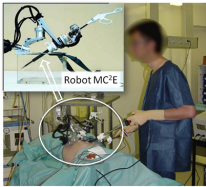


## TD 01



## Micromanipulateur compact pour la chirurgie endoscopique (MC²E)

Concours Commun Mines Ponts 2016

## Savoirs et compétences :

## Mise en situation

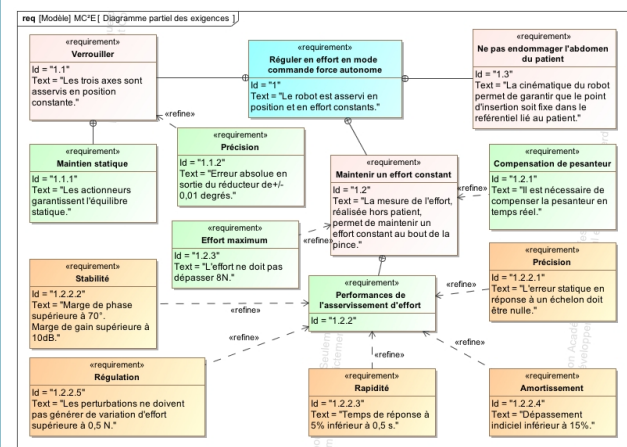
Le robot MC²E est utilisé par des chirurgiens en tant que troisième main lors de l'ablation de la vésicule biliaire. La cinématique du robot permet de garantir que le point d'insertion des outils chirurgicaux soit fixe dans le référentiel du patient.

Le robot est constitué de 3 axes de rotations permettant de mettre en position une pince. La pince est animée d'un mouvement de translation permettant de tirer la vésicule pendant que le chirurgien la détache du foie.

**Objectif** Valider par un calcul simplifié de prédimensionnement la motorisation de l'axe 1 du MC²E.

- phase 3 : la pince est introduite dans le trocart au travers d'un guide (étanche). Une phase de calibration du robot utile à la compensation de pesanteur analysée par la suite, démarre ;
- phase 4 : le chirurgien amène la pince du MC²E qui doit tirer la vésicule lors de l'opération.

L'axe en translation du MC²E entre alors en fonctionnement : il est asservi en effort constant pour tirer (ou pousser) la vésicule au fur et à mesure que le chirurgien utilise son bistouri pour détacher la vésicule du foie. La figure suivante décrit les principales exigences auxquelles est soumis le MC²E.



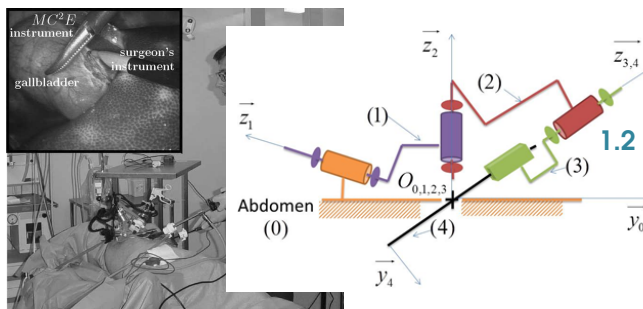
## Validation des performances de l'asservissement d'effort

On s'intéresse ici à la phase 4. Lors de l'opération envisagée, il est nécessaire de maintenir un effort constant au bout de la pince (4). Pour cela, on réalise un asservissement d'effort de l'axe en translation que l'on se propose d'étudier. Le système est alimenté par un transformateur alternatif/continu. Un variateur permet de piloter le moteur M4. Une interface de communication entrée/sortie permet de coder les consignes d'effort et acquérir des grandeurs physiques. D'autre part, elle communique à la chaîne d'énergie, après traitement, des ordres définis par un ordinateur. La description par diagramme partiel de définition de blocs de l'axe en translation est donnée ci-dessous.

