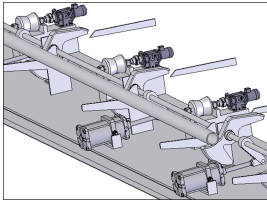


## TD 5



## Banc d'épreuve hydraulique

CCP – PSI – 2010

## Savoirs et compétences :

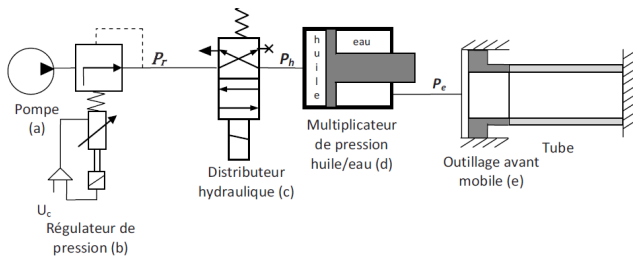
- ❑ Res1.C4.SF1 : Proposer la démarche de réglage d'un correcteur proportionnel, proportionnel intégral
- ❑ Con.C2 : Correction d'un système asservi

## Présentation

Vallourec & Mannesmann Tubes (V&M Tubes), entreprise du groupe Vallourec, est le leader mondial dans la production de tubes en acier sans soudure laminés à chaud.

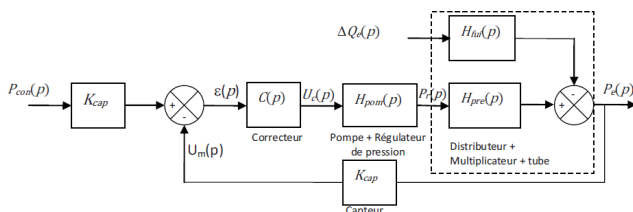
Afin de valider la caractéristique de tenue en pression des tubes, ceux-ci sont soumis à une pression hydraulique donnée durant un temps spécifié. Ces paramètres dépendent de la taille des tubes et de leur future utilisation.

Un schéma hydraulique simplifié est donné figure suivante :



## Mise en place d'un asservissement de pression.

Pour limiter l'erreur statique due aux fuites, on envisage d'asservir la pression d'eau dans le tube. L'objectif est ici de proposer un réglage du correcteur pour répondre aux critères du cahier des charges. La pression d'eau à l'intérieur du tube est mesurée par un capteur de pression. Le schéma-blocs de l'asservissement est défini ci-dessous.



- $P_{con}(p)$  : pression de consigne d'eau dans le tube (Pa);
- $P_e(p)$  : pression d'eau dans le tube (Pa);
- $U_c(p)$  : tension de commande du régulateur de pression (V);
- $P_r(p)$  : pression d'huile régulée (Pa);
- $\Delta Q_e(p)$  : débit de fuite ( $\text{m}^3/\text{s}$ );
- $U_m(p)$  : tension de mesure du capteur (V).

## Hypothèses :

- quels que soient les résultats précédents, l'ensemble de mise sous pression {tube + distributeur + multiplicateur de pression} est défini par les transmittances suivantes :  $H_{pre}(p) = \frac{K_m}{1 + T_1 p}$  et  $H_{fu}(p) = \frac{K_f}{1 + T_1 p}$  avec  $K_m = 3,24$ ;  $K_f = 2,55 \cdot 10^{10} \text{ Pa}/(\text{m}^3/\text{s})$ ;  $T_1 = 10 \text{ s}$ ;
- l'ensemble {pompe+régulateur de pression} est modélisé par la fonction de transfert :  $H_{pom}(p) = \frac{K_{pom}}{1 + T_2 p}$  avec  $K_{pom} = 1,234 \cdot 10^7 \text{ Pa/V}$ ;  $T_2 = 5 \text{ s}$ ;
- le capteur est modélisé par un gain pur :  $K_{cap} = 2,5 \cdot 10^{-8} \text{ V/Pa}$ .

La pression de consigne est de  $P_{con} = 800 \text{ bars}$  et les débits de fuite sont estimés à  $\Delta Q_e = 5 \cdot 10^{-4} \text{ m}^3/\text{s}$ .

