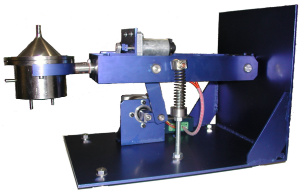
TD 3 – Corrigé



Agitateur médical avec chambre de Riccordi

CCP – PSI – 2006

Savoirs et compétences :

- ❒ *Res1.C4.SF1 : Proposer la démarche de réglage d'un correcteur proportionnel, proportionnel intégral*
- ❒ *Con.C2 : Correction d'un système asservi*

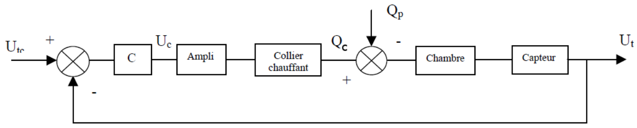
Présentation

Afin d'isoler des cellules issues du pancréas, il est nécessaire de les baigner dans un mélange d'enzymes tout en agitant la solution dans un milieu contrôlé en température. On utilise pour cela un agitateur médical avec chambre de Riccordi.

La maîtrise de la température joue un rôle crucial, l'objectif de notre étude est de réduire les temps de réaction et d'augmenter la précision en température du système de chauffage. Nous utilisons pour chauffer la solution circulant dans la chambre, un collier chauffant situé sur le pourtour de la chambre, alimenté en tension par une unité comprenant un correcteur et un amplificateur.

On note :

- U_{tc} : tension de consigne;
- U_t : tension à l'image de la température (capteur de température mesurant la température dans la chambre);
- U_a : tension d'alimentation du collier chauffant;
- q_c : énergie calorifique fournie par le collier chauffant;
- q_p : énergie calorifique perdue ou reçue par la chambre (en dehors du collier chauffant) perte par convection, par circulation de l'enzyme.



Expérimentalement, on peut déterminer que FTBO(p) $= \dfrac{U_t(p)}{U_c(p)} = \dfrac{0,5}{(1+5p)(1+100p)}$.

Analyse des performances

On considère ici que $C(p)=1$. On donne l'abaque des temps de réponse réduit plus bas.

Question 1 *Déterminer le temps de réponse à 5% du système régulé.*

Question 2 *Déterminer l'écart en position et l'écart en traînage.*

Question 3 *Tracer le diagramme de Bode de la FTBO.*

Question 4 *Déterminer la marge de gain et la marge de phase.*

Mise en œuvre de corrections P et PI

On envisage une première correction en utilisant un correcteur proportionnel de la forme $C(p)=K$.

Question 5 *Déterminer le gain K de manière à obtenir le système le plus rapide sans aucun dépassement.*

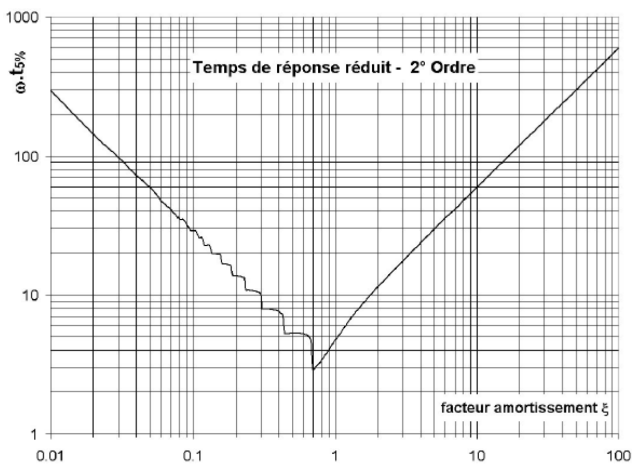
Question 6 *En déduire le temps de réponse à 5%, l'écart en position et l'écart de traînage.*

Question 7 *Déterminez alors, la tension en entrée de l'amplificateur , si on envoie un échelon de tension de consigne U_{tc} de 5 V. Le gain de l'amplificateur étant de 10, critiquez vos résultats.*

On souhaite maintenant corriger le système avec en utilisant une action proportionnelle intégrale $C(p) = \dfrac{K}{T_i p}\left(1+T_i p\right)$. On souhaite que la montée en température soit de 3 minutes maximum.

