

# Concevoir la partie commande des systèmes asservis afin de valider leurs performances

Sciences  
Industrielles de  
l'Ingénieur

PSI★ – MP

## Chapitre 1

### Correction des SLCI

#### Savoirs et compétences :

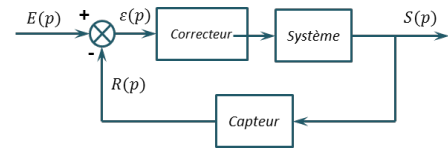
- Res1.C4 : Correction
- Res1.C4.SF1 : Proposer la démarche de réglage d'un correcteur proportionnel, proportionnel intégral et à avance de phase
- Con.C2 : Correction d'un système asservi
- Con.C2.SF1 : Choisir un type de correcteur adapté

## Cours

1	Pourquoi corriger un système ?	2
2	Le correcteur proportionnel	3
3	Les correcteurs à action intégrale	4
3.1	Le correcteur intégral pur . . . . .	4
3.2	Le correcteur proportionnel intégral . . . . .	4
4	Le correcteur à avance de phase	5
5	Bilan sur l'influence des correcteurs	6

## 1 Pourquoi corriger un système ?

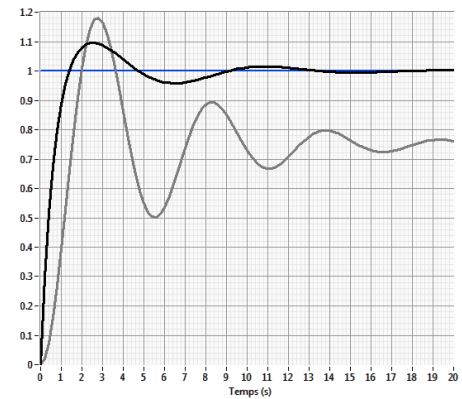
Souvent évoqué en lors de l'étude des systèmes asservis, regardons ce qui se cache derrière le bloc correcteur. On peut le considérer comme la partie intelligente du système car de sa part position dans l'architecture d'un système il reçoit l'image de l'écart entre la consigne et la sortie du système. En fonction de cet écart, en fonction de ses « capacités » va permettre d'améliorer les performances du système.



Sur la figure ci-contre est tracée en gris la réponse indicielle d'un système non corrigé et en noir la réponse indicielle du système corrigé. On observe que le système corrigé est :

- plus précis;
- plus amorti;
- plus rapide.

L'objectif du correcteur est donc d'améliorer les caractéristiques tout en assurant la stabilité du système.



### Résultat

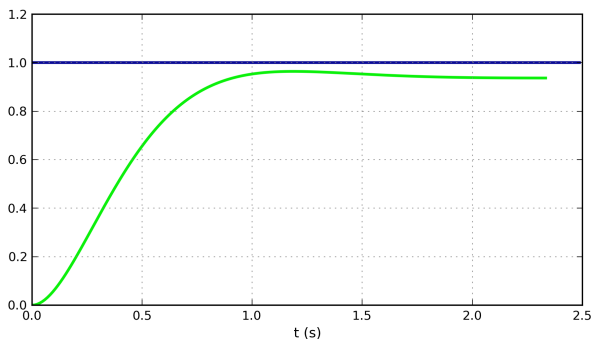
- D'après les résultats sur la stabilité des systèmes asservis :
  - le correcteur doit permettre d'avoir des marges de gains suffisantes.
- D'après les résultats sur la rapidité des systèmes asservis :
  - le correcteur doit permettre d'augmenter le gain dans le but d'avoir une pulsation de coupure à 0 dB la plus grande possible.
- D'après les résultats sur la précision des systèmes asservis :
  - le correcteur doit permettre d'augmenter le gain statique de la boucle ouverte pour assurer une bonne précision du système (et d'éventuellement augmenter la classe).

Au vue de ces conclusions, le choix d'un correcteur se fera dans le domaine fréquentiel en utilisant le diagramme de Bode.