On rappelle que le cahier des charges concernant le réglage de la pression de test est le suivant :

Stabilité :	marge de phase de $60^\circ$ marge de gain de 12 dB
Rapidité :	temps d'établissement $t_e < 40 \text{ s}$
Précision :	erreur statique $< 5\%$ soit pour une consigne de 800 bars : erreur statique due à la consigne : $\varepsilon_{con} < 5\%$ erreur statique due à la perturbation $\varepsilon_{pert} < 40 \text{ bars}$
Amortissement :	pas de dépassement

Dans le cas d'un système bouclé convenablement amorti, on pourra utiliser, sans aucune justification, la relation :  $t_e \omega_{0\text{dB}} = 3$  où  $\omega_{0\text{dB}}$  désigne la pulsation de coupure à 0 dB en boucle ouverte et  $t_e$  le temps d'établissement en boucle fermée vis-à-vis d'un échelon de consigne :

- $t_e = t_m$ , temps du 1<sup>er</sup> maximum si le dépassement est supérieur à 5%;
- $t_e = t_R$ , temps de réponse à 5% si le dépassement est nul ou inférieur à 5%.

## Correction proportionnelle

On envisage tout d'abord un correcteur de type proportionnel :  $C(p) = K_p$ .

**Question 1** Transformer le schéma-blocs pour se ramener à un système à retour unitaire.

**Question 2** Déterminer, en fonction de  $K_p$ ,  $\varepsilon_{con}$  définie comme l'erreur statique pour une entrée consigne  $P_{con}$  de type échelon, dans le cas où le débit de fuite est nul.

**Question 3** Proposer un réglage de  $K_p$  pour limiter  $\varepsilon_{con}$  à la valeur spécifiée dans le cahier des charges.

**Question 4** Dans le cas où la consigne de pression est nulle, déterminer en fonction de  $K_p$ ,  $\varepsilon_{pert}$  définie comme l'erreur statique pour une perturbation  $\Delta Q_e$  de type échelon, dans le cas où la consigne de pression est nulle.

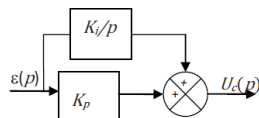
**Question 5** Proposer un réglage de  $K_p$  pour limiter  $\varepsilon_{pert}$  à la valeur spécifiée au cahier des charges.

**Question 6** Proposer un réglage de  $K_p$  pour vérifier le critère d'amortissement.

**Question 7** À partir des résultats des questions précédentes, conclure quant au choix d'un correcteur proportionnel.

### Correction proportionnelle intégrale

On se propose de corriger le système avec le correcteur défini sur le schéma-blocs ci-dessous :



**Question 8** Déterminer la fonction de transfert  $C(p)$  de ce correcteur.

**Question 9** Tracer l'allure de son diagramme de Bode en fonction des coefficients  $K_i$  et  $K_p$ .

**Question 10** Quelle est l'influence d'un tel correcteur sur la précision et la stabilité? Justifier.

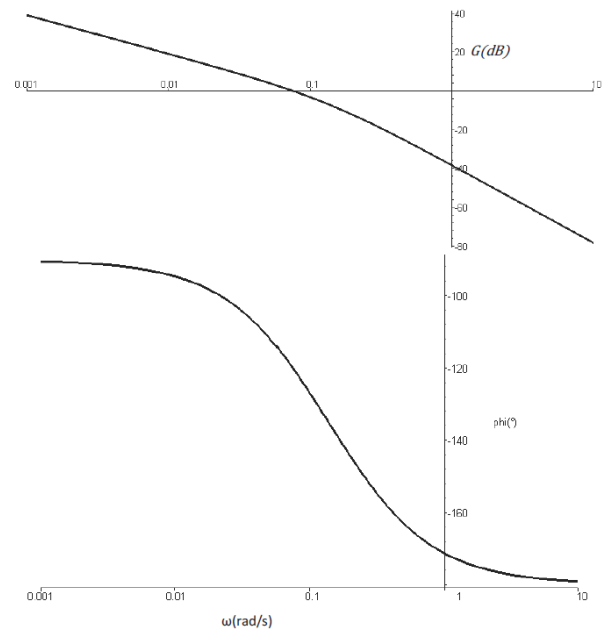
**Question 11** Quelle valeur faut-il donner à  $\omega_{0dB}$  pour répondre au critère de rapidité du cahier des charges?

**Question 12** Déterminer alors le rapport  $T = K_p/K_i$  pour obtenir la marge de phase spécifiée dans le cahier des charges.