## 1 Micromanipulateur compact pour la chirurgie endoscopique (MC²E)

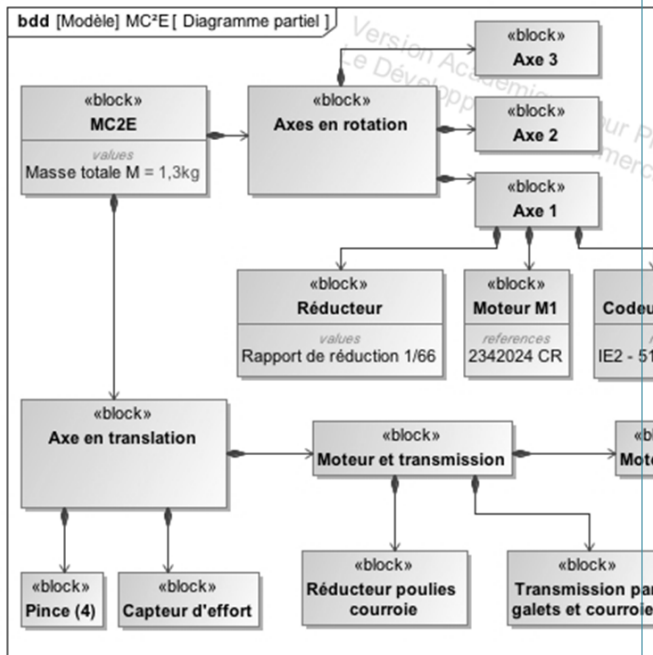
## 1.1 Présentation générale

L'objet de cette étude est un robot appelé MC²E utilisé en chirurgie endoscopique. Ce type de robots médico-chirurgicaux est équipé de capteurs (caméra, capteur d'efforts...) permettant de maîtriser les interactions avec des environnements souvent déformables et difficilement modélisables comme le corps humain.



Le mode opératoire se décompose en quatre phases :

- phase 1 : après avoir introduit le trocart, l'abdomen du patient est gonflé avec du CO<sub>2</sub>. Celui-ci se montrera alors aussi stable et rigide que possible pour la réussite de l'opération ;
- phase 2 : le MC²E est positionné sur l'abdomen du patient. Celui-ci est maintenu en position grâce à des sangles. Les trois axes en rotation sont alors asservis en position constante ;



**Correction** On a  $p\theta_m(p) = \Omega_m(p)$  et donc  $H_2(p) = \frac{\theta_m(p)}{\Omega_m(p)} = \frac{1}{p}$ .

De plus  $Jp^2\theta_m(p) = C_m(p) - C_e(p) \Leftrightarrow Jp\Omega_m(p) = \Omega_m(p)$  et donc  $H_1(p) = \frac{\Omega_m(p)}{C_m(p) - C_e(p)} = \frac{1}{Jp}$ .

Enfin,  $H_3(p) = \frac{C_e(p)}{\theta_m(p)} = K_{C\theta}$ .

**Question 2** Donner l'expression de la fonction de transfert en boucle fermée  $H_{BF}(p)$  de l'asservissement d'effort.

**Correction** D'une part,  $F(p) = \frac{H_1(p)H_2(p)H_3(p)}{1 + H_1(p)H_2(p)H_3(p)} = \frac{\frac{1}{Jp} \frac{1}{p} K_{C\theta}}{1 + \frac{1}{Jp} \frac{1}{p} K_{C\theta}} = \frac{K_{C\theta}}{Jp^2 + K_{C\theta}}$ .

D'autre part,  $H_{BF}(p) = \frac{K_{C\theta}}{Jp^2 + K_{C\theta}} = \frac{K_{C\theta}}{1 + \frac{K_{C\theta}}{Jp^2 + K_{C\theta}}} = \frac{K_{C\theta}}{Jp^2 + 2K_{C\theta}}$ .

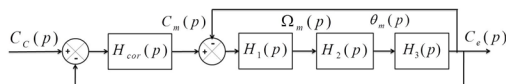
## Modèle de connaissance de l'asservissement

**Objectif** Modéliser l'asservissement en effort.

L'équation de mouvement est définie par l'équation différentielle suivante :  $J \frac{d^2\theta_m(t)}{dt^2} = C_m(t) - C_e(t)$  avec :

- $J$ , inertie équivalente à l'ensemble en mouvement, ramenée sur l'arbre moteur ;
- $C_e(t)$ , couple regroupant l'ensemble des couples extérieurs ramenés à l'arbre moteur, notamment fonction de la raideur du ressort.

On notera  $\theta_m(p)$ ,  $\Omega_m(p)$ ,  $C_m(p)$  et  $C_e(p)$  les transformées de Laplace des grandeurs de l'équation de mouvement. On pose  $C_e(t) = K_{C\theta}\theta_m(t)$  où  $K_{C\theta}$  est une constante positive. On a de plus  $\frac{d\theta_m(t)}{dt} = \omega_m(t)$ . La régulation se met alors sous la forme du schéma-blocs à retour unitaire simplifié que l'on admettra :



Modèle simplifié du montage du capteur d'effort.

Avec :

- $C_e(p)$ , couple de sortie mesuré par le capteur d'effort situé sur le MC²E ;
- $C_c(p)$ , couple de consigne ;
- $C_m(p)$ , couple moteur ;
- $H_{cor}(p)$ , fonction de transfert du correcteur.

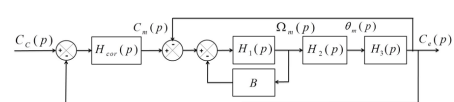
Dans un premier temps, on prendra  $H_{cor}(p) = 1$ .