Question 8 *Déterminer les gain K et T_i permettant d'assurer le non dépassement de la consigne ainsi que le temps de réponses du système.*

Question 9 *En déduire le nouvel écart de position.*



Q20 – Temps de réponse du système régulé

$$H_{bf}(p) = \frac{U_t(p)}{U_{tc}(p)} = \frac{H_{bo}(p)}{1+H_{bo}(p)}$$ car le retour est unitaire.

$$H_{bf}(p) = \frac{1/3}{1+\frac{105}{1,5}\cdot p+\frac{500}{1,5}\cdot p^2}$$

D'où l'on déduit :

- la pulsation propre ω_n telle que : $\omega_n^2 = \frac{1,5}{500} = 30\cdot 10^{-4} \Rightarrow \omega_n = 5,5\ .\ 10^{-2}\ rd/s$

- le facteur d'amortissement ξ tel que : $\frac{2\cdot\xi}{\omega_n} = 70 \Rightarrow \xi = 1,92\ \#\ 2$

L'abaque « Temps de réponse réduit pour second ordre » retourne :

$\omega_n . t_{5\%} \approx 12 \Rightarrow \underline{t_{5\%} = 218\ s}$ **Incompatible** avec le cahier des charges (Montée en température rapide : *3 mn* maximum).

Q21 – Ecart de position – Ecart de traînage

Fonction de transfert de classe 0 (zéro) $\Rightarrow \begin{cases} \varepsilon_p = \frac{1}{1+G_{FTBO}} \\ \varepsilon_v = \infty \end{cases}$

$\underline{\varepsilon_p = 0,66}$ $\underline{66\ \%}$ **Incompatible** avec le cahier des charges.

Q22 – Diagrammes de Bode de la F.T.B.O.

On procède par superposition : $H_{bo}(j\omega) = H_1(j\omega)\cdot H_2(j\omega) = \frac{0,5}{1+j\cdot 5\omega}\cdot\frac{1}{1+j\cdot 100\omega}$

Pulsations de brisure $\omega_1 = 0,2\ rd/s$; $\omega_2 = 0,01\ rd/s$

Qd $\omega \to 0$ $\quad H_{bo} \approx \frac{1}{2} \Rightarrow \begin{cases} G \approx -6dB \\ \varphi \approx 0 \end{cases}$

$$\boxed{G = -6dB - 10 \cdot Log\left(1 + 25 \cdot \omega^2\right) - 10 \cdot Log\left(1 + 10^4 \cdot \omega^2\right)}$$

$$\boxed{\varphi = -Arc\tan(5 \cdot \omega) - Arc\tan(100 \cdot \omega)}$$

ω (rd/s)	0,01	0,1	1
G (dB)	- 9	- 27	- 60
φ (°)	- 48	- 115	- 169

Valeurs du gain, de la phase à différentes pulsations

Tracé des lieux asymptotiques et réels : *Voir le Document Réponse page suivante*

Q23 – Marges de gain, de phase

Marge de gain : $M_G = \infty$

Marge de phase : $M_\varphi = 180°$

Q 24 – Réglage du correcteur Proportionnel assurant la stabilité et optimisant les performances du système

Il faut écarter la solution consistant à régler K afin que le lieu de transfert en B.O. soit tangent au contour fermé à *2,3 dB* , car alors le facteur d'amortissement devient inférieur à *1*, (*0,4* pour un second ordre et le dépassement est environ de *25%)* ce qui entraînera un dépassement lors la montée en température (Non respect du C.d.C.)

