

Activation 1 –
Corrigé

Réglage de correcteurs P et PI

Ressources de P. Dupas.

Savoirs et compétences :

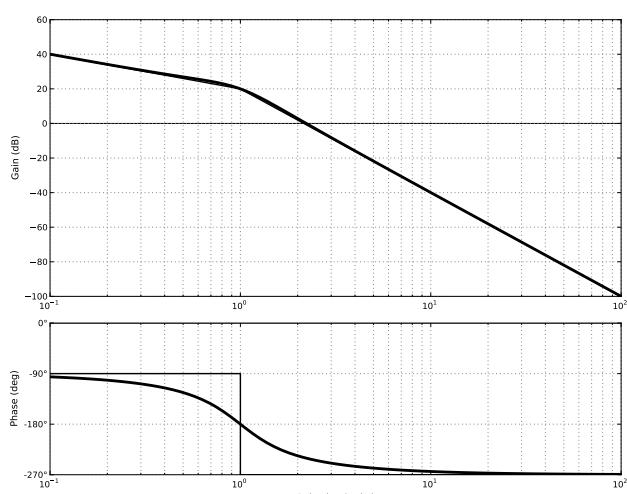
- Res1.C4.SF1 : proposer la démarche de réglage d'un correcteur proportionnel, proportionnel intégral et à avance de phase.

Correcteur proportionnel

D'après ressources P. Dupas.

Soit un système de fonction de transfert $G(p) = \frac{10}{p(1+p+p^2)}$ placé dans une boucle à retour unitaire. On souhaite corriger le comportement de ce système par un correcteur proportionnel. On désire une marge de phase de 45° et une marge de gain de 10 dB.

On donne le diagramme de Bode associé à cette fonction de transfert.



Question 1 Mesurer puis calculer la marge de phase.

Correction

- On cherche ω tel que $G_{dB}(\omega) = 0$ dB : $G_{dB}(\omega) = -20\log(10) - 20\log\omega - 20\log(\sqrt{(1-\omega^2)^2 + \omega^2})$
- On trouve $\omega = 2,21$ rad/s et $M_\varphi = -60^\circ$. Le système est instable.

Question 2 Mesurer puis calculer la marge de gain.

Correction Pour $\varphi = -180^\circ$, on a $\omega = 1$ rad/s et $M_G = -20$ dB. Le système est instable.

Question 3 Déterminer K_p pour avoir une marge de phase de 45° . Vérifier la marge de gain.

Correction Pour $\varphi = -135^\circ$ on a $\omega = 0,62$ rad/s. On trouve un gain proportionnel de 0,054.

La marge de gain est alors de 5,35 dB ce qui est inférieur aux 10 dB demandés.

Question 4 Déterminer K_p pour avoir une marge de gain de 10 dB. Vérifier la marge de phase.

Correction Pour $\varphi = -180^\circ$ on a $\omega = 1$ rad/s. On trouve un gain proportionnel de 0,316.

La marge de phase est alors de 70° ($\omega = 0,0333$ rad/s).

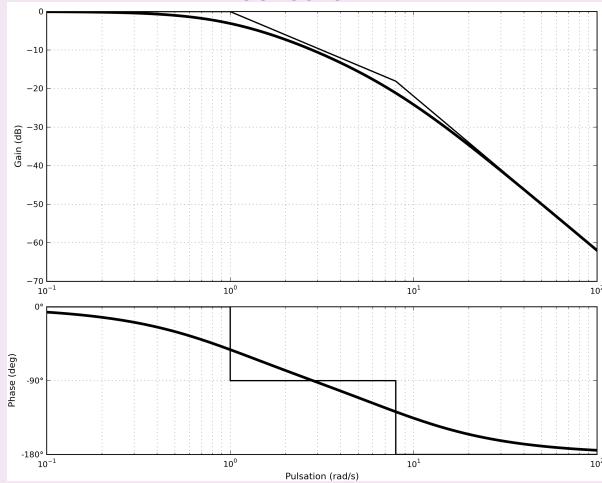
Correcteur proportionnel intégral

D'après ressources P. Dupas.

Soit un système de fonction de transfert $G(p) = \frac{1}{(p+1)\left(\frac{p}{8}+1\right)}$ placé dans une boucle à retour unitaire.

On souhaite disposer d'une marge de phase de 45° en utilisant un correcteur proportionnel intégral de la forme $C(p) = K_p \frac{1+\tau p}{\tau p}$.

Question 1 Tracer le diagramme de Bode de la boucle ouverte non corrigée.

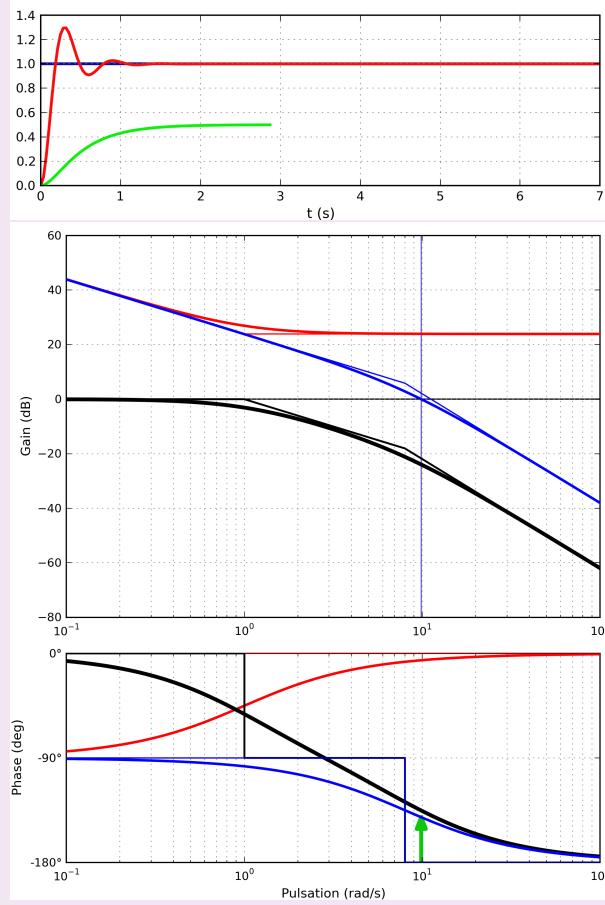
Correction


Question 2 Déterminer les paramètres du correcteur pour avoir une marge de phase de 45° .

Correction

- On résout $\varphi(\omega) = -135^\circ$: $\varphi(\omega) = -\arctan \omega - \arctan \omega/8 \Rightarrow \tan 135^\circ = \frac{\omega + \omega/8}{1 - \omega^2/8} \Leftrightarrow -1 + \omega^2/8 - 9\omega/8 = 0 \Leftrightarrow \omega^2 - 9\omega - 8 = 0$. $\Delta = 81 + 32 = 10,63^2$. $\omega = \frac{9 \pm 10,63}{2} = 9,82 \text{ rad/s}$.
- Calculons $G_{\text{dB}}(9,82) = -23,9 \text{ dB}$. Il faut donc augmenter le gain de $23,9 \text{ dB}$ soit $K_p = 10^{23,9/20} = 15,7$.
- On choisit τ pour ne pas modifier la marge de phase. Il faut donc que le déphasage de 0° du correcteur ait lieu avant $9,82 \text{ rad/s}$. De manière usuelle on prend $\frac{1}{\tau} = \frac{9,82}{10} = 0,982 \text{ rad/s}$.
- Au final, on a $C(p) = 15,7 \frac{1 + 1,018p}{1,018p}$.

Question 3 Tracer le diagramme de Bode du correcteur et le diagramme de la boucle ouverte corrigée.

Correction


Activation 2 – Corrigé

Réglage de correcteurs P et AP

Ressources de P. Dupas.

Savoirs et compétences :

- Res1.C4.SF1 : proposer la démarche de réglage d'un correcteur proportionnel, proportionnel intégral et à avance de phase.

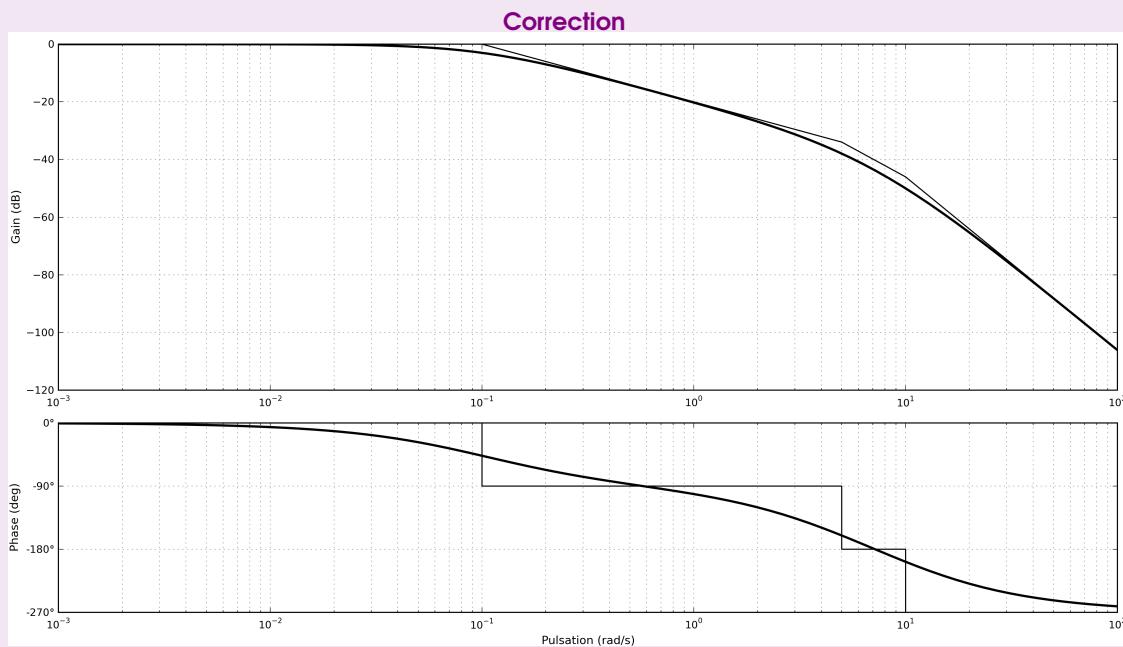
Correcteur proportionnel

Soit un système de fonction de transfert $G(p) = \frac{1}{(1+10p)(1+0,1p)(1+0,2p)}$ placé dans une boucle à retour unitaire.

Question 4 Calculer la précision du système ε_S pour une entrée échelon unitaire.

Correction Le système est de classe 0. L'entrée est de type échelon. $K_{BO} = 1$. L'écart statique est de $\frac{1}{1+1} = \frac{1}{2}$.

Question 5 Tracer dans le diagramme de Bode la fonction de transfert en boucle ouverte du système.

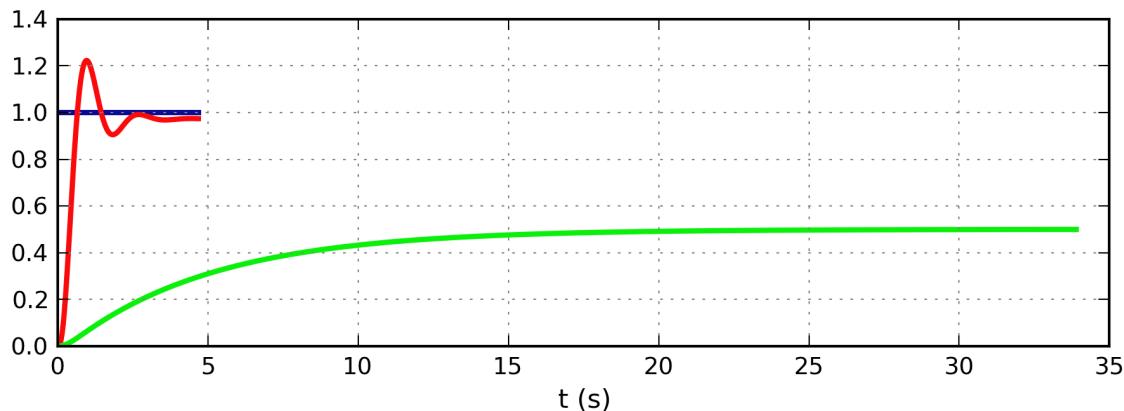


Question 6 Déterminer K pour avoir une marge de phase de 45° . Indiquer alors la valeur de la marge de gain. Indiquer la valeur de l'écart statique.

Correction

- On résout $\varphi(\omega) = -135^\circ$: $\varphi(\omega) = -\arctan 10\omega - \arctan 0,1\omega - \arctan 0,2\omega$.
 $\varphi(\omega) = -135^\circ \Leftrightarrow \omega = 2,95 \text{ rad s}^{-1}$ (solveur Excel).
- Calculons $G_{dB}(\omega) = -20 \log(\sqrt{1+10^2\omega^2}) - 20 \log(\sqrt{1+0,1^2\omega^2}) - 20 \log(\sqrt{1+0,2^2\omega^2}) = -31 \text{ dB}$. Il faut donc augmenter le gain de 31 dB soit $K_p = 10^{31/20} = 35,48$.

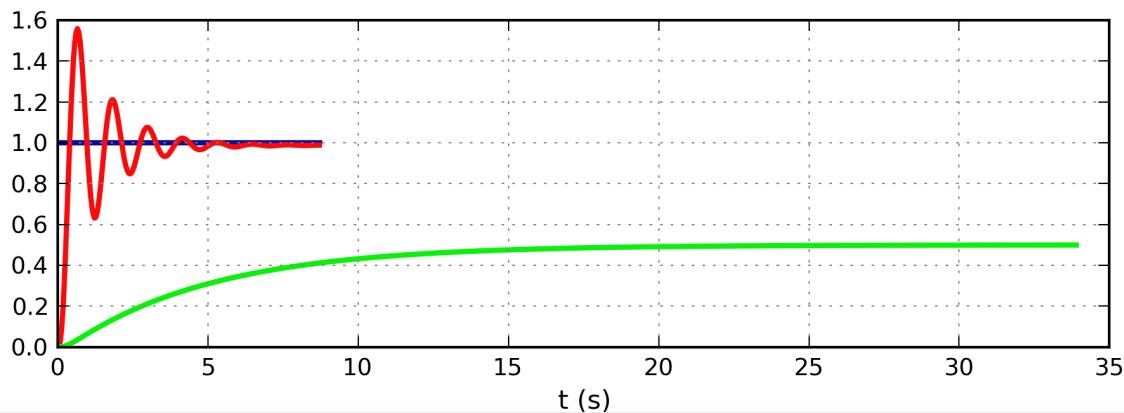
- On a alors un écart statique de $\frac{1}{1+35,48} = 0,027$.
- Pour déterminer la marge de gain, il faut résoudre $\varphi(\omega) = -180^\circ$. On obtient $\omega = 7,17 \text{ rad/s}$ et $M_G = 12 \text{ dB}$.



