# Applications

## Applications

***Savoirs et compétences :***

Soit un système de fonction de transfert $G(p) = \dfrac{1}{(1+10p)(1+0,1p)(1+0,2p)}$ placé dans une boucle à retour unitaire.

**Question 1** *Calculer la précision du système $\varepsilon_S$ pour une entrée échelon unitaire.*

**Correction** Le système est de classe 0. L'entrée est de type échelon. $K_{\text{BO}} = 1$. L'écart statique est de $\dfrac{1}{1+1} = \dfrac{1}{2}$.

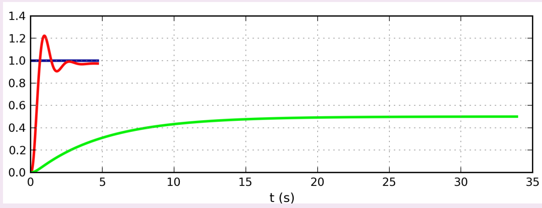
**Question 2** *Tracer dans le diagramme de Bode la fonction de transfert en boucle ouverte du système.*

**Correction**

**Question 3** *Déterminer $K$ pour avoir une marge de phase de 45°. Indiquer alors la valeur de la marge de gain. Indiquer la valeur de l'écart statique.*

**Correction**

- On résout $\varphi(\omega) = -135°$ : $\varphi(\omega) = -\arctan 10\omega - \arctan 0,1\omega - \arctan 0,2\omega$.
$\varphi(\omega) = -135° \Leftrightarrow \omega = 2.95\,\text{rad}\,\text{s}^{-1}$ (solveur Excel).
- Calculons $G_{\text{dB}}(\omega) = -20\log\left(\sqrt{1+10^2\omega^2}\right) - 20\log\left(\sqrt{1+0,1^2\omega^2}\right) - 20\log\left(\sqrt{1+0,2^2\omega^2}\right) = -31\,\text{dB}$. Il faut donc augmenter le gain de 31 dB soit $K_P = 10^{31/20} = 35,48$.
- On a alors un écart statique de $\dfrac{1}{1+35,48} = 0,027$.
- Pour déterminer la marge de gain, il faut résoudre $\varphi(\omega) = -180°$. On obtient $\omega = 7.17\,\text{rad/s}$ et $M_G = 12\,\text{dB}$.




**Question 4** *Déterminer $K$ pour avoir une marge de gain de 6 dB. Indiquer alors la valeur de l'écart statique.*

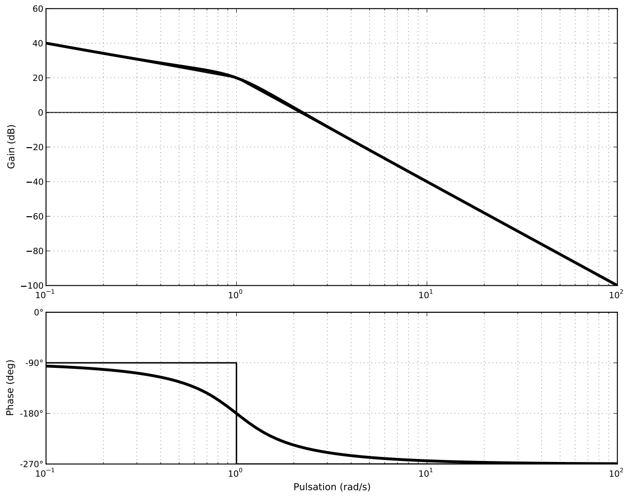
**Correction**

## Correcteur proportionnel

*D'après ressources P. Dupas*

Soit un système de fonction de transfert $G(p) = \dfrac{10}{p\left(1+p+p^2\right)}$ placé dans une boucle à retour unitaire. On souhaite corriger le comportement de ce système par un correcteur proportionnel. On désire une marge de phase de $-45\,°$ et une marge de gain de $10\,\text{dB}$.

On donne le diagramme de Bode associé à cette fonction de transfert.




**Question 1** *Mesurer puis calculer la marge de phase.*

**Correction**

- On cherche $\omega$ tel que $G_{\text{dB}}(\omega) = 0\,\text{dB}$ : $G_{\text{dB}}(\omega) = -20\log(10) - 20\log\omega - 20\log\left(\sqrt{(1-\omega^2)^2+\omega^2}\right)$

On trouve $\omega = 2.21\,\text{rad/s}$ et $M_\varphi = -60°$. Le système est instable.

**Question 2** *Calculer la marge de gain.*

**Correction** Pour $\varphi = -180°$, on a $\omega = 1\,\text{rad/s}$ et $M_G = -20\,\text{dB}$. Le système est instable.

**Question 3** *Déterminer $K_p$ pour avoir une marge de phase de 45°. Vérifier la marge de gain.*

**Correction** Pour $\varphi = -135°$ on a $\omega = 0.62\,\text{rad/s}$. On trouve un gain proportionnel de 0,54.

La marge de gain est alors de 5.35 dB ce qui est inférieur aux 10 dB demandés.

**Question 4** *Déterminer $K_p$ pour avoir une marge de gain de* $10\,\text{dB}$. *Vérifier la marge de phase.*

**Correction** Pour $\varphi = -180°$ on a $\omega = 1\,\text{rad/s}$. On trouve un gain proportionnel de 0,316.

La marge de phase est alors de 70°($\omega = 0.333\,\text{rad/s}$.

1. $M_\varphi = -60°$.
2. $M_G = -20\,\text{dB}$.
3. $K_P = 0,54$ et $M_G = 5.35\,\text{dB}$.
4. $K_P = 0,316$ et $M_\varphi = 70°$.

### Correcteur proportionnel

Soit un système de fonction de transfer $G(p) = \dfrac{1}{(1+0,05p)\left(1+p+2p^2\right)}$. On souhaite corriger le comportement de ce système par un correcteur proportionnel.

**Question** *Déterminer le gain K qui assure une marge de phase de 45°.*

### Correcteur proportionnel

### Correcteur proportionnel intégral

Soit un système de fonction de transfert $G(p) = \dfrac{1}{(p+1)\left(\dfrac{p}{8}+1\right)}$ placé dans une boucle à retour unitaire.

On souhaite disposer d'une marge de phase de 45°en utilisant un correcteur proportionnel intégral de la forme $C(p) = K_p \dfrac{1+\tau p}{\tau p}$.

**Question 5** *Déterminer les paramètres du correcteur pour avoir une marge de phase de 45°.*

### Correcteur à avance de phase

Soit un système de fonction de transfert $G(p) = \dfrac{100}{(p+1)^2}$ placé dans une boucle à retour unitaire.

**Question** *Corriger ce système de sorte que sa marge de phase soit égale à 45°.*

- Pulsation de coupure à 0 dB su système non corrigé en BO : $\omega = 9.95\,\mathrm{rad\,s^{-1}}$.
- Pour cette pulsation la marge de phase est de 11°.
- On cherche $\varphi_{\max} = 25°$ et $a = 3,54$.
- $\omega_{\max} = 9.95\,\mathrm{rad\,s^{-1}} = \dfrac{1}{T\sqrt{a}}$ ce qui conduit à $T = 0.053\,\mathrm{s}$.