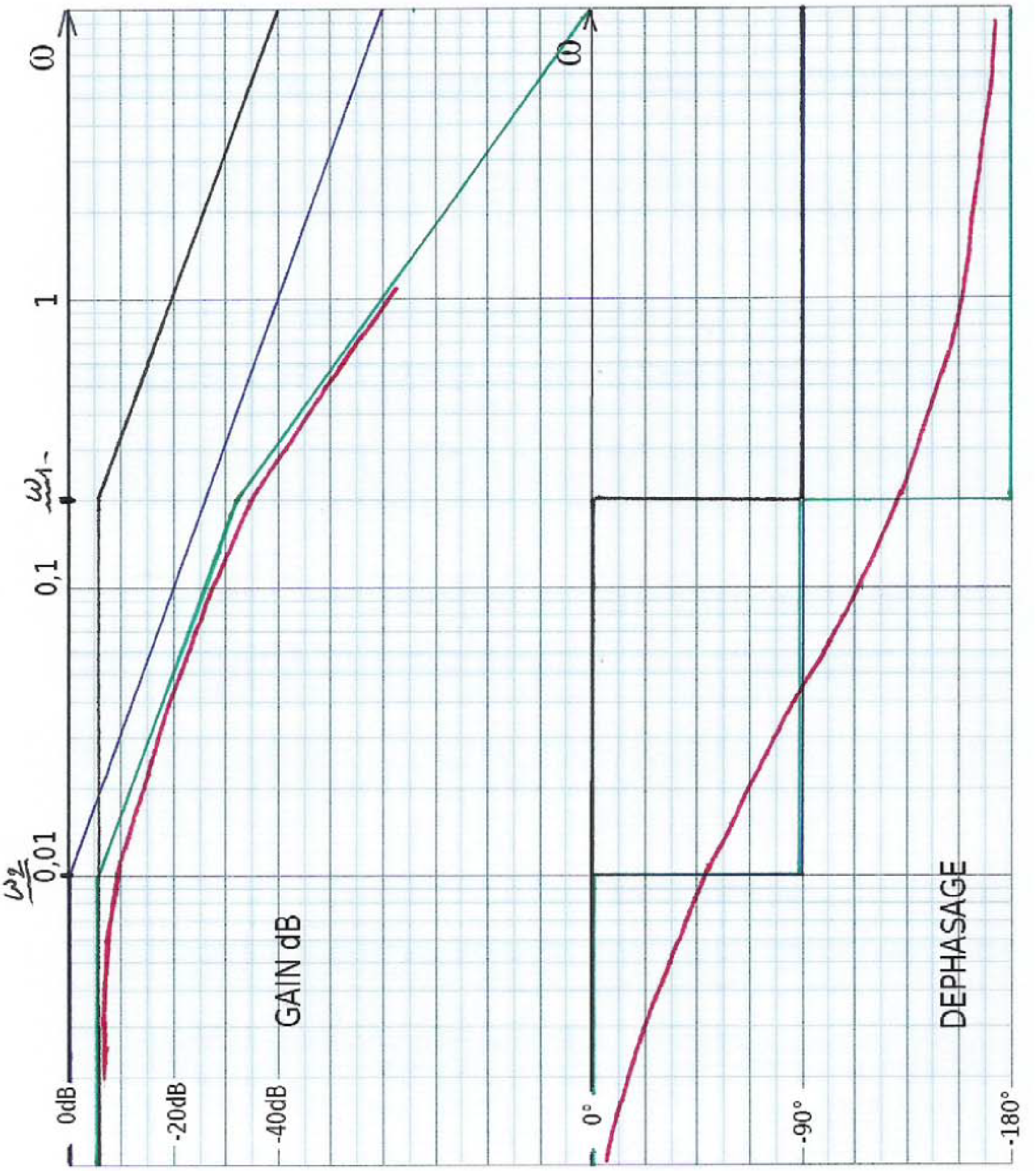
On règle K de telle sorte que $\xi \geq 1$; la réponse indicielle est alors **apériodique critique** ou **apériodique amorti**.

$$H_{bo}(\omega) = \frac{0{,}5 \cdot K}{1 + 105 \cdot p + 500 \cdot p^2}$$

$$H_{bf}(p) = \frac{U_t(p)}{U_{tc}(p)} = \frac{H_{bo}(p)}{1 + H_{bo}(p)}$$ car le retour est unitaire.

$$H_{bf}(p) = \frac{\dfrac{0,5 \cdot K}{1+0,5 \cdot K}}{1+\dfrac{105}{1+0,5 \cdot K}p+\dfrac{500}{1+0,5 \cdot K}p^2}$$

Question 22 : *Tracé de Bode*



Pulsation propre : $\omega_n = \sqrt{\dfrac{1+0{,}5\cdot K}{500}}$

Facteur d'amortissement, il est tel que : $\dfrac{2\cdot\xi}{\omega_n} = \dfrac{105}{1+0{,}5\cdot K}$,

$$\Rightarrow \xi = \frac{105}{2\cdot\sqrt{500}\cdot\sqrt{1+0{,}5\cdot K}}$$

Condition de **non dépassement** : $\xi \geq 1 \quad \Leftrightarrow \quad K \leq 9{,}02$

On choisit $\underline{K = 9}$ alors $\underline{\xi \approx 1}$ la réponse indicielle est **apériodique critique**.

Par conséquent, sur le diagramme de Black, **on translate** le lieu de transfert en B.O. **dans la direction verticale** de *20 Log 9* , c'est-à-dire d'environ ***19 dB*** .

Q 25 – Eléments de performances, temps de réponse à 5 % , écarts de position et de traînage

Voir le Document Réponse à la dernière page (Courbe repérée H_{bo2})

La marge de gain est inchangée : $\underline{M_G = \infty}$

On relève : $\underline{M_\varphi = 90°}$ **La stabilité est assurée**.