Question 7 Déterminer K pour avoir une marge de gain de 6 dB. Indiquer alors la valeur de l'écart statique.

Correction

- On commence par résoudre $\varphi(\omega) = -180^\circ$. On obtient $\omega = 7,17 \text{ rad/s}$ et $M_G = 44 \text{ dB}$.
- Il faut augmenter le gain de 38 dB soit $20\log K_P = 38 \Rightarrow K_P = 10^{38/20} = 79$.
- On a alors un écart statique de $\frac{1}{1+79} = 0,0125$.
- La marge de phase est alors de 19° .



Correcteur à avance de phase

Soit un système de fonction de transfert $G(p) = \frac{100}{(p+1)^2}$ placé dans une boucle à retour unitaire. On souhaite

corriger ce système en utilisant un correcteur à avance de phase de la forme $C(p) = K \frac{1+a\tau p}{1+\tau p}$.

Question 1 Tracer le diagramme de Bode de $G(p)$.

Question 2 Corriger ce système de sorte que sa marge de phase soit égale à 45° .

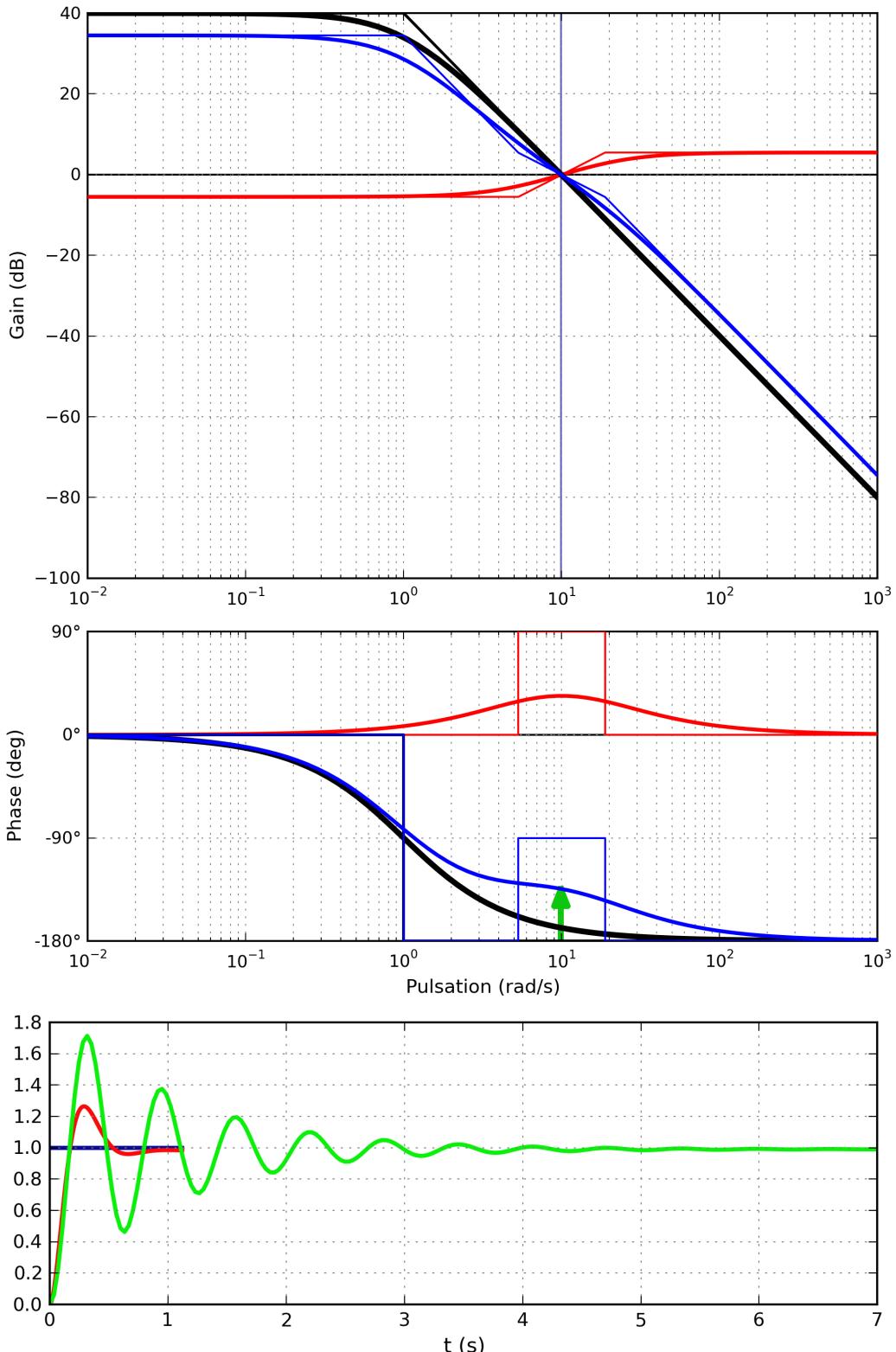
Correction

- $G_{\text{dB}}(\omega) = 20\log(100) - 20\log(1 + \omega^2)$. $G_{\text{dB}}(\omega) = 0 \Leftrightarrow \frac{100}{1 + \omega^2} = 1 \Leftrightarrow \omega = \pm\sqrt{99} \Rightarrow \omega = 9,95 \text{ rad/s}$.
- $\varphi(\omega) = -2 \arctan \omega$ et $\varphi(9,95) = -2,94 \text{ rad} = -169^\circ$ soit une marge de phase de 11° ; le correcteur doit donc apporter un complément de phase de 34° .
- $\varphi_{\max} = \arcsin\left(\frac{a-1}{a+1}\right) \Rightarrow \sin(\varphi_{\max}) = \frac{a-1}{a+1} \Rightarrow a = -\frac{\sin(\varphi_{\max})+1}{\sin(\varphi_{\max})-1} = 3,54$.

$$\bullet \tau = \frac{1}{9,95\sqrt{3,54}} = 0,053 \text{ s.}$$

Question 3 Tracer le diagramme de Bode du correcteur et le diagramme de la boucle ouverte corrigée.

- 1.
2. $C(p) = 0,53 \frac{1+3,54 \cdot p}{1+0,053 \cdot p}$
- 3.



TD 1

Mobilité assistée à l'aide d'une canne robotisée *

Concours CCP – PSI 2018

Savoirs et compétences :

- Res1.C4.SF1 : Proposer la démarche de réglage d'un correcteur proportionnel
- Con.C2 : Correction d'un système asservi
- Con.C2.SF1 : Choisir un type de correcteur adapté

Présentation du prototype de canne robotisée étudié

L'objectif de cette canne est de prendre en charge une partie des efforts normaux supportés par une jambe handicapée.

Le prototype de canne robotisée envisagé conserve une forme longiligne, un point d'appui au sol ainsi qu'un encombrement et un poids réduits. La canne robotisée, dont la structure mécanique est présentée en 1, se compose d'un axe linéaire motorisé et d'une roue motorisée située à son extrémité.

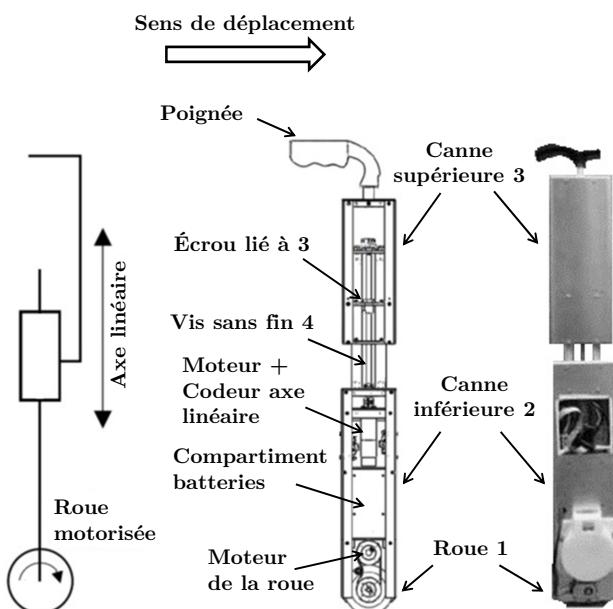
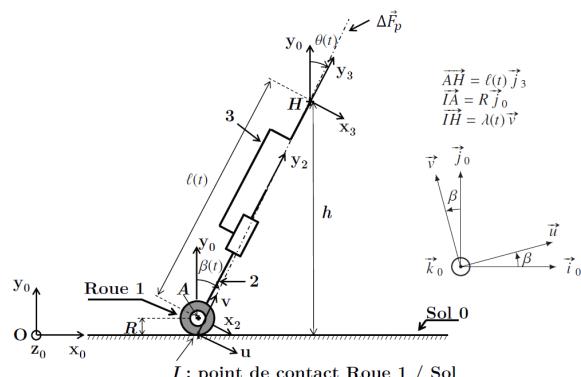


FIGURE 1 – Schéma cinématique et photographie du prototype de canne robotisée

Les deux degrés de mobilité, rendus possibles par cette structure, permettent de suivre la marche d'un sujet et lui offre un point d'appui. L'avantage est d'éviter aux utilisateurs la manipulation de la canne (levée et positionnement) pendant la marche, la roue restant toujours en contact avec le sol.

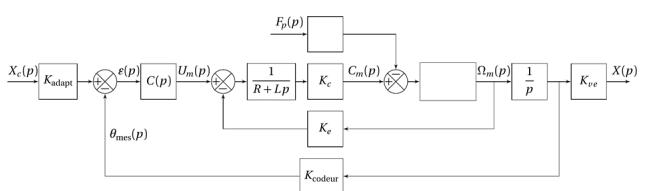
Étude de l'exigence 3.1.6.2 « Commande de l'axe linéaire »

Le maintien d'une hauteur constante lors de la phase d'appui revient finalement à asservir en position le déplacement $x(t)$ de la canne supérieure 3 par rapport à la canne inférieure 2.



Le modèle causal retenu pour l'étude du comportement de l'axe linéaire perturbé est représenté par le schéma-blocs ci-dessous. Dans ce modèle, on note :

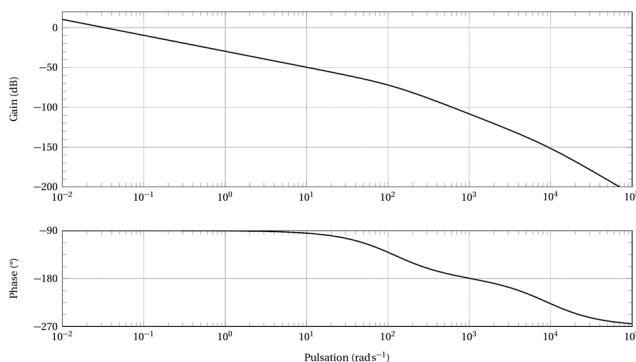
- $X_c(p)$ la transformée de Laplace de la consigne de déplacement $x_c(t)$ en mètre,
- $X(p)$ la transformée de Laplace du déplacement $x(t)$ en mètre,
- $F_p(p)$ la transformée de Laplace de l'effort exercé par le patient sur la canne $F_p(t)$ en N,
- $\Omega_m(p)$ la transformée de Laplace de la vitesse de rotation du moteur $\omega_m(t)$ en rad/s,
- $C_m(p)$ la transformée de Laplace du couple moteur $C_m(t)$ en N m,
- $C(p)$ la fonction de transfert du bloc correcteur.



Modèle comportemental

Afin de proposer une modélisation simplifiée de la chaîne d'énergie de l'axe linéaire, une simulation du modèle précédent en boucle ouverte, non perturbé, a été réalisée. Le document réponse présente la réponse fréquentielle du système en boucle ouverte à l'aide du diagramme de Bode (courbe de gain $G_{BO}(\omega)$ et courbe de phase $\varphi_{BO}(\omega)$).

Question 1 À partir du diagramme de Bode, proposer un modèle de comportement du système en boucle ouverte. Soit $H_{BO_1}(p)$ cette fonction de transfert, donner sa forme canonique factorisée. Soient T_1 et T_2 , telles que $T_1 < T_2$, les constantes de temps introduites et K_{BO} le gain de $H_{BO_1}(p)$, préciser les valeurs numériques et unités de T_1 , T_2 et K_{BO} . Vous laisserez apparaître les traits de construction nécessaires à l'identification du modèle sur le document réponse.



Lors d'une marche saine à allure rapide la cadence moyenne est de 113 pas par minute.

Question 2 Déterminer la fréquence moyenne en Hz de la marche saine à allure rapide.

Pour la suite, on considérera que la fréquence maximale de déplacement de l'axe linéaire de la canne (liée au mouvement de la marche) est fixée à $F_{MAX} = 4$ Hz. On propose alors en première approximation une modélisation du comportement du système en boucle ouverte par une fonction de transfert $H_{BO}(p)$ de la forme $H_{BO}(p) = K_{BO}/p$ avec $K_{BO} = 1/30$.

Question 3 Justifier, à l'aide de la réponse fréquentielle du système en boucle ouverte, la validité de cette modélisation approchée.

Correction proportionnelle

Pour la suite, on modélise le comportement du système en boucle ouverte par $H_{BO}(p) = K_{BO}/p$ avec $K_{BO} = 1/30$. On considère un correcteur à action proportionnelle tel que $C(p) = K_{corr} = 1$.

Le schéma-blocs du système non perturbé correspond alors à celui de la figure 2.

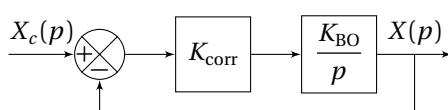


FIGURE 2 – Schéma-bloc simplifié du système non perturbé avec $C(p) = K_{corr}$

Question 4 Déterminer l'expression de $H_{BF}(p) = X(p)/X_c(p)$, la fonction de transfert en boucle fermée de la modélisation de la 2. Déterminer les paramètres caractéristiques de $H_{BF}(p)$ et en déduire les performances de cette modélisation pour $C(p) = K_{corr} = 1$. Conclure vis-à-vis des performances d'asservissement de l'axe linéaire.

