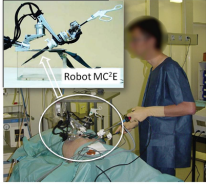


## TD 2 – Corrigé



## Micromanipulateur compact pour la chirurgie endoscopique (MC²E)

Concours Commun Mines Ponts 2016

## Savoirs et compétences :

- ☐ Res1.C4.SF1 : Proposer la démarche de réglage d'un correcteur proportionnel intégral
- ☐ Con.C2 : Correction d'un système asservi

## Mise en situation

## Modèle de connaissance de l'asservissement

**Question 1** Déterminer les expressions des fonctions de transfert  $H_1(p)$ ,  $H_2(p)$  et  $H_3(p)$ .

**Correction** On a  $p\theta_m(p) = \Omega_m(p)$  et donc  $H_2(p) = \frac{\theta_m(p)}{\Omega_m(p)} = \frac{1}{p}$ .

De plus  $Jp^2\theta_m(p) = C_m(p) - C_e(p) \Leftrightarrow Jp\Omega_m(p) = \Omega_m(p)$  et donc  $H_1(p) = \frac{\Omega_m(p)}{C_m(p) - C_e(p)} = \frac{1}{Jp}$ .

Enfin,  $H_3(p) = \frac{C_e(p)}{\theta_m(p)} = K_{C\theta}$ .

**Question 2** Donner l'expression de la fonction de transfert en boucle fermée  $H_{BF}(p)$  de l'asservissement d'effort.

**Correction** D'une part,  $F(p) = \frac{H_1(p)H_2(p)H_3(p)}{1 + H_1(p)H_2(p)H_3(p)} = \frac{\frac{1}{Jp} \frac{1}{p} K_{C\theta}}{1 + \frac{1}{Jp} \frac{1}{p} K_{C\theta}} = \frac{K_{C\theta}}{Jp^2 + K_{C\theta}}$ .

D'autre part,  $H_{BF}(p) = \frac{\frac{K_{C\theta}}{Jp^2 + K_{C\theta}}}{1 + \frac{K_{C\theta}}{Jp^2 + K_{C\theta}}} = \frac{K_{C\theta}}{Jp^2 + 2K_{C\theta}}$ .

**Question 3** Quel sera le comportement de cet asservissement en réponse à un échelon d'amplitude  $C_0$  ? Conclure.

**Correction** Il s'agit d'un système du second ordre avec un coefficient d'amortissement nul. Le gain est de  $\frac{1}{2}$  et la pulsation est de  $\frac{1}{\omega_0^2} = \frac{J}{2K_{C\theta}} \Rightarrow \omega_0 = \sqrt{\frac{2K_{C\theta}}{J}}$ .

Pour une entrée échelon d'amplitude  $C_0$ , le système répondra par un sinus d'amplitude  $\frac{C_0}{2}$  (valeur crête à crête  $C_0$ ) de pulsation  $\omega_0$ .

**Question 4** Donner l'expression analytique du gain  $B$ , en fonction de  $J$  et  $K_{C\theta}$ , permettant d'obtenir cette forme de fonction de transfert. En déduire l'expression analytique de la constante de temps  $\tau$ .

## Correction

D'une part,  $F_1(p) = \frac{H_1(p)}{1 + H_1(p)B}$ .

D'autre part,  $H_{Bo}(p) = \frac{\frac{H_1(p)}{1 + H_1(p)B} H_2(p)H_3(p)}{1 + \frac{H_1(p)}{1 + H_1(p)B} H_2(p)H_3(p)} = \frac{H_1(p)H_2(p)H_3(p)}{1 + H_1(p)B + H_1(p)H_2(p)H_3(p)} = \frac{\frac{K_{C\theta}}{Jp^2}}{1 + \frac{B}{Jp} + \frac{K_{C\theta}}{Jp^2}} = \frac{K_{C\theta}}{Jp^2 + Bp + K_{C\theta}}$

$$= \frac{1}{\frac{J}{K_{C\theta}} p^2 + \frac{B}{K_{C\theta}} p + 1}.$$

Enfin,  $(1 + \tau p)^2 = 1 + 2\tau p + \tau^2 p^2$ . Donc nécessairement  $\tau^2 = \frac{J}{K_{C\theta}} \Rightarrow \tau = \sqrt{\frac{J}{K_{C\theta}}}$  et  $2\tau = \frac{B}{K_{C\theta}} \Leftrightarrow B = 2\tau K_{C\theta} = 2\sqrt{\frac{J}{K_{C\theta}}} K_{C\theta} = 2\sqrt{J K_{C\theta}}$ .

**Question 5** Donner l'expression de l'erreur statique en réponse à un échelon d'amplitude  $C_0$ . Conclure vis-à-vis du cahier des charges.

**Correction** La boucle ouverte est de classe 1. L'erreur statique (entrée échelon) est donc nulle ce qui est conforme à l'exigence 1.2.2.1 du cahier des charges.

**Question 6** Proposer une expression simple pour la constante de temps  $T_i$ .

**Correction**

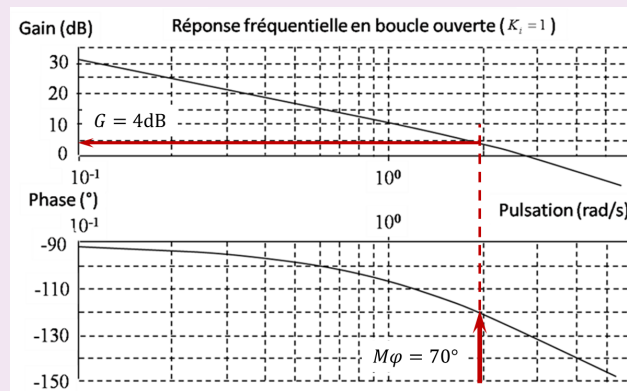
Pour avoir une FTBF d'ordre 2, il faut que la BO soit d'ordre 2. En conséquence, vu la forme de correcteur proposé, on peut envisager que le correcteur compense un pôle du système.

