est apériodique critique.

Alors : $K = 10^{-3} \cdot T_i$

On a toujours : $\omega_n . t_{5\%} \approx 5$ puisque $\xi = 1$

Tableau des valeurs de K , ω_n , $t_{5\%}$ en fonction du choix de T_i

T_i	K	ω_n	$t_{5\%}$	*Commentaires*
5 s	25.10^{-3}	5.10^{-3} rd/s	1 000 s	**A rejeter**
100 s	10	0,1 rd/s	**50 s**	**A RETENIR**

Tracé du lieu de transfert de la F.T.B.O. dans le plan de Black :

$$H_{bo}(j\omega) = \frac{5}{j \cdot 100\omega \cdot (1 + j \cdot 5\omega)}$$

Gain : $G = -26\,dB - 20 \cdot Log\omega - 10 \cdot Log(1 + 25 \cdot \omega^2)$

Argument : $\varphi = -90° - Arc\tan(5\omega)$

ω (rd/s)	0,01	0,1	0,2	1
G (dB)	14	- 7	- 15	- 40
φ (°)	- 93	- 117°	- 135	- 169

AGITATEUR MEDICAL

Valeurs du gain, de la phase à différentes pulsations

Compte tenu de la forme de la F.T.B.O. , le lieu de transfert présente deux asymptotes verticales d'équations $\varphi = -90°$ et $\varphi = -180°$.

Voir le Document Réponse à la dernière page (Courbe repérée H_{bo3})

La marge de gain est inchangée : $\underline{\boldsymbol{M_G = \propto}}$

On relève : $\underline{\boldsymbol{M_\varphi \approx 77°}}$ **La stabilité est assurée**.

Q 28 – Nouvel écart de position

Le système est de **classe 1** $\Rightarrow$ $\underline{\boldsymbol{\varepsilon_p = 0}}$

AGITATEUR MEDICAL

DOCUMENT REPONSE

Question 24 - *Tracé de Black*