On se propose de modifier la valeur de K_{corr} de manière à vérifier l'exigence de rapidité de l'asservissement.

Question 5 Déterminer la valeur numérique à donner à K_{corr} pour assurer le temps de réponse à 5 % lié à l'exigence de rapidité de l'asservissement de l'axe linéaire.

La 3 donne l'évolution de la réponse temporelle $x(t)$ du système réel non perturbé à un échelon en déplacement de valeur finale $X_c = 10$ mm, pour une correction proportionnelle $K_{corr} = 1500$.

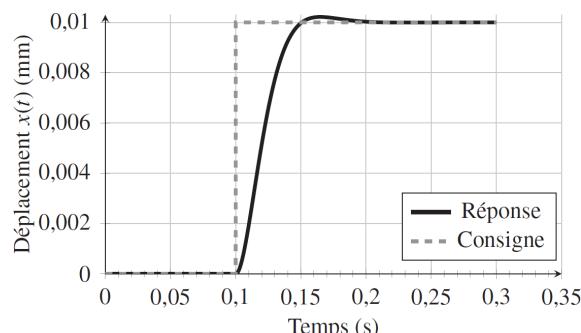


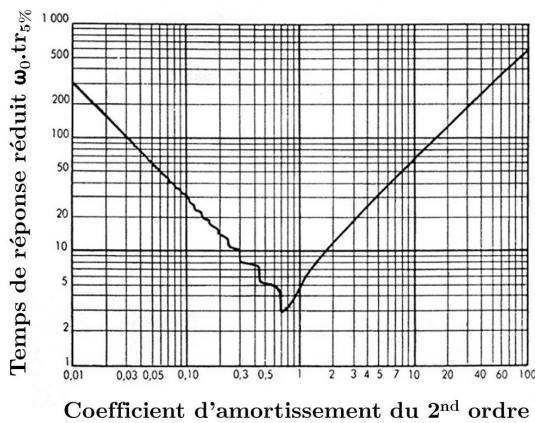
FIGURE 3 – Évolution de la réponse temporelle $x(t)$ du système réel non perturbé à un échelon de valeur $X_c = 10$ mm, pour $K_{corr} = 1500$

Question 6 L'évolution de la réponse du système est-elle cohérente avec le comportement du modèle retenu ? Justifier. Quelle modification faudrait-il apporter au modèle approché pour retrouver cette forme de réponse temporelle ?

Pour la suite, on modélise la fonction de transfert en boucle ouverte du système par $H_{BO}(p) = \frac{K_{BO}}{p \cdot 1 + \tau_{BO}p}$ avec $K_{BO} = 1/30$ (unité en s^{-1}) et $\tau_{BO} = 9$ ms.

Question 7 Quelle valeur maximale de K_{corr} , notée K_{corr}^{MAX} , permet de vérifier les critères de précision et de dépassement de l'asservissement de l'axe linéaire ?

Question 8 Déterminer la valeur du temps de réponse à 5 %, $t_{r5\%}$ de ce modèle pour $K_{corr} = K_{corr}^{MAX}$ à partir de l'abaque du temps de réponse réduit donné ci-dessous.



La figure 4 donne les évolutions des réponses temporelles $x(t)$ du système réel avec prise en compte de la perturbation (F_p constante et égale à 175 N) à un échelon en déplacement de valeur finale $X_c = 10$ mm, pour une correction proportionnelle $K_{\text{corr}} = 1500$ et pour $K = K_{\text{corr}}^{\text{MAX}}$.

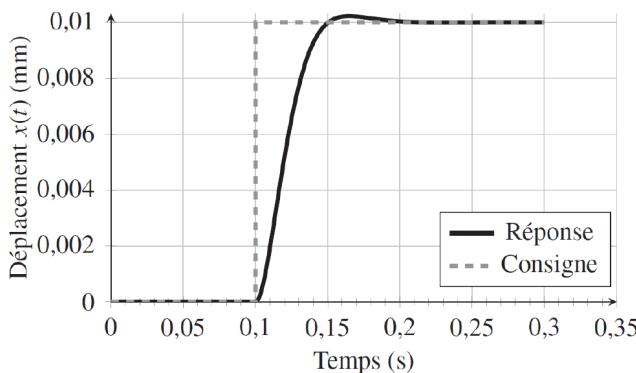


FIGURE 4 – Réponses temporelles $x(t)$ du système réel perturbé à un échelon en déplacement de valeur finale $X_c = 10$ mm, pour une correction proportionnelle $K_{\text{corr}} = 1500$ et pour $K = K_{\text{corr}}^{\text{MAX}}$

Question 9 Conclure sur les capacités de la correction à action proportionnelle pure vis-à-vis des performances à atteindre.

Correction avec action proportionnelle et intégrale généralisée – correcteur PI généralisé

Le correcteur finalement retenu est un correcteur avec action proportionnelle et intégrale généralisée. La fonction de transfert $C(p)$ prend alors la forme suivante :

$$C(p) = K_{\text{corr}} \cdot \frac{1+T_d p}{p} \text{ avec } K_{\text{corr}} \gg 1 \text{ et } T_d < 1 \text{ s.}$$

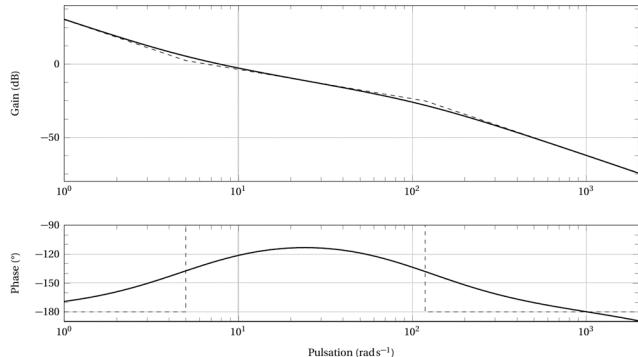
On donne dans le document réponse le diagramme de Bode (courbe de Gain et de Phase) du système en boucle ouverte avec correcteur PI Généralisé pour $K_{\text{corr}} = 1000$ et $T_d = 0,2$ s.

Question 10 Représenter sur le document réponse les marges de Gain M_G et de Phase M_ϕ du système corrigé.

Avec cette correction, le système est précis mais les valeurs des marges de gain et de phase sont telles que le système n'est pas assez rapide. Il est donc nécessaire d'augmenter la valeur de K_{corr} , tout en conservant $T_d = 0,2$ s,

de manière à augmenter la bande passante du système et ainsi se rapprocher des valeurs limites de marge de Gain et de Phase autorisées.

Question 11 En déduire la valeur maximale à donner au gain K_{corr} , en conservant $T_d = 0,2$ s, afin de respecter les performances en stabilité de l'asservissement de l'axe linéaire tout en augmentant au maximum la bande passante du système.



Les figures 5 donnent la réponse temporelle à un échelon de consigne $X_c = 10$ mm du système simulé, perturbé et corrigé du déplacement $x(t)$ (en mm) ainsi que l'évolution de l'intensité simulée (en Ampères) circulant au sein du moteur.

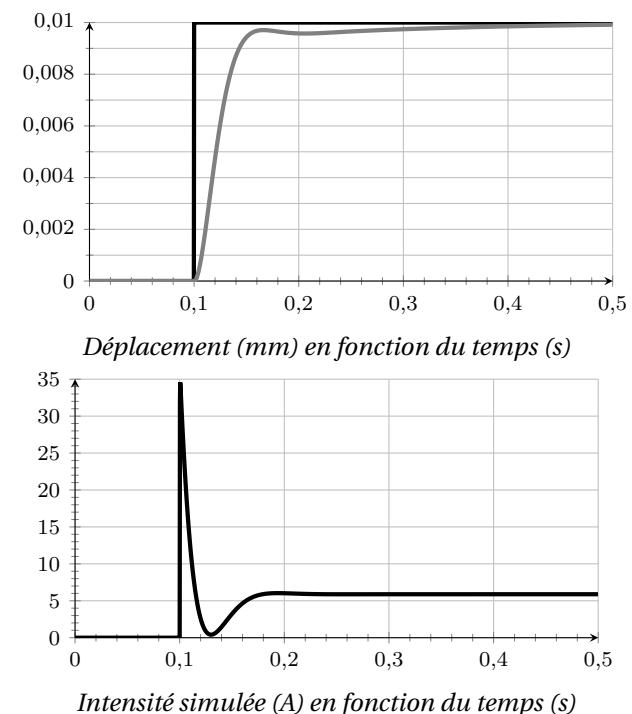


FIGURE 5 – Réponses temporelles à un échelon d'amplitude $X_c = 10$ mm du système simulé, perturbé et corrigé

Question 12 Conclure sur les performances du système perturbé vis-à-vis des exigences de l'asservissement de l'axe linéaire. Commenter l'évolution de l'intensité simulée avec les caractéristiques de la carte de commande du moteur.

Synthèse – Étude de l'exigence 3.1 « Assistance de la marche »

L'objectif de cette synthèse est de vérifier que les paramètres d'asservissement mis finalement en place sur la commande de l'axe linéaire et sur la commande de la roue permettent d'atteindre les performances de l'exigence 3.1 « Assistance de la marche ».

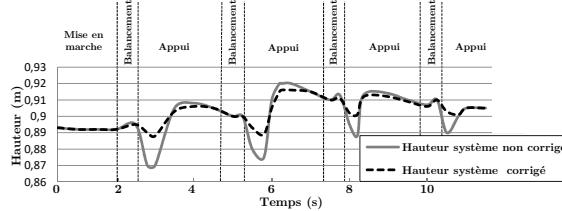


FIGURE 6 – Hauteur de la main au cours de la marche pour $V = 0,22 \text{ m/s}$

La figure 6 donne les évolutions de la hauteur de main mesurées lors d'une marche assistée avec le prototype de canne à la vitesse $V = 0,22 \text{ m/s}$.

La courbe grise en trait continu correspond au cas où l'axe linéaire est sans correction ($C(p) = 1$).

La courbe noire en trait pointillé correspond au cas où l'axe linéaire est corrigé (correction PI généralisée avec paramètres optimisés).

Il est à remarquer que lors de cet essai, le patient avait pour consigne de conserver sa main immobile lors du déplacement. Cette condition est difficilement vérifiable en pratique car le patient ne peut pas vraiment se concentrer sur la position de sa main pendant la marche.

Question 13 Conclure sur l'influence de la correction de l'axe linéaire sur le respect de l'exigence de maintien de la hauteur de main.

Les figures 7 et 8 donnent pour $V = 0,22 \text{ m/s}$ (allure normale), respectivement pour $V = 0,29 \text{ m/s}$ (allure rapide), le suivi du pied de la jambe gauche par la canne observé au niveau du sol et le suivi de l'orientation de la cuisse gauche (angle θ_g) par la canne (angle θ).

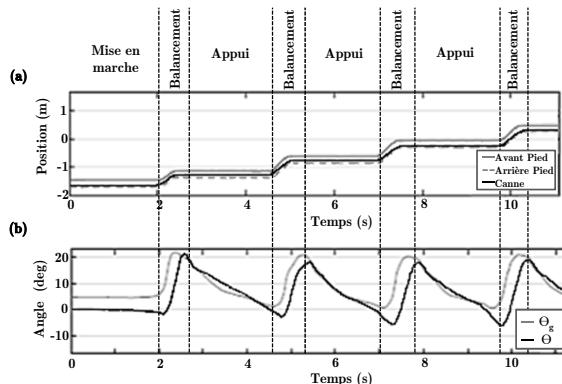


FIGURE 7 – $V = 0,22 \text{ m/s}$, allure normale – (a) : suivi du pied de la jambe gauche par la canne observé au niveau du sol – (b) : suivi de l'orientation de la cuisse gauche (angle θ_g) par la canne (angle θ)

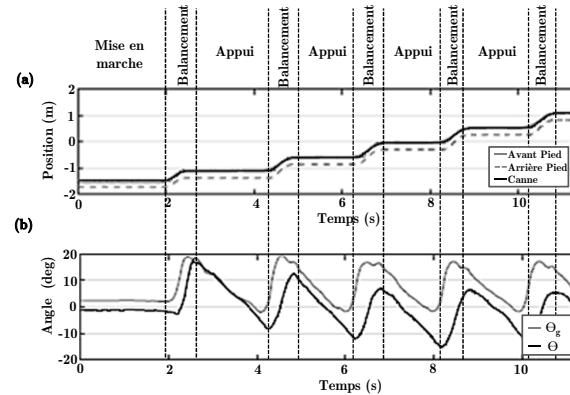
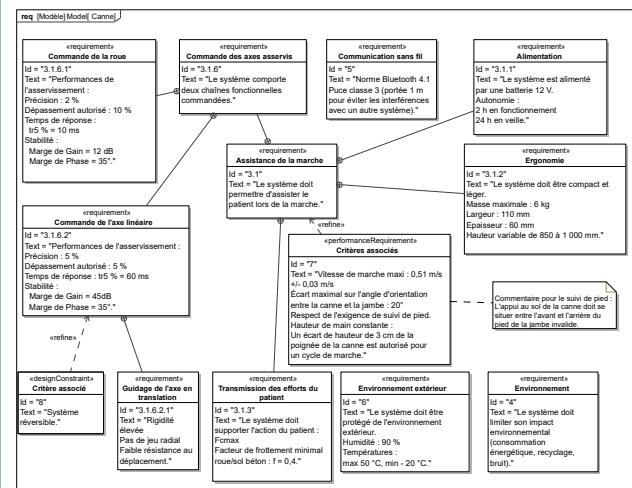


FIGURE 8 – $V = 0,29 \text{ m/s}$, allure rapide – (a) : suivi du pied de la jambe gauche par la canne observé au niveau du sol – (b) : suivi de l'orientation de la cuisse gauche (angle θ_g) par la canne (angle θ)

Question 14 Conclure sur le réglage des paramètres d'asservissement mis en place vis-à-vis des performances liées à la synchronisation de la canne avec le cycle locomoteur à différentes allures.

Annexes – Diagramme partiel des exigences



TD 2 – Corrigé

Micromanipulateur compact pour la chirurgie endoscopique (MC²E)

Concours Commun Mines Ponts 2016

Savoirs et compétences :

- Res1.C4.SF1 : Proposer la démarche de réglage d'un correcteur proportionnel intégral
- Con.C2 : Correction d'un système asservi

Mise en situation

Modèle de connaissance de l'asservissement

Question 1 Déterminer les expressions des fonctions de transfert $H_1(p)$, $H_2(p)$ et $H_3(p)$.

