Activation

Activation 1

Savoirs et compétences :

- *Res1.C4.SF1 : Proposer la démarche de réglage d'un correcteur proportionnel, proportionnel intégral et à avance de phase*

Correcteur proportionnel

Soit un système de fonction de transfert $G(p) = \dfrac{1}{(1+10p)(1+0,1p)(1+0,2p)}$ placé dans une boucle à retour unitaire.

Question 1 *Calculer la précision du système ε_S pour une entrée échelon unitaire.*

Correction Le système est de classe 0. L'entrée est de type échelon. $K_{\text{BO}} = 1$. L'écart statique est de $\dfrac{1}{1+1} = \dfrac{1}{2}$.

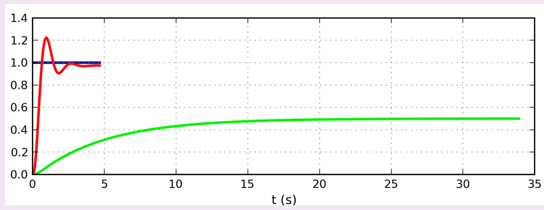
Question 2 *Tracer dans le diagramme de Bode la fonction de transfert en boucle ouverte du système.*

Correction

Question 3 *Déterminer K pour avoir une marge de phase de 45°. Indiquer alors la valeur de la marge de gain. Indiquer la valeur de l'écart statique.*

Correction

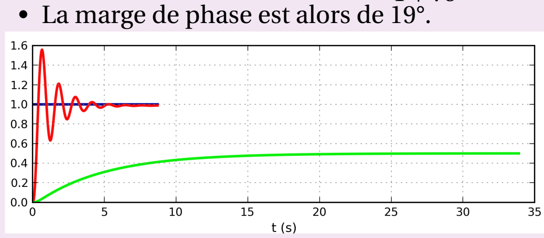
- On résout $\varphi(\omega) = -135°$: $\varphi(\omega) = -\arctan 10\omega - \arctan 0,1\omega - \arctan 0,2\omega$.
  $\varphi(\omega) = -135° \Leftrightarrow \omega = 2.95\,\text{rad}\,\text{s}^{-1}$ (solveur Excel).
- Calculons $G_{\text{dB}}(\omega) = -20\log\left(\sqrt{1+10^2\omega^2}\right) - 20\log\left(\sqrt{1+0,1^2\omega^2}\right) - 20\log\left(\sqrt{1+0,2^2\omega^2}\right) = -31\,\text{dB}$. Il faut donc augmenter le gain de 31 dB soit $K_P = 10^{31/20} = 35,48$.
- On a alors un écart statique de $\dfrac{1}{1+35,48} = 0,027$.
- Pour déterminer la marge de gain, il faut résoudre $\varphi(\omega) = -180°$. On obtient $\omega = 7.17\,\text{rad/s}$ et $M_G = 12\,\text{dB}$.



Question 4 *Déterminer K pour avoir une marge de gain de 6 dB. Indiquer alors la valeur de l'écart statique.*

Correction

- On commence par résoudre $\varphi(\omega) = -180°$. On obtient $\omega = 7.17\,\text{rad/s}$ et $M_G = 44\,\text{dB}$.
- Il faut augmenter le gain de 38 dB soit $20\log K_P = 38 \Rightarrow K_P = 10^{38/20} = 79$.
- On a alors un écart statique de $\dfrac{1}{1+79} = 0,0125$.
- La marge de phase est alors de 19°.

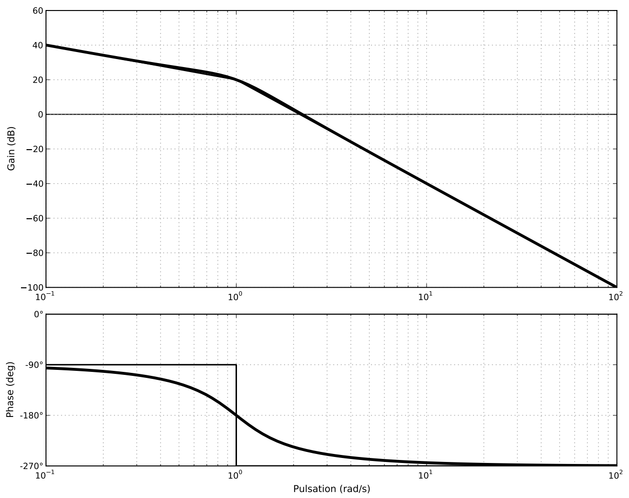


Correcteur proportionnel

D'après ressources P. Dupas.