**Question 1** Déterminer les expressions des fonctions de transfert  $H_1(p)$ ,  $H_2(p)$  et  $H_3(p)$ .

**Question 3** Quel sera le comportement de cet asservissement en réponse à un échelon d'amplitude  $C_0$  ? Conclure.

**Correction** Il s'agit d'un système du second ordre avec un coefficient d'amortissement nul. Le gain est de  $\frac{1}{2}$  et la pulsation est de  $\frac{1}{\omega_0^2} = \frac{J}{2K_{C\theta}} \Rightarrow \omega_0 = \sqrt{\frac{2K_{C\theta}}{J}}$ .

Pour remédier au problème ainsi mis en évidence, le concepteur a choisi de mettre en place une boucle interne numérique, dite tachymétrique, de gain  $B$ . On s'intéresse ici à la définition analytique de  $B$ . Le schéma-blocs modifié est donné figure suivante.



Régulation avec retour tachymétrique

On règle  $B$  de telle façon que, pour  $H_{cor}(p) = 1$ , la fonction de transfert en boucle ouverte, notée  $H_{BO}(p)$ , puisse être mise sous la forme suivante :  $H_{BO}(p) = \frac{1}{(1 + \tau p)^2}$ .

**Question 4** Donner l'expression analytique du gain  $B$ , en fonction de  $J$  et  $K_{C\theta}$ , permettant d'obtenir cette forme de fonction de transfert. En déduire l'expression analytique de la constante de temps  $\tau$ .

### Correction

D'une part,  $F_1(p) = \frac{H_1(p)}{1 + H_1(p)B}$ .

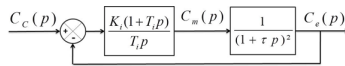
D'autre part,  $H_{BO}(p) = \frac{\frac{H_1(p)}{1 + H_1(p)B} H_2(p) H_3(p)}{1 + \frac{H_1(p)}{1 + H_1(p)B} H_2(p) H_3(p)}$

$$= \frac{H_1(p)H_2(p)H_3(p)}{1 + H_1(p)B + H_1(p)H_2(p)H_3(p)} = \frac{\frac{K_{C\theta}}{Jp^2}}{1 + \frac{B}{Jp} + \frac{K_{C\theta}}{Jp^2}} = \frac{K_{C\theta}}{Jp^2 + Bp + K_{C\theta}} = \frac{1}{\frac{J}{K_{C\theta}}p^2 + \frac{B}{K_{C\theta}}p + 1}$$

Enfin,  $(1 + \tau p)^2 = 1 + 2\tau p + \tau^2 p^2$ . Donc nécessairement  $\tau^2 = \frac{J}{K_{C\theta}} \Rightarrow \tau = \sqrt{\frac{J}{K_{C\theta}}}$  et  $2\tau = \frac{B}{K_{C\theta}} \Leftrightarrow B = 2\tau K_{C\theta} = 2\sqrt{\frac{J}{K_{C\theta}}} K_{C\theta} = 2\sqrt{JK_{C\theta}}$ .

Les exigences du cahier des charges sont données plus haut (exigences 1.2.2.1 à 1.2.2.4).

Afin de répondre à ces exigences, on choisit un correcteur proportionnel-intégral de gain  $K_i$  et de constante de temps  $T_i$ . Le schéma-blocs de la régulation se met sous la forme de la figure qui suit.



Régulation avec correcteur PI.

**Question 5** Donner l'expression de l'erreur statique en réponse à un échelon d'amplitude  $C_0$ . Conclure vis-à-vis du cahier des charges.

**Correction** La boucle ouverte est de classe 1. L'erreur statique (entrée échelon) est donc nulle ce qui est conforme à l'exigence 1.2.2.1 du cahier des charges.

On souhaite régler le correcteur pour que le système asservi ait une fonction de transfert en boucle fermée d'ordre 2 de la forme :  $\frac{K_{BF}}{1 + \frac{2\zeta_{BF}}{\omega_{0BF}}p + \frac{p^2}{\omega_{0BF}^2}}$ .