Correction On a $p\theta_m(p) = \Omega_m(p)$ et donc $H_2(p) = \frac{\theta_m(p)}{\Omega_m(p)} = \frac{1}{p}$.

De plus $Jp^2\theta_m(p) = C_m(p) - C_e(p) \Leftrightarrow Jp\Omega_m(p) = \Omega_m(p)$ et donc $H_1(p) = \frac{\Omega_m(p)}{C_m(p) - C_e(p)} = \frac{1}{Jp}$.

Enfin, $H_3(p) = \frac{C_e(p)}{\theta_m(p)} = K_{C\theta}$.

Question 2 Donner l'expression de la fonction de transfert en boucle fermée $H_{BF}(p)$ de l'asservissement d'effort.

Correction D'une part, $F(p) = \frac{H_1(p)H_2(p)H_3(p)}{1 + H_1(p)H_2(p)H_3(p)} = \frac{\frac{1}{Jp} \frac{1}{p} K_{C\theta}}{1 + \frac{1}{Jp} \frac{1}{p} K_{C\theta}} = \frac{K_{C\theta}}{Jp^2 + K_{C\theta}}$.

D'autre part, $H_{BF}(p) = \frac{\frac{K_{C\theta}}{Jp^2 + K_{C\theta}}}{1 + \frac{K_{C\theta}}{Jp^2 + K_{C\theta}}} = \frac{K_{C\theta}}{Jp^2 + 2K_{C\theta}}$.

Question 3 Quel sera le comportement de cet asservissement en réponse à un échelon d'amplitude C_0 ? Conclure.

Correction Il s'agit d'un système du second ordre avec un coefficient d'amortissement nul. Le gain est de $\frac{1}{2}$ et la pulsation est de $\frac{1}{\omega_0^2} = \frac{J}{2K_{C\theta}} \Rightarrow \omega_0 = \sqrt{\frac{2K_{C\theta}}{J}}$.

Pour une entrée échelon d'amplitude C_0 , le système répondra par un sinus d'amplitude $\frac{C_0}{2}$ (valeur crête à crête C_0) de pulsation ω_0 .

Question 4 Donner l'expression analytique du gain B , en fonction de J et $K_{C\theta}$, permettant d'obtenir cette forme de fonction de transfert. En déduire l'expression analytique de la constante de temps τ .**Correction**

D'une part, $F_1(p) = \frac{H_1(p)}{1 + H_1(p)B}$.

$$\begin{aligned}
 \text{D'autre part, } H_{\text{BO}}(p) &= \frac{\frac{H_1(p)}{1+H_1(p)B} H_2(p)H_3(p)}{1 + \frac{H_1(p)}{1+H_1(p)B} H_2(p)H_3(p)} = \frac{H_1(p)H_2(p)H_3(p)}{1+H_1(p)B+H_1(p)H_2(p)H_3(p)} = \frac{\frac{K_{C\theta}}{Jp^2}}{1+\frac{B}{Jp}+\frac{K_{C\theta}}{Jp^2}} = \frac{K_{C\theta}}{Jp^2+Bp+K_{C\theta}} \\
 &= \frac{1}{\frac{J}{K_{C\theta}}p^2 + \frac{B}{K_{C\theta}}p + 1}.
 \end{aligned}$$

Enfin, $(1 + \tau p)^2 = 1 + 2\tau p + \tau^2 p^2$. Donc nécessairement $\tau^2 = \frac{J}{K_{C\theta}} \Rightarrow \tau = \sqrt{\frac{J}{K_{C\theta}}}$ et $2\tau = \frac{B}{K_{C\theta}} \Leftrightarrow B = 2\tau K_{C\theta} = 2\sqrt{\frac{J}{K_{C\theta}}} K_{C\theta} = 2\sqrt{JK_{C\theta}}$.

Question 5 Donner l'expression de l'erreur statique en réponse à un échelon d'amplitude C_0 . Conclure vis-à-vis du cahier des charges.

Correction La boucle ouverte est de classe 1. L'erreur statique (entrée échelon) est donc nulle ce qui est conforme à l'exigence 1.2.2.1 du cahier des charges.

Question 6 Proposer une expression simple pour la constante de temps T_i .

Correction

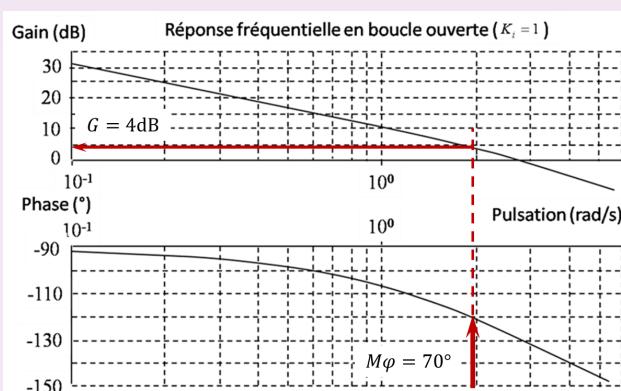
Pour avoir une FTBF d'ordre 2, il faut que la BO soit d'ordre 2. En conséquence, vu la forme de correcteur proposé, on peut envisager que le correcteur compense un pôle du système.

$$\text{Ainsi pour } \tau = T_i, \text{ on a } \frac{C_e(p)}{C_C(p)} = \frac{\frac{K_i}{\tau p(1+\tau p)}}{1 + \frac{K_i}{\tau p(1+\tau p)}} = \frac{K_i}{\tau p(1+\tau p) + K_i} = \frac{K_i}{\tau^2 p^2 + \tau p + K_i} = \frac{1}{\frac{K_i}{\tau^2} p^2 + \frac{\tau}{K_i} p + 1}.$$

Question 7 En s'appuyant sur les diagrammes ci-dessous, proposer un choix de réglage pour K_i permettant (si possible) de vérifier toutes les performances.

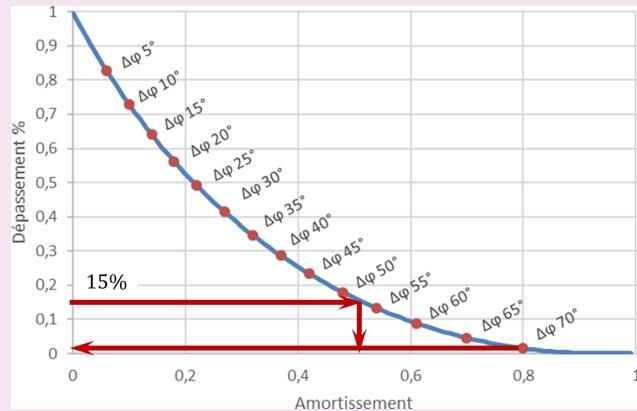
Correction

- Marge de gain 10 dB : la boucle ouverte est d'ordre 2. La phase est donc toujours supérieure à -180° et la marge de gain est infinie. Le critère est respecté.
- Marge de phase supérieure à 70° : il est donc nécessaire que le gain (dB) de la boucle ouverte soit nul lorsque la phase est égale à 120° . D'après la réponse fréquentielle en BO, il faut donc que $20 \log K_i \leq 4 \Rightarrow K_i \leq 10^{\frac{20}{4}} = 1,58$.

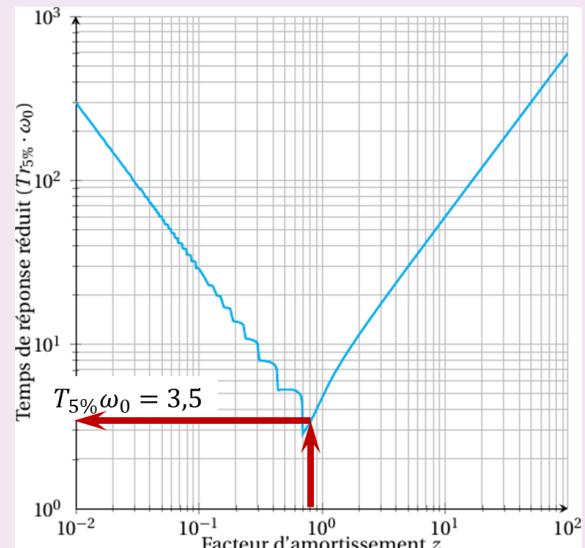
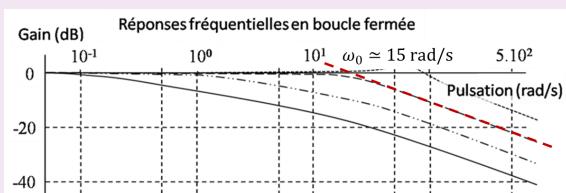


- Dépassement inférieur à 15% : l'abaque ci-dessous montre que pour une marge de phase de 70° , le dépassement sera inférieur à 15%. Ainsi, avec une marge de phase de 70° , le dépassement sera donc d'environ 2% et

le coefficient d'amortissement sera d'environ 0,8.



- Temps de réponse à 5% inférieur à 0,5 s : en utilisant la réponse fréquentielle pour un gain de 0,4 ($< 1,58$) on a $\omega_0 \approx 15 \text{ rad s}^{-1}$. En utilisant l'abaque du temps de réponse réduit, on a $\omega_0 \cdot T_{r5\%} \approx 3,5$; donc $T_{r5\%} \approx \frac{3,5}{15} = 0,23 \text{ s}$.



- D'après le diagramme de Bode en BF, le gain basse fréquence est nul. Le gain de la fonction de transfert est donc unitaire. L'erreur statique est donc nulle.

On propose donc $K_i = 0,4 (< 1,58)$.

Retour sur le cahier des charges

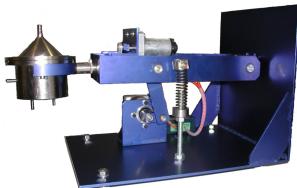
Question 8 Remplir le tableau et conclure sur la validation des critères de performance. Tracer l'allure de la réponse temporelle à un échelon C_{c0} en indiquant toutes les valeurs caractéristiques nécessaires.

Correction

Critère	Valeur CDCF	Valeur système réglé	Écart
Marges de gain	10 dB	∞	OK
Marges de phase	70°	70°	OK
Dépassement	< 15 %	2%	OK
T5 %	< 0,5s	0,23 s	OK
Erreur statique	Nulle	Nulle	OK

Le cahier des charges est donc respecté. (Réponse indicielle d'un second ordre avec un coefficient d'amortissement de 0,8 et un gain unitaire).

TD 3 – Corrigé



Agitateur médical avec chambre de Riccordi

CCP – PSI – 2006

Savoirs et compétences :

- Res1.C4.SF1 : Proposer la démarche de réglage d'un correcteur proportionnel, proportionnel intégral
- Con.C2 : Correction d'un système asservi

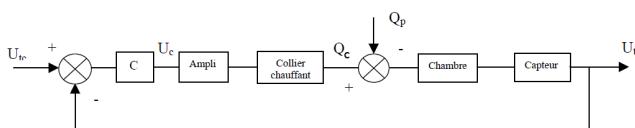
Présentation

Afin d'isoler des cellules issues du pancréas, il est nécessaire de les baigner dans un mélange d'enzymes tout en agitant la solution dans un milieu contrôlé en température. On utilise pour cela un agitateur médical avec chambre de Riccordi.

La maîtrise de la température joue un rôle crucial, l'objectif de notre étude est de réduire les temps de réaction et d'augmenter la précision en température du système de chauffage. Nous utilisons pour chauffer la solution circulant dans la chambre, un collier chauffant situé sur le pourtour de la chambre, alimenté en tension par une unité comprenant un correcteur et un amplificateur.

On note :

- U_{tc} : tension de consigne;
- U_t : tension à l'image de la température (capteur de température mesurant la température dans la chambre);
- U_a : tension d'alimentation du collier chauffant;
- q_c : énergie calorifique fournie par le collier chauffant;
- q_p : énergie calorifique perdue ou reçue par la chambre (en dehors du collier chauffant) perte par convection, par circulation de l'enzyme.



Expérimentalement, on peut déterminer que $FTBO(p) = \frac{U_t(p)}{U_c(p)} = \frac{0,5}{(1+5p)(1+100p)}$.

Analyse des performances

On considère ici que $C(p) = 1$. On donne l'abaque des temps de réponse réduit plus bas.

Question 1 Déterminer le temps de réponse à 5% du système régulé.

Question 2 Déterminer l'écart en position et l'écart en traînage.

Question 3 Tracer le diagramme de Bode de la FTBO.

Question 4 Déterminer la marge de gain et la marge de phase.

Mise en œuvre de corrections P et PI

On envisage une première correction en utilisant un correcteur proportionnel de la forme $C(p) = K$.

Question 5 Déterminer le gain K de manière à obtenir le système le plus rapide sans aucun dépassement.

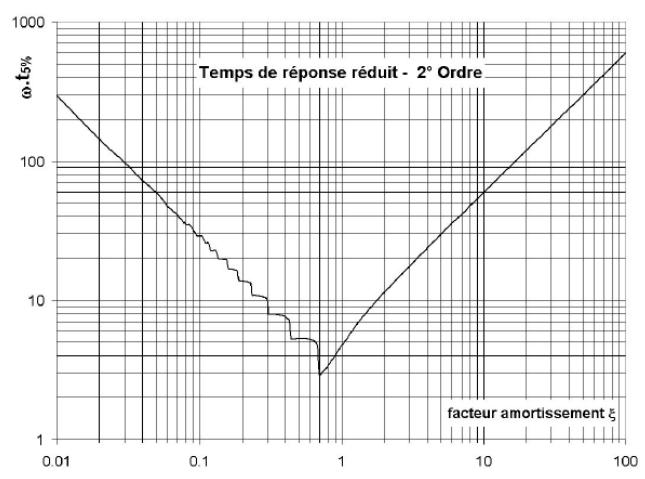
Question 6 En déduire le temps de réponse à 5%, l'écart en position et l'écart de traînage.

Question 7 Déterminez alors, la tension en entrée de l'amplificateur, si on envoie un échelon de tension de consigne U_{tc} de 5V. Le gain de l'amplificateur étant de 10, critiquez vos résultats.

On souhaite maintenant corriger le système avec en utilisant une action proportionnelle intégrale $C(p) = \frac{K}{T_i p} (1 + T_i p)$. On souhaite que la montée en température soit de 3 minutes maximum.