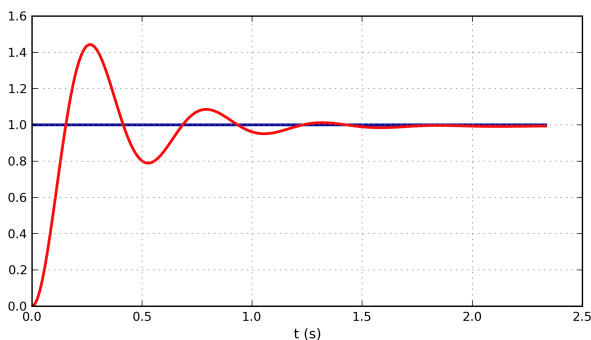
## 2 Le correcteur proportionnel

**Définition** Le correcteur proportionnel a pour fonction de transfert  $C(p) = K$ .

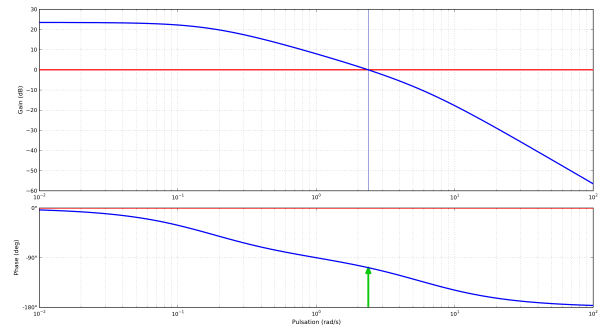
Prenons le cas d'un système du second ordre bouclé ( $K = 15$ ,  $\xi = 3$ ,  $\omega = 1$ ).



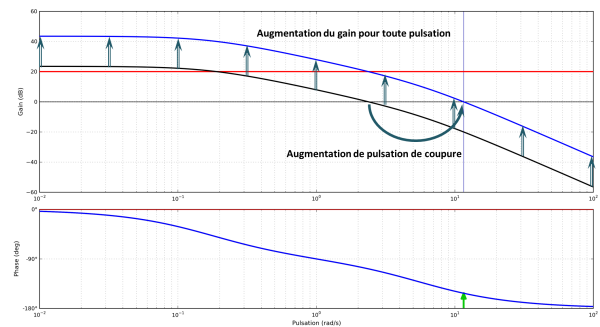
$T_{5\%} : 0.781 \text{ s}$  – Écart statique : 0,07



$T_{5\%} : 0.88 \text{ s}$  – Écart statique : tend  $\rightarrow 0$



Marge de phase  $71,94^\circ$



Marge de phase  $6,43^\circ$

### Résultat

On observe qu'une augmentation du gain proportionnel a pour effet :

- d'améliorer la précision;
- d'augmenter la vivacité;
- d'augmenter le temps de réponse (à partir d'un certain seuil);
- de diminuer l'amortissement;
- de diminuer la marge de phase.

Pour un système d'ordre supérieur à 2, l'augmentation du gain provoque une marge de phase négative et donc une instabilité du système.

### Méthode

#### Réglage de la marge de phase :

- En utilisant la BO non corrigée, on cherche  $\omega_{0dB}$  tel que  $\varphi(\omega_{0dB})$  respecte la marge de phase souhaitée.
- En utilisant BO non corrigée, on calcule  $G_{dB}(\omega_{0dB})$ .
- On cherche  $K_p$  tel que  $G_{dB}(\omega_{0dB}) = 0$

#### Réglage de la marge de gain :

- En utilisant la BO non corrigée, on cherche  $\omega_{-180^\circ}$  tel que  $\varphi(\omega_{-180^\circ}) = -180^\circ$ .
- En utilisant la BO non corrigée, on calcule  $G_{dB}(\omega_{-180^\circ})$ .
- On cherche  $K_p$  tel qu'on ait la marge de gain souhaitée.

### 3 Les correcteurs à action intégrale

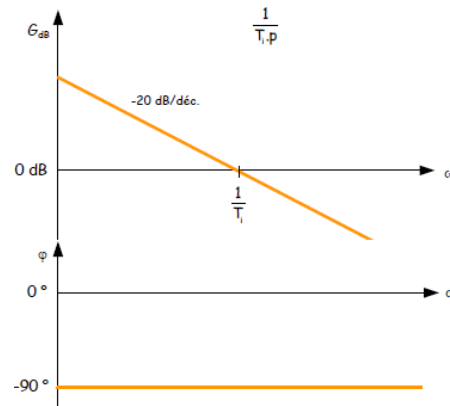
#### 3.1 Le correcteur intégral pur

##### Définition

Un correcteur intégral pur a pour fonction de transfert

$$C(p) = \frac{U(p)}{\varepsilon(p)} = \frac{1}{T_i p}$$

Dans le domaine temporel on a l'équation de comportement suivante :  $u(t) = \frac{1}{T_i} \int_0^t \varepsilon(\tau) d\tau$ .