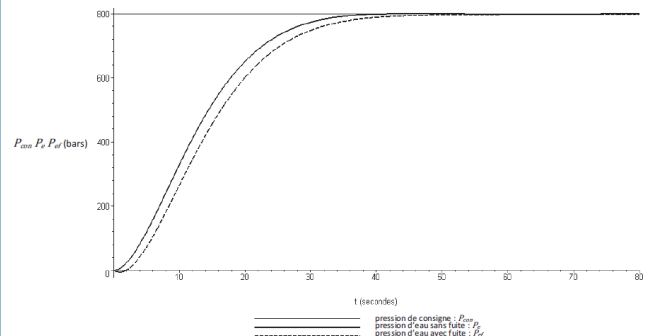
**Question 13** En déduire les valeurs de  $K_p$  et de  $K_i$  qui permettent de régler rapidité et marge de phase.

### Bilan

On donne les diagrammes de Bode en gain et en phase de la fonction de transfert en boucle ouverte corrigée avec le correcteur Proportionnel Intégral déterminé précédemment.

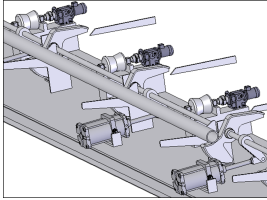


On donne ensuite sa réponse temporelle avec et sans débit de fuite pour une pression de consigne d'eau de 800 bars.



**Question 14** La réponse du système est-elle satisfaisante au regard du cahier des charges? Justifier.

## TD 5 – Corrigé



## Banc d'épreuve hydraulique

CCP – PSI – 2010

## Savoirs et compétences :

- ☐ Res1.C4.SF1 : Proposer la démarche de réglage d'un correcteur proportionnel, proportionnel intégral
- ☐ Con.C2 : Correction d'un système asservi

## Présentation

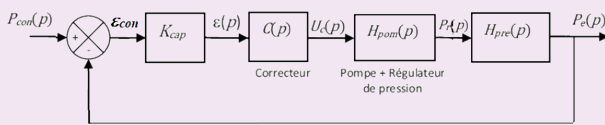
## Mise en place d'un asservissement de pression.

## Correction proportionnelle

On envisage tout d'abord un correcteur de type proportionnel :  $C(p) = K_p$ .

**Question 1** Transformer le schéma-blocs pour se ramener à un système à retour unitaire.

## Correction



**Question 2** Déterminer, en fonction de  $K_p$ ,  $\epsilon_{con}$  définie comme l'erreur statique pour une entrée consigne  $P_{con}$  de type échelon, dans le cas où le débit de fuite est nul.

**Correction** Dans ce cas, le système est de classe 0. L'erreur statique est donc de  $\epsilon_{con} = \frac{P_{con}}{1 + K_{cap} K_p K_m K_{pom}}$ .

**Question 3** Proposer un réglage de  $K_p$  pour limiter  $\epsilon_{con}$  à la valeur spécifiée dans le cahier des charges.

**Correction** Pour que l'erreur soit inférieure à 5% :

$$\frac{P_{con}}{1 + K_{cap} K_p K_m K_{pom}} < 0,05 P_{con}$$

$$\Leftrightarrow 1 < 0,05 (1 + K_{cap} K_p K_m K_{pom})$$

$$\Leftrightarrow \frac{0,95}{0,05 K_{cap} K_m K_{pom}} < K_p. \text{ On a donc } K_p > 19.$$

**Question 4** Dans le cas où la consigne de pression est nulle, déterminer en fonction de  $K_p$   $\epsilon_{pert}$  définie comme l'erreur statique pour une perturbation  $\Delta Q_e$  de type échelon, dans le cas où la consigne de pression est nulle.

**Correction** Dans ce cas, on a toujours un système dont la BO est de classe 1 et :  $\epsilon_{pert} = \frac{\Delta Q_e K_f}{1 + K_{cap} K_p K_m K_{pom}}$ .

**Question 5** Proposer un réglage de  $K_p$  pour limiter  $\epsilon_{pert}$  à la valeur spécifiée au cahier des charges.

**Correction** Pour  $\Delta Q_e = 5 \cdot 10^{-4} \text{ m}^3/\text{s}$  on souhaite  $\epsilon_{pert} < 40$  bars. En conséquence,  $\frac{\Delta Q_e K_f}{1 + K_{cap} K_p K_m K_{pom}} < 40 \Leftrightarrow \frac{\Delta Q_e K_f - 40}{40 K_{cap} K_m K_{pom}} < K_p$ . On a donc  $K_p > 2, 19$ .