Pulsation propre : $\omega_n = \sqrt{\dfrac{1+0{,}5\cdot 9}{500}} = \sqrt{\dfrac{5{,}5}{500}} \approx 0{,}1 \quad rd/s$

L'abaque « Temps de réponse réduit pour second ordre » retourne :

$\omega_n . t_{5\%} \approx 5 \Rightarrow \underline{t_{5\%} = 50\ s}$ **Compatible** avec le cahier des charges (Montée en température rapide : *3 mn* maximum).

Fonction de transfert de classe 0 (zéro) $\Rightarrow \begin{cases} \varepsilon_p = \dfrac{1}{1+G_{FTBO}} \\ \varepsilon_v = \infty \end{cases}$

$\underline{\varepsilon_p = 0{,}55}$ $\underline{55\ \%}$ **Incompatible** avec le cahier des charges.

Q26 – Tension en entrée de l'amplificateur, tension d'alimentation du collier chauffant lorsque l'échelon de tension de consigne U_{tc} est de 5 V

A 17° C correspond $U_c = 0\ V$, donc $U_t = 0\ V$.

Si $U_{tc} = 5\ V \Rightarrow \underline{U_c = 45\ V}$. ($U_c = K.\varepsilon$)

Alors $\underline{U_a = 450\ V}$ Il y aura **saturation de l'ampli** et donc augmentation du temps de réponse.

Q 27 – Choix d'un correcteur à action P.I. – Réglage de ce correcteur

$$C(p) = \frac{K}{T_i p}(1 + T_i p)$$

Le réglage du correcteur se fait **par compensation du pôle le plus lent**. Méthode qui consis à choisir la constante de temps T_i du correcteur égale **à la constante de temps la plus grande** du système à corriger. On réglera le gain K du correcteur afin que **la réponse indicielle ne présente pas de dépassement** (on choisit $\xi = 1$). Le choix de T_i devant satisfaire le C.d.C. (Montée en température rapide : $3\ mn$ maximum).

La F.T.B.O. s'écrit alors : $H_{bo}(\omega) = \dfrac{0{,}5 \cdot K}{T_i \cdot p + 500 \cdot p^2}$

La F.T.B.F. s'écrit alors : $H_{bf}(\omega) = \dfrac{1}{1 + \dfrac{T_i}{0{,}5 \cdot K} \cdot p + \dfrac{500}{0{,}5 \cdot K} \cdot p^2}$

La pulsation propre (non amortie) vaut alors : $\omega_n = \dfrac{1}{10} \cdot \sqrt{\dfrac{K}{10}}$

Le facteur d'amortissement vaut alors : $\xi = \dfrac{T_i}{10 \cdot \sqrt{10 \cdot K}}$

On choisit $\boldsymbol{\xi = 1}$ la réponse indicielle est apériodique critique.

Alors : $K = 10^{-3} \cdot T_i$

On a toujours : $\omega_n . t_{5\%} \approx 5$ puisque $\xi = 1$

Tableau des valeurs de K, ω_n, $t_{5\%}$ en fonction du choix de T_i

T_i	K	ω_n	$t_{5\%}$	*Commentaires*
5 s	25.10^{-3}	5.10^{-3} rd/s	1 000 s	**A rejeter**
100 s	10	0,1 rd/s	**50 s**	**A RETENIR**

Tracé du lieu de transfert de la F.T.B.O. dans le plan de Black :

$$H_{bo}(j\omega) = \frac{5}{j \cdot 100\omega \cdot (1 + j \cdot 5\omega)}$$

Gain : $G = -26\,dB - 20 \cdot Log\omega - 10 \cdot Log(1 + 25 \cdot \omega^2)$

Argument : $\varphi = -90° - Arc\tan(5\omega)$

ω (rd/s)	0,01	0,1	0,2	1
G (dB)	14	- 7	- 15	- 40
φ (°)	- 93	- 117°	- 135	- 169

Valeurs du gain, de la phase à différentes pulsations

Compte tenu de la forme de la F.T.B.O. , le lieu de transfert présente deux asymptotes verticales d'équations $\varphi = -90°$ et $\varphi = -180°$.

Voir le Document Réponse à la dernière page (Courbe repérée H_{bo3})

La marge de gain est inchangée : $\underline{\boldsymbol{M_G = \propto}}$

On relève : $\underline{\boldsymbol{M_\varphi \approx 77°}}$ **La stabilité est assurée**.

Q 28 – Nouvel écart de position

Le système est de **classe 1** $\Rightarrow$ $\underline{\boldsymbol{\varepsilon_p = 0}}$