Question 8 Déterminer les gain K et T_i permettant d'assurer le non dépassement de la consigne ainsi que le temps de réponse du système.

Question 9 En déduire le nouvel écart de position.



O20 – Temps de réponse du système régulé

$$H_{bf}(p) = \frac{U_t(p)}{U_r(p)} = \frac{H_{bo}(p)}{1 + H_{bo}(p)}$$

car le retour est unitaire.

$$H_{bf}(p) = \frac{\sqrt{3}}{1 + \frac{105}{1,5} \cdot p + \frac{500}{1,5} \cdot p^2}$$

D'où l'on déduit :

- la pulsation propre ω_n telle que : $\omega_n^2 = \frac{1,5}{500} = 30 \cdot 10^{-4} \Rightarrow \omega_n = 5,5 \cdot 10^2 \text{ rd/s}$

- le facteur d'amortissement ξ tel que : $\frac{2 \cdot \xi}{\omega_n} = 70 \Rightarrow \xi = 1,92 \approx 2$

L'abaque « Temps de réponse réduit pour second ordre » retourne :

$\omega_n \cdot t_{5\%} \approx 12 \Rightarrow t_{5\%} = 218 \text{ s}$ **Incompatible** avec le cahier des charges (Montée en température rapide : 3 mn maximum).

O21 – Ecart de position – Ecart de traînage

Fonction de transfert de classe 0 (zéro) $\Rightarrow \begin{cases} \varepsilon_p = \frac{1}{1 + G_{FTBO}} \\ \varepsilon_v = \infty \end{cases}$

$\varepsilon_p = 0,66$ 66 % **Incompatible** avec le cahier des charges.

O22 – Diagrammes de Bode de la F.T.B.O.

On procède par superposition : $H_{bo}(j\omega) = H_1(j\omega) \cdot H_2(j\omega) = \frac{0,5}{1 + j \cdot 5\omega} \cdot \frac{1}{1 + j \cdot 100\omega}$

Pulsations de brisure $\omega_1 = 0,2 \text{ rd/s}$; $\omega_2 = 0,01 \text{ rd/s}$

$$\text{Qd } \omega \rightarrow 0 \quad H_{bo} \approx \frac{1}{2} \Rightarrow \begin{cases} G \approx -6dB \\ \varphi \approx 0 \end{cases}$$

$$G = -6dB - 10 \cdot \log(1+25 \cdot \omega^2) - 10 \cdot \log(1+10^4 \cdot \omega^2)$$

$$\varphi = -\arctan(5 \cdot \omega) - \arctan(100 \cdot \omega)$$

ω (rd/s)	0,01	0,1	1
G (dB)	- 9	- 27	- 60
φ ($^\circ$)	- 48	- 115	- 169

Valeurs du gain, de la phase à différentes pulsations

Tracé des lieux asymptotiques et réels : Voir le Document Réponse page suivante

O23 – Marges de gain, de phase

Marge de gain : $M_G = \infty$

Marge de phase : $M_\varphi = 180^\circ$

O 24 – Réglage du correcteur Proportionnel assurant la stabilité et optimisant les performances du système

Il faut écarter la solution consistant à régler K afin que le lieu de transfert en B.O. soit tangent au contour fermé à $2,3$ dB, car alors le facteur d'amortissement devient inférieur à 1, (0,4 pour un second ordre et le dépassement est environ de 25%) ce qui entraînera un dépassement lors la montée en température (Non respect du C.d.C.)

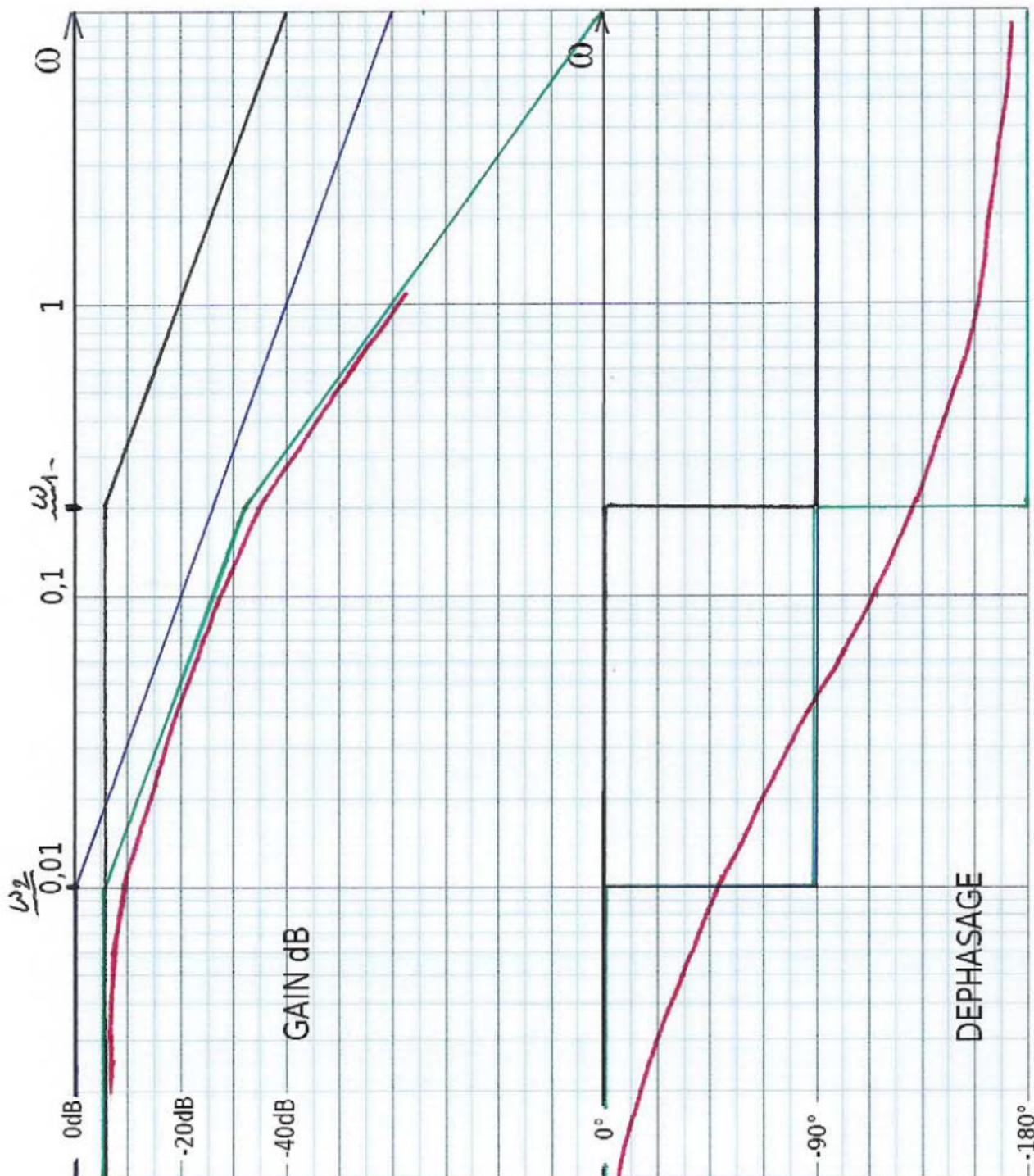
On règle K de telle sorte que $\xi \geq 1$; la réponse indicielle est alors **apériodique critique** ou **apériodique amorti**.

$$H_{bo}(\omega) = \frac{0,5 \cdot K}{1 + 105 \cdot p + 500 \cdot p^2}$$

$$H_{bf}(p) = \frac{U_t(p)}{U_{tc}(p)} = \frac{H_{bo}(p)}{1 + H_{bo}(p)} \quad \text{car le retour est unitaire.}$$

$$H_{bf}(p) = \frac{\frac{0,5 \cdot K}{1 + 0,5 \cdot K}}{1 + \frac{105}{1 + 0,5 \cdot K} p + \frac{500}{1 + 0,5 \cdot K} p^2}$$

Question 22 : Tracé de Bode



$$\text{Pulsation propre : } \omega_n = \sqrt{\frac{1+0,5 \cdot K}{500}}$$

$$\begin{aligned} \text{Facteur d'amortissement, il est tel que : } \frac{2 \cdot \xi}{\omega_n} &= \frac{105}{1+0,5 \cdot K} , \\ \Rightarrow \xi &= \frac{105}{2 \cdot \sqrt{500} \cdot \sqrt{1+0,5 \cdot K}} \end{aligned}$$

Condition de **non dépassement** : $\xi \geq 1 \Leftrightarrow K \leq 9,02$

On choisit **K = 9** alors **$\xi \approx 1$** la réponse indicielle est **apériodique critique**.

Par conséquent, sur le diagramme de Black, **on translate** le lieu de transfert en B.O. **dans la direction verticale** de **20 Log 9**, c'est-à-dire d'environ **19 dB**.

O 25 – Eléments de performances, temps de réponse à 5 %, écarts de position et de traînage

Voir le Document Réponse à la dernière page (Courbe repérée H_{bo2})

La marge de gain est inchangée : **M_G = ∞**

On relève : **M_φ = 90°** **La stabilité est assurée.**

$$\text{Pulsation propre : } \omega_n = \sqrt{\frac{1+0,5 \cdot 9}{500}} = \sqrt{\frac{5,5}{500}} \approx 0,1 \text{ rd/s}$$

L'abaque « Temps de réponse réduit pour second ordre » retourne :

$\omega_n \cdot t_{5\%} \approx 5 \Rightarrow t_{5\%} = 50 \text{ s}$ **Compatible** avec le cahier des charges (Montée en température rapide : 3 mn maximum).

$$\text{Fonction de transfert de classe 0 (zéro)} \Rightarrow \begin{cases} \varepsilon_p = \frac{1}{1 + G_{FTBO}} \\ \varepsilon_v = \infty \end{cases}$$

$\varepsilon_p = 0,55 \quad 55\%$ **Incompatible** avec le cahier des charges.

O26 – Tension en entrée de l'amplificateur, tension d'alimentation du collier chauffant lorsque l'échelon de tension de consigne U_{tc} est de 5 V

A 17° C correspond $U_c = 0 \text{ V}$, donc $U_t = 0 \text{ V}$.

Si $U_{tc} = 5 \text{ V} \Rightarrow U_c = 45 \text{ V}$. ($U_c = K \cdot \varepsilon$)

Alors **U_a = 450 V** Il y aura **saturation de l'ampli** et donc augmentation du temps de réponse.

O 27 – Choix d'un correcteur à action P.I. – Réglage de ce correcteur

$$C(p) = \frac{K}{T_i p} (1 + T_i p)$$

Le réglage du correcteur se fait par **compensation du pôle le plus lent**. Méthode qui consiste à choisir la constante de temps T_i du correcteur égale à la **constante de temps la plus grande** du système à corriger. On réglera le gain K du correcteur afin que la **réponse indicielle ne présente pas de dépassement** (on choisit $\xi = 1$). Le choix de T_i devant satisfaire le C.d.C. (Montée en température rapide : 3 mn maximum).

La F.T.B.O. s'écrit alors : $H_{bo}(\omega) = \frac{0,5 \cdot K}{T_i \cdot p + 500 \cdot p^2}$

La F.T.B.F. s'écrit alors : $H_{bf}(\omega) = \frac{1}{1 + \frac{T_i}{0,5 \cdot K} \cdot p + \frac{500}{0,5 \cdot K} \cdot p^2}$

La pulsation propre (non amortie) vaut alors : $\omega_n = \frac{1}{10} \cdot \sqrt{\frac{K}{10}}$

Le facteur d'amortissement vaut alors : $\xi = \frac{T_i}{10 \cdot \sqrt{10 \cdot K}}$

On choisit $\xi = 1$ la réponse indicielle est apériodique critique.

Alors : $K = 10^{-3} \cdot T_i$

On a toujours : $\omega_n \cdot t_{5\%} \approx 5$ puisque $\xi = 1$

Tableau des valeurs de K , ω_n , $t_{5\%}$ en fonction du choix de T_i

T_i	K	ω_n	$t_{5\%}$	Commentaires
5 s	$25 \cdot 10^{-3}$	$5 \cdot 10^{-3}$ rd/s	1 000 s	A rejeter
100 s	10	0,1 rd/s	50 s	A RETENIR

Tracé du lieu de transfert de la F.T.B.O. dans le plan de Black :

$$H_{bo}(j\omega) = \frac{5}{j \cdot 100\omega \cdot (1 + j \cdot 5\omega)}$$

Gain : $G = -26 \text{ dB} - 20 \cdot \log \omega - 10 \cdot \log(1 + 25 \cdot \omega^2)$

Argument : $\varphi = -90^\circ - \arctan(5\omega)$

ω (rd/s)	0,01	0,1	0,2	1
G (dB)	14	- 7	- 15	- 40
φ ($^\circ$)	- 93	- 117 $^\circ$	- 135	- 169

Valeurs du gain, de la phase à différentes pulsations

Compte tenu de la forme de la F.T.B.O., le lieu de transfert présente deux asymptotes verticales d'équations $\varphi = -90^\circ$ et $\varphi = -180^\circ$.

Voir le Document Réponse à la dernière page (Courbe repérée H_{bo3})

La marge de gain est inchangée : $M_G = \infty$

On relève : $M_\varphi \approx 77^\circ$

La stabilité est assurée.

O 28 – Nouvel écart de position

Le système est de **classe 1** $\Rightarrow \varepsilon_p = 0$

TD 4 – Corrigé



Machine de rééducation SysReeduc

CCP PSI 2013

Savoirs et compétences :

- Res1.C4.SF1 : Proposer la démarche de réglage d'un correcteur proportionnel, proportionnel intégral
- Con.C2 : Correction d'un système asservi

Mise en situation

Éléments de modélisation

Question 1 À partir des équations proposées, déterminer les fonctions de transfert $K_1, K_2, H_3(p), H_4(p), K_5, K_6, K_7, K_8$ et K_9 .