**Question 6** Proposer un réglage de  $K_p$  pour vérifier le critère d'amortissement.

**Correction** Pour avoir aucun dépassement, il est nécessaire que, si la FTBF du système est d'ordre 2, on ait  $\xi \geq 1$ . (Si la FTBF est d'ordre 1, il n'y aura pas de dépassement, si la FTBF est d'ordre supérieur à 2 il n'y a pas de résultat connu.)

On a donc, avec un débit de fuite nul,  $\frac{P_e(p)}{P_{con}(p)} = \frac{K_{cap} K_p \frac{K_{pom}}{1 + T_2 p} \frac{K_m}{1 + T_1 p}}{1 + K_{cap} K_p \frac{K_{pom}}{1 + T_2 p} \frac{K_m}{1 + T_1 p}}$

$$= \frac{K_{cap} K_p K_{pom} K_m}{(1 + T_1 p)(1 + T_2 p) + K_{cap} K_p K_{pom} K_m}$$

$$= \frac{K_{cap} K_p K_{pom} K_m}{(T_1 + T_2)p + T_1 T_2 p^2 + 1 + K_{cap} K_p K_{pom} K_m}$$

On a alors :  $\omega_0 = \sqrt{\frac{1 + K_{cap} K_p K_{pom} K_m}{T_1 T_2}}$  et

$$\xi = \frac{1}{2} \frac{T_1 + T_2}{\sqrt{T_1 T_2 (1 + K_{cap} K_p K_{pom} K_m)}}$$

En conséquence,  $\xi > 1 \Leftrightarrow \frac{(T_1 + T_2)^2 - 4 T_1 T_2}{4 T_1 T_2 K_{cap} K_{pom} K_m} > K_p$  et donc  $K_p < 0, 125$ .

**Question 7** À partir des résultats des questions précédentes, conclure quant au choix d'un correcteur proportionnel.

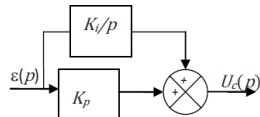
**Correction** On a donc :

- $K_p > 19$ ;
- $K_p > 2,19$ ;
- $K_p < 0,125$ .

Les 3 conditions sont incompatibles. Un autre correcteur doit être envisagé.

### Correction proportionnelle intégrale

On se propose de corriger le système avec le correcteur défini sur le schéma-blocs ci-dessous :



**Question 8** Déterminer la fonction de transfert  $C(p)$  de ce correcteur.

**Correction** On a  $C(p) = \frac{K_i}{p} + K_p = \frac{K_i + K_p p}{p} = \frac{K_i}{p} \left( 1 + \frac{K_p}{K_i} p \right)$ .

**Question 9** Tracer l'allure de son diagramme de Bode en fonction des coefficients  $K_i$  et  $K_p$ .

**Correction**

**Question 10** Quelle est l'influence d'un tel correcteur sur la précision et la stabilité? Justifier.

**Correction** L'intégrateur va permettre d'annuler l'erreur (du à la consigne et à la perturbation). De plus, suivant le positionnement du correcteur, le déphasage de  $-90^\circ$  présent en basse fréquence peut déstabiliser le système.

**Question 11** Quelle valeur faut-il donner à  $\omega_{0dB}$  pour répondre au critère de rapidité du cahier des charges?

**Correction** On souhaite que  $t_e < 40 \text{ s} \Leftrightarrow \frac{3}{\omega_{0dB}} < 40 \Leftrightarrow \frac{3}{40} < \omega_{0dB}$  et donc  $\omega_{0dB} > 0,075 \text{ rad s}^{-1}$ .

**Question 12** Déterminer alors le rapport  $T = K_p/K_i$  pour obtenir la marge de phase spécifiée dans le cahier des charges.

