

Activation 1 –
Corrigé

Réglage de correcteurs P et PI

Ressources de P. Dupas.

Savoirs et compétences :

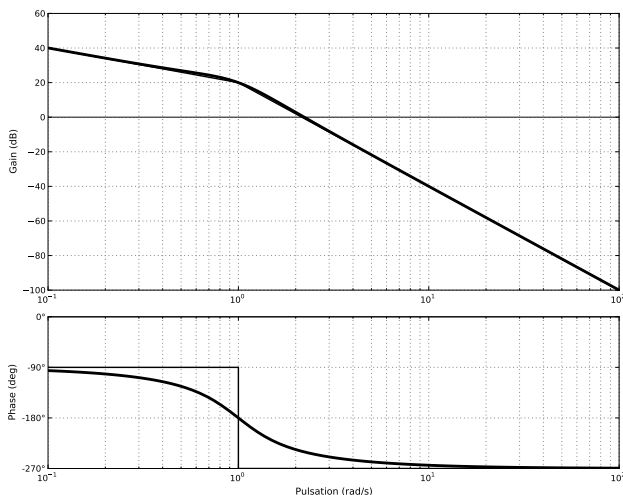
- Res1.C4.SF1 : proposer la démarche de réglage d'un correcteur proportionnel, proportionnel intégral et à avance de phase.

Correcteur proportionnel

D'après ressources P. Dupas.

Soit un système de fonction de transfert $G(p) = \frac{10}{p(1+p+p^2)}$ placé dans une boucle à retour unitaire. On souhaite corriger le comportement de ce système par un correcteur proportionnel. On désire une marge de phase de 45° et une marge de gain de 10 dB.

On donne le diagramme de Bode associé à cette fonction de transfert.



Question 1 Mesurer puis calculer la marge de phase.

Correction

- On cherche ω tel que $G_{dB}(\omega) = 0$ dB : $G_{dB}(\omega) = -20\log(10) - 20\log\omega - 20\log(\sqrt{(1-\omega^2)^2 + \omega^2})$. On trouve $\omega = 2,21$ rad/s et $M_\varphi = -60^\circ$. Le système est instable.

Question 2 Mesurer puis calculer la marge de gain.

Correction Pour $\varphi = -180^\circ$, on a $\omega = 1$ rad/s et $M_G = -20$ dB. Le système est instable.

Question 3 Déterminer K_p pour avoir une marge de phase de 45° . Vérifier la marge de gain.

Correction Pour $\varphi = -135^\circ$ on a $\omega = 0,62$ rad/s. On trouve un gain proportionnel de 0,054.

La marge de gain est alors de 5,35 dB ce qui est inférieur aux 10 dB demandés.

Question 4 Déterminer K_p pour avoir une marge de gain de 10 dB. Vérifier la marge de phase.

Correction Pour $\varphi = -180^\circ$ on a $\omega = 1$ rad/s. On trouve un gain proportionnel de 0,316.

La marge de phase est alors de 70° ($\omega = 0,0333$ rad/s).

Correcteur proportionnel intégral

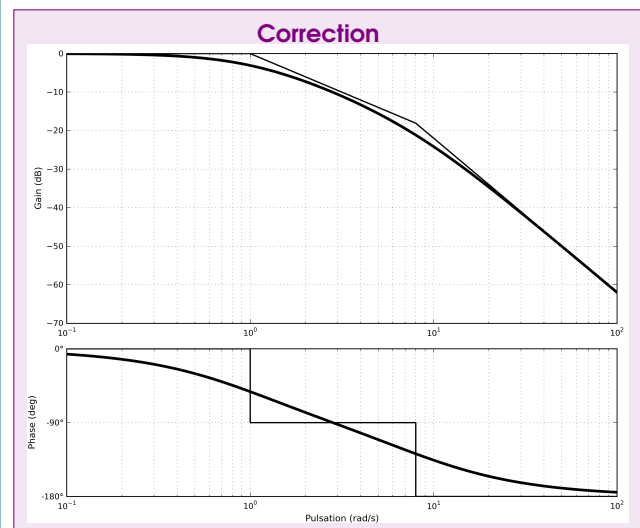
D'après ressources P. Dupas.

Soit un système de fonction de transfert $G(p) = \frac{1}{(p+1)(\frac{p}{8}+1)}$ placé dans une boucle à retour unitaire.

On souhaite disposer d'une marge de phase de 45° en utilisant un correcteur proportionnel intégral de la forme

$$C(p) = K_p \frac{1 + \tau p}{\tau p}.$$

Question 1 Tracer le diagramme de Bode de la boucle ouverte non corrigée.



Question 2 Déterminer les paramètres du correcteur pour avoir une marge de phase de 45° .

Correction

- On résout $\varphi(\omega) = -135^\circ$: $\varphi(\omega) = -\arctan \omega - \arctan \omega/8 \Rightarrow \tan 135^\circ = \frac{\omega + \omega/8}{1 - \omega^2/8} \Leftrightarrow -1 + \omega^2/8 - 9\omega/8 = 0 \Leftrightarrow \omega^2 - 9\omega - 8 = 0$. $\Delta = 81 + 32 = 113$.
 $\omega = \frac{9 \pm \sqrt{113}}{2} = 9,82 \text{ rad/s}$.
- Calculons $G_{dB}(9,82) = -23,9 \text{ dB}$. Il faut donc augmenter le gain de $23,9 \text{ dB}$ soit $K_P = 10^{23,9/20} = 15,7$.
- On choisit τ pour ne pas modifier la marge de phase. Il faut donc que le déphasage de 0° du correcteur ait lieu avant $9,82 \text{ rad/s}$. De manière usuelle on prend $\frac{1}{\tau} = \frac{9,82}{10} = 0,982 \text{ rad/s}$.
- Au final, on a $C(p) = 15,7 \frac{1 + 1,018p}{1,018p}$.

Question 3 Tracer le diagramme de Bode du correcteur et le diagramme de la boucle ouverte corrigée.

Correction