Correction

On a :

- $u_m(t) = e(t) + R i(t) \Rightarrow U_m(p) = E(p) + R I(p)$ et $C_{M1}(p) = k_t I(p)$ donc $K_2 = \frac{k_t}{R}$;
- $E(p) = k_e \Omega_m(p)$ et donc $K_7 = k_e$;
- $(M + m) r \rho_1 p \Omega_m(p) = \frac{C_{M1}(p)}{\rho_1 r} - F_p(p) \Leftrightarrow (M + m) r^2 \rho_1^2 p \Omega_m(p) = C_{M1}(p) - \rho_1 r F_p(p)$ et donc $K_9 = \rho_1 r$ et $H_3(p) = \frac{1}{(M + m) r^2 \rho_1^2 p}$;
- $H_4(p)$ permet d'obtenir une position à partir d'une vitesse. Il s'agit donc d'un intégrateur et $H_4(p) = \frac{1}{p}$;
- un codeur incrémental avec 1 émetteur-récepteur permet de détecter les fentes et les « non fentes » donc ici 1000 informations par tour. Avec un second émetteur, on double la résolution soit 2000 informations pour un tour soit $K_8 = \frac{2000}{2\pi}$;
- en utilisant le réducteur et le poulie courroie, on a directement $K_5 = \rho_1$ et $K_6 = r$ (à convertir en mètres) ;
- enfin, K_1 convertit des mètres en incrément. X_c est la consigne que doit respectée X . Pour avoir un asservissement précis, il faut donc $\varepsilon = 0$ et $X = X_c$ soit $\varepsilon = 0 = K_1 X_C - K_8 \theta_m = K_1 X_C - K_8 \frac{X}{K_5 K_6}$. Au final, $K_1 = \frac{K_8}{K_5 K_6}$.

Question 2 Montrer que le schéma-blocs peut être mis sous la forme suivante. On exprimera A, B et D en fonction des paramètres du système $r, \rho_1, k_t, k_e, R, M, m$ et K_8 .

Correction

On montre $A = \frac{K_8}{k_e}, B = \frac{R(m+M)r^2\rho_1^2}{k_e k_t}$ et $D = \frac{r^2\rho_1^2 R}{K_8 k_t}$.

Correction proportionnelle

On suppose que $C(p) = K_c$.

Question 3 Exprimer ε_x en fonction des deux entrées F_p et X_c et des constantes A, B, D et K_c .

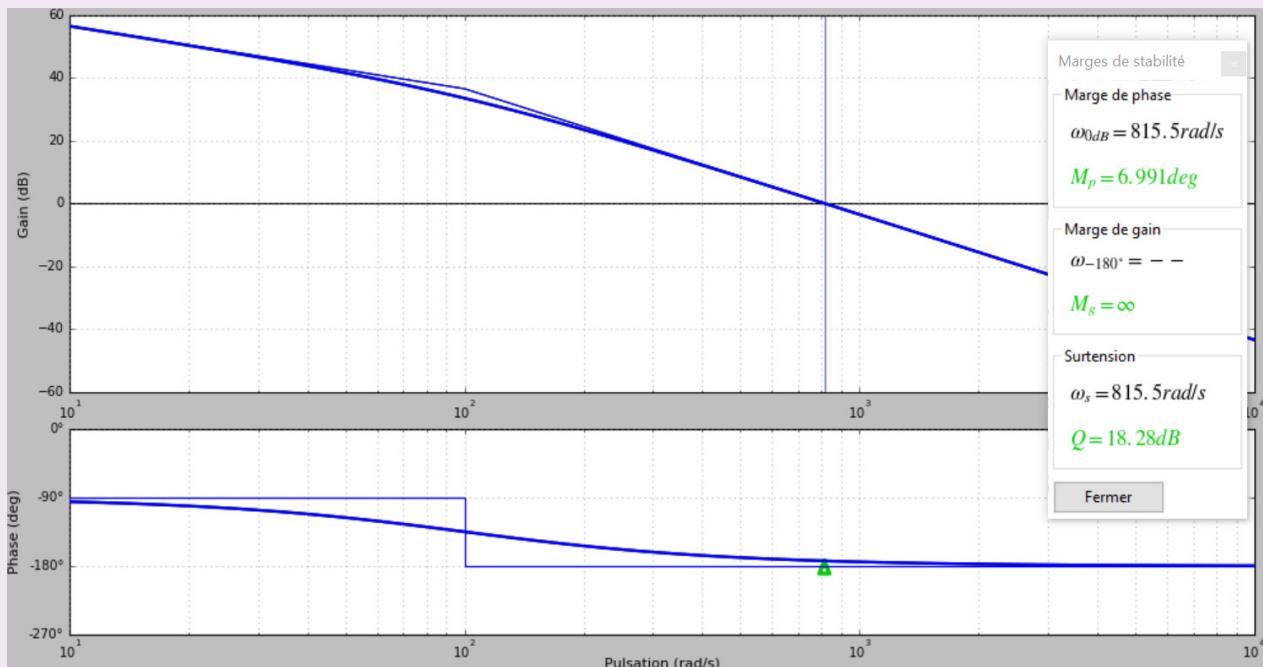
Correction

$$\begin{aligned}
 \text{On a } \varepsilon_x(p) &= X_C(p) - X(p) = X_C(p) - \left((C(p)\varepsilon_x(p) - F(p)D) \frac{A}{p(Bp+1)} \right) \\
 \Leftrightarrow \varepsilon_x(p) &\left(1 + \frac{AC(p)}{p(Bp+1)} \right) = X_C(p) + \frac{AF(p)D}{p(Bp+1)} \\
 \Leftrightarrow \varepsilon_x(p) &\left(\frac{p(Bp+1)+AC(p)}{p(Bp+1)} \right) = X_C(p) + \frac{AF(p)D}{p(Bp+1)} \Leftrightarrow \varepsilon_x(p) = \frac{p(Bp+1)}{p(Bp+1)+AC(p)} X_C(p) + \frac{AF(p)D}{p(Bp+1)+AC(p)} \\
 \Leftrightarrow \varepsilon_x(p) &= \frac{p(Bp+1)}{p(Bp+1)+AK_C} X_C(p) + \frac{AD}{p(Bp+1)+AK_C} F(p)
 \end{aligned}$$

Question 4 Tracer le diagramme de Bode de la FTBO du système pour $K_C = 1$ et donner les marges. Le cahier des charges est-il vérifié?

Correction

On a $\text{FTBO}(p) = \frac{A}{p(Bp+1)}$.



La marge de phase n'est pas respectée.

Question 5 Déterminer l'écart de position ε_x en réponse à deux échelons d'intensité F_0 pour la force du patient et X_0 pour le déplacement. Conclure quant au respect du cahier des charges.

Correction

$$\begin{aligned}
 \text{On a : } \varepsilon_x &= \lim_{p \rightarrow 0} p\varepsilon_x(p) = \lim_{p \rightarrow 0} p \left(\frac{p(Bp+1)}{p(Bp+1)+AK_C} \frac{X_0}{p} + \frac{AD}{p(Bp+1)+AK_C} \frac{F_p}{p} \right) \\
 &= \lim_{p \rightarrow 0} \frac{p(Bp+1)}{p(Bp+1)+AK_C} X_0 + \frac{AD}{p(Bp+1)+AK_C} F_p \\
 &= \frac{D}{K_C} F_p
 \end{aligned}$$

L'écart en position n'est donc pas nul.

Correction proportionnelle intégrale

On suppose maintenant que $C(p) = K_i \left(1 + \frac{1}{T_i p} \right)$

Question 6 Exprimer ε_x en fonction des deux entrées F_p et X_c et des constantes A , B , D et K_i .

Correction

$$\varepsilon_x(p) = \frac{p(Bp+1)}{p(Bp+1)+AK_i\left(1+\frac{1}{T_ip}\right)}X_C(p) + \frac{AD}{p(Bp+1)+AK_i\left(1+\frac{1}{T_ip}\right)}F(p)$$

Question 7 Déterminer l'écart de position ε_x en réponse à deux échelons d'intensité F_0 pour la force du patient et X_0 pour le déplacement. Conclure quant au respect du cahier des charges.

Correction

$$\begin{aligned} \varepsilon_x &= \lim_{p \rightarrow 0} p \left(\frac{p(Bp+1)}{p(Bp+1)+AK_i\left(1+\frac{1}{T_ip}\right)} \frac{X_0}{p} + \frac{AD}{p(Bp+1)+AK_i\left(1+\frac{1}{T_ip}\right)} \frac{F_0}{p} \right) \\ &= \lim_{p \rightarrow 0} \frac{p T_i p (Bp+1)}{p T_i p (Bp+1) + AK_i (T_i p + 1)} X_0 + \frac{AD T_i p}{T_i p p (Bp+1) + AK_i (T_i p + 1)} F_0 = 0. \end{aligned}$$

Question 8 Déterminer la fonction de transfert en boucle ouverte du système $FTBO(p) = \frac{X(p)}{\varepsilon_x(p)}$ en supposant que $F_p = 0$.

Correction

$$FTBO(p) = \frac{A}{p(Bp+1)} K_i \left(1 + \frac{1}{T_ip} \right) = \frac{A}{p(Bp+1)} K_i \frac{1+T_ip}{T_ip}.$$

Question 9 Déterminer la valeur T_i permettant d'assurer la marge de phase pour la pulsation au gain unité souhaitée (pulsation pour laquelle le gain en décibel est nul).

Correction

On souhaite que pour $\omega = 50 \text{ rad s}^{-1}$, $\varphi(\omega) = -135^\circ$.

$$\begin{aligned} \arg(FTBO(j\omega)) &= \arg\left(\frac{A}{p(Bp+1)} K_i \frac{1+T_ip}{T_ip}\right) = -180 - \arg((Bp+1)) + \arg(1+T_ip) \\ &= -180 - \arctan B\omega + \arctan T_i\omega. \text{ En } \omega = 50 \text{ rad s}^{-1} \text{ on a alors } -180 - \arctan 0,5 + \arctan 50T_i = -135 \Leftrightarrow \\ &\arctan 50T_i = -135 + 180 + \arctan 0,5 = 74. \text{ D'où } T_i = 0,05 \text{ s}. \end{aligned}$$

Question 10 Déterminer K_i permettant d'assurer la pulsation au gain unité souhaitée.

Correction

On souhaite que $|FTBO(j\omega)| = 1$ pour $\omega = 50 \text{ rad s}^{-1}$.

$$|FTBO(j\omega)| = \left| \frac{A}{p(Bp+1)} K_i \frac{1+T_ip}{T_ip} \right| = AK_i \frac{1}{\omega \sqrt{B^2\omega^2+1}} \frac{\sqrt{1+T_i^2\omega^2}}{T_i\omega} = \frac{AK_i}{T_i\omega^2} \frac{\sqrt{1+T_i^2\omega^2}}{\sqrt{B^2\omega^2+1}}.$$

$$\text{On a donc } K_i = \frac{T_i\omega^2\sqrt{B^2\omega^2+1}}{A\sqrt{1+T_i^2\omega^2}} = 0,0077 \text{ Vm}^{-1}.$$

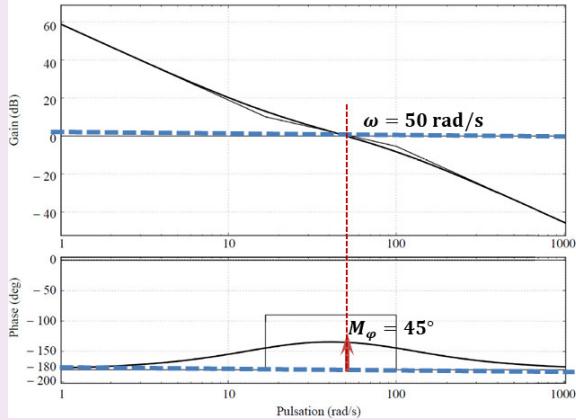
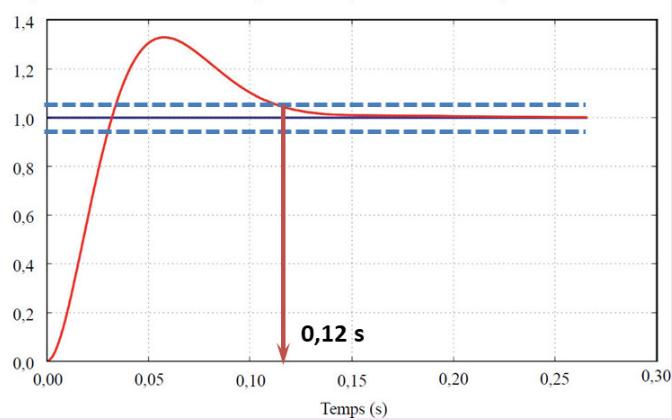
On donne sur le document réponse la réponse temporelle du système à une entrée de type échelon unitaire sur le déplacement ($F_p = 0$) ainsi que le diagramme de Bode de la FTBO.

Question 11 Conclure quant au respect du cahier des charges sur le reste des critères énoncés. Faire apparaître sur le document réponse les grandeurs mesurées.

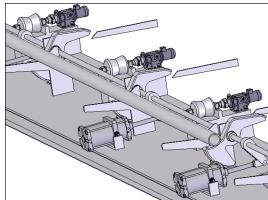
Correction

- Ecart de position : nul \Rightarrow Exigence OK.
- Marge de gain : infine \Rightarrow Exigence OK.
- Marge de phase : $\approx 45^\circ \Rightarrow$ Exigence OK.

Diagramme de Bode de la FTBO :


 Réponse indicielle unitaire sur le déplacement / $F_p = 0$. Unité en mètre pour l'axe des ordonnées.


TD 5 – Corrigé



Banc d'épreuve hydraulique

CCP – PSI – 2010

Savoirs et compétences :

- Res1.C4.SF1 : Proposer la démarche de réglage d'un correcteur proportionnel, proportionnel intégral
- Con.C2 : Correction d'un système asservi

Présentation

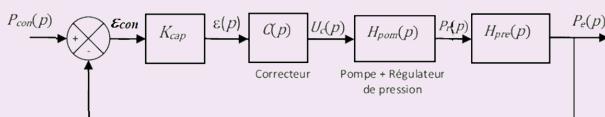
Mise en place d'un asservissement de pression.

Correction proportionnelle

On envisage tout d'abord un correcteur de type proportionnel : $C(p) = K_p$.

Question 1 Transformer le schéma-blocs pour se ramener à un système à retour unitaire.

Correction



Question 2 Déterminer, en fonction de K_p , ϵ_{con} définie comme l'erreur statique pour une entrée consigne P_{con} de type échelon, dans le cas où le débit de fuite est nul.

Correction Dans ce cas, le système est de classe 0. L'erreur statique est donc de $\epsilon_{con} = \frac{P_{con}}{1 + K_{cap}K_pK_mK_{pom}}$.

Question 3 Proposer un réglage de K_p pour limiter ϵ_{con} à la valeur spécifiée dans le cahier des charges.