##### Résultat

##### Avantages

Ce correcteur améliore la précision lors de la sollicitation par un échelon car il ajoute une intégration dans la boucle ouverte.

##### Inconvénients

Le déphasage de  $-90^\circ$  sur tout le spectre de pulsation entraîne une réduction de la marge de phase ce qui peut déstabiliser le système.

#### 3.2 Le correcteur proportionnel intégral

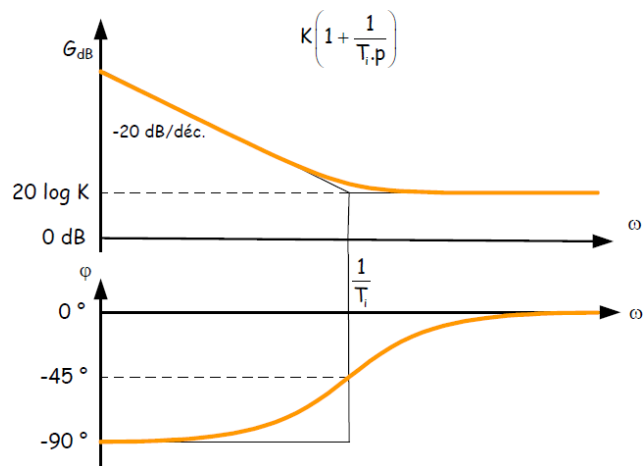
##### Définition

Un correcteur proportionnel intégral pur a pour fonction de transfert

$$C(p) = \frac{U(p)}{\varepsilon(p)} = K \left( 1 + \frac{1}{T_i p} \right)$$

Dans le domaine temporel on a l'équation de comportement suivante :  $u(t) = K \left( \varepsilon(t) + \frac{1}{T_i} \int_0^t \varepsilon(\tau) d\tau \right)$ .

En développant on obtient  $C(p) = K \frac{T_i p + 1}{T_i p}$ . Ce correcteur augmente donc la classe de la boucle ouverte et donc la précision. Si  $K > 1$  la pulsation de coupure est augmentée, entraînant ainsi une augmentation de la rapidité du système. Enfin, ce correcteur diminue la phase à basse fréquence. Il faut donc faire en sorte que cette chute de phase n'intervienne pas dans la zone de la pulsation de coupure du système.



**Résultat** Le correcteur proportionnel intégral :

**augmente l'amortissement, augmente la rapidité, augmente la précision.**

##### Méthode

- En utilisant la BO non corrigée, on cherche  $\omega_{0dB}$  tel que  $\varphi(\omega_{0dB})$  respecte la marge de phase souhaitée.
- En utilisant la BO non corrigée, on calcule  $G_{dB}(\omega_{0dB})$ .
- On cherche  $K$  tel que  $G_{dB}(\omega_{0dB}) = 0$
- La mise en place de l'effet intégral ne doit pas modifier la position de la pulsation de coupure réglée précédemment. Pour cela, il faut donc que  $\frac{1}{T_i} \ll \omega_{0dB}$ . Usuellement on positionne l'action intégrale une décade avant la pulsation réglée. On a donc  $T_i = \frac{10}{\omega_{0dB}}$ .

## 4 Le correcteur à avance de phase

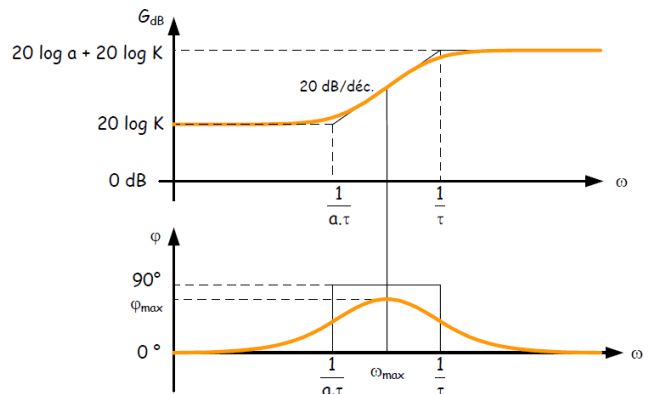
### Définition

Un correcteur à avance de phase a pour fonction de transfert  $C(p) = \frac{U(p)}{E(p)} = K \frac{1 + a\tau p}{1 + \tau p}$  avec  $a > 1$ .