Ainsi pour  $\tau = T_i$ , on a  $\frac{C_e(p)}{C_C(p)} = \frac{\frac{K_i}{\tau p(1+\tau p)}}{1 + \frac{K_i}{\tau p(1+\tau p)}} = \frac{K_i}{\tau p(1+\tau p) + K_i} = \frac{K_i}{\tau^2 p^2 + \tau p + K_i} = \frac{1}{\frac{\tau^2}{K_i} p^2 + \frac{\tau}{K_i} p + 1}.$

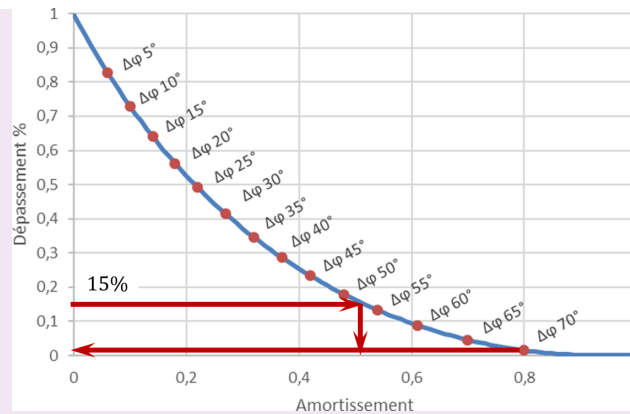
**Question 7** En s'appuyant sur les diagrammes ci-dessous, proposer un choix de réglage pour  $K_i$  permettant (si possible) de vérifier toutes les performances.

**Correction**

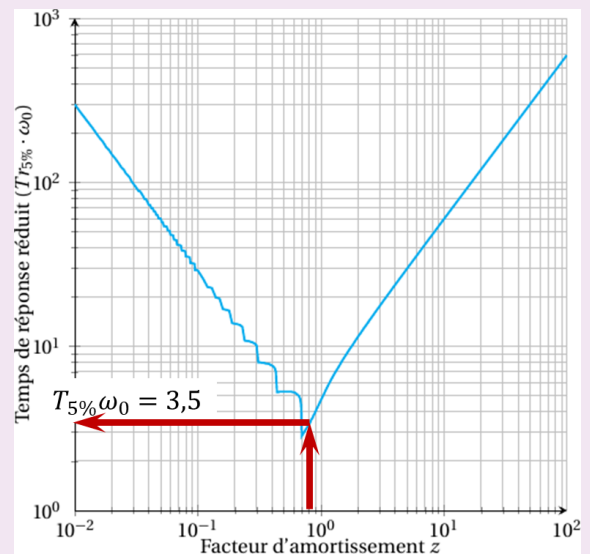
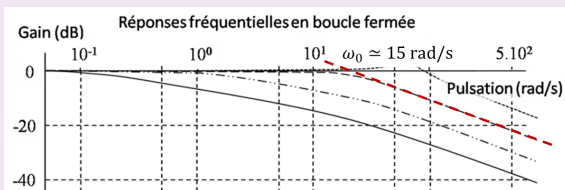
- Marge de gain 10 dB : la boucle ouverte est d'ordre 2. La phase est donc toujours supérieure à  $-180^\circ$  et la marge de gain est infinie. Le critère est respecté.
- Marge de phase supérieure à  $70^\circ$  : il est donc nécessaire que le gain (dB) de la boucle ouverte soit nul lorsque la phase est égale à  $120^\circ$ . D'après la réponse fréquentielle en BO, il faut donc que  $20 \log K_i \leq 4 \Rightarrow K_i \leq 10^{\frac{4}{20}} = 1,58$ .



- Dépassement inférieur à 15% : l'abaque ci-dessous montre que pour une marge de phase de  $70^\circ$ , le dépassement sera inférieur à 15%. Ainsi, avec une marge de phase de  $70^\circ$ , le dépassement sera donc d'environ 2% et le coefficient d'amortissement sera d'environ 0,8.



- Temps de réponse à 5% inférieur à 0,5 s : en utilisant la réponse fréquentielle pour un gain de 0,4 ( $< 1,58$ ) on a  $\omega_0 \approx 15 \text{ rad s}^{-1}$ . En utilisant l'abaque du temps de réponse réduit, on a  $\omega_0 \cdot T_{r5\%} \approx 3,5$ ; donc  $T_{r5\%} \approx \frac{3,5}{15} = 0,23 \text{ s}$ .



- D'après le diagramme de Bode en BF, le gain basse fréquence est nul. Le gain de la fonction de transfert est donc unitaire. L'erreur statique est donc nulle.  
**On propose donc  $K_i = 0,4 (< 1,58)$ .**

### Retour sur le cahier des charges

**Question 8** Remplir le tableau et conclure sur la validation des critères de performance. Tracer l'allure de la réponse temporelle à un échelon  $C_{c0}$  en indiquant toutes les valeurs caractéristiques nécessaires.

#### Correction

Critère	Valeur CDCF	Valeur système réglé	Écart
Marges de gain	10 dB	$\infty$	OK
Marges de phase	70°	70°	OK
Dépassement	$< 15 \%$	2%	OK
T5 %	$< 0,5 \text{ s}$	0,23 s	OK
Erreur statique	Nulle	Nulle	OK

Le cahier des charges est donc respecté. (Réponse indicielle d'un second ordre avec un coefficient d'amortissement de 0,8 et un gain unitaire).