Correction Pour que l'erreur soit inférieure à 5% :

$$\frac{P_{con}}{1 + K_{cap}K_pK_mK_{pom}} < 0,05P_{con}$$

$$\Leftrightarrow 1 < 0,05(1 + K_{cap}K_pK_mK_{pom})$$

$$\Leftrightarrow \frac{0,95}{0,05K_{cap}K_mK_{pom}} < K_p. \text{ On a donc } K_p > 19.$$

Question 4 Dans le cas où la consigne de pression est nulle, déterminer en fonction de K_p ϵ_{pert} définie comme l'erreur statique pour une perturbation ΔQ_e de type échelon, dans le cas où la consigne de pression est nulle.

Correction Dans ce cas, on a toujours un système dont la BO est de classe 1 et : $\epsilon_{pert} = \frac{\Delta Q_e K_f}{1 + K_{cap}K_pK_mK_{pom}}$.

Question 5 Proposer un réglage de K_p pour limiter ϵ_{pert} à la valeur spécifiée au cahier des charges.

Correction Pour $\Delta Q_e = 5 \cdot 10^{-4} \text{ m}^3/\text{s}$ on souhaite $\epsilon_{pert} < 40 \text{ bars}$. En conséquence, $\frac{\Delta Q_e K_f}{1 + K_{cap}K_pK_mK_{pom}} < 40 \Leftrightarrow \frac{\Delta Q_e K_f - 40}{40K_{cap}K_mK_{pom}} < K_p$. On a donc $K_p > 2,19$.

Question 6 Proposer un réglage de K_p pour vérifier le critère d'amortissement.

Correction Pour avoir aucun dépassement, il est nécessaire que, si la FTBF du système est d'ordre 2, on ait $\xi \geq 1$. (Si la FTBF est d'ordre 1, il n'y aura pas de dépassement, si la FTBF est d'ordre supérieur à 2 il n'y a pas de résultat connu.)

On a donc, avec un débit de fuite nul, $\frac{P_e(p)}{P_{con}(p)} = \frac{K_{cap}K_p \frac{K_{pom}}{1 + T_2 p} \frac{K_m}{1 + T_1 p}}{1 + K_{cap}K_p \frac{K_{pom}}{1 + T_2 p} \frac{K_m}{1 + T_1 p}} = \frac{K_{cap}K_p K_{pom} K_m}{(1 + T_1 p)(1 + T_2 p) + K_{cap}K_p K_{pom} K_m} = \frac{K_{cap}K_p K_{pom} K_m}{(T_1 + T_2)p + T_1 T_2 p^2 + 1 + K_{cap}K_p K_{pom} K_m}$.
 On a alors : $\omega_0 = \sqrt{\frac{1 + K_{cap}K_p K_{pom} K_m}{T_1 T_2}}$ et $\xi = \frac{1}{2} \frac{T_1 + T_2}{\sqrt{T_1 T_2 (1 + K_{cap}K_p K_{pom} K_m)}}$.

En conséquence, $\xi > 1 \Leftrightarrow \frac{(T_1 + T_2)^2 - 4 T_1 T_2}{4 T_1 T_2 K_{cap} K_{pom} K_m} > K_p$ et donc $K_p < 0,125$.

Question 7 À partir des résultats des questions précédentes, conclure quant au choix d'un correcteur proportionnel.

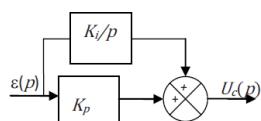
Correction On a donc :

- $K_p > 19$;
- $K_p > 2,19$;
- $K_p < 0,125$.

Les 3 conditions sont incompatibles. Un autre correcteur doit être envisagé.

Correction proportionnelle intégrale

On se propose de corriger le système avec le correcteur défini sur le schéma-blocs ci-dessous :



Question 8 Déterminer la fonction de transfert $C(p)$ de ce correcteur.

Correction On a $C(p) = \frac{K_i}{p} + K_p = \frac{K_i + K_p p}{p} = \frac{K_i}{p} \left(1 + \frac{K_p}{K_i} p\right)$.

Question 9 Tracer l'allure de son diagramme de Bode en fonction des coefficients K_i et K_p .

Correction

Question 10 Quelle est l'influence d'un tel correcteur sur la précision et la stabilité? Justifier.

Correction L'intégrateur va permettre d'annuler l'erreur (du à la consigne et à la perturbation). De plus, suivant le positionnement du correcteur, le déphasage de -90° présent en basse fréquence peut déstabiliser le système.

Question 11 Quelle valeur faut-il donner à ω_{0dB} pour répondre au critère de rapidité du cahier des charges?

Correction On souhaite que $t_e < 40 \text{ s} \Leftrightarrow \frac{3}{\omega_{0dB}} < 40 \Leftrightarrow \frac{3}{40} < \omega_{0dB}$ et donc $\omega_{0dB} > 0,075 \text{ rad s}^{-1}$.

Question 12 Déterminer alors le rapport $T = K_p/K_i$ pour obtenir la marge de phase spécifiée dans le cahier des charges.

Correction On désire une marge de phase de 60°. Il faut donc que $\varphi(\omega_{0dB}) = -120^\circ$. On a $FTBO(p) = \frac{K_i}{p} \left(1 + \frac{K_p}{K_i} p\right) K_{cap} \frac{K_m}{1+T_1 p} \frac{K_{pom}}{1+T_2 p}$. Et donc : $\varphi(\omega) = -90 + \arctan\left(\frac{K_p}{K_i} \omega\right) - \arctan(T_1 \omega) - \arctan(T_2 \omega)$ en ω_{0dB} on a : $\varphi(0,075) = -90 + \arctan\left(\frac{K_p}{K_i} 0,075\right) - 57 = -147 + \arctan\left(\frac{K_p}{K_i} 0,075\right)$. On cherche donc $\frac{K_p}{K_i}$ tel que $-147 + \arctan\left(\frac{K_p}{K_i} 0,075\right) = -120 \Rightarrow \arctan\left(\frac{K_p}{K_i} 0,075\right) = 27 \Rightarrow \frac{K_p}{K_i} 0,075 = 0,51 \Rightarrow \frac{K_p}{K_i} = 6,79$. Ainsi pour avoir une marge de phase supérieure à 60°, on doit avoir $T = \frac{K_p}{K_i} > 6,79$.

Question 13 En déduire les valeurs de K_p et de K_i qui permettent de régler rapidité et marge de phase.

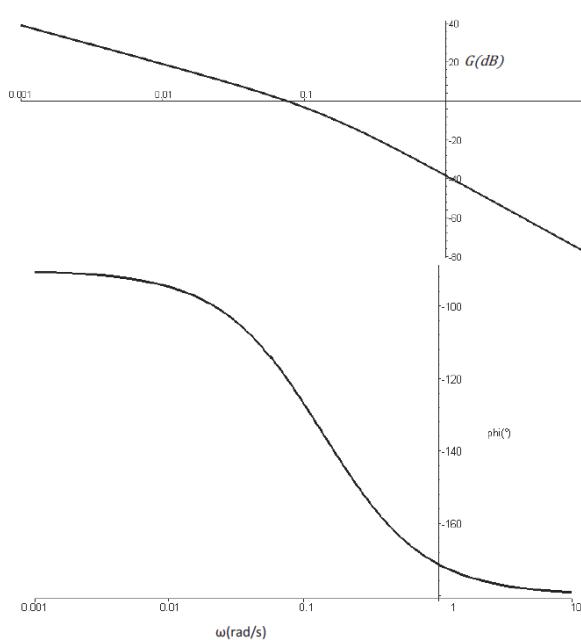
Correction On souhaite que le gain soit nul lorsque $\omega_{0dB} = 0,075 \text{ rad s}^{-1}$.

$$\begin{aligned} \text{On a } G_{dB}(\omega) &= 20 \log \left(\sqrt{1 + \frac{K_p^2}{K_i^2} \omega^2} \right) + \\ &20 \log K_i + 20 \log(K_{cap} K_{pom} K_m) - 20 \log \omega + \\ &20 \log \left(\sqrt{1 + \frac{K_p^2}{K_i^2} \omega^2} \right) - 20 \log(\sqrt{1 + T_1^2 \omega^2}) - \\ &20 \log(\sqrt{1 + T_2^2 \omega^2}). \end{aligned}$$

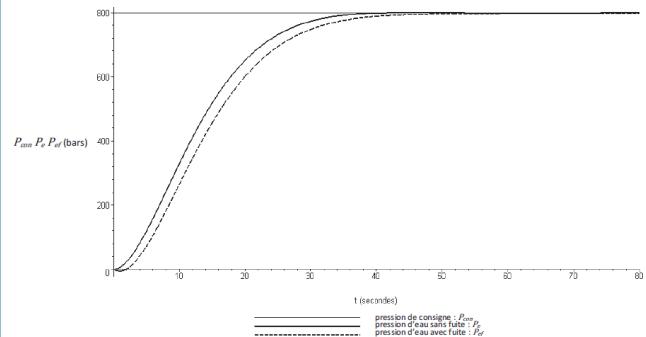
$G_{dB}(\omega_{0dB}) = 0 \Rightarrow K_i = 0,089 \text{ et } K_p = 0,615$.

Bilan

On donne les diagrammes de Bode en gain et en phase de la fonction de transfert en boucle ouverte corrigée avec le correcteur Proportionnel Intégral déterminé précédemment.



On donne ensuite sa réponse temporelle avec et sans débit de fuite pour une pression de consigne d'eau de 800 bars.



Question 14 La réponse du système est-elle satisfaisante au regard du cahier des charges ? Justifier.

Correction

TD 7 – Corrigé



Train d'atterrissement d'hélicoptère ★★

Banque PT – SIA 2014

Savoirs et compétences :

- Res1.C4.SF1 : Proposer la démarche de réglage d'un correcteur à avance de phase
- Con.C2 : Correction d'un système asservi

Mise en situation

Objectif Pour une vitesse d'impact de 4 ms^{-1} l'accélération de la queue doit rester inférieure à 3 rad s^{-2} .

Fonction de transfert en boucle ouverte non corrigée

Objectif Il s'agit dans un premier temps d'analyser la forme de la fonction de transfert en boucle ouverte non corrigée de la chaîne de commande semi-active.

Question 1 Déterminer littéralement et sous forme canonique la fonction de transfert $H_F(p) = \frac{\dot{Z}^*(p)}{F_{eq}(p)}$.

Correction

$$H_F(p) = \frac{H_Z(p) \frac{1}{p}}{1 + \lambda_a H_Z(p) \frac{1}{p}} = \frac{\frac{K_Z p^2}{1 + \frac{2\xi_Z}{\omega_Z} p + \frac{p^2}{\omega_Z^2}} \frac{1}{p}}{1 + \lambda_a \frac{K_Z p^2}{1 + \frac{2\xi_Z}{\omega_Z} p + \frac{p^2}{\omega_Z^2}} \frac{1}{p}} =$$

$$\frac{\frac{K_Z p^2}{p \left(1 + \frac{2\xi_Z}{\omega_Z} p + \frac{p^2}{\omega_Z^2} \right)} + \lambda_a K_Z p^2}{1 + \left(\frac{2\xi_Z}{\omega_Z} + \lambda_a K_Z \right) p + \frac{p^2}{\omega_Z^2}}.$$

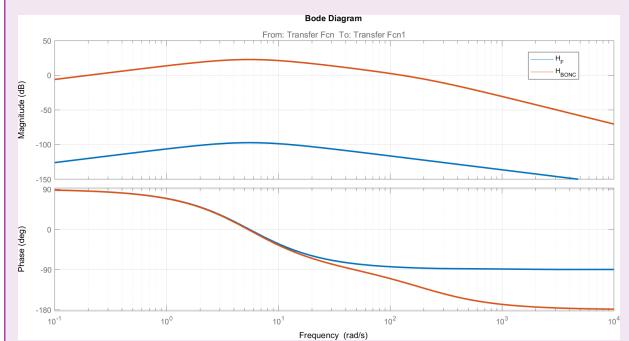
Question 2 Déterminer littéralement et sous forme canonique la fonction de transfert en boucle ouverte non corrigée $H_{BONC}(p)$.

Correction $H_{BONC}(p) = \frac{K_S p}{1 + \left(\frac{2\xi_Z}{\omega_Z} + \lambda_a K_Z \right) p + \frac{p^2}{\omega_Z^2}}.$

Question 3 Justifier la forme de ce diagramme en tracant les asymptotes et en indiquant comment retrouver sur le tracé les valeurs de K_Z et ω_Z . Tracer en rouge les diagrammes de la fonction $H_{BONC}(p)$. On prendra pour cela $20 \log K_S \approx 100 \text{ dB}$.

Correction H_F est un second ordre dérivé de coefficient d'amortissement ξ_F et de pulsation propre ω_Z . Ne pouvant pas calculer ξ_F , l'allure du diagramme de Bode suggère que $\xi_F < 1$ car il y a une seule rupture de pente à $\omega_Z = 5,5 \text{ rad s}^{-1}$.

Pour $\omega < \omega_Z$ l'asymptote du second ordre à un gain de 0dB. Seul le déivateur est influent. En conséquence, pour $\omega = 1 \text{ rad s}^{-1}$, on a donc $|K_Z p|_{\text{dB}} = 20 \log K_Z = -106$. On a donc $K_Z = 5 \times 10^{-6}$.



Choix et réglage de la correction

Objectif Il s'agit à présent de définir la structure du correcteur et de proposer un réglage permettant de satisfaire les critères du cahier des charges.

Question 4 Quelle doit être la classe minimale du correcteur afin de garantir le critère de précision ?

Correction Pour que l'erreur statique soit nulle, il faut que la classe de la FTBO soit de 1. La classe de la FTBO non corrigée étant de «-1», il faut donc que le correcteur soit de classe 2 pour que le critère de précision soit garanti.

Question 5 Évaluer les marges de stabilité pour ce réglage. Déterminer la valeur de K_p garantissant le critère de pulsation de coupure à 0 dB. Ce correcteur peut-il permettre de répondre aux critères de performances énoncés en début de partie ? Justifier la réponse

Correction La marge de gain est de 18 dB et la marge de phase est de 95°.

Pour avoir une pulsation de coupure à 0 dB de 6 rad s^{-1} , il faut relever le gain de 20 dB soit $K_p = 10$. Dans ces conditions, la marge de phase est de -15° et la marge de gain est -2 dB .

En conséquences, le système est précis (écart nul) et la pulsation de coupure du cahier des charges est respectée. Les marges ne sont plus satisfaites.