Soit un système de fonction de transfert $G(p) = \dfrac{10}{p\left(1+p+p^2\right)}$ placé dans une boucle à retour unitaire. On souhaite corriger le comportement de ce système par un correcteur proportionnel. On désire une marge de phase de -45 ° et une marge de gain de 10 dB.

On donne le diagramme de Bode associé à cette fonction de transfert.



Question 1 *Mesurer puis calculer la marge de phase.*

Correction

- On cherche ω tel que $G_{\text{dB}}(\omega) = 0\,\text{dB}$: $G_{\text{dB}}(\omega) = -20\log(10) - 20\log\omega - 20\log\left(\sqrt{(1-\omega^2)^2+\omega^2}\right)$

On trouve $\omega = 2.21$ rad/s et $M_\varphi = -60°$. Le système est instable.

Question 2 *Mesurer puis calculer la marge de gain.*

Correction Pour $\varphi = -180°$, on a $\omega = 1$ rad/s et $M_G = -20$ dB. Le système est instable.

Question 3 *Déterminer K_p pour avoir une marge de phase de 45°. Vérifier la marge de gain.*

Correction Pour $\varphi = -135°$ on a $\omega = 0.62$ rad/s. On trouve un gain proportionnel de 0,054.

La marge de gain est alors de 5.35 dB ce qui est inférieur aux 10 dB demandés.

Question 4 *Déterminer K_p pour avoir une marge de gain de* 10 dB. *Vérifier la marge de phase.*

Correction Pour $\varphi = -180°$ on a $\omega = 1$ rad/s. On trouve un gain proportionnel de 0,316.

La marge de phase est alors de $70° (\omega = 0.0333$ rad/s).

1. $M_\varphi = -60°$.
2. $M_G = -20$ dB.
3. $K_P = 0,054$ et $M_G = 5.35$ dB.
4. $K_P = 0,0316$ et $M_\varphi = 70°$.

Correcteur proportionnel intégral

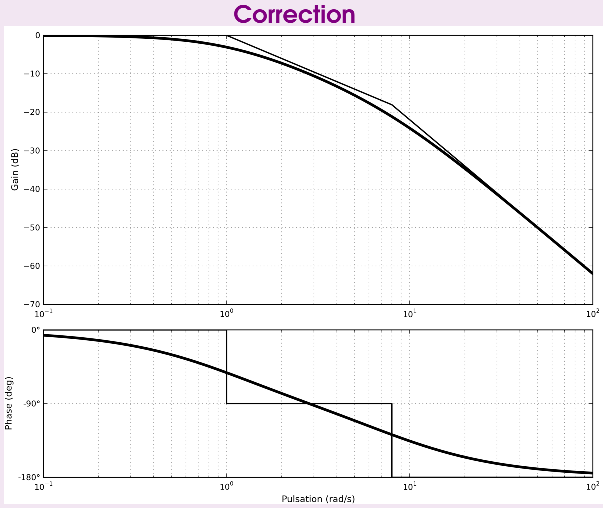
D'après ressources P. Dupas.

Soit un système de fonction de transfert $G(p) = \dfrac{1}{(p+1)\left(\dfrac{p}{8}+1\right)}$ placé dans une boucle à retour unitaire.

On souhaite disposer d'une marge de phase de 45°en utilisant un correcteur proportionnel intégral de la forme $C(p) = K_p \dfrac{1+\tau p}{\tau p}$.