**Question 6** Proposer une expression simple pour la constante de temps  $T_i$ .

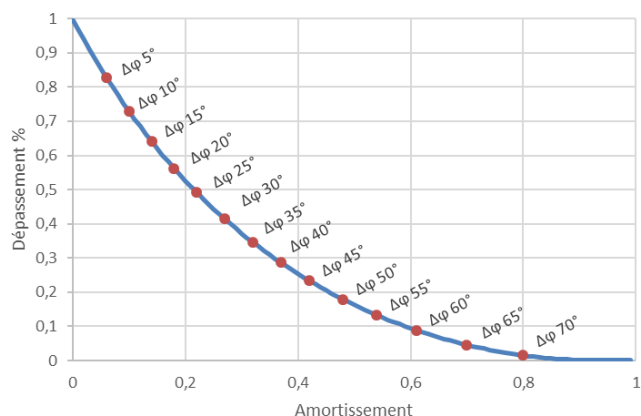
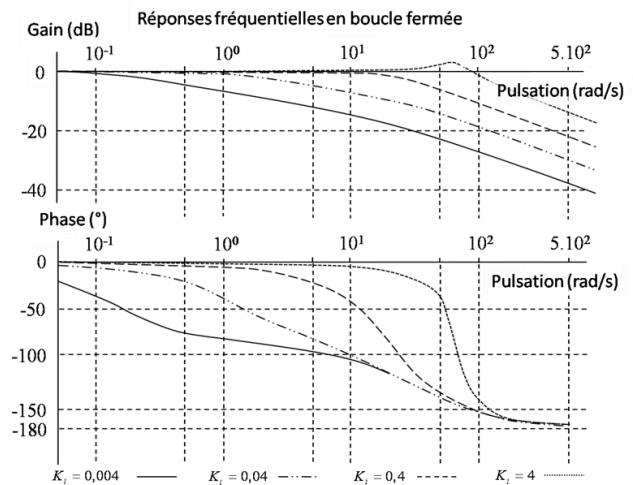
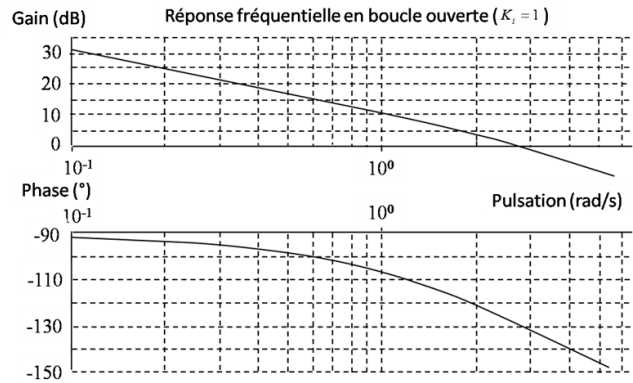
**Correction**

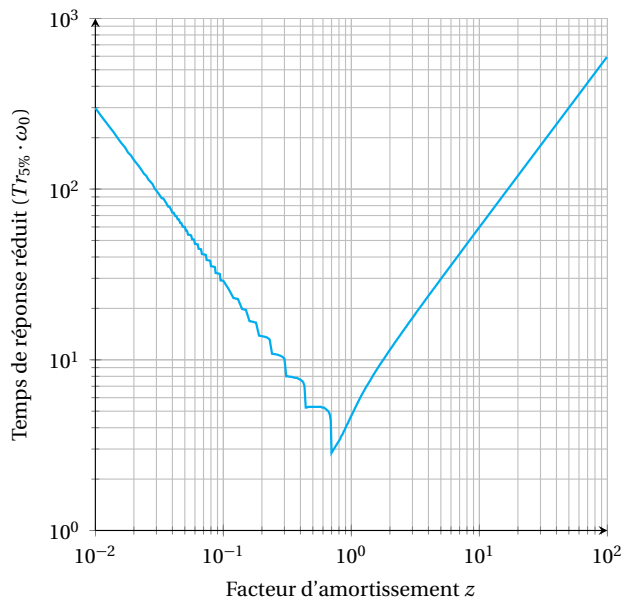
Pour  $\tau = T_i$ , on a  $\frac{C_e(p)}{C_c(p)} = \frac{\frac{K_i}{\tau p(1+\tau p)}}{1 + \frac{K_i}{\tau p(1+\tau p)}} = \frac{K_i}{\tau p(1+\tau p) + K_i} = \frac{K_i}{\tau^2 p^2 + \tau p + K_i} = \frac{\frac{\tau^2}{K_i}p^2 + \frac{\tau}{K_i}p + 1}{1}$ .

Sur le document réponse sont tracées les courbes de la réponse fréquentielle en boucle ouverte pour  $K_i = 1$  et les réponses fréquentielles en boucle fermée pour différentes valeurs de  $K_i$ .

**Question 7** En s'appuyant sur les diagrammes ci-dessous, proposer un choix de réglage pour  $K_i$  permettant de vérifier toutes les performances.

## Correction





**Question 8** Remplir le tableau et conclure sur la validation des critères de performance. Tracer l'allure de la réponse temporelle à un échelon  $C_{c0}$  en indiquant toutes les valeurs caractéristiques nécessaires.

Critère	Valeur
Marges de gain	
Marges de phase	
Dépassement	
T5 %	
Erreur statique	

Correction