Question 6 Comment se nomme l'action de correction obtenue avec ce terme ?

Correction L'action de correction obtenue est de l'avance de phase.

Question 7 Quelle valeur doit-on donner à μ pour garantir le critère de marge de phase ?

Correction Cas 1 : on conserve $K_p = 10$. Le correcteur doit ajouter 60° de phase pour $\omega = 6 \text{ rad s}^{-1}$. Il faut donc $\mu = 14$.

Cas 2 : on reprend $K_p = 1$. Dans ce cas, on souhaite que lorsque $\omega = 6 \text{ rad s}^{-1}$, φ soit égal à 45° . Il faut donc ajouter 65° de phase à cette pulsation. Dans ces conditions, $\mu = 20$.

Le critère de précision reste validé car il y a toujours les deux intégrateurs dans le correcteur.

Question 8 En déduire les valeurs de T et de K_p permettant d'assurer les critères de stabilité et de bande passante

énoncés au début de partie. Le critère de précision est-il validé ?

Correction Dans le cas 1 : $\omega = \frac{1}{T\sqrt{\mu}} \Leftrightarrow T = \frac{1}{\omega\sqrt{\mu}} = \frac{1}{6\sqrt{14}} = 0,045 \text{ s}$. Le gain K_p déjà déterminé permet de satisfaire le cahier des charges. Il faut donc que le gain du correcteur à avance de phase soit nul à la pulsation de coupure à $\omega_{0\text{dB}}$.

Il faut donc que $\frac{1}{2}(20\log(\mu K'_p) + 20\log K'_p) = 0 \Rightarrow \log(\mu K'^2_p) = 0 \Rightarrow \mu K'^2_p = 1 \Rightarrow K'_p = \sqrt{1/\mu} = 0,267$.

Dans le cas 2 : $\omega = \frac{1}{T\sqrt{\mu}} \Leftrightarrow T = \frac{1}{\omega\sqrt{\mu}} = \frac{1}{6\sqrt{20}} = 0,037 \text{ s}$.

Actuellement, le gain est de -20 dB pour $\omega = 6 \text{ rad s}^{-1}$. Il faut donc augmenter le gain de 20 dB pour la pulsation $\frac{1}{T\sqrt{\mu}}$. Ceci revient donc à résoudre $20\log K_p + \frac{1}{2}(20\log \mu K_p - 20\log K_p) = 20 \Rightarrow \log K_p + \log \sqrt{\mu} = 1 \Rightarrow K_p \sqrt{\mu} = 10 \Rightarrow K_p = 10/\sqrt{20} = 2,6$.

Remarque : dans le cas 1 le gain du correcteur est $K_p \times K'_p = 2,6$. Dans le cas 2 $K_p = 2,6$.

Validation des performances

Objectif Il s'agit dans cette dernière partie de vérifier les performances globales de la boucle d'asservissement.

Question 9 En analysant cette courbe, conclure quant à la validité du cahier des charges.

Correction Pour une vitesse d'impact de 4 m s^{-1} l'accélération reste bien inférieure à 3 rad s^{-2} .

TD 8 – Corrigé



Quille pendulaire *

Concours Commun Mines Ponts 2014

Savoirs et compétences :

- Con.C2 : Correction d'un système asservi
- Con.C2.SF1 : Choisir un type de correcteur adapté

Mise en situation

Objectif L'objectif de proposer un correcteur permettant de vérifier l'ensemble des critères du cahier des charges.

Modélisation du vérin

Question 1 Donner les expressions des fonctions de transfert A_1 , A_2 , A_3 et A_4 en fonction de la variable complexe p et des constantes.

Correction D'une part, on transforme les équations dans le domaine de Laplace : $Q(p) = SpX(p) + \frac{V}{2B}p\Sigma(p)$ et $Mp^2X(p) = S\Sigma(p) - kX(p) - \lambda pX(p) - F_R(p)$.
 En utilisant le schéma-blocs, on a $\Sigma(p) = A_2(A_1Q(p) - X(p)) = A_1A_2Q(p) - A_2X(p)$.
 Par ailleurs $\Sigma(p) = \frac{Q(p) - SpX(p)}{\frac{V}{2B}p} = Q(p)\frac{2B}{Vp} - X(p)\frac{S2B}{V}$. On a donc $A_2 = \frac{S2B}{V}$, $A_1A_2 = \frac{2B}{Vp}$ soit $A_1 = \frac{2B}{Vp}\frac{V}{S2B} = \frac{1}{Sp}$.
 On a aussi $X(p) = A_4(-F_R(p) + A_3\Sigma(p)) = -A_4F_R(p) + A_3A_4\Sigma(p)$. Par ailleurs, $X(p)(Mp^2 + \lambda p + k) = S\Sigma(p) - F_R(p) \Leftrightarrow X(p) = \frac{S\Sigma(p)}{Mp^2 + \lambda p + k} - \frac{F_R(p)}{Mp^2 + \lambda p + k}$. On a donc : $A_4 = \frac{1}{Mp^2 + \lambda p + k}$ et $A_3 = S$.
 Au final, $A_1 = \frac{1}{Sp}$, $A_2 = \frac{S2B}{V}$, $A_3 = S$ et $A_4 = \frac{1}{Mp^2 + \lambda p + k}$.

Question 2 Donner les expressions des fonctions de transfert H_1 et H_2 en fonction de A_1 , A_2 , A_3 et A_4 , puis de la variable p et des constantes.

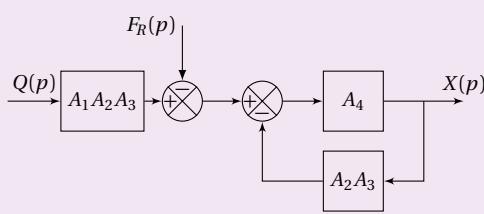
Correction Méthode 1 : Utilisation des relations précédentes On a $X(p) = (H_1Q(p) - F_R(p))H_2(p)$.

Par ailleurs, on a vu que $X(p) = A_4(-F_R(p) + A_3\Sigma(p))$ et $\Sigma(p) = A_2(A_1Q(p) - X(p))$.

On a donc $X(p) = A_4(-F_R(p) + A_3A_2(A_1Q(p) - X(p))) \Leftrightarrow X(p)(1 + A_2A_3A_4) = A_4(-F_R(p) + A_3A_2A_1Q(p))$. On a donc $H_1(p) = A_1A_2A_3$ et $H_2 = \frac{A_4}{1 + A_2A_3A_4}$.

Méthode 2 : Lecture directe du schéma-blocs Revient à utiliser la méthode précédente.

Méthode 3 : Algèbre de schéma-blocs Le schéma-blocs proposé est équivalent au schéma suivant.



On retrouve le même résultat que précédemment.

$$A_1 = \frac{1}{Sp}, A_2 = \frac{S2B}{V}, A_3 = S \text{ et } A_4 = \frac{1}{Mp^2 + \lambda p + k}.$$

$$\text{En faisant le calcul on obtient : } H_1(p) = \frac{2BS}{pV} \text{ et } H_2 = \frac{\frac{1}{Mp^2 + \lambda p + k}}{1 + \frac{2BS^2}{V} \frac{1}{Mp^2 + \lambda p + k}} = \frac{1}{Mp^2 + \lambda p + k + \frac{2BS^2}{V}}.$$

Question 3 Pour ce vérin non perturbé ($F_R = 0$), donner sa fonction de transfert $X(p)/Q(p)$ en fonction de la variable p et des constantes.

Correction Dans ce cas, $\frac{X(p)}{Q(p)} = H_1(p)H_2(p) \frac{2BS}{p(MVp^2 + \lambda pV + kV + 2BS^2)}$.

Modélisation de la servo valve : comportement pour une commande de grande amplitude

Question 4 À l'aide de la caractéristique de la servovalve :

1. justifier ce palier et donner la valeur numérique de K_{SV} ;
2. indiquer sur la figure l'intervalle de temps où le retour d'information a une influence sur la commande du vérin et celui où il n'en a pas. Associer à chacun de ces intervalles le modèle utile : modèle en « boucle fermée » ou en « boucle ouverte ».

Correction En début de simulation, il y a une saturation du débit à $20 \times 10^{-3} \text{ m}^3\text{s}^{-1}$. La tension de commande en régime saturé étant de 10 V, on a $K_{SV} = 2 \times 10^{-3} \text{ m}^3\text{s}^{-1}\text{V}^{-1}$.

Jusqu'à 1,9 seconde, le retour n'a aucune influence sur la commande. On est donc en BO. Au delà, la régulation entre en jeu. On est donc en BF.

Question 5 Montrer, en précisant la ou les exigences mises en défaut, que le cahier des charges n'est pas respecté au niveau des critères « vérifiables ».

Correction

Exigences	Niveau	Simulation	Validation
Stabilité : C11 : Marge de gain C12 : Dépassement vis-à-vis d'une entrée en échelon	10 dB Aucun	– Dépassement faible	– NON
Rapidité : C21 : Temps de réponse à 5 % C22 : Vitesse angulaire de rotation de la quille	4 s maxi $8^\circ/\text{s}$ maxi	$\simeq 2,5 \text{ s}$ $\simeq 20^\circ \text{s}^{-1}$	OUI NON
Précision C3 : Erreur statique vis-à-vis d'une entrée en échelon	Nulle	Difficile à mesurer	–

Comportement pour une commande de faible amplitude

Question 6 Pour l'entrée définie ci-dessus, déterminer la valeur de la tension $v(t)$ à l'instant initial $t = 0^+$, $v(0^+)$. Expliquer succinctement que tout au long de ce fonctionnement, la servovalve fonctionnera sans saturer.

Correction En BO, on va avoir $v(0^+) = 5 \cdot K'_C = 5,5 \text{ V}$.
 $v(0^+) < 10 \text{ V}$. On est ici en BO. La tension ne peut donc pas dépasser la tension de saturation.

Question 7 De quelle hypothèse générale d'étude des systèmes asservis ce constat participe-t-il ?

Correction Pour de telles tension, on est donc en régime linéaire.

Question 8 Tracer sur les figures suivantes les diagrammes d'amplitude asymptotiques de Bode de $H_{BO}(p)$ en indiquant les valeurs numériques associées aux points particuliers et la valeur des pentes.

Correction On a : $H_{BO}(p) = \frac{2,2}{p(1+0,12p+0,04p^2)}$. En conséquences, $\frac{1}{\omega_0^2} = 0,04$ et $\omega_0 = 5 \text{ rad s}^{-1}$ et $\frac{2\xi}{\omega_0} = 0,12 \Leftrightarrow \xi = 0,3$.

On a donc une asymptote de -20 dB/decade pour $\omega < 5 \text{ rad s}^{-1}$ et -60 dB/decade pour $\omega > 5 \text{ rad s}^{-1}$.

De plus, pour $\omega = 5 \text{ rad s}^{-1}$, on a $20 \log \frac{2,2}{5} = -7,1 \text{ dB}$.

Question 9 Déterminer par calcul la pulsation de résonance ω_r de cette fonction de transfert.

Correction On a $\omega_r = \omega_0 \sqrt{1-2\xi^2} = 5 \times \sqrt{1-2 \times 0,3^2} \simeq 4,5 \text{ rad s}^{-1}$.

Question 10 Évaluer littéralement puis numériquement à cette pulsation ω_r la différence, notée ΔK et exprimée en dB, entre l'amplitude de résonance et l'amplitude évaluée par le diagramme asymptotique.

Correction L'amplitude de résonance ne dépend que du système du second ordre. On a alors (résultat de cours sur le second ordre) : $\Delta K = 20 \log \left(\frac{1}{2\xi \sqrt{1-\xi^2}} \right) = 20 \log \left(\frac{1}{2 \times 0,3 \sqrt{1-0,3^2}} \right) = 4,8 \text{ dB}$.

Question 11 Tracer sur la figure précédente, l'allure des diagrammes d'amplitude et de phase (asymptotiques et allure de la courbe réelle) de Bode de ce correcteur pour $K_{COR} = 1$. Préciser les expressions littérales des pulsations caractéristiques.

Correction On a $b > 1$ donc $T < bT$ et $\frac{1}{T} > \frac{1}{bT}$.

Pour $\omega < \frac{1}{bT}$ on a donc un gain de pente nulle et un déphasage nul.

Pour $\frac{1}{bT} < \omega < \frac{1}{T}$ on a donc un gain de pente -20 dB/decade et un déphasage de -180° .

Pour $\omega > \frac{1}{T}$ on a donc un gain de pente 0 dB/decade et un déphasage de 0° .

Question 12 Déterminer alors en fonction de b , l'amplitude $|C(j\omega^*)|_{dB}$ à la pulsation notée ω^* .

$$\text{Correction } |C(j\omega^*)|_{dB} = 10 \log \frac{1 + T^2 \frac{1}{T^2 b}}{1 + b^2 T^2 \frac{1}{T^2 b}} = 10 \log \frac{1 + \frac{1}{b}}{1 + b} = 10 \log \frac{1}{b} \frac{1+b}{1+b} = -10 \log b.$$

Question 13 Pour $K_{COR}=1$, en faisant correspondre la pulsation de résonance ω_r de H_{BO} à ω^* :

- calculer b pour que « l'excès » de gain ΔK soit compensé par le correcteur et calculer la valeur de T ;
- calculer le supplément de déphasage introduit par le correcteur à la pulsation ω^* .

Correction D'une part, on veut que $|C(j\omega^*)|_{dB} = -4,8$ soit $10 \log b = 4,8$ et $b = 3,02$. D'autre part, $\omega^* = \omega_r$ et $T = \frac{1}{\omega_r \sqrt{b}} = 0,127 \text{ s}$.

Par ailleurs, on a donc $\phi(\omega^*) = \arcsin \left(\frac{1-b}{1+b} \right) = \arcsin \left(\frac{1-3,02}{1+3,02} \right) \simeq -28,79^\circ$.

Validation du cahier des charges

Question 14 Déterminer la vitesse de rotation angulaire maximale de la quille obtenue avec ce réglage du correcteur. Validez les exigences 2.2.1 et 2.2.2 en laissant vos constructions apparentes.

Correction En regardant où la courbe a la pente la plus importante, on a approximativement $2/0,5 \simeq 4^\circ/\text{s}$.

$t_5 \% \simeq 2,3 \text{ s} < 4 \text{ s}$ $4^\circ/\text{s} < 8^\circ/\text{s}$.

CDCF validé.

Question 15 Conclure en utilisant le diagramme ci-dessous.

Correction