Question 1 *Tracer le diagramme de Bode de la boucle ouverte non corrigée.*

Correction



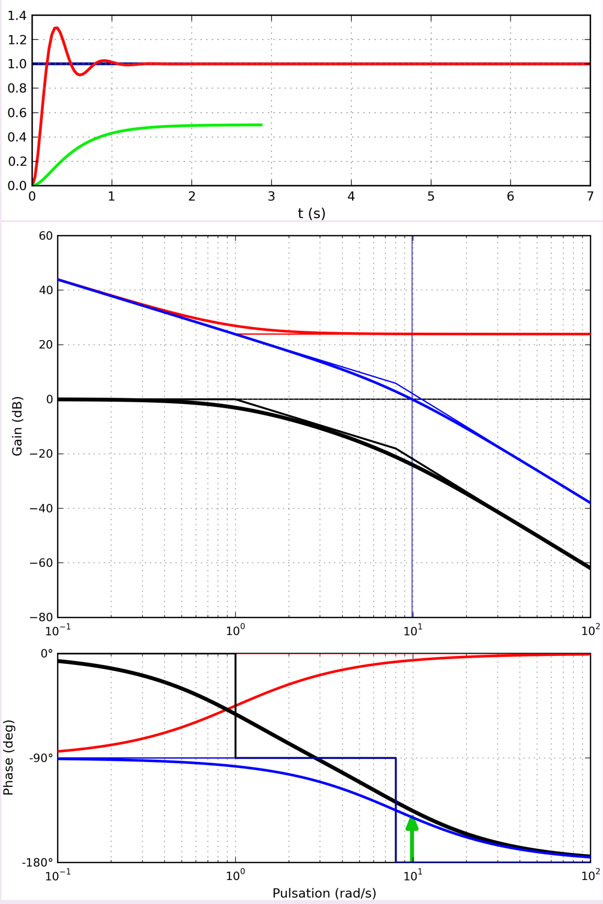
Question 2 *Déterminer les paramètres du correcteur pour avoir une marge de phase de 45°.*

Correction

- On résout $\varphi(\omega) = -135°$: $\varphi(\omega) = -\arctan\omega - \arctan\omega/8 \Rightarrow \tan 135° = \dfrac{\omega+\omega/8}{1-\omega^2/8} \Leftrightarrow -1+\omega^2/8 - 9\omega/8 = 0 \Leftrightarrow \omega^2 - 9\omega - 8 = 0$. $\Delta = 81+32 = 10,63^2$. $\omega = \dfrac{9 \pm 10,63}{2} = 9.82$ rad/s.
- Calculons $G_{\text{dB}}(9,82) = -23.9$ dB. Il faut donc augmenter le gain de 23.9 dB soit $K_P = 10^{23,9/20} = 15,7$.
- On choisit τ pour ne pas modifier la marge de phase. Il faut donc que le déphasage de 0°du correcteur ait lieu avant 9.82 rad/s. De manière usuelle on prend $\dfrac{1}{\tau} = \dfrac{9,82}{10} = 0.982$ rad/s.
- Au final, on a $C(p) = 15,7\dfrac{1+1,018p}{1,018p}$.

Question 3 *Tracer le diagramme de Bode du correcteur et le diagramme de la boucle ouverte corrigée.*

Correction



1.
2. $C(p) = 15,7\dfrac{1+1,018p}{1,018p}$.
3.

Correcteur à avance de phase

Soit un système de fonction de transfert $G(p) = \dfrac{100}{(p+1)^2}$ placé dans une boucle à retour unitaire. On souhaite corrige ce système en utilisant un correcteur à avance de phase de la forme $C(p) = K\dfrac{1+a\tau p}{1+\tau p}$.