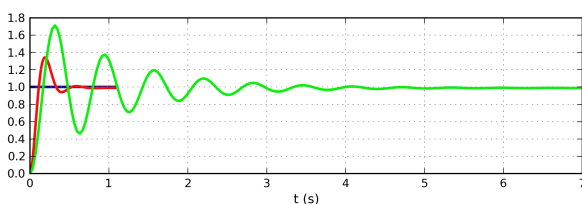
**Résultat** Ce correcteur permet d'ajouter de la phase pour les pulsations comprises entre  $\frac{1}{a\tau}$  et  $\frac{1}{\tau}$ . On montre que  $\varphi_{\max} = \arcsin\left(\frac{a-1}{a+1}\right)$  et ce pour une pulsation  $\omega_{\max} = \frac{1}{\tau\sqrt{a}}$ .

**R** On peut prendre  $K = \frac{1}{\sqrt{a}}$  pour ne pas modifier la valeur du gain à la pulsation où on désire ajouter de la phase.

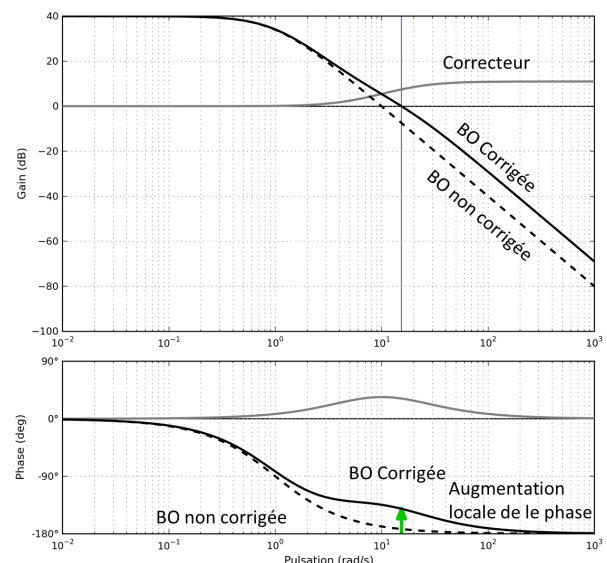
**Démonstration** Pour déterminer  $\omega_{\max}$  on pourrait déterminer la pulsation pour laquelle la phase est maximum en résolvant  $\frac{d\varphi(\omega)}{d\omega} = 0$ . On peut aussi remarquer « graphiquement » que  $\omega_{\max}$  est situé au milieu des deux pulsations de coupures :  $\frac{1}{2} \left( \log\left(\frac{1}{\tau}\right) + \log\left(\frac{1}{a\tau}\right) \right) = \log\left(\frac{1}{a\tau^2}\right)^{1/2} = \log\left(\frac{1}{\tau\sqrt{a}}\right)$  et  $\omega_{\max} = \frac{1}{\tau\sqrt{a}}$ .  
D'autre part, il faudrait calculer  $\varphi(\omega_{\max})$ ...



Prenons le cas d'un système du second ordre bouclé  
 $G(p) = \frac{100}{(p+1)^2}$ ,  $a = 3,54$ ,  $T = 0.053$  s).



Ici le correcteur permet une augmentation de la rapidité et un meilleur amortissement.



### Méthode

- En utilisant la BO non corrigée on cherche  $\omega_{0dB}$  tel que le gain est nul.
- On calcule  $\varphi(\omega_{0dB})$ .
- On détermine la phase à ajouter.
- On calcule  $a$ .
- On calcule  $\tau$ .
- On calcule  $K$ .

## 5 Bilan sur l'influence des correcteurs

Correcteur	Situation sans correction	
	Si $K_p$ augmente	
Proportionnel $K_p$	Marges	←
	Précision	→
	Rapidité	→
Proportionnel intégral $K_p + \frac{K_i}{p}$	Marges	←
	Précision	→ (Cf : classe)
	Rapidité	←
À avance de phase $K_p \frac{1 + a\tau p}{1 + \tau p} \quad a > 1$	Marges	→
	Précision	← →
	Rapidité	→

## Références

- [1] Frédéric Mazet, *Cours d'automatique de deuxième année, Lycée Dumont Durville, Toulon.*
- [2] Florestan Mathurin, *Correction des SLCI, Lycée Bellevue, Toulouse, <http://florestan.mathurin.free.fr/>.*
- [3] Damien Iceta, David Violeau, Alain Caignot, Xavier Pessoles, Vincent Boyer, François Golanski, *Sciences industrielles de l'ingénieur MP/MP\* PSI/PSI\* PT/PT\*, Méthodes. Exercices. Problèmes. Sujets de concours. Vuibert Prépas.*