**Correction** On désire une marge de phase de  $60^\circ$ . Il faut donc que  $\varphi(\omega_{0dB}) = -120^\circ$ . On a  $FTBO(p) = \frac{K_i}{p} \left( 1 + \frac{K_p}{K_i} p \right) K_{cap} \frac{K_m}{1 + T_1 p} \frac{K_{pom}}{1 + T_2 p}$ . Et donc :  $\varphi(\omega) = -90 + \arctan\left(\frac{K_p}{K_i} \omega\right) - \arctan(T_1 \omega) - \arctan(T_2 \omega)$  en  $\omega_{0dB}$  on a :  $\varphi(0,075) = -90 + \arctan\left(\frac{K_p}{K_i} 0,075\right) - 57 = -147 + \arctan\left(\frac{K_p}{K_i} 0,075\right)$ . On cherche donc  $\frac{K_p}{K_i}$  tel que  $-147 + \arctan\left(\frac{K_p}{K_i} 0,075\right) = -120 \Rightarrow \arctan\left(\frac{K_p}{K_i} 0,075\right) = 27 \Rightarrow \frac{K_p}{K_i} 0,075 = 0,51 \Rightarrow \frac{K_p}{K_i} = 6,79$ . Ainsi pour avoir une marge de phase supérieure à  $60^\circ$ , on doit avoir  $T = \frac{K_p}{K_i} > 6,79$ .

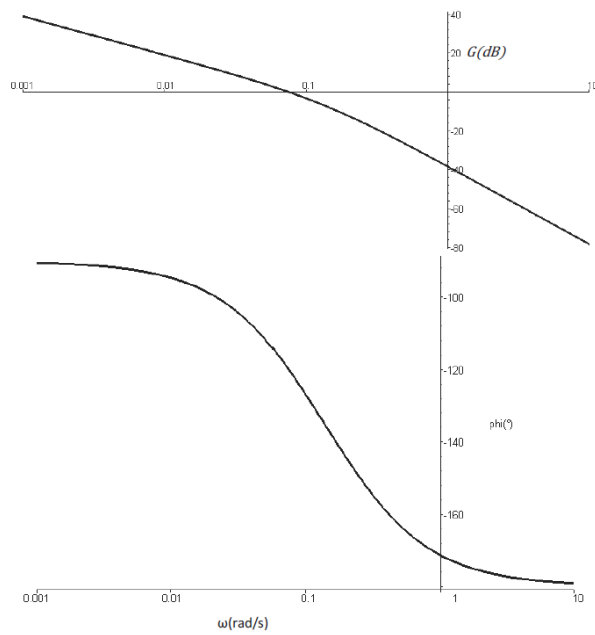
**Question 13** En déduire les valeurs de  $K_p$  et de  $K_i$  qui permettent de régler rapidité et marge de phase.

**Correction** On souhaite que le gain soit nul lorsque  $\omega_{0dB} = 0,075 \text{ rad s}^{-1}$ .

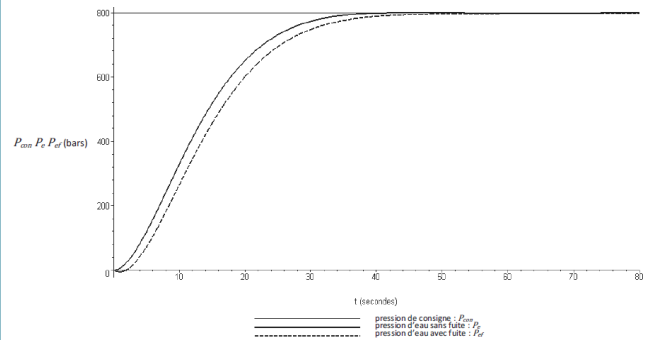
On a  $G_{dB}(\omega) = 20 \log \left( \sqrt{1 + \frac{K_p^2}{K_i^2} \omega^2} \right) + 20 \log K_i + 20 \log(K_{cap} K_{pom} K_m) - 20 \log \omega + 20 \log \left( \sqrt{1 + \frac{K_p^2}{K_i^2} \omega^2} \right) - 20 \log(\sqrt{1 + T_1^2 \omega^2}) - 20 \log(\sqrt{1 + T_2^2 \omega^2})$ .  
 $G_{dB}(\omega_{0dB}) = 0 \Rightarrow K_i = 0,089$  et  $K_p = 0,615$ .

### Bilan

On donne les diagrammes de Bode en gain et en phase de la fonction de transfert en boucle ouverte corrigée avec le correcteur Proportionnel Intégral déterminé précédemment.



On donne ensuite sa réponse temporelle avec et sans débit de fuite pour une pression de consigne d'eau de 800 bars.



**Question 14** La réponse du système est-elle satisfaisante au regard du cahier des charges ? Justifier.

**Correction**