Question 1 *Tracer le diagramme de Bode de $G(p)$.*

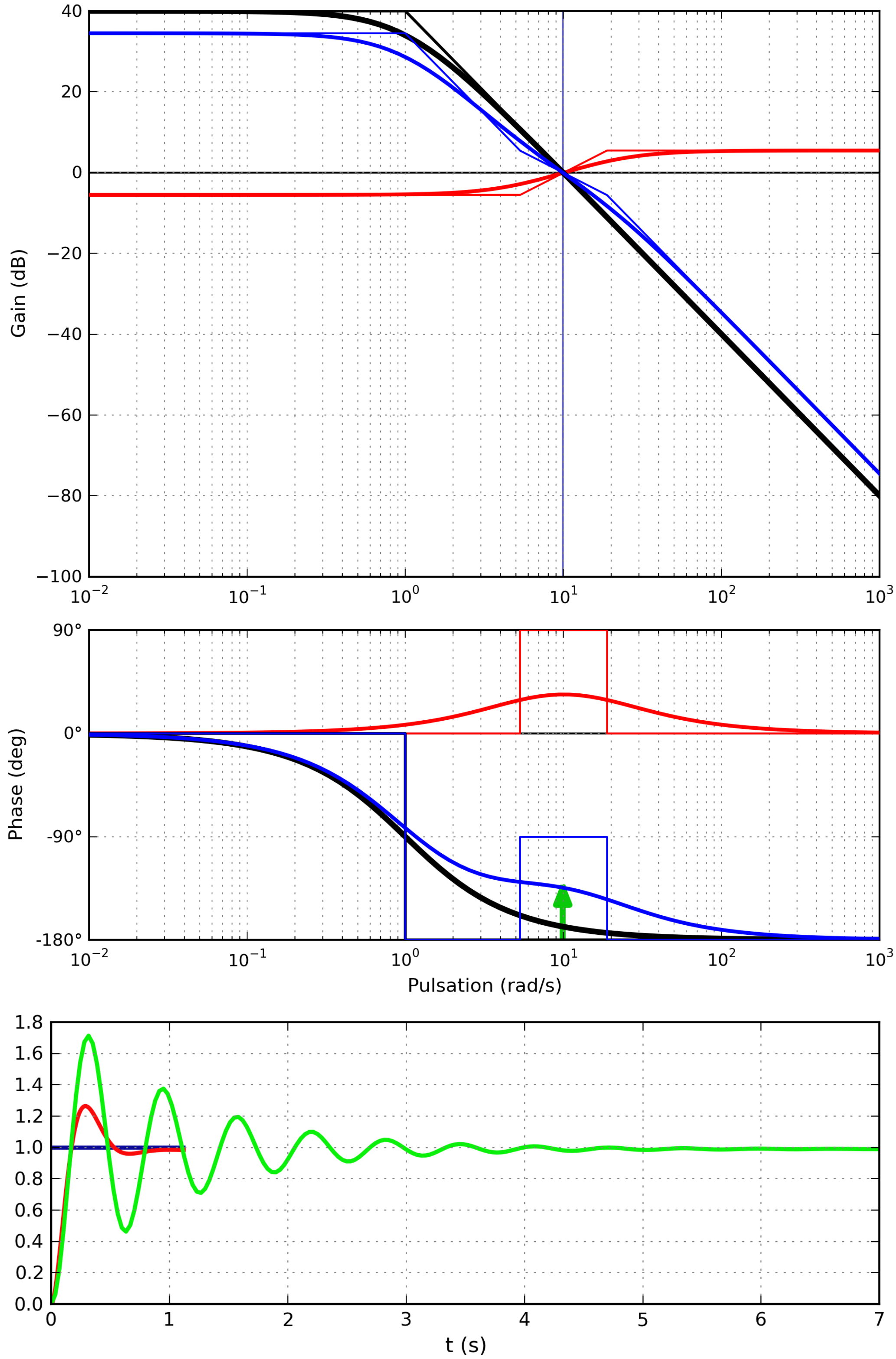
Question 2 *Corriger ce système de sorte que sa marge de phase soit égale à 45°.*

Correction

- $G_{\text{dB}}(\omega) = 20\log(100) - 20\log(1+\omega^2)$. $G_{\text{dB}}(\omega) = 0 \Leftrightarrow \dfrac{100}{1+\omega^2} = 1 \Leftrightarrow \omega = \pm\sqrt{99} \Rightarrow \omega = 9.95\,\text{rad/s}$.
- $\varphi(\omega) = -2\arctan\omega$ et $\varphi(9,95) = -2.94\,\text{rad} = -169°$ soit une marge de phase de 11°; le correcteur doit donc apporter un complément de phase de 34°.
- $\varphi_{\max} = \arcsin\left(\dfrac{a-1}{a+1}\right) \Rightarrow \sin(\varphi_{\max}) = \dfrac{a-1}{a+1} \Rightarrow a = -\dfrac{\sin(\varphi_{\max})+1}{\sin(\varphi_{\max})-1} = 3,54$.
- $\tau = \dfrac{1}{9,95\sqrt{3,54}} = 0.053\,\text{s}$.

Question 3 *Tracer le diagramme de Bode du correcteur et le diagramme de la boucle ouverte corrigée.*

1.
2. $C(p) = 0,53\dfrac{1+3,54\cdot 0,053p}{1+0,053p}$.
3.


Gain (dB)
Phase (deg)
Pulsation (rad/s)
t (s)